

А. Г. Мерзляк,
В. Б. Полонский,
Е. М. Рабинович,
М. С. Якир

СБОРНИК
задач и заданий
для тематического оценивания
по геометрии для 7 класса

Харьков
«Гимназия»
2010

УДК 373:513
ББК 22.151я721
М52

Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С.
М52 Сборник задач и заданий для тематического оценивания по
геометрии для 7 класса.— Х.: Гимназия, 2010. — 112 с.: илл.
ISBN 978-966-8319-78-5.

Пособие представляет собой дидактический материал по геометрии для 7 класса общеобразовательных учебных заведений. Книга является составной частью учебно-методического комплекта и соответствует учебнику по геометрии для 7 класса (авторы А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир). Пособие содержит около 1000 задач. Первая часть «Тренировочные упражнения» разделена на четыре однотипных варианта по 230 задач в каждом. Вторая часть содержит два варианта заданий для тематического оценивания учебных достижений учащихся по 12-балльной шкале в соответствии с действующей программой по математике.

Для учителей общеобразовательных учебных заведений, учащихся 7 классов и их родителей.

УДК 373:513
ББК 22.151я721

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
Е. М. Рабинович, М. С. Якир, 2007
ISBN 978-966-8319-78-5 © ООО ТО «Гимназия», оригинал-макет, 2007

ОТ АВТОРОВ

Ученикам

Дорогие дети! Вы начинаете захватывающее путешествие по волшебной стране Геометрия. Мы надеемся, что путеводитель, который вы держите в руках, поведет вас за собой к удивительным открытиям, приключениям и победам.

Учителю

Мы очень надеемся, что, приобретя эту книгу не только для себя, а и «на класс», Вы не пожалеете. Даже если Вам повезло и Вы работаете по учебнику, который нравится, все равно задач, как и денег, бывает либо мало, либо совсем мало. Мы надеемся, что это пособие поможет ликвидировать «задачный дефицит».

Первая часть — «Тренировочные упражнения» — разделена на четыре однотипных варианта по 230 задач в каждом. На стр.5 приведена таблица тематического распределения тренировочных упражнений. Этот материал можно использовать для работы в классе и дома, а также при составлении самостоятельных проверочных работ.

Вторая часть пособия содержит задания для тематического оценивания знаний учащихся (два варианта).

Содержимое заданий разделено условно на две части. Первая соответствует начальному и среднему уровням учебных достижений. Задания этой части обозначены символом n° (n — номер задания). Вторая часть соответствует достаточному и высокому уровням. Задания каждого из этих уровней обозначены символами $n^\cdot$ и $n^{\cdot\cdot}$ соответственно.

Выполнение первой части максимально оценивается в шесть баллов. Правильно решенные задачи уровня n^* добавляют еще 4 балла, то есть ученик может получить отличную оценку 10 баллов. Если ученику удалось еще решить задачу n^{**} , то он получает оценку 12 баллов.

Родителям

Можно ли научить собственного ребенка решать задачи, не будучи учителем? Несомненно! Для этого нужно иметь пособие, в котором много однотипных упражнений. В этой книге их более 900, причем для каждой задачи приведено не менее трех аналогичных.

Желаем вам творческого энтузиазма и терпения...

Тематическое распределение тренировочных упражнений

Тема	Номера упражнений
Простейшие геометрические фигуры и их свойства	1 – 44
Смежные и вертикальные углы	45 – 66
Перпендикулярные прямые	67 – 72
Равные треугольники. Периметр треугольника	73 – 76
Первый и второй признаки равенства треугольников	77 – 92
Равнобедренный треугольник и его свойства	93 – 105
Признаки равнобедренного треугольника	106 – 109
Третий признак равенства треугольников	110 – 115
Метод доказательства от противного	116; 117
Параллельные прямые	118 – 122
Признаки параллельности двух прямых	123 – 127
Свойства параллельных прямых	128 – 131
Сумма углов треугольника	132 – 152
Внешний угол треугольника	153 – 162
Прямоугольный треугольник	163 – 172
Свойства прямоугольного треугольника	173 – 177
Окружность. Некоторые свойства окружности	178 – 189
Касательная к окружности	190 – 194
Описанная и вписанная окружности треугольника	195 – 197
Взаимное расположение двух окружностей	198 – 202
Задачи на построение	203 – 230

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Простейшие геометрические фигуры и их свойства

1. Проведите прямую b и отметьте на ней точку C . Отметьте точку D , не принадлежащую прямой b , и проведите прямую CD . Могут ли прямые b и CD иметь еще одну общую точку? Ответ обоснуйте.
2. Отметьте в тетради четыре точки M, F, P и K (рис. 1). Через каждые две точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
3. Отметьте в тетради точки K, T и L так, чтобы через них можно было провести прямую. Запишите все возможные названия этой прямой.
4. Пользуясь рисунком 2:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые MK и a ;
 - 2) запишите все точки, принадлежащие прямой a ; прямой MK ;
 - 3) запишите точки, не принадлежащие ни прямой a , ни прямой MK .

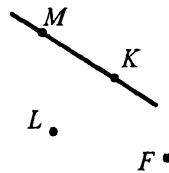
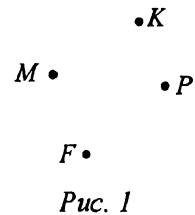


Рис. 2

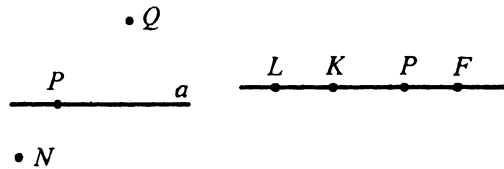


Рис. 3

5. Какие из точек, отмеченных на рисунке 3, лежат между двумя другими? Для каждого случая запишите соответствующее равенство, которое следует из основного свойства измерения отрезков.
6. Назовите все отрезки, изображенные на рисунке 4.

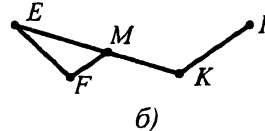
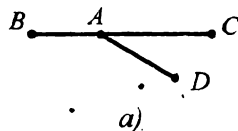


Рис. 4

7. Точка D лежит между точками K и F . Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если:
 - 1) $KD = 2,7$ см, $DF = 11,6$ см;
 - 2) $DK = \frac{5}{6}$ дм, $KF = 4$ дм.
8. Может ли точка A лежать между точками B и C , если $AB = 3,6$ см, $BC = 8,3$ см, $AC = 4,7$ см? Ответ обоснуйте.
9. Точка M принадлежит отрезку KE , длина которого равна 9 см. Определите длины отрезков MK и KE , если:
 - 1) длина отрезка MK на 0,6 см меньше длины отрезка ME ;
 - 2) длина отрезка MK в 3 раза больше длины отрезка ME ;
 - 3) разность длин отрезков ME и MK равна 1,6 см;
 - 4) $KM : ME = 2 : 7$.
10. На прямой последовательно отмечены точки A , B , C и D , $AC = 8$ см, $BD = 6$ см, $BC = 3$ см. Найдите AD .
11. На прямой последовательно отмечены точки L , K , P , F , E так, что $LK = KP = PF = FE = 2$ см. Какие еще равные отрезки определяются этими точками? Запишите эти отрезки и найдите их длины.
12. Точка P лежит между точками M и F , точки E и N — середины отрезков MP и PF соответственно. Найдите длину отрезка MF , если $EN = 4,7$ см.
13. Отрезок длиной 10 см состоит из четырех неравных частей. Расстояние между серединами средних частей равно 3 см. Найдите расстояние между серединами крайних частей.
14. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками B и C , если $AB = 2,7$ см, $AC = 6,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Отрезки MT и FK равны (рис.5). Докажите, что $MF = TK$.

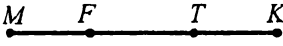

16. Длина отрезка MN равна 9,4 см. Отметьте на прямой MN такую точку P , что $MP - PN = 3$ см. Сколько решений имеет задача?

Рис. 5

17. Точки E, F, K и P лежат на одной прямой, точка F лежит между точками E и K . Найдите длину отрезка FP , если $EF = 4$ см, $EK = 11$ см, $KP = 14$ см. Рассмотрите все возможные случаи.
18. Длина отрезка CD равна 11 см. Найдите на прямой CD все точки, для которых сумма расстояний до концов отрезка CD равна: 1) 11 см; 2) 14 см; 3) 9 см.
19. Пересекаются ли изображенные на рисунке 6:
- 1) прямая DE и отрезок AB ;
 - 2) луч OC и отрезок AB ;
 - 3) луч OC и прямая DE ?

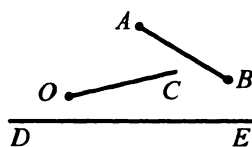


Рис. 6

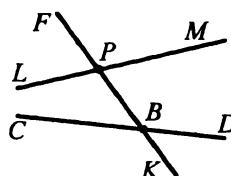


Рис. 7

20. На рисунке 7 прямые LM и CD пересекаются с прямой FK в точках P и B соответственно.
- 1) Запишите все образовавшиеся лучи с началом в точке B .
 - 2) Запишите пары дополнительных лучей, начало которых — точка P .
21. Сколько различных лучей определяется тремя точками M, K и E , принадлежащими одной прямой?
22. Отметьте точки L, F, T и K так, чтобы луч LF пересекал прямую TK , а луч TK не пересекал прямую LF .
23. Проведите прямую AB и отметьте на ней точки D и E . Запишите все лучи, имеющие начало в точках D и E . Назовите пары дополнительных лучей.
24. Из приведенных обозначений выпишите все возможные названия угла с вершиной O (рис.8): COM ; DME ; DOE ; CED ; CMO ; EDO ; COE ; OMD ; MOD ; DEO .

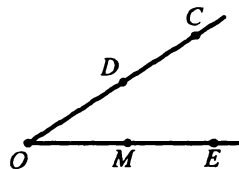


Рис. 8

25. Назовите все углы, изображенные на рисунке 9.

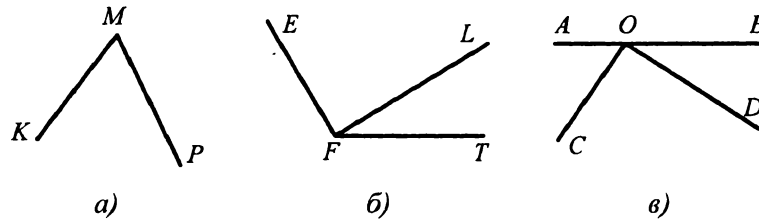


Рис. 9

26. Начертите угол MOF и проведите два луча OK и OP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
27. Пользуясь транспортиром, найдите градусную меру углов, изображенных на рисунке 10. Определите вид каждого угла.

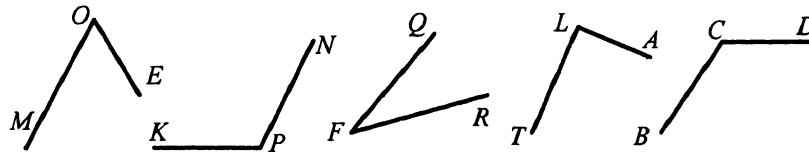


Рис. 10

28. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 91° ; 3) 90° ; 4) 152° . Определите вид каждого угла.
29. Постройте тупой угол AOB . Пользуясь транспортиром, разделите его на две равные части.
30. Луч AD проходит между сторонами угла CAE . Найдите градусную меру угла CAE , если $\angle CAD = 39^\circ$, $\angle DAE = 63^\circ$.
31. Проходит ли луч OD между сторонами угла FOE , если $\angle FOE = 85^\circ$, $\angle DOF = 87^\circ$? Ответ обоснуйте.
32. Луч BD проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол DBC , если $\angle ABC = 63^\circ$, $\angle ABD = 51^\circ$.
33. Лучи DC и DK проходят между сторонами угла MDL . Найдите угол MDC , если $\angle MDL = 95^\circ$, $\angle CDK = 43^\circ$, $\angle KDL = 28^\circ$.
34. Луч OA проходит между сторонами угла COD , равного 87° . Найдите углы COA и AOD , если угол COA меньше угла AOD на 29° .

35. Угол EDN равен 112° . Луч DA проходит между его сторонами. Найдите углы EDA и NDA , если угол EDA меньше угла NDA в 6 раз.
36. На рисунке 11 $\angle POT = 78^\circ$, $\angle FOL = 52^\circ$, $\angle POF = 39^\circ$. Найдите угол TOL .

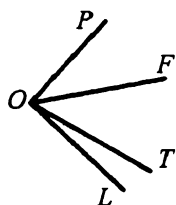


Рис. 11

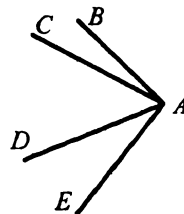


Рис. 12

37. На рисунке 12 $\angle CAE = 78^\circ$, $\angle BAD = 63^\circ$, $\angle CAD = 48^\circ$. Найдите угол BAE .
38. Развернутый угол разделили на два угла, один из которых на 34° больше второго. Найдите образовавшиеся углы.
39. Прямой угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как $2 : 3 : 5$. Найдите величины этих углов.
40. Луч DC проходит между сторонами угла ADK . Луч DM — биссектриса угла ADC , луч DP — биссектриса угла CDK . Найдите угол ADK , если $\angle MDP = 82^\circ$.
41. Углы FOK и MOE равны (рис. 13). Докажите, что углы FOM и KOE также равны.

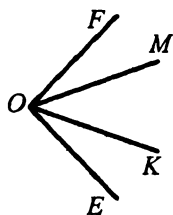


Рис. 13

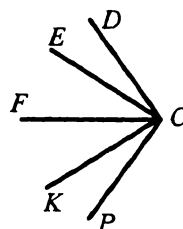


Рис. 14

42. На рисунке 14 $\angle DCE = \angle KCP$, $\angle DCF = \angle FCP$. Докажите, что $\angle ECF = \angle FCK$.
43. Угол между биссектрисой угла и продолжением одной из его сторон равен 124° . Найдите данный угол.
44. Какой угол образует биссектриса угла, равного 54° , с продолжением одной из его сторон?

Смежные и вертикальные углы

45. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 36° и 154° ; 2) 59° и 121° ; 3) 93° и 77° ? Ответ обоснуйте.
46. Найдите угол, смежный с углом: 1) 19° ; 2) 83° ; 3) 90° ; 4) 94° ; 5) 156° .
47. Может ли пара смежных углов состоять из острого и прямого углов? Ответ обоснуйте.
48. Являются ли смежными углы PAK и $KAЕ$ (рис. 15)? Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке.
49. Угол MPE меньше угла LTF . Какому из углов соответствует меньший смежный угол? Ответ обоснуйте.
50. Найдите смежные углы, если один из них на 38° больше другого.
51. Один из смежных углов в 5 раз больше другого. Найдите эти углы.
52. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 5 : 7.
53. Два угла относятся как 1 : 3, а смежные с ними — как 4 : 3. Найдите данные углы.
54. На рисунке 16 угол AOB равен 37° . Найдите углы AOD , DOC , BOC .

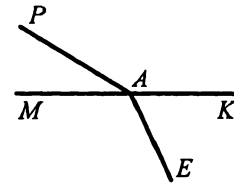


Рис. 15

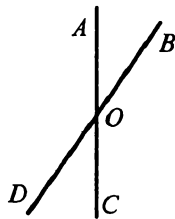


Рис. 16

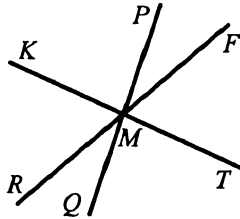


Рис. 17

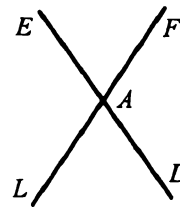


Рис. 18

55. Верно ли утверждение, что для каждого угла можно построить только один: 1) вертикальный угол; 2) смежный угол?
56. На рисунке 17 $\angle PMF = 32^\circ$, $\angle TMQ = 87^\circ$. Найдите угол KMR .
57. На рисунке 18 $\angle EAL + \angle LAD + \angle FAD = 290^\circ$. Найдите углы EAF и FAD .

58. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 50° меньше другого. Найдите эти углы.
59. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 4 раза больше другого. Найдите эти углы.
60. Найдите величину каждого из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если:
- 1) сумма двух из них равна 98° ;
 - 2) разность двух из них равна 58° ;
 - 3) все углы равны между собой;
 - 4) сумма трех из них равна 286° .
61. Разность между двумя смежными углами равна меньшему из них. Найдите эти углы.
62. Три прямые пересекаются в одной точке (рис.19). Найдите угол 1, если $\angle 2 + \angle 3 = 142^\circ$.

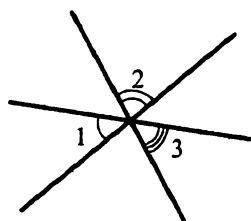


Рис. 19

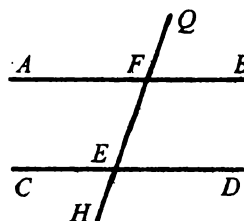


Рис. 20

63. На рисунке 20 $\angle CEF = \angle EFB$. Докажите, что $\angle CEH = \angle QFB$.
64. На рисунке 20 $\angle FED = \angle QFB$. Докажите, что $\angle AFE + \angle CEF = 180^\circ$.
65. Прямые AD , BE и CF пересекаются в точке O , причем луч OE — биссектриса угла FOD (рис.21), $\angle FOE = 42^\circ$. Найдите $\angle BOD$.
66. Найдите смежные углы $\angle DOF$ и $\angle EOF$, если биссектриса угла $\angle DOF$ образует с лучом OE угол, который больше угла $\angle FOE$ на 20° .

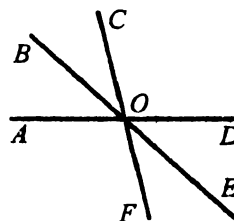


Рис. 21

Перпендикулярные прямые

67. Проведите прямую d и отметьте точку K , не принадлежащую d . С помощью чертежного угольника проведите через точку K прямую, перпендикулярную прямой d .

68. Проведите прямую n и отметьте точку A , принадлежащую ей. Проведите через точку A прямую, перпендикулярную прямой n , пользуясь чертежным угольником.

69. На рисунке 22 $\angle KMD = \angle EMF$, $\angle DME = \angle FMP$. Докажите, что $DM \perp MF$.

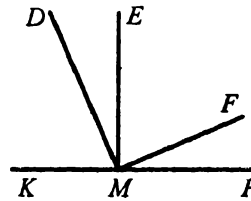


Рис. 22

70. Углы MKP и NKP прямые. Докажите, что точки M , K и N лежат на одной прямой.
71. На прямой DE между точками D и E выбрали точку F . Точка L не принадлежит прямой DE . Докажите, что если $\angle DFL = \angle EFL$, то $DE \perp FL$.
72. Как, используя шаблон угла в 15° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники. Периметр треугольника

73. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 23, одной из вершин которых является точка A .

74. Треугольники ABC и DEF равны, причем углы A и D , B и E соответственные.

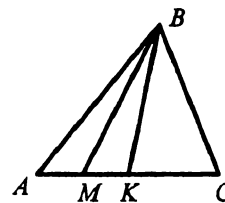


Рис. 23

- 1) Найдите сторону BC и угол C , если $EF = 14$ см, а $\angle F = 43^\circ$.
 - 2) Могут ли в треугольнике ABC быть равными стороны AB и AC , если все стороны треугольника DEF разной длины?
75. Одна сторона треугольника равна 24 см, вторая сторона на 18 см больше первой, а третья сторона в 2 раза меньше второй. Найдите периметр треугольника.
76. Одна сторона треугольника на 41 см меньше второй и в 4 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 107 см.

Первый и второй признаки равенства треугольников

77. Отрезки AF и DE пересекаются в точке B так, что $AB = BD$, $FB = BE$. Докажите равенство треугольников ABE и DBF .

78. Докажите равенство треугольников ABF и ADF (рис.24), если $AB = AD$, $\angle BAF = \angle DAF$.

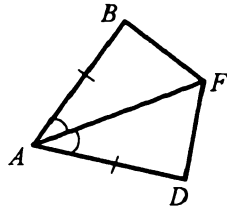


Рис. 24

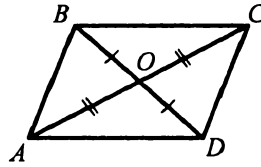


Рис. 25

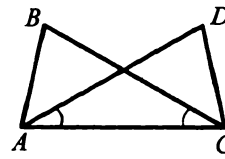


Рис. 26

79. Докажите равенство треугольников COD и AOD (рис.25), если $AO = OC$ и $BO = OD$.
80. Докажите равенство отрезков AB и DC (рис.26), если $BC = AD$, $\angle DAC = \angle BCA$.
81. Отрезки AD и BC пересекаются в точке O так, что $AO = OD$ и $CO = OB$. Найдите угол BAO , если $\angle CDO = 34^\circ$.
82. На стороне DF треугольника DEF отметили такую точку P , что $DP = PF$. На луче EP от точки P отложили отрезок PK , равный PE . Докажите равенство треугольников DPK и EPF .
83. В треугольнике EFK $EF = EK$. Точки M и N — середины сторон EF и EK соответственно. Докажите, что $FN = KM$.
84. В треугольнике ABC ($AB = BC$) на сторонах AB и BC отложены равные отрезки AM и CN соответственно. Докажите, что $AN = CM$.
85. Отрезки AB и CD пересекаются в точке F . Известно, что $AF = FB$, $\angle ABC = \angle BAD$. Докажите, что треугольники AFD и BFC равны.
86. Докажите равенство треугольников ABC и DEC (рис.27), если $AC = CD$ и $\angle MAF = \angle TDK$.

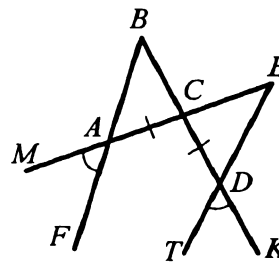


Рис. 27

87. Докажите равенство треугольников ADM и AFE (рис.28), если $AM = AE$ и $\angle DMA = \angle FEA$.

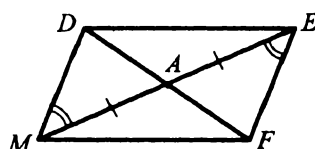


Рис. 28

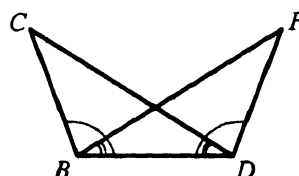


Рис. 29

88. Докажите равенство углов C и F (рис.29), если $\angle CDB = \angle FBD$ и $\angle CBD = \angle FDB$.
89. На биссектрисе угла O отметили точку F , а на сторонах этого угла — такие точки D и E , что $\angle OFD = \angle OFE$. Докажите, что $OD = OE$.
90. Высота треугольника ABC , проведенная из вершины B , образует со сторонами BA и BC равные углы. Докажите, что $\angle BAC = \angle BCA$.
91. На рисунке 30 $AE = DC$, $\angle BDE = \angle BED$, $\angle A = \angle C$. Докажите, что $\angle ABD = \angle CBE$.

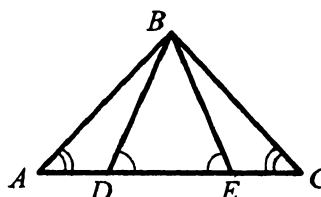


Рис. 30

92. Докажите равенство треугольников по углу, биссектрисе этого угла и углам, которые она образует с противоположной стороной.

Равнобедренный треугольник и его свойства

93. Найдите периметр равнобедренного треугольника, основание которого равно 9 см, а боковая сторона — 7 см.
94. Периметр равнобедренного треугольника равен 19 см, а основание — 7 см. Найдите боковые стороны.
95. Периметр равностороннего треугольника равен 24 см. На его стороне построили равнобедренный треугольник, периметр которого равен 36 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.
96. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 28 см, а основание на 8 см меньше боковой стороны.

97. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а основание в 3 раза меньше боковой стороны.

98. На рисунке 31 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

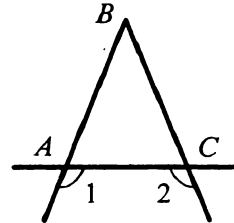


Рис. 31

99. Отрезок BD является высотой равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$), $\angle ABD = 34^\circ$, $AD = 8$ см. Найдите углы DBC , ABC и основание AC .

100. В треугольнике DEF $DE = EF$. Найдите периметр треугольника DEF , если длина высоты EO равна 8 см, а периметр треугольника DEO — 43 см.

101. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 18$ см. Серединный перпендикуляр стороны AB пересекает сторону BC в точке E (рис. 32). Найдите AC , если периметр треугольника AEC равен 27 см.

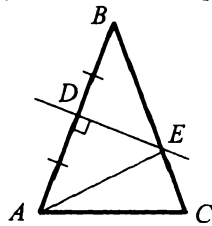


Рис. 32

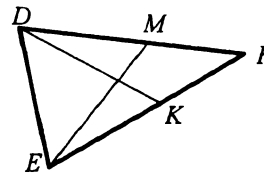


Рис. 33

102. В равнобедренном треугольнике DEF ($DF = EF$) на сторонах DF и EF отложены равные отрезки FM и FK (рис. 33). Докажите, что $\angle DME = \angle DKE$.

103. Стороны равностороннего треугольника ABC продлили на равные отрезки AA_1 , BB_1 и CC_1 (рис. 34). Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — равносторонний.

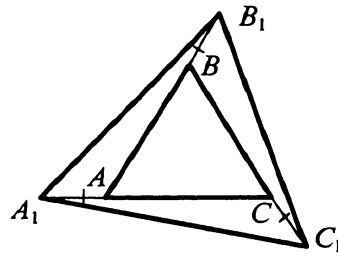


Рис. 34

104. Докажите, что в равнобедренном треугольнике медианы, проведенные к боковым сторонам, равны.

105. Докажите равенство равнобедренных треугольников по высоте, проведенной к боковой стороне, и углу, который эта высота образует со второй боковой стороной.

Признаки равнобедренного треугольника

106. На рисунке 35 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AB = BC$.

107. На медиане BM равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отметили точку O . Докажите, что треугольник AOC равнобедренный.

108. На рисунке 36 $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle CBD = \angle CDB$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.

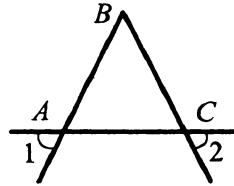


Рис. 35

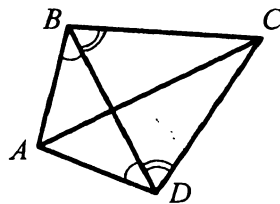


Рис. 36

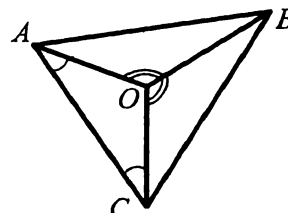


Рис. 37

109. На рисунке 37 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOB = \angle COB$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

Третий признак равенства треугольников

110. На рисунке 38 $AD = AK$, $CD = CK$. Докажите, что $\triangle ADC = \triangle AKC$.

111. На рисунке 39 $AK = AM$, $CK = CM$. Докажите, что $KO = OM$.

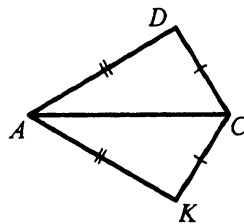


Рис. 38

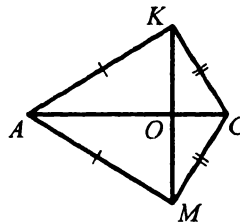


Рис. 39

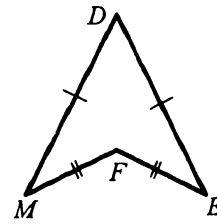


Рис. 40

112. На рисунке 40 $DM = DE$, $FM = FE$. Докажите, что луч DF — биссектриса угла MDE .

113. На медиане EK треугольника DEF отметили точку P . Известно, что точка P равноудалена от точек D и F . Докажите, что треугольник DEF — равнобедренный.
114. Точки M и N лежат в одной полуплоскости относительно прямой m . На прямой m отметили такие точки E и K , что $ME = NK$ и $MK = NE$. Докажите, что $\angle MEN = \angle MKN$.
115. Докажите равенство равнобедренных треугольников по боковой стороне и медиане, проведенной к ней.

Метод доказательства от противного

116. Докажите от противного, что из двух смежных углов хотя бы один не больше, чем 90° .
117. Докажите от противного, что если биссектрисы углов AOB и COD не лежат на одной прямой, то эти углы не являются вертикальными.

Параллельные прямые

118. Проведите прямую k и отметьте точку B , не принадлежащую ей. Проведите через точку B прямую, параллельную прямой k .
119. На рисунке 41 изображены две пересекающиеся прямые k и p и точка O , не принадлежащая ни одной из них. Проведите через точку O прямые, параллельные прямым k и p .
120. Начертите остроугольный треугольник и через каждую его вершину проведите прямую, параллельную противоположной стороне.
121. Прямая b параллельна стороне KP треугольника LKP . Может ли прямая b быть параллельной сторонам LK и LP ? Ответ обоснуйте.
122. Докажите от противного, что если прямые a и b пересекаются и прямая a параллельна прямой m , то прямые b и m пересекаются.

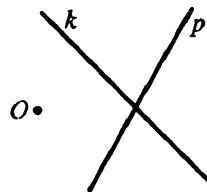


Рис. 41

Признаки параллельности двух прямых

123. На рисунке 42 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
124. Параллельны ли прямые a и b на рисунке 43?

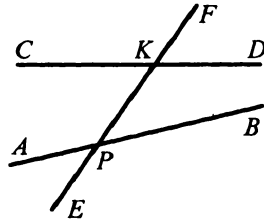


Рис. 42

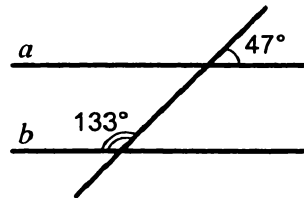


Рис. 43

125. На рисунке 44 $\angle CAK = \angle KAB$, $\angle ABK = \angle KBD$. Известно, что $\angle KAB + \angle ABK = 90^\circ$. Докажите, что $AC \parallel BD$.

126. На рисунке 45 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

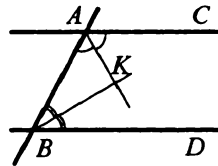


Рис. 44

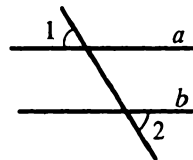


Рис. 45

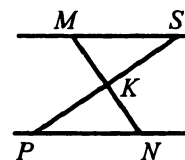


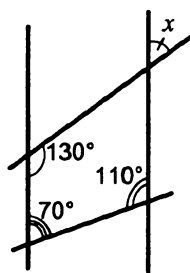
Рис. 46

127. На рисунке 46 точка K — середина отрезков MN и SP . Докажите, что прямые MS и PN параллельны.

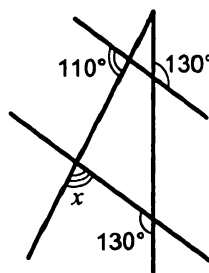
Свойства параллельных прямых

128. Через вершину A треугольника ABC проведена прямая, параллельная стороне BC . Найдите угол ABC , если $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC = 36^\circ$.

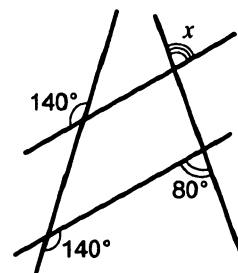
129. На рисунке 47 найдите градусную меру угла x .



а)



б)



в)

Рис. 47

130. На рисунке 48 $AC \parallel DB$ и $CO = OD$. Докажите, что $\triangle AOC = \triangle BOD$.

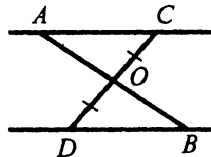


Рис. 48

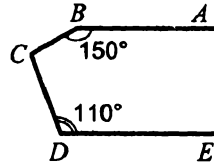


Рис. 49

131. На рисунке 49 $AB \parallel DE$. Найдите градусную меру угла BCD , если $\angle ABC = 150^\circ$, $\angle CDE = 110^\circ$.

Сумма углов треугольника

132. Существует ли треугольник с углами 40° , 80° и 50° ?
133. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны: 1) 53° и 62° ; 2) 32° и 141° ; 23) 4° и 1° .
134. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 48° . Найдите углы при основании.
135. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 72° . Найдите угол при вершине.
136. Найдите неизвестные углы треугольника ABC (рис. 50).

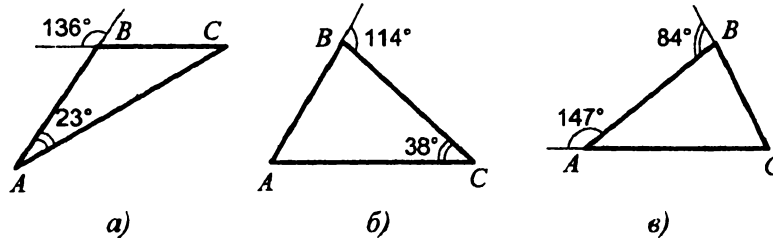


Рис. 50

137. Найдите неизвестные углы треугольника ABC (рис. 51).

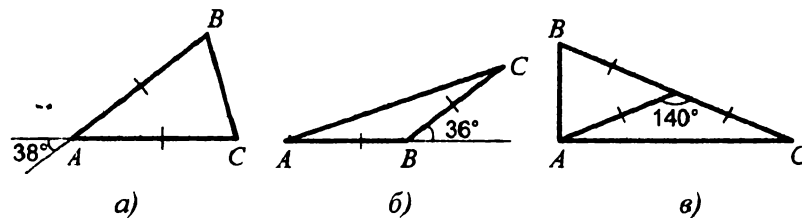


Рис. 51

138. Найдите углы треугольника DEF , если $\angle D + \angle E = 70^\circ$, $\angle E + \angle F = 150^\circ$.
139. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине.
140. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине в 3 раза больше угла при основании.
141. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как 3 : 4 : 5.
142. Один из углов треугольника на 40° меньше второго и на 10° больше третьего. Найдите углы треугольника.
143. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 40° . Найдите меньший угол, который биссектриса угла при основании образует с противоположной боковой стороной.
144. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис углов при основании равнобедренного треугольника, равен 124° . Найдите углы треугольника.
145. В треугольнике MPF $\angle M = 80^\circ$, $\angle P = 40^\circ$. Биссектриса угла M пересекает сторону FP в точке K . Найдите угол FKM .
146. В треугольнике DEF $\angle D = 50^\circ$, O — точка пересечения биссектрис углов E и F . Найдите угол EOF .
147. Высоты остроугольного треугольника NPT , проведенные из вершин N и P , пересекаются в точке K , $\angle T = 56^\circ$. Найдите угол NKP .
148. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B = 48^\circ$, отрезки AT и AM — высота и биссектриса треугольника соответственно. Найдите угол TAM .
149. Один из углов треугольника равен 100° . Высота и биссектриса, проведенные из вершины этого угла, образуют угол 20° . Найдите неизвестные углы треугольника.
150. Биссектриса угла A равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) пересекает сторону BC в точке D . Известно, что $AC = AD = BD$. Найдите углы треугольника ABC .
151. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 24° больше другого. Рассмотрите два случая.
152. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 7 раз больше другого. Рассмотрите два случая.

Внешний угол треугольника

153. Один из внешних углов треугольника равен 137° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них равен: 1) 28° ; 2) 91° ; 3) 117° .
154. Один из внешних углов треугольника равен 148° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если:
- 1) один из них на 36° меньше другого;
 - 2) один из них в 3 раза меньше другого.
155. Один из углов треугольника равен 82° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 80° ; 2) 83° ?
156. В треугольнике MED $\angle M = 34^\circ$, $\angle D = 123^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине треугольника.
157. Один из внешних углов треугольника равен 130° , а один из углов треугольника — 43° . Найдите остальные углы треугольника.
158. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 139° и 87° . Найдите третий внешний угол треугольника.
159. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 76° . Найдите углы треугольника.
160. Сумма углов равнобедренного треугольника и одного из его внешних углов равна 254° . Найдите углы треугольника.
161. Два угла треугольника относятся как $4 : 7$, а внешний угол третьего угла равен 121° . Найдите углы треугольника.
162. Отрезок AE — биссектриса угла A треугольника ABC . Луч AK перпендикулярен AE . Докажите, что луч AK — биссектриса внешнего угла треугольника при вершине A .

Прямоугольный треугольник

163. Найдите второй острый угол прямоугольного треугольника, если первый равен: 1) 3° ; 2) 37° ; 3) 64° ; 4) 86° .
164. Один из острых углов прямоугольного треугольника на 34° меньше другого. Найдите эти углы.
165. Один из острых углов прямоугольного треугольника в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

166. Найдите больший из углов, образованных при пересечении биссектрисы острого угла прямоугольного треугольника и противоположного катета, если второй острый угол треугольника равен 26° .
167. Биссектрисы острого и прямого углов прямоугольного треугольника при пересечении образуют углы, один из которых равен 130° . Найдите острые углы треугольника.
168. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 21° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла.
169. В треугольнике MKT $\angle K = 90^\circ$. Высота KH образует с катетом MK угол, равный 32° . Найдите острые углы треугольника.

170. На рисунке 52 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$, $AC = BD$. Докажите, что $AB = DC$.

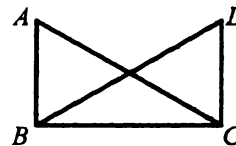


Рис. 52

171. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и биссектрисе, проведенной из вершины прямого угла.

172. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отметили такую точку O , что $\angle OAC = \angle OCA$. Докажите, что точка O равноудалена от точек A , B и C .

Свойства прямоугольного треугольника

173. В прямоугольном треугольнике DEF катет DF равен 14 см, $\angle E = 30^\circ$. Найдите гипотенузу DE .
174. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 38 см, а $\angle B = 60^\circ$. Найдите катет BC .
175. В прямоугольном треугольнике MNK $MN = NK$, а гипотенуза MK равна 18 см. Найдите длину высоты, проведенной к гипотенузе.
176. В прямоугольном треугольнике KPE $\angle P = 90^\circ$, $\angle K = 60^\circ$. На катете PE отметили точку M такую, что $\angle KMP = 60^\circ$. Найдите PM , если $EM = 16$ см.
177. В прямоугольном треугольнике острый угол равен 60° , а биссектриса этого угла — 8 см. Найдите длину катета, лежащего против этого угла.

Окружность. Некоторые свойства окружности

178. Вычислите диаметр окружности, если ее радиус равен:
1) 3 см; 2) 5,6 см; 3) m см.
179. Вычислите радиус окружности, если ее диаметр равен:
1) 6 см; 2) 9,6 см; 3) n см.
180. Начертите окружность, радиус которой равен 3 см. Проведите в ней радиус, диаметр и хорду.
181. Внутри окружности взяли произвольную точку, отличную от центра. Сколько диаметров и сколько хорд можно через нее провести?
182. Какую линию образуют середины всех радиусов данной окружности? Ответ обоснуйте.
183. В окружности проведены диаметры KP и MN (рис. 53). Докажите, что $MK = PN$.
184. На рисунке 54 радиус OF проходит через середину хорды DE . Докажите, что $OF \perp DE$.

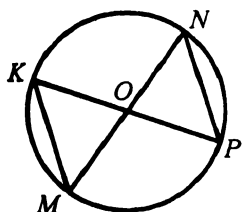


Рис. 53

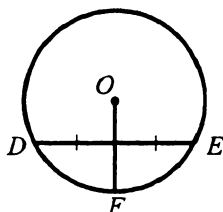


Рис. 54

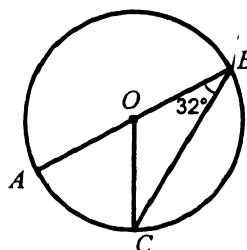


Рис. 55

185. На рисунке 55 $\angle ABC = 32^\circ$, точка O — центр окружности. Найдите угол AOC .

186. Докажите, что если хорды равноудалены от центра окружности, то они равны.

187. На рисунке 56 хорда DC пересекает диаметр AB в точке K , $\angle DKA = 60^\circ$, $KE = 4$ см, $FK = 6$ см. Найдите длину хорды DC .

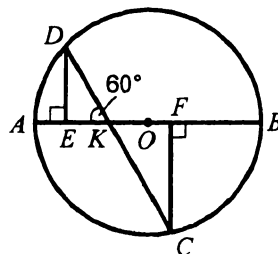


Рис. 56

188. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках C и D , каждая из окружностей проходит через центр другой. Докажите, что $\angle CO_1D = 120^\circ$, $\angle O_1DO_2 = 60^\circ$.

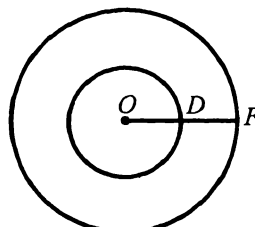


Рис. 57

189. Две окружности имеют общий центр O (рис. 57). Сумма их радиусов равна 12 см, $DF = 6$ см. Определите радиусы окружностей.

Касательная к окружности

190. Прямая касается окружности с центром O в точке A . На касательной по разные стороны от точки A отметили точки B и C такие, что $OB = OC$. Докажите, что $BA = AC$.
191. Из точки A , лежащей вне окружности с центром O , проведены к ней касательные AB и AC (B и C — точки касания). Докажите, что AO — биссектриса угла BAC .
192. Прямая a касается окружности в точке B (рис. 58). Найдите угол AOB , где точка O — центр окружности, если $\angle ABC = 63^\circ$.

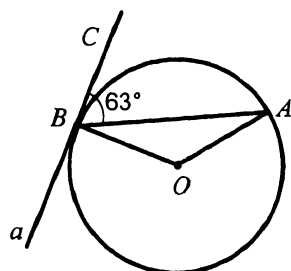


Рис. 58

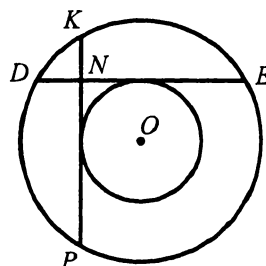


Рис. 59

193. Два окружности имеют общий центр (рис. 59). К меньшей из них провели две взаимно перпендикулярные касательные DE и KP , пересекающиеся в точке N . Найдите отрезок NE , если $ND = 3$ см, а меньший из радиусов данных окружностей равен 4 см.

194. К окружности провели касательные AB и AC (рис.60). Касательная к окружности в точке E пересекает прямые AB и AC в точках D и F соответственно. Найдите отрезок AB , если периметр треугольника ADF равен 16 см.

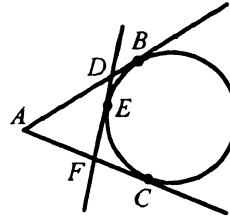


Рис. 60

Описанная и вписанная окружности треугольника

195. В треугольнике центр описанной окружности лежит на высоте. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
196. В треугольнике центр вписанной окружности лежит на высоте. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
197. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся его сторон в точках M , K и P (рис.61). Найдите сумму длин отрезков AM , BK и CP , если периметр треугольника ABC равен 16 см.

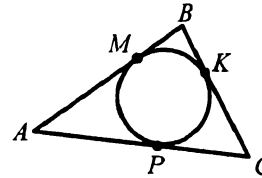


Рис. 61

Взаимное расположение двух окружностей

198. Две окружности с центрами O_1 и O_2 имеют внутреннее касание в точке C (рис.62). Докажите, что точка C лежит на прямой O_1O_2 .
199. Радиусы двух окружностей равны 7 см и 11 см. Найдите расстояние между их центрами, если окружности имеют: 1) внутреннее касание; 2) внешнее касание.
200. Две окружности имеют внешнее касание. Расстояние между их центрами равно 22 см. Найдите радиусы окружностей, если они относятся как 4 : 7.
201. Расстояние между центрами двух окружностей равно 9 см. Определите, пересекаются ли эти окружности, если их радиусы равны:
- 1) 6 см и 4 см;
 - 2) 4,5 см и 4,5 см;
 - 3) 2 см и 6 см.

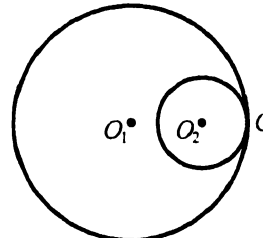


Рис. 62

202. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют треугольник со сторонами 9 см, 10 см и 11 см. Определите радиусы окружностей.

Задачи на построение

203. Даны прямая a и точка B , не принадлежащая ей. Найдите на прямой a точку, находящуюся на расстоянии 2 см от точки B . Сколько таких точек может быть?
204. Постройте треугольник DEF , если $DE = 5$ см, $EF = 7$ см, $DF = 9$ см.
205. Начертите в тетради разносторонний тупоугольный треугольник. Постройте треугольник, равный данному.
206. Постройте треугольник DEK , если $DE = 4$ см, $DK = 5$ см, $\angle D = 100^\circ$.
207. Постройте треугольник FTM , если $FT = 2$ см, $\angle F = 80^\circ$, $\angle T = 20^\circ$.
208. Постройте равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна 3 см, а угол при вершине — 40° .
209. Постройте треугольник DBE , если $DE = 2,5$ см, $\angle D = 70^\circ$, $\angle B = 10^\circ$.
210. Постройте равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна 3,5 см, а угол при основании — 70° .
211. Начертите в тетради произвольный треугольник и постройте его биссектрисы.
212. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и медиане, проведенной к ней.
213. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему углу.
214. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по его высоте, проведенной к гипотенузе.
215. Отметьте в тетради по клеточкам точки D , E и F (рис. 63) и проведите через эти точки окружность.

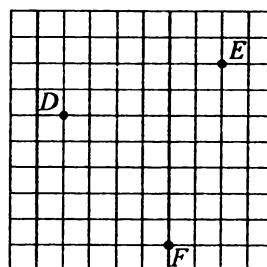


Рис. 63

216. Даны прямая k и точка M , не принадлежащая ей. Проведите через точку M прямую n , параллельную k .
217. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от концов данного отрезка.
218. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла ABC .
219. Постройте геометрическое место точек — середин параллельных хорд данной окружности.
220. Начертите угол AOB . Найдите точку, находящуюся на расстоянии 5 см от точки O и равноудаленную от сторон угла.
221. Через две точки проведите окружность, центр которой принадлежит данной окружности. Когда задача имеет единственное решение? два решения? не имеет решений?
222. Постройте окружность, проходящую через вершину угла и точку на его стороне, так, чтобы центр окружности находился на другой стороне угла.
223. Постройте окружность данного радиуса, касающуюся двух данных окружностей.
224. Две окружности имеют внутреннее касание. Постройте их общую касательную.
225. Постройте касательную к окружности, которая перпендикулярна данной прямой.
226. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине и высоте, проведенной к боковой стороне.
227. Постройте треугольник ABC по углу A и высотам, проведенным к сторонам AB и AC .
228. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катета и гипотенузы и углу, противоположному другому катету.
229. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и разности катетов.
230. Постройте треугольник ABC по стороне BC , углу B и разности сторон AB и AC .

Вариант 2

Простейшие геометрические фигуры и их свойства

1. Проведите прямую a и отметьте на ней точку B . Отметьте точку C , не принадлежащую прямой a , и проведите прямую BC . Могут ли прямые a и BC иметь еще одну общую точку? Ответ обоснуйте.
2. Отметьте в тетради четыре точки A, B, C и D (рис. 64). Через каждые две точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
3. Отметьте в тетради точки M, E и F так, чтобы через них можно было провести прямую. Запишите все возможные названия этой прямой.
4. Пользуясь рисунком 65:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые AB и b ;
 - 2) запишите все точки, принадлежащие прямой b ; прямой AB ;
 - 3) запишите точки, не принадлежащие ни прямой AB , ни прямой b .

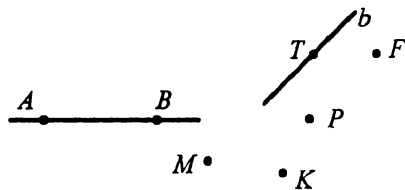
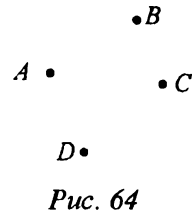
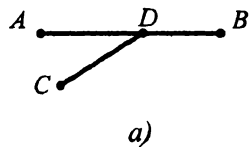


Рис. 65

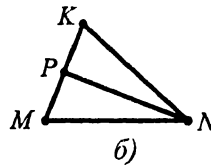


Рис. 66

5. Какие из точек, отмеченных на рисунке 66, лежат между двумя другими? Для каждого случая запишите соответствующее равенство, которое следует из основного свойства измерения отрезков.
6. Назовите все отрезки, изображенные на рисунке 67.



а)



б)

Рис. 67

7. Точка C лежит между точками A и B . Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если:
- 1) $AC = 12,6$ см, $CB = 14,4$ см;
 - 2) $AB = 2$ м, $AC = \frac{3}{4}$ м.
8. Может ли точка E лежать между точками D и F , если $DE = 6,4$ см, $EF = 3,9$ см, $DF = 9,3$ см? Ответ обоснуйте.
9. Точка C принадлежит отрезку AB , длина которого равна 8 см. Определите длины отрезков AC и BC , если:
- 1) длина отрезка AC на 0,4 см больше длины отрезка BC ;
 - 2) длина отрезка AC в 4 раза меньше длины отрезка BC ;
 - 3) разность длин отрезков AC и BC равна 0,9 см;
 - 4) $AC : BC = 7 : 1$.
10. На прямой последовательно отмечены точки K, L, M и N , $KM = 9$ см, $LN = 8$ см, $KN = 12$ см. Найдите LM .
11. На прямой последовательно отмечены точки A, B, C, D и E так, что $AB = BC = CD = DE = 3$ см. Какие еще равные отрезки определяются этими точками? Запишите эти отрезки и найдите их длины.
12. Точка C лежит между точками A и B , точки D и E — середины отрезков AC и CB соответственно. Найдите длину отрезка DE , если $AB = 8,4$ см.
13. Отрезок длиной 8 см состоит из четырех неравных частей. Расстояние между серединами крайних частей равно 5 см. Найдите расстояние между серединами средних частей.
14. Точки K, P и T лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками P и T , если $KP = 4,9$ см, $KT = 5,4$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Отрезки AB и CD равны (рис. 68). Докажите, что $AC = BD$.
16. Длина отрезка AB равна 8,2 см. Отметьте на прямой AB такую точку C , что $AC - BC = 2$ см. Сколько решений имеет задача?



Рис. 68

17. Точки A , B , C и D лежат на одной прямой, точка C лежит между точками A и B . Найдите длину отрезка CD , если $AB = 10$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см. Рассмотрите все возможные случаи.
18. Длина отрезка AB равна 8 см. Найдите на прямой AB все точки, для которых сумма расстояний до концов отрезка AB равна: 1) 10 см; 2) 8 см; 3) 7 см.
19. Пересекаются ли изображенные на рисунке 69:
 - 1) прямая MN и отрезок QR ;
 - 2) луч OT и отрезок QR ;
 - 3) луч OT и прямая MN ?

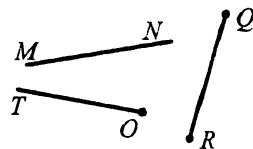


Рис. 69

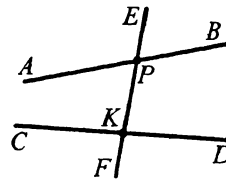


Рис. 70

20. На рисунке 70 прямые AB и CD пересекаются с прямой EF в точках P и K соответственно.
 - 1) Запишите все образовавшиеся лучи с началом в точке P .
 - 2) Запишите пары дополнительных лучей, начало которых — точка K .
21. Сколько различных лучей определяются тремя точками A , B и C , не принадлежащими одной прямой?
22. Отметьте точки A , B , C и D так, чтобы прямые AB и CD пересекались, а лучи AB и CD не пересекались.
23. Проведите прямую DE и отметьте на ней точки M и T . Запишите все лучи, имеющие начало в точках M и T . Назовите пары дополнительных лучей.
24. Из приведенных обозначений выпишите все возможные названия угла с вершиной M (рис. 71): AOM ; AMO ; AMB ; OMA ; MOA ; AMK ; OMK ; ABO ; KMB ; OKA .

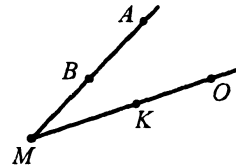


Рис. 71

25. Назовите все углы, изображенные на рисунке 72.

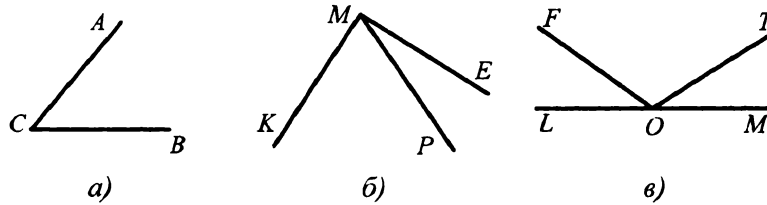


Рис. 72

26. Начертите угол ABC и проведите два луча BD и BE между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
27. Пользуясь транспортиром, найдите градусную меру углов, изображенных на рисунке 73. Определите вид каждого угла.

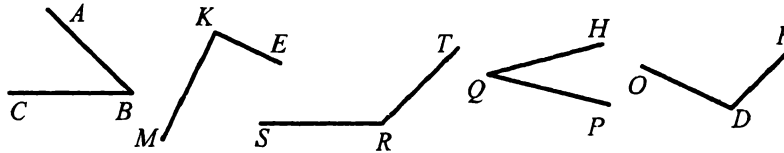


Рис. 73

28. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 54° ; 2) 90° ; 3) 147° ; 4) 88° . Определите вид каждого угла.
29. Постройте острый угол DEF . Пользуясь транспортиром, разделите его на две равные части.
30. Луч OB проходит между сторонами угла AOC . Найдите градусную меру угла AOC , если $\angle AOB = 48^\circ$, $\angle BOC = 34^\circ$.
31. Проходит ли луч BM между сторонами угла ABC , если $\angle ABC = 43^\circ$, $\angle ABM = 49^\circ$? Ответ обоснуйте.
32. Луч DF проходит между сторонами угла EDK . Найдите угол FDK , если $\angle EDK = 38^\circ$, $\angle EDF = 29^\circ$.
33. Лучи OD и OE проходят между сторонами угла AOB . $\angle AOB = 87^\circ$, $\angle AOD = 34^\circ$, $\angle BOE = 72^\circ$. Найдите угол DOE .
34. Луч BD проходит между сторонами угла ABC , равного 74° . Найдите углы ABD и DBC , если угол DBC больше угла ABD на 28° .
35. Угол ABD равен 115° . Луч BC проходит между его сторонами. Найдите углы CBD и ABC , если угол CBD больше угла ABC в 4 раза.

36. На рисунке 74 $\angle ABD = 85^\circ$, $\angle CBE = 45^\circ$, $\angle CBD = 40^\circ$.
Найдите угол ABE .

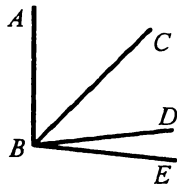


Рис. 74

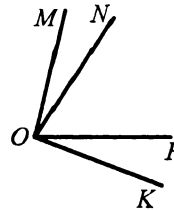


Рис. 75

37. На рисунке 75 $\angle MOK = 110^\circ$, $\angle MOP = 78^\circ$, $\angle NOP = 62^\circ$.
Найдите угол NOK .
38. Прямой угол разделили на два угла, один из которых на 12° больше второго. Найдите образовавшиеся углы.
39. Развернутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 2 : 3 : 4. Найдите величины этих углов.
40. Луч OC проходит между сторонами угла AOE . Луч OB — биссектриса угла AOC , луч OD — биссектриса угла COE . Найдите угол BOD , если $\angle AOE = 144^\circ$.
41. Углы BAC и DAE равны (рис. 76). Докажите, что углы BAD и CAE также равны.

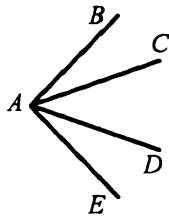


Рис. 76

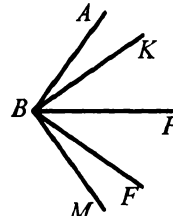


Рис. 77

42. На рисунке 77 $\angle ABK = \angle FBM$. Луч BP делит пополам угол KBF . Докажите, что BP делит пополам угол ABM .
43. Угол между биссектрисой угла и продолжением одной из его сторон равен 138° . Найдите данный угол.
44. Какой угол образует биссектриса угла, равного 48° , с продолжением одной из его сторон?

Смежные и вертикальные углы

45. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 48° и 132° ; 2) 83° и 87° ; 3) 63° и 127° ? Ответ обоснуйте.

46. Найдите угол, смежный с углом:
1) 17° ; 2) 69° ; 3) 90° ; 4) 98° ; 5) 143° .

47. Может ли пара смежных углов состоять из двух острых углов? Ответ обоснуйте.

48. Являются ли смежными углы AOD и COA (рис. 78)? Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке.

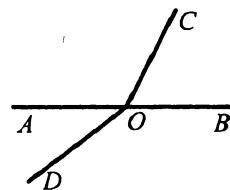


Рис. 78

49. Угол ABC больше угла MKP . Какому из углов соответствует больший смежный угол? Ответ обоснуйте.

50. Найдите смежные углы, если один из них на 42° меньше другого.

51. Один из смежных углов в 4 раза больше другого. Найдите эти углы.

52. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 4 : 5.

53. Два угла относятся как 1 : 2, а смежные с ними — как 7 : 5. Найдите данные углы.

54. На рисунке 79 угол MEK равен 132° . Найдите углы MEF , FEP , PEK .

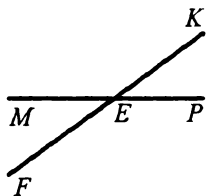


Рис. 79

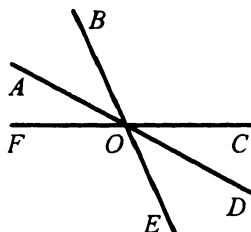


Рис. 80

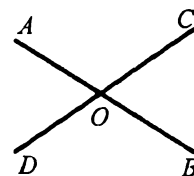


Рис. 81

55. Верно ли утверждение, что для каждого угла можно построить: 1) два вертикальных угла; 2) два смежных угла?

56. На рисунке 80 $\angle AOB = 56^\circ$, $\angle COD = 25^\circ$. Найдите угол FOE .

57. На рисунке 81 $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210^\circ$. Найдите углы AOD и DOB .

58. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 48° больше другого. Найдите эти углы.

59. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 5 раз больше другого. Найдите эти углы.
60. Найдите величину каждого из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если:
- 1) все углы равны между собой;
 - 2) сумма двух из них равна 84° ;
 - 3) разность двух из них равна 46° ;
 - 4) сумма трех из них равна 228° .
61. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен сумме двух смежных с ним. Найдите эти углы.
62. Три прямые пересекаются в одной точке (рис.82). Найдите сумму углов 1 и 2, если $\angle 3 = 31^\circ$.

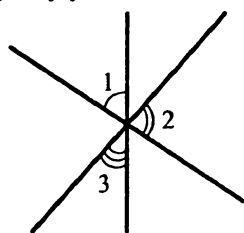


Рис. 82

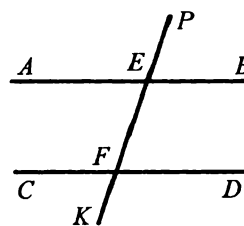


Рис. 83

63. На рисунке 83 $\angle AEP = \angle CFE$. Докажите, что $\angle BEF = \angle CFE$.
64. На рисунке 83 $\angle PFD = \angle AEF$. Докажите, что $\angle CFE + \angle AEF = 180^\circ$.
65. Прямые AB , CD и EF пересекаются в точке O (рис.84), причем луч OE — биссектриса угла AOD , равного 148° . Найдите угол AOF .
66. Найдите смежные углы ABC и DBC , если биссектриса угла DBC образует с лучом BA угол, который больше угла ABC на 40° .

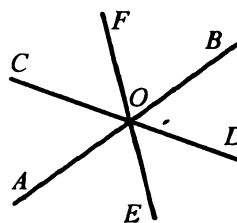


Рис. 84

Перпендикулярные прямые

67. Проведите прямую a и отметьте точку M , не принадлежащую a . С помощью чертежного угольника проведите через точку M прямую, перпендикулярную прямой a .

68. Проведите прямую b и отметьте точку E , принадлежащую ей. Проведите через точку E прямую, перпендикулярную прямой b , пользуясь чертежным угольником.
69. На рисунке 85 $\angle AOD = \angle COF$, $\angle DOC = \angle BOF$. Докажите, что $OC \perp AB$.
70. Углы ABD и CBD прямые. Докажите, что точки A , B и C лежат на одной прямой.
71. Точка C лежит на прямой между точками A и B , точка D — вне этой прямой, причем $\angle ACD = \angle BCD$. Докажите, что $AB \perp CD$.
72. Как, используя шаблон угла в 18° , построить перпендикулярные прямые?

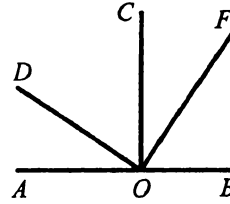


Рис. 85

Равные треугольники. Периметр треугольника

73. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 86, одной из вершин которых является точка A .
74. Треугольники MNP и AKT равны, причем углы M и A , P и T соответственные.
- 1) Найдите сторону AK и угол N , если $\angle K = 60^\circ$, $MN = 32$ см.
- 2) Могут ли все углы треугольника AKT быть равными, если два угла треугольника MNP имеют разные градусные меры?
75. Одна сторона треугольника равна 38 см, вторая сторона на 19 см меньше первой, а третья сторона в 2 раза больше второй. Найдите периметр треугольника.
76. Одна сторона треугольника в 3 раза меньше второй и на 23 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 108 см.

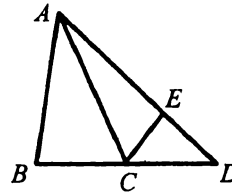


Рис. 86

Первый и второй признаки равенства треугольников

77. Отрезки AB и CD пересекаются в точке K так, что $AK = KB$, $CK = KD$. Докажите равенство треугольников AKC и BKD .

78. Докажите равенство треугольников ABD и CBD (рис.87), если $AD = DC$ и $\angle ADB = \angle CDB$.

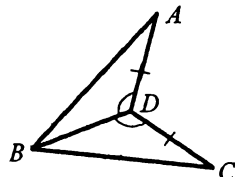


Рис. 87

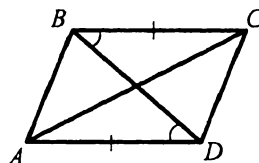


Рис. 88

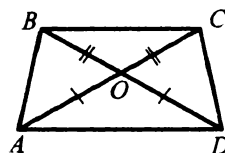


Рис. 89

79. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (рис.88), если $AD = BC$ и $\angle ADB = \angle CBD$.
80. Докажите равенство отрезков AB и CD (рис.89), если $AO = OD$ и $BO = OC$.
81. Отрезки KP и EF пересекаются в точке M так, что $KM = MP$ и $EM = MF$. Найдите KE , если $PF = 12$ см.
82. Точка M — середина стороны BC треугольника ABC . На луче AM от точки M отложен отрезок MK , равный AM . Докажите равенство треугольников ACM и KBM .
83. На сторонах угла BAC отложены равные отрезки AM и AN . На биссектрисе угла A взяли точку D и соединили с точками M и N . Докажите, что $DM = DN$.
84. В треугольнике ABC $AB = BC$. Докажите, что медианы, проведенные к сторонам AB и BC , равны.
85. Отрезки AB и CD пересекаются в точке P . Известно, что $AP = PD$, $\angle CAB = \angle BDC$. Докажите, что треугольники APC и DPB равны.
86. Докажите равенство треугольников ABD и CBD (рис.90), если $\angle ADB = \angle CDB$ и $\angle ABD = \angle CBD$.

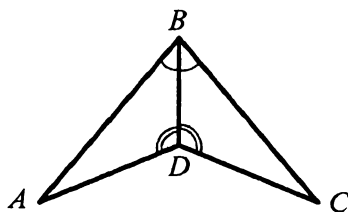


Рис. 90

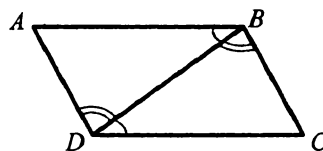


Рис. 91

87. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (рис.91), если $\angle ABD = \angle CDB$ и $\angle ADB = \angle CBD$.

88. Докажите равенство отрезков AD и BF (рис.92), если $AC = BC$, $\angle A = \angle B$.

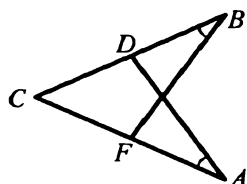


Рис. 92

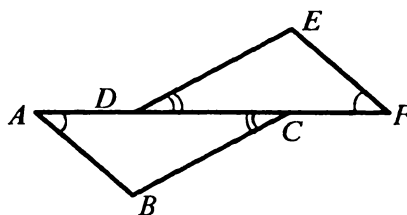


Рис. 93

89. На биссектрисе угла A отметили точку D , а на сторонах этого угла — такие точки B и C , что $\angle BDA = \angle ADC$. Докажите, что $BD = CD$.
90. Биссектриса угла A треугольника ABC перпендикулярна стороне BC . Докажите, что $AB = AC$.
91. На рисунке 93 $AD = CF$, $\angle BAC = \angle DFE$, $\angle ACB = \angle EDF$. Докажите, что $\angle ABC = \angle DEF$.
92. Докажите равенство треугольников по медиане, углам, которые она образует со стороной треугольника, к которой она проведена, и углам, которые она образует со сторонами угла, из вершины которого она проведена.

Равнобедренный треугольник и его свойства

93. Основание равнобедренного треугольника равно 5 см, боковая сторона — 6 см. Найдите периметр треугольника.
94. Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см, боковая сторона — 5 см. Найдите его основание.
95. Периметр равнобедренного треугольника равен 40 см. На его боковой стороне построили равносторонний треугольник, периметр которого равен 45 см. Найдите основание равнобедренного треугольника.
96. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 22 см, а боковая сторона на 2 см больше основания.
97. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 70 см, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.

98. На рисунке 94 $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

99. Отрезок BM является биссектрисой равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$), $\angle CBM = 28^\circ$, $AC = 24$ см. Найдите углы ABC , AMB и отрезок AM .

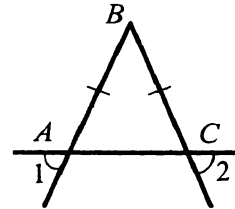


Рис. 94

100. В треугольнике ABC $AB = BC$. Най-

дите длину медианы BD , если периметры треугольников ABD и ABC равны соответственно 40 см и 50 см.

101. В треугольнике ABC $AB = BC = 14$ см. Серединный перпендикуляр стороны AB пересекает сторону AC в точке E (рис.95). Найдите AC , если периметр треугольника BEC равен 40 см.

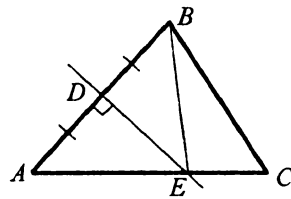


Рис. 95

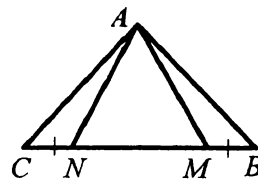


Рис. 96

102. В равнобедренном треугольнике ABC на основании BC отложены равные отрезки BM и NC (рис.96). Докажите, что $AM = AN$.

103. На сторонах равностороннего треугольника ABC отложены равные отрезки AD , CF и BE (рис.97). Докажите, что треугольник EFD — равносторонний.

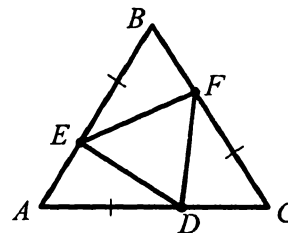


Рис. 97

104. Докажите, что в равнобедренном треугольнике биссектрисы углов при основании равны.

105. Докажите равенство равнобедренных треугольников, если равны их основания и высоты, проведенные к основаниям.

Признаки равнобедренного треугольника

106. На рисунке 98 $\angle KDE = \angle EFP$.
Докажите, что $ED = EF$.

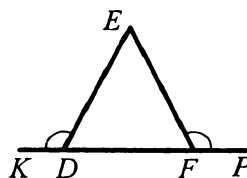


Рис. 98

107. На высоте CH равнобедренного треугольника ABC с основанием AB отметили точку M . Докажите, что треугольник AMB — равнобедренный.

108. На рисунке 99 $BC = CD$, $\angle ACB = \angle ACD$. Докажите, что $\triangle ABD$ — равнобедренный.

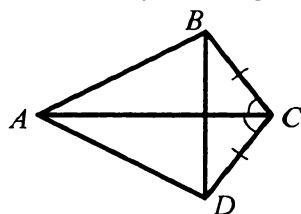


Рис. 99

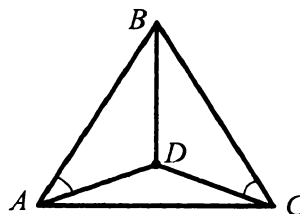


Рис. 100

109. Внутри равностороннего треугольника ABC (рис. 100) отметили такую точку D , что $\angle BAD = \angle BCD$. Докажите, что $\triangle ABD = \triangle CBD$.

Третий признак равенства треугольников

110. На рисунке 101 $AM = MD$ и $AF = FD$. Докажите, что $\triangle AMF = \triangle DMF$.

111. На рисунке 102 $AD = AC$, $BD = BC$. Докажите, что $DO = CO$.

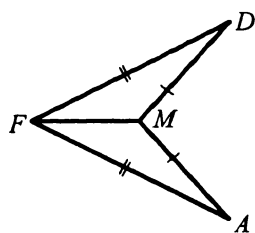


Рис. 101

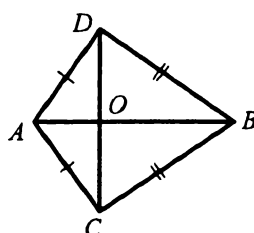


Рис. 102

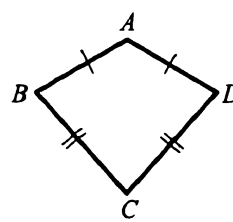


Рис. 103

112. На рисунке 103 $AB = AD$, $CB = CD$. Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

113. Внутри равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) отметили точку M такую, что $AM = MC$. Докажите, что прямая BM перпендикулярна прямой AC .
114. Равные отрезки AD и BC пересекаются в точке O , причем $AC = BD$. Докажите, что $AO = BO$.
115. Докажите равенство треугольников по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.

Метод доказательства от противного

116. Докажите от противного, что из двух смежных углов хотя бы один не меньше, чем 90° .
117. Докажите от противного, что каждый угол имеет только одну биссектрису.

Параллельные прямые

118. Проведите прямую m и отметьте точку A , не принадлежащую ей. Проведите через точку A прямую, параллельную прямой m .

119. На рисунке 104 изображены две пересекающиеся прямые a и b и точка M , не принадлежащая ни одной из них. Проведите через точку M прямые, параллельные прямым a и b .

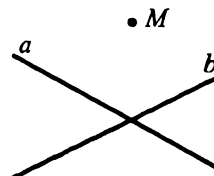


Рис. 104

120. Начертите тупоугольный треугольник и через каждую его вершину проведите прямую, параллельную противоположной стороне.
121. Прямая a параллельна стороне AB треугольника ABC . Может ли прямая a быть параллельной сторонам BC и AC ? Ответ обоснуйте.
122. Докажите от противного, что если прямые m и n параллельны и прямая a пересекает прямую m , то она пересекает и прямую n .

Признаки параллельности двух прямых

123. На рисунке 105 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.

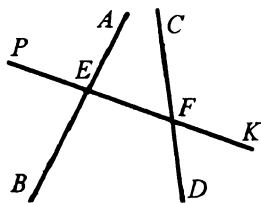


Рис. 105

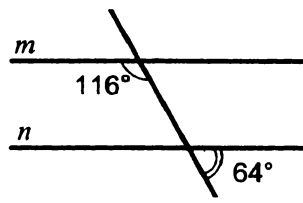


Рис. 106

124. Параллельны ли прямые m и n на рисунке 106?
 125. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O (рис. 107), причем $OA = OB$, $OC = OD$. Докажите, что $AC \parallel BD$.
 126. На рисунке 108 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Докажите, что прямые a и b параллельны.

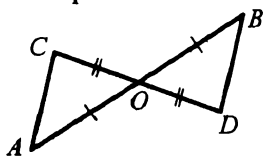


Рис. 107

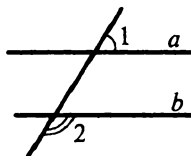


Рис. 108

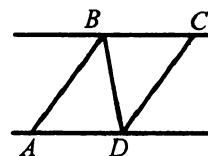
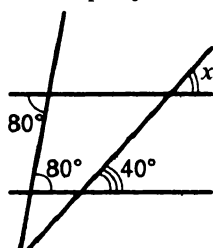


Рис. 109

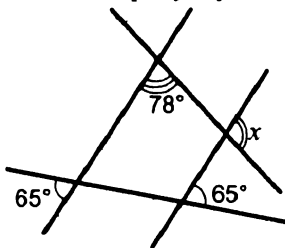
127. На рисунке 109 $AB = CD$ и $BC = AD$. Докажите, что прямые BC и AD параллельны.

Свойства параллельных прямых

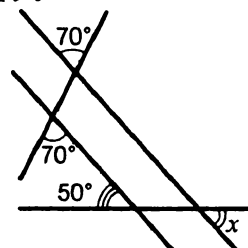
128. Через вершину D треугольника DEF проведена прямая, параллельная стороне EF . Найдите угол EDF , если $\angle E = 100^\circ$, $\angle F = 20^\circ$.
 129. На рисунке 110 найдите градусную меру угла x .



а)



б)



в)

Рис. 110

130. На рисунке 111 $AB = CD$ и $AB \parallel CD$. Докажите, что $\triangle ADB = \triangle CBD$.

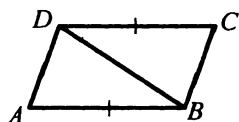


Рис. 111

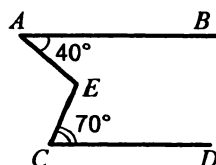
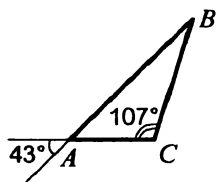


Рис. 112

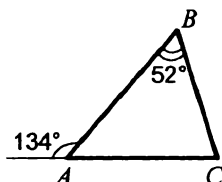
131. На рисунке 112 $AB \parallel CD$. Найдите градусную меру угла AEC , если $\angle BAE = 40^\circ$, $\angle DCE = 70^\circ$.

Сумма углов треугольника

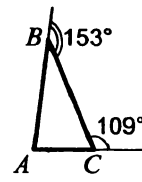
132. Существует ли треугольник с углами 60° , 70° и 80° ?
133. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны: 1) 42° и 54° ; 2) 48° и 126° ; 3) 5° и 3° .
134. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 84° . Найдите углы при основании.
135. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 40° . Найдите угол при вершине.
136. Найдите неизвестные углы треугольника ABC (рис. 113).



а)



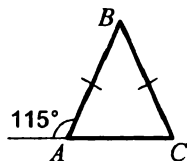
б)



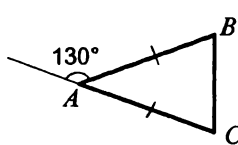
в)

Рис. 113

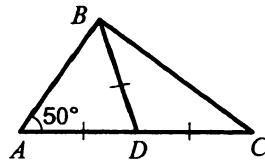
137. Найдите неизвестные углы треугольника ABC (рис. 114).



а)



б)



в)

Рис. 114

138. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 100^\circ$, $\angle B + \angle C = 120^\circ$.

139. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине на 18° больше, чем угол при основании.
140. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании в 2 раза больше угла при вершине.
141. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как 3 : 5 : 7.
142. Один из углов треугольника на 50° больше второго и на 20° меньше третьего. Найдите углы треугольника.
143. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 80° . Найдите угол между основанием и высотой, проведенной к боковой стороне.
144. Один из углов, образовавшихся при пересечении высот равнобедренного треугольника, проведенных к боковым сторонам, равен 132° . Найдите углы треугольника.
145. В треугольнике ABC $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Биссектриса угла C пересекает сторону AB в точке D . Найдите угол CDA .
146. В треугольнике ABC $\angle C = 70^\circ$, D — точка пересечения биссектрис углов A и B . Найдите угол ADB .
147. Высоты треугольника ABC , проведенные из вершин A и C , пересекаются в точке H , $\angle A = 83^\circ$, $\angle C = 65^\circ$. Найдите угол AHC .
148. Отрезки CH и CM — высота и биссектриса треугольника ABC соответственно, $\angle A = 68^\circ$, $\angle B = 26^\circ$. Найдите угол HCM .
149. Биссектриса одного из углов остроугольного треугольника образует с высотой, проведенной из той же вершины, угол, равный 10° , а один из двух других углов треугольника равен 70° . Найдите неизвестные углы треугольника.
150. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 36° . Докажите, что биссектриса угла при основании делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.
151. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них на 18° больше другого. Рассмотрите два случая.
152. Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них в 4 раза больше другого. Рассмотрите два случая.

Внешний угол треугольника

153. Один из внешних углов треугольника равен 146° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них равен: 1) 48° ; 2) 89° ; 3) 123° .
154. Один из внешних углов треугольника равен 126° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если:
- 1) один из них на 22° больше другого;
 - 2) один из них в 2 раза больше другого.
155. Один из углов треугольника равен 74° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 75° ; 2) 70° ?
156. В треугольнике ABC $\angle A = 48^\circ$, $\angle B = 39^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине треугольника.
157. Один из внешних углов треугольника равен 140° , а один из углов треугольника — 38° . Найдите остальные углы треугольника.
158. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 107° и 123° . Найдите третий внешний угол треугольника.
159. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 88° . Найдите углы треугольника.
160. Сумма углов равнобедренного треугольника и одного из его внешних углов равна 236° . Найдите углы треугольника.
161. Два угла треугольника относятся как 3 : 4, а внешний угол третьего угла равен 140° . Найдите углы треугольника.
162. Докажите, что биссектриса угла треугольника и биссектриса внешнего угла, проведенные из одной вершины, перпендикулярны.

Прямоугольный треугольник

163. Найдите второй острый угол прямоугольного треугольника, если первый равен: 1) 2° ; 2) 46° ; 3) 54° ; 4) 89° .
164. Один из острых углов прямоугольного треугольника на 28° больше другого. Найдите эти углы.
165. Один из острых углов прямоугольного треугольника в 2 раза больше другого. Найдите эти углы.

166. Найдите меньший из углов, образованных при пересечении биссектрисы прямого угла треугольника и гипотенузы, если один из острых углов треугольника равен 38° .
167. Биссектрисы острого и прямого углов прямоугольного треугольника при пересечении образуют углы, один из которых равен 100° . Найдите острые углы треугольника.
168. Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника провели биссектрису и высоту, угол между которыми равен 19° . Найдите острые углы треугольника.
169. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$. Высота CD образует с катетом AC угол, равный 43° . Найдите острые углы треугольника.
170. На рисунке 115 $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$, $AB = CD$. Докажите, что $AO = DO$.
171. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и высоте, проведенной из вершины прямого угла.
172. Точка на стороне треугольника равноудалена от его вершин. Докажите, что этот треугольник прямоугольный.

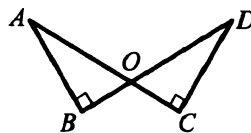


Рис. 115

Свойства прямоугольного треугольника

173. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 16 см, $\angle A = 30^\circ$. Найдите катет BC .
174. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 60^\circ$, катет BC равен 6 см. Найдите гипотенузу AB .
175. В прямоугольном треугольнике ABC $AC = BC$. Найдите длину гипотенузы, если высота, проведенная к ней, равна 18 см.
176. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. На катете AC отметили точку E такую, что $\angle BEC = 60^\circ$. Найдите AC , если $EC = 8$ см.
177. В прямоугольном треугольнике катет длиной 12 см прилегает к углу 30° . Найдите биссектрису второго острого угла треугольника.

Окружность. Некоторые свойства окружности

178. Вычислите диаметр окружности, если ее радиус равен:
1) 2 см; 2) 4,9 см; 3) a см.
179. Вычислите радиус окружности, если ее диаметр равен:
1) 4 см; 2) 7,8 см; 3) b см.
180. Начертите окружность, радиус которой равен 2 см. Проведите в ней радиус, диаметр и хорду.
181. На окружности отметили произвольную точку. Сколько диаметров и сколько хорд можно через нее провести?
182. Все радиусы окружности продлили на одну треть в сторону, противоположную центру. Какую линию образуют их концы? Ответ обоснуйте.
183. В окружности проведены диаметры AB и CD (рис. 116). Докажите, что $AD \parallel BC$.
184. На рисунке 117 радиус OM перпендикулярен хорде AB . Докажите, что $AK = KB$.

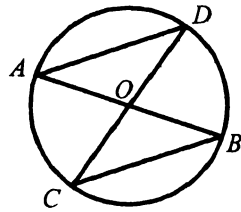


Рис. 116

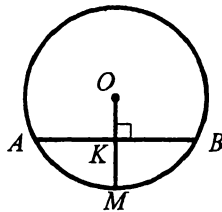


Рис. 117

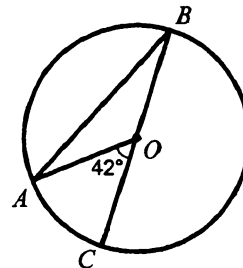


Рис. 118

185. На рисунке 118 $\angle AOC = 42^\circ$, точка O — центр окружности. Найдите угол ABC .
186. Докажите, что равные хорды окружности равноудалены от ее центра.
187. Хорда окружности MK пересекает ее диаметр AB в точке F (рис. 119), $\angle MFA = 30^\circ$, $MF = 14$ см, $FK = 8$ см. Найдите длины отрезков MP и KT .

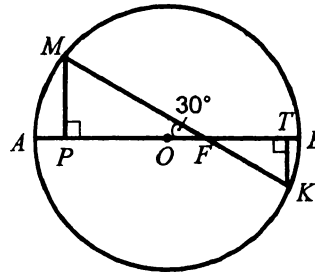


Рис. 119

188. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Докажите, что $AB \perp O_1O_2$.

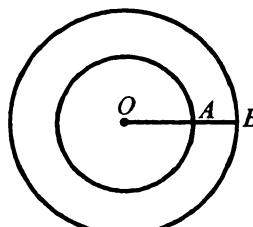


Рис. 120

189. Две окружности имеют общий центр O (рис. 120). Их радиусы относятся как $9 : 5$, а $AB = 8$ см. Определите радиусы окружностей.

Касательная к окружности

190. Прямая касается окружности с центром O в точке B . На касательной по разные стороны от точки B отложены равные отрезки BA и BC . Докажите, что $OA = OB$.
191. Из точки M , лежащей вне окружности, проведены к ней касательные MA и MB , где A и B — точки касания. Докажите, что $MA = MB$.
192. Прямая l касается окружности в точке A (рис. 121). Найдите угол BAC , если $\angle AOB = 108^\circ$, где точка O — центр окружности.

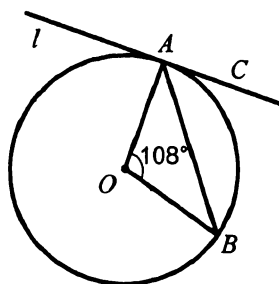


Рис. 121

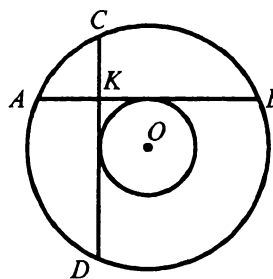


Рис. 122

193. В окружности провели две перпендикулярные равные хорды AB и CD . Пересекаясь, они делятся на отрезки длиной 7 см и 9 см. Найдите радиус окружности, касающейся обеих этих хорд и имеющей с данной окружностью общий центр O (рис. 122).

194. К окружности провели касательные AE и AF (рис.123). Касательная к окружности в точке D пересекает прямые AE и AF в точках B и C соответственно. Найдите периметр треугольника ABC , если $AE = 5$ см.

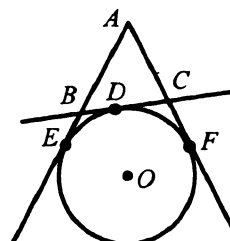


Рис. 123

Описанная и вписанная окружности треугольника

195. В треугольнике центр описанной окружности лежит на медиане. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
196. В треугольнике центр вписанной окружности лежит на медиане. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
197. В треугольнике AKD вписана окружность, касающаяся его сторон в точках C , E и F (рис.124). Найдите периметр треугольника, если $AC + KE + DF = 14$ см.

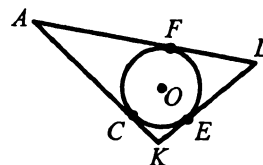


Рис. 124

Взаимное расположение двух окружностей

198. Две окружности с центрами O_1 и O_2 имеют внешнее касание в точке A (рис.125). Докажите, что точка A лежит на прямой O_1O_2 .

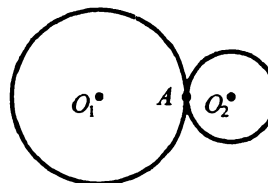


Рис. 125

199. Радиусы двух окружностей равны 6 см и 9 см. Найдите расстояние между их центрами, если окружности имеют: 1) внутреннее касание; 2) внешнее касание.
200. Две окружности имеют внутреннее касание. Расстояние между их центрами равно 16 см. Найдите радиусы окружностей, если они относятся как 3 : 5.
201. Расстояние между центрами двух окружностей равно 7 см. Определите, пересекаются ли эти окружности, если их радиусы равны:

- 1) 4 см и 5 см; 2) 3 см и 2 см; 3) 3,5 см и 3,5 см.

202. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют треугольник со сторонами 7 см, 8 см и 9 см. Определите радиусы окружностей.

Задачи на построение

203. Даны прямая l и точка M , не принадлежащая ей. Найдите на прямой l точку, находящуюся на расстоянии 3 см от точки M . Сколько таких точек может быть?
204. Постройте треугольник ABC , если $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см.
205. Начертите в тетради разносторонний остроугольный треугольник. Постройте треугольник, равный данному.
206. Постройте треугольник ABC , если $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $\angle B = 50^\circ$.
207. Постройте треугольник ABC , если $AB = 3$ см, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$.
208. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 4 см, а угол при основании — 50° .
209. Постройте треугольник ABC , если $AB = 3,5$ см, $\angle A = 50^\circ$, $\angle C = 110^\circ$.
210. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 2,5 см, а угол при вершине — 70° .
211. Начертите в тетради произвольный треугольник и постройте его медианы.
212. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.
213. Постройте прямоугольный треугольник по двум катетам.
214. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по его гипотенузе.
215. Отметьте в тетради по клеточкам точки A , B и C (рис.126) и проведите через эти точки окружность.

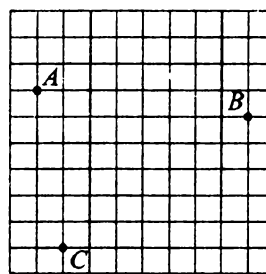


Рис. 126

216. Даны прямая k и точка E , не принадлежащая ей. Постройте прямую, проходящую через точку E и образующую с прямой k заданный угол β .
217. Постройте геометрическое место точек, находящихся на данном расстоянии от данной точки K .
218. Постройте геометрическое место точек, находящихся на данном расстоянии от данной прямой.
219. Постройте геометрическое место точек — середин хорд заданной длины данной окружности.
220. Даны прямая a и точка A , принадлежащая ей. Найдите точку, удаленную от точки A на 4 см и от прямой a на 3 см. Сколько решений имеет задача?
221. На данной прямой найдите центр окружности, проходящей через две данные точки. Когда задача не имеет решений?
222. На стороне OA угла AOB отметили точку M . Найдите точку, находящуюся на данном расстоянии от точки M и от стороны OB угла.
223. Постройте окружность данного радиуса, которая касается данной прямой и данной окружности.
224. Постройте касательную к окружности, которая проходит через точку, принадлежащую окружности.
225. Постройте касательную к окружности, параллельную данной прямой.
226. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведенной к боковой стороне.
227. Постройте треугольник ABC по углу A и высотам, проведенным к сторонам CB и AC .
228. Постройте прямоугольный треугольник по катету и сумме другого катета и гипотенузы.
229. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу, противоположному меньшему из них.
230. Постройте треугольник ABC по стороне BC , углу B и сумме сторон AB и AC .

Вариант 3

Простейшие геометрические фигуры и их свойства

1. Начертите прямую c и отметьте на ней точку A . Отметьте точку K , не принадлежащую прямой c , и проведите прямую AK . Могут ли прямые c и AK иметь еще одну общую точку? Ответ обоснуйте.
2. Отметьте в тетради четыре точки Q, L, T и F (рис. 127). Через каждые две точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
3. Отметьте в тетради точки A, B и C так, чтобы через них можно было провести прямую. Запишите все возможные названия этой прямой.
4. Пользуясь рисунком 128:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые QR и n ;
 - 2) запишите все точки, принадлежащие прямой n ; прямой QR ;
 - 3) запишите точки, не принадлежащие ни прямой n , ни прямой QR .

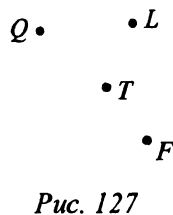


Рис. 127

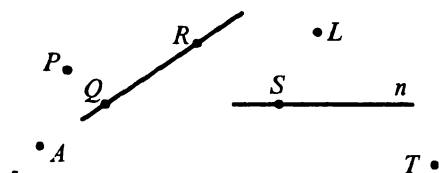


Рис. 128

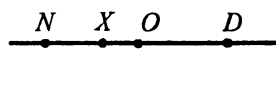
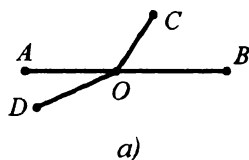
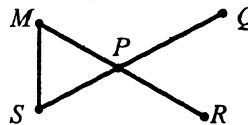


Рис. 129

5. Какие из точек, отмеченных на рисунке 129, лежат между двумя другими? Для каждого случая запишите соответствующее равенство, которое следует из основного свойства измерения отрезков.
6. Назовите все отрезки, изображенные на рисунке 130.



а)



б)

Рис. 130

7. Точка T лежит между точками Q и E . Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если:
 - 1) $QT = 4,8$ см, $QE = 8,3$ см;
 - 2) $QE = 5$ м, $TE = \frac{7}{15}$ м.
8. Может ли точка A лежать между точками D и C , если $AD = 8,6$ см, $DC = 12,3$ см, $AC = 3,7$ см? Ответ обоснуйте.
9. Точка P принадлежит отрезку SM , длина которого равна 10 см. Определите длины отрезков SP и PM , если:
 - 1) длина отрезка SP на 1,2 см меньше длины отрезка PM ;
 - 2) длина отрезка PM в 4 раза больше длины отрезка SP ;
 - 3) разность длин отрезков SP и PM равна 2,2 см;
 - 4) $SP : PM = 2 : 3$.
10. На прямой последовательно отмечены точки S, P, R и T , $PT = 6$ см, $SR = 12$ см, $PR = 2$ см. Найдите ST .
11. На прямой последовательно отмечены точки D, E, F, G и H так, что $DE = EF = FG = GH = 6$ см. Какие еще равные отрезки определяются этими точками? Запишите эти отрезки и найдите их длины.
12. Точка S лежит между точками R и T , точки Q и M — середины отрезков SR и ST соответственно. Найдите длину отрезка RT , если $QM = 5,9$ дм.
13. Отрезок длиной 16 см состоит из четырех неравных частей. Расстояние между серединами средних частей равно 4 см. Найдите расстояние между серединами крайних частей.
14. Точки O, K и M лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками O и M , если $OK = 8,2$ см, $KM = 7,3$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Отрезки AE и DF равны, точка E — середина отрезка AK (рис. 131). Докажите, что $DE = FK$.



Рис. 131
16. Длина отрезка EF равна 6,8 см. Отметьте на прямой EF такую точку O , что $EO - FO = 4$ см. Сколько решений имеет задача?

17. Точки V, L, K и M лежат на одной прямой, точка K лежит между точками L и M . Найдите длину отрезка KV , если $VM = 17$ см, $LM = 11$ см, $KL = 6$ см. Рассмотрите все возможные случаи.
18. Длина отрезка DK равна 10 см. Найдите на прямой DK все точки, для которых сумма расстояний до концов отрезка DK равна: 1) 8 см; 2) 12 см; 3) 10 см.

19. Пересекаются ли изображенные на рисунке 132:

- 1) прямая MN и отрезок DS ;
- 2) луч OA и отрезок DS ;
- 3) прямая MN и луч OA ?

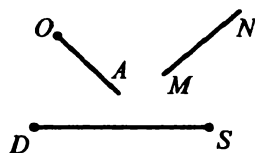


Рис. 132

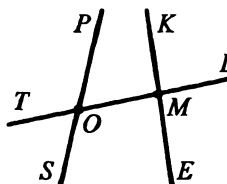


Рис. 133

20. На рисунке 133 прямые SP и KE пересекаются с прямой TL в точках O и M соответственно.
- 1) Запишите все образовавшиеся лучи с началом в точке M .
 - 2) Запишите пары дополнительных лучей, начало которых — точка O .
21. Сколько различных лучей определяются тремя точками D, E и F , не принадлежащими одной прямой?
22. Отметьте точки S, P, M и V так, чтобы прямые SM и PV пересекались, а лучи SM и PV не пересекались.
23. Проведите прямую LM и отметьте на ней точки K и D . Запишите все лучи, имеющие начало в точках K и D . Назовите пары дополнительных лучей.
24. Из приведенных обозначений выпишите все возможные названия угла с вершиной O (рис. 134): KOF ; ODP ; FOD ; DOP ; ODF ; OPK ; POD ; PDO ; PKD ; POK .

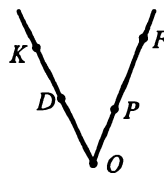


Рис. 134

25. Назовите все углы, изображенные на рисунке 135.

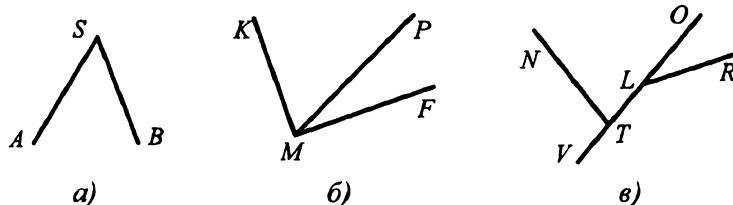


Рис. 135

26. Начертите угол ASB и проведите два луча SK и SP между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.

27. Пользуясь транспортиром, найдите градусную меру углов, изображенных на рисунке 136. Определите вид каждого угла.

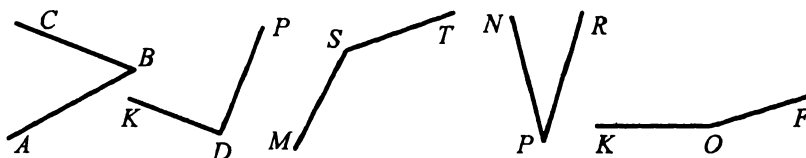


Рис. 136

28. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 68° ; 2) 93° ; 3) 168° ; 4) 90° . Определите вид каждого угла.
29. Постройте острый угол MOD . Пользуясь транспортиром, разделите его на две равные части.
30. Луч FE проходит между сторонами угла DFQ . Найдите градусную меру угла DFQ , если $\angle DFE = 47^\circ$, $\angle EFQ = 19^\circ$.
31. Проходит ли луч SA между сторонами угла DSB , если $\angle DSB = 92^\circ$, $\angle ASB = 93^\circ$? Ответ обоснуйте.
32. Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите угол DOB , если $\angle AOB = 108^\circ$, $\angle AOD = 87^\circ$.
33. Лучи MD и MF проходят между сторонами угла CME . Найдите угол DMF , если $\angle CME = 106^\circ$, $\angle CMD = 57^\circ$, $\angle FME = 34^\circ$.
34. Луч SE проходит между сторонами угла ASB , равного 94° . Найдите углы ESA и ESB , если угол ESA меньше угла ESB на 32° .

35. Угол ABC равен 105° . Луч BD проходит между его сторонами. Найдите углы ABD и CBD , если их градусные меры относятся как $4 : 11$.
36. На рисунке 137 $\angle KAF = 54^\circ$, $\angle PAE = 68^\circ$, $\angle KAE = 94^\circ$. Найдите угол PAF .

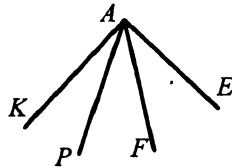


Рис. 137

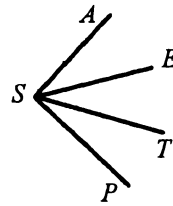


Рис. 138

37. На рисунке 138 $\angle AST = 53^\circ$, $\angle ESP = 48^\circ$, $\angle ASE = 24^\circ$. Найдите угол TSP .
38. Развернутый угол разделили на два угла, разность градусных мер которых равна 28° . Найдите образовавшиеся углы.
39. Прямой угол разделили на 3 угла, один из которых в 2 раза больше второго и в 3 раза меньше третьего. Найдите величины этих углов.
40. Луч OK проходит между сторонами угла POL . Луч OF — биссектриса угла POK , луч OT — биссектриса угла KOL . Найдите угол POL , если $\angle FOT = 76^\circ$.
41. Углы BAD и CAE равны (рис. 139). Докажите, что если $\angle DAC = \angle EAF$, то $\angle BAD = \angle DAF$.

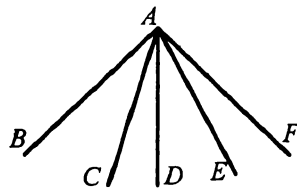


Рис. 139

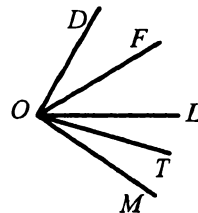


Рис. 140

42. На рисунке 140 $\angle DOF = \angle FOL$, $\angle LOT = \angle TOM$. Докажите, что угол FOT в 2 раза меньше угла DOM .
43. Угол между биссектрисой угла и продолжением одной из его сторон равен 116° . Найдите данный угол.
44. Какой угол образует биссектриса угла, равного 106° , с продолжением одной из его сторон?

Смежные и вертикальные углы

45. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 48° и 132° ; 2) 83° и 107° ; 3) 23° и 147° ? Ответ обоснуйте.
46. Найдите угол, смежный с углом: 1) 7° ; 2) 69° ; 3) 179° ; 4) 90° ; 5) 91° .
47. Может ли пара смежных углов состоять из двух тупых углов? Ответ обоснуйте.
48. Являются ли смежными углы COB и DOA (рис. 141)? Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке.
49. Углы ASC и DOF равны. Что можно сказать о смежных им углах? Ответ обоснуйте.
50. Найдите смежные углы, если их разность равна 56° .
51. Один из смежных углов в 3 раза меньше другого. Найдите эти углы.
52. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 7 : 8.
53. Два угла относятся как 1 : 4, а смежные с ними — как 14 : 11. Найдите данные углы.
54. На рисунке 142 угол PSM равен 58° . Найдите углы PSN , NSK , KSM .

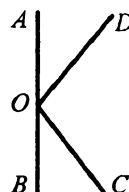


Рис. 141

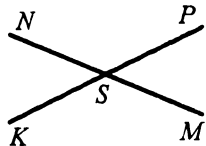


Рис. 142

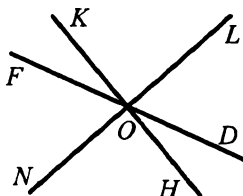


Рис. 143

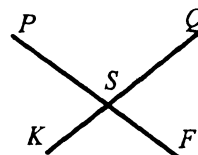


Рис. 144

55. Верно ли утверждение, что если равные углы имеют общую вершину, то они вертикальны?
56. На рисунке 143 $\angle FOK = 21^\circ$, $\angle LOD = 63^\circ$. Найдите угол NOH .
57. На рисунке 144 $\angle PSQ + \angle QSF + \angle FSK = 290^\circ$. Найдите углы PSQ и QSF .
58. Разность двух из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 64° . Найдите эти углы.

59. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 8 раз больше другого. Найдите эти углы.
60. Найдите величину каждого из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если:
- 1) сумма двух из них равна 76° ;
 - 2) разность двух из них равна 124° ;
 - 3) все углы равны между собой;
 - 4) сумма трех из них равна 236° .
61. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 2 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите эти углы.
62. Три прямые пересекаются в одной точке C (рис.145). Найдите угол DCK , если он на 25° больше угла FCT и в 2 раза больше угла KCF .

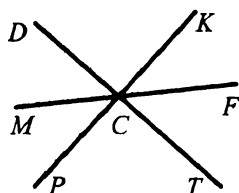


Рис. 145

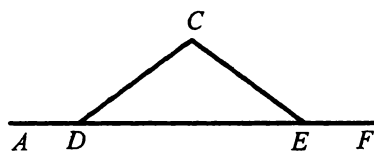


Рис. 146

63. На рисунке 146 $\angle ADC = \angle CEF$. Докажите, что $\angle CDE = \angle CED$.
64. На рисунке 146 $\angle CDE = \angle CED$. Докажите, что $\angle ADC = \angle CEF$.
65. Прямые MD , PE и KF пересекаются в точке O , причем луч OP — биссектриса угла MOF (рис.147), $\angle MOP = 58^\circ$. Найдите $\angle EOF$.
66. Найдите смежные углы MKF и MKE , если биссектриса KL угла MKE образует с лучом KF угол, который больше угла LKE в 3 раза.

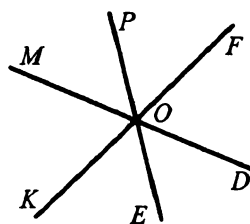


Рис. 147

Перпендикулярные прямые

67. Начертите прямую l и отметьте точку N , не принадлежащую l . С помощью чертежного угольника проведите через точку N прямую, перпендикулярную прямой l .

68. Проведите прямую p и отметьте точку C , принадлежащую ей. Проведите через точку C прямую, перпендикулярную прямой p , пользуясь чертежным угольником.

69. На рисунке 148 углы ASK и MSC прямые. Докажите, что $\angle ASM = \angle KSC$.

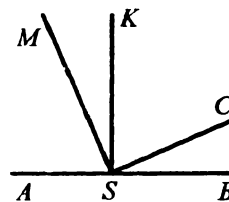


Рис. 148

70. Углы AOB и AOC равны между собой, а точки B , O и C лежат на одной прямой. Докажите, что углы AOB и AOC прямые.
71. Даны прямая CD и точка A , принадлежащая ей. Точки K и P лежат в разных полуплоскостях относительно прямой CD . Докажите, что если $\angle KAD = \angle DAP = \angle PAC = \angle CAK$, то прямая KP проходит через A и перпендикулярна прямой CD .
72. Как, используя шаблон угла в 6° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники. Периметр треугольника

73. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 149, одной из вершин которых является точка A .

74. Треугольники OST и MNP равны, причем стороны OT и MN и углы O и N соответственные.

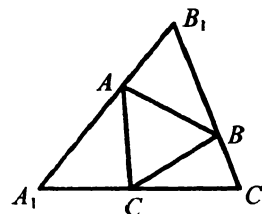


Рис. 149

- 1) Найдите сторону MP и угол T , если $ST = 7$ дм, $\angle M = 15^\circ$.

- 2) Может ли периметр треугольника OST быть больше, чем периметр треугольника MNP ?

75. Одна сторона треугольника равна 32 см, вторая сторона в 2 раза меньше первой, а третья сторона на 19 см больше второй. Найдите периметр треугольника.
76. Одна сторона треугольника на 39 см меньше второй и в 3 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 189 см.

Первый и второй признаки равенства треугольников

77. Отрезки AB и AD равны, луч AO — биссектриса угла BAD , C — произвольная точка луча AO . Докажите равенство треугольников ABC и ADC .

78. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (рис. 150), если $AB = AC$ и $\angle BAD = \angle CAD$.

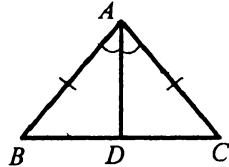


Рис. 150

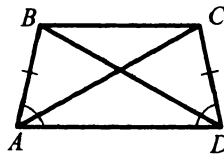


Рис. 151

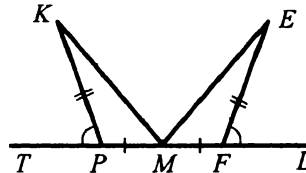


Рис. 152

79. Докажите равенство треугольников ABD и DCA (рис. 151), если $AB = CD$ и $\angle BAD = \angle CDA$.
80. Докажите равенство отрезков KM и EM (рис. 152), если $\angle KPT = \angle EFL$, $MP = MF$, $KP = EF$.
81. Точка M — середина стороны AB треугольника ABC . На луче CM от точки M отложили отрезок MD , равный CM . Найдите BC , если $AD = 3,4$ см.
82. На сторонах AB и BC треугольника ABC отметили такие точки E и K , что $AE = CK$. Известно, что $AB = BC$. Докажите равенство треугольников ABK и CBE .
83. Точку P , лежащую внутри угла MDE , соединили с точкой D и к отрезку DP через точку P провели перпендикулярную прямую, пересекающую стороны угла в точках L и F , причем $PL = PF$. Докажите, что $\angle LDP = \angle FDP$.
84. В треугольнике DEF из точки E опущен перпендикуляр на сторону DF , пересекающий ее в точке K . Докажите, что если $DK = FK$, то $ED = EF$.

85. На прямой a отмечены точки A и B . В разных полуплоскостях относительно прямой a отмечены такие точки D и E , что $\angle DAB = \angle EAB$ и $\angle DBA = \angle ABE$. Докажите, что треугольники BAD и BAE равны.

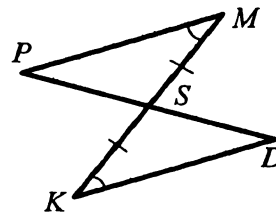


Рис. 153

86. Докажите равенство треугольников SKD и SMP (рис. 153), если $SM = SK$ и $\angle SMP = \angle SKD$.

87. Докажите равенство треугольников ABC и FED (рис.154), если $AD = CF$, $\angle BAC = \angle EFD$ и $\angle BCA = \angle EDF$.

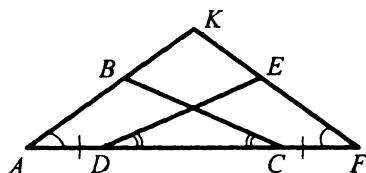


Рис. 154

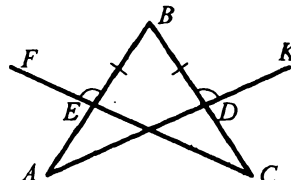


Рис. 155

88. Докажите равенство углов BAD и BCE (рис.155), если $\angle BEF = \angle BDK$ и $BE = BD$.
89. На биссектрисе угла A отметили точку B и через нее провели прямую, перпендикулярную биссектрисе угла. Эта прямая пересекает стороны угла в точках M и K . Докажите, что $BM = BK$.
90. Биссектриса угла E треугольника DEF пересекает сторону DF в точке P . На сторонах ED и EF выбраны соответственно точки M и N такие, что $\angle MPE = \angle NPE$. Докажите, что $PM = PN$.
91. На рисунке 156 $CM = PA$, $\angle C = \angle A$, $\angle CPK = \angle AMK$. Докажите, что $\angle CKM = \angle AKP$.

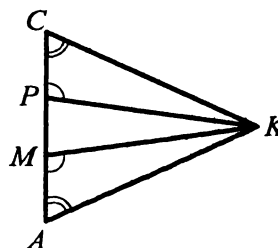


Рис. 156

92. Докажите равенство остроугольных треугольников по высоте и углам, которые она образует со сторонами угла, из вершины которого она проведена.

Равнобедренный треугольник и его свойства

93. Основание равнобедренного треугольника равно 4 см, а боковая сторона — 11 см. Найдите периметр треугольника.
94. Периметр равнобедренного треугольника равен 26 см, а основание — 8 см. Найдите боковую сторону.
95. Периметр равностороннего треугольника равен 18 см. На его сторонах во внешнюю часть построены равные равнобедренные треугольники, сумма периметров которых равна 60 см. Найдите стороны этих равнобедренных треугольников.

96. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 46 см, а основание на 4 см больше боковой стороны.

97. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 78 см, а боковая сторона составляет 0,8 основания.

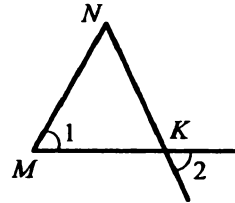


Рис. 157

98. На рисунке 157 $MN = NK$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.
99. Отрезок EK является медианой равнобедренного треугольника DEF ($DE = EF$), $\angle DEF = 70^\circ$, $DK = 15$ см. Найдите углы DEK , DKE и основание DF .
100. В треугольнике ABC $AB = BC$, BD — биссектриса угла B . Найдите периметр треугольника ABD , если $BD = 17$ см, а периметр треугольника ABC равен 68 см.
101. В треугольнике KLM $KM = LM = 24$ см. Серединный перпендикуляр стороны LM пересекает сторону KM в точке N (рис. 158). Найдите сторону LK , если периметр треугольника LKN равен 36 см.

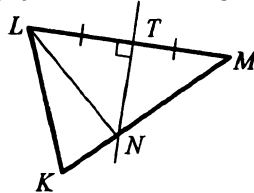


Рис. 158

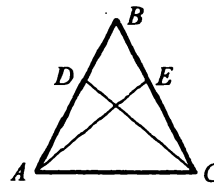


Рис. 159

102. На сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) отложены равные отрезки AD и CE (рис. 159). Докажите, что $AE = CD$.

103. Биссектрисы углов A , B и C равностороннего треугольника ABC пересекают стороны BC , AC и AB в точках A_1 , B_1 и C_1

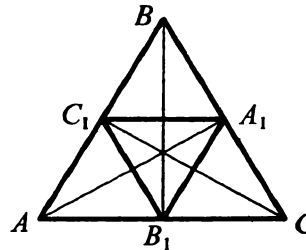


Рис. 160

соответственно (рис. 160). Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — равносторонний.

104. BD — высота равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). Биссектриса угла A пересекает BD в точке O . Докажите, что CO — биссектриса угла C треугольника ABC .
105. Докажите равенство равнобедренных треугольников по высоте, проведенной к боковой стороне, и углу, который она образует с основанием.

Признаки равнобедренного треугольника

106. На рисунке 161 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $DE = EF$.

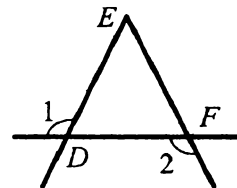


Рис. 161

107. На биссектрисе DB равнобедренного треугольника DEF с основанием EF отметили точку A . Докажите, что треугольник AEF равнобедренный.

108. На рисунке 162 $\angle KSP = \angle KSN$, $PS = SN$. Докажите, что $\triangle KPE = \triangle KNE$.

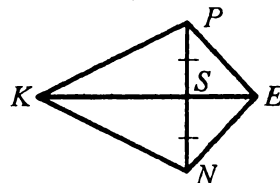


Рис. 162

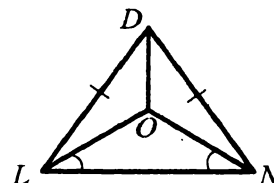


Рис. 163

109. На рисунке 163 $LD = DN$, $\angle OLN = \angle ONL$. Докажите, что $\triangle DLO = \triangle DNO$.

Третий признак равенства треугольников

110. На рисунке 164 $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle CDA$.

111. На рисунке 65 $MP = PE$, $MF = FE$. Докажите, что $MK = KE$.

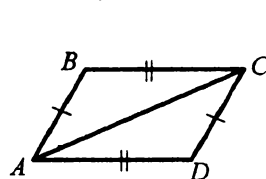


Рис. 164

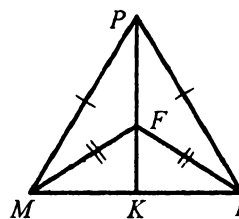


Рис. 165

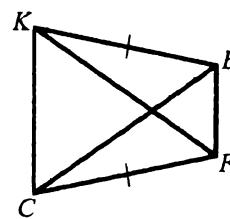


Рис. 166

112. На рисунке 166 $KE = CF$, $KF = CE$. Докажите, что $\angle KEF = \angle CFE$.

113. Точка пересечения медиан треугольника равноудалена от его вершин. Докажите, что этот треугольник равносторонний.
114. На прямой a отметили точки M и P . Точки E и K лежат в разных полуплоскостях относительно прямой a , причем $EM = MK$, $EP = PK$. Докажите, что прямые a и EK перпендикулярны.
115. Докажите равенство треугольников по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

Метод доказательства от противного

116. Докажите от противного, что если два луча делят развернутый угол на три угла, то среди этих углов хотя бы один не больше, чем 60° .
117. Докажите от противного, что если разность двух углов равна 3° , то они не могут быть вертикальными.

Параллельные прямые

118. Проведите прямую b и отметьте точку F , не принадлежащую ей. Проведите через точку F прямую, параллельную прямой b .
119. На рисунке 167 изображены две пересекающиеся прямые b и m и точка N , не принадлежащая ни одной из них. Проведите через точку N прямые, параллельные прямым b и m .

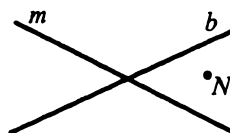


Рис. 167

120. Начертите остроугольный треугольник и через каждую его вершину проведите прямую, параллельную противоположной стороне.
121. Прямая s параллельна стороне CD треугольника CDE . Может ли прямая s быть параллельной сторонам CE и DE ? Ответ обоснуйте.
122. Докажите от противного, что если прямые a и b параллельны и прямая c не пересекает прямую a , то она не пересекает и прямую b .

Признаки параллельности двух прямых

123. На рисунке 168 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.
124. Параллельны ли прямые s и d , на рисунке 169?

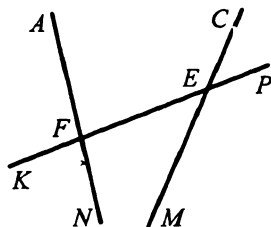


Рис. 168

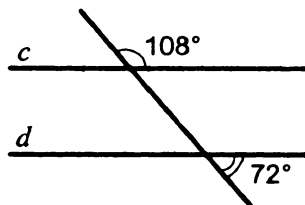


Рис. 169

125. На рисунке 170 $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$.

126. На рисунке 171 $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что прямые c и d параллельны.

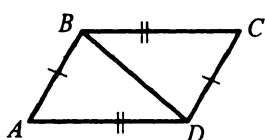


Рис. 170

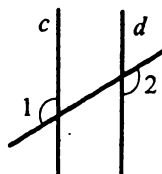


Рис. 171

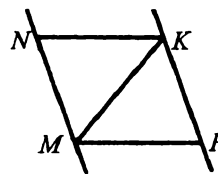


Рис. 172

127. На рисунке 172 $NK = MP$ и $\angle MKN = \angle KMP$. Докажите, что прямые MN и PK параллельны.

Свойства параллельных прямых

128. На одной из сторон угла ABC отметили точку D , через которую провели прямую, параллельную BC . Эта прямая пересекает биссектрису угла ABC в точке M . Найдите углы треугольника BDM , если $\angle ABC = 70^\circ$.

129. На рисунке 173 найдите градусную меру угла x .

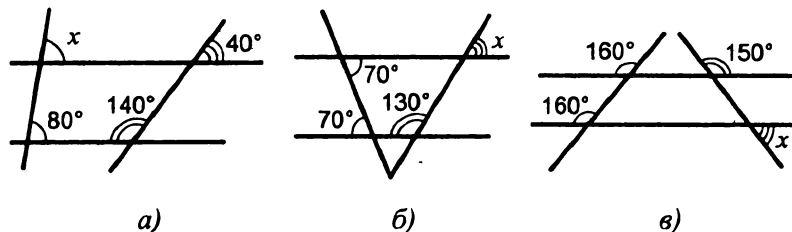


Рис. 173

130. На рисунке 174 $CE = EK$, $PM \parallel KE$. Докажите, что $CM = PM$.

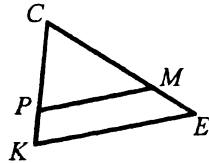


Рис. 174

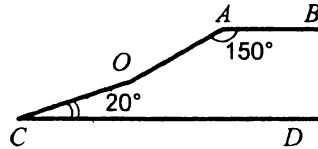


Рис. 175

131. На рисунке 175 $AB \parallel CD$, $\angle BAO = 150^\circ$, $\angle OCD = 20^\circ$.
Найдите градусную меру угла AOC .

Сумма углов треугольника

132. Существует ли треугольник с углами 30° , 120° и 40° ?
133. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны: 1) 31° и 24° ; 2) 17° и 131° ; 23) 1° и 7° .
134. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 22° . Найдите углы при основании.
135. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 29° . Найдите угол при вершине.
136. Найдите неизвестные углы треугольника DEF (рис. 176).

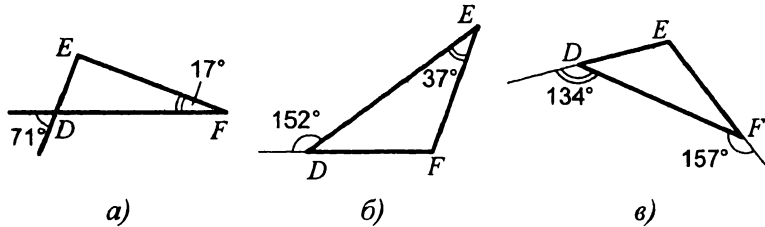


Рис. 176

137. Найдите неизвестные углы треугольника MPF (рис. 177).

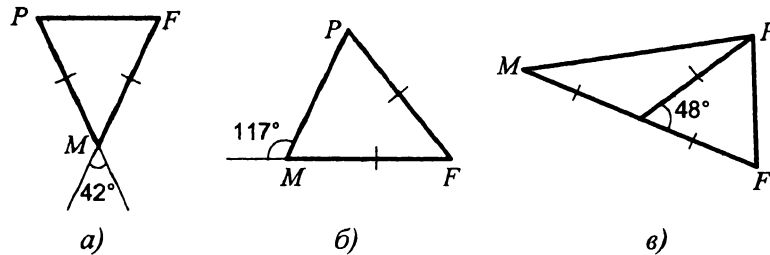


Рис. 177

138. Найдите углы треугольника ABC , если $\angle A + \angle B = 20^\circ$, $\angle A + \angle C = 175^\circ$.
139. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 48° меньше, чем угол при вершине.
140. Найдите углы равнобедренного треугольника, если градусные меры угла при основании и угла при вершине относятся как $2 : 5$.
141. Найдите углы треугольника, если один из них в 2 раза больше второго и в 3 раза меньше третьего.
142. Один из углов треугольника в 3 раза меньше второго и на 40° меньше третьего. Найдите углы треугольника.
143. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 30° . Найдите угол между боковой стороной треугольника и высотой, проведенной ко второй боковой стороне.
144. Один из углов треугольника на 26° больше другого. При пересечении биссектрис этих углов образуются углы, один из которых равен 120° . Найдите углы треугольника.
145. В треугольнике ABC $\angle A = 23^\circ$, $\angle B = 76^\circ$. Биссектриса угла B пересекает сторону AC в точке F . Найдите угол BFC .
146. Углы треугольника относятся как $1 : 2 : 3$. Найдите меньший из углов, образовавшихся при пересечении биссектрис больших углов треугольника.
147. Продолжения высот, проведенных из вершин A и B треугольника ABC , пересекаются в точке H , $\angle A = 15^\circ$, $\angle B = 23^\circ$. Найдите угол AHB .
148. Отрезки DH и DK — высота и биссектриса треугольника DME соответственно, $\angle DME = 123^\circ$, $\angle DEM = 19^\circ$. Найдите угол HDK .
149. В треугольнике ABC $\angle C = 126^\circ$, отрезки AD и AN — высота и биссектриса треугольника соответственно, $\angle DAN = 48^\circ$. Найдите неизвестные углы треугольника ABC .
150. Биссектрисы углов треугольника MPK пересекаются в точке O , $\angle MOK = 126^\circ$. Найдите углы MOP и POK , если $\angle PMK = 56^\circ$.

151. Один из углов равнобедренного треугольника на 33° больше другого. Найдите углы треугольника. Рассмотрите два случая.
152. Найдите углы равнобедренного треугольника, если два из них относятся как $2 : 5$. Рассмотрите два случая.

Внешний угол треугольника

153. Один из внешних углов треугольника равен 87° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них равен: 1) 43° ; 2) 86° ; 3) 24° .
154. Один из внешних углов треугольника равен 128° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если:
- 1) один из них на 46° меньше другого;
 - 2) один из них в 7 раз больше другого.
155. Один из углов треугольника равен 96° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 92° ; 2) 97° ?
156. В треугольнике ABC $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 49^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине треугольника.
157. Один из внешних углов треугольника равен 158° , а один из углов треугольника — 57° . Найдите остальные углы треугольника.
158. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 152° и 141° . Найдите третий внешний угол треугольника.
159. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 124° . Найдите углы треугольника.
160. Сумма углов равнобедренного треугольника и одного из его внешних углов равна 286° . Найдите углы треугольника.
161. Один из углов треугольника в 3 раза больше второго, а внешний угол третьего угла равен 28° . Найдите углы треугольника.
162. Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию этого треугольника.

Прямоугольный треугольник

163. Найдите второй острый угол прямоугольного треугольника, если первый равен: 1) 1° ; 2) 23° ; 3) 75° ; 4) 88° .
164. Один из острых углов прямоугольного треугольника на 46° меньше другого. Найдите эти углы.
165. Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 2 : 7. Найдите эти углы.
166. Найдите углы, которые образует высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, с катетами, если один из острых углов треугольника равен 37° .
167. Биссектрисы острого и прямого углов прямоугольного треугольника при пересечении образуют углы, один из которых равен 110° . Найдите острые углы треугольника.
168. Разность между острыми углами прямоугольного треугольника равна 38° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла.
169. В прямоугольном треугольнике один из острых углов меньше угла между биссектрисой и высотой, проведенными к гипотенузе, на 29° . Найдите острые углы треугольника.
170. На рисунке 178 $MN = KP$, $NE = PF$, $NE \perp MK$, $PF \perp MK$. Докажите, что $MP = NK$.

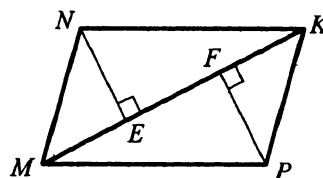


Рис. 178

171. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и биссектрисе, проведенной из вершины прилежащего к этому катету острого угла.
172. Докажите, что если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то угол напротив этой стороны равен 90° .

Свойства прямоугольного треугольника

173. В прямоугольном треугольнике MPK катет MK равен 23 см, $\angle P = 30^\circ$. Найдите гипотенузу MP .
174. В прямоугольном треугольнике CFO гипотенуза CO равна 42 см, $\angle O = 60^\circ$. Найдите катет FO .
175. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 16$ см, K — середина AC . Через точку K проведена прямая, перпендикуляр-

ная катету AC , пересекающая гипотенузу AB в точке P .
Найдите длину отрезка KP .

176. В треугольнике ABC $AB = BC = 6$ см, $\angle A = 75^\circ$. Найдите высоту AD .

177. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$.
Биссектриса угла B пересекает катет AC в точке M . Найдите BM , если $AM - CM = 4$ см.

Окружность. Некоторые свойства окружности

178. Вычислите диаметр окружности, если ее радиус равен:
1) 4 см; 2) 3,7 см; 3) b см.

179. Вычислите радиус окружности, если ее диаметр равен:
1) 8 см; 2) 11,8 см; 3) k см.

180. Начертите окружность, радиус которой равен 2,5 см.
Проведите в ней радиус, диаметр и хорду.

181. Дана окружность с центром O . Сколько точек пересечения имеет окружность: 1) с прямой OM ; 2) с лучом OM ?

182. Какую линию образуют все точки, расстояние которых до центра окружности в 3 раза меньше радиуса? Ответ обоснуйте.

183. В окружности проведены радиусы OA , OB и OC (рис. 179).
Докажите, что если $\angle AOB = \angle COB$, то $AB = BC$.

184. На рисунке 180 AB — диаметр окружности, AC и AD — равные хорды. Докажите, что $\angle CAB = \angle DAB$.

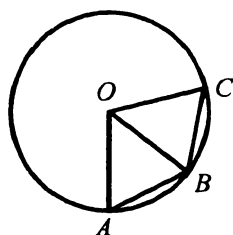


Рис. 179

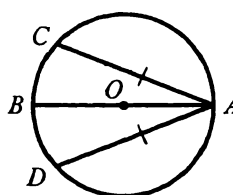


Рис. 180

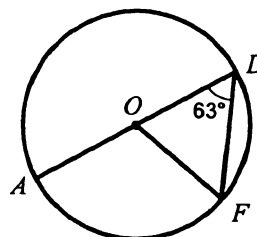


Рис. 181

185. На рисунке 181 $\angle ADF = 63^\circ$, точка O — центр окружности.
Найдите угол AOF .

186. Докажите, что если хорды параллельны, то прямая, проходящая через их середины, проходит и через центр окружности.

187. На рисунке 182 хорда AC пересекает диаметр KP в точке M , $\angle CME = 60^\circ$, $AM = 6$ см, $CM = 12$ см. Найдите BE .

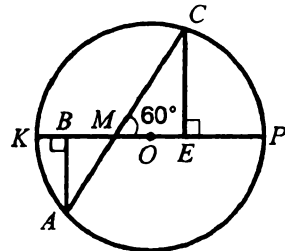


Рис. 182

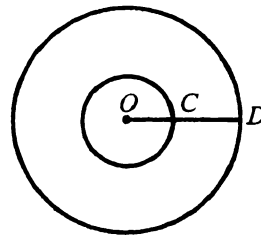


Рис. 183

188. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках C и D . Докажите, что луч O_1O_2 — биссектриса угла CO_1D .
189. Две окружности имеют общий центр O (рис.183). Сумма радиусов окружностей больше их разности на 6 см, $CD = 4$ см. Найдите радиусы окружностей.

Касательная к окружности

190. К окружности проведены две касательные. Отрезок, соединяющий точки касания, проходит через центр окружности. Докажите, что касательные параллельны.
191. Из точки M , лежащей вне окружности с центром O , проведены к ней касательные MB и ME (B и E — точки касания). Докажите, что прямые BE и OM перпендикулярны.
192. На рисунке 184 прямая m касается окружности с центром O в точке E . Найдите угол COE , если $\angle KEP = 136^\circ$.

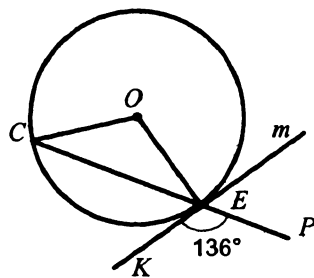


Рис. 184

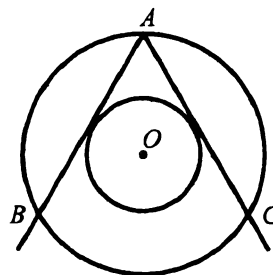


Рис. 185

193. Две окружности, радиус одной из которых в 2 раза больше радиуса другой, имеют общий центр (рис.185). Из точки A

окружности большего радиуса провели к другой окружности касательные, пересекающие первую окружность в точках B и C . Найдите угол BAC .

194. К окружности проведены касательные BM и BK (рис. 186). Через точку D окружности провели еще одну касательную так, что она пересекает прямые BM и BK в точках A и C соответственно таких, что $\triangle ABC$ — равносторонний. Найдите отрезок BM , если $AD = 5$ см.

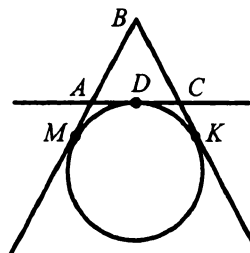


Рис. 186

Описанная и вписанная окружности треугольника

195. В треугольнике центр описанной окружности лежит на пересечении двух медиан. Докажите, что этот треугольник равносторонний.
196. В треугольнике центр вписанной окружности принадлежит серединному перпендикуляру его стороны. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
197. Периметр треугольника ABC , описанного около окружности, равен 24 см. Окружность касается стороны AB в точке M , причем отрезок AM на 2 см больше отрезка BM . Найдите стороны треугольника, если точка касания со стороной AC удалена от вершины A на 4 см.

Взаимное расположение двух окружностей

198. Общая точка D окружностей с центрами O_1 и O_2 лежит на прямой O_1O_2 (рис. 187). Докажите, что D — точка касания этих окружностей.
199. Радиусы двух окружностей равны 9 см и 15 см. Найдите расстояние между их центрами, если окружности имеют: 1) внутреннее касание; 2) внешнее касание.

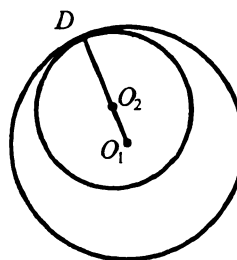


Рис. 187

200. Два окружности имеют внешнее касание. Расстояние между их центрами равно 36 см. Найдите радиусы окружностей, если они относятся как 5 : 7.

201. Расстояние между центрами двух окружностей равно 16 см. Определите, пересекаются ли эти окружности, если их радиусы равны: 1) 9 см и 10 см; 2) 11 см и 5 см; 3) 8 см и 8 см.
202. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют треугольник со сторонами 5 см, 6 см и 7 см. Определите радиусы окружностей.

Задачи на построение

203. Даны прямая b и точка K , не принадлежащая ей. Найдите на прямой b точку, находящуюся на расстоянии 2,5 см от точки K . Сколько таких точек может быть?
204. Постройте треугольник SEF , если $SE = 4$ см, $EF = 5$ см, $SF = 8$ см.
205. Начертите в тетради разносторонний тупоугольный треугольник. Постройте треугольник, равный данному.
206. Постройте треугольник PQR , если $PQ = 3$ см, $QR = 2,5$ см, $\angle Q = 95^\circ$.
207. Постройте треугольник LTN , если $LN = 3$ см, $\angle L = 40^\circ$, $\angle N = 100^\circ$.
208. Постройте равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна 2,5 см, а угол при вершине — 110° .
209. Постройте треугольник MSE , если $MS = 3$ см, $\angle M = 10^\circ$, $\angle E = 40^\circ$.
210. Постройте равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна 2,5 см, а угол при основании — 40° .
211. Начертите в тетради остроугольный треугольник и постройте его высоты.
212. Постройте равнобедренный треугольник ABC по биссектрисе AM , основанию AB и углу BAM .
213. Постройте прямоугольный треугольник по катету и противоположному углу.
214. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по его катету.
215. Отметьте в тетради по клеточкам точки S , T и F (рис. 188) и проведите через эти точки окружность.

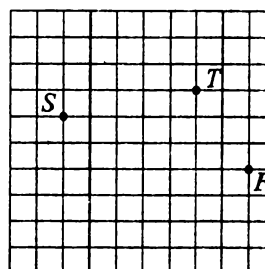


Рис. 188

216. Даны точки A и B . Через эти точки проведите соответственно прямые m и n так, чтобы $m \parallel n$. Сколько решений имеет задача?
217. Постройте геометрическое место точек — центров окружностей, проходящих через две заданные точки.
218. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от двух параллельных прямых.
219. Постройте геометрическое место точек — центров окружностей данного радиуса, проходящих через данную точку.
220. На прямой a отметьте точки A и B . Найдите точку, равноудаленную от точек A и B и находящуюся на данном расстоянии от прямой a . Исследуйте количество решений.
221. Даны две параллельные прямые и точка, лежащая между ними. Постройте окружность, касающуюся этих прямых и проходящую через данную точку. Сколько решений имеет задача?
222. Постройте окружность данного радиуса, которая касается одной стороны данного угла и имеет центр на другой его стороне.
223. Постройте окружность данного радиуса, которая касается двух данных пересекающихся прямых.
224. Две окружности имеют внешнее касание. Постройте их общую касательную, проходящую через точку касания.
225. Постройте касательную к окружности, пересекающую данную прямую под данным углом.
226. Постройте равнобедренный треугольник по углу при основании и высоте, проведенной к боковой стороне.
227. Постройте треугольник по стороне и высотам, проведенным к двум другим сторонам.
228. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катетов и гипотенузе.
229. Постройте прямоугольный треугольник по разности катетов и углу против большего из них.
230. Постройте треугольник ABC по стороне BC , углу C и разности сторон AC и AB .

Вариант 4

Простейшие геометрические фигуры и их свойства

1. Проведите прямую m и отметьте на ней точку E . Отметьте точку F , не принадлежащую прямой m , и проведите прямую EF . Могут ли прямые m и EF иметь еще одну общую точку? Ответ обоснуйте.
2. Отметьте в тетради четыре точки C, M, D и N (рис. 189). Через каждые две точки проведите прямую. Запишите все полученные прямые.
3. Отметьте в тетради точки P, Q и R так, чтобы через них можно было провести прямую. Запишите все возможные названия этой прямой.
4. Пользуясь рисунком 190:
 - 1) определите, пересекаются ли прямые MN и c ;
 - 2) запишите все точки, принадлежащие прямой c ; прямой MN ;
 - 3) запишите точки, не принадлежащие ни прямой c , ни прямой MN .

$C \bullet$
 $M \bullet \quad \bullet D$
 $N \bullet$
 Рис. 189

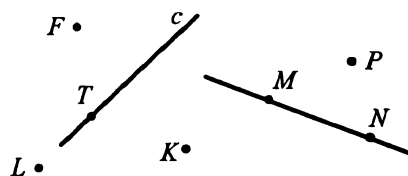
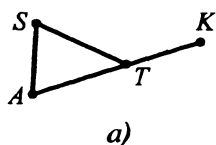


Рис. 190

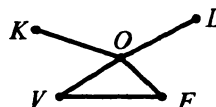


Рис. 191

5. Какие из точек, отмеченных на рисунке 191, лежат между двумя другими? Для каждого случая запишите соответствующее равенство, которое следует из основного свойства измерения отрезков.
6. Назовите все отрезки, изображенные на рисунке 192.

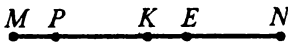


а)



б)

Рис. 192

7. Точка S лежит между точками P и K . Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если:
- 1) $PS = 3,4$ дм, $SK = 1,9$ дм;
 - 2) $PK = 3$ м, $SK = \frac{4}{11}$ м.
8. Может ли точка Q лежать между точками P и R , если $PQ = 4,7$ дм, $QR = 5,8$ дм, $PR = 9,5$ дм? Ответ обоснуйте.
9. Точка V принадлежит отрезку LO , длина которого равна 12 см. Определите длины отрезков LV и VO , если:
- 1) длина отрезка VO больше длины отрезка LV на 1,8 см;
 - 2) длина отрезка LV меньше длины отрезка VO в 5 раз;
 - 3) разность длин отрезков LV и VO равна 2,8 см;
 - 4) $LV : VO = 1 : 5$.
10. На прямой последовательно отмечены точки F , L , K и T , $FK = 7$ см, $FT = 14$ см, $LT = 9$ см. Найдите KL .
11. На прямой последовательно отмечены точки S , T , K , N , Q так, что $ST = TK = KN = NQ = 7$ см. Какие еще равные отрезки определяются этими точками? Запишите эти отрезки и найдите их длины.
12. Точка A лежит между точками X и Y , точки O и P — середины отрезков AX и AY соответственно. Найдите длину отрезка OP , если $XY = 7,8$ см.
13. Отрезок состоит из четырех неравных частей. Расстояние между серединами средних частей равно 4 см, а расстояние между серединами крайних частей — 12 см. Найдите длину отрезка.
14. Точки D , E и F лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками D и F , если $DE = 3,6$ см, $EF = 2,9$ см. Сколько решений имеет задача?
15. Отрезки MK и PE равны  (рис.193). Докажите, что если $PK = EN$, то точка K — середина отрезка MN . Рис. 193
16. Длина отрезка CD равна 7,6 см. Отметьте на прямой CD такую точку K , что $CK - KD = 1$ см. Сколько решений имеет задача?

17. Точки P, R, S и T лежат на одной прямой, точка R лежит между точками P и S . Найдите длину отрезка RT , если $PT = 16$ см, $PS = 9$ см, $SR = 8$ см. Рассмотрите все возможные случаи.
18. Длина отрезка CF равна 9 см. Найдите на прямой CF все точки, для которых сумма расстояний до концов отрезка CF равна: 1) 8 см; 2) 10 см; 3) 9 см.
19. Пересекаются ли изображенные на рисунке 194:
 - 1) прямая KN и отрезок ME ;
 - 2) луч SB и отрезок ME ;
 - 3) прямая KN и луч SB ?

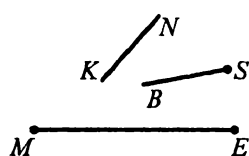


Рис. 194

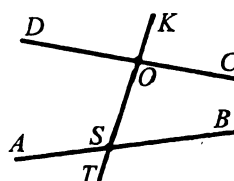


Рис. 195

20. На рисунке 195 прямые DC и AB пересекаются с прямой KT в точках O и S соответственно.
 - 1) Запишите все образовавшиеся лучи с началом в точке S .
 - 2) Запишите пары дополнительных лучей, начало которых — точка O .
21. Сколько различных лучей определяются тремя точками X, M и K , принадлежащими одной прямой?
22. Отметьте точки S, B, Q и L так, чтобы прямые SQ и BL пересекались, а лучи SQ и BL не пересекались.
23. Проведите прямую TF и отметьте на ней точки V и R . Запишите все лучи, имеющие начало в точках V и R . Назовите пары дополнительных лучей.
24. Из приведенных обозначений выпишите все возможные названия угла с вершиной S (рис.196): DSL ; SDY ; SDX ; LSX ; DSY ; LYD ; XYL ; LSY ; SYX ; SYD .

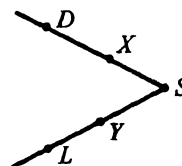


Рис. 196

25. Назовите все углы, изображенные на рисунке 197.

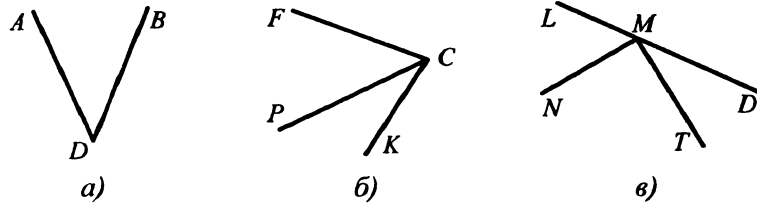


Рис. 197

26. Начертите угол MXD и проведите два луча XE и XF между его сторонами. Запишите все образовавшиеся углы.
27. Пользуясь транспортиром, найдите градусную меру углов, изображенных на рисунке 198. Определите вид каждого угла.

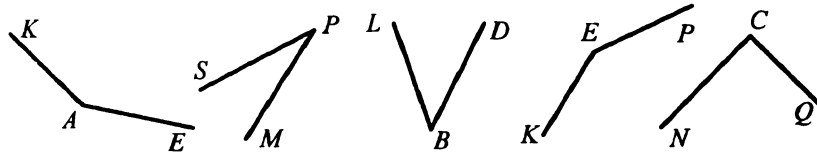


Рис. 198

28. Начертите угол, градусная мера которого равна: 1) 73° ; 2) 90° ; 3) 89° ; 4) 173° . Определите вид каждого угла.
29. Постройте тупой угол MTF . Пользуясь транспортиром, разделите его на две равные части.
30. Луч SO проходит между сторонами угла ASB . Найдите градусную меру угла ASB , если $\angle OSA = 47^\circ$, $\angle OSB = 64^\circ$.
31. Может ли луч OA проходить между сторонами угла EOF , если $\angle EOF = 104^\circ$, $\angle FOA = 103^\circ$? Ответ обоснуйте.
32. Луч BN проходит между сторонами угла ABC . Найдите угол ABN , если $\angle ABC = 83^\circ$, $\angle CBN = 69^\circ$.
33. Лучи CD и CE проходят между сторонами угла ACF . Найдите угол DCE , если $\angle ACF = 88^\circ$, $\angle ACD = 43^\circ$, $\angle FCE = 57^\circ$.
34. Луч QM проходит между сторонами угла CQF , равного 69° . Найдите углы MQC и MQF , если угол MQC больше угла MQF на 27° .
35. Угол MSK равен 102° . Луч SD проходит между его сторонами. Найдите углы MSD и KSD , если их градусные меры относятся как $9 : 8$.

36. На рисунке 199 $\angle AOK = 84^\circ$, $\angle BOL = 73^\circ$, $\angle BOK = 27^\circ$.
Найдите угол AOL .

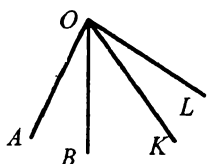


Рис. 199

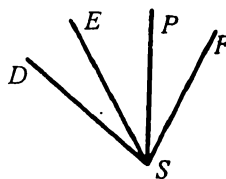


Рис. 200

37. На рисунке 200 $\angle DSP = 62^\circ$, $\angle ESF = 47^\circ$, $\angle PSF = 29^\circ$.
Найдите угол DSE .
38. Прямой угол разделили на два угла, разность градусных мер которых равна 42° . Найдите образовавшиеся углы.
39. Развернутый угол разделили на 3 угла, градусные меры которых относятся как 3 : 5 : 7. Найдите величины этих углов.
40. Луч SA проходит между сторонами угла BSC . Луч SD — биссектриса угла BSA , луч SE — биссектриса угла CSA . Найдите угол BSC , если $\angle DSE = 83^\circ$.
41. Углы PSM и KSE равны (рис.201). Докажите, что если $\angle PSM = \angle MSF$, то $\angle PSK + \angle ESF = \angle KSE$.

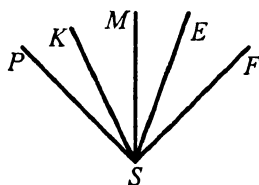


Рис. 201

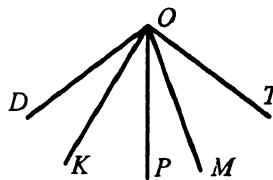


Рис. 202

42. На рисунке 202 $\angle DOK = \angle MOP$, $\angle POK = \angle TOM$. Докажите, что угол DOT в 2 раза больше угла KOM .
43. Угол между биссектрисой угла и продолжением одной из его сторон равен 164° . Найдите данный угол.
44. Какой угол образует биссектриса угла, равного 116° , с продолжением одной из его сторон?

Смежные и вертикальные углы

45. Могут ли два смежных угла быть равными: 1) 31° и 159° ; 2) 142° и 38° ; 3) 17° и 153° ? Ответ обоснуйте.
46. Найдите угол, смежный с углом: 1) 5° ; 2) 74° ; 3) 90° ; 4) 101° ; 5) 178° .
47. Может ли пара смежных углов состоять из прямого и тупого углов? Ответ обоснуйте.
48. Являются ли смежными углы KSE и KSF (рис. 203)? Запишите все пары смежных углов, изображенных на рисунке.
49. Углы, смежные с углами MSD и CLP , равны. Что можно сказать о самих углах? Ответ обоснуйте.
50. Найдите смежные углы, если их разность равна 104° .
51. Один из смежных углов в 11 раз меньше другого. Найдите эти углы.
52. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как 9 : 11.
53. Два угла относятся как 1 : 5, а смежные с ними углы — как 11 : 7. Найдите данные углы.
54. На рисунке 204 угол CTB равен 71° . Найдите углы CTA , ATD , DTB .

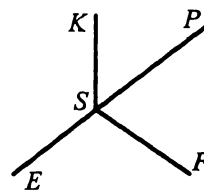


Рис. 203

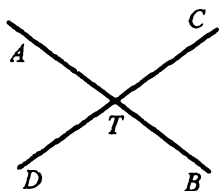


Рис. 204

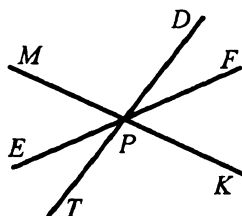


Рис. 205

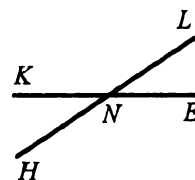


Рис. 206

55. Верно ли утверждение, что если два угла имеют общую сторону, то они смежные?
56. На рисунке 205 $\angle MPD = 103^\circ$, $\angle FPK = 49^\circ$. Найдите угол EPT .
57. На рисунке 206 $\angle KNH + \angle KNL + \angle LNE = 230^\circ$. Найдите углы KNH и KNL .
58. Разность двух из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 78° . Найдите эти углы.

59. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 9 раз больше другого. Найдите эти углы.
60. Найдите величину каждого из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, если:
- 1) сумма двух из них равна 96° ;
 - 2) разность двух из них равна 62° ;
 - 3) все углы равны между собой;
 - 4) сумма трех из них равна 294° .
61. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 4 раза больше суммы смежных с ним углов. Найдите эти углы.
62. Три прямые пересекаются в одной точке M (рис.207). Найдите угол AMB , если он в 3 раза больше угла TMQ и на 5° меньше угла PMR .

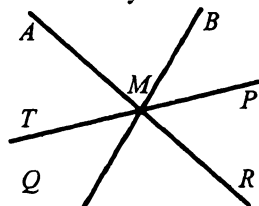


Рис. 207

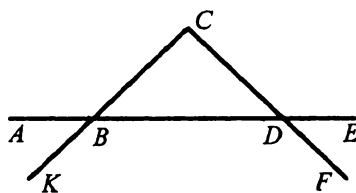


Рис. 208

63. На рисунке 208 $\angle ABK = \angle CDB$. Докажите, что $\angle CBA = \angle BDF$.
64. На рисунке 208 $\angle CBA = \angle BDF$. Докажите, что $\angle ABK = \angle CDB$.
65. Прямые EL , KF и PT пересекаются в точке S (рис.209), причем луч SP — биссектриса угла ESK , $\angle FSL = 64^\circ$. Найдите $\angle LSP$.
66. Найдите смежные углы CFH и CFT , если биссектриса угла CFH образует с лучом FT угол, который больше угла CFH на 54° .

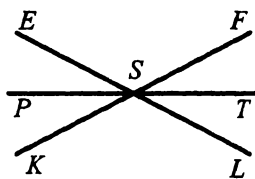


Рис. 209

Перпендикулярные прямые

67. Начертите прямую p и отметьте точку F , не принадлежащую ей. С помощью чертежного угольника проведите через точку F прямую, перпендикулярную прямой p .

68. Начертите прямую k и отметьте точку H , принадлежащую ей. Проведите через точку H прямую, перпендикулярную прямой k , пользуясь чертежным угольником.

69. На рисунке 210 $\angle EKM + \angle SKP = \angle TKE + \angle TKS$ и $\angle EKM + \angle EKT = \angle TKS + \angle SKP$. Докажите, что $\angle TKM = \angle TKP = \angle EKS = 90^\circ$.

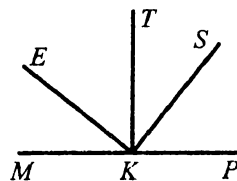


Рис. 210

70. Углы AOB , BOC , COD и DOA равны между собой. Докажите, что прямые AC и BD пересекаются в точке O и перпендикулярны.
71. Даны прямая MN и точка O , принадлежащая ей. Точки A и B лежат в одной полуплоскости относительно прямой MN . Докажите, что если $\angle AOM = \angle BOM = \angle AON = \angle BON$, то точки A , B и O лежат на прямой, перпендикулярной прямой MN .
72. Как, используя шаблон угла в 5° , построить перпендикулярные прямые?

Равные треугольники. Периметр треугольника

73. Укажите все треугольники, изображенные на рисунке 211, одной из вершин которых является точка A .

74. Треугольники SKT и ABE равны, причем углы T и E и стороны ST и AE соответственные.

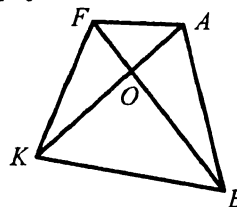


Рис. 211

- 1) Найдите сторону BE и угол K , если $KT = 15$ см, $\angle B = 108^\circ$.
- 2) Может ли отношение периметров данных треугольников быть равным 2?
75. Одна сторона треугольника равна 48 см, вторая сторона в 2 раза больше первой, а третья сторона на 17 см меньше второй. Найдите периметр треугольника.
76. Одна сторона треугольника на 27 см больше второй и в 2 раза больше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 163 см.

Первый и второй признаки равенства треугольников

77. На прямой a отмечены 2 точки A и B ; в разные полуплоскости относительно прямой a отложены равные углы

DAB и ABC . На лучах AD и BC отложены равные отрезки AF и BL . Докажите, что $\triangle AFB = \triangle BLA$.

78. Докажите равенство треугольников MFK и PFK (рис.212), если $MK = PK$, $FK \perp MP$.

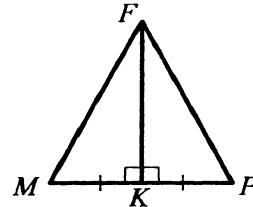


Рис. 212

79. Докажите равенство треугольников ABE и CDK (рис.213), если $AK = CE$, $BE = DK$, $\angle AKD = \angle CEB$.

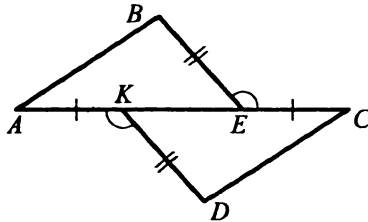


Рис. 213

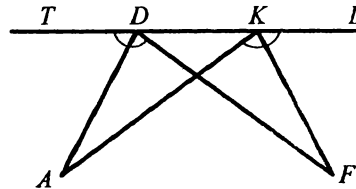


Рис. 214

80. Докажите равенство треугольников ADK и FKD (рис.214), если $\angle TDF = \angle LKA$, $DF = KA$.
81. К биссектрисе AO угла BAC проведена перпендикулярная прямая, пересекающая стороны угла в точках K и P . Найдите AK , если $AP = 7,5$ см.
82. На биссектрисе BD треугольника ABC взяли точку O . Докажите равенство треугольников AOD и COD , если $AB = BC$.
83. В треугольнике MPH $MP = PH$. На сторонах PM и PH от точки P отложены равные отрезки PE и PK соответственно. Докажите, что $\angle MEH = \angle MKN$.
84. В треугольнике LTK проведены высоты LD и KF . Докажите, что если $TF = TD$, то $LD = KF$.

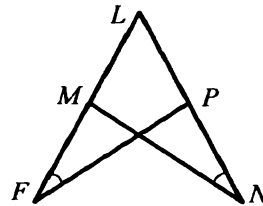


Рис. 215

85. На прямой s отмечены точки T и K . В одной полуплоскости относительно прямой s отмечены такие точки P и Q , что $\angle QTK = \angle PKT$, $\angle PTK = \angle QKT$. Докажите, что $\triangle TPK = \triangle KQT$.
86. Докажите равенство треугольников FLP и NLM (рис.215), если $LF = LN$, $\angle LFP = \angle LNM$.

87. Докажите равенство треугольников MPD и FPE (рис. 216), если $PM = PF$, $\angle M = \angle F$, $\angle MPE = \angle FPD$.

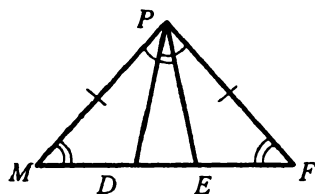


Рис. 216

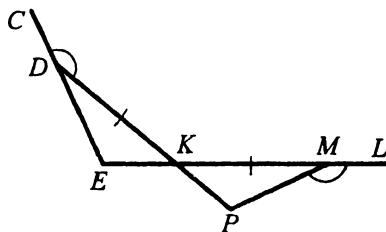


Рис. 217

88. Докажите равенство отрезков KE и KP (рис. 217), если $\angle CDK = \angle PML$, $DK = KM$.
89. В треугольнике ABC $\angle A = \angle C$. На сторонах BC и AB отметили такие точки K и P соответственно, что $\angle KAC = \angle PCA$. Докажите, что $AK = CP$.

90. Через точку O — середину отрезка MN — проведена прямая a . К отрезку MN в точках M и N проведены перпендикуляры, пересекающие прямую a в точках K и P соответственно. Докажите, что точка O — середина отрезка KP .

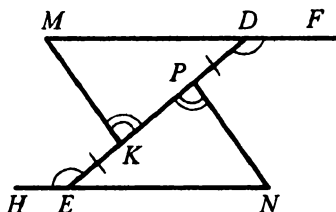


Рис. 218

91. На рисунке 218 $DP = KE$, $\angle FDP = \angle KEN$, $\angle MKD = \angle NPE$. Докажите, что $MD = NE$.
92. Докажите равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ и медианы, проведенные к сторонам AC и A_1C_1 , образуют со сторонами AB и A_1B_1 равные углы.

Равнобедренный треугольник и его свойства

93. Основание равнобедренного треугольника равно 11 см, боковая сторона — 7 см. Найдите периметр треугольника.
94. Периметр равнобедренного треугольника равен 37 см, а его основание — 9 см. Найдите боковую сторону.

95. Периметр равнобедренного треугольника равен 58 см. На его основании построен равносторонний треугольник, периметр которого равен 42 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

96. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 63 см, а боковая сторона на 6 см больше основания.

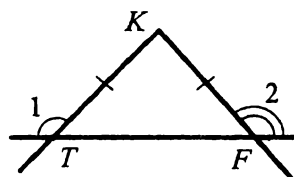


Рис. 219

97. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 87 см, а основание составляет 0,9 боковой стороны.

98. В треугольнике TFK $TK = KF$ (рис.219). Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.

99. Отрезок KB является высотой равнобедренного треугольника MKP ($MK = KP$), $\angle MKP = 64^\circ$, $MP = 28$ см. Найдите углы MKB , PKB и отрезок BP .

100. В треугольнике LHQ $LH = HQ$. Найдите периметр треугольника LHQ , если медиана HP равна 11 см, а периметр треугольника LPH — 34 см.

101. В треугольнике DEF $DE = EF = 21$ см. Серединный перпендикуляр стороны DE пересекает сторону DF в точке K (рис.220). Найдите DF , если периметр треугольника EKF равен 60 см.

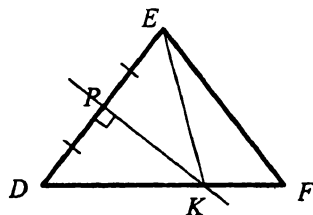


Рис. 220

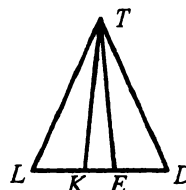


Рис. 221

102. В равнобедренном треугольнике LTD на основании LD отложены равные отрезки LE и DK (рис.221). Докажите, что $\angle TKE = \angle TEK$.

103. Биссектрисы равностороннего треугольника DEF пересекаются в точке O (рис. 222). Точки M, L и P — середины отрезков OD, OE и OF соответственно. Докажите, что треугольник MLP — равносторонний.

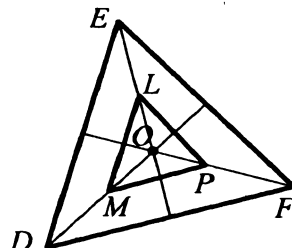


Рис. 222

104. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) медиана AK пересекает медиану BD в точке M . Докажите, что луч CM пересекает сторону AB в ее середине.
105. Докажите равенство равнобедренных треугольников по высоте, проведенной к основанию, и углу при вершине.

Признаки равнобедренного треугольника

106. На рисунке 223 $\angle KML = \angle PEM$. Докажите, что $PM = PE$.

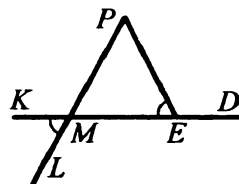


Рис. 223

107. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . На продолжении его медианы BD за точку D отметили точку K . Докажите, что треугольник AKC — равнобедренный.

108. На рисунке 224 $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle BAC = \angle CAD$. Докажите, что $\triangle BOC = \triangle DOC$.

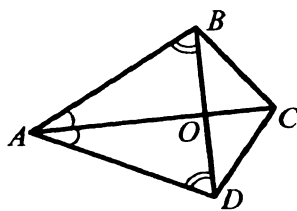


Рис. 224

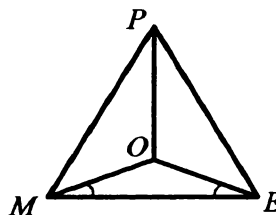


Рис. 225

109. Внутри равностороннего треугольника MPE отметили такую точку O , что $\angle OME = \angle OEM$ (рис. 225). Докажите, что $\triangle MOP = \triangle EOP$.

Третий признак равенства треугольников

110. На рисунке 226 $LT = FE$, $LF = TE$. Докажите, что $\triangle LTE = \triangle EFL$.

111. На рисунке 227 $AB = BC$ и $AD = DC$. Докажите, что $AE = EC$.

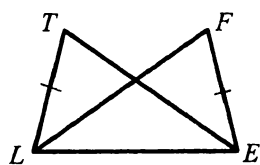


Рис. 226

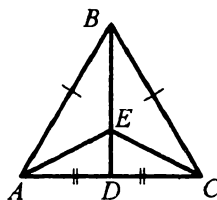


Рис. 227

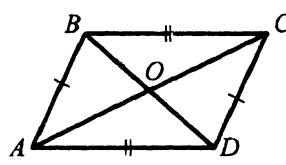


Рис. 228

112. На рисунке 228 $AB = CD$ и $BC = AD$. Докажите, что $AO = OC$ и $BO = OD$.

113. Точка пересечения биссектрис треугольника равноудалена от его вершин. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.

114. Точки C и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой l . На прямой l отметили такие точки A и B , что $AC = BD$, $AD = BC$. Прямая CD пересекает отрезок AB в точке O . Докажите, что точка O — середина отрезка AB .

115. Докажите равенство треугольников по стороне, высоте, проведенной к этой стороне, и углу между высотой и медианой, проведенными к этой стороне.

Метод доказательства от противного

116. Докажите от противного, что если два луча делят развернутый угол на три угла, то среди них хотя бы один не меньше, чем 60° .

117. Докажите от противного, что если сумма двух углов равна 176° , то они не могут быть смежными.

Параллельные прямые

118. Проведите прямую p и отметьте точку T , не принадлежащую ей. Проведите через точку T прямую, параллельную прямой p .

119. На рисунке 229 изображены две пересекающиеся прямые a и b и точка Q , не принадлежащая ни одной из них. Прове-

дите через точку Q прямые, параллельные прямым a и b .

120. Начертите тупоугольный треугольник и через каждую его вершину проведите прямую, параллельную противоположной стороне.

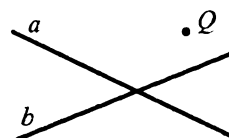


Рис. 229

121. Прямая n параллельна стороне FA треугольника BAF . Может ли прямая n быть параллельной сторонам BA и BF ? Ответ обоснуйте.
122. Докажите от противного, что если прямые m и n не пересекаются, а прямые n и k пересекаются, то прямые m и k также пересекаются.

Признаки параллельности двух прямых

123. На рисунке 230 укажите все пары разносторонних, односторонних и соответственных углов.

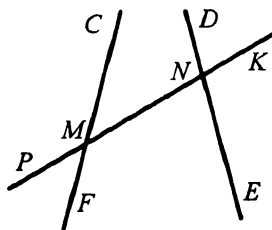


Рис. 230

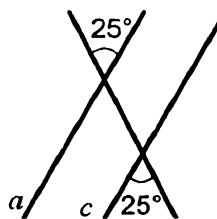


Рис. 231

124. Параллельны ли прямые a и c на рисунке 231?
125. На рисунке 232 $AB = EF$, $BD = CF$, $DE = AC$. Докажите, что $AC \parallel DE$.
126. На рисунке 233 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Докажите, что прямые m и n параллельны.

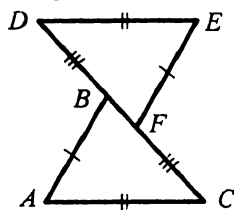


Рис. 232

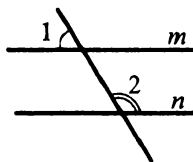


Рис. 233

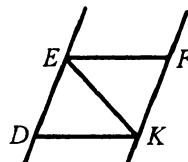


Рис. 234

127. На рисунке 234 $EF = DK$ и $\angle FEK = \angle DKE$. Докажите, что прямые DE и KF параллельны.

Свойства параллельных прямых

128. На биссектрисе угла ABC отметили точку M . Через эту точку провели прямую, которая параллельна прямой AB и пересекает сторону BC в точке N . Найдите углы треугольника BMN , если $\angle ABC = 120^\circ$.
129. На рисунке 235 найдите градусную меру угла x .

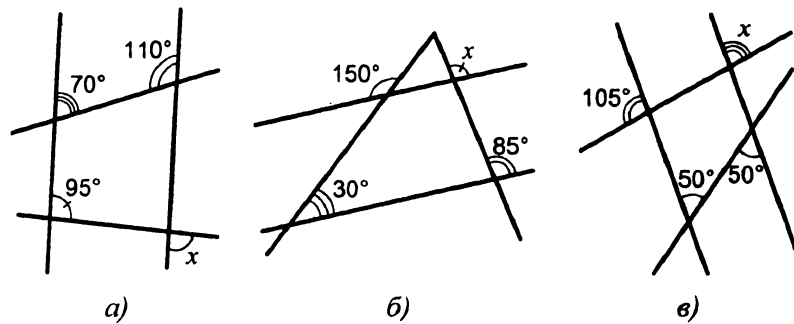


Рис. 235

130. На рисунке 236 $CD = DE$, $\angle DFK = \angle DCE$. Докажите, что $DF = DK$.

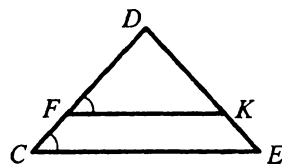


Рис. 236

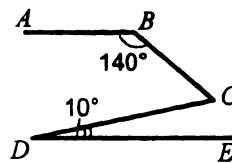


Рис. 237

131. На рисунке 237 $BA \parallel DE$, $\angle ABC = 140^\circ$, $\angle CDE = 10^\circ$. Найдите градусную меру угла BCD .

Сумма углов треугольника

132. Существует ли треугольник с углами 20° , 50° и 120° ?
133. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны: 1) 28° и 57° ; 2) 9° и 153° ; 3) 4° и 7° .
134. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 36° . Найдите углы при основании.
135. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 67° . Найдите угол при вершине.

136. Найдите неизвестные углы треугольника FLE (рис. 238).

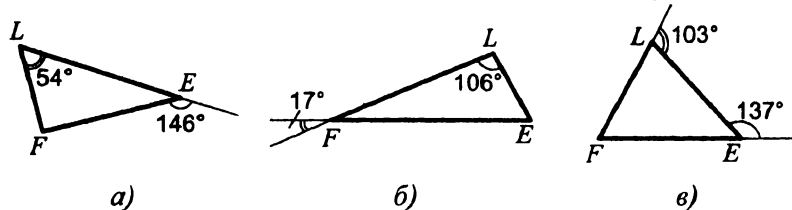


Рис. 238

137. Найдите неизвестные углы треугольника CHQ (рис. 239).

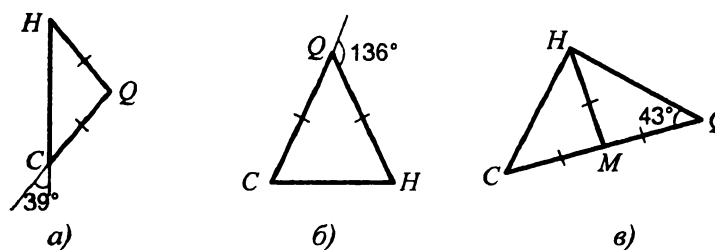


Рис. 239

138. Найдите углы треугольника MFK , если $\angle M + \angle K = 123^\circ$, $\angle K + \angle F = 158^\circ$.
139. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине на 54° меньше, чем угол при основании.
140. Найдите углы равнобедренного треугольника, если градусные меры угла при основании и угла при вершине относятся как 3 : 4.
141. Найдите углы треугольника, если один из них в 3 раза меньше второго и в 2 раза больше третьего.
142. Один из углов треугольника на 30° меньше второго и в 7 раз больше третьего. Найдите углы треугольника.
143. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 80° . Найдите угол между основанием и биссектрисой угла при основании.
144. Один из углов, образованных при пересечении биссектрис угла при основании и угла при вершине равнобедренного треугольника, равен 130° . Найдите углы треугольника.
145. В треугольнике MTQ $\angle M = 44^\circ$, $\angle T = 58^\circ$. Биссектриса угла Q пересекает сторону MT в точке F . Найдите угол QFM .

146. Углы треугольника относятся как $4 : 3 : 8$. Найдите больший из углов, которые образовались при пересечении биссектрис меньших углов треугольника.
147. Продолжения высот треугольника MNP , проведенных из вершин M и N , пересекаются в точке H , $\angle M = 58^\circ$, $\angle N = 14^\circ$. Найдите угол MHN .
148. Отрезки AH и AM — высота и биссектриса треугольника ABC соответственно, $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 135^\circ$. Найдите угол HAM .
149. В треугольнике ABC высота, опущенная из вершины B , пересекает сторону AC в точке H , а биссектриса угла B пересекает AC в точке M , $\angle ABH = 23^\circ$, $\angle BMA = 64^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .
150. Биссектрисы углов треугольника DEF пересекаются в точке M , $\angle DME = 134^\circ$. Найдите углы DMF и EMF , если $\angle EDF = 28^\circ$.
151. Один из углов равнобедренного треугольника на 42° больше другого. Найдите углы треугольника. Рассмотрите два случая.
152. Найдите углы равнобедренного треугольника, если два из них относятся как $4 : 7$. Рассмотрите два случая.

Внешний угол треугольника

153. Один из внешних углов треугольника равен 123° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если один из них равен: 1) 27° ; 2) 91° ; 3) 122° .
154. Один из внешних углов треугольника равен 98° . Найдите углы треугольника, не смежные с ним, если:
- 1) один из них на 24° больше другого;
 - 2) один из них в 13 раз меньше другого.
155. Один из углов треугольника равен 104° . Может ли внешний угол треугольника, не смежный с ним, быть равным: 1) 104° ; 2) 105° ; 3) 103° ?
156. В треугольнике POF $\angle P = 29^\circ$, $\angle F = 64^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине треугольника.

157. Один из внешних углов треугольника равен 143° , а один из углов треугольника — 31° . Найдите остальные углы треугольника.
158. Градусные меры двух внешних углов треугольника равны 151° и 143° . Найдите третий внешний угол треугольника.
159. Внешний угол равнобедренного треугольника равен 136° . Найдите углы треугольника.
160. Сумма углов равнобедренного треугольника и одного из его внешних углов равна 274° . Найдите углы треугольника.
161. Один из углов треугольника в 4 раза больше другого, а внешний угол третьего угла равен 105° . Найдите углы треугольника.
162. Луч, выходящий из вершины равнобедренного треугольника, параллелен основанию. Докажите, что этот луч — биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника.

Прямоугольный треугольник

163. Найдите второй острый угол прямоугольного треугольника, если первый равен: 1) 4° ; 2) 26° ; 3) 73° ; 4) 87° .
164. Один из острых углов прямоугольного треугольника на 58° больше другого. Найдите эти углы.
165. Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 3 : 7. Найдите эти углы.
166. Угол, который образует высота прямоугольного треугольника с одним из катетов, равен 39° . Найдите острые углы прямоугольного треугольника.
167. Биссектрисы острого и прямого углов прямоугольного треугольника при пересечении образуют углы, один из которых равен 126° . Найдите острые углы треугольника.
168. Отношение острых углов прямоугольного треугольника равно 8 : 7. Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла.
169. В прямоугольном треугольнике один из острых углов больше угла между высотой и биссектрисой в 4 раза. Найдите острые углы треугольника.

170. На рисунке 240 $DA \perp EK$, $FB \perp EK$, $DE = KF$, $EF = DK$. Докажите, что $DA = FB$.

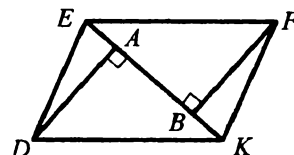


Рис. 240

171. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и медиане, проведенной к другому катету.
172. В треугольнике ABC $\angle ACB = 90^\circ$, CH — высота. Отрезок CD — биссектриса треугольника ACH . Докажите, что $BC = BD$.

Свойства прямоугольного треугольника

173. В прямоугольном треугольнике CHK гипотенуза HK равна 34 см, $\angle K = 30^\circ$. Найдите катет CH .
174. В прямоугольном треугольнике MDS катет DS равен 28 см, $\angle D = 60^\circ$. Найдите гипотенузу DM .
175. В прямоугольном треугольнике DEF $DE = EF$, точка M — середина DE . Через точку M провели прямую, перпендикулярную катету DE , которая пересекает гипотенузу DF в точке K , $MK = 9$ см. Найдите длину катета DE .
176. В равнобедренном треугольнике DEF $DE = EF$. Высота DH образует с основанием DF угол, равный 15° . Найдите DE , если $DH = 4$ см.
177. В прямоугольном треугольнике HPE ($\angle H = 90^\circ$) EK — биссектриса угла E . Отрезок KE в 2 раза больше отрезка KH и на 8 см меньше отрезка PH . Найдите катет PH .

Окружность. Некоторые свойства окружности

178. Вычислите диаметр окружности, если ее радиус равен:
1) 9 см; 2) 6,8 см; 3) x см.
179. Вычислите радиус окружности, если ее диаметр равен:
1) 18 см; 2) 15,8 см; 3) y см.
180. Начертите окружность, радиус которой равен 3,5 см. Проведите в ней радиус, диаметр и хорду.
181. Вне окружности взяли произвольную точку. Сколько диаметров и сколько хорд можно через нее провести?

182. Какую линию образуют точки, расстояние от которых до центра окружности в 3 раза больше радиуса окружности? Ответ обоснуйте.

183. В окружности проведены радиусы OM , OK и ON (рис. 241). Докажите, что если $MN = NK$, то $\angle MON = \angle NOK$.

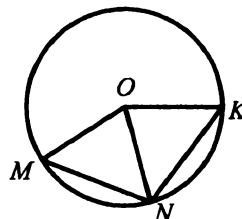


Рис. 241

184. На рисунке 242 DK — диаметр окружности. Хорды DE и DF образуют с DK равные углы. Докажите, что $DE = DF$.

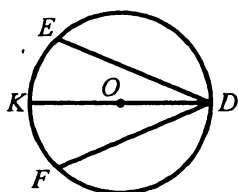


Рис. 242

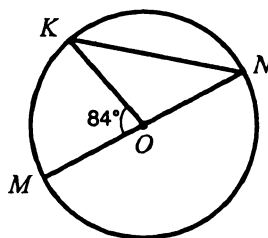


Рис. 243

185. На рисунке 243 $\angle KOM = 84^\circ$, точка O — центр окружности. Найдите угол KNM .

186. Отрезок, соединяющий середины двух хорд, проходит через центр окружности. Докажите, что данные хорды параллельны.

187. Хорда ME окружности пересекает ее диаметр CD в точке L (рис. 244), $ML = 10$ см, $MN = 5$ см. Найдите отрезок EL , если он больше, чем EF , на 4 см.

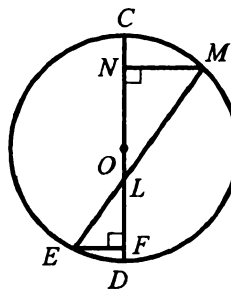


Рис. 244

188. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , каждая из окружностей проходит через центр другой. Докажите, что AB — биссектриса угла O_1AO_2 .

189. Две окружности имеют общий центр O (рис. 245). Найдите радиусы окружностей, если $KL = 5$ см, а сумма радиусов окружностей равна 9 см.

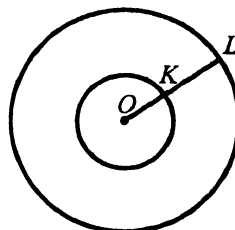


Рис. 245

Касательная к окружности

190. К окружности проведены две параллельные касательные. Докажите, что отрезок, соединяющий точки касания, проходит через центр окружности.
191. В окружности с центром O провели хорду DE , не проходящую через точку O . Через точку O провели прямую, перпендикулярную хорде DE . Докажите, что точка пересечения касательных к окружности, проведенных через точки D и E , принадлежит этой прямой.
192. На рисунке 246 прямая l касается окружности в точке B , точка O — центр окружности. Найдите угол PBE , если $\angle AOB = 122^\circ$.

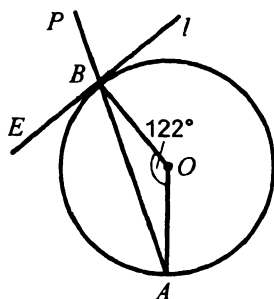


Рис. 246

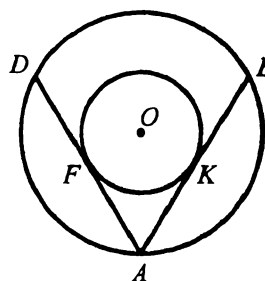


Рис. 247

193. Две окружности имеют общий центр O (рис. 247). Из точки A окружности большего радиуса проведены касательные AF и AK к другой окружности, пересекающие первую окружность в точках D и E соответственно, $\angle DAE = 60^\circ$, точки F и K — точки касания. Найдите меньший из радиусов данных окружностей, если больший радиус равен 8 см.

194. К окружности проведены касательные KM и KE (рис.248). Через точку A окружности провели еще одну касательную так, что она пересекает прямые KM и KE в точках N и P соответственно таких, что $\triangle NKP$ — равносторонний. Найдите отрезок KM , если $KP = 6$ см.

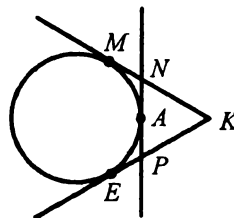


Рис. 248

Описанная и вписанная окружности треугольника

195. В треугольнике центр описанной окружности лежит на высоте. Докажите, что этот треугольник равнобедренный.
196. В треугольнике центр вписанной окружности лежит на пересечении двух высот. Докажите, что этот треугольник равносторонний.
197. Окружность, вписанная в треугольник DEF , касается стороны DF в точке A такой, что $AD - AF = 14$ см. Вершина E удалена от точки касания вписанной окружности со стороной EF на 4 см. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 60 см.

Взаимное расположение двух окружностей

198. Общая точка A окружностей с центрами O_1 и O_2 лежит на прямой O_1O_2 (рис.249). Докажите, что A — точка касания этих окружностей.

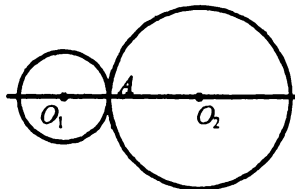


Рис. 249

199. Радиусы двух окружностей равны 14 см и 17 см. Найдите расстояние между их центрами, если окружности имеют: 1) внутреннее касание; 2) внешнее касание.
200. Два окружности имеют внутреннее касание. Расстояние между их центрами равно 36 см. Найдите радиусы окружностей, если они относятся как 5 : 9.
201. Расстояние между центрами двух окружностей равно 28 см. Определите, пересекаются ли эти окружности, если их радиусы равны:

1) 14 см и 15 см; 2) 14 см и 14 см; 3) 10 см и 17 см.

202. Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом. Отрезки, соединяющие их центры, образуют треугольник со сторонами 17 см, 18 см и 19 см. Определите радиусы окружностей.

Задачи на построение

203. Даны прямая s и точка F , не принадлежащая ей. Найдите на прямой s точку, находящуюся на расстоянии 3,5 см от точки F . Сколько таких точек может быть?
204. Постройте треугольник ABC , если $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см.
205. Начертите в тетради равнобедренный тупоугольный треугольник. Постройте треугольник, равный данному.
206. Постройте треугольник SPK , если $SP = 4$ см, $PK = 3,5$ см, $\angle SPK = 85^\circ$.
207. Постройте треугольник NCF , если $NC = 5$ см, $\angle N = 50^\circ$, $\angle C = 40^\circ$.
208. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 3,5 см, а угол при основании — 50° .
209. Постройте треугольник XOY , если $XY = 5$ см, $\angle X = 40^\circ$, $\angle O = 70^\circ$.
210. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно 3,5 см, а угол при вершине — 110° .
211. Начертите в тетради тупоугольный треугольник и постройте его высоты.
212. Постройте треугольник ABC по стороне AC , медиане BM и углу BMC .
213. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.
214. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник по отрезку, соединяющему середину гипотенузы с серединой одного из катетов.
215. Отметьте в тетради по клеточкам точки K , L и P (рис. 250) и проведите через эти точки окружность.

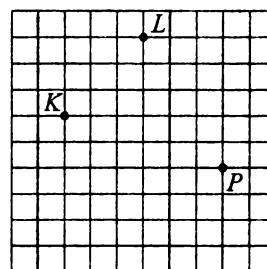


Рис. 250

216. Даны отрезок AB и точка C вне его. Проведите через точку C прямую, параллельную отрезку AB . Всегда ли задача имеет решение?
217. Постройте геометрическое место точек — середин отрезков длины m с общим концом A .
218. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от двух пересекающихся прямых.
219. Постройте геометрическое место точек — вершин треугольников с заданной стороной AB и заданной высотой h , проведенной к этой стороне.
220. На прямой l отметили точки F и K . Точка P не принадлежит прямой l . Найдите точку, равноудаленную от точек F и P , которая находится на данном расстоянии от точки K . Исследуйте количество решений.
221. Постройте окружность, которая касается данной прямой a и проходит через данную точку A . Сколько решений имеет задача?
222. Дан угол ABC . Найдите точку, находящуюся на данном расстоянии a от стороны BA угла и на расстоянии $2a$ от стороны BC .
223. Постройте окружность, касающуюся двух данных параллельных прямых и данной окружности, центр которой лежит между этими прямыми.
224. Постройте касательную к окружности, которая проходит через данную точку, лежащую вне окружности.
225. Даны окружность и две точки внутри нее. Постройте касательную к окружности так, чтобы точка касания была равноудалена от этих двух точек.
226. Постройте равнобедренный треугольник по углу при основании и высоте, проведенной к боковой стороне.
227. Постройте треугольник по стороне, высоте, проведенной к ней, и высоте, проведенной к другой стороне.
228. Постройте прямоугольный треугольник по сумме катетов и острому углу.
229. Постройте прямоугольный треугольник по катету и разности гипотенузы и другого катета.
230. Постройте треугольник по его периметру и двум углам.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧЕСКОГО
ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ****Вариант 1****Тематическое оценивание № 1**

Тема. *Простейшие геометрические фигуры и их свойства*

- 1.° Луч OD проходит между сторонами угла AOB . Найдите величину угла DOC , если $\angle AOB = 87^\circ$, $\angle AOD = 38^\circ$.
- 2.° Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 63° . Найдите градусные меры остальных углов.
- 3.° Один из смежных углов на 52° больше другого. Найдите эти углы.
- 4.° На рисунке 251 отрезки AC и BD равны. Докажите, что отрезки AB и CD также равны.
- 5.° Углы ABC и CBD — смежные, луч BM — биссектриса угла ABC , угол ABM на 36° больше угла CBD . Найдите углы ABC и CBD .
- 6.° Точки A , B и C лежат на одной прямой, $AB = 15$ см, отрезок AC в 4 раза больше отрезка BC . Найдите длину отрезка AC .



Рис. 251

Тематическое оценивание № 2

Тема. *Треугольники*

- 1.° Докажите равенство треугольников ABD и CBD (рис. 252), если $\angle ABD = \angle CDB$ и $AB = CD$.
- 2.° Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а боковая сторона на 18 см больше основания.

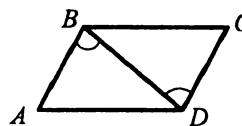


Рис. 252

- 3.* На рисунке 253 $DP = PE$, $DK = KE$.
Докажите равенство углов KDM и KEM .
- 4.* Докажите, что в равных треугольниках биссектрисы соответственных углов равны.
- 5.** Серединный перпендикуляр стороны AB треугольника ABC пересекает его сторону AC в точке D . Найдите периметр треугольника BDC , если $AC = 8$ см, $BC = 6$ см.

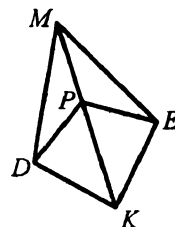


Рис. 253

Тематическое оценивание № 3

Тема. *Параллельные прямые. Сумма углов треугольника*

- 1.° На рисунке 254 найдите угол 1.
- 2.° Найдите углы треугольника ABC , если угол A на 15° меньше угла B и в 3 раза меньше угла C .
- 3.* Высоты AM и BK треугольника ABC пересекаются в точке H , $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$. Найдите угол AHB .

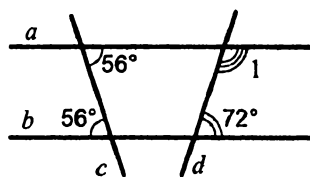


Рис. 254

- 4.* На рисунке 255 $BC \parallel AD$, $BC = AD$.
Докажите, что $AB = CD$.

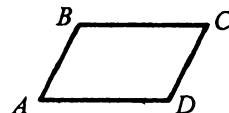


Рис. 255

- 5.** В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. На катете BC отметили точку D такую, что $\angle ADC = 60^\circ$. Найдите длину катета BC , если $CD = 5$ см.

Тематическое оценивание № 4

Тема. *Окружность и круг. Геометрические построения*

- 1.° На рисунке 256 точка O — центр окружности, $\angle AOC = 50^\circ$. Найдите угол BCO .

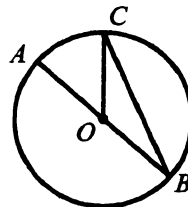


Рис. 256

- 2.° Постройте треугольник ABC , в котором $AB = 4$ см, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$.
- 3.° Через концы диаметра AB окружности проведены параллельные хорды BC и AD (рис. 257). Докажите, что $AD = BC$.
- 4.° К окружности с центром O провели касательную AB (B — точка касания). Найдите радиус окружности, если $AB = 8$ см и $\angle AOB = 45^\circ$.
- 5.** На данной окружности постройте точку, находящуюся на данном расстоянии от данной прямой. Сколько решений может иметь задача?

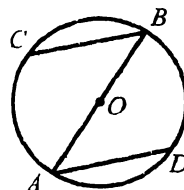


Рис. 257

Тематическое оценивание № 5

Тема. *Обобщение и систематизация знаний учащихся*

- 1.° Постройте треугольник ABC , если $AB = 7$ см, $BC = 4$ см, $AC = 5$ см.
- 2.° Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $4 : 5 : 6$.
- 3.° Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 42° . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла треугольника.
- 4.° Докажите, что треугольник ABC равнобедренный (рис. 258), если $AD = EC$ и $\angle BDE = \angle BED$.

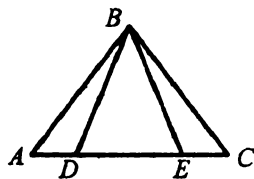


Рис. 258

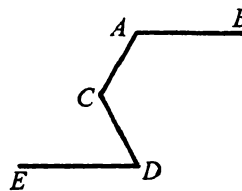


Рис. 259

- 5.** На рисунке 259 $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 130^\circ$, $\angle CDE = 60^\circ$. Найдите угол ACD .

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ

Вариант 2

Тематическое оценивание № 1

Тема. *Простейшие геометрические фигуры и их свойства*

- 1.° Точка M принадлежит отрезку AB . Найдите длину отрезка MB , если $AB = 12,3$ см, $AM = 7,4$ см.
- 2.° Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 124° . Найдите градусные меры остальных углов.
- 3.° Один из смежных углов в 11 раз меньше другого. Найдите эти углы.
- 4.° На рисунке 260 $\angle AOC = \angle BOD$. Докажите, что $\angle AOB = \angle COD$.
- 5.° Углы DEF и MEF — смежные, луч EK — биссектриса угла DEF , угол KEF на 78° меньше угла MEF . Найдите углы DEF и MEF .
- 6.° Точки M , K и P лежат на одной прямой, $MP = 24$ см, отрезок KP в 5 раз меньше отрезка MK . Найдите длину отрезка MK .

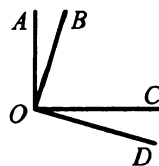


Рис. 260

Тематическое оценивание № 2

Тема. *Треугольники*

- 1.° Докажите равенство треугольников MBF и DBF (рис. 261), если $\angle MBF = \angle DBF$, $\angle MFB = \angle DFB$.
- 2.° Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 85 см, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.

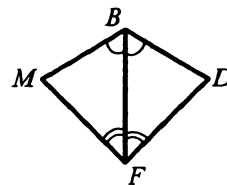


Рис. 261

- 3.* На рисунке 262 $AB = BC$, $AD = DC$.

Докажите равенство отрезков AE и EC .

- 4.* Докажите, что в равных треугольниках медианы, проведенные к соответственным сторонам, равны.

- 5.** Серединный перпендикуляр стороны AC треугольника ABC пересекает его сторону AB в точке K . Найдите длину стороны AB треугольника ABC , если $BC = 7$ см, а периметр треугольника BKC равен 23 см.

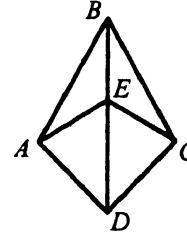


Рис. 262

Тематическое оценивание № 3

Тема. *Параллельные прямые. Сумма углов треугольника*

- 1.° На рисунке 263 найдите угол 1.

- 2.° Найдите углы треугольника FPK , если угол F в 4 раза больше угла P и на 54° меньше угла K .

- 3.* Высоты BD и CE треугольника ABC пересекаются в точке M . Найдите угол ABC , если $\angle ACB = 25^\circ$, $\angle BMC = 110^\circ$.

- 4.* На рисунке 264 $BC \parallel AD$, $AB \parallel CD$. Докажите, что $BC = AD$.

- 5.** В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, отрезок BM — биссектриса треугольника. Найдите длину катета AC , если $BM = 6$ см.

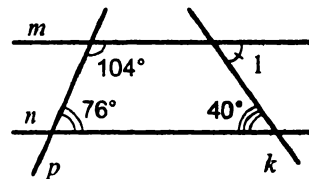


Рис. 263

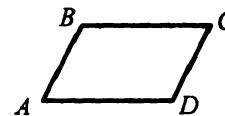


Рис. 264

Тематическое оценивание № 4

Тема. *Окружность и круг. Геометрические построения*

- 1.° На рисунке 265 точка O — центр окружности, $\angle ABO = 40^\circ$. Найдите угол BOC .

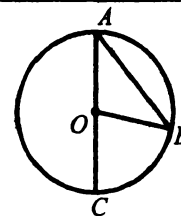


Рис. 265

- 2.° Постройте треугольник DEF , в котором $DE = 3$ см, $DF = 4$ см, $\angle D = 50^\circ$.
- 3.° Через концы диаметра MN окружности провели равные хорды MK и PN (рис. 266). Докажите, что $MK \parallel PN$.
- 4.° К окружности с центром O провели касательную CD (D — точка касания). Найдите радиус окружности, если $CO = 16$ см и $\angle COD = 60^\circ$.
- 5.** На данной окружности постройте точку, равноудаленную от двух пересекающихся прямых. Сколько решений может иметь задача?

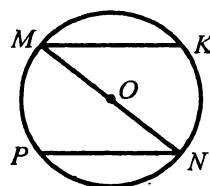


Рис. 266

Тематическое оценивание № 5

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

- 1.° Постройте треугольник MFP , если $MP = 2$ см, $MF = 5$ см, $PF = 6$ см.
- 2.° Найдите углы треугольника, если один из них равен 30° , а два других относятся как $1 : 5$.
- 3.° Угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, равен 8° . Найдите острые углы треугольника.
- 4.° Докажите, что треугольник KPF равнобедренный (рис. 267), если $KM = KE$ и $\angle MKF = \angle EKP$.
- 5.** На рисунке 268 $MK \parallel FP$, $\angle MKE = 50^\circ$, $\angle KEF = 110^\circ$. Найдите угол EFP .

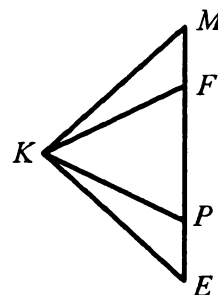


Рис. 267

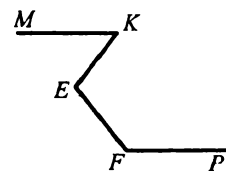


Рис. 268

**ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ
К ТРЕНИРОВОЧНЫМ УПРАЖНЕНИЯМ**

Вариант 1

12. 9,4 см. 13. 8 см. 14. 9,1 см или 3,7 см. *Указание.* Рассмотрите случаи, когда точка B лежит между точками A и C и когда точка A лежит между точками B и C . 16. Два решения. *Указание.* Рассмотрите случаи, когда точка P принадлежит отрезку MN и не принадлежит ему. 17. 21 см или 7 см. 32. 12° . 33. 24° . 34. 29° , 58° . 35. 16° , 96° . 36. 13° . 37. 93° . 38. 73° , 107° . 39. 18° , 27° , 45° . 40. 164° . 43. 112° . 44. 153° . 50. 71° , 109° . 51. 30° , 150° . 52. 75° , 105° . 53. 20° , 60° . 57. 70° и 110° . 58. 65° и 115° . 59. 36° и 144° . 60. 1) 49° , 49° , 131° , 131° ; 2) 61° , 61° , 119° , 119° ; 4) 74° , 74° , 106° , 106° . 61. 60° , 120° . 62. 38° . 66. 40° и 140° . 75. 87 см. 76. 11 см, 44 см, 52 см. 81. 34° . 93. 23 см. 94. 6 см. 95. 8 см, 14 см, 14 см. 96. 12 см, 12 см, 4 см. 97. 12 см, 36 см, 36 см. 100. 70 см. 101. 9 см. 128. 54° . 131. 100° . *Указание.* Через точку C проведите прямую, параллельную прямой BA . 134. 66° . 135. 36° . 136. а) $\angle B = 136^\circ$; $\angle C = 21^\circ$; б) $\angle A = 66^\circ$; $\angle B = 66^\circ$; в) $\angle A = 33^\circ$; $\angle B = 96^\circ$; $\angle C = 51^\circ$. 137. в) 20° , 70° , 90° . 138. 30° , 40° , 110° . 139. 72° , 72° , 36° . 140. 108° , 36° , 36° . 141. 45° , 60° , 75° . 142. 40° , 50° , 90° . 143. 75° . 144. 68° , 56° , 56° . 145. 80° . 146. 115° . 147. 124° . 9°. 148. 9° . 149. 20° , 60° . 150. 72° , 72° , 36° . 151. 76° , 52° , 52° или 68° , 68° , 44° . 152. 84° , 84° , 12° или 20° , 20° , 140° . 153. 1) 109° ; 2) 46° ; 3) 20° . 154. 1) 56° , 92° ; 2) 37° , 111° . 156. 157° , 147° , 57° . 157. 50° , 87° . 158. 134° . 159. 38° , 38° , 104° . 160. 37° , 37° , 106° . 163. 1) 87° ; 2) 53° ; 3) 26° ; 4) 4° . 164. 28° , 62° . 165. 18° , 72° . 166. 122° . 167. 10° , 80° . 168. 24° . 169. 58° и 32° . 173. 28 см. 174. 19 см. 175. 9 см. 176. 8 см. 177. 12 см. 185. 64° . 187. 20 см. 189. 3 см и 9 см. 192. 126° . 193. 11 см. 194. 8 см. 197. 8 см. *Указание.* Касательные к окружности, проведенные из

одной точки, равны. 199. 1) 4 см; 2) 18 см. 200. 8 см, 14 см. 202. 4 см, 5 см, 6 см. 219. Искомое геометрическое место точек — диаметр окружности, проходящий через середины этих хорд, за исключением концов диаметра. 226. *Указание.* Постройте прямоугольный треугольник по катету (высота, проведенная к боковой стороне) и противоположному острому углу (угол при вершине искомого треугольника). 227. *Указание.* Постройте прямоугольный треугольник ABD по углу A (или смежному с ним, если $\angle A > 90^\circ$) и катету BD (BD — высота, проведенная к стороне AC). Тогда AB — сторона искомого треугольника ABC . 228. *Указание.* Постройте треугольник ACD , в котором AD равна данной сумме катета и гипотенузы, угол D — половине известного угла α искомого треугольника, $\angle A = 90^\circ - \alpha$. Проведите серединный перпендикуляр стороны CD . Его точка пересечения с AD — третья вершина B искомого треугольника ABC . 229. *Указание.* Постройте треугольник BAD , в котором $\angle D = 135^\circ$, BD — разность катетов, AB — гипотенуза искомого треугольника. Перпендикуляр к прямой BD , проведенный из точки A , пересечет BD в точке C — третьей вершине искомого треугольника ABC . 230. *Указание.* Постройте треугольник DBC по сторонам BC , $BD = AB - AC$ и углу B между ними. Серединный перпендикуляр отрезка DC пересечет прямую DB в точке A — третьей вершине искомого треугольника ABC .

Вариант 2

12. 4,2 см. 13. 1 см. 14. 0,5 см или 10,3 см. 17. 11 см или 3 см. 32. 9° . 33. 19° . 34. 23° и 51° . 35. 23° и 92° . 36. 90° . 37. 94° . 38. 39° , 51° . 39. 40° , 60° , 80° . 40. 72° . 43. 84° . 44. 156° . 51. 36° , 144° . 52. 80° , 100° . 53. 40° , 80° . 57. 30° , 150° . 58. 66° , 114° . 59. 30° , 150° . 60. 2) 42° , 42° , 138° , 138° ; 3) 67° , 67° , 113° , 113° . 61. 60° , 120° . 62. 149° . 66. 80° , 100° . 75. 95 см. 76. 17 см, 51 см, 40 см. 81. 12 см. 93. 17 см. 94. 2 см. 95. 10 см. 96. 6 см, 8 см, 8 см. 97. 14 см, 28 см, 28 см. 100. 15 см. 101. 26 см. 128. 60° .

131. 110° . 134. 48° . 135. 100° . 136. а) 43° , 30° ; б) 46° , 82° ; в) 27° , 71° , 82° . 137. в) 40° , 50° , 90° . 138. 40° , 60° , 80° . 139. 54° , 54° , 72° . 140. 36° , 72° , 72° . 141. 36° , 40° , 84° . 142. 20° , 70° , 90° . 143. 40° . 144. 66° , 66° , 48° . 145. 70° . 146. 125° . 147. 148° . 148. 21° . 149. 60° , 50° . 151. 66° , 66° , 48° или 54° , 54° , 72° . 152. 30° , 30° , 120° или 80° , 80° , 20° . 153. 1) 98° ; 2) 57° ; 3) 23° . 154. 1) 52° , 74° ; 2) 42° , 84° . 156. 132° , 141° , 87° . 157. 40° , 102° . 158. 130° . 159. 44° , 44° , 92° . 160. 28° , 28° , 124° . 161. 40° , 60° , 80° . 164. 31° , 59° . 165. 30° , 60° . 166. 83° . 167. 70° , 120° . 168. 64° , 26° . 169. 43° , 47° . 173. 8 см. 174. 12 см. 175. 36 см. 176. 24 см. 177. 8 см. 185. 21° . 187. 7 см, 4 см. 189. 10 см, 18 см. 192. 54° . 193. 1 см. 194. 10 см. 197. 28 см. 199. 1) 3 см; 2) 15 см. 200. 24 см, 40 см. 202. 3 см, 4 см, 5 см. 219. Искомое геометрическое место точек — окружность, касающаяся всех этих хорд, центр которой совпадает с центром данной окружности. 227. Указание. Постройте прямоугольный треугольник ABD по углу A (или смежному с ним, если $\angle A > 90^\circ$) и катету BD (BD — высота, проведенная к стороне AC). AB — сторона искомого треугольника. Далее, построив прямоугольный треугольник по гипотенузе AB и катету AM (AM — высота, проведенная к стороне BC), найдете угол B искомого треугольника. 228. Указание. Постройте прямоугольный треугольник ACD по данному катету AC и катету CD , равному сумме второго катета и гипотенузы. Серединный перпендикуляр отрезка AD пересечет CD в точке B — третьей вершине искомого треугольника ABC . 229. Указание. Постройте треугольник ABD , в котором DB равна разности катетов, $\angle D = 135^\circ$, угол B — данный по условию угол. Перпендикуляр к прямой BD , проведенный из точки A , пересечет ее в точке C — третьей вершине искомого треугольника ABC . 230. Указание. Постройте треугольник BCD по стороне BC , углу B и стороне $BD = AB + AC$. Серединный перпендикуляр отрезка CD пересечет BD в точке A — третьей вершине искомого треугольника ABC .

Вариант 3

12. 11,8 дм. 13. 12 см. 14. 0,9 см или 15,5 см. 17. 22 см или 12 см.
 32. 21° . 33. 15° . 34. 31° , 63° . 35. 28° , 77° . 36. 28° . 37. 19° . 38. 76° ,
 104° . 39. 10° , 20° , 60° . 40. 152° . 43. 128° . 44. 127° . 50. 118° , 62° .
 51. 45° , 135° . 52. 84° , 96° . 53. 12° , 48° . 57. 110° , 70° . 58. 58° ,
 122° . 59. 20° , 160° . 60. 1) 38° , 38° , 142° , 142° ; 2) 28° , 28° , 152° ,
 152° ; 4) 56° , 56° , 124° , 124° . 61. 36° , 144° . 62. 82° . 66. 90° , 90° .
 75. 83 см. 76. 30 см, 69 см, 90 см. 81. 3,4 см. 93. 26 см. 94. 9 см.
 95. 6 см, 7 см, 7 см. 96. 14 см, 14 см, 18 см. 97. 30 см, 24 см,
 24 см. 100. 51 см. 101. 12 см. 128. 35° , 35° , 110° . 131. 170° .
 137. 6) 63° , 63° , 54° . 138. 5° , 15° , 60° . 139. 44° , 44° , 52° . 140. 40° ,
 40° , 100° . 141. 20° , 40° , 120° . 142. 28° , 68° , 84° . 143. 30° .
 144. 60° , 47° , 63° . 145. 61° . 146. 75° . 147. 38° . 148. 52° . 149. 30° ,
 24° . 150. 116° , 118° . 151. 49° , 49° , 82° или 38° , 71° , 71° . 152. 40° ,
 40° , 100° или 75° , 75° , 30° . 154. 1) 41° , 87° ; 2) 16° , 112° .
 155. 131° , 148° , 81° . 156. 131° , 148° , 81° . 157. 22° , 101° . 158. 67° .
 159. 56° , 56° , 68° или 62° , 62° , 56° . 160. 53° , 53° , 74° или 74° ,
 74° , 32° . 161. 7° , 21° , 152° . 164. 22° , 68° . 165. 20° , 70° . 166. 53° ,
 37° . 167. 50° , 40° . 168. 19° . 169. 8° , 82° . 173. 46 см. 174. 21 см.
 175. 8 см. 176. 3 см. 177. 8 см. 187. 9 см. 189. 3 см, 7 см.
 192. 88° . 193. 60° . 194. 15 см. 197. 6 см, 8 см, 10 см. 199. 1) 6 см;
 2) 24 см. 200. 15 см, 21 см. 202. 2 см, 3 см, 4 см. 226. Указание. Построив прямоугольный треугольник ACD ($\angle D = 90^\circ$) по катету CD (высота искомого треугольника) и углу A (угол при основании искомого треугольника), найдите AC — основание искомого треугольника. 227. Указание. Построив прямоугольные треугольники по гипотенузе (стороне искомого треугольника) и катету (высоте искомого треугольника), найдите углы при известной стороне искомого треугольника. 228. Указание. Постройте треугольник ABD по $\angle D = 45^\circ$, стороне AD (сумма катетов) и стороне AB (гипотенуза искомого треугольника). Высота, проведенная из вершины B к стороне AD , пересечет AD в точке C — третьей вершине искомого

треугольника. **229. Указание.** Постройте треугольник ABD , в котором DB равна разности катетов, $\angle D = 45^\circ$, $\angle ABD = 180^\circ - \angle B$, где $\angle B$ — данный в условии угол. Перпендикуляр к прямой BD , проведенный из точки A , пересечет ее в точке C — третьей вершине искомого треугольника ABC . **230. Указание.** Постройте треугольник BDC , в котором $AC = AC - AB$, угол C и сторона BC даны по условию. Серединный перпендикуляр стороны BD пересечет прямую DC в точке A — третьей вершине искомого треугольника ABC .

Вариант 4

12. 3,9 см. 13. 16 см. 14. 0,7 см или 6,5 см. 17. 15 см или 17 см.
 33. 12° . 34. 21° , 48° . 35. 54° , 48° . 36. 130° . 37. 44° . 38. 24° , 66° .
 39. 36° , 60° , 84° . 40. 166° . 43. 32° . 44. 122° . 50. 38° , 142° . 51. 15° ,
 165° . 52. 81° , 99° . 53. 15° , 75° . 57. 50° , 130° . 58. 51° , 129° .
 59. 18° , 162° . 60. 1) 48° , 48° , 132° , 132° ; 2) 59° , 59° , 121° , 121° ;
 4) 66° , 66° , 114° , 114° . 61. 20° , 160° . 62. 75° . 66. 126° , 54° .
 75. 223 см. 76. 76 см, 38 см, 49 см. 93. 25 см. 94. 14 см. 95. 14 см,
 22 см, 22 см. 96. 17 см, 23 см, 23 см. 97. 27 см, 30 см, 30 см.
 100. 46 см. 101. 39 см. 128. 60° , 60° , 60° . 131. 50° . 136. а)
 $\angle F = 92^\circ$, $\angle E = 34^\circ$; б) $\angle F = 17^\circ$, $\angle E = 57^\circ$; в) $\angle L = 87^\circ$,
 $\angle E = 43^\circ$, $\angle F = 50^\circ$. 137. в) $\angle C = 47^\circ$, $\angle H = 90^\circ$. 139. 24° , 78° ,
 78° . 140. 54° , 54° , 72° . 141. 20° , 40° , 120° . 142. 10° , 70° , 100° .
 143. 25° . 144. 20° , 80° , 80° . 145. 97° . 146. 138° . 147. 62° . 148. 55° .
 149. 15° , 67° , 98° . 150. 122° , 104° . 151. 1) 46° , 46° , 88° ; 2) 32° ,
 74° , 74° . 152. 1) 48° , 48° , 84° ; 2) 70° , 70° , 40° . 154. 1) 37° , 61° ;
 2) 7° , 91° . 156. 151° , 116° , 93° . 157. 112° , 37° . 158. 66° .
 159. 1) 68° , 68° , 44° ; 2) 44° , 44° , 92° . 160. 1) 86° , 86° , 8° ; 2) 47° ,
 47° , 86° . 161. 21° , 75° , 84° . 164. 16° , 74° . 165. 27° , 63° . 166. 39° ,
 51° . 167. 72° , 18° . 168. 3° . 169. 30° , 60° . 173. 17 см. 174. 56 см.
 175. 18 см. 176. 8 см. 177. 24 см. 185. 42° . 187. 8 см. 189. 7 см,
 2 см. 192. 119° . 193. 4 см. 194. 9 см. 197. 10 см, 24 см, 26 см.

200. 81 см, 45 см. **202.** 8 см, 9 см, 10 см. **227. Указание.** Построив прямоугольный треугольник ADC по гипотенузе AC (известная сторона искомого треугольника) и катету AD (высота, проведенная к другой стороне треугольника), найдете угол C искомого треугольника ABC . Построив прямоугольный треугольник BEC по углу C и катету BE (вторая высота искомого треугольника), найдете сторону BC искомого треугольника. **228. Указание.** Постройте треугольник ABD , в котором $\angle D = 45^\circ$, сторона DA равна данной сумме катетов, угол A дан по условию. Опустив высоту на сторону DA , найдете третью вершину C треугольника ABC . **229. Указание.** Постройте прямоугольный треугольник ADC ($\angle C = 90^\circ$) по катету AC (данному по условию) и катету CD (разности между гипотенузой и катетом искомого треугольника). Серединный перпендикуляр стороны AD пересечет прямую CD в точке B — третьей вершине искомого треугольника ABC . **230. Указание.** Постройте треугольник DBE , в котором DE — сумма сторон искомого треугольника, $\angle D = \frac{1}{2}\angle A$, $\angle E = \frac{1}{2}\angle C$, где $\angle A$ и $\angle C$ — известные углы искомого треугольника. Серединные перпендикуляры отрезков BD и BE пересекут DE в точках A и C — вершинах искомого треугольника ABC .

Содержание

От авторов.....	3
Тематическое распределение тренировочных упражнений	5
Тренировочные упражнения	6
Вариант 1.....	6
Вариант 2.....	29
Вариант 3.....	52
Вариант 4.....	75
Задания для тематического оценивания знаний	99
Вариант 1.....	99
Вариант 2.....	102
Ответы и указания к тренировочным упражнениям	105

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
РАБІНОВИЧ Юхим Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

Збірник
задач і завдань
для тематичного оцінювання
з геометрії для 7 класу

Російською мовою

Редактор *Г. Ф. Висоцька*
Комп'ютерна верстка *О. О. Удалов*
Коректор *Т. Є. Цента*

Підписано до друку 05.05.2010. Формат 60×90/16.
Гарнітура шкільна. Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 7,00. Тираж 3000 прим. Замовлення № 695.

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, 758-83-93, 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

Свідоцтво ДК № 644 від 25.10.2001 р.

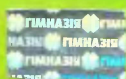
Віддруковано з готових діапозитивів
у друкарні ПП «Модем»
Тел. (057) 758-15-80, 758-15-90

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
Е. М. Рабинович
М. С. Якир

8

ГЕОМЕТРИЯ

СБОРНИК ЗАДАЧ
И КОНТРОЛЬНЫХ
РАБОТ



 ГІМНАЗІЯ

