

Решение ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ задач по алгебре за 9 класс

к учебному изданию «Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс» / Л.В. Кузнецова, Е.А. Бунимович, Б.П. Пигарев, С.Б. Суворова. — 6-е изд., перераб. и доп. — М.: Дрофа, 2001 г.

*учебно-практическое
пособие*

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

РАБОТА № 1

Вариант 1.

1. $2x^2 + 3x - 5 = 0$;

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$;

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4};$$

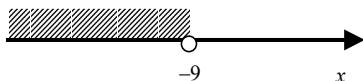
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2};$$

$$x_1 = \frac{-3-7}{4} = \frac{-10}{4} = -2,5;$$

$$x_2 = \frac{-3+7}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

Ответ: $x_1 = -2,5$; $x_2 = 1$.

$$2. \left(\frac{1}{(a-b)} - \frac{1}{a+b} \right) \left(\frac{2a+2b}{b} \right) = \frac{(a+b-a+b)2(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2b \cdot 2}{(a-b)b} = \frac{4}{a-b}.$$



3. $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$;

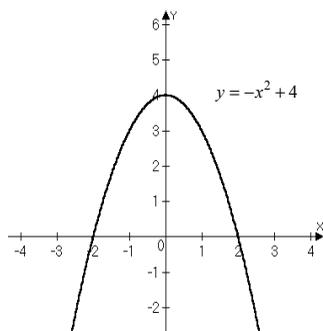
$6x - 10x - 40 > 14 + 2x$;

$6x < -54$; $x < -9$.

Ответ: $(-\infty; -9)$.

4. $\begin{cases} y = 3, \\ 3x = 3 + y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ 3x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ x = 2. \end{cases}$

Ответ: (2;3).



5. а) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$,

$y_0 = 0 + 4 = 4$.

x	-2	0	2
y	0	4	0

б) по рисунку видно, что $y < 0$, при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

6. При $a=12$, $b=-5$:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13.$$

7. 210 учебников – 15%; всего (x) – 100%;

$$x = \frac{100 \cdot 20}{15} = 1400.$$

Ответ: всего 1400 учебников.

Вариант 2.

1. $5x^2 - 7x + 2 = 0;$

$D = 49 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 9,$

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10}; x_1 = \frac{7-3}{10} = 0,4; x_2 = \frac{7+3}{10} = 1.$

Ответ: $x_1 = 0,4; x_2 = 1.$

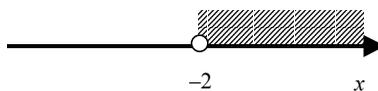
2. $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n} \right) : \frac{2}{3m-3n} =$
 $= \frac{m+n-m+n \cdot 3(m-n)}{(m-n)(m+n) \cdot 2} = \frac{2n \cdot 3}{(m+n) \cdot 2} = \frac{3n}{m+n}.$

3. $5 + x > 3x - 3(4x + 5);$

$5 + x > 3x - 12x - 15;$

$-10x < 20. \quad x > -2.$

Ответ: $(-2; +\infty).$



4. $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x + 2y = 0; \end{cases} \begin{cases} 4x + 2y = 2, \\ 5x + 2y = 0; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ 2y = 2 - 4x; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 5. \end{cases}$

Ответ: $(-2; 5).$

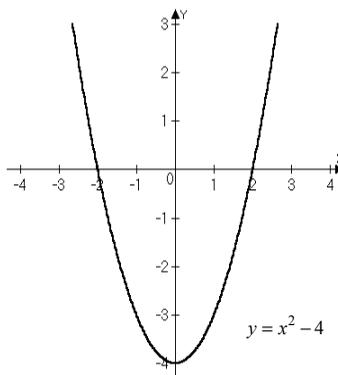
5. а) $y = x^2 - 4.$

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2} = 0;$

$y_0 = 0^2 - 4 = -4.$

x	-2	0	2
y	0	-4	0



б) из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty).$

6. При $x=10, y=-6: \sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{10^2 - (-6)^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8.$

7. 54 (м) ткани – 45%; всего x (м) – 100%; $x = \frac{100 \cdot 54}{45} = 120$ (м).

Ответ: всего 120 м.

РАБОТА № 2

Вариант 1.

1. $3x^2 + 5x - 2 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$,

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6}; \quad x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

2. $4c(c-2) - (c-4)^2 = 4c^2 - 8c - (c^2 - 8c + 16) =$
 $= 4c^2 - 8c - c^2 + 8c - 16 = 3c^2 - 16.$



3.
$$\begin{cases} 2x-1 > 0, \\ 15-3x > 0 \end{cases} \begin{cases} 2x > 1, \\ 3x < 15 \end{cases} \begin{cases} x > 0,5 \\ x < 5. \end{cases}$$

 $x \in (0,5;5).$

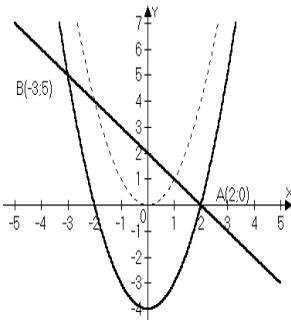
Ответ: $(0,5;5)$

4.
$$\begin{cases} x+5y = 7 \\ 3x+2y = -5 \end{cases} \begin{cases} 3x+15y = 21 \\ 3x+2y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13y = 26 \\ 3x = -5 - 2y \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = (-5-4) \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ответ: $(-3;2)$.

5. $y = x^2 - 4$. График – парабола. Ветви вверх.



x	-2	0	2
y	0	-4	0

$$y = -x + 2.$$

График – прямая.

x	0	1
y	2	1

Из рисунка видно, что $A(2; 0)$ и $B(-3; 5)$ – точки пересечения этих графиков. Проверка: 1) $0 = 2^2 - 4$; $0 = -2 + 2$.

2) $5 = (-3)^2 - 4$; $5 = -(-3) + 2$.

Ответ: $A(2; 0)$, $B(-3; 5)$.

6.
$$\frac{(3\sqrt{5})^2}{15} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5})^2}{5} = 3.$$

7. $a = \frac{v-v_0}{t}$, $at = v-v_0$, $v = at + v_0$, но $t \neq 0$.

Вариант 2.

1. $2x^2 - 7x + 3 = 0;$

$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25;$

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}; \quad x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{7+5}{4} = 3;$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = 3.$

2. $3a(a+2) - (a+3)^2 = 3a^2 + 6a - (a^2 + 6a + 9) =$
 $= 3a^2 + 6a - a^2 - 6a - 9 = 2a^2 - 9.$

3. $\begin{cases} 6-3x > 0, \\ 5x-3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 3x < 6, \\ 5x > 3 \end{cases} \begin{cases} x < 2, \\ x > 0,6. \end{cases}$



$x \in (0,6;2).$

Ответ: $(0,6;2).$

4. $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+y=7 \end{cases} \begin{cases} 2x-3y=1 \\ 9x+3y=21 \end{cases} \begin{cases} 11x=22 \\ y=7-3x \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=7-6 \end{cases} \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$

Ответ: $(1; 2).$

5. $y = -x^2 + 4.$

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0;$

$y_0 = y(0) = -0^2 + 4 = 4.$

x	-2	0	2
y	0	4	0

$y=x-2$ – график – прямая.

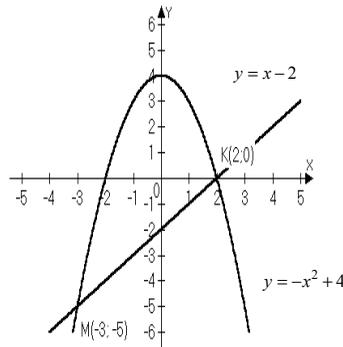
x	0	2
y	-2	0

Решим систему уравнений.

$\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -x^2 + 4, \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \\ x = 2 \\ y = 0 \end{cases}.$

Ответ: $(2;0); (-3;-5).$



$$6. \frac{6}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{3}{2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2}.$$

$$7. a = \frac{v-v_0}{t}, at = v-v_0, t = \frac{v-v_0}{a}, \text{ но } a \neq 0, t \neq 0.$$

РАБОТА № 3

Вариант 1.

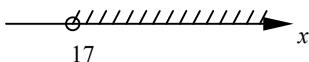
$$1. 6(10-x)(3x+4) = 0;$$

$$10-x = 0 \text{ или } 3x+4 = 0;$$

$$x_1 = 10; x_2 = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 10; x_2 = -\frac{4}{3}.$$

$$2. 2c - \frac{2c^2 - 18}{c+3} = 2c - \frac{(c+3)(c-3) \cdot 2}{c+3} = 2c - 2c + 6 = 6.$$



$$3. \begin{cases} 5x + 3(x+8) < 10(x-1); \\ 5x + 3x - 10x < -10 - 24; \\ 2x > 34; & x > 17. \end{cases}$$

Ответ: (17; ∞).

$$4. \text{ а) } y = 0 \text{ при } x = -3, x = -1, x = 4; \quad \text{ б) } x = 0 \text{ при } y = 2; \quad \text{ в) } x \in [-2; 2].$$

$$5. \begin{cases} x-y = 4 \\ xy + y^2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4+y \\ 4y + 2y^2 = 6 \end{cases}; y^2 + 2y - 3 = 0; \quad \begin{cases} y = -3 \\ x = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 1 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Ответ: (1; -3), (5; 1).

$$6. \text{ Пусть } x - \text{ весь товар, тогда } 0,28x + 0,56x + 32 = x;$$

$$0,16x = 32; \quad x = 200 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 200 кг.

$$7. 0,4 \cdot 10^{-3} \vee 4,1 \cdot 10^{-4}; \quad 0,0004 < 0,00041;$$

$$\text{Ответ: } 0,4 \cdot 10^{-3} < 4,1 \cdot 10^{-4}.$$

Вариант 2.

$$1. 2(5x-7)(1+x) = 0;$$

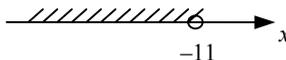
$$5x-7 = 0 \text{ или } 1+x = 0;$$

$$x_1 = \frac{7}{5}; x_2 = -1.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = \frac{7}{5}; x_2 = -1.$$

$$2. 4a - \frac{4a^2 - 36}{a + 3} = 4a - 4 \frac{(a+3)(a-3)}{a+3} = 4a - 4a + 12 = 12.$$

$$3. \begin{cases} 2(x+3) + 3x > 7(x+4); \\ 2x + 3x - 7x > 28 - 6; \\ 2x < -22; \\ x < -11. \end{cases}$$



$$4. \begin{aligned} \text{a) } & x = -6, x = -1, x = 5; \\ \text{б) } & y = -2; \\ \text{в) } & x \in [-3; 2]. \end{aligned}$$

$$5. \begin{cases} x^2 + xy = 12 \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 + x \\ 2x + 2x^2 = 12 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 6 = 0; x = -3; y = -1; x_2 = 2; y_2 = 4.$$

Ответ: $(-3; -1), (2; 4)$.

6. Пусть x ч. – весь маршрут, тогда $\frac{x}{6}$ ч. – время по плану,

$\frac{x}{4}$ ч. – время с новой скоростью, $\left(\frac{x}{4} - \frac{x}{6}\right)$ ч. – разница во времени.

$$0,52x + 0,26x + 44 = x; 0,22x = 44; x = 200 \text{ (км)}.$$

Ответ: 200 км.

$$7. 2,6 \cdot 10^{-4} \vee 0,2 \cdot 10^{-3}; \quad 0,00026 > 0,0002.$$

Ответ: $2,6 \cdot 10^{-4} > 0,2 \cdot 10^{-3}$.

РАБОТА № 4

Вариант 1.

$$1. 3x^2 + 2x - 5 = 0; D = 4 - (-4) \cdot 3 \cdot 4 = 64.$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6}; \quad x_1 = \frac{-2 - 8}{6} = -\frac{5}{3}; \quad x_2 = \frac{-2 + 8}{6} = 1.$$

Ответ: $x_1 = -1\frac{2}{3}; x_2 = 1$.

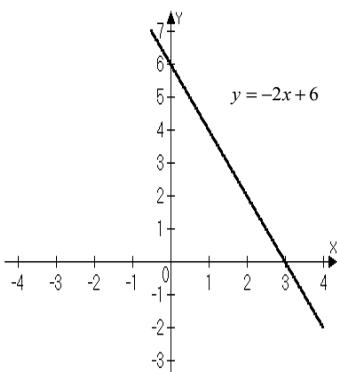
$$2. \frac{a^2}{a^2 - 1} - \frac{a}{a + 1} = \frac{a^2}{(a^2 - 1)} - \frac{a(a - 1)}{(a^2 - 1)} = \frac{a^2 - a^2 + a}{a^2 - 1} = \frac{a}{a^2 - 1}.$$

$$3. 3(3x - 1) > 2(5x - 7), \quad 9x - 3 > 10x - 14, \quad 10x - 9x < -3 + 14,$$



$x < 11$.

Ответ: $(-\infty; 11)$.



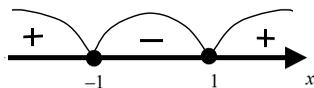
4. а) $y = -2x + 6$.

График – прямая.

x	0	3
y	6	0

б) $A(-35; 76)$,
 $-2 \cdot (-35) + 6 = 76$.
 $76 = 76$.

Равенство верно, т. о. график проходит через точку $A(-35, 76)$.



5. $x^2 - 1 \leq 0$.

$(x-1)(x+1) \leq 0$, т. о. $x \in [-1; 1]$

Ответ: $[-1; 1]$

6. $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}} = \frac{a^{-3}}{a^{-2}} = a^{-3-(-2)} = a^{-1} = \frac{1}{a}$. При $a = 6$; $\frac{1}{a} = \frac{1}{6}$.

7. Пусть x палатки и y дома, тогда составим систему уравнений.

$$\begin{cases} x + y = 25, \\ 2x + 4y = 70; \end{cases} \begin{cases} x + y = 25, \\ x + 2y = 35; \end{cases} \begin{cases} y = 10, \\ x = 25 - y; \end{cases} \begin{cases} y = 10, \\ x = 15 - y. \end{cases}$$

Ответ: на турбазе было 15 палаток и 10 домиков.

Вариант 2.

1. $5x^2 - 3x - 2 = 0$;

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 49,$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10}; \quad x_1 = \frac{3-7}{10} = \frac{-4}{10} = -0,4; \quad x_2 = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 1.$$

Ответ: $x_1 = -0,4$; $x_2 = 1$.

$$\begin{aligned} 2. \frac{c^2}{c^2-4} - \frac{c}{c-2} &= \frac{c^2}{(c-2)(c+2)} - \frac{c(c+2)}{(c-2)(c+2)} = \\ &= \frac{c^2 - c^2 - 2c}{c^2 - 4} = \frac{-2c}{c^2 - 4} = \frac{2c}{4 - c^2}. \end{aligned}$$



3. $5(x+4) < 2(4x-5)$,

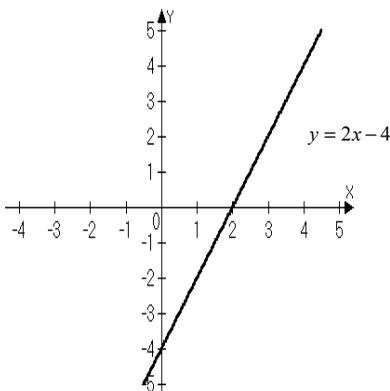
$$5x + 20 < 8x - 10, \quad 3x > 30, \quad x > 10.$$

Ответ: $(10; +\infty)$.

4. а) $y = 2x - 4$.

График – прямая.

x	0	2
y	-4	0



б) $B(-45; -86)$.

$$y(-45) = 2 \cdot (-45) - 4 =$$

$$= -90 - 4 = -94;$$

$$-94 \neq -86.$$

Равенство неверно, т. о. точка B не принадлежит графику.

5. $x^2 - 9 \geq 0$.

$$(x-3)(x+3) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty).$$

Ответ: $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.



6. $\frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6} = c^{7-3-6} = c^{-2}$. Если $c=4$, то $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{16}$.

7. Пусть количество двухместных лодок – x , тогда трехместных – $6-x$. Составим уравнение.

$$2x + 3(6 - x) = 14, \quad 2x + 18 - 3x = 14, \quad 6 - x = 2, \quad x = 4.$$

Ответ: 4 двухместные лодки и 2 трехместные.

РАБОТА № 5

Вариант 1.

1. $\frac{2x - 2y}{y} \cdot \frac{3y^2}{x^2 - y^2} = \frac{2(x - y) \cdot 3y^2}{y \cdot (x - y)(x + y)} = \frac{6y}{x + y}$.

2. $6x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25$,

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12}; \quad x_1 = \frac{-1 - 5}{12} = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{-1 + 5}{12} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

3. $0 < -2x < 8$;

$$0 < -x < 4$$
;

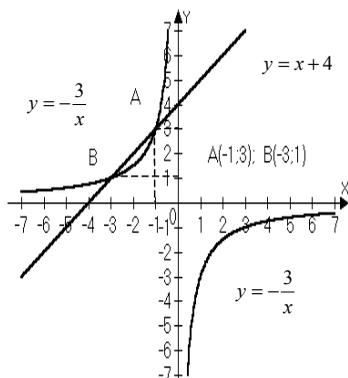
$$0 > x > -4; \quad -4 < x < 0.$$

$$-3 \in (-4; 0); \quad -1 \in (-4; 0).$$

Ответ: $(-4; 0)$; $-3; -1$.

$$4. \begin{cases} x+y=6 \\ 5x-2y=9 \end{cases} \begin{cases} 2x+2y=12 \\ 5x-2y=9 \end{cases} \begin{cases} 7x=21 \\ y=6-x \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ y=6-3 \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}; x=y=3.$$

Ответ: (3; 3).



5. а) $y = -\frac{3}{x}$;

График гиперболы, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

2) $y = x + 4$.

График – прямая.

x	0	-4
y	4	0

б) Решим систему.

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{x}, \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = -\frac{3}{x}, \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 3 = 0, \\ x \neq 0, \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = -1, \\ x \neq 0, \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = 1, \\ x = -1, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: (-1; +3); (-3; 1).

6. Пусть x – расстояние от турбазы до станции, тогда

$$\frac{x}{6} = \frac{x}{4} - 1; 2x = 3x - 12; x = 12.$$

Ответ: 12 км.

$$7. 2\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{3} = 2\sqrt{5} - \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{5}.$$

Вариант 2.

$$1. \frac{a^2 - b^2}{5a^2} \cdot \frac{a}{3a + 3b} = \frac{a \cdot (a - b)(a + b)}{15a^2(a + b)} = \frac{a - b}{15a}.$$

2. $2x^2 - 5x + 3 = 0;$

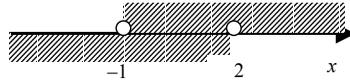
$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1,$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4}; x_1 = \frac{5-1}{4} = 1; x_2 = \frac{5+1}{4} = 1,5.$$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 1,5$.

3. $-6 < -3x < 3, -2 < -x < 1, -1 < x < 2,$
 $x \in (-1; 2). 0 \in (-1; 2); 1 \in (-1; 2).$

Ответ: $x \in (-1; 2), 0$ и 1 .



4.
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases} \begin{cases} 5x + 5y = 35 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases} \begin{cases} 12y = 24 \\ x = 7 - y \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

Ответ: $(5; 2)$.

5. а) $y = \frac{2}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	-1	-2	2	1

б) $y = -x + 3$. График прямая.

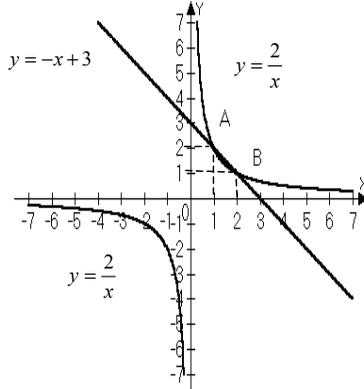
x	0	3
y	3	0

$$\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = \frac{2}{x} \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0, \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 2, \\ x \neq 0, \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 2, \\ x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: графики пересекаются в точках $A(1; 2); B(2; 1)$.



6. Пусть x – расстояние от леса до деревни, тогда $\frac{x}{4} = \frac{x}{5} + \frac{1}{4}$;

$$5x = 4x + 5; x = 5.$$

Ответ: 5 км.

7. $2\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

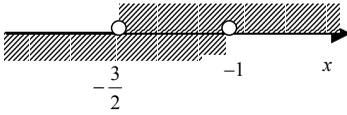
РАБОТА № 6

Вариант 1.

1. При $a = -1, 1 - 0,5a^2 + 2a^3 = 1 - 0,5 - 2 = -1,5$.

2. $\frac{m^2 - mn}{n^2} \cdot \frac{mn}{m^2 - n^2} = \frac{m(m-n) \cdot m}{n(m-n)(m+n)} = \frac{m^2}{n(m+n)}$.

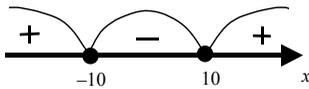
3. $x(2x + 1) = 3x + 4;$
 $2x^2 - 2x - 4 = 0;$
 $x^2 - x - 2 = 0$ по т. Виета
 $x_1 = 2; x_2 = -1.$
 Ответ: $x_1 = 2; x_2 = -1.$



4. $-1 < 2x + 2 < 0; -3 < 2x < -2;$
 $-\frac{3}{2} < x < -1, x \in (-1,5; -1).$
 Ответ: $x \in (-1,5; -1).$

5. $\begin{cases} 6x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 - 6x \\ 2x - 15 + 18x = -5 \end{cases}$
 $20x = 10; x = 0,5; y = 2.$
 Ответ: $(0,5; 2).$

6. а) $8^0;$ б) 6 часов; в) после 4 часов; г) $10^0.$



7. $0, 1x^2 \geq 10; x^2 \geq 100; x^2 - 100 \geq 0;$
 $(x - 10)(x + 10) \geq 0.$
 $x \in (-\infty; -10] \cup [10; \infty).$
 Ответ: $x \in (-\infty; -10] \cup [10; \infty).$

Вариант 2.

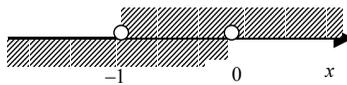
1. При $x = -1, 1,5x^3 - 3x^2 + 4 = -1,5 - 3 + 4 = -\frac{1}{2}.$

2. $\frac{a^2 - b^2}{b} \cdot \frac{b^2}{ab + a^2} = \frac{(a - b)(a + b)b}{a(b + a)} = \frac{b(a - b)}{a}.$

3. $x(2x - 3) = 4x - 3;$
 $2x^2 - 4x - 3x + 3 = 0; 2x^2 - 7x + 3 = 0;$
 $D = 49 - 24 = 25 = 5^2;$

$x_1 = \frac{7 - 5}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{7 + 5}{4} = 3.$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 3.$



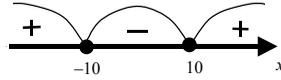
4. $-1 < 2x + 1 < 1;$
 $-2 < 2x < 0; -1 < x < 0,$
 $x \in (-1; 0).$
 Ответ: $x \in (-1; 0).$

5. $\begin{cases} x - 6y = -2 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 + 6y \\ -4 + 12y + 3y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Ответ: $(4; 1).$

6. а) $-7^0;$ б) 6 часов; в) с 6 до 12 часов; г) 24 часа.

7. $0, 1x^2 \leq 10; x^2 \leq 100; x^2 - 100 \leq 0;$
 $(x - 10)(x + 10) \leq 0; x \in [-10; 10].$
 Ответ: $x \in [-10; 10].$



РАБОТА № 7

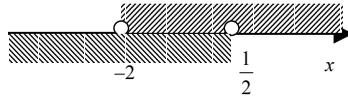
Вариант 1.

1. $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) : \frac{2}{a-b} = \frac{a+b-a+b}{(a-b)(a+b)} : \frac{2}{a-b} =$
 $= \frac{2b \cdot (a-b)}{(a-b)(a+b) \cdot 2} = \frac{b}{a+b}.$

2. $x^2 - 5x - 1 = 0; D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 29, x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}.$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}.$

3. $\begin{cases} 8+3x > 2 \\ 1-2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x > -6 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x > -2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}.$



Ответ: $\left(-2; \frac{1}{2} \right).$

4. $\begin{cases} x^2 - y = -2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \\ y = 2 - 2x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 - 2x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ x = -2 \\ y = 6 \end{cases}$

Ответ: (0;2); (-2;6).

5. а) $y = 2x - 5.$

График прямая.

x	0	1
y	-5	-3

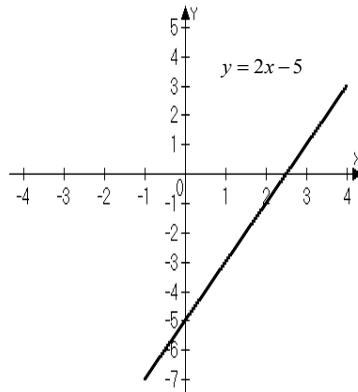
б) $A(-35; -65)$

$y = 2(-35) - 5;$

$y = -75,$

$-65 \neq -75,$

равенство неверное, т. о. точка A не принадлежит графику функции $y = 2x - 5.$



6. При $x = \sqrt{2}$ и $y = \sqrt{6}$,

$$-\frac{1}{4}xy = -\frac{1}{4}\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = -\frac{1}{4} \cdot \sqrt{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$7. v = v_0 + at;$$

$$at = v - v_0;$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}, \text{ но } a \neq 0.$$

Вариант 2.

$$1. \frac{x+y}{y} \cdot \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right) =$$

$$= \frac{x+y}{y} \cdot \left(\frac{x^2 - (x-y)(x+y)}{x(x+y)} \right) = \frac{x^2 - x^2 + y^2}{yx} = \frac{y^2}{yx} = \frac{y}{x}.$$

$$2. x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5,$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$3. \begin{cases} 4x + 2 < 0, \\ 7 - 2x > 10 \end{cases} \begin{cases} 4x < -2, \\ 2x < -3. \end{cases} \begin{cases} x < -0,5, \\ x < -1,5 \end{cases}$$

$$x < -1,5.$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; -1,5).$$

$$4. \begin{cases} 3x - y = -10, \\ x^2 + y = 10 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x = 0, \\ y = 3x + 10. \end{cases}$$

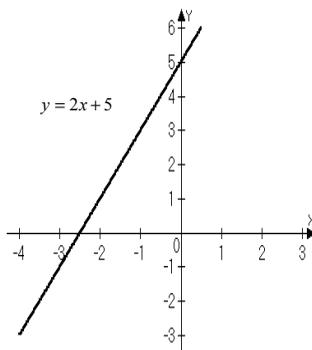
$$\begin{cases} x = 0, \\ x = -3. \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ y = 10. \\ x = -3, \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (0; 10); (-3; 1).$$

5. а) $y = 2x + 5$.

График прямая.

x	0	1
y	5	7



б) $B(23;51)$,

$51 = 2 \cdot 23 + 5$; $51 = 46 + 5$, $51 = 51$,
равенство верно, т. о. точка B принадлежит графику функции.

Ответ: график функции $y = 2x + 5$ проходит через точку B .

6. Если $a = \sqrt{15}$, $b = \sqrt{3}$, то $\frac{1}{9}ab = \frac{1}{9} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{9} \sqrt{45} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$.

7. $S = S_0 + Vt$; $Vt = S - S_0$; $V = \frac{S - S_0}{t}$, $t \neq 0$.

РАБОТА № 8

Вариант 1.

1. $a - \frac{2-a}{a-1} = \frac{a^2 - a - 2 + a}{a-1} = \frac{a^2 - 2}{a-1}$.

2. $\frac{16-x^2}{10x} = 0$;

$16 - x^2 = 0$, $x \neq 0$; $x^2 = 16$; $x_{1,2} = \pm 4$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 4$.

3. $10 - 8x > 2x + 18$;

$10x < -8$; $x < -0,8$;

$x \in (-\infty; -0,8)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -0,8)$.

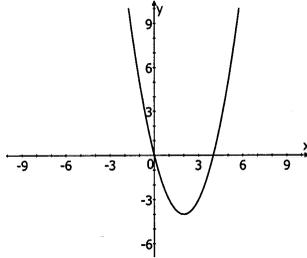


4. $\begin{cases} 2xy = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 12x - 4x^2 = 5 \end{cases}$; $4x^2 - 12x + 5 = 0$; $\frac{D}{4} = 36 - 20 = 16$;

$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 5 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$.

Ответ: $(\frac{1}{2}; 5)$; $(\frac{5}{2}; 1)$.

5. а)



б) $y = -4$.

6. $S = y^2 + x \cdot (x - y) = y^2 + x^2 - xy$.

7. $\sqrt{\frac{3}{10}} \sqrt{\frac{10}{7}} < \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{4}{3}} ; \frac{3}{7} < \frac{4}{5}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{3}{10}} \sqrt{\frac{10}{7}} < \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{4}{3}}$.

Вариант 2.

1. $c - \frac{c^2 - 5}{c + 1} = \frac{c^2 + c - c^2 + 5}{c + 1} = \frac{c + 5}{c + 1}$.

2. $\frac{25 - x^2}{x^2} = 0 ; x \neq 0 ; x^2 = 25 ; x_{1,2} = \pm 5$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 5$.

3. $6x + 15 < 10x + 9$;

$4x > 6$;

$x > 1,5$;



$x \in (1,5; \infty)$.

Ответ: $x \in (1,5; \infty)$.

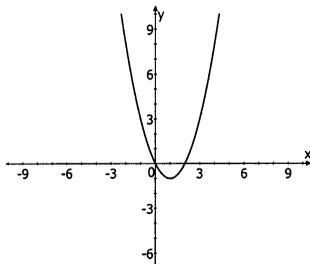
4. $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2xy = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 4y + 4y^2 = 3 \end{cases}$;

$4y^2 + 4y - 3 = 0 ; \frac{D}{4} = 4 + 12 = 16 ;$

$\begin{cases} y = -\frac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}$ или $\begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 3 \end{cases}$.

Ответ: $(-1; -\frac{3}{2}) ; (3; \frac{1}{2})$.

5. а)



б) $y = -1$.

6. $S = b^2 - (b - a)^2 = 2ab - a^2$.

7. $\sqrt{\frac{5}{9}}\sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{3}{8}}\sqrt{\frac{8}{5}}; \frac{2}{3} < \sqrt{\frac{3}{5}}; \frac{4}{9} < \frac{3}{5}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{5}{9}}\sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{3}{8}}\sqrt{\frac{8}{5}}$.

РАБОТА № 9

Вариант 1.

1. При $a = \frac{1}{2}$, и $x = \frac{1}{3}$, $\frac{ax}{a+x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3}}{\frac{1}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{5}$.

2. $3(y-1)^2 + 6y = 3y^2 - 6y + 3 + 6y = 3y^2 + 3$.

3. $12 - x^2 = 11$;

$x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 1$.

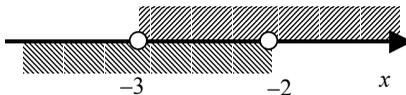
4. $-2 < x + 1 < -1$;

$-3 < x < -2$; $x \in (-3; -2)$.

$-2,5 \in (-3; -2)$;

$-2,6 \in (-3; -2)$.

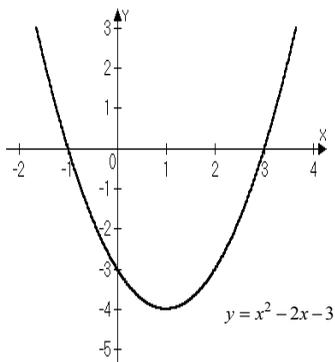
Ответ: $x \in (-3; -2)$; $-2,5$; $-2,6$.



5. Пусть на одно платье требуется x м, а на один сарафан y м ткани, тогда можем составить систему.

$$\begin{cases} x + 3y = 9, \\ 3x + 5y = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 9y = 27, \\ 3x + 5y = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} 4y = 8, \\ x = 9 - 3y. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: на платье 3 метра, а на сарафан – 2 метра.



6. а) $y = x^2 - 2x - 3$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$;

$y_0 = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$.

x	-1	1	3
y	0	-4	0

б) из рисунка видно, что функция возрастает на промежутке $[1; +\infty)$.

Ответ: $[1; +\infty)$.

7. $2\sqrt{5} \sqrt{2,5}$; $\sqrt{20} > \sqrt{2,5}$.

Ответ: $2\sqrt{5} > \sqrt{2,5}$.

Вариант 2.

1. При $x = \frac{1}{5}$ и $y = \frac{1}{3}$,

$$\frac{x-y}{xy} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{15} - \frac{5}{15}}{\frac{1}{15}} = -\frac{2}{15} : \frac{1}{15} = -\frac{2}{15} \cdot \frac{15}{1} = -2.$$

2. $8c + 4(1-c)^2 = 8c + 4 - 8c + 4c^2 = 4c^2 + 4$.

3. $18 - x^2 = 14$;

$x^2 = 4$; $x_{1,2} = \pm 2$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 2$.

4. $-15 < x - 4 < -14$; $-11 < x < -10$.



$x \in (-11; -10)$.

$-10,5 \in (-11; -10)$; $-10,6 \in (-11; -10)$.

Ответ: $x \in (-11; -10)$; $-10,5$; $-10,6$.

5. Пусть 1-й лошади дают x кг сена, а 1-й корове – y кг.

$$\begin{cases} x + 2y = 34 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \begin{cases} 2x + 4y = 68 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \begin{cases} 3y = 33 \\ x = 34 - 2y \end{cases} \begin{cases} y = 1 \\ x = 12 \end{cases}$$

Ответ: одной лошади выдают 12 кг, а корове – 11 кг сена.

6. а) $y = x^2 + 2x - 3$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$;

$y_0 = y(-1) = 1 - 2 - 3 = -4$.

3)

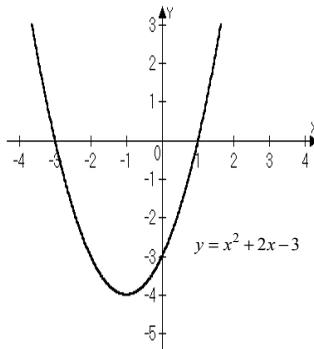
x	-3	-1	1
y	0	-4	0

б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 + 2x - 3$ убывает на промежутке $(-\infty; -1]$

Ответ: $(-\infty; -1]$.

7. $\sqrt{6} \sqrt{3} > \sqrt{0,6}$; $\sqrt{6} > \sqrt{5,4}$.

Ответ: $\sqrt{6} > 3\sqrt{0,6}$.



РАБОТА № 10

Вариант 1.

1. $\frac{a+x}{a} \cdot \frac{ax+x^2}{a^2} = \frac{a+x}{a} \cdot \frac{a^2}{ax+x^2} = \frac{(a+x) \cdot a}{x(a+x)} = \frac{a}{x}$.

2. $\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$;

$5x + 45 - 3x = 15$,

$2x = -30$, $x = -15$.

Ответ: $x = -15$.

3. $3x - 4(x+1) < 8 + 5x$,

$3x - 4x - 4 < 8 + 5x$,

$6x > -12$, $x > -2$.

$x \in (-2; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-2; +\infty)$.

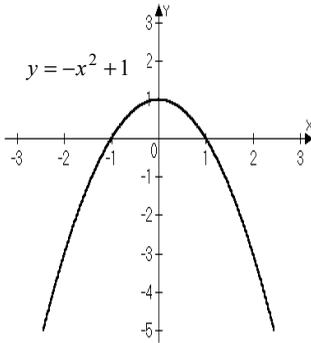


4. Пусть длины сторон газона равны x м и y м.

$$\begin{cases} 2(x+y) = 30, \\ xy = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 15, \\ xy = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y, \\ (15-y) \cdot y = 56 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y, \\ -y^2 + 15y - 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y, \\ y^2 - 15y + 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y, \\ y = 7, \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ y = 7, \\ x = 7, \\ y = 8. \end{cases}$$

Ответ: длины сторон газона равны 7 м и 8 м.



5. а) $y = -x^2 + 1$.

График – парабола, ветви вниз.

Вершина:

$$x_0 = \frac{0}{2} = 0; \quad y_0 = 1.$$

x	-1	0	1
y	0	1	0

б) из рисунка видно, что $y > 0$, при $x \in (-1; 1)$.

6. $(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1}) = (1,2 \cdot 3) (10^{-3} \cdot 10^{-1}) = 3,6 \cdot 10^{-4} = 0,00036$.

Ответ: $3,6 \cdot 10^{-4} = 0,00036$.

7. $5,3 = \sqrt{28,09}$; $0 < 20 < 28,09 < 40$, $\sqrt{20}; 5,3; \sqrt{40}$.

Ответ: $\sqrt{20}; 5,3; \sqrt{40}$.

Вариант 2.

1. $\frac{ac - a^2}{c^2} : \frac{c - a}{c} = \frac{a(c - a)}{c^2} \cdot \frac{c}{c - a} = \frac{a(c - a)}{c(c - a)} = \frac{a}{c}$.

2. $\frac{x - 6}{4} - \frac{x}{3} = 1$.

$3x - 18 - 4x = 12$, $x = -30$.

Ответ: $x = -30$.

3. $x + 2 < 5x - 2(x - 3)$, $x + 2 < 5x - 2x + 6$, $2x > -4$; $x > -2$,



$x \in (-2; \infty)$.

Ответ: $x \in (-2; \infty)$.

4. Пусть длина участка – x м, а ширина – y м, тогда:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 40, & \begin{cases} x + y = 20, \\ x = 20 - y, \end{cases} \\ x \cdot y = 96 & \begin{cases} x \cdot y = 96 \\ 20y - y^2 = 96. \end{cases} \end{cases}$$

$y^2 - 20y + 96 = 0$.

$$\begin{cases} y = 8, \\ x = 12. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 12, \\ x = 8. \end{cases}$$

Ответ: длины сторон участка равны 8 метров и 12 метров.

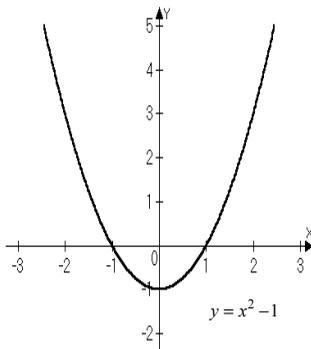
5. а) $y = x^2 - 1$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = 0$; $y_0 = 0 - 1 = -1$.

3)

x	-1	0	1
y	0	-1	0



б) из рисунка видно, что $y < 0$, при $x \in (-1; 1)$.

Ответ: $(-1; 1)$.

6. $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2) = 1,6 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 = 6,4 \cdot 10^{-5+2} = 6,4 \cdot 10^{-3} = 0,0064$.

Ответ: 0,0064.

7. $4,9 = \sqrt{4,9^2} = \sqrt{24,01}$. Т.к. $0 < 15 < 24,01 < 35$, $\sqrt{15} < \sqrt{24,01} < \sqrt{35}$, $\sqrt{15} < 4,9 < \sqrt{35}$.

Ответ: $\sqrt{15}$; 4,9; $\sqrt{35}$.

РАБОТА № 11

Вариант 1.

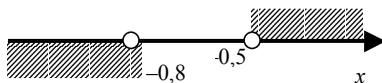
1. $\frac{15a^2}{3a-2} - 5a = \frac{15a^2}{3a-2} - \frac{5a(3a-2)}{3a-2} = \frac{15a^2 - 15a^2 + 10a}{3a-2} = \frac{10a}{3a-2}$.

2. $10x^2 + 5x = 0$, $x(2x+1) = 0$, $x_1=0$ или $2x+1=0$, $x_2 = -\frac{1}{2}$

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{1}{2}$.

3. $\begin{cases} 5x + 4 < 0, \\ 3x + 1,5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x < -4, \\ 3x > -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -0,8, \\ x > -0,5. \end{cases}$

Решений нет.



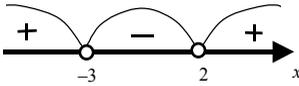
Ответ: система решений не имеет.

4. $\begin{cases} y = 3x - 4, \\ y = 5x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 10 = 3x - 4, \\ y = 3x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6, \\ y = 3x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 5. \end{cases}$

Ответ: (3; 5).

5. а) $y(-2) = -4$;

в) функция убывает на промежутке $(-\infty; -1]$



б) $y=0$ при $x=-4$ и $x=2$;

6. $x^2 + x - 6 \leq 0$. Нули: $x^2 + x - 6 = 0$.
По т. Виета $x_1 = -3, x_2 = 2$. $(x-2)(x+3) \leq 0$.
 $x \in [-3; 2]$

Ответ: $x \in [-3; 2]$

7. $\frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}} = a^{-9+2+5} = a^{-2}$. Если $a = \frac{1}{2}$, то $a^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

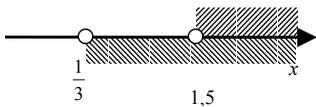
Ответ: a^{-2} ; 4.

Вариант 2.

1. $\frac{6c^2}{3+2c} - 3c = \frac{6c^2 - 3c(3+2c)}{3+2c} = \frac{6c^2 - 9c - 6c^2}{3+2c} = -\frac{9c}{3+2c}$.

2. $12x^2 + 3x = 0$; $x(4x+1) = 0$; $x_1=0$ или $4x+1=0, x_2 = -\frac{1}{4}$.

Ответ: $x_1=0; x_2 = -\frac{1}{4}$.



3. $\begin{cases} 3-2x < 0, \\ 6x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 3, \\ 6x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1,5, \\ x > \frac{1}{3}. \end{cases}$

$x \in (1,5; +\infty)$.

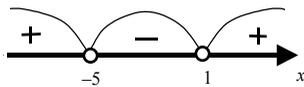
Ответ: $(1,5; +\infty)$.

4. $\begin{cases} y = -3x + 4, \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 = -3x + 4, \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8, \\ y = -2x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$

Ответ: $(1; 1)$.

5. а) $y(2) = 4$;

в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$



6. $x^2 + 4x - 5 \leq 0$.

Нули: $x^2 + 4x - 5 = 0$.

По т. Виета $x_1 = 1, x_2 = -5$.

$(x-1)(x+5) \leq 0, x \in [-5; 1]$.

Ответ: $x \in [-5; 1]$.

7. $\frac{a^{-6}}{a^{-3} \cdot a^{-2}} = a^{-6+3+2} = a^{-1}$. При $a = \frac{2}{3}$, $a^{-1} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$.

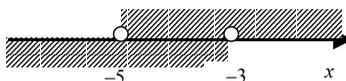
РАБОТА № 12

Вариант 1.

1. При $x = -0,1$, $20x^3 - 8x^2 + 4 = \frac{-20}{1000} - \frac{8}{100} + 4 = -0,1 + 4 = 3,9$.

2. $(ab + b^2) \frac{3a}{a^2 - b^2} = \frac{3ab(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{3ab}{a-b}$.

3. $-4 < 2x + 6 < 0$;
 $-10 < 2x < -6$; $-5 < x < -3$,
 $x \in (-5; -3)$.



Ответ: $x \in (-5; -3)$.

4. $x - \frac{60}{x} = 4$;

$x^2 - 4x - 60 = 0$; $x_1 = -6$, $x_2 = 10$.

Ответ: $x_1 = -6$, $x_2 = 10$.

5. а) 1 м; б) 3 с; в) 1с и 2с.

6. $\begin{cases} y = 3x^2 + 6x \\ y = 6 - x \end{cases}$; $\begin{cases} 6 - x = 3x^2 + 6x \\ y = 6 - x \end{cases}$.

$3x^2 + 7x - 6 = 0$; $D = 49 + 72 = 121$; $x_{1,2} = \frac{-7 \pm 11}{6}$.

$\begin{cases} x = -3, \\ y = 9. \end{cases}$ ИЛИ $\begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = 5\frac{1}{3}. \end{cases}$

Ответ: в I и во II четвертях.

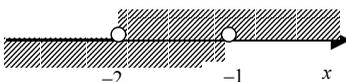
7. $\frac{\sqrt{3}\sqrt{8}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 2$.

Вариант 2.

1. При $= -0,1$, $1 - 7y^2 + 30y^3 = 1 - \frac{7}{100} - \frac{30}{1000} = 1 - 0,1 = 0,9$.

2. $(x^2 - xy) \cdot \frac{x^2 - y^2}{2y} = \frac{2xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2xy}{x+y}$.

3. $0 < 5x + 10 < 5$;
 $-10 < 5x < -5$; $-2 < x < -1$;
 $x \in (-2; -1)$.



Ответ: $x \in (-2; -1)$.

4. $x + \frac{48}{x} = 14$; $x^2 - 14x + 48 = 0$;

$x_1 = 6, x_2 = 8$.

Ответ: $x_1 = 6, x_2 = 8$.

5. а) 16 м; б) 2 м; в) 1 с и 3 с.

6. $\begin{cases} y = -3x^2 - 9x \\ y = x - 8 \end{cases}; \begin{cases} x - 8 = -3x^2 - 9x \\ y = x - 8 \end{cases}$.

$3x^2 + 10x - 8 = 0$; $\frac{D}{4} = 25 + 24 = 49$; $x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{3}$.

$\begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -7\frac{1}{3} \end{cases}$.

Ответ: в III и IV четвертях.

7. $\frac{\sqrt{50}\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = 5$.

РАБОТА № 13

Вариант 1.

1. При $a=1,3, b=-0,6$ и $c=-3,5$;

$a-2b+c=1,3+1,2-3,5=2,5-3,5=-1$.

2. $\frac{x^2 - y^2}{2xy} \cdot \frac{2y}{x - y} = \frac{2(x - y)(x + y)}{2x(x - y)} = \frac{x + y}{x}$.



3. $3(1-x) - (2-x) \leq 2, 3-3x-2+x \leq 2,$

$2x \geq -1, x \geq -\frac{1}{2}; x \in [-\frac{1}{2}; +\infty).$

Ответ: $[-\frac{1}{2}; +\infty).$

4. $25-100x^2=0, 1-4x^2=0, 4x^2=1, x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}$.

5. $\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ x - 5y = 4 \end{cases}; \begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 4x - 20y = 16 \end{cases}; \begin{cases} 17y = -17 \\ x = 4 + 5y \end{cases}; \begin{cases} y = -1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ответ: $(-1; -1)$.

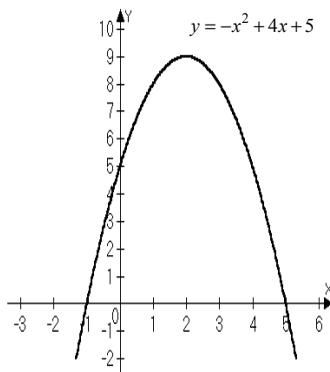
6. а) $y = -x^2 + 4x + 5$.

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{4}{2} = 2$;

$y_0 = -4 + 8 + 5 = 9$.

x	-1	2	5
y	0	9	0



б) из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$.

Ответ: $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$.

7. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - 7 = 2(\sqrt{6})^2 - 7 = 5$.

Вариант 2.

1. При $x = -2,4$, $y = -0,6$ и $z = -1,1$; $x - y - 3z = -2,4 + 0,6 + 3,3 = -2,4 + 3,9 = 1,5$.

2. $\frac{4ac}{a^2 - c^2} \cdot \frac{a+c}{ac} = \frac{4(a+c)}{(a^2 - c^2)} = \frac{4(a+c)}{(a-c)(a+c)} = \frac{4}{a-c}$.

3. $4(x-1) - (9x-5) \geq 3$, $4x - 9x - 4 + 5 \geq 3$, $5x \leq -2$, $x \leq -\frac{2}{5}$,



$x \in (-\infty; -\frac{2}{5}]$.

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{2}{5}]$.

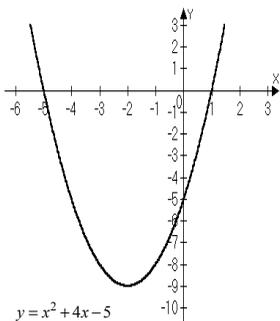
4. $4 - 36x^2 = 0$. $-\frac{1}{9} + x^2 = 0$,

$x^2 = \frac{1}{9}$, $x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$.

5. $\begin{cases} 2x - 5y = -7, \\ x - 3y = -5 \end{cases} \begin{cases} 2x - 5y = -7, \\ 2x - 6y = -10 \end{cases} \begin{cases} y = 3, \\ x = -5 + 3y \end{cases} \begin{cases} y = 3, \\ x = 4. \end{cases}$

Ответ: (4; 3).



6. $y = x^2 + 4x - 5$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{2} = -2$;

$y_0 = y(-2) = 4 - 8 - 5 = -9$.

x	-5	-2	1
y	0	-9	0

б) из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$.

Ответ: $y > 0$ при $x \in (-\infty; -5)$ и $(1; +\infty)$.

7. $\sqrt{27} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} - 8 = 3(\sqrt{6})^2 - 8 = 10$

РАБОТА № 14

Вариант 1.

1. $\frac{x^2 + 2x - 15}{x - 1} = 0$; ОДЗ: $x \neq 1$;

$x^2 + 2x - 15 = 0$; $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.

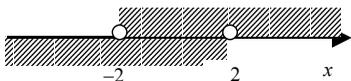
Ответ: $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.

2. $\frac{2a}{a^2 - 9} - \frac{1}{a + 3} = \frac{2a - a + 3}{(a + 3)(a - 3)} = \frac{1}{a - 3}$.

3. $-10 < 3x - 4 < 2$;

$-6 < 3x < 6$; $-2 < x < 2$, $x \in (-2; 2)$.

Ответ: $x \in (-2; 2)$.



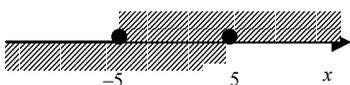
4. $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

Ответ: (3; -1).

5. а) $y = 2$; б) $x = \pm 5$; в) $x \in (-5; 5)$.

6. $V = \sqrt{\frac{3p}{d}}$; $\frac{3p}{d} = V^2$; $p = \frac{V^2 d}{3}$.



7. $25 \geq x^2$; $\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -5 \end{cases}$,

$x \in [-5; 5]$.

Ответ: $x \in [-5; 5]$.

Вариант 2.

$$1. \frac{x^2 + 4x - 12}{x + 3} = 0; \begin{cases} x^2 + 4x - 12 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases}; x_1 = -6, x_2 = 2.$$

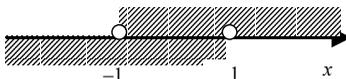
Ответ: $x_1 = -6, x_2 = 2$.

$$2. \frac{2a}{a^2 - 4} - \frac{1}{a - 2} = \frac{2a - a - 2}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{1}{a + 2}.$$

$$3. \begin{cases} -7 < 4x - 3 < 1; \\ -4 < 4x < 4; -1 < x < 1, \end{cases}$$

$x \in (-1; 1)$.

Ответ: $x \in (-1; 1)$.



$$4. \begin{cases} 3x + 2y = 8, \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14, \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (2; 1).

$$5. \text{ а) } y = -1; \quad \text{ б) } x = \pm 3; \quad \text{ в) } x \in (-3; 3).$$

$$6. p = \frac{nmv^2}{3}; v^2 = \frac{3p}{nm}; v = \sqrt{\frac{3p}{nm}}.$$

$$7. 36 \leq x^2; x^2 - 36 \geq 0,$$

$$(x - 6)(x + 6) \geq 0, x \in (-\infty; -6] \cup [6; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -6] \cup [6; \infty)$.



РАБОТА № 15

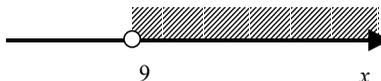
Вариант 1.

$$1. \left(\frac{4x}{x+2} + 2x \right) \cdot \frac{x+2}{4x^2} = \frac{4x \cdot (x+2)}{(x+2) \cdot 4x^2} + \frac{2x \cdot (x+2)}{4x^2} =$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{x+2}{2x} = \frac{2+x+2}{2x} = \frac{x+4}{2x}.$$

$$2. \begin{cases} 4(x+8) - 7(x-1) < 12, \\ 4x + 32 - 7x + 7 < 12, 3x > 27, x > 9. \end{cases}$$

Ответ: $(9; +\infty)$.



$$3. \begin{cases} x - y = 7, \\ xy = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 7, \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 7, \\ x = 5, \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = -2, \\ x = 2, \\ y = -5. \end{cases}$$

Ответ: (2; -5); (5; -2).

4. Пусть расстояние от озера до деревни равно x км, тогда можем составить уравнение.

$$\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = 1, \quad 2x + 3x = 30, \quad 5x = 30, \quad x = 6.$$

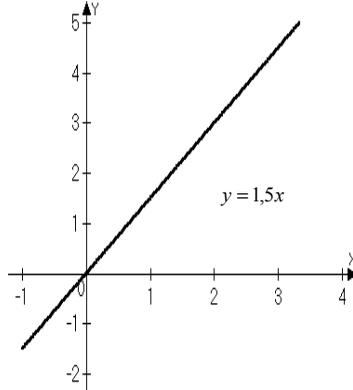
Ответ: расстояние от озера до деревни равно 6 км.

5. а) $y = 1,5x$.

График – прямая.

б)

x	0	2
y	0	3



Из рисунка видно, что функция возрастает

$$6. (27 \cdot 3^{-4})^2 = \left(\frac{3^3}{3^4}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$7. V = \pi R^2 H;$$

$$R^2 = \frac{V}{\pi H}; \quad R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}.$$

Вариант 2.

$$1. \left(4a - \frac{2a}{a+1}\right) \cdot \frac{a+1}{2a^2} = \frac{4a(a+1)}{2a^2} - \frac{2a(a+1)}{(a+1)(2a^2)} = \frac{2a+2}{a} - \frac{1}{a} = \frac{2a+1}{a}.$$

$$2. 3(x-2) - 5(x+3) > 27, \quad 2x < -48,$$

$$3x - 6 - 5x - 15 > 27,$$

$$x < -24.$$



$$x \in (-\infty; -24).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -24)$.

$$3. \begin{cases} x - y = 7, \\ xy = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 + y, \\ y^2 + 7y + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 + y, \\ y = -4 \\ y = -3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = -4 \\ x = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -4 \\ y = -3. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: (3; -4); (4; -3).

4. Пусть расстояние от станции до почты равно x км. Составим систему уравнений.

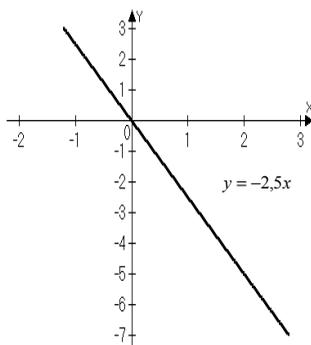
$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 1, \quad 2x + 3x = 12, \quad 5x = 12, \quad x = 2,4 \text{ км.}$$

Ответ: 2,4 км – расстояние от станции до почты.

5. а) $y = -2,5x$.

x	0	2
y	0	-5

График – прямая.



б) Из графика видно, что функция убывает.

Ответ: функция убывающая.

$$6. 16 \cdot (2^{-3})^2 = 16 \cdot 2^{-6} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}.$$

$$7. S = 2\pi r^2;$$

$$r^2 = \frac{S}{2\pi}; \quad r = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}.$$

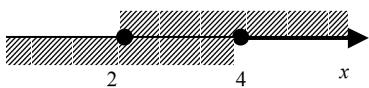
РАБОТА № 16

Вариант 1.

$$1. 2 - 3(x+2) = 5 - 2x, \quad 2 - 3x - 6 = 5 - 2x, \\ x = -9.$$

Ответ: $x = -9$.

$$2. \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{b+a}{ab} \cdot \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b) \cdot 2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{a-b}.$$



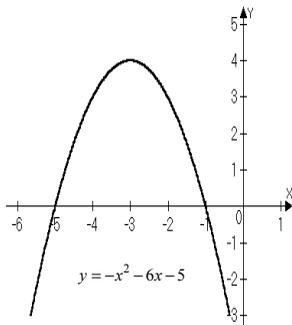
3. $-1 \leq 3-x \leq 1, -4 \leq -x \leq -2,$
 $4 \geq x \geq 2, 2 \leq x \leq 4,$
 $x \in [2;4], 3 \in [2;4], 2\frac{1}{2} \in [2;4]$

Ответ: $[2;4]; 3; 2\frac{1}{2}$.

4. $\begin{cases} x+y=10, \\ x^2-y^2=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10, \\ (x-y)(x+y)=40 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10, \\ x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=14, \\ y=x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7, \\ y=7-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7, \\ y=3. \end{cases}$

Ответ: (7;3).



5. а) $y = -x^2 - 6x - 5$.

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = -\frac{-6}{2 \cdot (-1)} = -3;$

$y_0 = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) - 5 = -9 + 18 - 5 = 4.$

x	-1	-3	-5
y	0	4	0

б) $\begin{cases} y = -5 \\ y = -x^2 - 6x - 5 \end{cases}$

$-x^2 - 6x - 5 = -5, -x^2 - 6x = 0,$

$x(x+6) = 0,$

$x_1 = 0$

или

$x+6 = 0$

$x_2 = -6.$

Ответ: $y = -5$ при $x_1 = 0$ или $x_2 = -6$.

6. $6ax^2 - 12ax^3 = 6ax^2(1-2x).$

7. $S = \pi r^2,$

тогда $r^2 = \frac{S}{\pi}$, значит, $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

Вариант 2.

1. $3-5(x+1)=6-4x.$

$3-5x-5=6-4x. x=-8.$

Ответ: $x = -8$.

$$2. \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) : \frac{b^2 - a^2}{ab^2} = \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{ab^2}{b^2 - a^2} = \frac{(b-a) \cdot b}{(b^2 - a^2)} =$$

$$= \frac{(b-a) \cdot b}{(b-a)(b+a)} = \frac{b}{b+a}.$$

3. $0 < 5 - x < 4; -5 < -x < -1,$

$5 > x > 1, 1 < x < 5,$



$x \in (1; 5). 2 \in (1; 5); 3 \in (1; 5).$

Ответ: (1; 5), 2 и 3.

4. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 40, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} x - y = 4, \\ (x - y)(x + y) = 40; \end{cases} \begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = 10; \end{cases} \begin{cases} x = 7, \\ y = 3. \end{cases}$

Ответ: (7; 3).

5. а) $y = x^2 - 4x - 5$. График – парабола, ветви вверх.

Вершина:

$$x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2; \quad y_0 = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = 4 - 8 - 5 = -9.$$

x	-1	2	5
y	0	-9	0

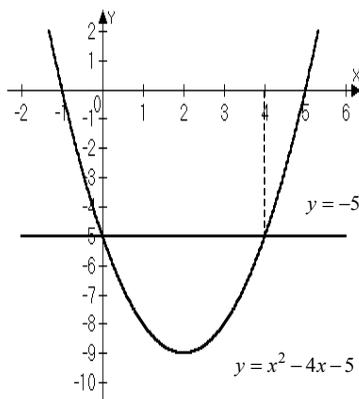
б) $\begin{cases} y = x^2 - 4x - 5 \\ y = -5. \end{cases}$

$$x^2 - 4x - 5 = -5.$$

$$x(x-4) = 0.$$

$$x_1 = 0 \quad \text{или} \quad x - 4 = 0, \\ x_2 = 4.$$

Ответ: $y = -5$ при $x_1 = 0, x_2 = 4$.



6. $24a^3c - 3a^2c = 3a^2c(8a - 1).$

7. $V = a^2h; a^2 = \frac{V}{h}, a = \sqrt{\frac{V}{h}}.$

РАБОТА № 17

Вариант 1.

1. $0,2-2(x+1)=0,4x,$

$2,4x=-1,8;$

$x=-\frac{3}{4}.$

Ответ: $x=-\frac{3}{4}.$

2. $\left(\frac{a+b}{a}-\frac{2b}{a+b}\right) \cdot (a+b) = \frac{a^2+2ab+b^2-2ab}{a \cdot (a+b)} \cdot (a+b) = \frac{a^2+b^2}{a}.$



3. $10m+1>8m-2, 10m>-2-1,$
 $2m>-3, m>-1,5. m \in (-1,5;+\infty).$

Ответ: $m \in (-1,5;+\infty).$

4. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 - 10, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 11 = x^2 - 10, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 21 = 0, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

(по т. Виета)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 7, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = -1, \\ x = 7, \\ y = 39. \end{cases}$$

Ответ: $(-3; -1); (7; 39).$

5.

а) $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} - \text{верные,}$

б) $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$

в) $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} - \text{неверные.}$

г) $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$

6. $P=2(a+b), \frac{P}{2} = a+b, a = \frac{P}{2} - b.$

7. $\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{20} = \sqrt{5} + \sqrt{10} - 2\sqrt{5} = \sqrt{10} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{2} - 1).$

Вариант 2.

1. $0,4x=0,4-2(x+2).$

$0,4x=0,4-2x-4;$

$2,4x=-3,6; x=-1,5.$

Ответ: $x=-1,5.$

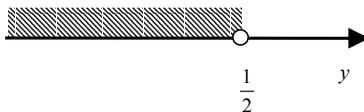
$$2. \left(\frac{2a}{a-b} + \frac{a-b}{b} \right) \cdot b = \frac{2ab + (a-b)^2}{(a-b) \cdot b} \cdot b =$$

$$= \frac{2ab + a^2 - 2ab + b^2}{a-b} = \frac{a^2 + b^2}{a-b}.$$

$$3. 15 + y < 16 - y. \quad 2y < 1.$$

$$y < \frac{1}{2}, \quad y \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \right).$$

$$\text{Ответ: } y \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \right).$$



$$4. \begin{cases} y = x^2 - 15, \\ y = 2x + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 9 = x^2 - 15, \\ y = 2x + 9 \end{cases}, \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 24 = 0, \\ y = 2x + 9 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 6 \\ x = -4 \\ y = 2x + 9 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 21 \\ x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: $(-4; 1); (6; 21)$.

5.

б) } - верно

в) }

а) } - неверно

$$6. S = \frac{ah}{2}.$$

$$2S = ah; \quad a = \frac{2S}{h}.$$

$$7. \sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} =$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1).$$

РАБОТА № 18

Вариант 1.

$$1. \frac{a^2 - 4}{a} \cdot \frac{1}{a+2} - \frac{a+2}{a} = \frac{(a-2)(a+2)}{a \cdot (a+2)} - \frac{a+2}{a} = \frac{a-2}{a} - \frac{a+2}{a} = -\frac{4}{a}.$$



$$\begin{aligned}
 2. \quad & 5x - 2(x - 4) \geq 9x + 23, \\
 & 5x - 2x + 8 \geq 9x + 23, \\
 & 6x \leq -15, \quad x \leq -2,5, \quad x \in (-\infty; -2,5]
 \end{aligned}$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2,5]$

$$3. \quad \frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}; \quad 4x + x = 45; \quad 5x = 45; \quad x = 9.$$

Ответ: $x = 9$.

4. Пусть одно число равно x , тогда другое равно $(x+4)$.

$$x(x+4) = 96, \quad x^2 + 4x - 96 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (2)^2 - (-96) = 100,$$

$$x_1 = -2 - 10 = -12; \quad x_2 = -2 + 10 = 8, \quad \text{но } x_{1,2} > 0, \quad \text{т. о. } x = 8,$$

тогда $x + 4 = 8 + 4 = 12$.

Ответ: числа равны 8 и 12.

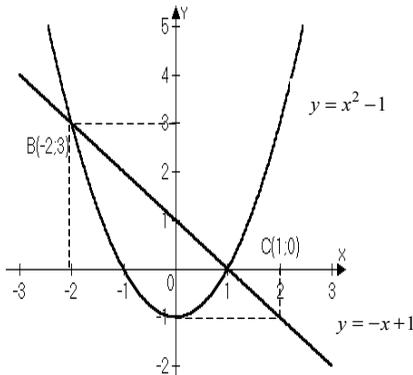
5. а) $y = x^2 - 1$. График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2} = 0$; $y_0 = y(0) = 0 - 1 = -1$.

x	-1	0	1
y	0	-1	0

б) $y = -x + 1$. График – прямая.

x	0	1
y	1	0



$$\begin{cases}
 y = x^2 - 1; \\
 y = -x + 1;
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 y = 1 - x \\
 x^2 - 1 + x - 1 = 0;
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 y = 1 - x \\
 (x - 1)(x + 2) = 0;
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x = 1 \\
 y = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x = -2 \\
 y = 3
 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 3)$; $(1; 0)$.

$$6. \quad \frac{(2\sqrt{6})^2}{36} = \frac{(\sqrt{6})^2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

$$7. y = \frac{5}{(x+1)(2x-6)}; (x+1)(2x-6) \neq 0; \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; \infty)$.

Ответ: $(-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; \infty)$.

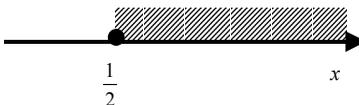
Вариант 2.

$$1. \frac{c-3}{c} - \frac{c^2-9}{c} \cdot \frac{1}{c-3} =$$

$$= \frac{c-3}{c} - \frac{(c-3)(c+3)}{c(c-3)} = \frac{c-3}{c} - \frac{c+3}{c} = \frac{c-3-c-3}{c} = \frac{6}{c}$$

$$2. 6x-3(x-1) \leq 2+5x. 6x-3x-5x \leq 2-3.$$

$$2x \geq 1. x \geq \frac{1}{2}, x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty \right).$$



Ответ: $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

$$3. \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3}{2}; 2x+x=12; 3x=12; x=4.$$

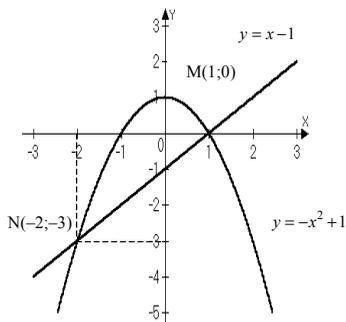
Ответ: $x=4$.

4. Пусть x – большее число, тогда второе число $-x-6$.

$$x(x-6)=72. x^2-6x-72=0.$$

$x_1=12; x_2=-6$ – не подходит, т.к. $x>0$. Т. о. $x=12, x-6=6$.

Ответ: числа равны 12 и 6.



5. а) $y = -x^2 + 1$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{-2} = 0;$

$y_0 = y(0) = 1.$

x	-1	0	1
y	0	1	0

б) $y=x-1$. График – прямая.

x	0	1
y	-1	0

$$\begin{cases} y = -x^2 + 1 \\ y = x - 1 \end{cases}; \begin{cases} y = x - 1 \\ x - 1 + x^2 - 1 = 0 \end{cases}; \begin{cases} (x-1)(x+2) = 0 \\ y = x - 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -3); (1; 0)$.

$$6. \frac{20}{(4\sqrt{5})^2} = \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}.$$

$$7. y = \frac{10}{(x-4)(4x+8)};$$

$$(x-4)(4x+8) \neq 0; \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 4 \end{cases}, x \in (-\infty; 2) \cup (-2; 4) \cup (4; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (-2; 4) \cup (4; \infty)$.

РАБОТА № 19

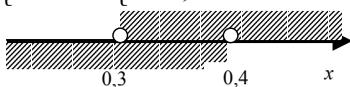
Вариант 1.

1. $(a-1)^2 - (a+1)(a-2) = a^2 - 2a + 1 - (a^2 + a - 2a - 2) =$
 $= a^2 - 2a + 1 - a^2 - a + 2a + 2 = -a + 3.$

2. $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = -3; 2x - 5x = -30, 3x = 30, x = 10.$

Ответ: $x = 10.$

3. $\begin{cases} 10x - 3 < 1, \\ 10x - 3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 10x < 4, \\ 10x > 3 \end{cases} \begin{cases} x < 0,4 \\ x > 0,3 \end{cases},$

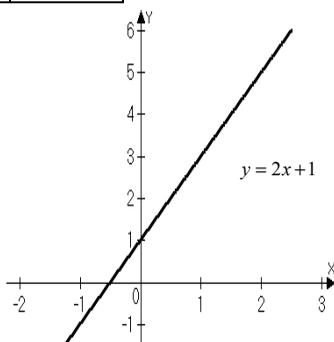


$x \in (0,3; 0,4).$

Ответ: $(0,3; 0,4).$

4. $y = 2x + 1.$ График – прямая, не проходящая через начало координат.

x	0	1
y	1	3



Ответ: график функции $y = 2x + 1$ не проходит через начало координат.

5. $\begin{cases} x - y = 4, \\ xy = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ 4y + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ y^2 + 4y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ y_1 = -5, \\ y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = -5, \\ x = 5, \\ y = 1. \end{cases}$

Ответ: $(-1; -5); (5; 1)$.

$$6. \begin{cases} y = x^2 - 3x; \\ y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x = 0, \quad x(x-3) = 0, \quad x_1=0 \text{ или } x-3=0, \quad x_2 = 3.$$

Ответ: $(0; 0); (3; 0)$.

$$7. \frac{6^{-4}}{2^{-6} \cdot 3^{-4}} = \frac{6^{-4}}{6^{-4} \cdot 2^{-2}} = 4.$$

Вариант 2.

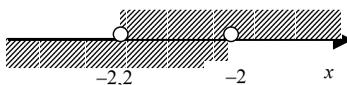
$$1. (c+2)(c-3) - (c-1)^2 = c^2 + 2c - 3c - 2 \cdot 3 - (c^2 - 2c + 1) = \\ = c^2 - c - 6 - c^2 + 2c - 1 = c - 7.$$

$$2. \frac{x}{4} - \frac{x}{3} = -1. \quad 3x - 4x = -12, \quad x = 12.$$

Ответ: $x = 12$.

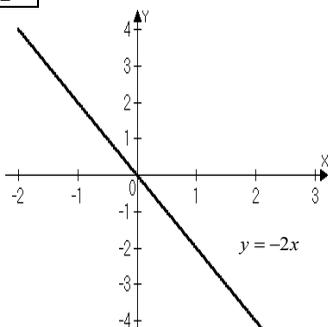
$$3. -1 < 5x + 10 < 0; \quad -11 < 5x < -10; \\ -2,2 < x < -2, \quad x \in (-2,2; -2).$$

Ответ: $x \in (-2,2; -2)$.



4. $y = -2x$, график – прямая, проходящая через начало координат.

x	0	1
y	0	-2



$$5. \begin{cases} x - y = 4, \\ xy = 12 \end{cases} \begin{cases} x = 4 + y, \\ y^2 + 4y - 12 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 4 + y, \\ y = -6, \\ y_2 = 2 \end{cases} \begin{cases} y = 2, \\ x = 6, \\ y = -6, \\ x = -2. \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -6); (6; 2)$.

$$6. \begin{cases} y = 4x - x^2; \\ y = 0 \end{cases};$$

$$4x - x^2 = 0, \quad x(4 - x) = 0,$$

$$x_1 = 0 \text{ или } 4 - x = 0, \quad x_2 = 4.$$

Ответ: (0; 0) и (4; 0).

$$7. \frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}} = \frac{15^{-3} \cdot 3}{15^{-3}} = 3.$$

РАБОТА № 20

Вариант 1.

1. При $a=20$, $b=-4$;

$$a + 0,5b^3 = 20 + 0,5 \cdot (-4)^3 = 20 + 0,5 \cdot (-64) = 20 - 32 = -12.$$

$$2. \frac{a-1}{a^2} \cdot \frac{ax-a}{a-1} + \frac{1-x}{2a} = \frac{(a-1) \cdot a(x-1)}{a^2 \cdot (a-1)} + \frac{1-x}{2a} =$$

$$= \frac{x-1}{a} + \frac{1-x}{2a} = \frac{2x-2+1-x}{2a} = \frac{x-1}{2a}.$$

$$3. \frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5,$$

$$2x - 8 + 3x = 30, \quad 5x = 38,$$

$$x = 7,6.$$

Ответ: $x = 7,6$.

$$4. 5 - 2x \leq 1 - (x - 2),$$

$$5 - 2x \leq 1 - x + 2,$$

$$x \geq 2,$$

$$x \in [2; +\infty).$$

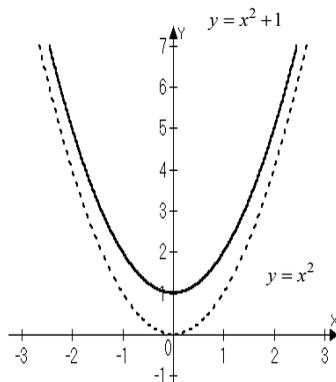


Ответ: $[2; +\infty)$.

$$5. \text{ а) } y = x^2 + 1.$$

График – парабола, ветви вверх.

x	0	1	-1
y	1	2	2



б) из рисунка видно, что функция убывает на промежутке $(-\infty; 0]$
 Ответ: $(-\infty; 0]$.

$$6. \begin{cases} x^2 - 3y = 22, \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3(2-x) = 22, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 28 = 0, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -7, \\ x_2 = 4, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7, \\ y = 9, \\ x = 4, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: $(-7; 9); (4; -2)$.

$$7. 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = 60.$$

Вариант 2.

1. При $x=5, y=-10, -0,4x^3+y=-0,4 \cdot 5^3-10=-50-10=-60$.

$$2. \frac{x^2 - xy}{y-1} \cdot \frac{y-1}{x^2} + \frac{y-x}{2x} =$$

$$= \frac{x(x-y)(y-1)}{(y-1)x^2} + \frac{y-x}{2x} = \frac{x-y}{x} + \frac{y-x}{2x} = \frac{x-y}{2x};$$

$$3. \frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 4,$$

$$2x+3x-3=24,$$

$$5x=27; x=5,4.$$

Ответ: $x = 5,4$.

$$4. 14-(4+2x) > 1+x,$$

$$14-4-2x > 1+x, 3x < 9.$$

$$x < 3, x \in (-\infty; 3).$$

Ответ: $(-\infty; 3)$.

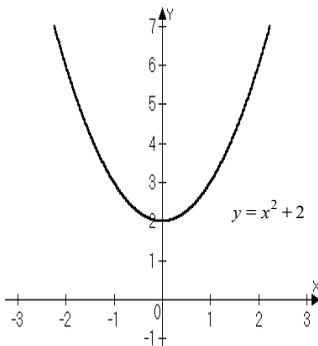


$$5. a) y = x^2 + 2.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0;$$

$$y_0 = y(0) = 0^2 + 2 = 2.$$



x	-1	0	1
y	3	2	3

б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 + 2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.

Ответ: $[0; +\infty)$.

$$6. \begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - 4y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4 - x, \\ x^2 - 16 + 4x = 5 \end{cases}; x^2 + 4x - 21 = 0; \begin{cases} x_1 = -7, \\ x_2 = 3, \\ y = 4 - x. \end{cases} \quad \begin{cases} x = -7, \\ y = 11, \\ x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: $(-7; 11); (3; 1)$.

$$7. 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 120.$$

РАБОТА № 21

Вариант 1.

$$1. x^2 + 3 = 3 - x,$$

$$x^2 + x = 0, \quad x(x+1) = 0,$$

$$x_1 = 0 \text{ или } x+1=0,$$

$$x_2 = -1.$$

Ответ: $x=0, x=-1$.

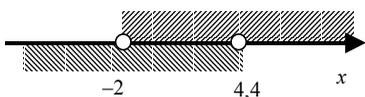
$$2. \frac{x}{a} - \frac{x^2 - a^2}{a^2} \cdot \frac{a}{x+a} = \frac{x}{a} - \frac{(x-a)(x+a) \cdot a}{a^2 \cdot (x+a)} = \frac{x}{a} - \frac{x-a}{a} = \frac{a}{a} = 1.$$

$$3. \begin{cases} 2 - 6x < 14, \\ 5x - 21 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -12, \\ 5x < 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x < 4,4 \end{cases}$$

$$x \in (-2; 4,4).$$

Ответ: $x \in (-2; 4,4)$.



4. а) $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

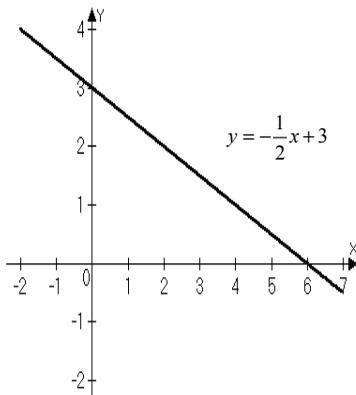
График – прямая.

x	0	2
y	3	2

б) По графику видно, что функция убывает.

Ответ:

функция $y = -\frac{1}{2}x + 3$ – убывает.



5. $x^2 + 3x + 2 < 0$.

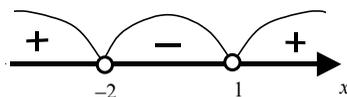
Нули: $x^2 + 3x + 2 = 0$,

$x_1 = -1, x_2 = -2$.

$(x+1)(x+2) < 0$.

$x \in (-2; -1)$.

Ответ: $x \in (-2; -1)$.



6. $\frac{(a^2)^3}{a^8} = \frac{a^6}{a^8} = a^{-2}$.

При $a = \frac{3}{4}$, $a^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$.

7. $S_{\text{ковра}} = 12 \text{ м}^2$; $S_{\text{комнаты}} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18 \text{ м}^2$.

Вариант 2.

1. $x^2 + 2 = x + 2$.

$x^2 - x = 0$.

$x(x-1) = 0$.

$x_1 = 0$ или $x - 1 = 0$,

$x_2 = 1$.

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$.

2. $b - \frac{2a}{a-b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{4a} = \frac{b-a}{2}$.

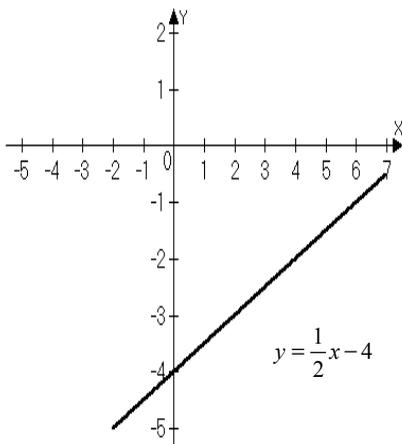
$b - \frac{2a(a-b)(a+b)}{(a-b)4a} = b - \frac{a+b}{2} = \frac{b-a}{2}$.



$$3. \begin{cases} 8-x > 9, \\ 4+6x < 1 \end{cases} \begin{cases} x < -1 \\ 6x < -3 \end{cases} \begin{cases} x < -1, \\ x < -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -1).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1)$.

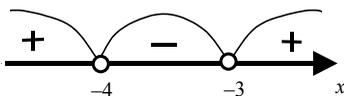


$$4. \text{ а) } y = \frac{1}{2}x - 4.$$

График прямая.

б) По графику видно, что функция возрастает.

x	0	2
y	-4	-3



$$5. x^2 + 7x + 12 < 0.$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0, \quad x_1 = -4, \quad x_2 = -3.$$

$$(x+4)(x+3) < 0. \quad x \in (-4; -3).$$

Ответ: $x \in (-4; -3)$.

$$6. \frac{x^9}{(x^3)^4} = \frac{x^9}{x^{12}} = \frac{1}{x^3} = x^{-3}.$$

$$\text{При } x = \frac{2}{3}, \text{ то } x^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}.$$

$$7. S_{\text{комнаты}} = 24 \text{ м}^2; S_{\text{квартиры}} = 24 \cdot \frac{4}{3} = 32 \text{ м}^2.$$

РАБОТА № 22

Вариант 1.

$$1. \frac{x+1}{2} - \frac{5x}{12} = \frac{3}{4};$$

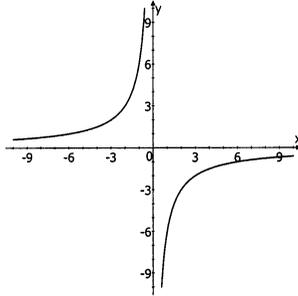
$$6x + 6 - 5x = 9; \quad x + 6 = 9; \quad x = 3.$$

Ответ: $x = 3$.

$$2. (2b-3)(3b+2) - 3b(2b+3) = 6b^2 - 5b - 6 - 6b^2 - 9b = -14b - 6.$$

$$3. \frac{p^2 - 2p}{p^2 - 4p + 4} = \frac{p(p-2)}{(p-2)^2} = \frac{p}{p-2}.$$

4.



$y = -\frac{6}{x}$ – гипербола.

$$5. \begin{cases} x^2 + 2y = 12, \\ 2x - y = 10 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 2x - 10, \\ x^2 + 4x - 20 - 12 = 0 \end{cases}; x^2 + 4x - 32 = 0;$$

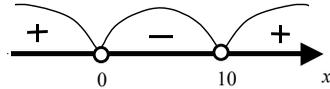
$$\begin{cases} x = -8 \\ y = -26 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Ответ: $(-8; -26); (4; -2)$.

$$6. x^2 - 10x < 0; x(x-10) < 0.$$

$$x \in (0; 10).$$

Ответ: $x \in (0; 10)$.



7. Составим пропорцию:

$$1920 \text{ р.} - 120\%;$$

$$x \text{ р.} - 100\%;$$

$$x = \frac{100 \cdot 1920}{120} = 1600 \text{ р.}$$

Ответ: 1600 р.

Вариант 2.

$$1. \frac{2x+1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7x}{8};$$

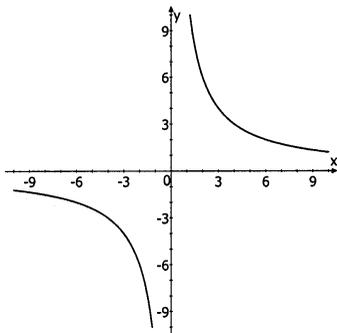
$$8x + 4 - 6 - 7x = 0; x = 2.$$

Ответ: $x = 2$.

$$2. (3a-1)(2a-3) - 2a(3a+5) = 6a^2 - 9a - 2a + 3 - 6a^2 - 10a = 3 - 21a.$$

$$3. \frac{q^2 + 2q}{q^2 + 4q + 4} = \frac{q(q+2)}{(q+2)^2} = \frac{q}{q+2}.$$

4.



$$y = \frac{12}{x} \text{ — гипербола.}$$

$$5. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 3x - y^2 = 11 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 6 + 6y - y^2 = 11 \end{cases}; y^2 - 6y + 5 = 0;$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ x = 12 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Ответ: (12; 5); (4; 1).



$$6. x^2 - 8x > 0; x(x - 8) > 0, \\ x \in (-\infty; 0) \cup (8; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (8; \infty)$.

7. Составим пропорцию:

$$1950 \text{ р. — } 130\%; \quad x \text{ р. — } 100\%;$$

$$x = \frac{100 \cdot 1950}{130} = 1500 \text{ р.}$$

Ответ: 1500 р.

РАБОТА № 23

Вариант 1.

$$1. 3a(a-2) - (a-3)^2 = 3a^2 - 6a - (a^2 - 6a + 9) = \\ = 3a^2 - 6a - a^2 + 6a - 9 = 2a^2 - 9.$$

$$2. 2x^2 - 14 = 0, \quad x^2 = 7, \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{7}.$$

Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$.

$$3. \begin{cases} 2+x < 0, \\ 2x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < -2, \\ 2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2, \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < -2.$$

$$x \in (-\infty; -2).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2)$.



4. 1) $y(0) = 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 2 = -2$. с осью y : $(0; -2)$.

2)
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 + 5x - 2 \end{cases}; 3x^2 + 5x - 2 = 0, D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49,$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $(-2; 0)$; $(\frac{1}{3}; 0)$ и $(0; -2)$.

5. а) $y = -x^2 + 2$. График – парабола, ветви вниз.

x	0	1	-1
y	2	1	1

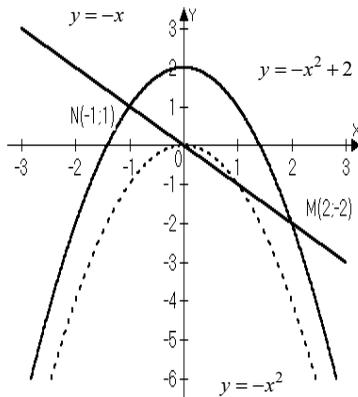
б) $y = -x$, график – прямая.

x	0	1
y	0	-1

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2, \\ y = -x \end{cases}; \begin{cases} y = -x \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ y = -x \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ y = -x \end{cases}.$$

Ответ: $(-1; 1)$; $(2; -2)$.



6. При $a = -2,5$ и $b = 3$; $\frac{a+b}{b} = \frac{-2,5+3}{3} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$.

7. $\frac{\sqrt{8}}{2} < \sqrt{1,6}$; $\sqrt{2} > \sqrt{1,6}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{8}}{2} > \sqrt{1,6}$.

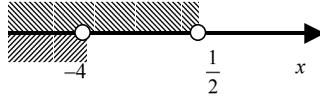
Вариант 2.

1. $(a-4)^2 - 2a(3a-4) = a^2 - 8a + 16 - 6a^2 + 8a = -5a^2 + 16.$

2. $3x^2 - 6 = 0. x^2 = 2, x_{1,2} = \pm\sqrt{2}.$

Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}.$

3.
$$\begin{cases} 3x+12 < 0, \\ 2x-1 < 0 \end{cases} \begin{cases} 3x < -12, \\ 2x < 1 \end{cases} \begin{cases} x < -4, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$$



$x < -4, x \in (-\infty; -4).$

Ответ: $x \in (-\infty; -4).$

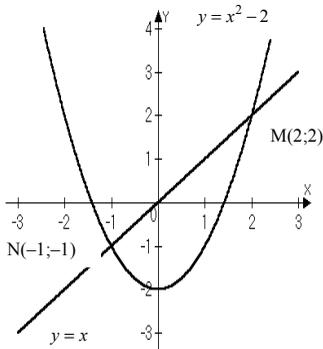
4.
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - x - 3 \end{cases}; 2x^2 - x - 3 = 0; D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25,$$

$x_1 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1; x_2 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}.$

С осью x : $(-1; 0); (1\frac{1}{2}; 0).$

$y(0) = 2 \cdot 0^2 - 0 - 3 = -3.$ С осью ординат: $(0; -3).$

Ответ: $(-1; 0); (1\frac{1}{2}; 0)$ и $(0; -3).$



5. а) $y = x^2 - 2.$ График – парабола, ветви вверх. Вершина: $x_0 = \frac{0}{2} = 0.$

$y_0 = y(0) = 0^2 - 2 = -2.$

x	-1	0	1
y	-1	-2	-1

б) $y = x.$ График – прямая.

x	0	1
y	0	1

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = x \end{cases}; \begin{cases} y = x \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ y = x \end{cases}; \begin{cases} x = 2, \\ y = 2, \\ x = -1, \\ y = -1. \end{cases}$$

Ответ: $(2; 2); (-1; -1).$

$$6. \frac{a}{a-b} = \frac{2}{2-2,3} = \frac{2}{-0,3} = -6\frac{2}{3}.$$

$$7. \sqrt{3,6} \sqrt{\frac{\sqrt{27}}{3}}; \sqrt{3,6} > \sqrt{3}.$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{3,6} > \frac{\sqrt{27}}{3}.$$

РАБОТА № 24

Вариант 1.

$$1. a - \frac{a^2 - 5a}{a+1} \cdot \frac{1}{a-5} = a - \frac{a(a-5)}{(a+1)(a-5)} =$$

$$= a - \frac{a}{a+1} = \frac{a^2 + a - a}{a+1} = \frac{a^2}{a+1}.$$

$$2. 4x - 5,5 = 5x - 3(2x - 1,5);$$

$$4x - 5,5 = 5x - 6x + 4,5; \quad 5x = 10; \quad x = 2.$$

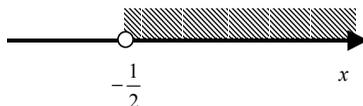
Ответ: $x = 2$.

3. При $a=0,4$; $b=0,2$:

$$\sqrt{a-b^2} = \sqrt{0,4 - (0,2)^2} = \sqrt{0,4 - 0,04} = \sqrt{0,36} = 0,6.$$

$$4. \begin{cases} x-1 < 7x+2, \\ 11x+13 > x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -3, \\ 10x > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right)$$



$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

$$5. \text{Парабола. } \begin{cases} y = 0 \\ y = -2x^2 + 4x + 6 \end{cases};$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 0, \quad x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 = 16,$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1; \quad x_2 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 2.$$

Т.о. точки пересечения: $(-1;0)$ и $(2;0)$.

Ответ: $(-1;0)$ и $(2;0)$.

$$6. \frac{1}{x^{-1}} \cdot \frac{1}{x^{-4}} = x^{1+4} = x^5.$$

При $x = -2$, $x^5 = (-2)^5 = -32$.

7. а) за первые 3 часа туристы прошли 9 км;

б) туристы отдыхали $\frac{1}{2}$ часа;

в) после привала туристы дошли до конечного пункта за 2 часа.

Вариант 2.

$$1. (a+4) \cdot \frac{a+6}{a^2-16} - \frac{a-6}{a-4} = \frac{(a+4)(a+6)}{(a+4)(a-4)} - \frac{a-6}{a-4} =$$

$$= \frac{a+6}{a-4} - \frac{a-6}{a-4} = \frac{a+6-a+6}{a-4} = \frac{12}{a-4}.$$

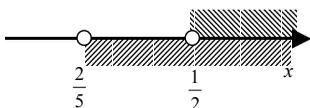
$$2. 4 - 5(3x + 2,5) = 3x + 9,5.$$

$$4 - 15x - 12,5 = 3x + 9,5; \quad 18x = -18; \quad x = -1.$$

Ответ: $x = -1$.

3. При $x=0,4$, $y=0,3$;

$$\sqrt{x+y^2} = \sqrt{0,4 + (0,3)^2} = \sqrt{0,4 + 0,09} = \sqrt{0,49} = 0,7.$$



$$4. \begin{cases} 3-x < x+2, \\ 3x-1 > 1-2x \end{cases} \begin{cases} 2x > 1, \\ 5x > 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{1}{2}, \\ x > \frac{2}{5} \end{cases}, \text{ т. к. } \frac{1}{2} > \frac{2}{5}, \text{ т. о. } x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

Ответ: $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$

$$5. \begin{cases} y = 0 \\ y = -2x^2 + 8x - 6 \end{cases}$$

$$-2x^2 + 8x - 6 = 0, \quad x^2 - 4x + 3 = 0,$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4,$$

$$x_1 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1; \quad x_2 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Т. о. точки пересечения: (1;0); (3;0).

Ответ: парабола $y = -2x^2 + 8x - 6$ пересекает ось x в точках (1;0); (3; 0).

$$6. \frac{1}{a^{-2}} \cdot \frac{1}{a^{-4}} = a^{2+4} = a^6.$$

При $a = -2$: $a^6 = (-2)^6 = 64$.

7. а) Туристы прошли 11 км после выхода через 4 часа;
 б) от первого привала до второго туристы прошли 3 км;
 в) от станции до лагеря туристы прошли 19 км.

РАБОТА № 25

Вариант 1.

$$1. \frac{x-1}{2} = \frac{4+2x}{3};$$

$$3x-3=8+4x; \quad x=-11.$$

Ответ: $x = -11$.

$$2. \frac{x^2 - a^2}{2ax^2} \cdot \frac{ax}{a+x} = \frac{(x-a)(x+a) \cdot ax}{2ax^2(a+x)} = \frac{x-a}{2x}.$$

$$3. 3-x \leq 1-7(x+1),$$

$$3-x \leq 1-7x-7, \quad 6x \leq -9,$$

$$x \leq -1,5, \quad x \in (-\infty; -1,5]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1,5]$



$$4. 2x^2 - 3x - 2.$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, \quad D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25,$$

$$x_1 = \frac{3-5}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 2 \left(x + \frac{1}{2} \right) (x-2) = (2x+1)(x-2).$$

$$5. \text{ а) } y = -\frac{2}{x}.$$

График – гипербола.

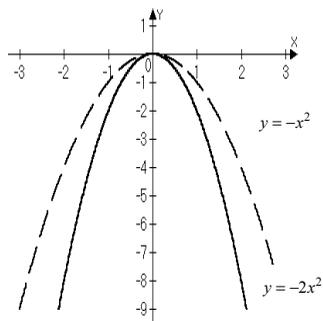
$$\text{ б) } y = -2x.$$

График – прямая.

$$\text{ в) } y = -2x^2.$$

График параболы, ветви вниз.

x	0	1	-1
y	0	-2	-2



6. Пусть x монет было пятикопееч-

ных, а y – десятикопеечных. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ 5x + 10y = 95 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 15, \\ x + 2y = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4, \\ x = 15 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 11, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: 11 пятикопеечных монет и 4 десятикопеечных.

7. Если $x = \frac{3}{4}$, то $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{9}{16}+1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$.

Вариант 2.

1. $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3},$

$9x - 6 = 10 + 5x, 4x = 16, x = 4.$

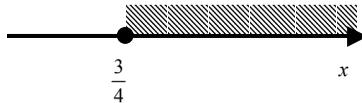
Ответ: $x = 4.$

2. $\frac{a+c}{ac} \cdot \frac{5ac^2}{c^2-a^2} = \frac{(a+c) \cdot 5ac^2}{ac \cdot (c-a)(c+a)} = \frac{5c}{c-a}.$

3. $2 - 5(x-1) \leq 1 + 3x;$

$2 - 5x + 5 \leq 1 + 3x, 8x \geq 6,$

$x \geq \frac{3}{4}.$



$x \in \left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$

Ответ: $x \in \left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$

4. $3x^2 + 8x - 3.$

$3x^2 + 8x - 3 = 0,$

$D = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100,$

$x_1 = \frac{-8-10}{6} = \frac{-18}{6} = -3; x_2 = \frac{-8+10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

$3x^2 + 8x - 3 = 3(x+3) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = (x+3)(3x-1).$

5. а) $y = \frac{1}{4}x^2$. График – парабола, ветви вверх.

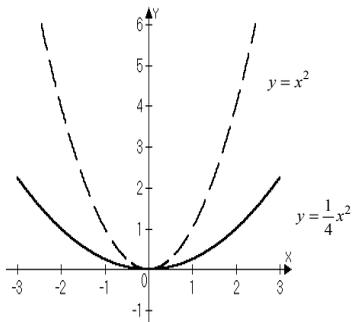
x	0	2	-2
y	0	1	1

б) $y = \frac{4}{x}$.

График – гипербола.

в) $y_1 = \frac{x}{4}$.

График – прямая.



6. Пусть x пятирублевых монет, y – двухрублевых, всего было $(x + y)$ монет. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 25, \\ 2x + 2y = 50, \\ 5x + 2y = 82 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 26, \\ 3x = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \\ y = 16 \end{cases}$$

Ответ: 10 пятирублевых и 16 двухрублевых монет.

7. Если $y = \frac{4}{5}$, то $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

РАБОТА № 26

Вариант 1.

1. $5(2 + 1,5x) - 0,5x = 24;$

$10 + 7,5x - 0,5x = 24; 7x = 14; x = 2.$

Ответ: $x = 2$.

2. $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a - b}{a + b} = \frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{(a - b)(a + b)} =$
 $= \frac{a^2 + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{(a - b)(a + b)} = \frac{a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$

3. $\begin{cases} 14 + 4x > 0, \\ 3 + 2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x > -14, \\ 2x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{7}{2}, \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3,5, \\ x < -1,5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in (-3,5; -1,5).$

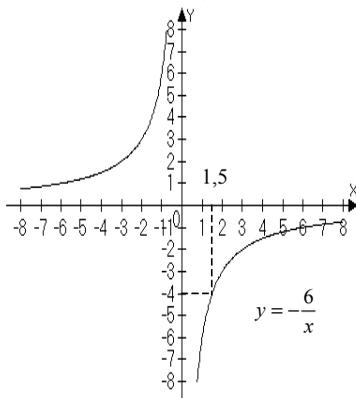
Ответ: $x \in (-3,5; -1,5).$



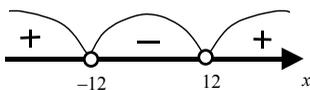
4. a) $y = -\frac{6}{x}$.

График – гиперболоа, ветви во II и IV координатной четверти.

x	-6	-1	1	6
y	1	6	-6	-1



$$y(1,5) = -\frac{6}{1,5} = -4.$$



5. $x^2 - 144 > 0$, $(x-12)(x+12) > 0$.

$$x \in (-\infty; -12) \cup (12; +\infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -12) \cup (12; +\infty)$.

6. $\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x, \\ 2x - x^2 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$x^2 - 2x - 15 = 0,$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 5, \\ y = 2 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 5, \\ y = -3, \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3, \\ y = 5. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: (-3; 5); (5; -3).

7. $(1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = 1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-1} = 6,5 \cdot 10^{-3}$;

$$6,5 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3} = (6,5 - 4) \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3}$$
;

$$0,004 = 4 \cdot 10^{-3}$$
;

т.к. $2,5 \cdot 10^{-3} > 0$, т.о. $6,5 \cdot 10^{-3} > 4 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: $(1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) > 0,004$.

Вариант 2.

1. $3(0,5x - 4) + 8,5x = 18.$

$3 \cdot 0,5x - 3 \cdot 4 + 8,5x = 18,$

$10x = 30, x = 3.$

Ответ: $x = 3.$

$$2. \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a + b}{a - b} = \frac{a^2 + b^2 - (a + b)^2}{(a - b)(a + b)} =$$

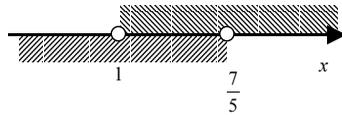
$$= \frac{a^2 + b^2 - a^2 - 2ab - b^2}{(a - b)(a + b)} = \frac{-2ab}{(a - b)(a + b)} = -\frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

3. $\begin{cases} 5x - 7 < 0, \\ 2 - x < 1. \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x < 7, \\ x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{7}{5}, \\ x > 1; \end{cases}$$

$x \in \left(1; \frac{7}{5}\right)$

Ответ: $x \in \left(1; 1\frac{2}{5}\right)$



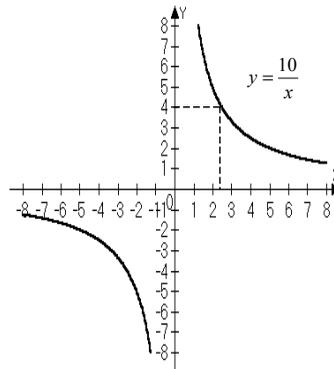
4. а) $y = \frac{10}{x}.$

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-5	-2	2	5
y	-2	-5	5	2

б) $y(2,5) = \frac{10}{2,5} = 4.$

Ответ: $y(2,5) = 4.$



5. $x^2 - 121 < 0.$

Нули: $x^2 - 121 = 0, x_{1,2} = \pm 11.$

$(x - 11)(x + 11) < 0.$

$x \in (-11; 11).$

Ответ: $(-11; 11).$



$$6. \begin{cases} x+y=5, \\ xy=-14 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ (5-y)y=-14 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ y^2-5y-14=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=7, \\ y=2 \\ x=5-y \end{cases} \begin{cases} y=7, \\ x=-2, \\ y=2, \\ x=3. \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 7); (7; -2)$.

$$7. (2,1 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) = 2,1 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 8,4 \cdot 10^{-3};$$

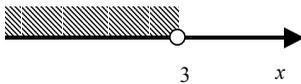
$$0,008 = 8 \cdot 0,001 = 8 \cdot 10^{-3}; \quad 8,4 \cdot 10^{-3} > 8 \cdot 10^{-3},$$

Ответ: $(2,1 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) > 0,008$.

РАБОТА № 27

Вариант 1.

$$1. \frac{4a^2}{a^2-4} \cdot \frac{a+2}{2a} = \frac{4a^2 \cdot (a+2)}{(a^2-4) \cdot 2a} = \frac{4a^2(a+2)}{(a-2)(a+2) \cdot 2a} = \frac{2a}{a-2}.$$



$$2. 11x - (3x + 4) > 9x - 7,$$

$$11x - 3x - 4 > 9x - 7, \quad x < 3, \quad x \in (-\infty; 3).$$

Ответ: $x \in (-\infty; 3)$.

$$3. \frac{2}{x-3} = \frac{7}{x+1}, \quad \text{ОДЗ: } x \neq 3; x \neq -1.$$

$$2(x+1) = 7(x-3), \quad 2x+2 = 7x-21, \quad 5x = 23, \quad x = \frac{23}{5}.$$

Ответ: $x = \frac{23}{5}$.

$$4. \begin{cases} x-y=1, \\ x^2+2y=33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1, \\ x^2+2x-2-33=0 \end{cases}$$

$$x^2+2x-35=0;$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-7, \\ x=5 \\ y=x-1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7, \\ y=-8, \\ x=5, \\ y=4. \end{cases}$$

Ответ: $(-7; -8); (5; 4)$.

5. а) $y = 2x - 3$.

График – прямая.

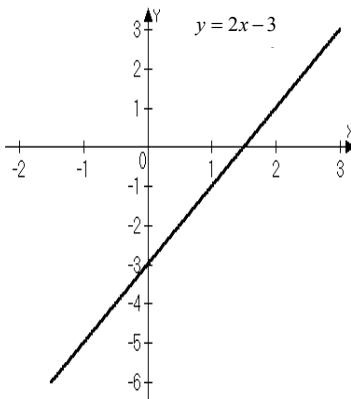
x	0	1
y	-3	-1

$$\begin{cases} y = -5 \\ y = 2x - 3 \end{cases};$$

$$2x - 3 = -5.$$

$$x = -1.$$

Ответ: $y = -5$ при $x = -1$.



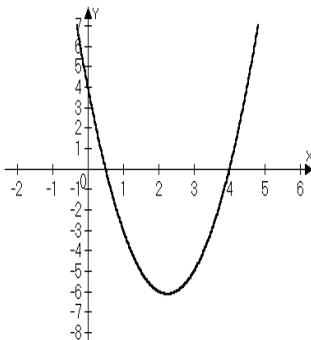
6. $2x^2 - 9x + 4 < 0$,

Нули: $2x^2 - 9x + 4 = 0$,

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49.$$

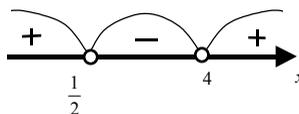
$$x_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$



$$(2x-1)(x-4) < 0. \quad x \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$$

Ответ: $x \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$



7. Если $a = 3\sqrt{2}$, то $\frac{a^3}{4} = \frac{(3\sqrt{2})^2}{4} = \frac{27 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{4} = \frac{27\sqrt{2}}{2}$.

Вариант 2.

$$1. \frac{x+1}{3x} \cdot \frac{x^2-1}{6x^2} = \frac{x+1}{3x} \cdot \frac{6x^2}{x^2-1} = \frac{(x+1) \cdot 6x^2}{3x \cdot (x-1)(x+1)} = \frac{2x}{x-1}$$

2. $3+10x < 5x - (1-x)$. $3+10x < 5x+x-1$,

$$4x < -4; \quad x < -1.$$

$$x \in (-\infty; -1).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1)$.



$$3. \frac{6}{x+5} = \frac{4}{3-x}$$

ОДЗ: $x \neq -5$; $x \neq 3$.

$$6(3-x) = 4(x+5),$$

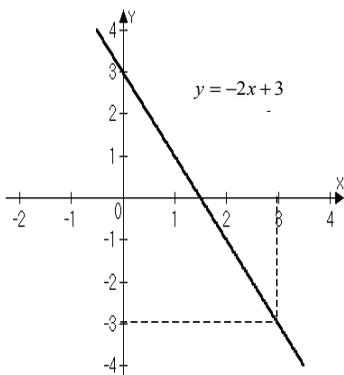
$$18 - 6x = 4x + 20,$$

$$10x = -2, \quad x = -0,2.$$

Ответ: $x = -0,2$.

$$4. \begin{cases} y-x=2, \\ y^2+4x=13 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y-2, \\ y^2+4y-21=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-7, \\ y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-9, \\ x=1. \end{cases}$$

Ответ: $(-9; -7), (1; 3)$.



5. а) $y = -2x + 3$.

График – прямая.

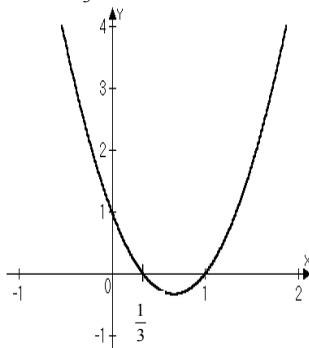
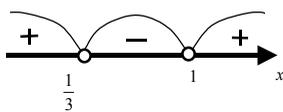
x	0	1
y	3	1

$$б) \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -3 \end{cases};$$

$$-2x + 3 = -3.$$

$$x = 3.$$

Ответ: $y = -3$ при $x = 3$.



6. $3x^2 - 4x + 1 < 0$.

Нули: $3x^2 - 4x + 1 = 0$,

$$D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4,$$

$$x_1 = \frac{4-2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{4+2}{6} = \frac{6}{6} = 1. \quad (x - \frac{1}{3})(x - 1) < 0.$$

$$y > 0, \text{ при } x \in (\frac{1}{3}; 1).$$

Ответ: $(\frac{1}{3}; 1)$.

7. Если $y = 2\sqrt{3}$, то $\frac{y^3}{9} = \frac{(2\sqrt{3})^3}{9} = \frac{8 \cdot 3\sqrt{3}}{9} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

РАБОТА № 28

Вариант 1.

1. Если $x = 10$, то $0,2x^3 + x^2 + x = \frac{2}{10} \cdot 1000 + 100 + 10 =$
 $= 200 + 100 + 10 = 310$.

2. $\frac{y-xy}{3} \cdot \frac{6}{1-x^2} - \frac{y}{x+1} = \frac{2y(1-x)}{(1-x)(1+x)} - \frac{y}{x+1} = \frac{y}{x+1}$.

3. $\frac{x}{10-3x} = \frac{1}{x}$. ОДЗ: $x \neq 0$, $x \neq \frac{10}{3}$;

$x^2 = 10 - 3x$; $x^2 + 3x - 10 = 0$; $x_1 = -5$, $x_2 = 2$.

Ответ: $x_1 = -5$, $x_2 = 2$.

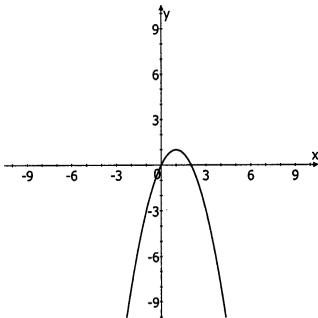
4. $\begin{cases} 3x - 2 < 2 + 5x, \\ 8x > 15 - 2x \end{cases} \begin{cases} x = -2 - y, \\ y^2 + 6 + 3y = 6 \end{cases} \begin{cases} x > -2 \\ x > 1,5 \end{cases}$



$x \in (1,5; \infty)$.

Ответ: $x \in (1,5; \infty)$.

5. а)



б) $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

6. $\begin{cases} x + y = -2, \\ y^2 - 3x = 6 \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{3}x - 4 = x + 6, \\ y = x + 6 \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{3}x = -10, \\ y = x + 6 \end{cases} \begin{cases} x = -15 \\ y = -9 \end{cases}$

Ответ: в III четверти.

$$7. S = \frac{V^2}{2a}; V^2 = 2Sa; V = \sqrt{2Sa}.$$

Вариант 2.

$$1. \text{ Если } x = -10, \text{ то } 0,6x^3 - x^2 - x = -\frac{6}{10} \cdot 1000 - 100 + 10 = -690.$$

$$2. \frac{3a}{1+c} - \frac{4}{1-c^2} \cdot \frac{a-ac}{2} = \frac{3a}{c+1} - \frac{2a(1-c)}{(1-c)(1+c)} = \frac{a}{c+1}.$$

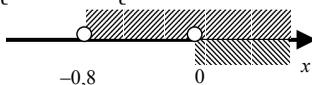
$$3. \frac{x}{x+12} = \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -12;$$

$$x^2 = x + 12;$$

$$x^2 - x - 12 = 0; \text{ по т. Виета } x_1 = 4, x_2 = -3.$$

Ответ: $x_1 = 4, x_2 = -3$.

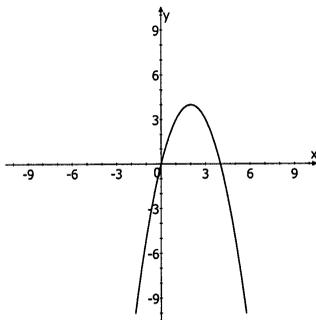
$$4. \begin{cases} 5x < 4 + 10x, \\ 6x + 1 > 1 + 4x \end{cases} \begin{cases} 5x > -4, \\ x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > -0,8, \\ x > 0 \end{cases},$$



$$x \in (0; \infty).$$

Ответ: $x \in (0; \infty)$.

5. а)



$$\text{б) } x \in (0; 4).$$

$$6. \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 6, \\ y = x - 3 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1}{2}x = -3, \\ y = x - 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -6, \\ y = -9 \end{cases}.$$

Ответ: в III четверти.

$$7. V = \sqrt{2gh}; V^2 = 2gh; h = \frac{V^2}{2g}.$$

РАБОТА № 29

Вариант 1.

1. $(x - y)^2 - x(x - 2y) = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + 2xy = y^2$.

2. $\frac{5}{1-x} = \frac{4}{6-x}$, ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 6$.

$5(6-x) = 4(1-x)$,

$30 - 5x = 4 - 4x, -5x + 4x = 4 - 30$,

$x = 26$.

Ответ: $x = 26$.

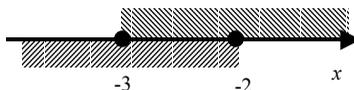
3. $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x-y}$.

4. $\begin{cases} x-1 \leq 2x+2, \\ 3x+5 \leq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ 2x \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq -2$.

$x \in [-3; -2]$

Ответ: $x \in [-3; -2]$



5. а) $y = -x^2 + 6x - 5$.

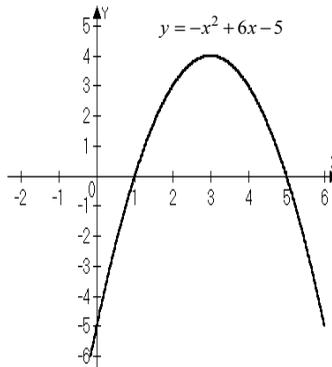
График – парабола, ветви вниз.

Вершина:

$x_0 = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$,

$y_0 = y(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 - 5 =$
 $= -9 + 18 - 5 = 4$.

x	1	3	5
y	0	4	0



б) $y_{\max} = y_{\text{вершины}} = 4$ (т. к. ветви вниз).

6. $\begin{cases} x-y=1, \\ x^2-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0, \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=-1 \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1, \\ y=-2, \\ x=2, \\ y=1. \end{cases}$

Ответ: $(-1; -2); (2; 1)$.

$$7. \frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} = 6^{-4-9+12} = 6^{-1} = \frac{1}{6}.$$

Вариант 2.

$$1. a(a+2b)-(a+b)^2 = a^2 + 2ab - a^2 - 2ab - b^2 = -b^2.$$

$$2. \frac{4}{x-6} = \frac{1}{x+3}. \text{ ОДЗ: } x \neq 6, x \neq -3,$$

$$4(x+3) = x-6, \quad 4x+12 = x-6, \quad 3x = -18.$$

$$x = -6.$$

Ответ: $x = -6$.

$$3. \frac{m^2 - 4}{m^2 - 2m} = \frac{(m-2)(m+2)}{m(m-2)} = \frac{m+2}{m}.$$

$$4. \begin{cases} 3x-2 \geq x+1, \\ 4-2x \leq x-2 \end{cases} \begin{cases} 2x \geq 3, \\ 3x \geq 6 \end{cases} \begin{cases} x \geq 1,5, \\ x \geq 2. \end{cases} x \in [2; +\infty).$$



Ответ: $x \in [2; +\infty)$.

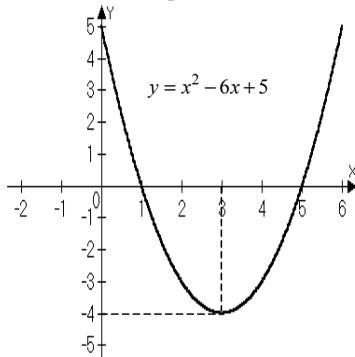
5. а) $y = x^2 - 6x + 5$. График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3,$$

$$y_0 = y(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 + 5 - 18 = -4.$$

x	1	3	5
y	0	-4	0

б) $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = -4$ (т. к. ветви вверх).



$$6. \begin{cases} x+y=4, \\ x^2-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-6=0, \\ y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3, \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3, \\ y=7, \\ x=2, \\ y=2. \end{cases}$$

Ответ: (2; 2); (-3; 7).

$$7. \frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}} = 7^{-7-8+13} = 7^{-2} = \frac{1}{49}.$$

РАБОТА № 30

Вариант 1.

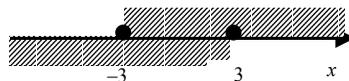
$$1. \frac{a-c}{c} - \frac{a-c}{a+c} = \frac{a^2 - c^2 - ac + c^2}{c(a+c)} = \frac{a(a-c)}{c(a+c)}.$$

$$2. \frac{3}{x-6} = \frac{2}{2x-9}; \text{ ОДЗ: } x \neq 6, x \neq 4,5;$$

$$6x - 27 = 2x - 12; 4x = 15; x = \frac{15}{4}.$$

Ответ: $x = \frac{15}{4}$.

$$3. \begin{cases} 3x+5 \geq -4 \\ 5-x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} 3x \geq -9 \\ x \leq 3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 3 \end{cases},$$



$x \in [-3; 3]$.

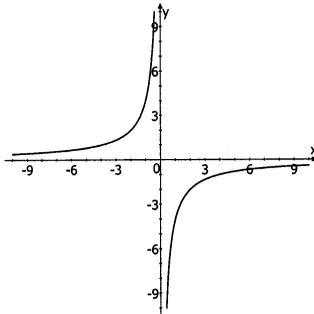
Ответ: $x \in [-3; 3]$.

$$4. \begin{cases} x+y=-2 \\ y^2-3x=6 \end{cases}; \begin{cases} x=-2-y \\ y^2+6+3y=6 \end{cases}; \begin{cases} y=0 \\ x=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=-3 \\ x=1 \end{cases}.$$

Ответ: (-2; 1); (1; -3).

5.

$y = -\frac{4}{x}$ — гиперболола.



$$6. y = \frac{1}{x^2 + 2x - 24};$$

$$x^2 + 2x - 24 \neq 0; \begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq -6 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -6) \cup (-6; 4) \cup (4; \infty).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -6) \cup (-6; 4) \cup (4; \infty).$$

$$7. \text{ Если } c = -\sqrt{3}, \text{ то } \frac{c^3 \sqrt{3}}{9} = -\frac{9}{9} = -1.$$

Вариант 2.

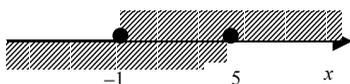
$$1. \frac{a+b}{a-b} - \frac{a+b}{a} = \frac{a^2 + ab - a^2 + b^2}{a(a-b)} = \frac{b(a+b)}{a(a-b)}.$$

$$2. \frac{2}{x+4} = \frac{7}{2x-1}; \text{ ОДЗ: } x \neq -4, x \neq 0,5;$$

$$4x - 2 = 7x + 28;$$

$$3x = -30; x = -10.$$

$$\text{Ответ: } x = -10.$$



$$3. \begin{cases} 6-x \geq 1 \\ 4x+3 \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 5 \\ 4x \geq -4 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -1 \end{cases},$$

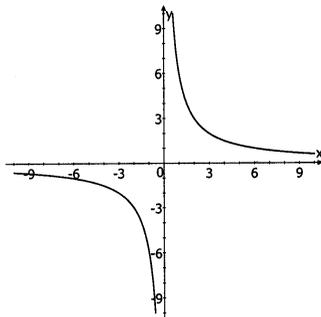
$$x \in [-1; 5].$$

$$\text{Ответ: } x \in [-1; 5].$$

$$4. \begin{cases} x+y=5 \\ x^2-3y=-15 \end{cases}; \begin{cases} y=5-x \\ x^2-15+3x=-15 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-3 \\ y=8 \end{cases}.$$

$$\text{Ответ: } (0; 5); (-3; 8).$$

5.



$$y = \frac{6}{x} - \text{гипербола.}$$

$$6. y = \frac{1}{x^2 + 4x - 21};$$

$$x^2 + 4x - 21 \neq 0; \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -7 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -7) \cup (-7; 3) \cup (3; \infty).$$

Ответ: $(-\infty; -7) \cup (-7; 3) \cup (3; \infty)$.

$$7. \text{ Если } a = -\sqrt{2}, \text{ то } \frac{a^3 \sqrt{2}}{8} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}.$$

РАБОТА № 31

Вариант 1.

$$1. 2x^2 - 8 = 0,$$

$$x^2 = 4, x_{1,2} = \pm 2.$$

Ответ: $x_{1,2} = \pm 2$.

$$2. \frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} =$$

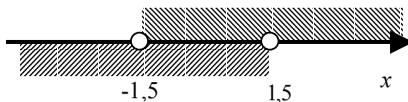
$$= \frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{-4ab}{a^2 - b^2}.$$

$$3. -4 < 2x - 1 < 2;$$

$$-3 < 2x < 3, \quad -1,5 < x < 1,5;$$

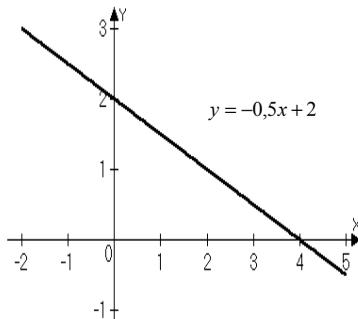
$$x \in (-1,5; 1,5).$$

Ответ: $x \in (-1,5; 1,5)$.



4. $y = -0,5x + 2$. График – прямая, не проходит через начало координат.

x	0	2
y	2	1



5. Пусть Борису x лет, тогда Олегу $-1,5x$ лет, а Андрею $-(1,5x+4)$.

Составим уравнение.

$$x + 1,5x + (1,5x + 4) = 36,$$

$$x + 1,5x + 1,5x + 4 = 36,$$

$$4x + 4 = 36,$$

$$x + 1 = 9, \quad x = 8;$$

тогда $1,5x = 1,5 \cdot 8 = 12$, а $1,5x + 4 = 12 + 4 = 16$.

Ответ: Андрею -16 лет, Олегу -12 лет, а Борису -8 лет.

$$6. \begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y, \\ (5 - y)y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y, \\ 5y - y^2 - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y, \\ y^2 - 5y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y, \\ y = 2, \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 2, \\ x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: $(3; 2); (2; 3)$.

$$7. \text{ Если } x = \sqrt{3}, \quad y = \sqrt{12}, \text{ то } \frac{4x}{y} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{4}{2} = 2.$$

Вариант 2.

$$1. 3x^2 - 75 = 0.$$

$$x^2 = 25, \quad x_{1,2} = \pm 5.$$

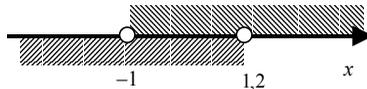
Ответ: $x_{1,2} = \pm 5$.

$$2. \frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n} = \frac{(m+n)^2 - (m-n)^2}{m^2 - n^2} =$$

$$= \frac{m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2}{m^2 - n^2} = \frac{4mn}{m^2 - n^2}.$$

$$3. -6 < 5x - 1 < 5;$$

$$-5 < 5x < 6; \quad -1 < x < \frac{6}{5}.$$

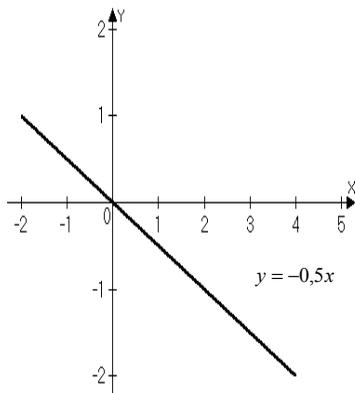


$$x \in (-1; 1,2).$$

Ответ: $x \in (-1; 1,2)$.

4. $y = -0,5x$. График – прямая, проходящая через начало координат.

x	0	2
y	0	-1



5. Пусть дочери x лет, тогда матери – $2,5x$ лет, а бабушке – $(2,5x + 20)$. Составим уравнение.

$$x + 2,5x + (2,5x + 20) = 116, \quad x + 2,5x + 2,5x + 20 = 116,$$

$$6x = 96, \quad x = 16, \text{ тогда}$$

$$2,5x = 2,5 \cdot 16 = 40, \text{ а } 2,5x + 20 = 40 + 20 = 60.$$

Ответ: бабушке 60 лет, маме 40 лет, дочери 16 лет.

$$6. \begin{cases} xy = 8, \\ x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} 6x - x^2 - 8 = 0, \\ y = 6 - x \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 0, \\ y = 6 - x \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ x = 4 \\ y = 6 - x \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = 4, \\ x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: (2; 4); (4; 2).

$$7. \text{ Если } c = \sqrt{18}, \quad a = \sqrt{2}, \text{ то } \frac{c}{6a} = \frac{\sqrt{18}}{6\sqrt{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

РАБОТА № 32

Вариант 1.

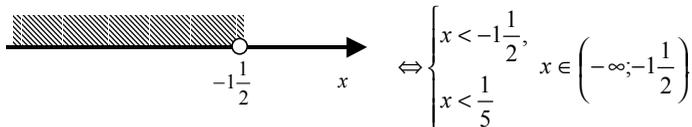
$$1. 4x^2 - 12 = 0,$$

$$x^2 = 3, \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{3}.$$

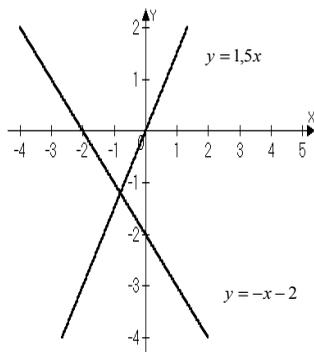
Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$.

$$2. \frac{4x}{x^2 - y^2} - \frac{4}{x+y} = \frac{4x - 4(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{4x - 4x + 4y}{x^2 - y^2} = \frac{4y}{x^2 - y^2}.$$

$$3. \begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x < 12, \\ 5x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{12}{8}, \\ x < \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$



Ответ: $x \in (-\infty; -1\frac{1}{2})$.



4. а) $y = 1,5x$. График – прямая.

x	0	2
y	0	3

б) $y = -x - 2$.

График – прямая.

x	0	1
y	-2	-3

Из графика видно, что $y = -x - 2$ – убывает.

Ответ: убывающей является функция $y = -x - 2$.

$$5. 3x^2 + 2x - 1.$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0, \quad D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16,$$

$$x_1 = \frac{-2-4}{6} = -\frac{6}{6} = -1; \quad x_2 = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right).$$

$$6. \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{x} - \frac{1}{a}, \quad \frac{1}{b} = \frac{a-x}{xa}, \quad b = \frac{xa}{a-x}.$$

7. Пусть число учеников, изучающих английский, равно x , тогда:

$$\frac{x}{112-x} = \frac{5}{3}; \quad 3x = 560 - 5x; \quad x = 70; \quad 112 - 70 = 42.$$

Ответ: 70 учеников, изучающих английский, 42 ученика, изучающих немецкий.

Вариант 2.

1. $3x^2 - 15 = 0,$

$x^2 = 5, x_{1,2} = \pm\sqrt{5}.$

Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}.$

2. $\frac{3c}{a^2 - c^2} - \frac{2}{a - c} = \frac{3c - 2(a + c)}{(a - c)(a + c)} = \frac{3c - 2a - 2c}{(a - c)(a + c)} = \frac{c - 2a}{a^2 - c^2}.$

3. $\begin{cases} 2x + 4 < 0, \\ -4x > x - 2,5 \end{cases} \begin{cases} 2x < -4, \\ 5x < 2,5 \end{cases}$

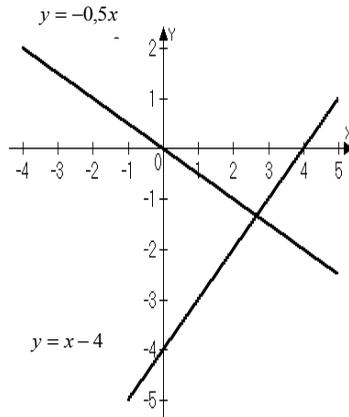
$\begin{cases} x < -2, \\ x < 0,5. \end{cases} x \in (-\infty; -2).$



Ответ: $x \in (-\infty; -2).$

4. а) $y = -0,5x.$ График – прямая.

x	0	2
y	0	-1



б) $y = x - 4.$ График – прямая.

x	0	4
y	-4	0

Из графика видно, что $y = x - 4$ – возрастает.

Ответ: возрастающей является функция $y = x - 4.$

5. $2x^2 + 5x - 3.$

$2x^2 + 5x - 3 = 0; D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49,$

$x_1 = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3; x_2 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$

$2x^2 + 5x - 3 = 2 \cdot (x + 3) \left(x - \frac{1}{2} \right)$

6. $\frac{1}{y} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}. \frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{b},$

$\frac{1}{a} = \frac{b + y}{yb}; a = \frac{by}{b + y}.$

7. Пусть число волейболистов равно x , тогда:

$$\frac{x}{132-x} = \frac{5}{6}; 6x = 660 - 5x; x = 60; 132 - 60 = 72.$$

Ответ: 60 волейболистов, 72 баскетболиста.

РАБОТА № 33

Вариант 1.

1. $x^2 - 10x = 0, x(x-10) = 0,$

$x_1 = 10, x - 10 = 0$ или $x_2 = 0.$

Ответ: $x_1 = 10, x_2 = 0.$

2. $\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{b}{a} = \frac{b+(a-b)}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b+a-b}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a}{(a-b) \cdot a} = \frac{1}{a-b}.$

3. При $x = -1, -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 1 = -\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} - 1 =$
 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6}.$



4. $6 - 6(x-3) \geq 2(x+1) - 10,$

$6 - 6x + 18 \geq 2x + 2 - 10,$

$8x \leq 32, x \leq 4. x \in (-\infty; 4]$

Ответ: $x \in (-\infty; 4]$

5. а) $y = x^2 - 4x + 3.$

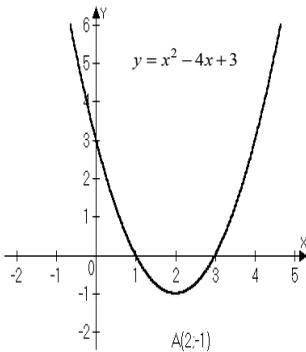
График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2;$

$y_0 = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1.$

x	1	2	3
y	0	-1	0

б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 - 4x + 3$ убывает на промежутке $(-\infty; 2]$



6. Пусть первоначально автомобиль ехал со скоростью x км/ч. Составим уравнение.

$3x = 2(x+25), 3x = 2x + 50, 3x - 2x = 50, x = 50. 3x = 150.$

Ответ: 50 км/ч; расстояние от поселка до города 150 км.

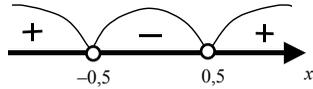
7. Решение:

$$x^2 < 0,25, \quad x^2 - 0,25 < 0,$$

$$(x - 0,5)(x + 0,5) < 0,$$

$$x \in (-0,5; 0,5)$$

Ответ: $x \in (-0,5; 0,5)$



Вариант 2.

1. $x^2 + 6x = 0,$

$$x(x + 6) = 0.$$

$$x + 6 = 0, \quad x_1 = -6 \text{ или } x_2 = 0.$$

Ответ: $x_1 = -6; \quad x_2 = 0.$

2. $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y}\right) : \frac{x}{y} = \frac{1}{x+y} \cdot \frac{x+y-y}{y(x+y)} \cdot \frac{y}{x} = \frac{xy}{y(x+y)x} = \frac{1}{x+y}.$

3. При $x = -1, \quad \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 = \frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} + 1 =$
 $= -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{5}{6} + 1 = \frac{1}{6}.$

4. $5(x-1) + 8 \leq 1 - 3(x+2).$

$$5x - 5 + 8 \leq 1 - 3x - 6,$$

$$8x \leq -8, \quad x \leq -1.$$

$$x \in (-\infty; -1]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1]$



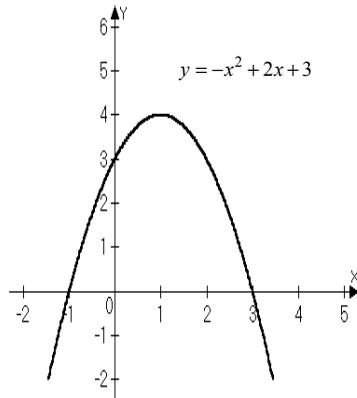
5. а) $y = -x^2 + 2x + 3.$

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1;$

$$y_0 = y(1) = -(1)^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4.$$

x	-1	1	3
y	0	4	0



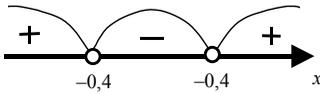
б) Из графика видно, что функция $y = -x^2 + 2x + 3$ возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$

6. Пусть скорость туриста на велосипеде – x км/ч, тогда пешком $x-8$ км/ч. Составим уравнение.

$$3x = 7(x-8), \quad 3x = 7x - 56, \quad 4x = 56, \quad x = 14.$$

$$3x = 3 \cdot 14 = 42.$$

Ответ: турист ехал со скоростью 14 км/ч и преодолел 42 км.



$$7. \quad x^2 > 0,16, \quad x^2 - 0,16 > 0,$$

$$(x-0,4)(x+0,4) > 0.$$

$$x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty)$.

РАБОТА № 34

Вариант 1.

1. $(10x - 4)(3x + 2) = 0,$

$$10x - 4 = 0, \quad x_1 = 0,4 \quad \text{или} \quad 3x + 2 = 0, \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$$

Ответ: $x_1 = 0,4; \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$

$$2. \quad \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a} \right) \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{4}{6a} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{6a} = \frac{a}{6}.$$



3. $2x - 3(x + 4) < x - 12,$

$$2x - 3x - 12 < x - 12, \quad 2x > 0,$$

$$x > 0. \quad x \in (0; +\infty).$$

Ответ: $x \in (0; +\infty).$

4. $2a^3 - 8a = 2a(a^2 - 4) = 2a(a - 2)(a + 2).$

$$5. \quad \begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ 1 - 2y + y^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ 2y^2 - 2y - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ y^2 - y - 12 = 0 \end{cases} \quad (\text{по т. Виета})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ \begin{cases} y = -3, \\ y = 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = -3, \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3, \\ y = 4. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 4); (4; -3).$

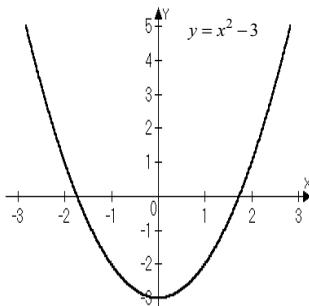
6. а) $y = x^2 - 3$. График – парабола,
ветви вверх.

Вершина:

$$x_0 = \frac{0}{2} = 0; \quad y_0 = y(0) = -3.$$

x	-2	0	2
y	1	-3	1

б) т. к. ветви параболы вверх, то
 $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = -3$.



$$7. \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-4+3} = 1,2 \cdot \frac{1}{10} = 0,12; \quad 0,12 > 0,012.$$

Ответ: $\frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} > 0,012$.

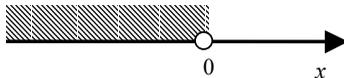
Вариант 2.

$$1. (3x+1)(6-4x) = 0. \quad 3x+1=0, \quad x_1 = -\frac{1}{3} \text{ или } 6-4x=0, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{3}{2}$.

$$2. \left(\frac{1}{5c} + \frac{1}{10c} \right) \cdot \frac{c^2}{6} = \frac{3}{10c} \cdot \frac{c^2}{6} = \frac{c^2}{10c \cdot 2} = \frac{c}{20}.$$

$$3. \begin{aligned} x - 5(x-4) &> 6x + 20, \\ x - 5x + 20 &> 6x + 20, \\ 10x &< 0, \quad x < 0, \quad x \in (-\infty; 0). \end{aligned}$$



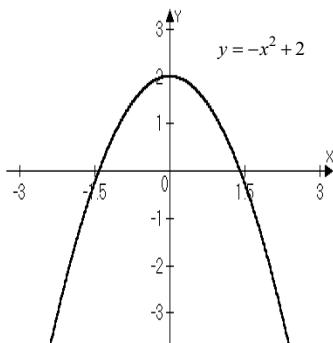
Ответ: $x \in (-\infty; 0)$.

$$4. a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a-b)(a+b).$$

$$5. \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - x \\ 9 + x^2 - 6x + x^2 = 29 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ y = 3 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ x = -2 \\ y = 3 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = -2, \\ x = -2, \\ y = 5. \end{cases}$$

Ответ: (5; -2); (-2; 5).



6. а) $y = -x^2 + 2$.

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$;

$y_0 = y(0) = 0 + 2$.

x	-1	0	1
y	1	2	1

б) т. к. ветви вниз, то

$y_{\max} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 2$.

7. $\frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \cdot 10^{-6+4} = \frac{1,4}{100} = 0,014$;

$0,014 < 0,14$.

Ответ: $\frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} < 0,14$.

РАБОТА № 35

Вариант 1.

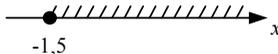
1. $(a - 2)(a + 4) - (a + 1)^2 = a^2 + 2a - 8 - a^2 - 2a - 1 = -9$.

2. $2(3x - 7) - 5x \leq 3x - 11$;

$6x - 14 - 5x - 3x \leq -11$;

$2x \geq -3$;

$x \geq -1,5$.



$x \in [-1,5; \infty)$.

Ответ: $x \in [-1,5; \infty)$.

3. $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = 16 \end{cases} \begin{cases} 6x - 4y = 10, \\ 6x + 15y = 48 \end{cases} \begin{cases} 19y = 38, \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Ответ: (3; 2).

4. $\frac{5}{x+3} + \frac{4}{x} = 3$;

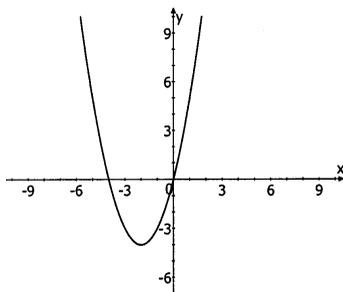
ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -3$;

$3x^2 + 9x = 5x + 4x + 12$;

$x^2 = 4, x_{1,2} = \pm 2$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 2$.

5. а)



б) $x \in (-4; 0)$.

$$6. \frac{3m^2 - 6m}{m^2 - 4} = \frac{3m(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{3m}{m+2}.$$

7. Пусть x – расстояние от А до Б, тогда:

$$\frac{x}{x+8} = \frac{3}{5}; 5x = 3x + 24;$$

$$x = 12, \text{ а } x + 8 = 12 + 8 = 20.$$

Ответ: 12 и 20.

Вариант 2.

$$1. (b-4)(b+2) - (b-1)^2 = b^2 - 2b - 8 - b^2 + 2b - 1 = -9.$$

$$2. 2x + 4(2x - 3) \geq 12x - 11;$$

$$10x - 12 \geq 12x - 11; 2x \leq -1; x \leq -\frac{1}{2}.$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}].$$

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}]$.

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 6y = 10, \\ 9x + 6y = 42 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = 52, \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Ответ: (4; 1).

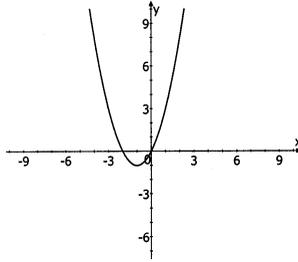
$$4. \frac{5}{x} + \frac{4}{x-3} = 3; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 3$$

$$5x - 15 + 4x = 3x^2 - 9x; x^2 - 6x + 5 = 0;$$

$$x_1 = 5, x_2 = 1.$$

Ответ: $x_1 = 5, x_2 = 1$.

5. а)



б) $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

$$6. \frac{4-n^2}{8n-4n^2} = \frac{(2-n)(2+n)}{4n(2-n)} = \frac{2+n}{4n}.$$

7. Пусть x – расстояние от А до В, тогда:

$$\frac{x-6}{x} = \frac{4}{7}; 7x - 42 = 4x;$$

$$x = 14; x - 6 = 8.$$

Ответ: 14, 8.

РАБОТА № 36

Вариант 1.

1. $x(x+2) = 3, x^2 + 2x - 3 = 0,$

по т. Виета: $x_1 = -3, x_2 = 1.$

Ответ: $x_1 = -3, x_2 = 1.$

$$2. \left(\frac{m+n}{m} - \frac{m+n}{n} \right) \cdot \frac{m}{m+n} = \frac{(m+n) \cdot n - (m+n) \cdot m}{mn} \cdot \frac{m}{m+n} =$$

$$= \frac{(m+n)(n-m) \cdot m}{mn(m+n)} = \frac{n-m}{n}.$$

$$3. \begin{cases} 3x - 5y = 16, \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 26, \\ y = 2 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 2 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: (2; -2).

$$4. \begin{cases} 5 - 2x > 0, \\ 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 5, \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2,5, \\ x < 0 \end{cases} \quad x < 0,$$



$$x \in (-\infty; 0)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 0)$

$$5. \begin{cases} y = 0, \\ y = 3x^2 - 15x. \end{cases}$$

$$3x^2 - 15x = 0, \quad 3x(x-5) = 0, \quad x(x-5) = 0,$$

$$x-5 = 0 \text{ или } x_2 = 0$$

$$x_1 = 5.$$

Т.о. координаты точек пересечения с осью x будут $(0; 0)$; $(5; 0)$.

Ответ: $(0; 0)$; $(5; 0)$.

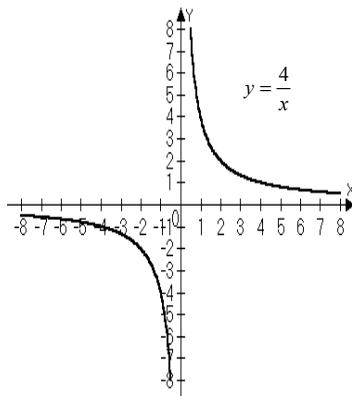
6. а) $y = \frac{4}{x}$. График – гипербола,

ветви в I и III координатных четвертях.

б) Из графика видно, что $y < 0$ при $x < 0$.

Ответ: $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1



$$7. \text{ Если } x = \sqrt{2}, \quad y = \sqrt{8}, \text{ то } \frac{x}{x+y} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

Вариант 2.

$$1. x(x+3) = 4,$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0,$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25,$$

$$x_1 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4; \quad x_2 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Ответ: $x_1 = -4$; $x_2 = 1$.

$$2. \left(\frac{a-b}{b} - \frac{b-a}{a} \right) \cdot \frac{b}{a-b} =$$

$$= \frac{a^2 - ab - b^2 + ab}{ab} \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot b}{ab(a-b)} = \frac{a+b}{a}.$$

$$3. \begin{cases} 2x + 5y = -7, \\ 3x - y = 15 \end{cases} \begin{cases} 6x + 15y = -21, \\ 6x - 2y = 30 \end{cases} \begin{cases} 17y = -51, \\ 3x = 15 + y \end{cases} \begin{cases} y = -3, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: (4; -3).

$$4. \begin{cases} 9 - 6x < 0, \\ 4x > 0 \end{cases} \begin{cases} 6x > 9, \\ x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 1,5, \\ x > 0. \end{cases}$$



$$x \in (1,5; +\infty).$$

Ответ: $x \in (1,5; +\infty)$.

$$5. 2x(x+5) = 0,$$

$$x(x+5) = 0, \quad x_1 = 0 \text{ или } x + 5 = 0,$$

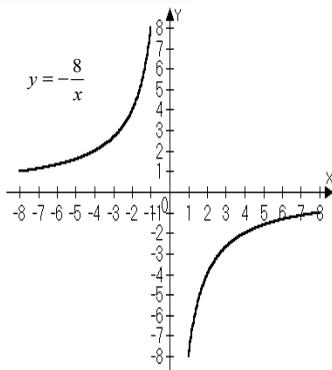
$$x_2 = -5.$$

Ответ: (0;0); (-5;0).

$$6. \text{ а) } y = -\frac{8}{x}.$$

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-4	-2	2	4
y	2	4	-4	-2



б) Из графика видно, что $y > 0$ при $x < 0$.

Ответ: $y > 0$ при $x < 0$.

$$7. \text{ Если } a = \sqrt{8}, \quad c = \sqrt{2},$$

$$\text{то } \frac{a}{a-c} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = 2$$

РАБОТА № 37

Вариант 1.

1. $\frac{1}{2}(5x+2) = \frac{7}{2}(x-6);$

$5x + 2 = 7x - 42;$

$2x = 44; x = 22.$

Ответ: $x = 22.$

2. $\frac{9b^2}{b^2-9} : \frac{3b}{2b-6} = \frac{9b^2(2b-6)}{3b(b-3)(b+3)} = \frac{6b}{b+3}.$

3. $-4x + 17 > 2x + 5;$

$6x < 12; x < 2;$

$x \in (-\infty; 2).$

Ответ: $x \in (-\infty; 2).$



4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ y - x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 + x, \\ 2x^2 + 6x - 8 = 0 \end{cases}$

$x^2 + 3x - 4 = 0;$

$\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}.$

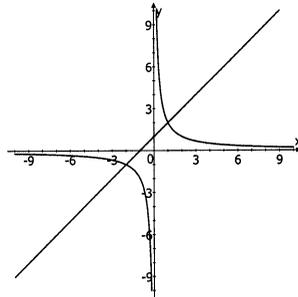
Ответ: $(-4; -1); (1; 4).$

5.

$\frac{2}{x} = x + 1; x^2 + x - 2 = 0;$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Ответ: $(-2; -1); (1; 2).$



6. $x^2 - 3x \leq 0;$

$x(x-3) \leq 0,$

$x \in [0; 3].$

Ответ: $x \in [0; 3].$



7. $S = \frac{abc}{4R};$

$4R = \frac{abc}{S}; R = \frac{abc}{4S}.$

Вариант 2.

1. $\frac{4}{3}(x-8) = \frac{1}{3}(6x-4);$

$4x - 32 = 6x - 4; 2x = -28;$

$x = -14.$

Ответ: $x = -14.$

2. $\frac{a^2 - 4}{2a} : \frac{3a + 6}{4a^2} = \frac{(a-2)(a+2)4a^2}{3(a+2) \cdot 2a} = \frac{(a-2)2a}{3}.$



3. $-2x + 13 < 3x - 2;$

$5x > 15; x > 3, x \in (3; \infty).$

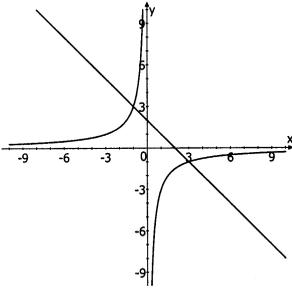
Ответ: $x \in (3; \infty).$

4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x + y = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 2y^2 - 10y + 12 = 0 \end{cases};$

$y^2 - 5y + 6 = 0;$

$\begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$ ИЛИ $\begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Ответ: (2; 3); (3; 2).

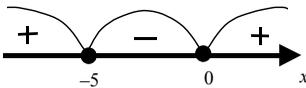


5.

$-\frac{3}{x} = -x + 2; x^2 - 2x - 3 = 0;$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ ИЛИ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}.$

Ответ: (3; -1); (-1; 3).



6. $x^2 + 5x \geq 0; x(x + 5) \geq 0.$

$x \in (-\infty; -5] \cup [0; \infty).$

Ответ: $x \in (-\infty; -5] \cup [0; \infty).$

7. $S = \frac{a+b}{2}h; bh = 2S - ah; b = \frac{2S - ah}{h}.$

РАБОТА № 38

Вариант 1.

1. $x(x-5) = -4, x^2 - 5x + 4 = 0, x_1 = 1, x_2 = 4.$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 4.$

$$2. \frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} =$$

$$= \frac{a(a+b) - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab - a^2 + 2ab - b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{3ab - b^2}{a^2 - b^2}.$$

$$3. -1 < -5x < 1;$$

$$-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{5} > x > -\frac{1}{5};$$

$$-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5}.$$

$$x \in \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right)$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right)$$

$$4. \text{ а) } y = -\frac{2}{x}.$$

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	1	2	-2	-1

$$\text{б) } y = -2x.$$

График – прямая.

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{x} \\ y = -2x \end{cases}; \begin{cases} y = -2x \\ -2x = -\frac{2}{x} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = \pm 1 \\ y = -2x \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

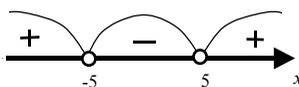
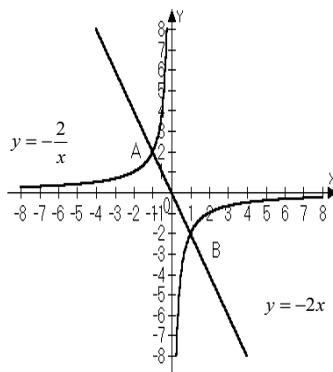
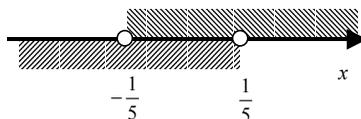
$$\text{Ответ: } (-1; 2); (1; -2).$$

$$5. x^2 - 25 \leq 0,$$

$$(x-5)(x+5) \leq 0;$$

$$x \in [-5; 5].$$

$$\text{Ответ: } x \in [-5; 5]$$



$$6. F = 1,8C + 32, \quad 1,8C = F - 32, \quad C = \frac{F - 32}{1,8} = \frac{5F - 160}{9}.$$

7. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, тогда скорость второго $(x+2)$ км/ч. Составим уравнение.

$$2x + 2(x+2) = 60, \quad x + x + 2 = 30,$$

$$x + 1 = 15, \quad x = 14. \quad x + 2 = 16.$$

Ответ: 14км/ч и 16км/ч.

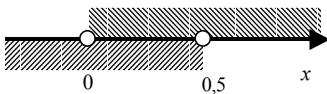
Вариант 2.

1. $x(x-4) = -3; \quad x^2 - 4x + 3 = 0$, по т. Виета $x_1=1, x_2=3$.

Ответ: $x_1=1, x_2=3$.

2. $\frac{x-y}{x+y} - \frac{y}{x-y} =$

$$= \frac{(x-y)^2 - y(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - xy - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2}.$$



3.
$$\begin{cases} -3x > -1,5; \\ -3x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < 1,5; \\ x > 0 \end{cases}$$

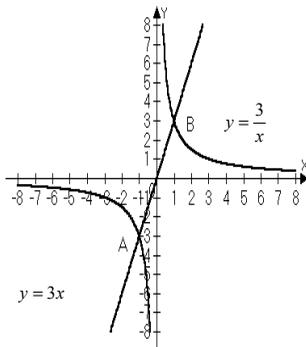
Преобразуем:
$$\begin{cases} x < 0,5, \\ x > 0. \end{cases} \quad x \in (0; 0,5).$$

Ответ: $x \in (0; 0,5)$.

4. а) $y = \frac{3}{x}$.

График – гиперболола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1



б) $y = 3x$. График – прямая.

x	0	1
y	0	3

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = 3x \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 3x \\ 3x = \frac{3}{x} \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 3x \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: графики функций $y = \frac{3}{x}$ и

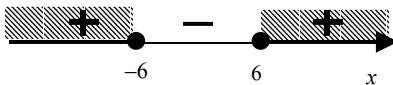
$y = 3x$ пересекаются в точках $A(-1; -3)$ и $B(1; 3)$.

$$5. x^2 - 36 \geq 0,$$

$$(x - 6)(x + 6) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty).$$



$$6. l = 1 + 7,8t, \quad 7,8t = l - 1?$$

$$t = \frac{l-1}{7,8},$$

$$t = \frac{(l-1) \cdot 10}{78}, \quad t = \frac{5l-5}{39}.$$

7. Пусть скорость I пешехода – x км/ч, а второго – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 3x + 3y = 30, \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10, \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 12, \\ x = y - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 6 км/ч.

РАБОТА № 39

Вариант 1.

1. $5x + 2 = 2 - 2x^2$, $5 + 2x^2 = 0$, $x(5 + 2x) = 0$,

$x_1 = 0$ или $5 + 2x = 0$,

$x_2 = -2,5.$

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = -2,5.$

$$2. \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b} \right) \cdot \frac{a+b}{a} =$$

$$= \frac{a^2 + ab - (a^2 - ab)}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{a+b}{a} = \frac{(a^2 + ab - a^2 + ab)(a+b)}{(a-b)(a+b) \cdot a} =$$

$$= \frac{2ab}{(a-b) \cdot a} = \frac{2b}{a-b}.$$

3. $\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ x - 6y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12, \\ 6y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 1. \end{cases}$

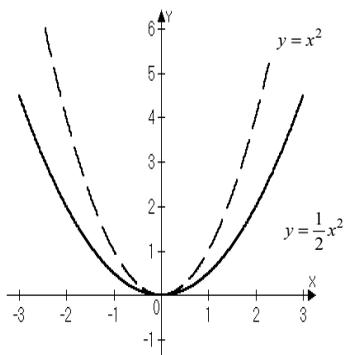
Ответ: (4; 1).

4. $3 + x < 5 + 6x$,

$5x > -2$, $x > -0,4$.

$x \in (-0,4; +\infty).$

Ответ: $x \in (-0,4; +\infty).$



5. а) $y = \frac{3}{x}$. График – гипербола.

б) $y = 4x$. График – прямая.

в) $y = \frac{1}{2}x^2$. График – парабола,

ветви вверх.

x	0	2	-2
y	0	2	2

6. $\begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - 6 - x \end{cases};$

$$2x^2 - x - 6 = 0, D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49,$$

$$x_1 = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = -1,5; \quad x_2 = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

Ответ: $x_1 = -1,5; x_2 = 2$.

$$7. \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{24}} = \sqrt{2}.$$

Вариант 2.

$$1. 2x^2 + 3 = 3 - 7x,$$

$$2x^2 + 7x = 0, \quad x(2x + 7) = 0,$$

$$x_1 = 0 \text{ или } 2x + 7 = 0,$$

$$x_2 = -3,5.$$

Ответ: $x_1 = 0; x_2 = -3,5$;

$$2. \left(\frac{b}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right) \cdot \frac{a-b}{b} = \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{b} - \frac{b}{a+b} \cdot \frac{a-b}{b} =$$
$$= 1 - \frac{a-b}{a+b} = \frac{a+b-a+b}{a+b} = \frac{2b}{a+b}.$$

$$3. \begin{cases} 5x - 4y = 12, \\ x - 5y = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 4y = 12, \\ 5x - 25y = -30 \end{cases} \quad \begin{cases} 21y = 42, \\ x = -6 + 5y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

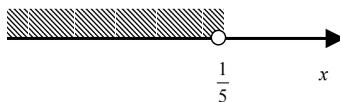
Ответ: (4; 2).

4. $10 - 7x > 3x + 8,$

$10x < 2,$

$x < \frac{1}{5}; x \in \left(-\infty; \frac{1}{5}\right).$

Ответ: $x \in \left(-\infty; \frac{1}{5}\right).$



5. а) $y = -4x.$

График – прямая.

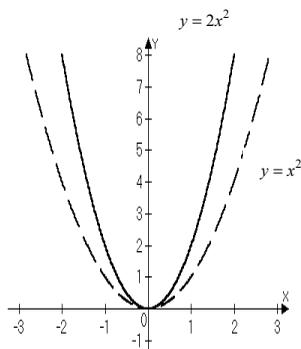
б) $y = \frac{2}{x}.$

График – гиперболола.

в) $y = 2x^2.$

График – парабола, ветви вверх.

x	0	1	-1
y	0	2	2



6.
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 - x - 2 \end{cases};$$

$3x^2 - x - 2 = 0, D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25,$

$x_1 = \frac{1-5}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}; x_2 = \frac{1+5}{6} = \frac{6}{6} = 1.$

Ответ: $x_1 = -\frac{2}{3}$ и $x_2 = 1.$

7. $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}.$

РАБОТА № 40

Вариант 1.

1. $\frac{x^2 - y^2}{xy} : \frac{x - y}{3y} \cdot \frac{1}{x + y} = \frac{(x - y)(x + y) \cancel{3y}}{xy(x - y)(x + y)} = \frac{3}{x}.$

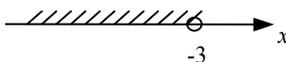
2. $x - 4(x - 3) < 3 - 6x;$

$x - 4x + 12 < 3 - 6x;$

$3x < -9; x < -3.$

$x \in (-\infty; -3).$

Ответ: $x \in (-\infty; -3).$



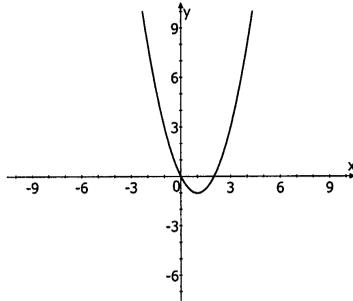
$$3. \begin{cases} 4x - 6y = 26 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 14x = 28 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: (2; -3).

$$4. 1 + \frac{1}{x} = \frac{6}{x^2}; x^2 + x - 6 = 0; x_1 = -3, x_2 = 2.$$

Ответ: $x_1 = -3, x_2 = 2$.

5.



$$y = x^2 - 2x.$$

$$6. S = a^2 - \pi \frac{a^2}{4} = a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$7. \left(\frac{5}{2} \right)^{-4} \sqrt{\left(\frac{5}{2} \right)^{-3}}; -4 < -3, \text{ а } \frac{5}{2} = 2,5 > 1.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5}{2} \right)^{-4} < \left(\frac{5}{2} \right)^{-3}.$$

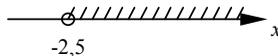
Вариант 2.

$$1. \frac{a}{a^2 - c^2} \cdot \frac{a+c}{2ac} : \frac{1}{a-c} = \frac{a(a+c)(a-c)}{(a-c)(a+c)2ac} = \frac{1}{2c}.$$

$$2. 25 - x > 2 - 3(x - 6);$$

$$-x + 3x > 2 + 18 - 25;$$

$$2x > -5; x > -2,5.$$



$$x \in (-2,5; \infty).$$

Ответ: $x \in (-2,5; \infty)$.

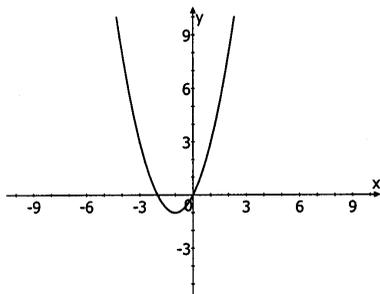
$$3. \begin{cases} 8x + 3y = -21 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases} \cdot (-2); \begin{cases} 7y = 7 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ответ: (-3; 1).

4. $1 - \frac{12}{x^2} = \frac{1}{x}; x^2 - x - 12 = 0; x_1 = 4, x_2 = -3.$

Ответ: $x_1 = 4, x_2 = -3.$

5.



$y = x^2 + 2x.$

6. $S = a^2 - \pi \frac{a^2}{4} = a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$

7. $\left(\frac{3}{4} \right)^{-3} \sqrt{\left(\frac{3}{4} \right)^{-4}};$

$\left(\frac{4}{3} \right)^3 \sqrt{\left(\frac{4}{3} \right)^4}; 3 < 4, \text{ а } \frac{4}{3} > 1.$

Ответ: $\left(\frac{4}{3} \right)^3 < \left(\frac{4}{3} \right)^4.$

РАБОТА № 41

Вариант 1.

1. $(a-3)(a-7) - 2a(3a-5) = a^2 - 3a - 7a + 21 - 6a^2 + 10a = -5a^2 + 21.$

2. При $x = -4$:

$$\frac{-x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x = \frac{-(-4)^4}{4} + \frac{(-4)^2}{2} + (-4) = -\frac{4^4}{4} + \frac{16}{2} - 4 = -64 + 8 - 4 = -60.$$

3. $\frac{x}{2x-3} = \frac{4}{x},$ ОДЗ: $x \neq 0, x \neq 1,5;$

$x^2 = 4(2x-3),$

$x^2 - 8x + 12 = 0;$ по т. Виета: $x_1 = 2; x_2 = 6.$

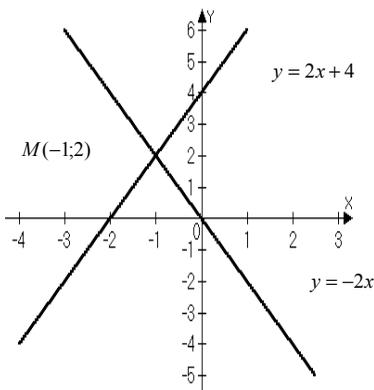
Ответ: $x_1 = 2; x_2 = 6.$



$$x \in (-\infty; -1,5).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1,5)$.

$$4. \begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x < 12, \\ 5x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1,5, \\ x < 0,2 \end{cases} \quad x < -1,5.$$



Ответ: $(-1; 2)$.

$$6. \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{60}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$7. y = \frac{2}{x^2 - 10x - 24}; x^2 - 10x - 24 \neq 0; \begin{cases} x \neq 12, \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 12) \cup (12; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 12) \cup (12; \infty)$.

Вариант 2.

$$1. (x-2)(x+4) - 2x(1+x) = x^2 - 2x + 4x - 8 - 2x - 2x^2 = -x^2 - 8.$$

2. При $a = -4$,

$$a - \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{4} = (-4) - \frac{(-4)^2}{2} - \frac{(-4)^4}{4} = 4 - \frac{16}{2} - \frac{4^4}{4} = -12 - 64 = -76.$$

$$3. \frac{x}{2x+6} = \frac{2}{x}. \text{ ОДЗ: } x \neq 0 \text{ и } x \neq -3.$$

$$x^2 = 2(2x+6); x^2 - 4x - 12 = 0.$$

По т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 6$.

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 6$.

5. а) $y = 2x + 4$.

График – прямая.

x	0	-1
y	4	2

б) $y = -2x$.

График – прямая.

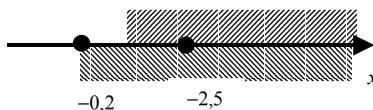
x	0	1
y	0	-2

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -2x \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x-1 \leq 3x-6, \\ 5x+1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x \geq 5, \\ 5x \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2,5, \\ x \geq -0,2 \end{cases} x \in [2,5; +\infty).$$

Ответ: $x \in [2,5; +\infty)$.



5. а) $y = -2x + 4$.

График – прямая.

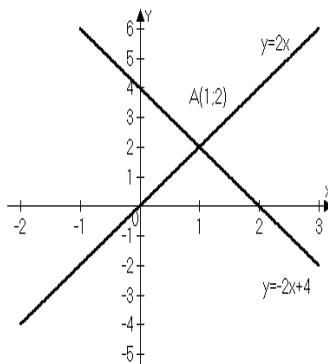
x	0	2
y	4	0

б) $y = 2x$.

График – прямая.

x	0	1
y	0	2

$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 2x \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$



Ответ: (1; 2).

$$6. \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{21}} = \sqrt{\frac{14}{6 \cdot 21}} = \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

$$7. y = \frac{5}{x^2 - 6x - 27}$$

$$x^2 - 6x - 27 \neq 0;$$

$$\begin{cases} x \neq 9 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty)$.

РАБОТА № 42

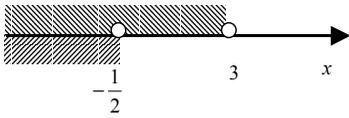
Вариант 1.

$$1. \frac{1}{9}x^2 - x + 2 = 0;$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0; x_1 = 6, x_2 = 3.$$

Ответ: $x_1 = 6, x_2 = 3$.

$$2. \frac{c^2 + 4c + 4}{c^2 - 4} : (c+2) = \frac{(c+2)^2}{(c-2)(c+2)^2} = \frac{1}{c-2}.$$



$$3. \begin{cases} 2x+3 > 3x \\ 1+2x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

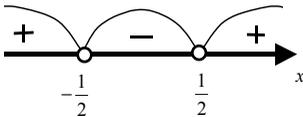
$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}).$

4. а) 30 м; б) 2,5 с; в) 5 м.

$$5. \begin{cases} y = 2x - 15 \\ y = 15 - 3x \end{cases}; \begin{cases} 30 = 5x \\ y = 2x - 15 \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: в IV четверти.



$$6. 4x^2 - 1 < 0; x^2 < \frac{1}{4}; x^2 - \frac{1}{4} < 0;$$

$$(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) < 0, x \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}).$$

Ответ: $x \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}).$

7. Пусть x – стоимость стиральной машины, тогда
 $1,12x = 7840; x = 7000;$
 Ответ: 7000 р.

Вариант 2.

$$1. \frac{1}{4}x^2 + 2x + 3 = 0;$$

$$x^2 + 8x + 12 = 0;$$

$$x_1 = -6, x_2 = -2.$$

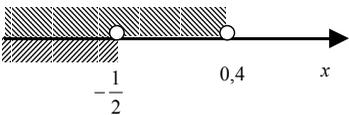
Ответ: $x_1 = -6, x_2 = -2.$

$$2. (a+3): \frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 9} = \frac{(a+3)^2(a-3)}{(a+3)^2} = a - 3.$$

$$3. \begin{cases} 2-5x > 0 \\ 3x+1 < x \end{cases}; \begin{cases} x < 0,4 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{2}).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2}).$



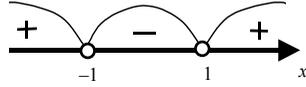
4. а) 2 с; б) 5 м; в) 0,5 с и 1,5 с.

$$5. \begin{cases} y = 1 - 4x \\ y = 3x + 15 \end{cases}; \begin{cases} 7x = -14 \\ y = 1 - 4x \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 9 \end{cases}.$$

Ответ: во II четверти.

$$6. 4x^2 - 4 > 0; x^2 > 1; x^2 - 1 > 0; (x-1)(x+1) > 0; x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

Ответ: $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.



7. Пусть x – стоимость дивана, тогда $1,15x = 6900$; $x = 6000$.

Ответ: 6000 р.

РАБОТА № 43

Вариант 1.

$$1. \frac{2x^2 + 9x}{x-3} = 0; \text{ОДЗ: } x \neq 3;$$

$$x(2x + 9) = 0;$$

$$x_1 = 0 \text{ или } x_2 = -4,5.$$

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = -4,5$.

$$2. \frac{b}{c} - \frac{b^2 + c^2}{bc} + \frac{c-b}{b} = \frac{b}{c} - \frac{b}{c} - \frac{c}{b} + \frac{c}{b} - 1 = -1.$$

$$3. \begin{cases} 8x + 2y = 11 \\ 6x - 4y = 11 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 22x = 33 \\ 8x + 2y = 11 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Ответ: $(1,5; -0,5)$.

$$4. \begin{cases} 3x + 7 < 6x + 16 \\ 2x + 4 > 15 \end{cases}; \begin{cases} 3x > -9 \\ 2x > 11 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x > 5,5 \end{cases},$$



$$x \in (5,5; \infty).$$

Ответ: $x \in (5,5; \infty)$.

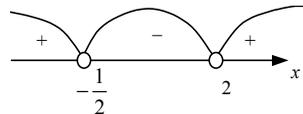
5. а) через 8 ч; б) 5 км; в) 2,5 часа.

$$6. 2x^2 - 3x - 2 > 0;$$

$$D = 9 + 16 = 25;$$

$$(x-2)(2x+1) > 0.$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$$



Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

$$7. \sqrt{30} = \sqrt{30}; 3\sqrt{3} = \sqrt{27}; 5,5 = \sqrt{30,25}; \sqrt{27} < \sqrt{30} < \sqrt{30,25}.$$

Ответ: $3\sqrt{3}; \sqrt{30}; 5,5$.

Вариант 2.

$$1. \frac{16-4x^2}{x-4} = 0;$$

$$x^2 = 4;$$

$$x_{1,2} = \pm 2.$$

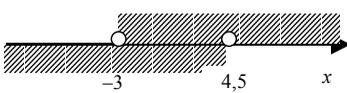
Ответ: $x_{1,2} = \pm 2$.

$$2. \frac{a}{c} + \frac{a-c}{a} - \frac{a^2-c^2}{ac} = \frac{a}{c} + 1 - \frac{c}{a} - \frac{a}{c} + \frac{c}{a} = 1.$$

$$3. \begin{cases} 7x+3y=1 \\ 2x-6y=-10 \end{cases} \cdot 2 \Big| +;$$

$$\begin{cases} 16x = -8 \\ 2x - 6y = -10 \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Ответ: $(-0,5; 1,5)$.



$$x \in (-3; 4,5).$$

Ответ: $x \in (-3; 4,5)$.

5. а) 9 км; б) 1,5 часа; в) 2 км.



$$4. \begin{cases} 1-4x < 13 \\ 5x-8 < 3x+1 \end{cases}; \begin{cases} 4x > -12 \\ 2x < 9 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x < 4,5 \end{cases}$$

$$6. 2x^2 + 5x - 3 > 0;$$

$$D = 25 + 24 = 49;$$

$$(x+3)(2x-1) > 0.$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$.

$$7. \sqrt{40} = \sqrt{40};$$

$$3\sqrt{5} = \sqrt{45}; 6,5 = \sqrt{42,25}; \sqrt{40} < \sqrt{45} < \sqrt{42,25}.$$

Ответ: $\sqrt{40}; 6,5; 3\sqrt{5}$.

РАБОТА № 44

Вариант 1.

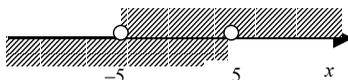
1. $x^2 - 6x = 4x - 25$,
 $x^2 - 10x + 25 = 0$, $(x-5)^2 = 0$, $x=5$.

Ответ: $x=5$.

2. $\frac{2y^2}{y-8} - 2y = \frac{2y^2 - 2y(y-8)}{y-8} = \frac{2y^2 - 2y^2 + 16y}{y-8} = \frac{16y}{y-8}$.

3. $0 < 5 - x < 10$; $-5 < -x < 5$; $5 > x > -5$;
 $x \in (-5; 5)$.

Ответ: $x \in (-5; 5)$.



4. $2a^3 - 2ab^2 = 2a(a^2 - b^2) = 2a(a-b)(a+b)$.

5. $\begin{cases} 2x + y^2 = 6, \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y^2 = 6, \\ 2x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y-2) = 0, \\ x = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$.

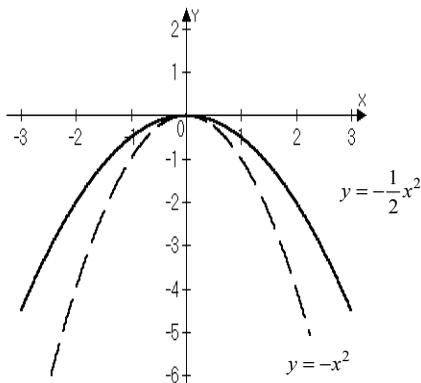
Ответ: (1; 2); (3; 0).

6. а) $y = -\frac{1}{2}x^2$. График –

парабола, ветви вниз.

x	0	2	-2
y	0	-2	-2

б) Из графика видно, что функция $y = -\frac{1}{2}x^2$ возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$.



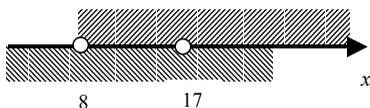
7. $E = \frac{mv^2}{2}$, $2E = m \cdot v^2$, $v^2 = \frac{2E}{m}$, $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$.

Вариант 2.

1. $x^2 + 2x = 16x - 49$.
 $x^2 - 14x + 49 = 0$, $(x-7)^2 = 0$,
 $x = 7$.

Ответ: $x=7$.

$$2. \frac{9a}{a+3} - 3a = \frac{9a - 3a(a+3)}{a+3} = \frac{9a - 3a^2 - 9a}{a+3} = \frac{-3a^2}{a+3}.$$



$$3. -16 < 1 - x < -7;$$

$$-17 < -x < -8;$$

$$8 < x < 17,$$

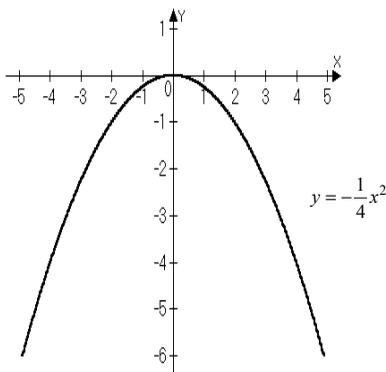
$$x \in (8; 17).$$

Ответ: $x \in (8; 17)$.

$$4. 3a^2c - 3c^3 = 3c(a^2 - c^2) = 3c(a - c)(a + c).$$

$$5. \begin{cases} x - y = 2, \\ 3x - y^2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3y = 6, \\ 3x - y^2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y(y - 3) = 0, \\ x = 2 + y \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ y = 3 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Ответ: (2;0); (5;3).



$$6. \text{ а) } y = -\frac{1}{4}x^2.$$

График – парабола, ветви вниз.

Вершина:

$$x_0 = -\frac{0}{2(-\frac{1}{4})} = 0;$$

$$y_0 = y(0) = 0.$$

б) Из рисунка видно, что функция $y = -\frac{1}{4}x^2$ убывает на промежутке $[0; +\infty)$.

$$7. S = \frac{at^2}{2}, \quad 2S = a \cdot t^2, \quad t^2 = \frac{2S}{a}, \quad t = \sqrt{\frac{2S}{a}}.$$

РАБОТА № 45

Вариант 1.

$$1. \frac{5m - 5n}{n} : \frac{m^2 - n^2}{n^2} = \frac{5(m-n)}{n} \cdot \frac{n^2}{m^2 - n^2} = \frac{5(m-n) \cdot n}{(m^2 - n^2)}$$

$$= \frac{5(m-n) \cdot n}{(m-n)(m+n)} = \frac{5n}{m+n}.$$

$$2. 3x^2 + 9 = 12x - x^2, \quad 4x^2 - 12x + 9 = 0,$$

$$(2x - 3)^2 = 0, \quad x = 1,5.$$

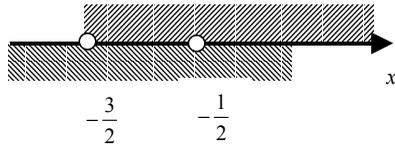
Ответ: $x = 1,5$.

$$3. 0 < 4x + 3 < 1, \quad -3 < 4x < -2,$$

$$-\frac{3}{4} < x < -\frac{1}{2},$$

$$x \in \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right).$$

Ответ: $x \in \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right)$



4. а) Нули: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$;

б) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$;

в) функция убывает на промежутке $(-\infty; 1]$.

$$5. \begin{cases} y = 9 - 4x \\ y = 5x - 9 \end{cases};$$

$$9 - 4x = 5x - 9, \quad 9x = 18, \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 5x - 9 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Ответ: $(2; 1)$.

6. а) $(c^5 \cdot c^{-3})^{-1} = (c^{5-3})^{-1} = (c^2)^{-1} = c^{-2}$;

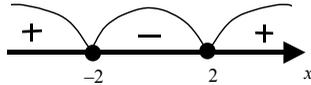
б) При $c = \frac{1}{3}$, $c^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$.

7. $2x^2 \geq 8$; $x^2 \geq 4$;

$$x^2 - 4 \geq 0; \quad (x - 2)(x + 2) \geq 0,$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [2; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [2; \infty)$.



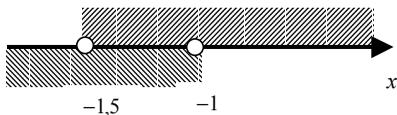
Вариант 2.

$$1. \frac{a}{3a + 3b} : \frac{a^2}{a^2 - b^2} = \frac{a}{3(a + b)} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{3 \cdot (a + b) \cdot a} = \frac{a - b}{3a}.$$

2. $5x^2 + 1 = 6x - 4x^2$.

$$9x^2 - 6x + 1 = 0, \quad (3x - 1)^2 = 0, \quad 3x = 1, \quad x = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $x = \frac{1}{3}$.



$$\begin{aligned} 3. \quad & -2 < 6x + 7 < 1; \\ & -9 < 6x < -6; \\ & -\frac{3}{2} < x < -1; \end{aligned}$$

$$x \in (-1,5; -1).$$

Ответ: $x \in (-1,5; -1)$.

4. а) $y=0$ при $x=-3, x=1$.

б) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

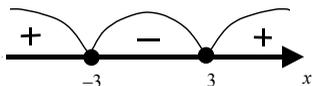
в) функция убывает на промежутке $[-1; +\infty)$.

$$5. \quad \begin{cases} y = 7x - 9, \\ y = -10x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7x - 9, \\ 7x - 9 = -10x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ y = 7x - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: прямые $y=7x-9$ и $y=9-10x$ пересекаются в точке $(1; -2)$.

6. а) $a^7(a^{-5})^2 = a^7 \cdot a^{-10} = a^{7+(-10)} = a^{-3}$;

б) при $a = \frac{1}{5}$, $a^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$.



$$7. \quad \frac{1}{3}x^2 \leq 3;$$

$$x^2 \leq 9;$$

$$x^2 - 9 \leq 0; \quad (x-3)(x+3) \leq 0$$

$$x \in [-3; 3].$$

Ответ: $x \in [-3; 3]$.

РАБОТА № 46

Вариант 1.

1. $(5x-4)(x+8)=0$;

$$5x-4=0 \text{ или } x+8=0$$

$$x_1=0,8, x_2=-8.$$

Ответ: $x_1=0,8, x_2=-8$.

$$2. \quad \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} - 2\right) \cdot \frac{1}{a-c} =$$

$$= \frac{a^2 + c^2 - 2ac}{ac} \cdot \frac{1}{a-c} = \frac{(a^2 - 2ac + c^2)}{ac(a-c)} = \frac{(a-c)^2}{ac(a-c)} = \frac{a-c}{ac}.$$

$$3. \quad \begin{cases} 2x-3y=11, \\ 5x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=11, \\ 5x+3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x=17, \\ y=2-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ y=-3. \end{cases}$$

Ответ: $(1; -3)$.

$$4. \begin{cases} 1-6x < 10, \\ 5x-7 < x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -9, \\ 4x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x < 0. \end{cases}$$

$$x \in (-1,5; 0).$$

Ответ: $x \in (-1,5; 0)$.

$$5. \text{ а) } y = -x^2 - 4x + 5.$$

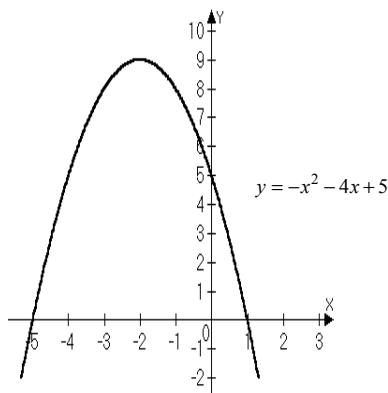
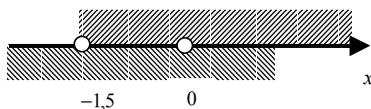
График — парабола, ветви вниз.

$$\text{Вершина: } x_0 = -\frac{4}{-2} = -2.$$

$$y_0 = y(-2) = -(-2)^2 - 4(-2) + 5 = -4 + 8 + 5 = 9.$$

x	-3	-2	-1
y	8	9	8

б) т. к. ветки параболы направлены вниз, то $U_{\max} = U_{\text{вершины}} = 9$.



$$6. 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12};$$

$$3 = \sqrt{9}.$$

т. к. $9 < 10 < 12$, то $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{12}$.

Ответ: $3, \sqrt{10}, 2\sqrt{3}$.

$$7. a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a-2)(a+2).$$

Вариант 2.

$$1. (6x+3)(9-x) = 0, \\ 6x+3=0 \text{ или } 9-x=0.$$

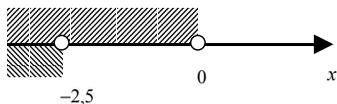
$$x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 9.$$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 9$.

$$2. \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} = \frac{a+b}{ab}.$$

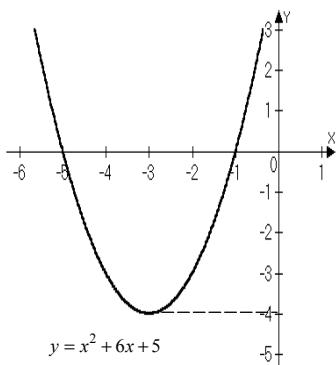
$$3. \begin{cases} 3x-2y=16, \\ 4x+y=3 \end{cases} \begin{cases} 3x-2y=16, \\ 8x+2y=6 \end{cases} \begin{cases} 11x=22, \\ y=3-4x \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=-5. \end{cases}$$

Ответ: $(2; -5)$.



$$x \in (-\infty; -2,5).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2,5)$.



$$y = x^2 + 6x + 5$$

$$4. \begin{cases} 2x + 6 > 4x + 6, \\ 4x + 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 4x, \\ 4x + 10 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0, \\ 2x < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ x < -2,5. \end{cases}$$

$$5. y = x^2 + 6x + 5.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-6}{2 \cdot 1} = -3.$$

$$y_0 = y(-3) = 9 + 6 \cdot (-3) + 5 = 14 - 18 = -4.$$

x	-5	-3	-1
y	0	-4	0

б) т. к. ветви вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = -4$.

$$6. \sqrt{15}; 3\sqrt{2}; 4.$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}; 4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}. \text{ Т.к. } 15 < 16 < 18, \text{ то } \sqrt{15} < \sqrt{16} < \sqrt{18}.$$

Ответ: $\sqrt{15}; 4, 3\sqrt{2}$.

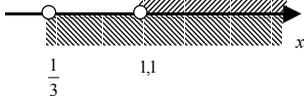
$$7. c - 16c^3 = -c(4c^2 - 1) = -c(2c - 1)(2c + 1).$$

РАБОТА № 47

Вариант 1.

$$1. \frac{3b^2 + 2b}{b^2 - 4} - \frac{b}{b - 2} = \frac{3b^2 + 2b - b(b + 2)}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{3b^2 + 2b - b^2 - 2b}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{2b^2}{b^2 - 4}.$$

$$2. \gamma = \frac{P}{V}. \gamma \cdot V = P, V = \frac{P}{\gamma}.$$



$$3. \begin{cases} 5x - 1 > 4,5, \\ 2 - 3x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 5,5, \\ 3x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1,1, \\ x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$x \in (1,1; \infty)$$

Ответ: $x \in (1,1; \infty)$.

4. а) $4x^2+8x-5=0$,

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 4x^2 + 8x - 5 \end{cases}; 4x^2+8x-5=0.$$

По т. Виета: $x_1 = -2,5$; $x_2 = \frac{1}{2}$.

С осью x : $(\frac{1}{2}; 0)$ и $(-2,5; 0)$.

б) $y(0)=4\cdot 0+8\cdot 0-5=-5$. С осью y : $(0;-5)$.

Ответ: а) с осью x : $(-2,5;0)$; $(\frac{1}{2};0)$; б) с осью y : $(0;-5)$.

5. Пусть скорость лодки в стоячей воде x км/ч, тогда по течению $-x+2$, а против $-x-2$ км/ч. Составим уравнение.

$$(x+2)\cdot 4=(x-2)\cdot 8;$$

$$4x+8=8x-16; 4x=24; x=6;$$

$$(x+2)\cdot 4=(6+2)\cdot 4=32.$$

Ответ: 6 км/ч, 32 км.

6. а) $y(6)=-5$;

б) наибольшее значение функции равно 4;

в) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$.

7. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}; \left(\frac{3}{2}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2}; \frac{9}{4} > \frac{16}{9}$.

Ответ: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

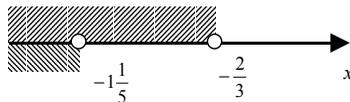
Вариант 2.

1. $\frac{3a^2+6a}{a^2-9} - \frac{2a}{a-3} = \frac{3a^2+6a-2a(a+3)}{(a-3)(a+3)} = \frac{3a^2+6a-2a^2-6a}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2}{a^2-9}$.

2. $N = \frac{A}{t}$; $A = N \cdot t$, $t \neq 0$.

3. $\begin{cases} 2+3x < 0, \\ 2-5x > 8 \end{cases} \begin{cases} 3x < -2, \\ 5x < 6 \end{cases} \begin{cases} x < -\frac{2}{3}, \\ x < -\frac{6}{5}. \end{cases} x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{5}\right)$.

Ответ: $x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{5}\right)$.



$$4. \begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 - 7x - 6 \end{cases};$$

$$3x^2 - 7x - 6 = 0, D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121,$$

$$x_1 = \frac{7-11}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{7+11}{6} = \frac{18}{6} = 3.$$

С осью x : в точках $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ и $(3; 0)$.

б) $y(0) = 3 \cdot 0 - 7 \cdot 0 - 6 = -6$. С осью y : в точке $(0; -6)$.

5. Пусть собственная скорость лодки x км/ч, тогда по течению $-x+1$, а против $-x-1$ км/ч.

$$3(x+1) = 4(x-1); 3x+3 = 4x-4,$$

$$x = 7.$$

$$(x+1) \cdot 3 = (7+1) \cdot 3 = 24.$$

Ответ: 7 км/ч; 24 км.

6. а) $y = -5$ при $x = -6$ или $x = 0$;

б) наибольшее значение функции равно 4;

в) $y > 0$ при $x \in (-5; -1)$.

$$7. \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \vee \left(\frac{4}{7}\right)^{-2}; \left(\frac{5}{3}\right)^2 \vee \left(\frac{7}{4}\right)^2; \frac{25}{9} < \frac{49}{16}.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < \left(\frac{4}{7}\right)^{-2}.$$

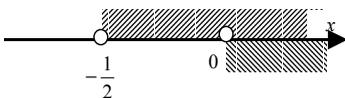
РАБОТА № 48

Вариант 1.

$$1. 2c(3c+4) - 3c(2c+1) = 6c^2 + 8c - 6c^2 - 3c = 5c.$$

$$2. \frac{a^2 + 3a}{9 - a^2} = \frac{a(a+3)}{(3-a)(3+a)} = \frac{a}{3-a}.$$

$$3. \begin{cases} 6x+3 > 0, \\ 7-4x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0, \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > 0 \end{cases}$$



$x \in (-\frac{1}{2}; 0)$.

Ответ: $x \in (-\frac{1}{2}; 0)$.

$$4. 3x^2 + 7x - 6 = 0, D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121,$$

$$x_1 = \frac{-7 - 11}{6} = \frac{-18}{6} = -3; x_2 = \frac{-7 + 11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Ответ: $x_1 = -3; x_2 = \frac{2}{3}$.

5. а) $y = x^2$. График – парабола, ветви вверх.

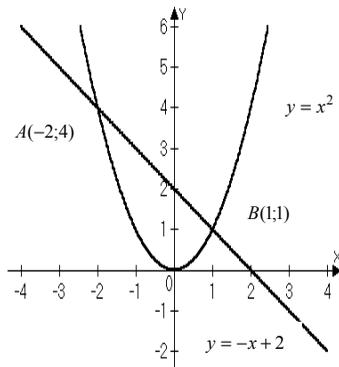
x	-1	0	1
y	1	0	1

б) $y = x + 2$. График – прямая.

x	0	2
y	2	0

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0. \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

по т. Виета $\begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ y = x + 2, \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$



Ответ: (1; 1); (-2; 4).

6. Пусть первая машина печатает x страниц в минуту, тогда $10x + (x-4) \cdot 15 = 340$, $10x + 15x - 60 = 340$, $25x - 60 = 340$, $25x = 400$, $x = 16$.

Если $x = 16$, то $x - 4 = 12$.

Ответ: первая машина печатает 16 страниц в минуту, а вторая 12.

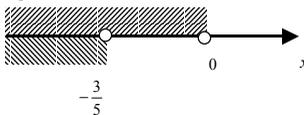
$$7. \omega = \sqrt{\frac{1}{Lc}}; Lc = \frac{1}{\omega^2}; c = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Вариант 2.

$$1. 3a(2a-1) - 2a(4+4a) = 6a^2 - 3a - 8a - 6a^2 = -11a.$$

$$2. \frac{4 - a^2}{a^2 + 2a} = \frac{(2 - a)(2 + a)}{a(a + 2)} = \frac{2 - a}{a}.$$

$$3. \begin{cases} 2 - 10x > 8, \\ 3x + 4 < 4 \end{cases} \begin{cases} 1 - 5x > 4, \\ 3x < 0 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ 5x < -3 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x < -\frac{3}{5} \end{cases} x \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right).$$



Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right)$.

$$4. 2x^2 - 9x + 4 = 0,$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81 - 32 = 49,$$

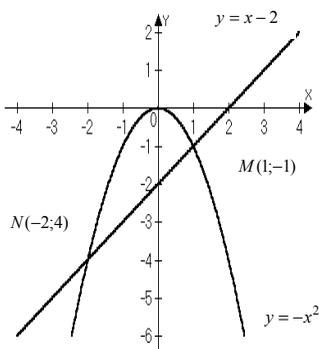
$$x_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = 4$.

5. $y = -x^2$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	-1	0	-1



б) $y = x - 2$. График – прямая.

x	0	2
y	-2	0

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2, \\ -x^2 = x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 2, \\ x_1 - 2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; -4)$; $(1; -1)$.

6. Пусть второй автомат упаковывает в минуту x пачек печенья, тогда $20x + 10(x+2) = 320$, $20x + 10x + 20 = 320$, $30x = 300$, $x = 10$, тогда $x + 2 = 10 + 2 = 12$.

Ответ: первый автомат упаковывал за минуту 12 пачек печенья, а второй – 10.

$$7. t = \sqrt{\frac{2h}{a}}; 2h = t^2 a; h = \frac{t^2 a}{2}.$$

РАБОТА № 49

Вариант 1.

$$1. 2x^2 + 3x - 2 = 0,$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25.$$

$$x_1 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2; x_2 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: -2 ; $\frac{1}{2}$.

$$2. \left(\frac{3c+1}{c-1} + c \right) \cdot \frac{1}{c+1} = \frac{3c+1+c(c-1)}{c-1} \cdot \frac{1}{c+1} =$$

$$= \frac{3c+1+c^2-c}{(c-1)(c+1)} = \frac{c^2+2c+1}{(c-1)(c+1)} = \frac{(c+1)^2}{(c-1)(c+1)} = \frac{c+1}{c-1}.$$

3. $3x+5 \geq 9x-5-2x$,

$$3x+5 \geq 9x-5+2x, \quad 8x \leq 10, \quad x \leq 1\frac{1}{4},$$

$$x \in \left(-\infty; 1\frac{1}{4} \right].$$

Ответ: $x \in \left(-\infty; 1\frac{1}{4} \right].$

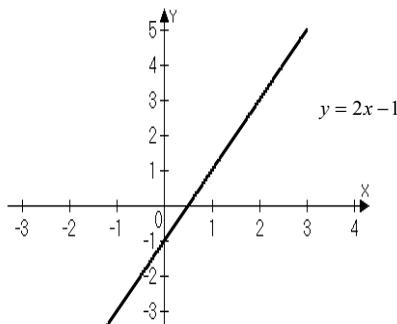


4. $y=2x-1$

x	0	1
y	-1	1

$$y(-25) = -50 - 1 = -51;$$

$-51 = -51$, т. о. функция
проходит через точку А.



5. Пусть в один пакет помещается x кг яблок, тогда можем составить уравнение.

$$6x=4(x+1), \quad 6x=4x+4, \quad 6x-4x=4, \quad 2x=4, \quad x=2.$$

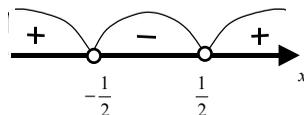
Если $x=2$, то $6x=6 \cdot 2=12$.

Ответ: было 12 килограммов яблок.

6. $\frac{1}{4} - x^2 > 0, \quad x^2 - \frac{1}{4} < 0, \quad (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) < 0.$

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right).$$

Ответ: $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right).$



7. $\frac{(\sqrt{3})^4}{18} = \frac{3^2}{18} = \frac{1}{2}.$

Вариант 2.

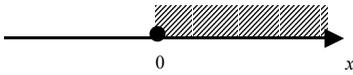
1. $3x^2+8x-3=0$,

$D=8^2-4 \cdot 3 \cdot (-3)=100$,

$x_1 = \frac{-8-10}{6} = -\frac{18}{6} = -3$; $x_2 = \frac{-8+10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ответ: $x_1 = -3$; $x_2 = \frac{1}{3}$.

2. $\left(y + \frac{4y+1}{y-2}\right) \cdot \frac{1}{y+1} =$
 $= \frac{y^2 - 2y + 4y + 1}{y-2} \cdot \frac{1}{y+1} = \frac{y^2 + 2y + 1}{(y-2)(y+1)} = \frac{(y+1)^2}{(y+1)(y-2)} = \frac{y+1}{y-2}$.



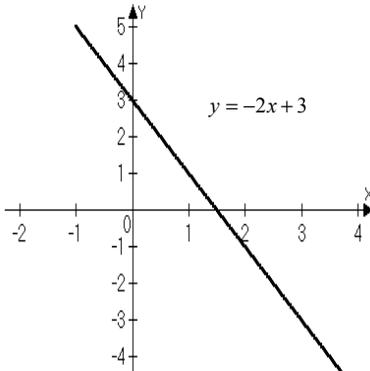
3. $1-x \leq 6x - (3x-1)$,
 $1-x \leq 6x - 3x + 1$, $4x \geq 0$; $x \geq 0$.
 $x \in [0; +\infty)$.

Ответ: $x \in [0; +\infty)$.

4. а) $y = -2x + 3$.

График – прямая.

x	0	1
y	3	1



б) $y(20) = -2 \cdot 20 + 3 = -40 + 3 =$
 $= -37$; $-37 = -37$.

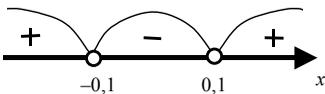
Т.о. график функции проходит через точку $B(20; -37)$.

Ответ: точка B принадлежит графику функции $y = -2x + 3$.

5. Пусть первый рабочий за 1 час изготовил x деталей, тогда можем составить уравнение.

$5x = 4(x+12)$, $5x = 4x + 48$, $5x - 4x = 48$, $x = 48$. Если $x = 48$, то $5x = 5 \cdot 48 = 240$.

Ответ: каждый рабочий изготовил по 240 деталей.



6. $0,01 - x^2 > 0$, $x^2 - 0,01 < 0$,

$(x - 0,1)(x + 0,1) < 0$.

$(0,1 - x)(0,1 + x) > 0$.

$x \in (-0,1; 0,1)$.

Ответ: $x \in (-0,1; 0,1)$.

7. $\frac{(\sqrt{2})^6}{32} = \frac{2^3}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

РАБОТА № 50

Вариант 1.

1. $4ab+2(a-b)^2=4ab+2(a^2-ab+b^2)=4ab+2a^2-4ab+2b^2=2a^2+2b^2$.

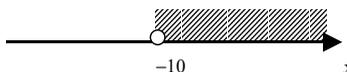
2.
$$\begin{cases} 4x-2y=-6, \\ 6x+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=-3, \\ 6x+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x=8, \\ y=11-6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ y=5. \end{cases}$$

Ответ: (1; 5).

3. $6-3x < 19-(x-7)$, $6-3x < 19-x+7$,
 $-2x > 20$, $x > -10$,

$x \in (-10; \infty)$.

Ответ: $x \in (-10; \infty)$.



4. $6 + \frac{7}{x} = x$, ОДЗ: $x \neq 0$.

$x^2 - 6x - 7 = 0$. $D = 36 + 7 \cdot 4 = 64$.

$x_1 = \frac{6-8}{2} = -1$, $x_2 = \frac{6+8}{2} = 7$.

Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = 7$.

5. $y = x^2 - 2x + 3$.

График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot (-1)} = -1$,

$y_0 = y(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 = 4$.

x	-3	-1	1
y	0	4	0

б)
$$\begin{cases} y = 3 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}$$

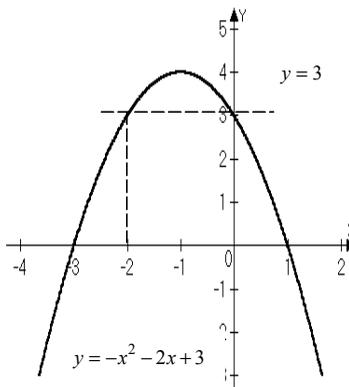
$-x^2 - 2x = 0$.

$x(2+x) = 0$.

$x_1 = 0$ или $2+x = 0$

$x_2 = -2$.

Ответ: $y = 3$ при $x_1 = -2$ или $x_2 = 0$.



6. Пусть Николай проехал на автобусе x км, тогда можем составить уравнение.

$x + 4,5x = 1100$, $5,5x = 1100$, $x = 200$.

$4,5x = 4,5 \cdot 200 = 900$.

Ответ: Николай пролетел на самолете 900 км.

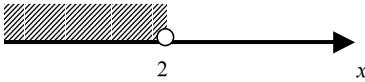
7.
$$\frac{b^2 - b}{ab - b} = \frac{b(b-1)}{b(a-1)} = \frac{b-1}{a-1}$$
.

Вариант 2.

1. $3(x+y)^2 - 6xy = 3(x^2 + 2xy + y^2) - 6xy = 3x^2 + 6xy + 3y^2 - 6xy = 3x^2 + 3y^2$.

2.
$$\begin{cases} 5x + y = 14, \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + 2y = 28, \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = 26, \\ y = 14 - 5x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: (2; 4).



3. $17(x+2) > 12x - 11,$
 $17x - 2 > 12x - 11, 15 - x > 12x - 11,$
 $13x < 26, x < 2,$
 $x \in (-\infty; 2).$

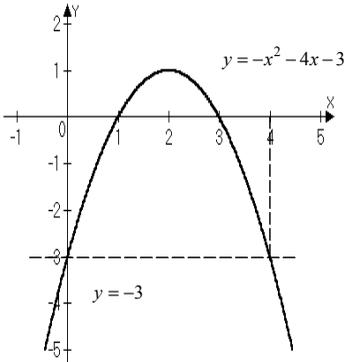
Ответ: $x \in (-\infty; 2).$

4. $2 + \frac{15}{x} = x.$ ОДЗ: $x \neq 0.$ $2x + 15 = x^2.$

$x^2 - 2x - 15 = 0, D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64,$

$x_1 = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3; \quad x_2 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5.$

Ответ: $x_1 = -3; \quad x_2 = 5.$



5. $y = -x^2 + 4x - 3.$

График – парабола ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} = 2,$

$y_0 = y(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 =$
 $= -4 + 8 - 3 = 1.$

x	1	2	3
y	0	1	0

$$\begin{cases} y = -3 \\ y = -x^2 + 4x - 3 \end{cases};$$

$x^2 - 4x = 0,$

$x(x-4) = 0,$

$x_1 = 0$ или $x - 4 = 0,$

$x_2 = 4.$

Ответ: $y = -3$ при $x_1 = 0$ или $x_2 = 4.$

6. Пусть Сергей прошел пешком x км, тогда можно составить уравнение.

$x + 2,5x = 280, 3,5x = 280, x = 80. 2,5x = 2,5 \cdot 80 = 200.$

Ответ: Сергей проехал на электричке 200 км.

$$7. \frac{mn+n^2}{mn+n} = \frac{n(m+n)}{n(m+1)} = \frac{m+n}{m+1}.$$

РАБОТА № 51

Вариант 1.

$$1. \frac{20}{c^2+4c} - \frac{5}{c} = \frac{20-5(c+4)}{c(c+4)} = \frac{20-5c-20}{c(c+4)} = \frac{-5c}{c(c+4)} = \frac{-5}{c+4}.$$

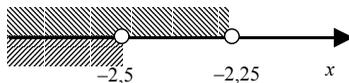
$$2. (x+5)\left(2x - \frac{1}{3}\right) = 0,$$

$$x+5=0 \text{ или } 2x - \frac{1}{3} = 0,$$

$$x_1 = -5; \quad x_2 = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -5; \quad x_2 = \frac{1}{6}.$$

$$3. \begin{cases} 2x+5 < 0, \\ 4x+9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < -5, \\ 4x < -9 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\begin{cases} x < -2,5, \\ x < -2,25 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2,5).$$

$$4. \text{ а) } y = -\frac{2}{x}.$$

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

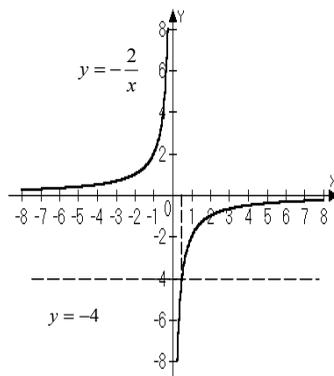
x	-2	-1	1	2
y	1	2	-2	-1

$$\begin{cases} y = -4 \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases};$$

$$-\frac{2}{x} = -4$$

$$x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } y = -4 \text{ при } x = \frac{1}{2}.$$



5. Пусть в пакете x г конфет, тогда можем составить уравнение.

$$15x + 5(x + 20) = 2400, \quad 15x + 5x + 100 = 2400,$$

$$20x = 2300, \quad x = 115.$$

$$x + 20 = 15 + 20 = 135.$$

Ответ: в пакете – 115 г. конфет, а в коробке – 135 г.

$$6. \begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y \\ (6 + y)^2 + y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ 2y^2 + 12y + 36 - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ y^2 + 6y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

по т. Виета $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ y = -2, \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \\ x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$.

Ответ: (4; -2); (2; -4).

$$7. \sqrt{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{(3^3)^2} \cdot \sqrt{(2^2)^2} \cdot \sqrt{5^2} =$$

$$= 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 27 \cdot 4 \cdot 5 = 540.$$

Вариант 2.

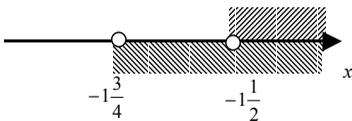
$$1. \frac{9}{a^2 + 3a} - \frac{3}{a} = \frac{9}{a(a+3)} - \frac{3(a+3)}{a(a+3)} =$$

$$= \frac{9 - 3(a+3)}{a(a+3)} = \frac{9 - 3a - 9}{a(a+3)} = \frac{-3a}{a(a+3)} = \frac{-3}{a+3}.$$

$$2. (x-1)\left(5x + \frac{1}{2}\right) = 0. \quad x-1=0 \text{ или } 5x + \frac{1}{2} = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{1}{10}.$$

Ответ: $x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{1}{10}$.

$$3. \begin{cases} 4x + 7 > 0, \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 4x > -7, \\ 2x > -3 \end{cases} \begin{cases} x > -\frac{7}{4}, \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \quad x \in \left(-1\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

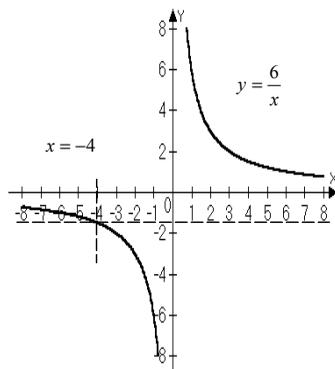


Ответ: $x \in \left(-1\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$4. a) y = \frac{6}{x}.$$

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях

x	-3	-2	2	3
y	-2	-3	3	2



$$б) y(-4) = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Ответ: $y(-4) = -1,5$.

5. Пусть в маленькой коробочке было x карандашей, тогда можно составить уравнение.

$$(x+12) \cdot 5 + x \cdot 11 = 156, 5 \cdot x + 60 + 11x = 156.$$

$$16x = 96, x = 6. x + 12 = 6 + 12 = 18.$$

Ответ: в маленькой коробке – 6 карандашей, а в большой – 18 карандашей.

$$6. \begin{cases} x - y = 4, \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases} \begin{cases} x = 4 + y, \\ y^2 + 8y + 16 + y^2 = 10 \end{cases} \begin{cases} y^2 + 4y + 3 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases}$$

по т. Виета $\begin{cases} y = -3 \\ y = -1 \\ x = 4 + y \end{cases} \begin{cases} y = -1 \\ x = 3 \\ y = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Ответ: $(3; -1); (1; -3)$

$$7. \sqrt{2^8 \cdot 5^2 \cdot 3^4} = \sqrt{(2^4)^2 \cdot 5^2 \cdot (3^2)^2} = 2^4 \cdot 5 \cdot 3^2 = 16 \cdot 5 \cdot 9 = 720.$$

РАБОТА № 52

Вариант 1.

$$1. -x^2 + 2x + 8 = 0, x^2 - 2x - 8 = 0,$$

$$D = 4 + 32 = 36.$$

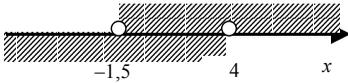
$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4; x_2 = \frac{2-6}{2} = -2.$$

Ответ: $x_1 = 4; x_2 = -2$.

$$2. \frac{a^2b}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot \frac{a-b}{a} = \frac{a^2b \cdot (a-b)}{(a-b)^2 \cdot a} = \frac{ab}{a-b}.$$

3. При $x = -1,19$,

$$\frac{2\sqrt{2+x}}{15} = \frac{2\sqrt{2-1,19}}{15} = \frac{2\sqrt{0,81}}{15} = \frac{2 \cdot 0,9}{15} = \frac{3}{25}.$$



$$4. \begin{cases} x-1 < 2+3x, \\ 5x-7 < x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -3, \\ 4x < 16 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2}, \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x < 4 \end{cases}$$

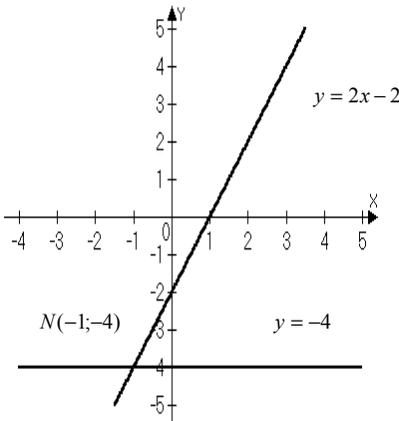
$$x \in (-1,5; 4).$$

Ответ: $(-1,5; 4)$.

5. а) $y = 2x - 2$.

График – прямая.

x	0	1
y	-2	0



$$б) \begin{cases} y = -4 \\ y = 2x - 2 \end{cases};$$

$$-4 = 2x - 2,$$

$$x = -1.$$

Ответ: $(-1; -4)$.

6. Пусть фруктовая смесь содержит x кг яблок, тогда можем составить уравнение.

$$x + 1,6x + 0,2 = 2;$$

$$3,6x = 1,8;$$

$$x = \frac{1}{2}.$$

$$1,6x = 1,6 \cdot 0,5 = 0,8,$$

$$x + 0,2 = 0,5 + 0,2 = 0,7.$$

Ответ: в упаковке 0,5 кг яблок, 0,8 кг черносливы и 0,7 кг изюма.

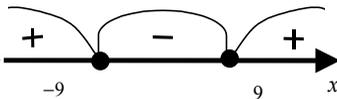
$$7. x^2 \leq 81,$$

$$x^2 - 81 \leq 0,$$

$$(x-9)(x+9) \leq 0.$$

$$x \in [-9; 9].$$

Ответ: $x \in [-9; 9]$.



Вариант 2.

1. $-x^2+7x-10=0,$

$x^2-7x+10=0, D=(-7)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=9,$

$x_1 = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{7+3}{2} = 5.$

Ответ: $x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$

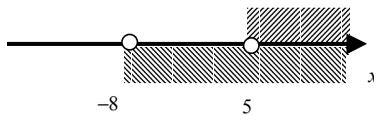
2. $\frac{x+y}{y} : \frac{x^2+2xy+y^2}{xy^2} = \frac{x+y}{y} : \frac{(x+y)^2}{xy^2} =$
 $= \frac{x+y}{1} \cdot \frac{xy}{(x+y)^2} = \frac{xy}{x+y}.$

3. При $x=0,91,$

$\frac{3}{2\sqrt{1-x}} = \frac{3}{2\sqrt{1-0,91}} = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{0,09}} = \frac{3}{2 \cdot 0,3} = 5.$

4. $\begin{cases} 2x+7 < 4x-3, \\ 18+x > 2-x \end{cases}$

$\begin{cases} 2x > 10, \\ 2x > -16 \end{cases} \begin{cases} x > 5, \\ x > -8. \end{cases}$



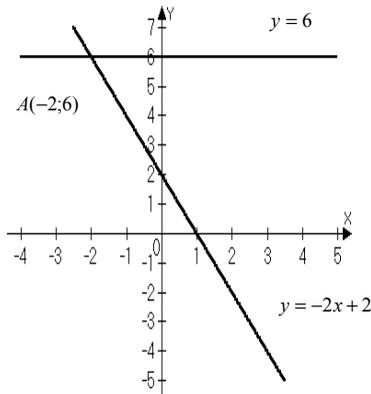
$x \in (5; \infty).$

Ответ: $x \in (5; \infty).$

5. $y=2x+2.$

График – прямая.

x	0	-1
y	2	4



б) $\begin{cases} y = 6 \\ y = -2x + 2 \end{cases};$

$-2x+2=6,$

$x=-2.$

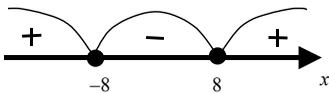
Ответ: $(-2; 6).$

6. Пусть для изготовления мороженого потребуется x кг сливок, тогда можем составить уравнение.

$2,5x+x+0,1=1; \quad 4,5x=0,9; \quad x=0,2.$

$2,5x=2,5 \cdot 0,2=0,5, \quad x+0,1=0,2+0,1=0,3.$

Ответ: для приготовления 1 кг мороженого потребуется 0,5 кг воды, 0,2 кг сливок и 0,3 кг сахара.



$$7. x^2 \geq 64, x^2 - 64 \geq 0, \\ (x-8)(x+8) \geq 0, \\ x \in (-\infty; -8] \cup [8; \infty). \\ \text{Ответ: } x \in (-\infty; -8] \cup [8; \infty).$$

РАБОТА № 53

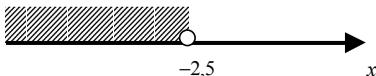
Вариант 1.

$$1. \frac{a^2 + y^2}{ay - y^2} - \frac{2a}{a - y} = \frac{a^2 + y^2 - 2ay}{y(a - y)} = \frac{(a - y)^2}{y(a - y)} = \frac{a - y}{y}.$$

$$2. 9x^2 - 6x + 1 = 0, \\ (3x - 1)^2 = 0,$$

$$3x - 1 = 0, 3x = 1, x = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1}{3}.$$



$$3. 2x - 3(x + 1) > 2 + x, \\ 2x - 3x - 3 > 2 + x, \\ 2x < -5. x < -2,5. \\ x \in (-\infty; -2,5).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2,5).$$

$$4. y = -0,5x^2.$$

График – парабола, ветви вниз.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{0}{-1} = 0,$$

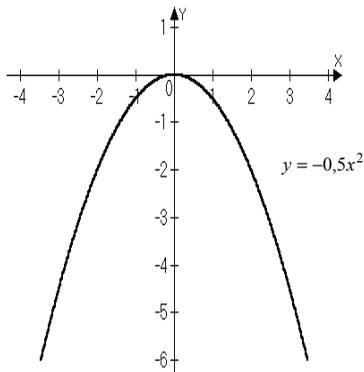
$$y_0 = y(0) = -0,5 \cdot 0 = 0.$$

x	-2	0	2
y	-2	0	-2

$$\text{б) } y(8) = -0,5 \cdot 8^2 = -0,5 \cdot 64 = -32; \\ -32 = -32.$$

Значит точка $M(8; -32)$ принадлежит графику функции $y = -0,5x^2$.

Ответ: график проходит через точку $M(8; -32)$.



$$5. \begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y = 0, \\ x = 2 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ y = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Ответ: (2; 0); (3; 1).

6. Пусть велосипедист и мотоциклист были в пути x часов, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{10}{x} - \frac{4}{x} = 18; 10 - 4 = 18x, 6 = 18x; x = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{4}{x} = 4 \cdot 3 = 12.$$

Ответ: скорость велосипедиста составляет 12 километров в час.

$$7. 26 = \sqrt{676}; 762 > 676; \text{т. о. } \sqrt{762} > \sqrt{676}.$$

Ответ: $\sqrt{762} > 26$.

Вариант 2.

$$1. \frac{a^2 + b^2}{2a^2 + 2ab} + \frac{b}{a + b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2a(a + b)} = \frac{(a + b)^2}{2a(a + b)} = \frac{a + b}{2a}.$$

$$2. 4x^2 + 4x + 1 = 0, (2x + 1)^2 = 0, x = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $x = -\frac{1}{2}$.

$$3. 18 - 8(x - 2) < 10 - 4x,$$

$$18 - 8x + 16 < 10 - 4x,$$

$$4x > 24, x > 6. x \in (6; \infty).$$

Ответ: $x \in (6; \infty)$.

$$4. y = 0,5x^2.$$

График – парабола, ветви вверх.

x	-2	0	2
y	2	0	2

$$y = (-12) = 0,5 \cdot (-12)^2 = 0,5 \cdot 144 = 72,$$

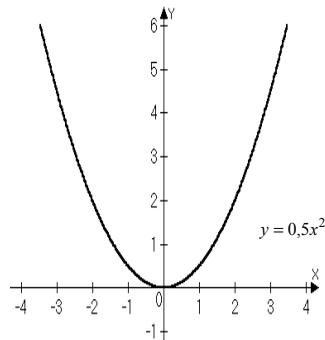
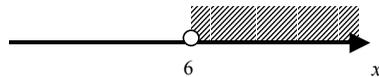
$$72 = 72.$$

Т.о. график функции $y = 0,5x^2$ проходит через точку $D(-12; 72)$.

Ответ: график функции $y = 0,5x^2$ проходит через точку $D(-12; 72)$.

$$5. \begin{cases} x^2 - y = -1, \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x = 0, \\ y = 1 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ y = 1 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Ответ: $(0; 1); (-1; 2)$.



6. Пусть пешеход шел со скоростью x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{5}{x} = \frac{15}{x+12}$$

$$5(x+12)=15x, 5x+60=15x, 10x=60, x=6.$$

Ответ: 6 км/ч.

$$7. 28 = \sqrt{28^2} = \sqrt{784}, \text{ т. к. } 784 > 781, \text{ то } \sqrt{784} > \sqrt{781}.$$

Ответ: $28 > \sqrt{781}$.

РАБОТА № 54

Вариант 1.

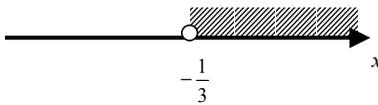
$$1. 5a - \frac{3+5a^2}{a+1} = \frac{5a^2 + 5a - (3+5a^2)}{a+1} = \frac{5a^2 + 5a - 3 - 5a^2}{a+1} = \frac{5a-3}{a+1}.$$

$$2. x^2 - x - 30.$$

Нули: $x^2 - x - 30 = 0$,

по т. Виета $x_1 = -5, x_2 = 6$.

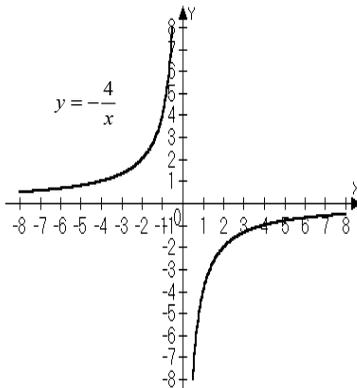
$$x^2 - x - 30 = (x+5)(x-6).$$



$$3. 3a+1 > 0, 3a > -1, a > -\frac{1}{3},$$

$$a \in \left(-\frac{1}{3}; \infty\right).$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{1}{3}; \infty\right).$$



4. а) $y = -\frac{4}{x}$. График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

б) Из рисунка видно, что при $x > 0$ функция $y = -\frac{4}{x}$ возрастает (по рисунку).

x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

Ответ: при $x > 0$ функция возрастает.

5. $4-x^2 < 0, x^2-4 > 0, (x-2)(x+2) > 0,$
 $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty).$
 Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty).$



6. Пусть собственная скорость лодки равна x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{20}{x-2} = \frac{36}{x+2},$$

$$20(x+2) = 36(x-2), 20x+40 = 36x-72, 16x = -112, x = -7.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 7 километров в час.

$$7. 4 = \sqrt{16}. \text{ Т.к. } 6 < 13 < 16, \text{ то } \sqrt{6} < \sqrt{13} < \sqrt{16}.$$

Ответ: $\sqrt{6}; \sqrt{13}; 4.$

Вариант 2.

$$1. 4c - \frac{4c^2 - 2c}{2+c} = \frac{8c + 4c^2 - (4c^2 - 2c)}{2+c} =$$

$$= \frac{8c + 4c^2 - 4c^2 + 2c}{2+c} = \frac{10c}{2+c}.$$

$$2. x^2 + x - 42.$$

$$1. \text{ Нули: } x^2 + x - 42 = 0;$$

по т. Виета:

$$x_1 = 6, x_2 = -7.$$

$$x^2 + x - 42 = (x+7)(x-6).$$

Ответ: $(x+7)(x-6).$

$$3. 7-2a < 0, a > 3,5;$$

$$a \in (3,5; \infty).$$

Ответ: $a \in (3,5; \infty).$

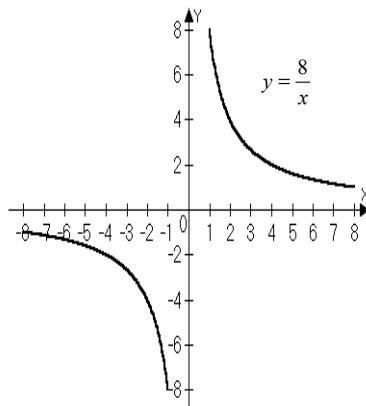
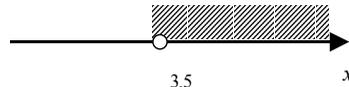
$$4. \text{ а) } y = \frac{8}{x}. \text{ График - гипербо-}$$

ла, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-2	-4	4	2
y	-4	-2	2	4

б) По рисунку видно, что при $x > 0$ функция убывает.

Ответ: при $x > 0$ функция убывает.





5. $16 - x^2 > 0, x^2 - 16 > 0,$
 $(x - 4)(x + 4) < 0,$
 $x \in (-4; 4).$
 Ответ: $x \in (-4; 4).$

6. Пусть собственная скорость x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{3}{x-2} = \frac{4}{x+2}.$$

$$3(x+2) = 4(x-2),$$

$$\text{где } x \neq 0, x \neq -2; 3x + 6 = 4x - 8,$$

$$x = 14.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 14 километрам в час.

7. $3 = \sqrt{9}$; т. к. $7 < 9 < 12,$

то $\sqrt{7} < \sqrt{9} < \sqrt{12}.$

Ответ: $\sqrt{7}, 3, \sqrt{12}.$

РАБОТА № 55

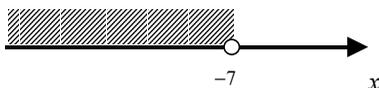
Вариант 1.

1. $x^2 - 8x + 7 = 0,$

по т. Виета $x_1 = 1, x_2 = 7.$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 7.$

2. $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} : (x + y) = \frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{1}{x + y} = \frac{(x + y)^2}{(x - y)(x + y)^2} = \frac{1}{x - y}.$



3. $10x - 3(4 - 2x) > 16 + 20x,$
 $10x - 12 + 6x > 16 + 20x,$
 $4x < -28, x < -7, x \in (-\infty; -7).$
 Ответ: $x \in (-\infty; -7).$

4. Пусть пятирублевых $-x$ штук, тогда:

$$5x + 2(x + 4) = 155; 5x + 2x + 8 = 155;$$

$$7x = 147;$$

$$x = 21, x + 4 = 21 + 4 = 25.$$

Ответ: 21 пятирублевая монета и 25 двухрублевых.

5. а) $y = \frac{6}{x}.$ График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	3	2	-2	-3
y	2	3	-3	-2

б) $y = 2x - 4.$ График – прямая.

x	0	2
y	-4	0

$$\begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ y = 2x - 4 \end{cases};$$

$$2x - 4 = \frac{6}{x}, x^2 - 2x - 3 = 0.$$

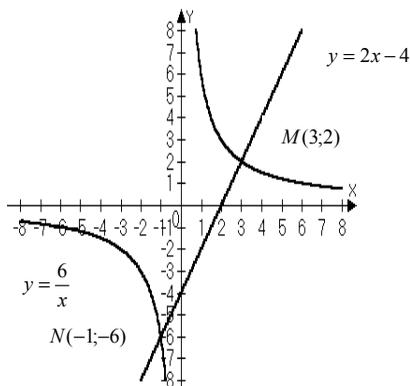
По т. Виета

$$x_1 = 3, x_2 = -1.$$

$$\text{Если } x = 3, \text{ то } y = \frac{6}{3} = 2.$$

$$\text{Если } x = -1,$$

$$\text{то } y = \frac{6}{-1} = -6.$$



Точки пересечения $N(-1; -6); M(3; 2)$.

Ответ: $(-1; -6); (3; 2)$.

$$6. v = 20 - 2,5t, 2,5t = 20 - v,$$

$$t = \frac{20 - v}{2,5}, t = \frac{2(20 - v)}{5}.$$

$$7. \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 < \frac{1}{2} ab < 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}.$$

$$14 < \frac{1}{2} ab < 20.$$

Вариант 2.

$$1. x^2 - 6x - 16 = 0, \text{ по т. Виета } x_1 = -2, x_2 = 8.$$

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 8$.

$$2. \frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot (a - b) = \frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} \cdot (a - b) =$$

$$= \frac{(a + b)(a - b)(a - b)}{(a - b)^2} = \frac{(a + b)(a - b)^2}{(a - b)^2} = a + b.$$

$$3. 3 - 5(2x + 4) \geq 7 - 2x;$$

$$3 - 10x - 20 \geq 7 - 2x; 8x \leq -24, x \leq -3,$$

$$x \in (-\infty; -3].$$

Ответ: $x \in (-\infty; -3]$.

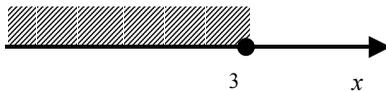
4. Пусть десятикопеечных — x штук, тогда:

$$0,1x + 0,5(x - 4) = 5,8;$$

$$0,6x = 7,8;$$

$$x = 13, x - 4 = 13 - 4 = 9.$$

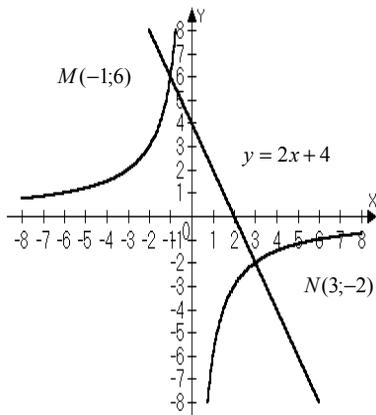
Ответ: 13 десятикопеечных монет и 9 пятидесятикопеечных.



5. а) $y = -\frac{6}{x}$.

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-3	-2	2	3
y	2	3	-3	-2



б) $y = -2x + 4$.

График – прямая.

x	0	2
y	4	0

$$\begin{cases} y = -\frac{6}{x} \\ y = -2x + 4 \end{cases};$$

$$-2x + 4 = \frac{6}{x};$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0.$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3.$$

Если $x = -1$, то $y = -\frac{6}{-1} = 6$. Если $x = 3$, то $y = -\frac{6}{3} = -2$.

Т.о. графики данных функций пересекаются в точках с координатами $M(-1; 6)$ и $N(3; -2)$.

Ответ: $(-1; 6)$ и $(3; -2)$.

6. $S = 35 + 1,2t$; $S - 35 = 1,2t$; $1,2t = S - 35$;

$$t = \frac{S - 35}{1,2}.$$

7. $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 9 < xy \cdot \frac{1}{2} < 10 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$. $9 < \frac{1}{2}xy < 15$.

РАБОТА № 56

Вариант 1.

1. $4x^2 + 20x = 0$, $4x(x + 5) = 0$,

$x_1 = 0$ или $x + 5 = 0$, $x_2 = -5$.

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = -5$.

2. $\frac{4y}{y^2 - x^2} - \frac{2}{y - x} =$

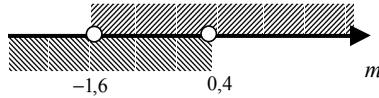
$$= \frac{4y - 2y - 2x}{(y - x)(y + x)} = \frac{2y - 2x}{(y - x)(y + x)} = \frac{2(y - x)}{(y - x)(y + x)} = \frac{2}{y + x}.$$

3. $-1 < m + 0,6 < 1$;

$-1,6 < m < 0,4$;

$m \in (-1,6; 0,4)$.

Ответ: $m \in (-1,6; 0,4)$.



4. Пусть по лесной дороге велосипедист ехал со скоростью x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$x \cdot 2 + (x+4) \cdot 1,5 = 48$; $2x + 1,5x + 6 = 48$;

$3,5x = 42$; $x = 12$.

$x+4 = 12+4 = 16$.

Ответ: велосипедист ехал по шоссе со скоростью 16 километров в час, а по лесной дороге со скоростью 12 километров в час.

5. а) 4 марта $t^\circ = 0^\circ$ в 12 часов и 22 часа;

б) температура была положительной с 12 часов по 22 часа, т.е. $t \in (12; 22)$;

в) максимальная температура в этот день была 6° ;

г) в течение суток температура повышалась с 4 до 16 часов.

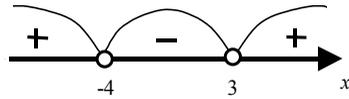
6. $-x^2 - x + 12 > 0$, $x^2 + x - 12 < 0$.

Нули: $x^2 + x - 12 = 0$, по т. Виета

$x_1 = -4$, $x_2 = 3$. $(x-3)(x+4) < 0$,

$x \in (-4; 3)$.

Ответ: $(-4; 3)$.



7. $(10^8)^2 \cdot 100^{-6} = 10^{16} \cdot (10^2)^{-6} = 10^{16} \cdot 10^{-12} = 10^4 = 10000$.

Ответ: 10000.

Вариант 2.

1. $3x^2 - 12x = 0$; $x(x-4) = 0$. $x_1 = 0$ или $x-4 = 0$, $x_2 = 4$.

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$.

2. $\frac{6a}{a^2 - b^2} - \frac{3}{a - b} = \frac{6a - 3(a + b)}{(a - b)(a + b)} =$

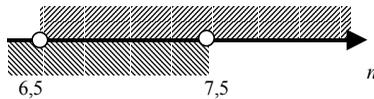
$= \frac{6a - 3a - 3b}{(a - b)(a + b)} = \frac{3(a - b)}{(a - b)(a + b)} = \frac{3}{a + b}$.

3. $-0,5 < n - 7 < 0,5$,

$6,5 < n < 7,5$.

$n \in (6,5; 7,5)$.

Ответ: $n \in (6,5; 7,5)$.



4. Пусть мотоциклист ехал по проселочной дороге со скоростью x км/ч, тогда можем составить уравнение.

$3x + \frac{1}{2}(x+10) = 110$,

$7x + 10 = 220$, $x = 30$, $x + 10 = 40$.

Ответ: по шоссе мотоциклист ехал со скоростью 40 км/ч, а по проселочной дороге – 30 км/ч.

5. а) температура была равна 9° в 12 часов и в 16 часов;
 б) температура в течение суток понижалась с 0 часов до 4 часов и с 14 часов по 24 часа;
 в) минимальная температура в этот день была -3° ;
 г) температура была отрицательной с 1 часа ночи до 7 часов утра.

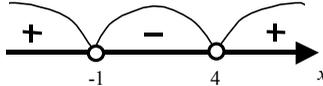
6. $-x^2+3x+4>0$.

$x^2-3x-4<0$.

Нули: $x^2-3x-4=0$,

по т. Виета $x_1=4, x_2=-1$.

$(x+1)(x-4)<0$,



$x \in (-1; 4)$.

Ответ: $x \in (-1; 4)$.

7. $(10^{-10} \cdot 100^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot (10^2)^6)^{-1} = (10^{-10+12})^{-1} = 100^{-1} = 0,01$.

РАБОТА № 57

Вариант 1.

1. $\left(\frac{c}{a-c} - \frac{c}{a}\right) \cdot \frac{a^2}{c^2} =$
 $= \frac{ca - c(a-c)}{a(a-c)} \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{ca - ca + c^2}{(a-c)} \cdot \frac{a}{c^2} = \frac{c^2 \cdot a}{(a-c) \cdot c^2} = \frac{a}{a-c}$.

2. $\frac{5x}{3x-5} = 3$; ОДЗ: $3x \neq 5$; $x \neq \frac{5}{3}$.

$5x = 3(3x-5), 5x = 9x-15,$

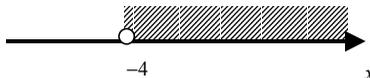
$4x = 15;$

$x = 3\frac{3}{4}$.

Ответ: $x = 3\frac{3}{4}$.

3. $19-7x < 20-3(x-5), 19-7x < 20-3x+15,$

$4x > -16, x > -4,$



$x \in (-4; \infty)$.

Ответ: $x \in (-4; \infty)$.

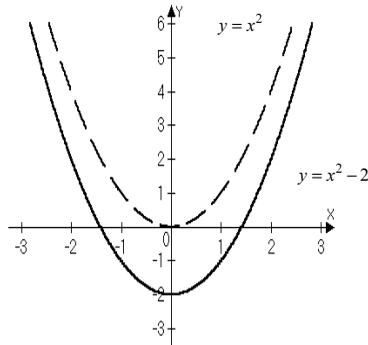
4. а) $y=x^2-2$.

График – парабола, ветви вверх.

x	-1	0	1
y	-1	-2	-1

б) Из рисунка видно, что функция $y=x^2-2$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.

Ответ: функция $y=x^2-2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.



5. Пусть в каждом ряду было x стульев, тогда можно составить уравнение.

$$x(x+8)=48, x^2+8x=48, x^2+8x-48=0.$$

По т. Виета

$$x_1 = -12; \text{ но } x \geq 0.$$

$$x_2 = 4,$$

$$x+8 = 4+8=12.$$

Ответ: в зале было 12 рядов, в каждом из которых было по 4 стула.

$$6. \frac{7,2 \cdot 10^7}{1,2 \cdot 10^{10}} = \frac{72 \cdot 1}{12 \cdot 10^3} = \frac{6}{1000} = 0,006.$$

Ответ: 0,006.

$$7. 3 < a < 4, \text{ а } 5 < b < 6,$$

$$16 < 2(a+b) < 20; 16 < P < 20.$$

Вариант 2.

$$1. \left(\frac{n}{m} - \frac{n}{m+n} \right) \cdot \frac{m+n}{n} = \frac{nm+n^2-mn}{m(m+n)} \cdot \frac{m+n}{n} = \frac{n^2}{mn} = \frac{n}{m}.$$

$$2. \frac{6x}{1+2x} = 5, 6x=5(1+2x), \text{ ОДЗ: } 1+2x \neq 0, x \neq -\frac{1}{2}.$$

$$6x=5+10x, 4x=-5, x = -\frac{5}{4}, x = -1,25.$$

Ответ: $x = -1,25$.

$$3. 3x-10(2+x) < x+4;$$

$$3x-20-10x < x+4,$$

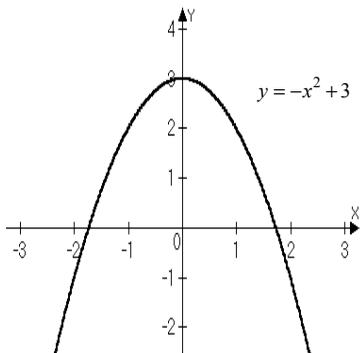
$$8x > -24,$$

$$x > -3,$$

$$x \in (-3; \infty).$$

Ответ: $x \in (-3; \infty)$.





4. $y = -x^2 + 3$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$.

$y_0 = y(0) = -0^2 + 3 = 3$.

x	-2	0	2
y	1	3	-1

б) По рисунку видно, что функция $y = -x^2 + 3$ возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$.

5. Пусть посадили x рядов смородины, тогда можно составить уравнение.

$$(x+7) \cdot x = 60, x^2 + 7x = 60, x^2 + 7x - 60 = 0,$$

по т. Виета $x_1 = -12$, но $x \geq 0$

$$x_2 = 5. x + 7 = 5 + 7 = 12.$$

Ответ: в каждом ряду посадили по 12 кустов, а рядов посадили 5.

$$6. \frac{6,4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 10^{14}} = \frac{6,4}{8 \cdot 10^2} = \frac{0,8}{10^2} = 0,8 \cdot 0,01 = 0,008.$$

7. Если $10 < x < 11$; $6 < y < 7$, то $2(10+6) < P = 2(x+y) < (7+11)2$,
 $32 < P < 36$.

РАБОТА № 58

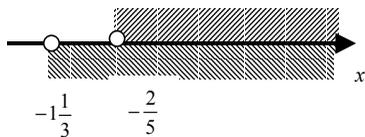
Вариант 1.

$$1. \frac{1}{x} + \frac{x}{y} - \frac{x+y}{xy} = \frac{y + x^2 - x - y}{xy} = \frac{x^2 - x}{xy} = \frac{x(x-1)}{xy} = \frac{x-1}{y}.$$

$$2. -x^2 + 7x + 8 = 0; x^2 - 7x - 8 = 0; \text{ по т. Виета } x_1 = 8, x_2 = -1.$$

Ответ: $x_1 = 8, x_2 = -1$.

$$3. \begin{cases} 3+5x > 1 \\ 6-3x < 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > -2, \\ 3x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5}, \\ x > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5}, \\ x > -1\frac{1}{3}. \end{cases}$$



$$x \in \left(-\frac{2}{5}; \infty\right).$$

Ответ: $x \in \left(-\frac{2}{5}; \infty\right)$.

4. Пусть первое число равно x , а второе y , тогда можно составить систему.

$$\begin{cases} x + y = 137, \\ x - y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 156, \\ y = x - 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 78, \\ y = 59. \end{cases}$$

Т.о. данные числа равны 78, 59.

5. Верными утверждениями являются:

б) если $-1 < x < 3$, то значения функции отрицательны; г) $y = -4$ при $x = 1$.

6. $x^2 - 5 = 0, x^2 = 5, x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$.

7. При $b = \sqrt{12}$,

$$\frac{9}{b^4} = \frac{9}{(\sqrt{12})^4} = \frac{9}{(12)^2} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}.$$

Вариант 2.

$$\begin{aligned} 1. \frac{a-b}{a} + \frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} &= \\ = \frac{(a-b)b + a^2 - (a^2-b^2)}{ab} &= \frac{ab - b^2 + a^2 - a^2 + b^2}{ab} = \frac{ab}{ab} = 1. \end{aligned}$$

2. $-x^2 + 2x + 15 = 0;$

$x^2 - 2x - 15 = 0;$ по т. Виета

$x_1 = 5, x_2 = -3.$

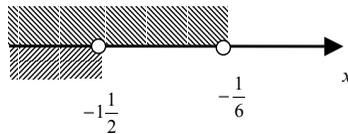
Ответ: $x_1 = 5, x_2 = -3.$

$$3. \begin{cases} 3 - 6x > 12, \\ 6x + 5 < 4 \end{cases} \begin{cases} 6x < -9, \\ 6x < -1 \end{cases}$$

$6x < -9, x < -\frac{3}{2}.$

$x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right).$

Ответ: $x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right).$



4. Пусть первое число равно x , а второе $-y$, тогда можно составить систему.

$$\begin{cases} x + y = 131 \\ x - y = 41 \end{cases} \begin{cases} 2x = 172, \\ y = -41 + x \end{cases} \begin{cases} x = 86, \\ y = -41 + x \end{cases} \begin{cases} x = 86, \\ y = 45. \end{cases}$$

Т.о. искомые числа равны 86 и 45.

Ответ: 86 и 45.

5. Верными являются утверждения:

- б) если $x = -3$, то $y = 0$;
 в) при $x > -1$ функция убывает.

6. $x^2 - 3 = 0$; $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$.

7. При $a = \sqrt{8}$, $\frac{1}{4} \cdot a^4 = \frac{1}{4} (\sqrt{8})^4 = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = \frac{1}{4} \cdot 64 = 16$.

РАБОТА № 59

Вариант 1.

1. $\frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}$, ОДЗ: $\begin{cases} 2x+3 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{3}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$

$x^2 = 2x + 3$,

$x^2 - 2x - 3 = 0$,

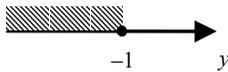
по т. Виета $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

2. $(b+c)(b-c) - b(b-2c) = b^2 - c^2 - b^2 + 2bc = -c^2 + 2bc = 2bc - c^2$.

3. $\begin{cases} x + 4y = 7, \\ x - 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 12, \\ x = 2y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 4 - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = -1. \end{cases}$

Ответ: $(-1; 2)$.



4. $3y + 12 \leq 9$,

$3y \leq -3$, $y \leq -1$.

$y \in (-\infty; -1]$.

Ответ: $y \in (-\infty; -1]$.

5. а) $y = x^2 + 4$.

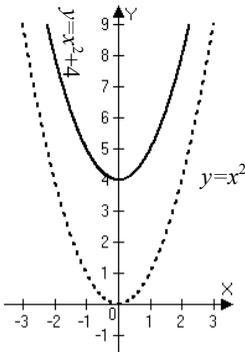
График – парабола.

Ветви вверх.

x	0	1	-1
y	4	5	5

б) т. к. ветви параболы направлены вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 4$.

Ответ: наименьшее значение функции $y = x^2 + 4$ равно 4.



$$6. \frac{ax^2 - ax}{ax} = \frac{ax(x-1)}{ax} = x-1.$$

7. Пусть x – кол-во девятиклассников, тогда:

$$x + 0,8x = 162;$$

$$x = 90, \text{ тогда } 0,8x = 0,8 \cdot 90 = 72.$$

Ответ: 90 девятиклассников и 72 десятиклассника.

Вариант 2.

$$1. \frac{x}{20-x} = \frac{1}{x}, \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 20-x \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \neq 20 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

$$x^2 = 20-x, \quad x^2 + x - 20 = 0;$$

$$x_1 = -5, \quad x_2 = 4 \text{ (по т. Виета).}$$

Ответ: $x_1 = -5, x_2 = 4$

$$2. (a-c)(a+c) - c(3a-c) = a^2 - c^2 - 3ac + c^2 = \\ = (a^2 - 3ac) + (-c^2 + c^2) = a^2 - 3ac.$$

$$3. \begin{cases} x - 2y = 7, \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 6, & \begin{cases} x = 3, \\ x + 2y = -1 \end{cases} \\ x + 2y = -1 \end{cases} \begin{cases} y = -2. \end{cases}$$

Ответ: $(3; -2)$.

$$4. 4y - 2 \geq -6.$$

$$4y \geq -4, \quad y \geq -1,$$

$$y \in [-1; \infty).$$

Ответ: $y \in [-1; \infty)$.

$$5. \text{ а) } y = x^2 + 3.$$

График – парабола, ветви вверх.

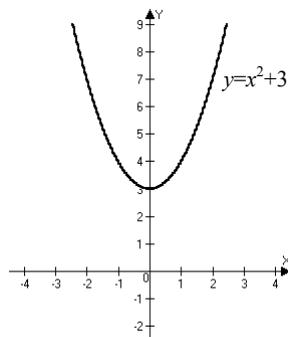
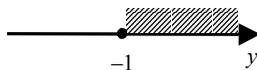
$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{0}{2} = 0.$$

$$y_0 = y(0) = 0^2 + 3 = 3.$$

x	-1	0	1
y	4	3	4

б) т. к. ветви вверх,

то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 3$.



$$6. \frac{ab}{ab - ab^2} = \frac{ab}{ab(1-b)} = \frac{1}{1-b}.$$

7. Пусть x – кол-во школьников, тогда:

$$x + 0,6x = 128;$$

$$x = 80,$$

$$\text{тогда } 0,6x = 0,6 \cdot 80 = 48.$$

Ответ: 80 школьников и 48 дошкольников.

РАБОТА № 60

Вариант 1.

$$1. 5x^2 - 8x - 4 = 0,$$

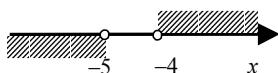
$$D=64+4 \cdot 4 \cdot 5=144.$$

$$x_1 = \frac{8-12}{10} = -0,4, \quad x_2 = \frac{8+12}{10} = 2.$$

Ответ: $x_1 = -0,4$; $x_2 = 2$.

$$2. \left(\frac{b}{b+a} - \frac{b-a}{b} \right) : \frac{a}{b} = \frac{b^2 - (b-a)(b+a)}{b(b+a)} \cdot \frac{b}{a} =$$

$$= \frac{(b^2 - b^2 + a^2)}{(b+a) \cdot a} = \frac{a^2}{(b+a) \cdot a} = \frac{a}{b+a}.$$



$$3. \begin{cases} 3x+17 < 2, \\ 3-4x < 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < -15, \\ 4x > -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -5, \\ x > -4. \end{cases}$$

Решений нет.

Ответ: решений нет.

$$4. 5m^2n - 20mn^2 = 5mn(m - 4n).$$

$$5. \begin{cases} y = x^2 - 5x, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 5x = x^2 - 5x, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 = x^2, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = 4 \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 36 \\ x = 4 \\ y = -4 \end{cases}.$$

Ответ: $(-4; 36)$; $(4; -4)$.

6. а) $y=0$ при $x_1 = -6$ или $x_2 = 0$;

б) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$;

в) функция возрастает на промежутке $[-3; +\infty)$.

7. Если $3 < x < 4$, то $3 \cdot 3 < x \cdot x = S < 4 \cdot 4$.

$9 < S < 16$, $2(3+3) < 4x = P < (4+4)2$,

$12 < P < 16$.

Вариант 2.

1. $6x^2 - 7x + 1 = 0$, $D = (-7)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25$,

$$x_1 = \frac{7-5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}; \quad x_2 = \frac{7+5}{12} = \frac{12}{12} = 1.$$

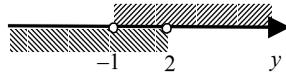
Ответ: $x_1 = \frac{1}{6}$; $x_2 = 1$.

$$2. \frac{b}{a-b} : \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a} \right) =$$
$$= \frac{b}{a-b} : \left(\frac{a^2 - a^2 + b^2}{(a-b)a} \right) = \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a(a-b)}{b^2} = \frac{a}{b}.$$

3. $\begin{cases} 2y+3 > 1, \\ 4-y > 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y > -2, \\ y < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y > -1, \\ y < 2 \end{cases}$

$$y \in (-1; 2)$$

Ответ: $y \in (-1; 2)$.



4. $18ab^2 + 27a^2b = 9ab(2b + 3a)$

5. $\begin{cases} y = 25 - 4x, \\ y = x^2 - 4x \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 - 4x = 25 - 4x, \\ y = 25 - 4x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 25, \\ y = 25 - 4x \end{cases} \quad \begin{cases} [x = -5 \\ y = 25 - 4x \end{cases} \quad \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 5 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x = -5 \\ y = 45 \end{array} \right. \end{cases}$$

Ответ: $(-5; 45)$; $(5; 5)$.

6. По графику видно, что:

а) $y=0$ при $x_1=0$ или $x_2=6$;

б) $y<0$ при $x<0$ или $x>6$;

в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 3]$.

7. Если $6 < y < 7$, то

$$6 \cdot 6 < y^2 = S < 7 \cdot 7, \quad 36 < S < 49,$$

$$4 \cdot 6 < 4y = P < 4 \cdot 7,$$

$$24 < P < 28.$$

РАБОТА № 61

Вариант 1.

1. $a(a+5b)-(a+b)(a-b)=a^2+5ab-(a^2-b^2)=$
 $=a^2+5ab-a^2+b^2=5ab+b^2.$

2. $\begin{cases} x+3y=7, \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7-3y, \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

Ответ: (1;2).



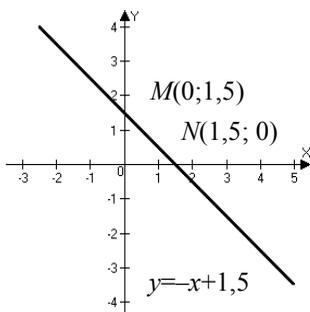
3. $\begin{cases} 1-3x \leq 16, \\ 6+2x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq -15, \\ 2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5, \\ x \leq 0. \end{cases}$
 $x \in [-5; 0]$

Ответ: $x \in [-5; 0]$

4. $4 + \frac{21}{x} = x$; $4x + 21 = x^2$, ОДЗ: $x \neq 0$,

$x^2 - 4x - 21 = 0$, по т. Виета $x_1 = -3, x_2 = 7$.

Ответ: $x_1 = -3, x_2 = 7$.



5. а) $y = -x + 1,5$. График – прямая.

x	0	1
y	1,5	0,5

б) $y(0) = 1,5$.

$-x + 1,5 = 0$

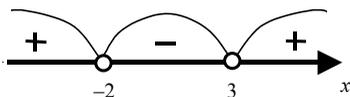
$x = 1,5$.

График функции

$y = -x + 1,5$ пересекает ось x в точке

$N(1,5; 0)$, а ось y в точке $M(0; 1,5)$.

Ответ: $N(1,5; 0), M(0; 1,5)$ – точки пересечения графика с осями координат.



6. $x^2 - x - 6 > 0$.

Нули: $x^2 - x - 6 = 0$,

по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 3$.

$(x+2)(x-3) > 0$,

$x \in (-\infty; -2) \cup (3; \infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (3; \infty)$.

7. $\frac{1}{x^{-6}} : x^3 = x^{6-3} = x^3$.

Если $x = 0,1$, то $x^3 = (0,1)^3 = 0,001$.

Вариант 2.

1. $b(3a-b)-(a-b)(a+b) = 3ab - b^2 - a^2 + b^2 = 3ab - a^2$.

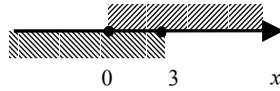
2.
$$\begin{cases} x - 2y = 8, \\ x - 3y = 6 \end{cases} \begin{cases} y = 2, \\ x = 8 + 2y \end{cases} \begin{cases} y = 2, \\ x = 12. \end{cases}$$

Ответ: (12;2).

3.
$$\begin{cases} 3x + 1 \leq 10, \\ 5 - x \leq 5 \end{cases} \begin{cases} 3x \leq 9, \\ x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$x \in [0;3]$

Ответ: $[0;3]$



4. $3 + \frac{10}{x} = x$.

$3x + 10 = x^2$, ОДЗ: $x \neq 0$;

$x^2 - 3x - 10 = 0$; по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 5$.

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 5$.

5. а) $y = x - 2,5$.

График – прямая.

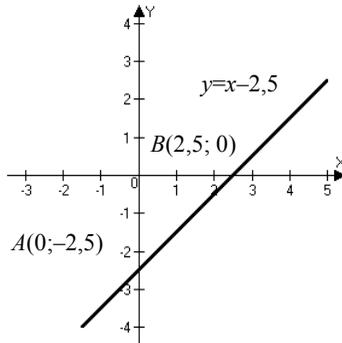
x	0	1
y	-2,5	-1,5

б) $y(0) = -2,5$

$x - 2,5 = 0$.

$x = 2,5$, т. о. график пересекает ось x в точке $B(2,5; 0)$, а ось y в точке $A(0; -2,5)$.

Ответ: $A(0; -2,5); B(2,5; 0)$ – Точки пересечения графика с осями y и x .



6. $x^2 + 3x - 4 > 0$.

Нули:

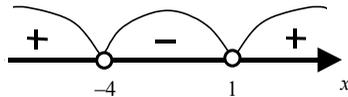
$x^2 + 3x - 4 = 0$,

по т. Виета $x_1 = -4, x_2 = 1$.

$(x+4)(x-1) > 0$,

$x \in (-\infty; -4) \cup (1; \infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -4) \cup (1; \infty)$.



7. $a^{-3} \cdot \frac{1}{a^{-5}} = a^{-3} \cdot a^5 = a^{-3+5} = a^2$;

Если $a=0,1$, то $a^2 = (0,1)^2 = 0,01$.

РАБОТА № 62

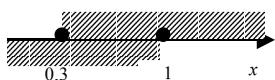
Вариант 1.

$$1. \frac{b}{a^2 - ab} : \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{b}{a(a-b)} \cdot \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{a(a-b) \cdot b} = \frac{a+b}{ab}.$$

$$2. 2x^2 + x = 0, x(2x+1) = 0,$$

$$x_1 = 0 \text{ или } 2x+1 = 0, x_2 = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 0; x_2 = -\frac{1}{2}.$$



$$3. \begin{cases} 10x - 1 \geq 2, \\ 4 - x \geq 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x \geq 3, \\ 3x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0,3 \\ x \leq 1 \end{cases},$$

$$x \in [0,3;1].$$

$$\text{Ответ: } x \in [0,3;1].$$

$$4. \text{ а) } y = 4x + 4.$$

График – прямая.

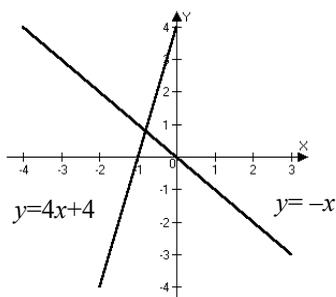
x	0	-1
y	4	0

$$\text{ б) } y = -x. \text{ График – прямая.}$$

x	0	1
y	0	-1

в) по графику видно, что $y = 4x + 4$ возрастает.

Ответ: возрастающей является функция $y = 4x + 4$.



$$5. \begin{cases} y - x = 2, \\ y^2 - 4x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 4x = 8 \\ y^2 - 4x = 13 \end{cases},$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ по т. Виета. } \begin{cases} y = -1 \\ y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ x = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Ответ: } (-3; -1), (3; 5).$$

$$6. \frac{a^{-9}}{(a^2)^{-3}} = \frac{a^{-9}}{a^{-6}} = a^{-9-(-6)} = a^{-3}. \text{ При } a = \frac{1}{2}, a^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8.$$

7. Если $15 < x < 16$ и $20 < y < 21$, то $15 \cdot 20 < xy = S < 16 \cdot 21$. $300 < xy = S < 336$.

Вариант 2.

$$1. \frac{a^2}{a^2 - 25} : \frac{a}{25 + 5a} = \frac{a^2 \cdot (25 + 5a)}{(a^2 - 25) \cdot a} = \frac{a \cdot 5 \cdot (5 + a)}{(a - 5)(a + 5)} = \frac{5a}{a - 5}.$$

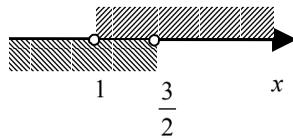
$$2. 4x^2 - x = 0, x(4x - 1) = 0.$$

$$x_1 = 0 \text{ или } 4x - 1 = 0, 4x = 1, x_2 = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{4}.$$

$$3. \begin{cases} 4x - 5 < 1, \\ x + 4 < 3x + 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x < 6, \\ 2x > 2 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{6}{4}, \\ x > 1 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{3}{2}, \\ x > 1 \end{cases}, x \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$$



$$\text{Ответ: } x \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$$

$$4. \text{ а) } y = -2x + 2.$$

График – прямая.

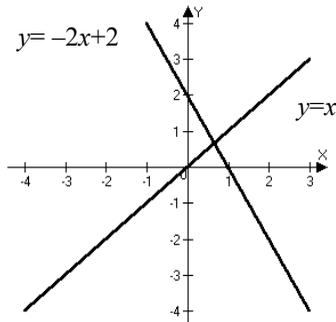
x	0	1
y	2	0

$y = x$. График – прямая.

x	0	1
y	2	1

По графику видно, что убывающей функцией является $y = -2x + 2$.

Ответ: функция $y = -2x + 2$ является убывающей.



$$5. \begin{cases} x^2 - 3y = 1, \\ x + y = 3 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 3y = 1, \\ 3x + 3y = 9 \end{cases} \begin{cases} 3y = x^2 - 1, \\ 3x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - x, \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = 2 \\ y = 3 - x \end{cases} \text{ по т. Виета } \begin{cases} x = -5 \\ y = 8 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Ответ: $(-5; 8)$ и $(2; 1)$.

$$6. (m^{-6})^{-2} \cdot m^{-14} = m^{12} \cdot m^{-14} = m^{12+(-14)} = m^{-2}.$$

$$\text{При } m = \frac{1}{4}, m^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16.$$

7. Если $11 < a < 12$, $20 < b < 21$, то

$$11 \cdot 20 < ab < 12 \cdot 21,$$

$$220 < S < 252.$$

РАБОТА № 63

Вариант 1.

1. $(y+10)(y-2) - 4y(2-3y) = y^2 + 10y - 2y - 20 - 8y + 12y^2 = 13y^2 - 20$.

2. $\frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} = 5$; ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -1$;

$6(x+1) + 6x = 5x(x+1), 6x + 6 + 6x = 5x^2 + 5x$;

$5x^2 - 7x - 6 = 0$;

$D = 7^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 = 169$,

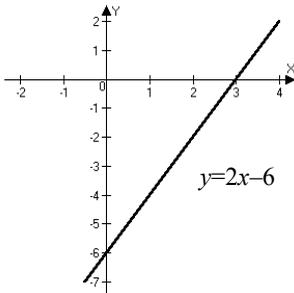
$x_1 = \frac{7+13}{10} = \frac{20}{10} = 2; x_2 = \frac{7-13}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$.

Ответ: $x_1 = 2; x_2 = \frac{-3}{5}$.

3. $\begin{cases} 2x - y = 13, \\ 2x + 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 13, \\ 4y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 13, \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 12, \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = -1. \end{cases}$

Ответ: (6; -1).



4. а) $y = 2x - 6$.

График – прямая.

x	0	3
y	-6	0

б) $2x - 6 < 0; x < 3$.

Ответ: $y < 0$ при $x < 3$.

5. $1 - 64b^2 = (1 - 8b)(1 + 8b)$

6. $-x^2 + 10x - 16 > 0$;

$x^2 - 10x + 16 < 0; (x - 2)(x - 8) < 0$;

$x \in (2; 8)$.

Ответ: $x \in (2; 8)$.

7. x р. – 100%; 56 р. – 70%;



$$x = \frac{56 \cdot 100}{70} = 80.$$

Ответ: 80 р.

Вариант 2.

1. $(a-4)(a+9) - 5a(1-2a) = a^2 - 4a + 9a - 36 - 5a + 10a^2 = 11a^2 - 36.$

2. $\frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} = 4.$ ОДЗ: $x \neq 0$ и $x \neq -2;$

Преобразуем: $3(x+2) + 3x = 4x(x+2),$

$$3x + 6 + 3x = 4x^2 + 8x,$$

$$-4x^2 - 2x + 6 = 0;$$

$$2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25,$$

$$x_1 = \frac{-1-5}{4} = \frac{-6}{4} = -1,5;$$

$$x_2 = \frac{-1+5}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

Ответ: $x_1 = -1,5; x_2 = 1.$

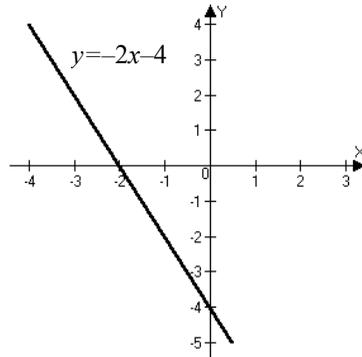
3. $\begin{cases} 2x + 3y = 10, \\ x - 2y = -9 \end{cases} \begin{cases} 2x + 3y = 10, \\ 2x - 4y = -18 \end{cases} \begin{cases} 7y = 28, \\ x = 2y - 9 \end{cases} \begin{cases} y = 4, \\ x = -1. \end{cases}$

Ответ: $(-1; 4).$

4. а) $y = -2x - 4.$

График – прямая.

x	0	-2
y	-4	0



б) $-2x - 4 > 0$

$$x < -2.$$

Ответ: $y > 0$ при $x < -2.$

5. $100a^2 - 1 = (10a - 1)(10a + 1).$



6. $-x^2 + 3x - 2 < 0;$

$$x^2 - 3x + 2 > 0;$$

$$(x - 2)(x - 1) > 0;$$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (2; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (2; \infty).$

7. x р. – 100%;
 96 р. – 120%;

$$x = \frac{100 \cdot 96}{120} = 80.$$

Ответ: 80 р.

РАБОТА № 64

Вариант 1.

1. $3x^2 - 27 = 0;$

$x^2 = 9;$

$x_{1,2} = \pm 3;$

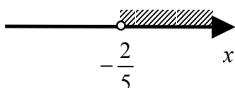
Ответ: $x_{1,2} = \pm 3.$

2. $\left(\frac{a}{a-b} + \frac{a}{b} \right) : \frac{a}{a-b} =$

$$= \frac{ab + a(a-b)}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{a-b}{a} = \frac{(ab + a^2 - ab) \cdot (a-b)}{(a-b) \cdot b \cdot a} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.$$

3. При $y = -\frac{1}{3}, 2y^2 + y + 3 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} + 3 =$

$$= 2 \cdot \frac{1}{9} - \frac{3}{9} + 3 = -\frac{1}{9} + 3 = 2\frac{8}{9}.$$



4. $2x(x-1) > 5x - 4(2x+1);$

$2x^2 - 2 > 5x - 8x - 4; 5x > -2; x > -\frac{2}{5},$

$x \in \left(-\frac{2}{5}; \infty \right)$

Ответ: $\left(-\frac{2}{5}; \infty \right)$

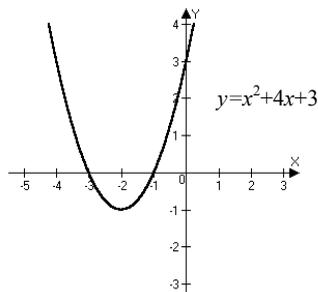
5. $\begin{cases} 2x + y = -5, \\ x - 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = -5, \\ 2x - 6y = -12 \end{cases} \begin{cases} 7y = 7, \\ x = 3y - 6 \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = -3. \end{cases}$

Ответ: $(-3; 1).$

6. $y = x^2 + 4x + 3.$ График – парабола, ветви вверх.

Нули: $x^2 + 4x + 3 = 0,$ по т. Виета $x_1 = -3,$
 $x_2 = -1.$

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2;$



$$y_0 = y(-2) = 4 - 8 + 3 = -1,$$

x	-1	-2	-3
y	0	-1	0

б) По графику видно, что $y < 0$ при $x \in (-3; -1)$.

Ответ: $y < 0$ при $x \in (-3; -1)$.

7. Пусть x голосов получил кандидат А, y голосов получил Б. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 252, \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 252, \\ x = \frac{2}{7} \cdot y \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2}{7} y, \\ \frac{2}{7} y + y = 252 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 196 \\ x = 56 \end{cases}$$

$$196 - 56 = 140.$$

Ответ: победитель получил на 140 голосов больше.

Вариант 2.

1. $2x^2 - 32 = 0$. $x^2 = 16$, $x = \pm \sqrt{16}$, $x_{1,2} = \pm 4$.

Ответ: $x_{1,2} = \pm 4$.

$$2. \left(\frac{c}{b-c} - \frac{c}{b} \right) : \frac{c^2}{b^2} = \frac{cb - c(b-c)}{b(b-c)} \cdot \frac{b^2}{c^2} =$$

$$= \frac{(cb - cb + c^2)}{(b-c)} \cdot \frac{b}{c^2} = \frac{c^2 \cdot b}{(b-c) \cdot c^2} = \frac{b}{b-c}.$$

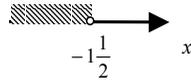
$$3. \text{ При } a = -\frac{1}{4}, 3a^2 + a + 1 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = -\frac{1}{16} + 1 = \frac{15}{16}.$$

4. $9x - 2(2x - 3) < 3(x + 1)$, $9x - 4x + 6 < 3x + 3$, $2x < -3$,

$$x < -1\frac{1}{2}. \quad x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right)$$

Ответ: $x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right)$

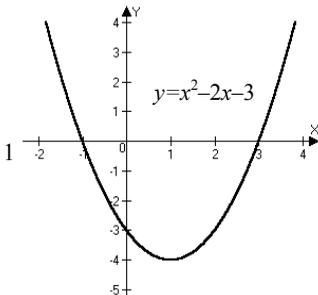


$$5. \begin{cases} x + 2y = -2, \\ 3x - y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 6y = -6, \\ 3x - y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 7y = -14, \\ x = -2 - 2y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: (2; -2).

6. а) $y = x^2 - 2x - 3$.

График – парабола, ветви вверх.



Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1;$

$y_0 = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4.$

x	-1	1	3
y	0	-4	0

б) По графику видно, что $y < 0$ при $x \in (-1; 3)$.

Ответ: функция $y = x^2 - 2x - 3$ принимает отрицательные значения при $x \in (-1; 3)$.

7. Пусть x голосов получил кандидат А, y голосов получи Б.
Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{8}{3}, \\ x + y = 198 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{8}{3}y, \\ \frac{8}{3}y + y = 198 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 54 \\ x = 144 \end{cases}$$

$144 - 54 = 90.$

Ответ: победитель получил на 90 голосов больше.

РАБОТА № 65

Вариант 1.

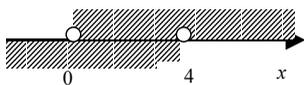
1. При $a = -0,7$ и $x = -0,3$, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{-0,7+(-0,3)}{-0,7-(-0,3)} = \frac{-1}{-0,7+0,3} = \frac{10}{4} = 2,5.$

2. $(m+3)^2 - (m-2)(m+2) = m^2 + 6m + 9 - (m^2 - 4) = m^2 + 6m + 9 - m^2 + 4 = 6m + 13.$

3. $\frac{x-4}{4} - 2 = \frac{x}{2}.$

$x - 4 - 8 = 2x, x = -12.$

Ответ: $x = -12.$



4. $\begin{cases} 3x + 7 < 19, \\ 2 - 5x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < 12, \\ 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 0 \end{cases}$

$x \in (0; 4).$

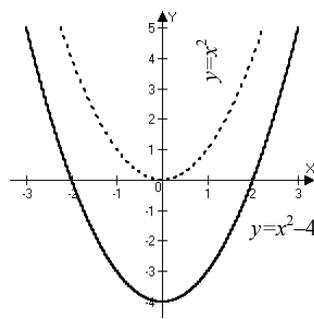
Ответ: $x \in (0; 4).$

5. а) $y = x^2 - 4$. График – парабола, ветви вверх.

x	0	-1	1
y	-4	-3	-3

б) $y(-8)=(-8)^2-4=64-4=60$; $60=60$.
 Равенство верное, значит, точка $A(-8;60)$ принадлежит графику функции $y=x^2-4$.

Ответ: график функции $y=x^2-4$ проходит через точку $A(-8;60)$.



6.

$$\begin{cases} x-y = -6, \\ xy = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-6, \\ y^2 - 6y - 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{по т. Виета}$$

$$\begin{cases} x = y-6, \\ y = -4, \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4-6, \\ y = -4, \\ x = 10-6, \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10, \\ y = -4, \\ x = 4, \\ y = 10. \end{cases}$$

Ответ: $(-10; -4)$; $(4; 10)$.

7. $(2 \cdot 10^{-2})^2 = 2^2 \cdot 10^{-4} = 0,0004$;
 $0,0004 < 0,004$,

Ответ: $(2 \cdot 10^{-2})^2 < 0,004$.

Вариант 2.

1. При $a = -0,2$ и $b = -0,6$, $\frac{a-b}{a+b} = \frac{-0,2 - (-0,6)}{-0,2 + (-0,6)} =$
 $= \frac{-0,2 + 0,6}{-0,2 - 0,6} = \frac{0,4}{-0,8} = \frac{-1}{2}$.

2. $(y-4)(y+4) - (y-3)^2 = y^2 - 16 - (y^2 - 6y + 9) = y^2 - 16 - y^2 + 6y - 9 = 6y - 25$.

3. $\frac{x+7}{6} + 2 = \frac{x}{3}$.

$(x+7)+12=2x$,

$x+7+12=2x$.

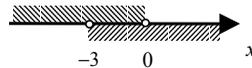
$x=19$.

Ответ: $x=19$.

4. $\begin{cases} 4-x > 4, \\ 2x+15 > 9 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ 2x > -6 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ x > -3. \end{cases}$

$x \in (-3; 0)$.

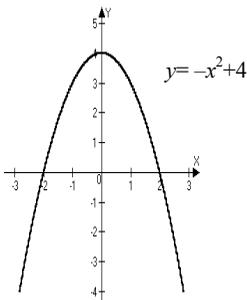
Ответ: $x \in (-3; 0)$.



5. а) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{-2} = 0$.

$y_0 = y(0) = 0 + 4 = 4$.



x	-2	0	2
y	0	4	0

б) $y(-9) = -81 + 4 = -77$

$85 \neq -77$.

Равенство неверное, значит, точка $B(-9;85)$ не принадлежит графику функции $y = -x^2 + 4$.

Ответ: график функции $y = -x^2 + 4$ не проходит через точку $B(-9;85)$.

$$6. \begin{cases} x - y = 1, \\ xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1, \\ y^2 + y - 12 = 0 \end{cases}$$

по т. Виета $\begin{cases} y = -4 \\ y = 3 \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$

Ответ: $(-3; -4); (4; 3)$.

7. $(3 \cdot 10^{-1})^3 = 3^3 \cdot 10^{-3} = 27 \cdot 0,001 = 0,027$
 $0,027 > 0,0027$.

Ответ: $(3 \cdot 10^{-1})^3 > 0,0027$.

РАБОТА № 66

Вариант 1.

$$1. \frac{b^2 + 4}{b^2 - 4} - \frac{b}{b + 2} = \frac{b^2 + 4 - b(b - 2)}{(b - 2)(b + 2)} =$$

$$= \frac{b^2 + 4 - b^2 + 2b}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{2b + 4}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{2(b + 2)}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{2}{b - 2}.$$

2. $5x^2 - 8x + 3 = 0$,

$D = 64 - 5 \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

$x_1 = \frac{8 - 2}{10} = 0,6$; $x_2 = \frac{8 + 2}{10} = 1$.

Ответ: $x_1 = 0,6$; $x_2 = 1$.

$$3. \begin{cases} x - y = 3, \\ 3x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 4y = 12, \\ 3x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14, \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$

Ответ: $(2; -1)$.

$$4. \begin{cases} 2x+1 < 8, \\ 3-2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 7, \\ 2x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3,5, \\ x > 1,5. \end{cases}$$

$$x \in (1,5; 3,5).$$

Ответ: $x \in (1,5; 3,5)$.

5. а) $y(-2) = -3$;

б) $y < 0$ при $-5 < x < 1$;

в) функция убывает в промежутке $(-\infty; -2]$.

6. Пусть x человек учатся в 9-ых классах, тогда:

$$0,52x + 24 = x,$$

$$0,48x = 24, x = 50.$$

Ответ: 50 человек.

7. $24 = \sqrt{24^2} = \sqrt{576}$. Т.к. $576 > 556$, то $\sqrt{576} > \sqrt{556}$.

Ответ: $24 > \sqrt{556}$.

Вариант 2.

$$1. \frac{a^2 + 9}{a^2 - 9} - \frac{a}{a + 3} = \frac{a^2 + 9 - a(a - 3)}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{a^2 + 9 - a^2 + 3a}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{9 + 3a}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{3(3 + a)}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{3}{a - 3}.$$

2. $7x^2 + 9x + 2 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = 25$.

$$x_1 = \frac{-9 - 5}{14} = \frac{-14}{14} = -1; \quad x_2 = \frac{-9 + 5}{14} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}.$$

Ответ: $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{2}{7}$.

$$3. \begin{cases} 2x + 3y = -7, \\ x - y = 4 \end{cases} \begin{cases} 2x + 3y = -7, \\ 3x - 3y = 12 \end{cases} \begin{cases} 5x = 5, \\ y = x - 4 \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = -3. \end{cases}$$

Ответ: (1; -3).

$$4. \begin{cases} 10 - 4x > 0, \\ 3x - 1 > 5 \end{cases} \begin{cases} 4x < 10, \\ 3x > 6 \end{cases} \begin{cases} x < 2,5, \\ x > 2. \end{cases}$$

$$x \in (2; 2,5).$$

Ответ: $x \in (2; 2,5)$.

5. а) $y(2) = 3$;

б) $y > 0$ при $x \in (-1; 1,5)$;

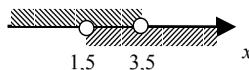
в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$.

6. Пусть x – всего учебников, тогда:

$$0,62x + 57 = x; \quad 0,38x = 57,$$

$$x = 150.$$

Ответ: 150 учебников.



7. $26 = \sqrt{26^2} = \sqrt{676}$; т.к. $676 < 686$, то $\sqrt{676} < \sqrt{686}$.

Ответ: $26 < \sqrt{686}$.

РАБОТА № 67

Вариант 1.

1. $\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab(a+b)} = \frac{a-b}{ab}$.

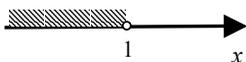
2. $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$; ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

$x+2+2x=x^2+2x$,

$x^2-x-2=0$;

по т. Виета $x_1=-1, x_2=2$.

Ответ: $x_1=-1, x_2=2$.



3. $2(1-x) \geq 5x - (3x+2)$;

$2-2x \geq 5x-3x-2$;

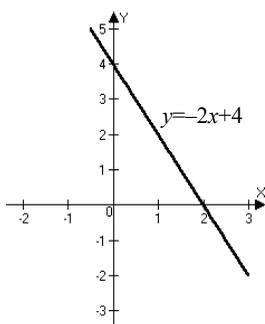
$4x \leq 4$; $x \leq 1$.

$x \in (-\infty; 1]$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1]$.

4. а) $y = -2x+4$.

График – прямая.



x	0	2
y	4	0

б) $y(36) = -72+4 = -68$; $-68 = -68$.

Равенство верно, значит, точка

$M(36; -68)$ принадлежит графику функции

$y = -2x+4$.

Ответ: график функции $y = -2x+x$ проходит

через точку $M(36; -68)$.

5. $\begin{cases} x-3x=8, \\ 2x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6y=16, \\ y=2x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=-10, \\ x=8+3y \end{cases} \begin{cases} y=-2, \\ x=2. \end{cases}$

Ответ: $(2; -2)$.

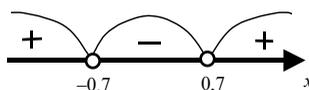
6. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{8 \cdot 5 \cdot 10} = \sqrt{400} = 20$.

7. $x^2 - 0,49 < 0$;

$(x-0,7)(x+0,7) < 0$,

$x \in (-0,7; 0,7)$.

Ответ: $x \in (-0,7; 0,7)$.



Вариант 2.

$$1. \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{(a^2 - b^2)}{a \cdot (a-b)} = \frac{(a-b)(a+b)}{a \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a}.$$

$$2. \frac{3}{x} - \frac{3}{x+4} = 1. \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -4,$$

$$3(x+4) - 3x = x^2 + 4x, \\ x^2 + 4x - 12 = 0;$$

по т. Виета $x_1 = -6, x_2 = 2$.

Ответ: $x_1 = -6, x_2 = 2$.

$$3. 3x - (2x - 7) \leq 3(1 + x); 3x - 2x + 7 \leq 3 + 3x.$$

$$2x \geq 4, x \geq 2,$$

$$x \in [2; \infty).$$

Ответ: $x \in [2; \infty)$.

$$4. \text{ а) } y = 2x + 6.$$

График – прямая.

x	0	-3
y	6	0

$$\text{б) } y(-42) = 84 + 6 = -78; -78 \neq 90.$$

Равенство неверное, значит, точка

$N(-42; -90)$ не принадлежит графику заданной функции.

Ответ: точка $N(-42; -90)$ не принадлежит графику функции $y = 2x + 6$.

$$5. \begin{cases} x - 4y = -1, \\ 3x - y = 8 \end{cases} \begin{cases} 3x - 12y = -3, \\ 3x - y = 8 \end{cases} \begin{cases} 11y = 11, \\ x = 4y - 1 \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 1).

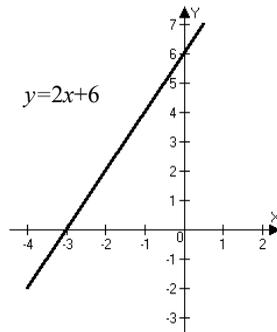
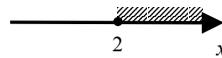
$$6. \sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 8 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12.$$

$$7. x^2 - 0,16 > 0;$$

$$(x - 0,4)(x + 0,4) > 0$$

$$x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty).$$

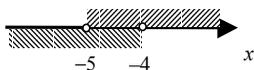
Ответ: $x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty)$.



РАБОТА № 68

Вариант 1.

$$1. \frac{2b-4b^2}{b+1} \cdot \frac{b+1}{2b^2} = \frac{(2b-4b^2) \cdot (b+1)}{(b+1) \cdot 2b^2} = \frac{2b(1-2b)}{2b^2} = \frac{1-2b}{b}.$$



$$2. \begin{cases} 2x+10 > 0, \\ 1-3x > 13 \end{cases} \begin{cases} 2x > -10, \\ 3x < -12 \end{cases} \begin{cases} x > -5, \\ x < -4. \end{cases}$$

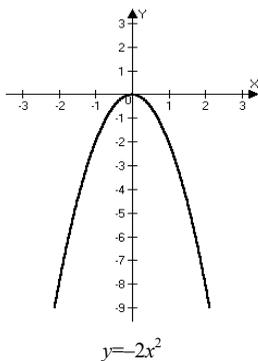
$$x \in (-5; -4).$$

Ответ: $x \in (-5; -4)$.

$$3. \frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2,$$

$$5(x+9) - 3(x-1) = 2; 5x+45 - 3x+3 = 30; 2x = -18; x = -9.$$

Ответ: $x = -9$.



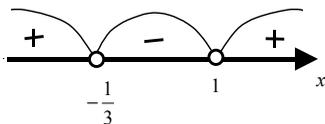
4. а) $y = -2x^2$. График парабола, ветви вниз.
Вершина: $x_0=0$; $y_0=y(0) = -2 \cdot 0 = 0$.

x	-1	0	1
y	-2	0	-2

$$б) y(3,5) = -2 \cdot (3,5)^2 = -2 \cdot 12,25 = -24,5.$$

Значит, $-24,5 = -2 \cdot (3,5)^2$ – верное равенство, значит, точка $M(3,5; -24,5)$ принадлежит графику функции $y = -2x^2$.

Ответ: график функции $y = -2x^2$ проходит через точку $M(3,5; -24,5)$.



$$5. 3x^2 - 2x - 1 < 0.$$

Нули:

$$3x^2 - 2x - 1 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - 3 \cdot (-1) = 1 + 3 = 4;$$

$$x_1 = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1.$$

$$(x + \frac{1}{3})(x - 1) < 0,$$

$$x \in (-\frac{1}{3}; 1)$$

Ответ: $x \in (-\frac{1}{3}; 1)$

$$6. \begin{cases} x^2 + 4y = 8, \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4y = 8, \\ 4x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = 0, \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 2, \\ x = 4, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: (0;2);(4;-2).

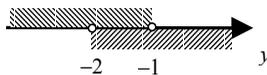
$$7. 1,2 \cdot 10^{-4} \vee 0,2 \cdot 10^{-3}; 0,00012 < 0,0002.$$

Ответ: $1,2 \cdot 10^{-4} < 0,2 \cdot 10^{-3}$.

Вариант 2.

$$1. \frac{a+2}{a^2} : \frac{a+2}{a-3a^2} = \frac{a+2}{a^2} \cdot \frac{a(1-3a)}{a+2} = \frac{(a+2)(1-3a)}{a \cdot (a+2)} = \frac{1-3a}{a}.$$

$$2. \begin{cases} 5y + 5 < 0, \\ 2 - 3y < 8 \end{cases} \begin{cases} 5y < -5, \\ 3y > -6 \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ y > -2. \end{cases}$$



$y \in (-2; -1)$.

Ответ: $y \in (-2; -1)$.

$$3. \frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3,$$

$$5(x-4) - 2(x-1) = 30,$$

$$5x - 20 - 2x + 2 = 30, 3x = 48; x = 16.$$

Ответ: $x = 16$.

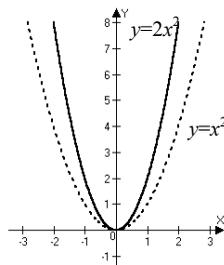
4. а) $y = 2x^2$. График – парабола, ветви вверх.

x	0	-1	1
y	0	2	2

$$б) y(-4,5) = 2 \cdot (-4,5)^2 = 2 \cdot 20,25 = 40,5. 40,5 = 40,5$$

Т. к. равенство верное, то точка $N(-4,5; 40,5)$ принадлежит графику функции $y = 2x^2$.

Ответ: точка $N(-4,5; 40,5)$ принадлежит графику функции $y = 2x^2$.



$$5. 2x^2 - 3x - 5 > 0.$$

Нули:

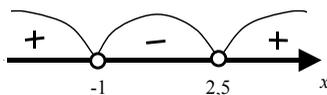
$$2x^2 - 3x - 5 = 0;$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49, x_1 = \frac{3-7}{4} = -1, x_2 = \frac{3+7}{4} = 2,5.$$

$$(x+1)(x-2,5) > 0.$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup (2,5; \infty).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (2,5; \infty)$.



$$6. \begin{cases} x^2 - 3y = -9, \\ x + y = 3 \end{cases}, \begin{cases} 3x + 3y = 9, \\ x^2 - 3y = -9 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 3x = 0, \\ y = 3 - x \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = 3, \\ y = 3 - x \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ x = -3 \\ y = 6 \end{cases}.$$

Ответ: (0;3); (-3;6).

$$7. 0,5 \cdot 10^{-3} \vee 5,3 \cdot 10^{-4};$$

$$0,0005 < 0,00053.$$

Ответ: $0,5 \cdot 10^{-3} < 5,3 \cdot 10^{-4}$.

РАБОТА № 69

Вариант 1.

$$1. (3x + 18)(2 - x) = 0;$$

$$3x + 18 = 0; \quad \text{или } 2 - x = 0;$$

$$x_1 = -6; \quad x_2 = 2.$$

Ответ: $x_1 = -6; x_2 = 2$.

$$2. \frac{a}{a+c} - \frac{2ac}{a^2-c^2} + \frac{c}{a-c} = \frac{a^2-ac-2ac+ac+c^2}{a^2-c^2} = \frac{a-c}{a+c}.$$



$$3. 2x - 4(x - 8) \leq 3x + 2;$$

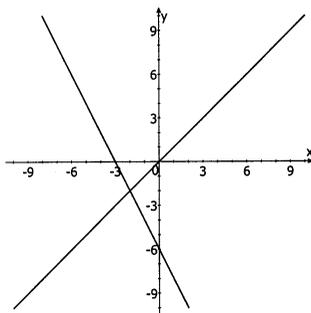
$$-2x + 32 \leq 3x + 2;$$

$$5x \geq 30; x \geq 6,$$

$$x \in [6; \infty).$$

Ответ: $x \in [6; \infty)$.

4.



$$\begin{cases} y = x, \\ y = -2x - 6 \end{cases}, \begin{cases} y = x, \\ -3x = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = -2, \\ y = -2. \end{cases}$$

Ответ: (-2; -2).

$$5. \begin{cases} x - y = 1, \\ x - 4y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 1, \\ y + 1 - 4y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0, \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ x = 1\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ: (1; 0); $(1\frac{1}{4}; \frac{1}{4})$.

$$6. 2x^2 + 7x - 4 = 0;$$

$$D = 49 + 32 = 81;$$

$$x_1 = -4, x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$2x^2 + 7x - 4 = (x + 4)(2x - 1).$$

$$7. x - 100\%;$$

$$126 - 90\%;$$

$$x = \frac{126 \cdot 100}{90} = 140.$$

Ответ: 140 юбок.

Вариант 2.

$$1. (6 - x)(5x + 40) = 0;$$

$$6 - x = 0 \quad \text{или} \quad 5x + 40 = 0;$$

$$x_1 = 6; \quad x_2 = -8.$$

Ответ: $x_1 = 6; x_2 = -8$.

$$2. \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} + \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 + ab - ab + b^2 + 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a-b}.$$

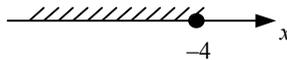
$$3. 12x - 16 \geq 11x + 2(3x + 2);$$

$$x - 16 \geq 6x + 4;$$

$$5x \leq -20; x \leq -4.$$

$$x \in (-\infty; -4].$$

Ответ: $x \in (-\infty; -4]$.

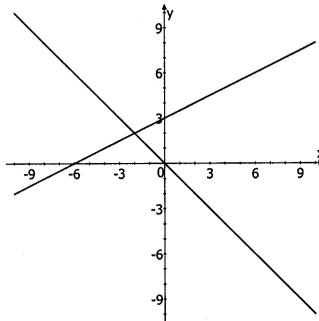


4.

$$\begin{cases} y = -x, \\ y = \frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x = -3, \\ y = -x \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: (-2; 2).



$$5. \begin{cases} x+2y^2=4 \\ x-y=4 \end{cases} | -$$

$$\begin{cases} 2y^2+y=0, \\ x=4+y \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{cases} y=0, \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \right. \\ \left. \begin{cases} x=4+y \end{cases} \right] \begin{cases} \left[\begin{cases} y=-\frac{1}{2}, \\ x=3\frac{1}{2} \end{cases} \right. \\ \left. \begin{cases} y=0, \\ x=4. \end{cases} \right]$$

Ответ: $(3\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$; $(4; 0)$.

$$6. 5x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$D = 9 + 40 = 49; x_1=1, x_2=-\frac{2}{5}.$$

$$5x^2 - 3x - 2 = (x-1)(5x+2).$$

$$7. x - 100\%;$$

$$195 - 130\%;$$

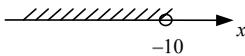
$$x = \frac{195 \cdot 100}{130} = 150.$$

Ответ: 150 батонов.

РАБОТА № 70

Вариант 1.

$$1. \frac{b}{a^2 - ab} : \frac{a}{a-b} \cdot ab = \frac{b^2(a-b)a}{a(a-b)a} = \frac{b^2}{a}.$$



$$2. 5(x+2) < x - 2(5-x);$$

$$5x + 10 < x - 10 + 2x;$$

$$2x < -20;$$

$$x < -10,$$

$$x \in (-\infty; -10).$$

Ответ: $x \in (-\infty; -10)$.

$$3. \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases} | \cdot 2$$

$$\begin{cases} 11x = 11, \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: $(1; -1)$.

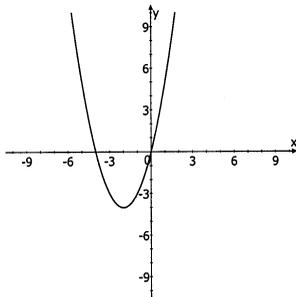
4. $\frac{15}{x^2} + \frac{2}{x} = 1$. ОДЗ: $x \neq 0$.

$x^2 - 2x - 15 = 0$, по т. Виета

$x_1 = 5, x_2 = -3$.

Ответ: $x_1 = 5, x_2 = -3$.

5. $y = x^2 + 4x$.



6. $Q = cm(t_2 - t_1); cmt_2 = Q + cmt_1;$

$t_2 = \frac{Q + cmt_1}{cm}$.

7. Если $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $c = \frac{\sqrt{6}}{3}$, то $2ac = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$.

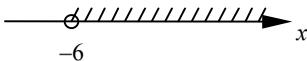
Вариант 2.

1. $\frac{xy + y^2}{x} \cdot \frac{y}{x + y} : xy = \frac{y^2(x + y)}{x^2 y(x + y)} = \frac{y}{x^2}$.

2. $2 - 3(x - 5) > 5(1 - x);$

$2 - 3x + 15 > 5 - 5x;$

$2x > -12; x > -6.$



$x \in (-6; \infty)$.

Ответ: $x \in (-6; \infty)$.

3. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 6x - 2y = 14 \end{cases} \cdot (-3) + \begin{cases} 11y = -11 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \begin{cases} y = -1 \\ x = 2. \end{cases}$

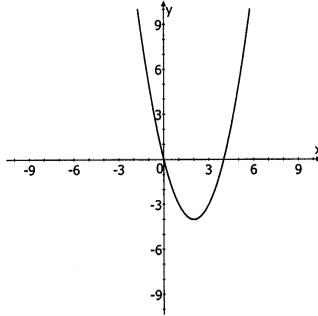
Ответ: (2; -1).

4. $\frac{14}{x^2} - \frac{5}{x} = 1$. ОДЗ: $x \neq 0$.

$x^2 + 5x - 14 = 0; x_1 = -7, x_2 = 2$. (по т. Виета).

Ответ: $x_1 = -7, x_2 = 2$.

5. $y = x^2 - 4x$.



6. $S = 2\pi r(r + H)$;
 $2\pi rH = S - 2\pi r^2$;

$$H = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}.$$

7. Если $a = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $x = \frac{\sqrt{10}}{2}$,

то $3ax = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$.

РАБОТА № 71

Вариант 1.

1. $\frac{1}{3}(4x + 2) = 2x - 1$;

$4x + 2 = 6x - 3$;

$x = 2,5$.

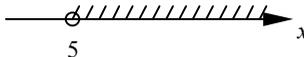
Ответ: $x = 2,5$.

2. $\frac{y^2 + xy}{15x} \cdot \frac{3x^2}{x^2 - y^2} = \frac{3yx^2(x + y)}{15x(x + y)(x - y)} = \frac{yx}{5x - 5y}$.

3. $7(1 - x) < 20 - 6(x + 3)$;

$7 - 7x < 20 - 6x - 18$;

$x > 5$.



$x \in (5; \infty)$.

Ответ: $x \in (5; \infty)$.

$$4. \begin{cases} 3xy = 1, \\ 6x + y = 3 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - 6x, \\ 9x - 18x^2 = 1 \end{cases}$$

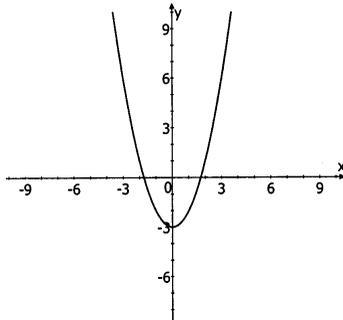
$$18x^2 - 9x + 1 = 0; D = 81 - 72 = 9;$$

$$\left[\begin{cases} x = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \\ y = 1 \end{cases} \right.$$

$$\left. \begin{cases} x = \frac{1}{6} \\ y = 2 \end{cases} \right]$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{3}; 1\right); \left(\frac{1}{6}; 2\right).$$

$$5. y = x^2 - 3.$$



$$6. 3x^2 + 5x + 2 = 0;$$

$$D = 25 - 24 = 1; x_1 = -1; x_2 = -\frac{2}{3}.$$

$$3x^2 + 5x + 2 = (x + 1)(3x + 2).$$

$$7. \text{ Если } a = 0,04 \text{ и } c = 0,64, \text{ то } \frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{c} = \frac{1}{0,2} - 0,8 = 5 - 0,8 = 4,2.$$

Вариант 2.

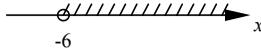
$$1. 2x - 12 = \frac{1}{4}(3x + 2).$$

$$8x - 48 = 3x + 2; 5x = 50; x = 10.$$

Ответ: $x = 10$.

$$2. \frac{x^2 - z^2}{3x^2} \cdot \frac{6x}{z^2 + xz} = \frac{(x-z)(x+z) \cdot 3 \cdot 2 \cdot x}{3 \cdot x \cdot x \cdot z(z+x)} = \frac{2(x-z)}{xz}.$$

$$3. \begin{cases} 8 - 5(x + 2) < 4(1 - x); \\ 8 - 5x - 10 < 4 - 4x; x > -6, \end{cases}$$



$$x \in (-6; \infty).$$

Ответ: $x \in (-6; \infty)$.

$$4. \begin{cases} 4y - x = 1, \\ 2xy = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4y - 1, \\ 8y^2 - 2y = 1 \end{cases}$$

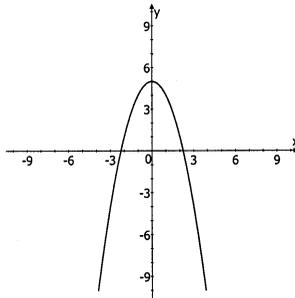
$$8y^2 - 2y - 1 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 8 = 9;$$

$$\left[\begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \right. \\ \left. \begin{cases} y = -\frac{1}{4} \\ x = -2 \end{cases} \right]$$

Ответ: $(1; \frac{1}{2}); (-2; -\frac{1}{4})$.

$$5. y = 5 - x^2.$$



$$6. 2x^2 - 7x + 6 = 0;$$

$$D = 49 - 48 = 1;$$

$$x_1 = 2, x_2 = \frac{3}{2}.$$

$$2x^2 - 7x + 6 = (x - 2)(2x - 3);$$

$$7. \text{ Если } b = 0,16 \text{ и } c = 0,25, \text{ то } \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{c}} = 0,4 - \frac{1}{0,5} = 0,4 - 2 = -1,6.$$

РАБОТА № 72

Вариант 1.

1. $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0;$

$x^2 - 4x - 12 = 0;$

по т. Виета

$x_1 = 6, x_2 = -2.$

Ответ: $x_1 = 6, x_2 = -2.$

2. $2c \cdot \frac{c}{a^2 - c^2} : \frac{c^2}{a^2 + ac} = \frac{2c^2 a(a+c)}{c^2(a+c)(a-c)} = \frac{2a}{(a-c)}.$

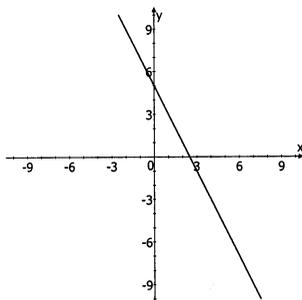
3. Пусть одно число a , тогда можно составить уравнение.

$-a + 1,5a = 7; 0,5a = 7;$

$a = 14; 1,5a = 21.$

Ответ: 14 и 21.

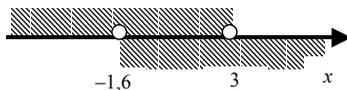
4. а)



б) по рисунку видно, что $y > 0$ при $x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right).$

5.
$$\begin{cases} x + 4 > 3x - 2, \\ 5x + 8 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3, \\ x > -\frac{8}{5} \end{cases}$$



$x \in (-1,6; 3).$

Ответ: $x \in (-1,6; 3).$

$$6. 2x^2 \leq 32; x^2 \leq 16;$$

$$(x-4)(x+4) \leq 0,$$



$$x \in [-4; 4].$$

$$\text{Ответ: } x \in [-4; 4].$$

$$7. V = \frac{1}{3}\pi R^2 H;$$

$$R^2 = \frac{3V}{\pi H}; \quad R = \sqrt{\frac{3V}{\pi H}}.$$

Вариант 2.

$$1. \frac{1}{3}x^2 - 4x + 9 = 0;$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0; \text{ по т. Виета}$$

$$x_1 = 9, x_2 = 3.$$

$$2. bc : \frac{b^2 - c^2}{3c} \cdot \frac{b-c}{c^2} = \frac{3bc \cdot c \cdot (b-c)}{c^2(b-c)(b+c)} = \frac{3b}{b+c}.$$

3. Пусть одно число a , тогда можно составить уравнение.

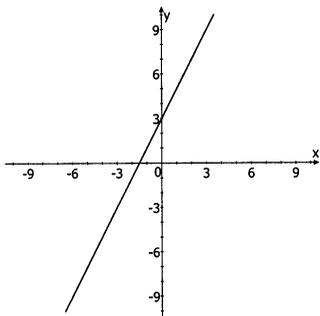
$$2,5a - a = 9;$$

$$\frac{3}{2}a = 9;$$

$$a = 6, \text{ тогда } 2,5a = 2,5 \cdot 6 = 15.$$

Ответ: 6 и 15.

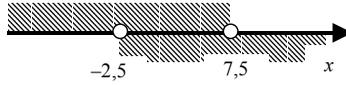
4. а)



б) по графику видно, что $y < 0$ при $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

$$5. \begin{cases} 2x + 7 > 4x - 8, \\ 10 + 4x > 0 \end{cases}$$

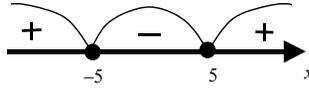
$$\begin{cases} 2x < 15, \\ x > -\frac{10}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7,5, \\ x > -2,5 \end{cases}$$



$$x \in (-2,5; 7,5).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2,5; 7,5).$$

$$6. 3x^2 \geq 75; x^2 \geq 25; (x - 5)(x + 5) \geq 0,$$



$$x \in (-\infty; -5] \cup [5; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -5] \cup [5; +\infty).$$

$$7. S = \frac{\pi d^2}{4}; \quad d^2 = \frac{4S}{\pi}; \quad d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

**ВТОРАЯ ЧАСТЬ
ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

$$1.1. 3x + xy^2 - x^2y - 3y = 3(x - y) + xy(y - x) = (x - y)(3 - xy).$$

$$1.2. a^2b - 2b + ab^2 - 2a = ab(a + b) - 2(a + b) = (a + b)(ab - 2).$$

$$2.1. 2a^2 - 2b^2 - a + b = 2(a^2 - b^2) - (a - b) = 2(a - b)(a + b) - (a - b) = \\ = (a - b)(2(a + b) - 1) = (a - b)(2a + 2b - 1).$$

$$2.2. x - y - 3x^2 + 3y^2 = (x - y) - 3(x^2 - y^2) = \\ = (x - y) - 3(x - y)(x + y) = (x - y)(1 - 3x - 3y).$$

$$3.1. 2x + y + y^2 - 4x^2 = (y + 2x) + (y^2 - 4x^2) = (y + 2x) + \\ + (y - 2x)(y + 2x) = (y + 2x)(1 + y - 2x).$$

$$3.2. a - 3b + 9b^2 - a^2 = (a - 3b) - (a^2 - 9b^2) = \\ = (a - 3b) - (a - 3b)(a + 3b) = (a - 3b)(1 - a - 3b).$$

$$4.1. a^3 - ab - a^2b + a^2 = (a^2 + a^3) - (ab + a^2b) = a^2(a + 1) - ab(1 + a) = \\ = (a + 1)(a^2 - ab) = a(a + 1)(a - b).$$

$$4.2. x^2y - x^2 - xy + x^3 = (x^2y + x^3) - (x^2 + xy) = x^2(y + x) - x(x + y) = \\ = (x + y)(x^2 - x) = x(x + y)(x - 1).$$

$$5.1. 1 - x^2 + 2xy - y^2 = 1 - (x^2 - 2xy + y^2) = \\ = 1 - (x - y)^2 = (1 - x + y)(1 + x - y).$$

$$5.2. a^2 - 9b^2 + 18bc - 9c^2 = a^2 - (9b^2 - 18bc + 9c^2) = \\ = a^2 - (3b - 3c)^2 = (a - 3b + 3c)(a + 3b - 3c).$$

$$6.1. 2x^2 - 20xy + 50y^2 - 2 = 2(x^2 - 10xy + 25y^2 - 1) = \\ = 2((x - 5y)^2 - 1) = 2(x - 5y - 1)(x - 5y + 1).$$

$$7.1. ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2 = (ac^4 - c^4) - (ac^2 - c^2) = c^4(a - 1) - c^2(a - 1) = \\ = (a - 1)(c^4 - c^2) = c^2(a - 1)(c - 1)(c + 1).$$

$$7.2. x^3y^2 - xy - x^3 + x = x^3(y^2 - 1) - x(y - 1) = \\ = x^3(y - 1)(y + 1) - x(y - 1) = x(y - 1)(x^2(y + 1) - 1) = x(y - 1)(x^2y + x^2 - 1).$$

$$\begin{aligned} 8.1. \quad ab^2 - b^2y - ax + xy + b^2 - x &= (ab^2 - b^2y + b^2) - (ax - xy + x) = \\ &= b^2(a - y + 1) - x(a - y + 1) = (a - y + 1)(b^2 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.2. \quad a^2b - ab^2 - ac + ab + bc - c &= (a^2b - ac) - (ab^2 - bc) + (ab - c) = \\ &= a(ab - c) - b(ab - c) + (ab - c) = (ab - c)(a - b + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.1. \quad ax^2 - 2ax - bx^2 + 2bx - b + a &= (ax^2 - 2ax + a) - (bx^2 - 2bx + b) = \\ &= a(x^2 - 2x + 1) - b(x^2 - 2x + 1) = (x - 1)^2(a - b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.2. \quad by^2 + 4by - cy^2 - 4cy - 4c + 4b &= (by^2 - cy^2) + (4by - 4cy) - 4(c - b) = \\ &= y^2(b - c) + 4y(b - c) + 4(b - c) = (b - c)(y^2 + 4y + 4) = (b - c)(y + 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10.1. \quad (x^2 + y^2)^3 - 4x^2y^2(x^2 + y^2) &= (x^2 + y^2)((x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2) = \\ &= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 2xy)(x^2 + y^2 + 2xy) = (x^2 + y^2)(x - y)^2(x + y)^2 = \\ &= (x^2 + y^2)(x - y)(x - y)(x + y)(x + y) = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x^2 - y^2) = \\ &= (x^4 - y^4)(x^2 - y^2), \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10.2. \quad 4a^2b^2(a^2 + b^2) - (a^2 + b^2)^3 &= (a^2 + b^2)(4a^2b^2 - (a^2 + b^2)^2) = (a^2 + b^2) \times \\ &\times (2ab - a^2 - b^2)(2ab + a^2 + b^2) = - (a^2 + b^2)(a^2 - 2ab + b^2)(a + b)^2 = \\ &= - (a^2 + b^2)(b - a)^2(a + b)^2 = (a^2 + b^2)(b - a)(a - b)(a + b) = (a^2 + b^2) \times \\ &\times (b^2 - a^2)(a^2 - b^2) = (b^4 - a^4)(a^2 - b^2) = (b^2 - a^2)(a^4 - b^4), \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11.1. \quad \left(a - \frac{4a-9}{a-2}\right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2}\right) &= \frac{a(a-2) - (4a-9)}{a-2} : \frac{2a(a-2) - 2a}{a-2} = \\ &= \frac{a^2 - 2a - 4a + 9}{a-2} : \frac{2a^2 - 4a - 2a}{a-2} = \frac{a^2 - 6a + 9}{a-2} : \frac{2a^2 - 6a}{a-2} = \\ &= \frac{(a-3)^2 \cdot (a-2)}{(a-2) \cdot 2a(a-3)} = \frac{a-3}{2a} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{a-3}{2a}.$$

$$\begin{aligned} 11.2. \quad \left(3x - \frac{3x}{x-4}\right) : \left(x - \frac{6x-25}{x-4}\right) &= \frac{3x^2 - 12x - 3x}{x-4} : \frac{x^2 - 4x - 6x + 25}{x-4} = \\ &= \frac{3x^2 - 15x}{x-4} \cdot \frac{x-4}{x^2 - 10x + 25} = \frac{3x(x-5)}{(x-5)^2} = \frac{3x}{x-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12.1. \quad \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2}\right) : \left(\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x}\right) &= \\ &= \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{(2x+y)^2}\right) : \left(\frac{2x}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{1}{y-2x}\right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2x(2x+y)-4x^2}{(2x+y)^2} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{2x-(2x+y)} = \frac{2xy}{(2x+y)^2} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{-y} = \\
 &= \frac{2xy \cdot (2x-y)(2x+y)}{(2x+y)^2 \cdot (-y)} = -\frac{2x(2x-y)}{2x+y} = \frac{2x(y-2x)}{2x+y}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12.2. & \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+b^2+2ab} \right) : \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a^2}{b^2-a^2} \right) = \\
 &= \frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2} : \frac{ab-a^2+a^2}{b^2-a^2} = \frac{a^2b(a+b)(b-a)}{(a+b)^2 ab} = \frac{(b-a)a}{a+b}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13.1. & \left(\frac{x+5y}{x^2-5xy} - \frac{x-5y}{x^2+5xy} \right) \cdot \frac{25y^2-x^2}{5y^2} = \\
 &= \frac{(x+5y)^2 - (x-5y)^2}{x(x-5y)(x+5y)} \cdot \frac{25y^2-x^2}{5y^2} = \\
 &= \frac{(x+5y-x+5y)(x+5y+x-5y)(25y^2-x^2)}{x(x-5y)(x+5y) \cdot 5y^2} = \frac{10y \cdot 2x}{-x \cdot 5y^2} = -\frac{4}{y}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13.2. & \left(\frac{a-2b}{a^2+2ab} - \frac{a+2b}{a^2-2ab} \right) : \frac{4b^2}{4b^2-a^2} = \frac{(a-2b)^2 - (a+2b)^2}{a(a^2-4b^2)} \cdot \frac{4b^2-a^2}{4b^2} = \\
 &= \frac{-8ab}{-a \cdot 4b^2} = \frac{2}{b}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14.1. & \left(a+1 + \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2}{1-2a+a^2} = \frac{(a+1)(a-1)+1}{a-1} : \frac{a^2}{(1-a)^2} = \\
 &= \frac{a^2-1+1}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a^2} = \frac{a^2 \cdot (a-1)}{a^2} = a-1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14.2. & \left(y+2 + \frac{8}{y-2} \right) : \frac{y^2+4}{4-4y+y^2} = \\
 &= \frac{y^2-4+8}{y-2} \cdot \frac{(2-y)^2}{y^2+4} = \frac{(y^2+4)(y-2)^2}{(y^2+4)(y-2)} = y-2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15.1. & \frac{x-3}{4x^2+24x+36} : \left(\frac{x}{3x-9} - \frac{3}{x^2+3x} + \frac{x^2+9}{27-3x^2} \right) = \\
 &= \frac{x-3}{4(x+3)^2} : \left(\frac{x^2(x+3)-9(x-3)-x(x^2+9)}{3x(x-3)(x+3)} \right) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{x-3}{4(x+3)^2} \cdot \left(\frac{3x(x-3)(x+3)}{x^3+3x^2-9x+27-x^3-9x} \right) = \frac{x-3}{4(x+3)^2} \times$$

$$\times \frac{3x(x-3)(x+3)}{3x^2-18x+27} = \frac{(x-3) \cdot 3x(x-3)(x+3)}{4(x+3)^2 \cdot 3(x-3)^2} = \frac{x}{4(x+3)}.$$

$$15.2. \left(\frac{y}{4y+16} - \frac{y^2+16}{4y^2-64} - \frac{4}{y^2-4y} \right) \cdot \frac{3y^2-24y+48}{y+4} =$$

$$= \frac{y^2(y-4) - (y^2+16)y - 16(y+4)}{4y(y^2-16)} \cdot \frac{3y^2-24y+48}{y+4} =$$

$$= \frac{y^3-4y^2-y^3-16y-16y-64}{4y(y^2-16)} \cdot \frac{3(y-4)^2}{y+4} =$$

$$= \frac{-4(y+4)^2 \cdot 3(y-4)^2}{4y(y^2-16)(y+4)} = \frac{-3(y-4)}{y} = \frac{12-3y}{y}.$$

$$16.1. \left(\frac{x}{x^2-25} + \frac{5}{5-x} + \frac{1}{x+5} \right) : \left(x-5 + \frac{28-x^2}{x+5} \right) =$$

$$= \frac{x-5(x+5) + (x-5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x^2-25+28-x^2}{x+5} = \frac{x-5x-25+x-5}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x+5}{3} =$$

$$= \frac{-3x-30}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x+5}{3} = \frac{-3(x+10)(x+5)}{(x-5)(x+5) \cdot 3} = \frac{x+10}{x-5} = \frac{x+10}{5-x}.$$

$$16.2. \left(\frac{12-a^2}{a+3} + a-3 \right) : \left(\frac{1}{a+3} + \frac{a}{a^2-9} + \frac{5}{3-a} \right) =$$

$$= \frac{12-a^2+a^2-9}{a+3} : \left(\frac{a-3+a-5(a+3)}{a^2-9} \right) =$$

$$= \frac{3}{a+3} \cdot \frac{(a-3)(a+3)}{-3a-18} = \frac{a-3}{-a-6} = \frac{3-a}{a+6}.$$

$$17.1. \left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{1}{a^2-b^2} \cdot \frac{(b-a)^2}{a+b} \right) : \frac{a-b}{a^2+ab} =$$

$$= \left(\frac{a-b}{a(a+b)} - \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)^2} \right) \cdot \frac{a(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)(a-b)(a+b) - a(a-b)^2}{a(a-b)(a+b)^2} \times$$

$$\times \frac{a(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)^2(a+b-a)}{(a-b)(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)^2 \cdot b}{(a-b)^2(a+b)} = \frac{b}{a+b}.$$

$$\begin{aligned}
17.2. & \left(\frac{1}{4x^2 - y^2} - \frac{2x+y}{(y-2x)^2} - \frac{2x-y}{4x^2 + 2xy} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} = \\
& = \left(\frac{(y-2x)^2}{(2x+y)(2x-y)(2x+y)} - \frac{2x-y}{4x^2 + 2xy} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} = \\
& = \left(\frac{-y+2x}{(2x+y)^2} - \frac{2x-y}{2x(2x+y)} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} = \\
& = \frac{2x-y}{y^2} - \frac{(2x-y)(2x+y)}{2xy^2} = \frac{4x^2 - 2xy - 4x^2 + y^2}{2xy^2} = \\
& = \frac{y(y-2x)}{2xy^2} = \frac{y-2x}{2xy}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18.1. & \frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(z-x)(y-x)} = \\
& = \frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(x-z)(x-y)} = \\
& = \frac{x-z - (x-y) - (y-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)} = \frac{x-z-x+y-y+z}{(x-y)(y-z)(x-z)} = \frac{0}{(x-y)(y-z)(x-z)} = 0,
\end{aligned}$$

ч.т.д.

$$\begin{aligned}
18.2. & \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0. \\
1) & \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} = \frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(a-b)(b-c)} = \\
& = \frac{b-c - (a-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b-c-a+c}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
& = \frac{-(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{-1}{(a-c)(b-c)}; \\
2) & \frac{-1}{(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = \frac{-1}{(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(a-c)(b-c)} = 0, \text{ ч.т.д.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
19.1. & \frac{1}{(y-1)(y-2)} + \frac{1}{(y-2)(y-3)} + \frac{1}{(y-3)(y-4)} = \\
& = \frac{(y-3)(y-4) + (y-1)(y-4) + (y-1)(y-2)}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} = \\
& = \frac{y^2 - 7y + 12 + y^2 - 5y + 4 + y^2 - 3y + 2}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{3y^2 - 15y + 18}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} = \frac{3(y^2 - 5y + 6)}{(y-1)(y-4)(y^2 - 5y + 6)} = \frac{3}{(y-1)(y-4)},$$

ч.т.д.

$$19.2. \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-5)} + \frac{1}{(x-5)(x-7)} = \frac{3}{(x-1)(x-7)}.$$

$$1) \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-5)} = \frac{x-5+x-1}{(x-1)(x-3)(x-5)} =$$

$$= \frac{2x-6}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{2(x-3)}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{2}{(x-1)(x-5)};$$

$$2) \frac{2}{(x-1)(x-5)} + \frac{1}{(x-5)(x-7)} = \frac{2x-14+x-1}{(x-1)(x-5)(x-7)} =$$

$$= \frac{3x-15}{(x-1)(x-5)(x-7)} = \frac{3(x-5)}{(x-1)(x-5)(x-7)} = \frac{3}{(x-1)(x-7)}, \text{ ч.т.д.}$$

$$20.1. \left(\frac{c}{c-2} - \frac{c}{c+2} - \frac{c^2+4}{4-c^2} \right) \cdot \frac{(2-c)^2}{2c+c^2} =$$

$$= \frac{c(c+2) - c(c-2) + c^2 + 4}{(c-2)(c+2)} \cdot \frac{(c-2)^2}{c(2+c)} = \frac{c^2 + 2c - c^2 + 2c + c^2 + 4}{(c-2)(c+2)} \cdot x$$

$$\times \frac{(c-2)^2}{c(c+2)} = \frac{c^2 + 4c + 4}{(c+2)} \cdot \frac{(c-2)}{c(c+2)} = \frac{(c+2) \cdot (c-2)}{(c+2) \cdot c(c+2)} = \frac{c-2}{c}.$$

$$20.2. \frac{x^2+3x}{(x-3)^2} : \left(\frac{3}{x+3} + \frac{x^2+9}{x^2-9} - \frac{3}{3-x} \right) =$$

$$= \frac{x(x+3)}{(x-3)^2} : \left(\frac{3x-9+x^2+9+3x+9}{x^2-9} \right) =$$

$$= \frac{x(x+3)}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x^2+6x+9} = \frac{x(x+3)^2}{(x-3)(x+3)^2} = \frac{x}{x-3}.$$

$$21.1. \left(\frac{m}{m-6} - \frac{2m}{m^2-12m+36} \right) \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$= \frac{m(m-6) - 2m}{(m-6)^2} \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$= \frac{m^2-6m-2m}{(m-6)^2} \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} = \frac{(m^2-8m)(36-m^2)}{(m-6)^2 \cdot (m-8)} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-m(m-8) \cdot (m-6)(m+6)}{(m-6)^2 \cdot (m-8)} + \frac{12m}{m-6} = \\
 &= \frac{-m(m+6)}{m-6} + \frac{12m}{m-6} = \frac{-m^2 - 6m + 12m}{m-6} = \frac{m(m-6)}{m-6} = -m.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21.2. & \left(\frac{3n}{n-4} - \frac{6n}{n^2 - 8n + 16} \right) : \frac{n-6}{16-n^2} + \frac{24n}{n-4} = \\
 &= \frac{3n^2 - 12n - 6n}{(n-4)^2} \cdot \frac{(4-n)(4+n)}{n-6} + \frac{24n}{n-4} = \frac{3n(n-6)(4+n)}{(4-n)(n-6)} + \frac{24n}{n-4} = \\
 &= \frac{3n(4+n)}{(4-n)} + \frac{24n}{n-4} = \frac{24n - 12n - 3n^2}{n-4} = \frac{3n(4-n)}{n-4} = -3n.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22.1. & \left(\frac{1}{x+y} - \frac{x}{y^2 + xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3 - xy^2} - \frac{y}{x^2 - xy} \right) = \\
 &= \frac{y-x}{y(x+y)} \cdot \left(\frac{y^2}{x(x-y)(x+y)} - \frac{y \cdot (x+y)}{x(x-y)(x+y)} \right) = \\
 &= \frac{y-x}{y(x+y)} \cdot \frac{y^2 - y(x+y)}{x(x-y)(x+y)} = \frac{-1}{y(x+y)} \cdot \frac{y^2 - xy - y^2}{x(x+y)} = \frac{xy}{xy(x+y)^2} = \frac{1}{(x+y)^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22.2. & \left(\frac{b}{a^2 - ab} - \frac{1}{a-b} \right) : \left(\frac{a+b}{a^2 - ab} - \frac{b}{ab - b^2} \right) = \\
 &= \frac{b-a}{a(a-b)} : \left(\frac{ab + b^2 - ba}{ab(a-b)} \right) = \frac{b-a}{a(a-b)} \cdot \frac{ab(a-b)}{b^2} = \frac{b-a}{b}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23.1. & \left(\frac{3}{(2-x)^2} + \frac{2}{x^2 - 4} \right) \cdot (x-2)^2 - \frac{5x}{x+2} = \\
 &= \frac{3(x-2)^2}{(x-2)^2} + \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} - \frac{5x}{x+2} = 3 + \frac{2(x-2)}{x+2} - \frac{5x}{x+2} = \\
 &= \frac{3(x+2) + 2(x-2) - 5x}{x+2} = \frac{3x+6+2x-4-5x}{x+2} = \frac{2}{x+2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23.2. & \left(\frac{2}{(3-x)^2} + \frac{3}{x^2 - 9} \right) \cdot (x-3)^2 - \frac{5x}{x+3} = \\
 &= \frac{2x+6+3x}{(x^2-9)(-3)} \cdot (x-3)^2 - \frac{5x}{x+3} = \frac{5x-3}{x+3} - \frac{5x}{x+3} = \frac{-3}{x+3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
24.1. & \left(\frac{a+2}{2-a} - \frac{2-a}{2+a} - \frac{4a^2}{a^2-4} \right) : \left(\frac{1}{a^3+a^2} - \frac{1-a}{a^2} - 1 \right) = \\
& = \left(\frac{a+2}{2-a} - \frac{2-a}{2+a} + \frac{4a^2}{(2-a)(2+a)} \right) : \left(\frac{1}{a^2(a+1)} - \frac{(1-a)(a+1)}{a^2 \cdot (a+1)} - \frac{a^2(a+1)}{a^2(a+1)} \right) = \\
& = \frac{(a+2)^2 - (2-a)^2 + 4a^2}{(2-a)(2+a)} : \frac{1 - (1-a)(1+a) - a^2(a+1)}{a^2 \cdot (a+1)} = \\
& = \frac{a^2 + 4a + 4 - 4 + 4a - a^2 + 4a^2}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{a^2 \cdot (a+1)}{1 - 1 + a^2 - a^3 - a^2} = \\
& = \frac{4a^2 + 8a}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{a^2(a+1)}{-a^3} = \frac{4a(a+2)}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{(a+1)}{-a} = \\
& = \frac{4a}{2-a} \cdot \frac{a+1}{-a} = \frac{4a+4}{a-2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
24.2. & \left(\frac{a^2}{b^3 - ab^2} + \frac{a-b}{b^2} - \frac{2}{b} \right) : \left(\frac{a+b}{b-a} - \frac{b-a}{b+a} - \frac{4a^2}{a^2 - b^2} \right) = \\
& = \frac{a^2 - (a-b)^2 - 2b(b-a)}{b^3 - ab^2} : \left(\frac{4a^2 + (a+b)^2 - (b-a)^2}{(b^2 - a^2)} \right) = \\
& = \frac{a^2 - a^2 - b^2 + 2ab - 2b^2 + 2ab}{b^2(b-a)} \cdot \frac{b^2 - a^2}{4a^2 + 4ab} = \\
& = \frac{(4ab - 3b^2)(b^2 - a^2)}{4ab^2(b-a)(b+a)} = \frac{b(4a - 3b)}{4ab^2} = \frac{4a - 3b}{4ba}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
25.1. & \left(\frac{3}{x-4} + \frac{4x-6}{x^2-3x-4} + \frac{2x}{x+1} \right) \cdot \frac{x}{2x-3} = \\
& = \frac{3(x+1) + 4x - 6 + 2x(x-4)}{(x+1)(x-4)} \cdot \frac{x}{2x-3} = \\
& = \frac{(3x+3+4x-6+2x^2-8x) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} = \frac{(2x^2-x-3) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} =
\end{aligned}$$

(по т. Виета)

$$= \frac{(x+1)(2x-3) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} = \frac{x}{x-4}.$$

$$\text{Ответ : } \frac{x}{x-4}.$$

$$25.2. \left(\frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3} \right) \cdot \frac{x}{2x-5} =$$

$$= \frac{(2x+6+3x-21+2x^2-4x)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)} = \frac{(2x^2+x-15)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)}$$

Разложим $2x^2+x-15$ на множители:

$$2x^2+x-15=0; D=1+120=121,$$

$$x_1 = \frac{-1-11}{4} = \frac{-12}{4} = -3;$$

$$x_2 = \frac{-1+11}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

$$2x^2+x-15=2(x+3)(x-2,5)=(x+3)(2x-5).$$

Тогда дробь примет вид: $\frac{(x+3)(2x-5)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)} = \frac{x}{x-2}.$

$$26.1. \frac{x+40}{x^3-16x} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2} \right) =$$

$$= \frac{x+40}{x(x^2-16)} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} + \frac{16}{x^2-16} \right)$$

Разложим $3x^2+11x-4$ на множители:

$$3x^2+11x-4=0;$$

$$D=121+48=169,$$

$$x_1 = \frac{-11-13}{6} = \frac{-24}{6} = -4;$$

$$x_2 = \frac{-11+13}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$3x^2+11x-4=3(x+4)\left(x-\frac{1}{3}\right)=(x+4)(3x-1).$$

Тогда дробь примет вид:

$$\frac{x+40}{x(x^2-16)} : \frac{(x-4)(x-4)+16(3x-1)}{(x+4)(x-4)(3x-1)} =$$

$$= \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x+4)(x-4)(3x-1)}{x^2-8x+16+48x-16} =$$

$$= \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x^2-16)(3x-1)}{x^2+40x} = \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x^2-16)(3x-1)}{x(x+40)} =$$

$$= \frac{3x-1}{x^2}.$$

$$26.2. \frac{x-4}{x^3-x} : \left(\frac{x-1}{2x^2+3x+1} - \frac{1}{x^2-1} \right)$$

Разложим $2x^2+3x+1$ на множители:

$$2x^2+3x+1=0$$

$$D=3^2-4\cdot 2\cdot 1=1$$

$$x_1 = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1; \quad x_2 = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$2x^2+3x+1=2(x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right)=(x+1)(2x+1).$$

Тогда дробь примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{x-4}{x(x^2-1)} : \left(\frac{(x-1)^2 - (2x+1)}{(x+1)(x-1)(2x+1)} \right) = \\ & = \frac{(x-4)(x^2-1)(2x+1)}{x(x^2-1)(x^2-2x+1-2x-1)} = \frac{(x-4)(2x+1)}{x(x^2-4x)} = \frac{2x+1}{x^2}. \end{aligned}$$

$$27.1. \frac{9x^2-4}{2x^2-5x+2} \cdot \frac{2-x}{3x+2} + \frac{x}{1-2x};$$

Разложим $2x^2-5x+2$ на множители:

$$2x^2-5x+2=0;$$

$$D=25-16=9,$$

$$x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

$$2x^2-5x+2=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)=(2x-1)(x-2).$$

Тогда дробь примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{(3x-2)(3x+2)}{(x-2)(2x-1)} \cdot \frac{2-x}{3x+2} + \frac{x}{1-2x} = \\ & = \frac{-3x+2}{2x-1} - \frac{x}{2x-1} = \frac{-3x+2-x}{2x-1} = \frac{-4x+2}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)}{2x-1} = -2. \end{aligned}$$

$$27.2. \frac{4x^2-9}{2x^2-7x+3} : \frac{3+2x}{1-2x} + \frac{9-4x}{3-x};$$

Разложим $2x^2-7x+3=0$ на множители:

$$2x^2-7x+3=0;$$

$$D=49-4\cdot 2\cdot 3=49-24=25,$$

$$x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3) = (2x-1)(x-3).$$

Тогда дробь примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{(2x-3)(2x+3)(1-2x)}{(2x-1)(x-3)(3+2x)} + \frac{9-4x}{3-x} &= -\frac{2x-3}{x-3} + \frac{9-4x}{3-x} \\ &= \frac{9-4x+2x-3}{3-x} = \frac{6-2x}{3-x} = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{28.1.} \quad \frac{3c-2}{c+2} - \frac{c}{c+2} : \frac{c}{c^2-4} - \frac{4c}{c+2} &= \\ &= \frac{3c-2}{c+2} - \frac{c(c-2)(c+2)}{(c+2) \cdot c} - \frac{4c}{c+2} = \frac{3c-2}{c+2} - (c-2) - \frac{4c}{c+2} = \\ &= \frac{3c-2-4c}{c+2} - (c-2) = \frac{-c-2}{c+2} - c + 2 = -1 - c + 2 = 1 - c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{28.2.} \quad \frac{2}{x-1} - \frac{10}{x-1} : \frac{10}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} &= \\ &= -\frac{10(x-1)(x+1)}{10(x-1)} + \frac{2-x-1}{x-1} = -x-1 + \frac{1-x}{x-1} = -x-2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{29.1.} \quad \left(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{a+2}{a^2+a-2} \right) : \frac{1}{(2a-2)^2} &= (\text{по т. Виета}) = \\ &= \left(\frac{a}{(a-1)^2} - \frac{a+2}{(a+2)(a-1)} \right) \cdot (2a-2)^2 = \frac{a(a+2) - (a+2)(a-1)}{(a-1)^2(a+2)} \cdot 4(a-1)^2 = \\ &= \frac{(a+2)(a-a+1) \cdot 4(a-1)^2}{(a-1)^2(a+2)} = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

$$\mathbf{29.2.} \quad \left(\frac{c+2}{c^2-c-6} - \frac{c}{c^2-6c+9} \right) \cdot (2c-6)^2 = -12.$$

$$c^2 - c - 6 = 0;$$

$$D = 1 + 24 = 25,$$

$$D > 0;$$

$$c_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2},$$

$$c_1 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2;$$

$$c_2 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

$$6)c^2 - c - 6 = (c+2)(c-3).$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c+2}{c^2 - c - 6} - \frac{c}{c^2 - 6c + 9} \right) \cdot (2c-6)^2 = \left(\frac{c+2}{(c-3)(c+2)} - \frac{c}{(c-3)^2} \right) \times \\ & \times (2c-6)^2 = \left(\frac{1}{c-3} - \frac{c}{(c-3)^2} \right) \cdot (2c-6)^2 = \left(\frac{c-3-c}{(c-3)^2} \right) \cdot (2c-6)^2 \\ & \frac{-3}{(c-3)^2} \cdot (2c-6)^2 = \frac{-3}{(c-3)^2} \cdot 4(c-3)^2 = \frac{-3 \cdot 4 \cdot (c-3)^2}{(c-3)^2} = -12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{30.1.} \quad & \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4 - y^4} = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \\ & = \frac{x(x^2 - y^2) - y(x-y)^2}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \frac{x^3 - xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \\ & = \frac{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \frac{x^2(x-y) + y^2(x-y)}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)} = \\ & = \frac{(x-y)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)(x+y)} = \frac{1}{x+y}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{30.2.} \quad & \frac{b(a+b)^2}{a^4 - b^4} + \frac{a}{a^2 + b^2} = \frac{b(a^2 + 2ab + b^2) + a(a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} = \\ & = \frac{a^2b + 2ab^2 + b^3 + a^3 - ab^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} = \frac{(a^2b + b^3) + (ab^2 + a^3)}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} = \\ & = \frac{b(a^2 + b^2) + a(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} = \frac{(a^2 + b^2)(b+a)}{(a-b)(a+b)(a^2 - b^2)} = \frac{1}{a-b}. \end{aligned}$$

$$\mathbf{31.1.} \quad \frac{3x^2 - 7x + 2}{2 - 6x} = \frac{(3x-1)(x-2)}{2(1-3x)} = -\frac{x-2}{2}.$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25,$$

$$x_1 = \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2.$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 3 \left(x - \frac{1}{3} \right) (x-2) = (3x-1)(x-2).$$

$$31.2. \frac{5x^2 - 12x + 4}{6 - 15x};$$

$$5x^2 - 12x + 4 = 0;$$

$$D = 144 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 64.$$

$$x_1 = \frac{12 - 8}{10} = 0,4, \quad x_2 = \frac{12 + 8}{10} = 2.$$

$$5x^2 - 12x + 4 = 5 \cdot \left(x - \frac{2}{5}\right)(x - 2) = (5x - 2)(x - 2).$$

$$\frac{(5x - 2)(x - 2)}{3(2 - 5x)} = \frac{-x + 2}{3}.$$

$$32.1. \frac{3x^2 - 2x}{6 - 7x - 3x^2};$$

$$6 - 7x - 3x^2 = 0;$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0;$$

$$D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121,$$

$$x_1 = \frac{-7 - 11}{6} = \frac{-18}{6} = -3; \quad x_2 = \frac{-7 + 11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$-3x^2 - 7x + 6 = -3(x + 3)\left(x - \frac{2}{3}\right) = -(x + 3)(3x - 2).$$

$$\frac{x(3x - 2)}{-(x + 3)(3x - 2)} = -\frac{x}{x + 3}.$$

$$32.2. \frac{7x^2 - x}{2 - 13x - 7x^2};$$

$$2 - 13x - 7x^2 = 0;$$

$$7x^2 + 13x - 2 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-2) = 169 + 56 = 225;$$

$$x_1 = \frac{-13 - 15}{14} = -\frac{28}{14} = -2; \quad x_2 = \frac{-13 + 15}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}.$$

$$-7x^2 - 13x + 2 = -7(x + 2)\left(x - \frac{1}{7}\right) = -(x + 2)(7x - 1).$$

$$\frac{x(7x - 1)}{(x + 2)(7x - 1)} = -\frac{x}{x + 2}.$$

$$33.1. \frac{16a^2 - 8a + 1}{1 - 4a + x - 4ax} = \frac{(4a - 1)^2}{(1 - 4a) + x(1 - 4a)} = \frac{(4a - 1)^2}{(1 - 4a)(1 + x)} = \frac{1 - 4a}{1 + x}.$$

$$33.2. \frac{1-6c+y-6cy}{1-12c+36c^2} = \frac{1-6c+y-6cy}{(1-6c)^2};$$

$$1-6c+y-6cy=(1-6c)+(y-6cy)=(1-6c)+y(1-6c)=(1-6c)(1+y).$$

$$\frac{(1-6c)(1+y)}{(1-6c)^2} = \frac{1+y}{1-6c}.$$

$$34.1. \frac{(6-3x)^2}{3x^2+3x-18} = \frac{9(2-x)^2}{3(x^2+x-6)} = (\text{по т. Виета}) = \frac{3(2-x)^2}{(x-2)(x+3)} =$$

$$= \frac{3(x-2)}{x+3} = \frac{3x-6}{x+3}.$$

$$34.2. \frac{2x^2+2x-24}{(6-2x)^2} = \frac{2(x^2+x-12)}{4(x-3)^2} = (\text{по т. Виета}) =$$

$$= \frac{2(x+4)(x-3)}{4(x-3)^2} = \frac{x+4}{2(x-3)}.$$

$$35.1. \frac{9a^2-9a+2}{1-3a+b-3ab};$$

Разложим числитель на множители:

$$9a^2-9a+2=0; D=81-4\cdot9\cdot2=9,$$

$$a_1 = \frac{9-3}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; a_2 = \frac{9+3}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

$$9a^2+9a+2 = 9\left(a-\frac{1}{3}\right)\left(a-\frac{2}{3}\right) = 3\left(a-\frac{1}{3}\right) \cdot 3\left(a-\frac{2}{3}\right) = (3a-1) \cdot (3a-2).$$

$$\frac{(3a-1)(3a-2)}{(1-3a)+b(1-3a)} = \frac{-(1-3a)(3a-2)}{(1-3a)(1+b)} = -\frac{3a-2}{1+b}.$$

$$35.2. \frac{2-5m-2n+5mn}{10^2-9m+2};$$

Разложим знаменатель на множители:

$$10m^2-9m+2=0;$$

$$D=(-9)^2-4\cdot10\cdot2=81-80=1,$$

$$m_1 = \frac{9-1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; m_2 = \frac{9+1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$10m^2-9m+2 = 10\left(m-\frac{2}{5}\right)\left(m-\frac{1}{2}\right) = (5m-2)(2m-1).$$

$$\frac{(2-5m)-(2n-5mn)}{(5m-2)(2m-1)} = \frac{(2-5m)-(1-n)}{(5m-2)(2m-1)} = -\frac{1-n}{2m-1} = \frac{n-1}{2m-1}.$$

$$36.1. \frac{a - \frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a}-1} = \frac{\frac{a^2-4a+4}{a}}{\frac{2-a}{a}} = \frac{a^2-4a+4}{a} \cdot \frac{2-a}{a} =$$

$$= \frac{(a-2)^2}{a} \cdot \frac{a}{2-a} = \frac{(2-a)^2}{2-a} = 2-a.$$

$$36.2. \frac{\frac{1-\frac{3}{c}}{c}}{\frac{6c-9}{c}-c} = \frac{\frac{c-3}{c}}{\frac{6c-9-c^2}{c}} = \frac{c-3}{c} \cdot \frac{c}{-(c-3)^2} = -\frac{1}{c-3} = \frac{1}{3-c}.$$

$$37.1. \frac{\frac{\frac{ab}{bc}-c}{c-b}-a}{\frac{ab-c(a-b)}{bc-a(c-b)}} = \frac{\frac{ab-ac+bc}{a-b}}{\frac{bc-ac+ab}{c-b}} =$$

$$= \frac{ab-ac+bc}{a-b} \cdot \frac{c-b}{bc-ac+ab} = \frac{c-b}{a-b}.$$

$$37.2. \frac{\frac{a-\frac{bc}{b-c}}{\frac{bc}{a-c}}}{\frac{a(b-c)-bc}{b(a-c)-ac}} = \frac{\frac{ab-ac-bc}{b-c}}{\frac{ab-bc-ac}{a-c}} =$$

$$= \frac{ab-ac-bc}{b-c} \cdot \frac{a-c}{ab-bc-ac} = \frac{a-c}{b-c}.$$

$$38.1. \frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}} = y; \begin{cases} x \neq 0 \\ 1+\frac{1}{x} \neq 0 \\ 1+\frac{1}{x} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \frac{1}{x} \neq -1 \\ \frac{1}{x} \neq 0 \end{cases}$$

$x \neq 0; x \neq -1.$

Ответ: $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty).$

$$38.2. y = \frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{1+a}}} ; \begin{cases} a \neq -1 \\ 1-\frac{1}{1+a} \neq 0 \\ 1-\frac{1}{1+a} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ \frac{1}{1+a} \neq 1 \\ \frac{1}{1+a} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty).$

$$39.1. y = 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{1+a}}}$$

$$\left[\begin{array}{l} a \neq -1 \\ 1 - \frac{1}{1+a} \neq 0 \\ 1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{1+a}} \neq 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \neq -1 \\ a \neq 0 \\ 1 - \frac{a(1+a)}{a} \neq 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \neq -1 \\ a \neq 0 \\ 1 - 1 - a \neq 0 \end{array} \right] \quad a \neq 0, a \neq -1.$$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$.

$$39.2. y = 1 + \frac{x}{1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}}}$$

$$\left[\begin{array}{l} x \neq 1 \\ x + \frac{x}{x-1} \neq 0 \\ 1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}} \neq 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ 1 - \frac{x(x-1)}{x^2} \neq 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ 1 - 1 + \frac{1}{x} \neq 0 \end{array} \right]$$

$x \neq 1, x \neq 0$.

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; \infty)$.

$$40.1. x + \frac{1}{x} = 2,5.$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 6,25. \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 4,25.$$

Ответ: 4,25.

$$40.2. \frac{1}{a} - a = 1,2.$$

$$\left(\frac{1}{a} - a\right)^2 = \frac{1}{a^2} - 2 + a^2 = 1,44. \quad \frac{1}{a^2} + a^2 = 3,44.$$

Ответ: 3,44.

$$41.1 \quad a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = \left| \begin{array}{l} a - b = 4 \\ ab = 1,5 \end{array} \right| = 16 + 3 = 19.$$

Ответ: 19.

$$41.2. \quad (x^2 + y^2) = (x + y)^2 - 2xy = \left(\begin{array}{l} x + y = 3 \\ xy = 2,5 \end{array} \right) = 9 - 5 = 4.$$

Ответ: 4.

42.1. Т. к. $\left(\frac{7}{8}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{7}\right)^3 > 1$, а $\left(\frac{8}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{8}\right)^3 < \frac{7}{8} < 1$, то в порядке возрастания: $\left(\frac{8}{7}\right)^{-3}$; $\frac{7}{8}$; $\left(\frac{7}{8}\right)^{-3}$.

Ответ: $\left(\frac{8}{7}\right)^{-3}$; $\frac{7}{8}$; $\left(\frac{7}{8}\right)^{-3}$.

42.2. Т. к. $\left(\frac{6}{7}\right)^{-4} = \left(\frac{7}{6}\right)^4 > 1$, а $\left(\frac{7}{6}\right)^{-4} = \left(\frac{6}{7}\right)^4 < 1$, то в порядке возрастания: $\left(\frac{7}{6}\right)^{-4}$; $\frac{7}{6}$; $\left(\frac{6}{7}\right)^{-4}$.

Ответ: $\left(\frac{7}{6}\right)^{-4}$; $\frac{7}{6}$; $\left(\frac{6}{7}\right)^{-4}$.

$$43.1. \quad \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2; (1,4)^{-2} = \left(\frac{14}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2; 1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}.$$

$\frac{7}{5} > 1$, тогда $\left(\frac{7}{5}\right)^2 > \frac{7}{5}$; $\frac{5}{7} < 1$, тогда $\left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1$.

Отсюда $\left(\frac{5}{7}\right)^2 < \frac{7}{5} < \left(\frac{7}{5}\right)^2$, а, значит, $(1,4)^{-2} < 1,4 < \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

т. к. $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 > 1$, а $(1,4)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 < \frac{5}{7} < 1$, и $1,4 = \frac{7}{5} < \left(\frac{7}{5}\right)^2$, то в

порядке возрастания:

$(1,4)^{-2}$; $1,4$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$.

Ответ: $(1,4)^{-2}$; $1,4$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$.

$$43.2. 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}; \frac{3}{4} < 1; (0,75)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3; \frac{4}{3} > 1,$$

$$\text{т.о. } \left(\frac{4}{3}\right)^3 > 1; \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3; \frac{3}{4} < 1, \text{ т.о. } \left(\frac{3}{4}\right)^3 < \frac{3}{4}.$$

$$\text{Отсюда: } \left(\frac{3}{4}\right)^3 < \frac{3}{4} < \left(\frac{4}{3}\right)^3, \text{ значит, } \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} < 0,75 < (0,75)^{-3}.$$

$$\text{т. к. } 0,75 = \frac{3}{4} < 1, \text{ а } \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 > \frac{4}{3} > 1, \text{ то в порядке возрастания:}$$

$$0,75; \frac{4}{3}; \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}; 0,75; (0,75)^{-3}.$$

$$44.1. \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}} \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}};$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}} \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}; \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^3} \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2};$$

$$\frac{9}{25} \sqrt{-\frac{27}{125}} \sqrt{\frac{25}{9}}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}; \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}; \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

$$44.2. \left(-\frac{5}{9}\right)^{-3} \sqrt{\left(-\frac{5}{9}\right)^{-4}} \sqrt{\left(-\frac{9}{5}\right)^{-4}}$$

$$\left(-\frac{5}{9}\right)^{-3} < 0; \left(-\frac{5}{9}\right)^{-4} > 1; \left(-\frac{9}{5}\right)^{-4} \in (0; 1)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{5}{9}\right)^{-3}; \left(-\frac{9}{5}\right)^{-4}; \left(-\frac{5}{9}\right)^{-4}$$

$$45.1. (a^{-2} - b^{-2})(b^{-1} - a^{-1})^{-1} = \left(-\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a-b}{ab}\right)^{-1} = \frac{(b-a)(b+a)}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a-b} = \frac{-(a+b)}{ab}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{a+b}{ab}.$$

$$45.2. (y^{-2} - x^{-2})^{-1} \cdot (x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2}\right)^{-1} \times$$

$$\times \left(\frac{y - x}{xy}\right) = \frac{x^2 y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{y - x}{xy} = -\frac{xy}{x + y}.$$

Ответ: $-\frac{xy}{x + y}$.

$$46.1. \frac{x^{-6} + x^{-4} + x^{-2}}{x^2 + x^4 + x^6} = \frac{\frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + x^4 + x^6} = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2(1 + x^2 + x^4)} =$$

$$= \frac{1 + x^2 + x^4}{x^6 \cdot x^2(1 + x^2 + x^4)} = \frac{1}{x^8}.$$

$$46.2. \frac{c^3 + c^5 + c^7}{c^{-7} + c^{-5} + c^{-3}} = \frac{c^3(1 + c^2 + c^4)}{c^{-7}(1 + c^2 + c^4)} = \frac{c^3}{\frac{1}{c^7}} = c^{10}.$$

$$47.1. \frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{8 \cdot 10^{2n}}{8 \cdot 10^{2n-2}} = 10^2 = 100.$$

$$47.2. \frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} = \frac{4 \cdot 6^{2n}}{6^{2n-3} \cdot 2^5} = \frac{6^3}{2^3} = 27.$$

$$48.1. \frac{4 \cdot 18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n+1}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 18^n}{9^n \cdot 2^n \cdot 2} = \frac{12 \cdot 18^n}{2 \cdot 18^n} = 6.$$

$$48.2. \frac{2^{2n-1} \cdot 3^{n+1}}{6 \cdot 12^n} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2^{2n} \cdot 3 \cdot 3^n}{6 \cdot 12^n} = \frac{3 \cdot 12^n}{12 \cdot 12^n} = \frac{1}{4}.$$

$$49.1. \frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n(5 - 5^{-1})}{2 \cdot 5^n} = \frac{5 - 5^{-1}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \left(5 - \frac{1}{5}\right) = \frac{1 \cdot 24}{2 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

$$49.2. \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n-1}(2^2 + 1)} = \frac{10 \cdot 2}{4 + 1} = 4.$$

$$50.1. \frac{x - \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2 - 6 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 2 + 3)}{\sqrt{x} - 2} = \sqrt{x} + 1$$

$$50.2 \frac{x-2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-3} = \frac{(\sqrt{x}-3)^2-12+4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \sqrt{x}-3+4 = \sqrt{x}+1.$$

$$51.1. \frac{x-5\sqrt{x}+6}{2-\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{2-\sqrt{x}} = 3-\sqrt{x}.$$

$$51.2. \frac{x-6\sqrt{x}+8}{4-\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}-2)}{4-\sqrt{x}} = 2-\sqrt{x}.$$

$$52.1. \text{ При } x = \frac{1-\sqrt{2}}{3} :$$

$$3x^2 - 2x - 1 = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{3} - \frac{2-2\sqrt{2}}{3} - 1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}.$$

$$52.2. \text{ При } x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} :$$

$$2x^2 - 6x + 3 = \frac{9+5-6\sqrt{5}}{2} - \frac{18-6\sqrt{5}}{2} + 3 = -2+3 = 1.$$

$$53.1. \text{ При } a = \sqrt{5}+4: a^2 - 6\sqrt{5}a - 1 = \\ = (\sqrt{5}+4)^2 - 6\sqrt{5}(\sqrt{5}+4) - 1 = 5+8\sqrt{5}+16-30-24\sqrt{5}-1 = -10-16\sqrt{5}.$$

$$53.2. \text{ При } c = \sqrt{2}-3: c^2 - 4\sqrt{2}c + 2 = (\sqrt{2}-3)^2 - \\ - 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-3) + 2 = 2-6\sqrt{2}+9-8+12\sqrt{2}+2 = 5+6\sqrt{2}.$$

$$54.1. \sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + 3 = |3-2\sqrt{3}| + 3 = 2\sqrt{3}-3+3 = 2\sqrt{3}. \text{ (т.к. } 2\sqrt{3} > 3).$$

$$54.2. \sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} - 3\sqrt{2} = |4-3\sqrt{2}| + 3\sqrt{2} = -(4-3\sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = \\ = -4+3\sqrt{2}-3\sqrt{2} = -4. \text{ (т.к. } 3\sqrt{2} > 4).$$

$$55.1. \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| + |3-\sqrt{5}| = \\ = -(2-\sqrt{5}) + (3-\sqrt{5}) = -2+\sqrt{5}+3-\sqrt{5} = 1.$$

$$\text{(т.к. } 2 < \sqrt{5} < 3).$$

$$55.2. \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-1| + |\sqrt{3}-2| = \sqrt{3}-1+2-\sqrt{3} = 1.$$

$$\text{(т.к. } 1 < \sqrt{3} < 2).$$

$$56.1. \sqrt{17-12\sqrt{2}} = \\ = \sqrt{9-2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2}+8} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| = 3-2\sqrt{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$56.2. \sqrt{21-12\sqrt{3}} = \sqrt{12+9-2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3}} = \sqrt{2(2\sqrt{3}-3)^2} = |2\sqrt{3}-3| = \\ = 2\sqrt{3}-3, \text{ ч.т.д.}$$

$$57.1. \frac{3-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}, \text{ возведем в квадрат:}$$

$$\frac{9+6-6\sqrt{6}}{3} = 5-2\sqrt{6};$$

$$3+2-2\sqrt{6} = 5-2\sqrt{6}, \text{ ч.т.д.}$$

$$57.2. \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{8-3\sqrt{7}}, \text{ возведем в квадрат:}$$

$$\frac{9+7-6\sqrt{7}}{2} = 8-3\sqrt{7}, \text{ ч.т.д.}$$

58.1.

$$\frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \frac{14}{49-16 \cdot 3} = 14 = \sqrt{196} > \sqrt{140}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{140} < \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}.$$

$$58.2. \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} =$$

$$= \frac{5\sqrt{2}+7-5\sqrt{2}+7}{(5\sqrt{2})^2-7^2} = \frac{14}{50-49} = 14 = \sqrt{196} < \sqrt{250}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} < \sqrt{250}.$$

$$59.1. \frac{1}{3}\sqrt{6} = \sqrt{\frac{6}{9}} > \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{16}{32}} = 4\sqrt{\frac{1}{32}} > \frac{1}{3},$$

$$\text{т. о. } \frac{1}{3}\sqrt{6} > 4\sqrt{\frac{1}{32}} > \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; 4\sqrt{\frac{1}{32}}; \frac{1}{3}\sqrt{6}.$$

$$59.2. \frac{1}{5}\sqrt{15} = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot 15} = \sqrt{\frac{15}{25}};$$

$$\frac{3}{5} = \sqrt{\frac{9}{25}}; \quad 10\sqrt{\frac{1}{300}} = \sqrt{\frac{100}{300}} = \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$\frac{15}{25} = \frac{45}{75}; \quad \frac{9}{25} = \frac{27}{75}; \quad \frac{1}{3} = \frac{25}{75}; \quad \frac{25}{75} < \frac{27}{75} < \frac{45}{75},$$

$$\text{значит, } \frac{1}{3} < \frac{9}{25} < \frac{15}{25}.$$

$$\text{Тогда } \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{\frac{9}{25}} < \sqrt{\frac{15}{25}}.$$

$$\text{Ответ: } 10\sqrt{\frac{1}{300}}; \quad \frac{3}{5}; \quad \frac{1}{5}\sqrt{15}.$$

$$60.1. \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}; \quad \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}; \quad 4\sqrt{0,5} = \sqrt{16 \cdot 0,5} = \sqrt{8}; \quad 0,5 = \sqrt{\frac{1}{4}}.$$

$$\text{Т.к. } \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 2 < 8,$$

$$\text{то } \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{2} < \sqrt{8}.$$

$$\text{Ответ: } 0,5; \quad \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{2}{\sqrt{2}}; \quad 4\sqrt{0,5}.$$

$$60.2. \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\frac{1}{3}}; \quad \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}; \quad 2\sqrt{0,5} = \sqrt{4 \cdot 0,5} = \sqrt{2};$$

$$1,5 = \sqrt{2,25}. \quad \text{Т.к. } \frac{1}{3} < 2 < 2,25 < 3, \text{ тогда } \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{2} < \sqrt{2,25} < \sqrt{3}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad 2\sqrt{0,5}; \quad 1,5; \quad \frac{3}{\sqrt{3}}.$$

$$61.1. \left(\sqrt{\sqrt{10}-3} + \sqrt{\sqrt{10}+3} \right)^2 = \sqrt{10}-3 + \sqrt{10}+3 +$$

$$+ 2\sqrt{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10-9} = 2(\sqrt{10}+1).$$

$$61.2. \left(\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}} \right)^2 = 4 + \sqrt{7} + 4 - \sqrt{7} - 2\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})} =$$

$$= 8 - 2\sqrt{16-7} = 2.$$

$$62.1. \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{5+3-2\sqrt{5}-5-3-2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{-4\sqrt{15}}{2} = -2\sqrt{15}.$$

$$62.2. \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{6})^2 - (\sqrt{10}-\sqrt{6})^2}{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})} =$$

$$= \frac{10+6+2\sqrt{60}-10-6+2\sqrt{60}}{10-6} = \frac{4\sqrt{60}}{4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}.$$

$$63.1. \frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$\frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x}, \text{ ч.т.д.}$$

$$63.2. \frac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b}$$

$$\frac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b}, \text{ ч.т.д.}$$

$$64.1. \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b} = \frac{ab}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}$$

$$\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b} = \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{ab}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}, \text{ ч.т.д.}$$

$$64.2. \frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{x-y} = \frac{xy}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}$$

$$\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{x-y} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{xy}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}, \text{ ч.т.д.}$$

65.1. Рассмотрим последовательность двузначных натуральных чисел (a_n): 10, 11, ..., 99.

$$a_1=10, a_n=99 \text{ и } d=1.$$

Т. к. всего чисел от 10 до 99 – 90 штук, то

$$S_{90} = \frac{a_1 + a_{90}}{2} \cdot 90 = \frac{10+99}{2} \cdot 90 = 109 \cdot 45 = 4905.$$

Ответ: сумма всех двузначных чисел равна 4905.

65.2. Рассмотрим последовательность всех трехзначных чисел (a_n) : 100, 111, ..., 999.

$$a_1=100, a_n=999 \text{ и } d=1.$$

т. к. всего чисел от 100 до 999 – 900 штук, то

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{100 + 999}{2} \cdot 900 = \frac{1099 \cdot 900}{2} = 1099 \cdot 450 = 494550.$$

Ответ: сумма всех трехзначных чисел равна 494550.

66.1. $a_n=3n+5, a_1=3 \cdot 1+5=8;$

$a_{29}=3 \cdot 29+5=87+5=92; a_{40}=3 \cdot 40+5=125;$

$$S=S_{40}-S_{29}=\frac{8+125}{2} \cdot 40 - \frac{8+92}{2} \cdot 29=2660-50 \cdot 29=2660-1450=1210.$$

Ответ: $S=1210$.

66.2. $a_n=4n+2.$

$a_1=4 \cdot 1+2=6; a_2=4 \cdot 2+2=10;$

$a_{25}=4 \cdot 25+2=100+2=102; a_{35}=4 \cdot 35+2=140+2=142.$

т.е. $d=a_2-a_1; d=10-6=4.$

Всего чисел $n=35-24=11.$

$$S_n=S_{11}=\frac{a_{25}+a_{35}}{2} \cdot d = \frac{102+142}{2} \cdot 11=122 \cdot 11=1342.$$

Ответ: 1342.

67.1. $d=3, a_1=3.$

$3n \leq 150, n \leq 50.$

$$S_{50} = \frac{2a_1 + d \cdot 49}{2} \cdot 50 = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 49}{2} \cdot 50 = \frac{3(2+49) \cdot 50}{2} =$$

$$=3 \cdot 51 \cdot 25=153 \cdot 25=3825.$$

Ответ: 3825.

67.2. $a_1=5$ и $d=5.$

$5n \leq 300, n \leq 60.$

$$S_{60} = \frac{2 \cdot 5 + 5(60-1)}{2} \cdot 60 = \frac{10 + 5 \cdot 59}{2} \cdot 60 =$$

$$= \frac{(10 + 295) \cdot 60}{2} = 305 \cdot 30 = 9150.$$

Ответ: 9150.

68.1. $S_{200} = \frac{1+200}{2} \cdot 200 = 20100$ – сумма всех чисел от 1 до 200.

$S_{10} = \frac{20+200}{2} \cdot 10 = 1100$ – сумма всех чисел, делящихся на 20.

$S_n = S_{200} - S_{10} = 19000.$

Ответ: 19000.

68.2. $S_{100} = \frac{1+100}{2} \cdot 100 = 5050$ – сумма всех чисел от 1 до 100.

$S_{20} = \frac{5+100}{2} \cdot 20 = 1050$ – сумма всех чисел, делящихся на 5.

$S_n = S_{100} - S_{20} = 4000$.

Ответ: 4000.

69.1. Пусть число содержит a десятков и b единиц, тогда $10a + b + 10b + a = 11(a + b)$, а $11(a + b) : 11 = a + b$.

Т. о. утверждение доказано.

69.2. Пусть число записано с помощью цифры x , тогда $100x + 10x + x = 111x$, а $111x : 37 = 3x$.

Т. о. утверждение доказано.

70.1. Пусть n и $(n+1)$ – два последовательных натуральных числа, тогда $2^n + 2^{n+1} = 2^n(1+2) = 3 \cdot 2^n$, т. к. $n \geq 1$, то $2^n : 2$ и т. о. $3 \cdot 2^n : 6$.

70.2. Пусть n , $(n+1)$, $(n+2)$ – три последовательных натуральных числа.

$2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} = 2^n(1+2+4) = 7 \cdot 2^n$, а $7 \cdot 2^n : 7 = 2^n$, т. о. утверждение доказано.

УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

71.1. $(1-2x)(4x^2+2x+1)=8(1-x^2)(x+2)$;
 $1-8x^3=8(x-x^3+2-2x^2)$; $1-8x^3=8x-8x^3+16-16x^2$;
 $16x^2-8x-15=0$; $D=64+15 \cdot 4 \cdot 16=1024$.

$$x_1 = \frac{8+32}{32} = \frac{5}{4}.$$

$$x_2 = \frac{8-32}{32} = -\frac{3}{4}.$$

Ответ: $-\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{4}$.

71.2. $8(x-2)(x^2-1)=(4x^2-2x+1)(2x+1)$. $8(x^3-2x^2-x+2)=8x^3+1$;
 $8x^3-16x^2-8x+16-8x^3-1=0$; $16x^2+8x-15=0$;
 $D=64+15 \cdot 4 \cdot 16=1024$.

$$x_1 = \frac{-8-32}{32} = -\frac{5}{4}.$$

$$x_2 = \frac{-8+32}{32} = \frac{3}{4}.$$

Ответ: $-1,25$; $0,75$.

72.1. $(x+1)(x-1)(x-2)-(x^2+7x)(x-4)-2=2x$;
 $(x^2-1)(x-2)-(x^3+7x^2-4x^2-28x)-2-2x=0$;
 $x^3-x-2x^2+2-x^3-7x^2+4x^2+28x-2-2x=0$;
 $-5x^2+25x=0$; $x(x-5)=0$;
 $x=0$ или $x-5=0$; $x=5$.

Ответ: 0 ; 5 .

72.2. $4+(2-x)(x^2+5x)-(2-x)(2+x)(1+x)=12x$;
 $4+(2x^2-x^3+10x-5x^2)-(4-x^2)(1+x)=12x$;
 $4+2x^2-x^3+10x-5x^2-(4-x^2+4x-x^3)-12x=0$;
 $4-3x^2-x^3-2x-4+x^2-4x+x^3=0$; $-2x^2-6x=0$; $x(x+3)=0$.

$x=0$ или $x+3=0$; $x=-3$.

Ответ: 0 ; -3 .

73.1 $x^4-2x^2-8=0$, по т. Виета

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ \text{нет решений, т.к. } x^2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: -2 ; 2 .

73.2. $x^4-8x^2-9=0$, по т. Виета

$$\begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ \text{нет решений, т.к. } x^2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: -3 ; 3 .

74.1. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$, по т. Виета

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $-2; 2; \sqrt{3}; -\sqrt{3}$.

74.2. $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$, по т. Виета

$$\begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ: $-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 3$.

75.1. $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$.

$D = (-19)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 361 - 72 = 289, D > 0$;

$$x^2 = \frac{19 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2}; x^2 = \frac{19 - 17}{4} = \frac{1}{2}, x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$x^2 = \frac{19 + 17}{4} = 9; x = \pm 3.$$

Ответ: $-3; -\sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{1}{2}}; 3$.

75.2. $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$.

$D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 169 - 48 = 121, D > 0$.

$$x^2 = \frac{13 \pm 11}{6}, x^2 = \frac{13 - 11}{6} = \frac{1}{3}, x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}.$$

$$x^2 = \frac{11 + 13}{6} = 4; x = \pm 2.$$

Ответ: $-2; -\sqrt{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{1}{3}}; 2$.

76.1. $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) + 60 = 0$.

Пусть $x^2 + 4x = a; a(a - 17) + 60 = 0; a^2 - 17a + 60 = 0$;

$$a = 12; \quad a = 5;$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0; \quad x^2 + 4x - 5 = 0;$$

$$x = -6, x = 2; \quad x = -5, x = 1$$

Ответ: $-6; -5; 1; 2$.

76.2. $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$.

Пусть $x^2 - 5x + 5 = a; (a - 5)(a + 5) + 24 = 0$;

$$a = 1; \quad a = -1;$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; \quad x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$x = 4, x = 1; \quad x = 2, x = 3.$$

Ответ: $1; 2; 3; 4$.

$$77.1. (x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8.$$

Пусть $x^2 - 3x = a$; $a^2 - 2a - 8 = 0$;

$$a = 4; \quad a = -2;$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0; \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = 4, x = -1; \quad x = 2, x = 1;$$

Ответ: -1; 1; 2; 4.

$$77.2. (x^2 + x)^2 - 11(x^2 + x) = 12.$$

Пусть $x^2 + x = a$; $a^2 - 11a - 12 = 0$;

$$a = 12; \quad a = -1;$$

$$x^2 + x - 12 = 0; \quad x^2 + x + 1 = 0;$$

$$x = -4, x = 3; \quad \text{Решений нет.}$$

Ответ: -4, 3.

$$78.1. \left(\frac{x^2 - 3x}{2} + 3 \right) \left(\frac{x^2 - 3x}{2} - 4 \right) + 10 = 0.$$

Пусть $\frac{x^2 - 3x}{2} = a$;

$$(a + 3)(a - 4) + 10 = 0;$$

$$a^2 - a - 2 = 0;$$

$$a = 2; \quad a = -1;$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0; \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = 4, x = -1; \quad x = 1, x = 2.$$

Ответ: -1; 1; 2; 4.

$$78.2. \left(2 - \frac{x^2 + 2x}{3} \right) \left(4 - \frac{x^2 + 2x}{3} \right) = 3.$$

Пусть $3 - \frac{x^2 + 2x}{3} = a$;

$$(a - 1)(a + 1) = 3;$$

$$a = 2; \quad a = -2;$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0; \quad x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = -3, x = 1; \quad x = -5, x = 3.$$

Ответ: -5; -3; 1; 3.

$$79.1. x^3 + x^2 - x - 1 = 0; (x^3 + x^2) - (x + 1) = 0; x^2(x + 1) - (x + 1) = 0; (x + 1)(x^2 - 1) = 0;$$

$$(x + 1)(x - 1)(x + 1) = 0; x + 1 = 0; x = -1 \text{ или } x - 1 = 0; x = 1.$$

Ответ: -1; 1.

$$79.2. x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0; (x^3 + 2x^2) - (4x + 8) = 0; x^2(x + 2) - 4(x + 2) = 0;$$

$$(x + 2)(x^2 - 4) = 0; (x + 2)(x + 2)(x - 2) = 0;$$

$$x + 2 = 0; x = -2 \text{ или } x - 2 = 0; x = 2.$$

Ответ: -2; 2.

$$80.1. x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0; (x^3 - 3x^2) - (4x - 12) = 0; x^2(x - 3) - 4(x - 3) = 0;$$

$$(x - 3)(x^2 - 4) = 0; (x - 3)(x - 2)(x + 2) = 0;$$

$$x - 3 = 0; x = 3 \text{ или } x - 2 = 0; x = 2 \text{ или } x + 2 = 0; x = -2.$$

Ответ: -2; 2, 3.

80.2 $x^3-2x^2-3x+6=0$; $(x^3-2x^2)-(3x-6)=0$;
 $x^2(x-2)-3(x-2)=0$; $(x-2)(x^2-3)=0$;
 $x-2=0$; $x=2$ или $x^2-3=0$; $x^2=3$; $x = \pm\sqrt{3}$.

Ответ: $-\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{3}$.

81.1. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$;
 $2x^2(x^2 + 1) - 5x(x^2 + 1) = 0$; $(x^2 + 1)(2x^2 - 5x) = 0$;
 $x = 0$, $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

Ответ: 0 ; $2,5$.

81.2. $6x^4 - 3x^3 + 12x^2 - 6x = 0$;
 $6x^2(x^2 + 2) - 3x(x^2 + 2) = 0$;
 $(x^2 + 2)(6x^2 - 3x) = 0$; $3x(x^2 + 2)(2x - 1) = 0$

$x = 0$, $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: 0 ; $\frac{1}{2}$.

82.1. $2x^4+3x^3-8x^2-12x=0$; $(2x^4-8x^2)+(3x^3-12x)=0$;
 $2x^2(x^2-4)+3x(x^2-4)=0$;
 $(x^2-4)(2x^2+3x)=0$; $x(x-2)(x+2)(2x+3)=0$;
 $x=0$ или $x-2=0$ или $x+2=0$ или $2x+3=0$.

$x=2$ $x=-2$ $x = -\frac{3}{2}$; $x = -1,5$.

Ответ: -2 ; $-1,5$; 2 , 0 .

82.2. $2x^4-5x^3-18x^2+45x=0$; $(2x^4-18x^2)-(5x^3-45x)=0$;
 $2x^2(x^2-9)-5x(x^2-9)=0$;
 $(2x^2-5x)(x^2-9)=0$; $x(2x-5)(x-3)(x+3)=0$;
 $x=0$ или $2x-5=0$ или $x-3=0$ или $x+3=0$, $2x=5$; $x=2,5$. $x=3$ $x=-3$.

Ответ: -3 ; 0 ; $2,5$; 3 .

83.1. $\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$, ОДЗ: $x \neq \pm 2$.

$x(x+2)-7(x-2)=8$,
 $x^2+2x-7x+14-8=0$, $x^2-5x+6=0$; $x_1=2$; $x_2=3$ (по т. Виета).

Ответ: 3 .

83.2. $\frac{16}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = \frac{2}{x-4}$. ОДЗ: $x \neq \pm 4$.

$16+x(x-4)=2(x+4)$;
 $16+x^2-4x=2x+8$;
 $x^2-4x-2x+16-8=0$; $x^2-6x+8=0$;
 $x_1=2$; $x_2=4$ (по т. Виета), но $x \neq 4$.

Ответ: 2 .

84.1. $\frac{x}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{50}{x^2-25}$; ОДЗ: $x \neq \pm 5$.

$$x(x-5) + (x+5)^2 = 50;$$

$$x^2 - 5x + x^2 + 10x + 25 - 50 = 0;$$

$$2x^2 + 5x - 25 = 0;$$

$$D = 25 + 200 = 225,$$

$$x_1 = \frac{-5-15}{4} = -\frac{20}{4} = -5; \text{ но } x \neq -5.$$

$$x_2 = \frac{-5+15}{4} = \frac{10}{4} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

84.2. $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$. ОДЗ: $x \neq \pm 2$.

$$x(x-2) + (x+2)(x+2) = 8; x^2 - 2x + x^2 + 4x + 4 - 8 = 0;$$

$$2x^2 + 2x - 4 = 0; x^2 + x - 2 = 0;$$

$$x_1 = -2; x_2 = 1, \text{ но } x \neq -2.$$

Ответ: $x=1$.

85.1. $\frac{2x}{2x-3} - \frac{15-32x^2}{4x^2-9} = \frac{3x}{2x+3}$; ОДЗ: $x \neq \pm \frac{3}{2}$.

$$2x(2x+3) - (15-32x^2) = 3x(2x-3); 4x^2 + 6x - 15 + 32x^2 = 6x^2 - 9x;$$

$$30x^2 + 15x - 15 = 0; 2x^2 + x - 1 = 0;$$

$$D = 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1 = 1 + 8 = 9,$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1; x_2 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $-1; \frac{1}{2}$.

85.2. $\frac{3x}{2x+5} - \frac{28-53x}{4x^2-25} = \frac{4x}{2x-5}$. ОДЗ: $x \neq \pm \frac{5}{2}$.

$$3x(2x-5) - (28-53x) = 4x(2x+5);$$

$$6x^2 - 15x - 28 + 53x = 8x^2 + 20x; 6x^2 + 38x - 28 - 8x^2 - 20x = 0;$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0; x_1 = 2, x_2 = 7; \text{ (по т. Виета).}$$

Ответ: 2; 7.

86.1. $\frac{6}{1-2x} + \frac{9}{2x+1} = \frac{12x^2-15}{4x^2-1}$; ОДЗ: $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

$$-6(2x+1) + 9(2x-1) = 12x^2 - 15; -12x - 6 + 18x - 9 - 12x^2 + 15 = 0;$$

$$-12x^2 + 6x = 0; 2x^2 - x = 0;$$

$$x(2x-1) = 0; x = 0 \text{ или } 2x-1 = 0; x = \frac{1}{2}, \text{ но } x \neq \frac{1}{2}.$$

Ответ: 0.

$$86.2. \frac{x}{2+3x} - \frac{5}{3x-2} = \frac{15x+10}{4-9x^2}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm \frac{2}{3}.$$

$$x(2-3x)+5(2+3x)=15x+10,$$

$$x(2-3x)+5(2+3x)-5(3x+2)=0; x(2-3x)=0;$$

$$x=0 \text{ или } 2-3x=0; 3x=2; x = \frac{2}{3}; \text{ но } x \neq \frac{2}{3}.$$

Ответ: 0.

$$87.1. \frac{3x}{3-x} + \frac{9}{x-3} = x; \text{ ОДЗ: } x \neq 3.$$

$$\frac{3(3-x)}{x-3} = x, x=-3.$$

Ответ: $x = -3$.

$$87.2. \frac{x^2}{x-4} + \frac{4x}{4-x} = 2x; \text{ ОДЗ: } x \neq 4.$$

$$\frac{x^2 - 4x}{x-4} = 2x, x=2x, x=0.$$

Ответ: 0.

$$88.1. \frac{6}{x^2-2x} - \frac{12}{x^2+2x} = \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq \pm 2.$$

$$6(x+2)-12(x-2)=(x-2)(x+2);$$

$$6x+12-12x+24=x^2-4;$$

$$36-6x-x^2+4=0;$$

$$x^2+6x-40=0; \text{ по т. Виета } x_1=-10, x_2=4.$$

Ответ: -10, 4.

$$88.2. \frac{27}{x^2+3x} - \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2-3x}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 3, x \neq 0.$$

$$27(x-3)-2(x+3)(x-3)=3(x+3);$$

$$27x-81-2x^2+18=3x+9;$$

$$-2x^2+24x-72=0; x^2-12x+36=0;$$

$$(x-6)^2=0; x=6.$$

Ответ: 6.

$$89.1. \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-3} = 2,5; \text{ ОДЗ: } x \neq 2, x \neq 3.$$

$$(x-3)^2+(x-2)^2=2,5(x-2)(x-3);$$

$$x^2-6x+9+x^2-4x+4=2,5(x^2-5x+6);$$

$$2x^2-10x+13=2,5x^2-12,5x+15;$$

$$-0,5x^2+2,5x-2=0; x^2-5x+4=0; \text{ по т. Виета.}$$

$$x_1=1; x_2=4.$$

Ответ: 1, 4.

89.2. $\frac{x-2}{x+1} + \frac{x+1}{x-2} = 4\frac{1}{4}$; ОДЗ: $x \neq -1, x \neq 2$.

$(x-2) \cdot 4(x-2) + (x+1) \cdot 4(x+1) = 17(x+1)(x-2)$,
 $4(x-2)^2 + 4(x+1)^2 = 17(x+1)(x-2)$;
 $4x^2 - 16x + 16 + 4x^2 + 8x + 4 = 17(x^2 - x - 2)$; $8x^2 - 8x + 20 = 17x^2 - 17x - 34$;
 $-9x^2 + 9x + 54 = 0$; $x^2 - x - 6 = 0$; по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 3$.

Ответ: -2, 3.

90.1. $\frac{1}{x+6} + \frac{7}{x-3} = \frac{5}{x-6}$. ОДЗ: $x \neq \pm 6, x \neq 3$.

$(x-3)(x-6) + 7(x+6)(x-6) = 5(x+6)(x-3)$;
 $x^2 - 3x - 6x + 18 + 7x^2 - 252 = 5(x^2 + 6x - 3x - 18)$; $8x^2 - 9x - 234 = 5x^2 + 15x - 90$;
 $3x^2 - 24x - 144 = 0$; $x^2 - 8x - 48 = 0$; по т. Виета $x_1 = -4, x_2 = 12$.

Ответ: -4; 12.

90.2. $\frac{1}{x-6} + \frac{4}{x+6} = \frac{3}{x-4}$; ОДЗ: $x \neq 4, x \neq \pm 6$.

$(x+6)(x-4) + 4(x-6)(x-4) = 3(x-6)(x+6)$;
 $x^2 + 6x - 4x - 24 + 4(x^2 - 6x - 4x + 24) = 3(x^2 - 36)$;
 $x^2 + 2x - 24 + 4x^2 - 40x + 96 = 3x^2 - 108$;
 $2x^2 - 38x + 180 = 0$; $x^2 - 19x + 90 = 0$;
 по т. Виета $x_1 = 9, x_2 = 10$.

Ответ: 9; 10.

91.1. $\frac{6}{x^2 - 4x + 3} - \frac{13 - 7x}{1 - x} = \frac{3}{x - 3}$; по т. Виета

$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$; ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 3$.
 $6 + (13 - 7x)(x - 3) = 3(x - 1)$; $6 + 13x - 7x^2 - 39 + 21x = 3x - 3$;
 $-7x^2 + 31x - 30 = 0$; $7x^2 - 31x + 30 = 0$;
 $D = 31^2 - 4 \cdot 7 \cdot 30 = 961 - 840 = 121$,

$x_1 = \frac{31 - 11}{14} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$; $x_2 = \frac{31 + 11}{14} = \frac{42}{14} = 3$, но $x \neq 3$.

Ответ: $1\frac{3}{7}$.

91.2. $\frac{8}{x^2 - 6x + 8} + \frac{1 - 3x}{2 - x} = \frac{4}{x - 4}$; $\frac{8}{(x-2)(x-4)} - \frac{1 - 3x}{x - 2} = \frac{4}{x - 4}$.

По т. Виета: $x^2 - 6x + 8 > (x-2)(x-4)$; ОДЗ: $x \neq 2, x \neq 4$.

$8 - (1 - 3x)(x - 4) = 4(x - 2)$; $8 - x + 3x^2 + 4 - 12x = 4x - 8$;
 $3x^2 - 13x + 12 - 4x + 8 = 0$; $3x^2 - 17x + 20 = 0$;

$D = (-17)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 289 - 240 = 49$,

$x_1 = \frac{17 - 7}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{17 + 7}{6} = \frac{24}{6} = 4$, но $x \neq 4$.

Ответ: $1\frac{2}{3}$.

$$92.1. \frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{x^2+3x+2}; \quad \frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{(x+1)(x+2)};$$

По т. Виета: $x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$;

ОДЗ: $x \neq -1, x \neq -2$. $(4x-6)(x+1) - x(x+2) = 9$; $4x^2 - 6x + 4x - 6 - x^2 - 2x - 9 = 0$;
 $3x^2 - 4x - 15 = 0$; $D = 16 + 15 \cdot 4 \cdot 3 = 196$.

$$x_1 = \frac{4+14}{6} = 3, \quad x_2 = \frac{4-14}{6} = -\frac{5}{3}.$$

Ответ: $-1\frac{2}{3}; 3$.

$$92.2. \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{x^2+2x-3}; \quad \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{(x-1)(x+3)};$$

По т. Виета: $x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$;

ОДЗ: $x \neq 1, x \neq -3$. $x(x+3) + (x+1)(x-1) = 1$; $x^2 + 3x + x^2 - 1 - 1 = 0$.
 $2x^2 + 3x - 2 = 0$; $D = 9 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 25$,

$$x_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{-3-5}{4} = -2.$$

Ответ: $-2; \frac{1}{2}$.

$$93.1. 1 + \frac{6}{x-1} = \frac{5-2x}{x-7} + \frac{6(2x-5)}{x^2-8x+7}; \quad 1 + \frac{6}{x-1} = \frac{5-2x}{x-7} + \frac{12x-30}{(x-1)(x-7)};$$

По т. Виета: $x^2 - 8x + 7 = (x-1)(x-7)$;

ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 7$.

$(x-1)(x-7) + 6(x-7) = (5-2x)(x-1) + 12x - 30$;
 $x^2 - x - 7x + 7 + 6x - 42 = 5x - 2x^2 - 5 + 2x + 12x - 30$;
 $x^2 - 2x - 35 + 2x^2 - 19x + 35 = 0$;

$3x^2 - 21x = 0$; $x(x-7) = 0$; $x = 0$ или $x-7=0$; $x=7$, но $x \neq 7$.

Ответ: 0.

$$93.2. 1 + \frac{2(17-6x)}{x^2-6x+8} = \frac{1-2x}{x-4} - \frac{11}{x-2};$$

по т. Виета: $x^2 - 6x + 8 = (x-4)(x-2)$;

$$\frac{x^2 - 6x + 8 + 34 - 12x + (2x-1)(x-2) + 11x - 44}{(x-4)(x-2)} = 0$$

$$\frac{3x^2 - 12x}{(x-4)(x-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x \neq 4 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Ответ: $x = 0$.

94.1. $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$; ОДЗ: $x \neq \pm 2$.

$-3(x+2) - 3(x-2)(x+2) = 3(x+2) - (6-x)$; $-3x - 6 - 3(x^2-4) = 3x + 6 - 6 + x$;
 $-3x - 6 - 3x^2 + 12 = 4x$; $-3x^2 - 7x + 6 = 0$; $3x^2 - 7x - 6 = 0$;
 $D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121$,

$x_1 = \frac{-7-11}{6} = \frac{-18}{6} = -3$; $x_2 = \frac{-7+11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Ответ: -3 ; $\frac{2}{3}$.

94.2. $\frac{1}{x-3} - \frac{x+8}{2x^2-18} = \frac{1}{3-x} - 1$; ОДЗ: $x \neq \pm 3$.

$4(x+3) - x - 8 + 2(x-3)(x+3) = 0$; $4x + 12 - x - 8 + 2x^2 - 18 = 0$; $2x^2 + 3x - 14 = 0$;
 $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-14) = 9 + 112 = 121$;

$x_1 = \frac{-3-11}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} = -3,5$; $x_2 = \frac{-3+11}{4} = \frac{8}{4} = 2$.

95.1. a) $x^2 + 2x + c = 0$; $\frac{D}{4} = 1 - c$,

$\frac{D}{4} < 0$, $1 - c < 0$, $c > 1$. $2 \in (1; +\infty)$.

Ответ: $(1; +\infty)$; $c = 2$.

95.2. $x^2 + 6x + c = 0$

$\frac{D}{4} = 9 - c > 0$. $c < 9$.

$0 \in (-\infty; 9)$.

Ответ: $(-\infty; 9)$; $c = 0$.

96.1. $x^2 + kx + 9 = 0$

$D = k^2 - 36 \geq 0$,

$(k-6)(k+6) \geq 0$.

$k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$.

Ответ: $k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$. Уравнение имеет корни при $k = -10,5$, уравнение не имеет корней при $k = 0, 7$.



96.2. $16x^2 + kx + 1 = 0$

$k^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = k^2 - 64$.

$k^2 - 64 < 0$. $(k-8)(k+8) < 0$.

$k \in (-8; 8)$.

$-8 < 0, 03 < 8$, а $-20,4 < -8$.

Ответ: $-8 < k < 8$; при $k = 0, 03$ уравнение не имеет корней, а при $k = -20,4$ уравнение имеет корни.



97.1. $\frac{1}{4}x^2 + cx + 11 = 0;$

$D = c^2 - 11 > 0;$

$c \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}; +\infty).$

Ответ: $c \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}; +\infty); -100.$

97.2. $15x^2 + cx + \frac{1}{4} = 0;$

$D = c^2 - 15 > 0;$

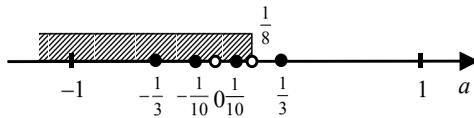
$c \in (-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty).$

Ответ: $c \in (-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty); 100.$

98.1. $ax^2 + x + 2 = 0;$

1) $a \neq 0.$

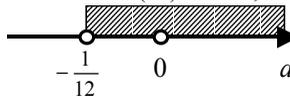
2) $D = 1 - 4 \cdot a \cdot 2 = 1 - 8a. D > 0, 1 - 8a > 0; 8a < 1; a < \frac{1}{8}.$



Ответ: уравнение имеет два корня при $a \in (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right).$

Этому условию удовлетворяют числа $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{10}; \frac{1}{10}.$

98.2. 1) $ax^2 + x - 3 = 0, a \neq 0 D = 1^2 - 4 \cdot a \cdot (-3) = 1 + 12a; D > 0;$



$1 + 12a > 0; 12a > -1; a > -\frac{1}{12}.$

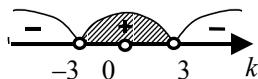
$a \in \left(-\frac{1}{12}; 0\right) \cup (0; +\infty), -\frac{1}{6} < -\frac{1}{12}, -\frac{1}{2} \in \left(-\frac{1}{12}; 0\right).$

$\frac{1}{6} > 0; \frac{1}{2} > 0.$

Ответ: уравнение имеет два корня при $a \in \left(-\frac{1}{12}; 0\right) \cup (0; +\infty).$

Этому условию удовлетворяют числа $-\frac{1}{20}; \frac{1}{6}; \frac{1}{20}.$

99.1. 1) $kx^2 - 6x + k = 0$;
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot k \cdot k = 36 - 4k^2$; $k \neq 0$
 2) $D > 0$: $36 - 4k^2 > 0$.
 $(6 - 2k)(6 + 2k) > 0$.



$k \in (-3; 0) \cup (0; 3)$.
 $k \in (-3; 0) \cup (0; 3)$,
 например, $1 = k$: $x^2 - 6x + 1 = 0$.
 Ответ: $(-3; 0) \cup (0; 3)$; $x^2 - 6x + 1 = 0$.

99.2. 1) $kx^2 - 5x + \frac{1}{4}k = 0$; $k \neq 0$

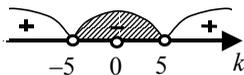
$D = (-5)^2 - 4 \cdot k \cdot \frac{1}{4}k = 25 - k^2$.

$D > 0$, $25 - k^2 > 0$

$(5 - k)(5 + k) > 0$.

$k \in (-5; 0) \cup (0; 5)$.

Пусть $k = 4$, при которых $4x^2 - 5x + 1 = 0$.



Ответ: $(-5; 0) \cup (0; 5)$; $4x^2 - 5x + 1 = 0$.

100.1. $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x^2 - 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 6x - 12 \\ x^2 - 6x + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

Ответ: $(4; 3)$; $(2; 0)$.

100.2. $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 6x - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 8y - 12 \\ y^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = \frac{14}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

Ответ: $(\frac{14}{3}; 5)$; $(2; 3)$.

101.1. $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2,5 - \frac{3}{2}x \\ 2x^2 - \frac{9}{2}x - 4,5 = 0 \end{cases}$

$4x^2 - 9x - 9 = 0$;

$D = 81 + 144 = 225$.

$\begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{29}{8} = 3\frac{5}{8} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

Ответ: $(-\frac{3}{4}; 3\frac{5}{8})$; $(3; -2)$.

$$101.2. \begin{cases} 5x + 3y^2 = -7 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \begin{matrix} x(-3) \\ + \\ x(5) \end{matrix}$$

$$9y^2 - 10y + 1 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 - 9 = 16.$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = -2 \end{cases} \text{ ИЛИ } \begin{cases} y = \frac{1}{9} \\ x = -\frac{38}{27} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-2; 1); \left(-\frac{38}{27}; \frac{1}{9}\right).$$

$$102.1. \begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 25, \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 = 18. \\ y = x - 5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3. \\ y = x - 5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = -2, \\ x = -3, \\ y = -8. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-3; -8); (3; -2).$$

$$102.2. \begin{cases} y - x = 2, \\ y^2 - 2xy - x^2 = -28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4, \\ y^2 - 2xy - x^2 = -28. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 = 32. \\ y = 2 + x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 4. \\ y = 2 + x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4, \\ y = -2, \\ x = 4, \\ y = 6. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-4; -2); (4; 6).$$

$$103.1. \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9, \\ x^2 + 2yx - 2y^2 = 18. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 9. \\ x = 3 - y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm 3. \\ x = 3 - y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = -3, \\ x = 0, \\ y = 3. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (6; -3); (0; 3).$$

$$\begin{aligned}
103.2. \quad & \begin{cases} 2x + y = 1, \\ 2x^2 + xy + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 2x^2 + x(1 - 2x) + (1 - 2x)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 2x^2 + x - 2x^2 + 1 - 4x + 4x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 4x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ x(4x - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ \begin{cases} x = 0, \\ 4x - 3 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 0, \\ y = 1, \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{3}{4}, \\ y = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: (0;1); $(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2})$.

$$\begin{aligned}
104.1. \quad & \begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 7, \\ (x + y)^2 = 9 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 7, \\ \begin{cases} x + y = -3, \\ x + y = 3, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x - y = 7, \\ x + y = -3, \end{cases} \\ \begin{cases} x - y = 7, \\ x + y = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x = 4, \\ y = -3 - x, \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = 10, \\ y = 3 - x \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = -5, \end{cases} \\ \begin{cases} x = 5, \\ y = -2. \end{cases} \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: (2;-5); (5;-2).

$$\begin{aligned}
104.2. \quad & \begin{cases} x + y = 8, \\ x^2 + y^2 = 16 + 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 8, \\ x^2 + y^2 - 2xy = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 8, \\ (x - y)^2 = 16. \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = -4; \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 4; \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x = 4, \\ y = x + 4; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x = 12, \\ y = x - 4; \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = 6; \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2, \\ y = 6; \end{cases} \end{cases}
\end{aligned}$$

Ответ: (2;6); (6;2).

$$105.1. \begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2, \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (6+2y)^2 - (6+2y)y = 12 - y^2, \\ x = 6+2y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 36 + 24y + 4y^2 - 6y - 2y^2 - 12 + y^2 = 0, \\ x = 6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 18y + 24 = 0, \\ x = 6+2y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 6y + 8 = 0, \\ x = 6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2, \\ y = -4, \\ x = 6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = -2, \\ x = -2, \\ y = -4. \end{cases}$$

Ответ: (2;-2); (-2;-4).

$$105.2. \begin{cases} 3x - y = 10, \\ x^2 - y^2 = 20 - xy. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ x^2 - 9x^2 - 100 + 120x = 20 - 3x^2 - 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 10 \\ 5x^2 - 50x + 120 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ x^2 - 10x + 24 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8. \\ x = 4 \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: (6;8); (4;2).

$$106.1. \begin{cases} y^2 - 3xy + x^2 - x + y + 9 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x^2 + 4x + 4 - 3x^2 - 6x + 11 = 0. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 15 = 0, \\ y = 2 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 3, \\ y = 2 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ y = -3, \\ x = 3, \\ y = 5. \end{cases}$$

Ответ: (-5;-3); (3;5).

$$106.2. \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + 3xy + y^2 - x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + 2xy + y^2 + xy - x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3, \\ (x + y)^2 + xy - (x + y) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3, \\ 9 + xy - 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ 6 + (3 - y)y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ y = -1, \\ y = 4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y, \\ y = -1, \\ x = 3 - y, \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = -1, \\ x = -1, \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: (-1; 4); (4; -1).

$$107.1. \begin{cases} xy = -8 \\ (x-4)(y-2) = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{y} \\ \left(-\frac{8}{y} - 4\right)(y-2) = -12 \end{cases}$$

$$-8 - 4y + 8 + \frac{16}{y} = -12; y^2 - 3y - 4 = 0.$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = -2 \end{cases}; \begin{cases} y = -1 \\ x = 8 \end{cases}$$

Ответ: (-2; 4); (8; -1).

$$107.2. \begin{cases} xy = 24 \\ (x+1)(y-2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{y} \\ 24 - \frac{48}{y} + y - 22 = 0 \end{cases}$$

$$y^2 + 2y - 48 = 0$$

$$\begin{cases} y = -8 \\ x = -3 \end{cases}; \begin{cases} y = 6 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ответ: (-3; -8); (4; 6).

$$108.1. \begin{cases} (x-y)(x+y) = 12 \\ x+y = 3(x-y) \end{cases} \begin{cases} x+y = a \\ x-y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 12 \\ a = 3b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 2 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 6 \\ x-y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -6 \\ x-y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Ответ: (4; 2); (-4; -2).

$$108.2. \begin{cases} 5(x+y) = x-y \\ (x+y)(x-y) = 5 \end{cases} \begin{cases} x+y = a \\ x-y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = b \\ ab = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \pm 1 \\ x-y = \pm 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: (3; -2); (-3; 2).

$$109.1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ xy = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \\ b = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -6 \\ b = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{18}{y} \\ y^2 + 6y - 18 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 18 = 27.$$

$$\begin{cases} y = -3 - 3\sqrt{3} \\ x = \frac{6}{1 + \sqrt{3}} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -3 + 3\sqrt{3} \\ x = \frac{6}{1 - \sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{6}{1 + \sqrt{3}}; -3 - 3\sqrt{3} \right); \left(\frac{6}{1 - \sqrt{3}}; -3 + 3\sqrt{3} \right).$$

$$109.2. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ xy = -16 \end{cases}; \begin{cases} y - x = a \\ xy = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \\ b = -16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = -16 \\ a = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 8 \\ x^2 - 8x + 16 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \end{cases}$$

Ответ: (4; -4).

$$110.1. \begin{cases} x - y = 2 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{xy} = -\frac{2}{3} \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 3 \\ x = y + 2 \end{cases}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: (-1; -3); (3; 1).

$$110.2. \begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{xy} = \frac{2}{3} \\ x = 8 - y \end{cases} \begin{cases} xy = 12 \\ x = 8 - y \end{cases}$$

$$y^2 - 8y + 12 = 0$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ: (2; 6); (6; 2).

$$\begin{aligned}
 \text{111.1. } & \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8}, \\ x + y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y+x}{xy} = \frac{3}{8}, \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12}{xy} = \frac{3}{8}, \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 32, \\ y = 12 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(12-x) - 32 = 0, \\ y = 12 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 12x - 32 = 0, \\ y = 12 - x \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 12x + 32 = 0, \\ y = 12 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ x = 8, \end{cases} \\ y = 12 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 8, \end{cases} \\ \begin{cases} x = 8, \\ y = 4. \end{cases} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответ: (4;8); (8;4).

$$\begin{aligned}
 \text{111.2. } & \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{4}{5}, \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y-x}{xy} = -\frac{4}{5}, \\ x-y=4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{1}{5}, \\ x-y=4. \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} xy = 5, \\ x = 4 + y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 + 4y - 5 = 0, \\ x = 4 + y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -5 \\ y = 1 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x = -1. \\ y = 1 \\ x = 5. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответ: (-1;-5); (5;1).

$$\text{112.1. } \begin{cases} x - y = 7 \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+y)}{xy} = \frac{7}{12} \\ x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 + y \\ \frac{7 + 2y}{(7y + y^2)} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$y^2 + 7y = 84 + 24y; y^2 - 17y - 84 = 0;$$

$$\begin{cases} y = 21 \\ x = 28 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -4 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: (28; 21); (3; -4).

$$\text{112.2. } \begin{cases} x + y = 9 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{41}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 81 - 2xy \\ \frac{81 - 2xy}{xy} = \frac{41}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{81}{xy} = \frac{81}{20} \\ x = 9 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 20, \\ x = 9 - y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 9y + 20 = 0, \\ x = 9 - y. \end{cases} \begin{cases} y = 4 \\ x = 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 5 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ответ: (5; 4); (4; 5).

$$113.1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{5}{6} + \frac{1}{6}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{x} - \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: (2;3).

$$113.2. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12}, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = a, \\ \frac{1}{y} = b. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = \frac{7}{12} \\ a - b = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: (3;4).

$$114.1. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 4, \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ 2a - 6b = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7b = -14 \\ a = 9 + 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2, \\ a = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}, \\ y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right)$

$$114.2. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4, \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4, \\ \frac{9}{y} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 4 - \frac{4}{y}, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 4 - 8, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = -4, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4}, \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

$$115.1. \begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2, \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x-y} = a \\ \frac{1}{x+y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 8b = -2, \\ 9a + 10b = 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b = -1, \\ 9a + 10b = 8; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 22b = 11, \\ 9a = 8 - 10b; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2}, \\ 9a = 8 - 10 \cdot \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2}, \\ a = \frac{1}{3}. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{3}, \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y = 3, \\ x+y = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5, \\ y = -0,5; \end{cases}$$

Ответ: (2,5; -0,5).

$$115.2. \begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3, \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x-y} = a \\ \frac{1}{x+y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 12b = 3, \\ 8a - 18b = -1; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -42b = -7, \\ 8a = -1 + 18b; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ 8a = -1 + 18 \cdot \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ 8a = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ a = \frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y = 4, \\ x+y = 6; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x = 10, \\ y = 6 - x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = 1; \end{cases}$$

Ответ: (5; 1).

$$116.1. \begin{cases} \frac{9}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3 \\ \frac{18}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -3 \end{cases}; \begin{cases} \frac{9}{x+y} = a \\ \frac{1}{x-y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=3 \\ 2a-5b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9b=9 \\ a+2b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$$

Ответ: (5; 4).

$$116.2. \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{5}{x-y} = 2 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{5}{x-y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$$

Ответ: (-2; 3).

$$117.1. \begin{cases} y=3x^2-8x-2 \\ y=x^2-4 \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2-8x+2=0; x^2-4x+1=0.$$

$$\begin{cases} x=2+\sqrt{3} \\ y=3+4\sqrt{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2-\sqrt{3} \\ y=3-4\sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $(2+\sqrt{3}; 3+4\sqrt{3})$;

$(2-\sqrt{3}; 3-4\sqrt{3})$, в I и в IV четвертях.

$$117.2. \begin{cases} y=2x^2-6x-1 \\ y=x^2-2x \end{cases} \Leftrightarrow x^2-4x-1=0$$

$$\begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ y=5+2\sqrt{5} \end{cases}; \begin{cases} x=2-\sqrt{5} \\ y=5-2\sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: $(2+\sqrt{5}; 5+2\sqrt{5})$;

$(2-\sqrt{5}; 5-2\sqrt{5})$, в I и во II четвертях.

$$118.1. \begin{cases} 0 = 18k + l \\ 9 = l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ l = 9 \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 9.$$

Ответ: $y = -\frac{1}{2}x + 9$.

$$118.2. \begin{cases} 0 = 12k + l \\ -6 = l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ l = -6 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 6.$$

Ответ: $y = \frac{1}{2}x - 6$.

119.1.

$$1) \begin{cases} y = 0,5x - 3, \\ y = -0,5x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 3, \\ x = 9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1,5, \\ x = 9. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = 0,5x - 3, \\ y = -x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5x = 9, \\ y = -x + 6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = -0,5x + 6, \\ y = -x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,5x = 0, \\ y = -x + 6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 6. \end{cases}$$

Ответ: (9; 1,5), (6; 0), (0; 6).

$$119.2. 1) \begin{cases} y = x + 6, \\ y = -\frac{1}{2}x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x = 0, \\ y = x + 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 6. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = x + 6, \\ y = \frac{1}{4}x + 1\frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x = -\frac{9}{2} \\ y = x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ y = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 6, \\ y = \frac{1}{4}x + 1\frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x = \frac{9}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: координаты вершин треугольника (0;6); (-6;0); (6;3).

$$120.1. \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ x - y = -7 \end{cases} \begin{matrix} + \\ \times 3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 5x = -25 \\ y = 7 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}; \quad 2 = -5k; k = -0,4.$$

Ответ: $y = -0,4x$.

$$120.2. \begin{cases} 3x - y = 11 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \cdot 2$$

$$\begin{cases} 9x = 18 \\ y = 3x - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$-5 = 2k; k = -2,5.$$

Ответ: $y = -2,5x$.

$$121.1. \begin{cases} y = 6 - 2x, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ 2 = 2x - 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 2. \end{cases}$$

$y = 3x - 4$, $y(2) = 6 - 4 = 2$, $2 = 2$ – равенство верное, значит точка (2; 2) принадлежит всем 3-м прямым.

$$121.2. \begin{cases} y = 4 - x \\ y = 0,5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5x = 4, \\ y = 4 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3}, \\ y = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

$$y = 4x - 1, y\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} - 1 = \frac{29}{3}.$$

$\frac{29}{3} \neq \frac{4}{3}$, т. о. эти прямые не имеют общей точки.

НЕРАВЕНСТВА

122.1. $\frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leq 3 - \frac{1-x}{2};$

$$2x-7+2(7x-2) \leq 18-3(1-x)$$

$$2x-7+14x-4 \leq 18-3+3x;$$

$$13x \leq 26; x \leq 2.$$

$$x \in (-\infty; 2].$$

Ответ: $(-\infty; 2]$.



122.2. $\frac{4x+13}{10} - \frac{5+2x}{4} \geq \frac{6-7x}{20} - 1.$

$$2(4x+13)-5(5+2x) \geq 6-7x-20;$$

$$8x+26-25-10x \geq -7x-14;$$

$$5x \geq -15; x \geq -3.$$

$$x \in [-3; +\infty).$$

Ответ: $[-3; +\infty)$.



123.1. $\frac{16-3a}{3} - \frac{3a+7}{4} > 0;$

$$4(16-3a)-3(3a+7) > 0;$$

$$64-12a-9a-21 > 0; 21a < 43;$$

$$a < \frac{43}{21}; a < 2\frac{1}{21}.$$

Наибольшим целым значением a , удовлетворяющим этому условию, является $a=2$.

Ответ: $a=2$.

123.2. $\frac{11-2a}{5} + \frac{3-2a}{2} < 0$

$$2(11-2a)+5(3-2a)<0;$$

$$22-4a+15-10a<0;$$

$$-14a+37<0; 14a>37;$$

$$a > \frac{37}{14}; a > 2\frac{9}{14}.$$

Минимальное целое значение $a=3$.

Ответ: $a=3$.



124.1. $\frac{2-3x}{4} \leq \frac{6-5x}{8} + \frac{1}{5}.$

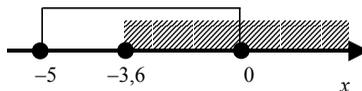
$$10(2-3x) \leq 5(6-5x)+8;$$

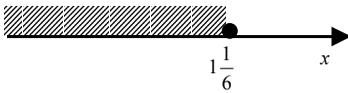
$$20-30x \leq 30-25x+8;$$

$$-30x+25x \leq 30+8-20;$$

$$5x \geq -18; x \geq -3,6.$$

Ответ: $[-3,6; 0]$.





$$x < 1\frac{1}{6}. \quad x \in \left(-\infty; 1\frac{1}{6}\right)$$

Если x – натуральное и $x \in \left(-\infty; \frac{7}{6}\right)$, то $x=1$.

Ответ: $x=1$.

$$125.2. \quad x + \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} > \frac{13x-1}{15};$$

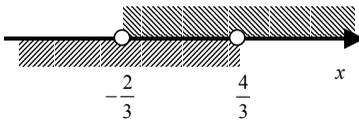
$$15x + 3(2x-1) - 5(x-2) > 13x-1; \quad 15x + 6x - 3 - 5x + 1 - 13x > -1;$$

$$3x > -8; \quad x > -\frac{8}{3}; \quad x > -2\frac{2}{3}.$$

Если x – целое и $x < 0$, то $x = -2, x = -1$.

Ответ: при $x = -2$ и $x = -1$.

$$126.1. \quad 0 < 1 + \frac{2-3x}{2} < 3;$$



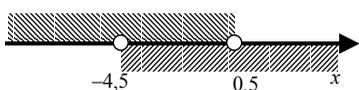
$$0 < 2 + 2 - 3x < 6; \quad 0 < 4 - 3x < 6;$$

$$-4 < -3x < 2; \quad 4 > 3x > -2;$$

$$-\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}. \quad x \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}\right)$$

$$126.2. \quad \begin{cases} \frac{1-2x}{5} - 2 > -2, \\ \frac{1-2x}{5} - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x-10 > -10, \\ 1-2x-10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$



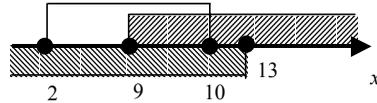
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 1, \\ 2x > -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4.5, \\ x < 0.5. \end{cases}$$

$$x \in (-4.5; 0.5).$$

Ответ: $x \in (-4.5; 0.5)$.

127.1. $0,1 \leq 0,1x - 0,8 \leq 0,5$;
 $1 \leq x - 8 \leq 5$;
 $9 \leq x \leq 13$.

Ответ: $[9; 10]$.



127.2. $0,3 \leq 0,5 + 0,1x \leq 0,6$.
 $-0,2 \leq 0,1x \leq 0,1$.

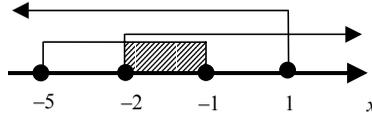
$-2 \leq x \leq 1$,

но $x \in [-5; -1]$,

т. о. $x \in [-2; -1]$.

$-2 \leq x \leq -1$.

Ответ: $x \in [-2; -1]$.



128.1. $(x-1)(3-2x) > -6$;
 $2x^2 - 5x - 3 < 0$;
 $D = 25 + 24 = 49$;

$(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) < 0$

Ответ: $x \in \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

128.2. $(3x+7)(1-x) < 3$;
 $3x^2 + 4x - 4 > 0$;

$\frac{D}{4} = 4 + 12 = 16$;

$(x+2)\left(x - \frac{2}{3}\right) > 0$;

$x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

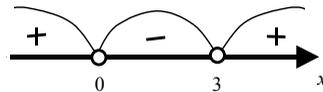
129.1. $(x-3)^2 > 9 - x^2$;

$(x-3)(x+3+x-3) > 0$.

$x(x-3) > 0$.

$x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.



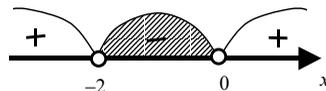
129.2. $4 - x^2 > (2+x)^2$;

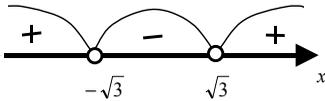
$(x+2)(x+2+x-2) > 0$.

$x(x+2) > 0$.

$x \in (-2; 0)$;

Ответ: $x \in (-2; 0)$.



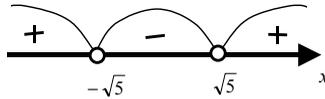


130.1. $(x+2)(2-x) < 3x^2 - 8$;
 $4x^2 - 3x^2 + 8 < 0$; $12 - 4x^2 < 0$; $x^2 - 3 > 0$

$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0$.

$x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$



130.2. $2x^2 - 6 < (3-x)(x+3)$;
 $2x^2 - 6 - 9 + x^2 < 0$; $3x^2 - 15 < 0$;

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) < 0$. $x \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$

Ответ: $x \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$

131.1. $\frac{x^2}{2} \leq \frac{6x-2}{9}$;

$9x^2 - 12x + 4 \leq 0$; $(3x - 2)^2 \leq 0$; $x = \frac{2}{3}$.

Ответ: $x = \frac{2}{3}$.

131.2. $\frac{12x-9}{8} < \frac{x^2}{2}$; $4x^2 - 12x + 9 > 0$; $(2x - 3)^2 > 0$;

$x \in (-\infty; 1\frac{1}{2}) \cup (1\frac{1}{2}; \infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1\frac{1}{2}) \cup (1\frac{1}{2}; \infty)$.

132.1. $\frac{-20}{(x+4)(3-10x)} > 0$;

$(x+4)(10x-3) > 0$; $x \in (-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$.

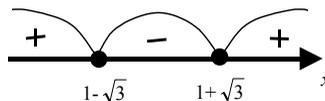
132.2. $\frac{14}{(10x+5)(1-x)} < 0$;

$(x-1)(10x+5) > 0$; $x \in (-\infty; -0,5) \cup (1; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -0,5) \cup (1; +\infty)$.

133.1. $x^2 - 2x \leq 2$; $x^2 - 2x - 2 \leq 0$.

Нули: $x^2 - 2x - 2 = 0$; $\frac{D}{4} = 1 + 2 = 3$, $x_1 = 1 - \sqrt{3}$; $x_2 = 1 + \sqrt{3}$.



$(x - 1 + \sqrt{3})(x - 1 - \sqrt{3}) \leq 0$.

$x \in [1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}]$, но $x > 0$.

Ответ: $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$

133.2. $x^2+2x \leq 1$; $x^2+2x-1 \leq 0$.

Нули: $x^2+2x-1=0$; $D=4-4 \cdot (-1)=8$,

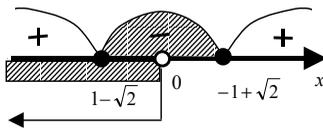
$$x_1 = \frac{-2-2\sqrt{2}}{2} = -1-\sqrt{2}; \quad x_2 = \frac{-2+2\sqrt{2}}{2} = -1+\sqrt{2}.$$

$$(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2}) \leq 0.$$

$$x \in [-1-\sqrt{2}; -1+\sqrt{2}], \text{ но } x < 0.$$

т. о. $x \in [-1-\sqrt{2}; 0)$.

Ответ: $x \in [-1-\sqrt{2}; 0)$.



134.1. $0,8x^2 \leq x+0,3$; $8x^2-10x-3 \leq 0$.

Нули: $8x^2-10x-3$;

$$\frac{D}{4} = 25 - 8 \cdot (-3) = 49,$$

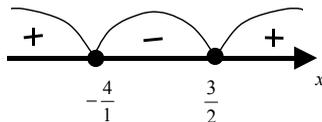
$$x_1 = \frac{5-7}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}; \quad x_2 = \frac{5+7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$(x+\frac{1}{4})(x-\frac{3}{2}) \leq 0.$$

$$x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}], \text{ но } x \in [1\frac{1}{3}; 2],$$

т. о. $x \in [1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}]$.

Ответ: $x \in [1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}]$.



134.2. $0,6x^2 \leq 0,5-1,3x$; $6x^2+13x-5 \leq 0$.

Нули: $6x^2+13x-5=0$;

$D=169+120=289$,

$$x_1 = \frac{-13-17}{12} = -\frac{30}{12} = -\frac{5}{2} = -2,5; \quad x_2 = \frac{-13+17}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

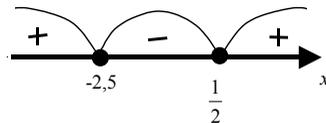
$$(x+2,5)(x-\frac{1}{3}) \leq 0.$$

$$x \in [-2,5; \frac{1}{3}], \text{ но } x \in [\frac{1}{4}; 1],$$

и т. к. $-2,5 < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < 1$,

то $x \in [\frac{1}{4}; \frac{1}{3}]$

Ответ: $[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}]$.



$$135.1. x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} < 0;$$

$$3x^2 - 5x - 2 < 0;$$

$$D = 25 + 24 = 49;$$

$$(x-2)\left(x+\frac{1}{3}\right) < 0. \begin{cases} x \in \left(-\frac{1}{3}; 2\right) \\ x \in \left[-1; -\frac{1}{4}\right] \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right).$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right]$$

$$135.2. x^2 + \frac{2}{3}x - 2\frac{2}{3} < 0;$$

$$3x^2 + 2x - 8 < 0;$$

$$\left(x + \frac{4}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) < 0;$$

$$\begin{cases} x \in \left(-1\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \\ x \in \left[-1\frac{1}{2}; 0\right] \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-1\frac{1}{3}; 0\right).$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(-1\frac{1}{3}; 0\right]$$

$$136.1. \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = x^2 - 2x + 2 > 0, \text{ всегда, т.к. } D < 0.$$

$$136.2. -\frac{1}{2}x^2 + x - 2 < 0, \text{ т.к. } D = 1 - 4 < 0.$$

$$137.1. x^2 > x - 2; x^2 - x + 2 > 0;$$

$$D = 1 - 8 < 0.$$

$$137.2. x - 1 < x^2; x^2 - x + 1 > 0;$$

$$D = 1 - 4 < 0.$$

$$138.1. -x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} = -(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}) = -(x - \frac{1}{3})^2 \leq 0.$$

$$138.2. -3x^2 + 2x - \frac{1}{3} > 0.$$

$$-3x^2 + 2x - \frac{1}{3} = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2. \quad -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 \leq 0$$

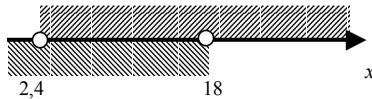
$$139.1. \begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-3+3x < 24-10-10x, \\ 8-x-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13x < 11, \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{11}{13} \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0$$

Ответ: $x \in (-\infty; 0)$.

$$139.2. \begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 - \frac{x}{4} < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 2(3+2x) > 6 - 3(x+6), \\ 12 - x < 4x \end{cases} \Leftrightarrow$$

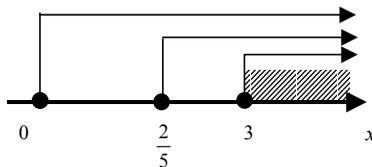
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 6 - 4x > 6 - 3x - 18, \\ -x - 4x < -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 18, \\ x > 2,4. \end{cases}$$



$x \in (2,4; 18)$.

Ответ: $x \in (2,4; 18)$.

$$140.1. \begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0, \\ 1 - 3x \leq 2x - 1, \\ 3 - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ 5x \geq 2, \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq \frac{2}{5}, \\ x > 3. \end{cases}$$



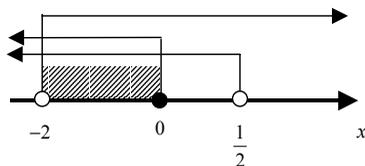
Ответ: $(3; +\infty)$.

$$140.2. \begin{cases} \frac{x}{2} \leq 0, \\ 2 - x > 0, \\ 2 - x \geq 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x < 2, \\ 3x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x < 2, \\ x \leq \frac{1}{3}. \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 0.$$

Ответ: $(-\infty; 0]$.

$$141.1. \begin{cases} 3x-4 < x-3, \\ 5x \leq 0, \\ \frac{x}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 1, \\ x \leq 0, \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2}, \\ x \leq 0, \\ x > -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 < x \leq 0,$$



Ответ: $x \in (-2; 0]$.

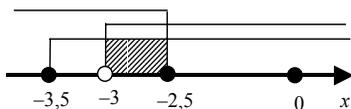
$$141.2. \begin{cases} 3x \leq 0, \\ \frac{x}{3} > -1, \\ -4x > 1-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x > -3, \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -3 < x < -1.$$

Ответ: $x \in (-3; -1)$.

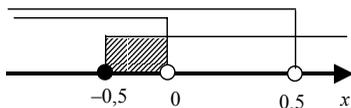
142.1.

$$\begin{cases} 5x+12 \leq 3x+7, \\ x < 2x+3, \\ 2x+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3x \leq 7-12, \\ x-2x < 3, \\ 2x \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq -5, \\ x > -3, \\ x \geq -3,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{5}{2}, \\ x > -3 \\ x \geq -3,5 \end{cases}$$



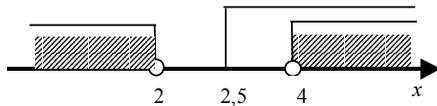
Ответ: $x \in (-3; -2,5]$.

$$142.2. \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x > 3x-1 \\ 5x+6 < 2x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,5, \\ 2x < 1, \\ 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0,5, \\ x < 0,5 \\ x < 0 \end{cases}$$



Ответ: $x \in [0,5; 0)$.

$$143.1. \begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0, \\ 5 - 2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) > 0, \\ -2x \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2, \\ x > 4, \\ x \geq 2,5 \end{cases}$$



Ответ: $x \in (4; +\infty)$.

$$143.2. \begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 \leq 0, \\ 2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 \leq 0, \\ x < 2. \end{cases}$$

Нули: $2x^2 - 7x + 5 = 0$;

$$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 49 - 40 = 9,$$

$$x_1 = \frac{7-3}{4} = \frac{4}{4} = 1;$$

$$x_2 = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5.$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-2,5) \leq 0 \\ x < 2. \end{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 2,5, \\ x < 2. \end{cases}$$

$x \in [1; 2)$.

Ответ: $x \in [1; 2)$.

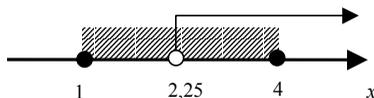
$$144.1. \begin{cases} x^2 - 10x + 9 \leq 0, \\ 10 - 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-9) \leq 0, \\ x > \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 9] \\ x > \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{10}{3}; 9\right].$$

Ответ: $x \in \left(3\frac{1}{3}; 9\right]$.

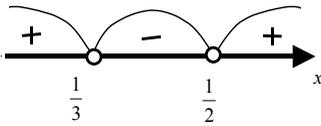
$$144.2. \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0, \\ 9 - 4x < 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-4) \leq 0, \\ x > \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 4] \\ x > \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{9}{4}; 4\right]$$



Ответ: $x \in (2,25; 4]$.

145.1. $\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 > 0, \\ 4x - 1 \geq 0; \end{cases}$ найдем нули квадратного трехчлена:



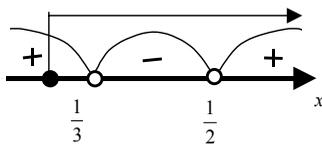
$$6x^2 - 5x + 1 > 0.$$

Нули: $6x^2 - 5x + 1 = 0;$
 $D = 25 - 24 = 1,$
 $x_1 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3};$

$$x_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2}) > 0$$

$$x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty).$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{2}, \\ x \geq \frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

Ответ: $x \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$

145.2. $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 14 \geq 0, \\ 3x + 11 > 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq -3,5 \\ x \geq 2. \\ x > -\frac{11}{3}. \end{cases}$

$$x \in \left(-\frac{11}{3}; -3,5 \right] \cup [2; +\infty).$$

Нули: $2x^2 + 3x - 14 = 0; D = 9 + 8 \cdot 14 = 9 + 112 = 121,$

$$x_1 = \frac{-3-11}{4} = -\frac{14}{4} = -3,5; \quad x_2 = \frac{-3+11}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$



$$(x+3,5)(x-2) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -3,5] \cup [2; +\infty).$$

Ответ: $x \in \left(-3\frac{2}{3}; -3,5 \right] \cup [2; +\infty).$

$$\begin{aligned}
 146.1. \quad & \begin{cases} \frac{1}{9}x^2 \leq 1, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 9, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+3) \leq 0, \\ (x-2)(x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3, \\ \begin{cases} x < -2, \\ x > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x < -2, \\ 2 < x \leq 3. \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-3; -2) \cup (2; 3].
 \end{aligned}$$

Ответ: $x \in [-3; -2) \cup (2; 3]$.

$$146.2. \quad \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 \leq 1, \\ x^2 > 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 4, \\ x^2 > 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \leq 0, \\ x^2 - 1 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+2) \leq 0, \\ (x-1)(x+1) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2. \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 1. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-2; -1) \cup (1; 2]$.

$$147.1. \quad \begin{cases} 4x^2 - 1 \leq 0, \\ x^2 > 0; \end{cases} \quad x^2 - \frac{1}{4} \leq 0, \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 0, \quad \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right].$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right].$$

$$147.2. \quad \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ 169 - x^2 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ 13^2 - x^2 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ x^2 - 13^2 \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ (x-13)(x+13) \leq 0; \end{cases}$$

$$1) y = (x-13)(x+13);$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty).$$

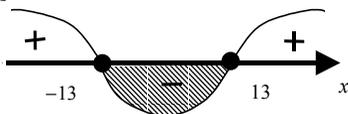
2) Нули функции:

$$(x-13)(x+13) = 0;$$

$$x-13=0; x=13 \text{ или } x+13=0; x=-13.$$

3) $x \in [-13; 13]$ Т.к. $(x-1)^2 > 0$.

$x \in [-13; 1) \cup (1; 13]$.



Ответ: $x \in [-13; 1) \cup (1; 13]$.

$$148.1. (\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} + 10 = 16 + 2\sqrt{60}.$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2 = 5 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{11} + 11 = 16 + 2\sqrt{55}.$$

Т.к. $\sqrt{60} > \sqrt{55}$, то $16 + 2\sqrt{60} > 16 + 2\sqrt{55}$,

Ответ: $\sqrt{6} + \sqrt{10} > \sqrt{5} + \sqrt{11}$.

$$148.2. (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + 6 = 9 + 2\sqrt{18};$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} + 7 = 9 + 2\sqrt{14}.$$

Т.к. $\sqrt{18} > \sqrt{14}$, то $9 + 2\sqrt{18} > 9 + 2\sqrt{14}$,

Ответ: $\sqrt{3} + \sqrt{6} > \sqrt{2} + \sqrt{7}$.

$$149.1. (2 + \sqrt{11})^2 = 4 + 4\sqrt{11} + 11 = 15 + 2\sqrt{44}.$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 = 5 + 2\sqrt{50} + 10 = 15 + 2\sqrt{50}.$$

Т.к. $44 < 50$, то $\sqrt{44} < \sqrt{50}$, то $15 + 2\sqrt{44} < 15 + 2\sqrt{50}$.

Ответ: $2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}$.

$$149.2. (\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 2\sqrt{60} + 10 = 16 + 2\sqrt{60} = 16 + \sqrt{240}.$$

$$(3 + \sqrt{7})^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + \sqrt{36 \cdot 7} = 16 + \sqrt{36 \cdot 7} = 16 + \sqrt{252}.$$

Т.к. $\sqrt{240} < \sqrt{252}$, значит, $16 + \sqrt{240} < 16 + \sqrt{252}$.

Ответ: $\sqrt{6} + \sqrt{10} < 3 + \sqrt{7}$.

$$150.1. \sqrt{26} + \sqrt{24} \vee 10; 50 + 2\sqrt{25 \cdot 24} \vee 100; \sqrt{25 \cdot 24} \vee 25;$$

$$24 < 25 \Rightarrow \sqrt{26} + \sqrt{24} < 10.$$

Ответ: $\sqrt{26} + \sqrt{24} < 10$.

$$150.2. \sqrt{50} + \sqrt{48} \vee 14; 98 + 2\sqrt{50 \cdot 48} \vee 196;$$

$$\sqrt{2400} < 49 = \sqrt{2401}.$$

Ответ: $\sqrt{50} + \sqrt{48} < 14$.

$$151.1. x + \frac{1}{3}x^2 \geq 0,$$

$$x^2 + 3x \geq 0.$$

$$x(x+3) \geq 0.$$

$$x \in [-\infty; -3] \cup [0; +\infty).$$

Ответ: при $x \in [-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$.



$$151.2. x - \frac{1}{4}x^2 \geq 0.$$

$$x^2 - 4x \leq 0, \quad x(x-4) \leq 0.$$

$$x \in [0; 4].$$

Ответ: выражение $\sqrt{x - \frac{1}{4}x^2}$ имеет смысл при $x \in [0; 4]$

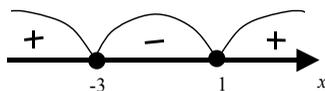


$$152.1. 3 - 2x - x^2 \geq 0;$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0. \quad (x+3)(x-1) \leq 0.$$

$$x \in [-3; 1].$$

Ответ: $[-3; 1]$



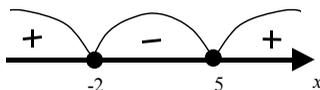
$$152.2. 10 + 3x - x^2 \geq 0.$$

$$x^2 - 3x - 10 \leq 0.$$

$$(x-5)(x+2) \leq 0.$$

$$x \in [-2; 5].$$

Ответ: $[-2; 5]$



$$153.1. x^2 + \frac{7}{12}x + \frac{1}{12} < 0; \quad 12x^2 + 7x + 1 < 0.$$

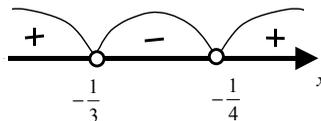
Нули: $12x^2 + 7x + 1 = 0; D = 49 - 48 = 1,$

$$x_1 = \frac{-7-1}{24} = -\frac{8}{24} = -\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{-7+1}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}.$$

$$(x + \frac{1}{3})(x + \frac{1}{4}) < 0.$$

$$x \in (-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}).$$



Ответ: выражение не имеет смысла при x , принадлежащих интервалу

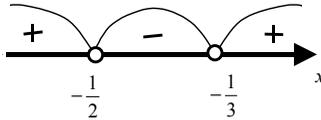
$$\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right)$$

153.2. $x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} < 0$.

Нули: $6x^2 + 5x + 1 = 0$;

$D = 25 - 24 = 1$,

$x_1 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$.



$(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3}) < 0$.

$x \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.

Ответ: выражение не имеет смысла при x , принадлежащих интервалу

$(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3})$

154.1. $2x^2 - x + 1 \geq 0$.

Нули: $2x^2 - x + 1 = 0$; $D = (-1) - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1 - 8 = -7$, $D < 0$; значит парабола не имеет общих точек с осью x , т. о. $y > 0$ всегда.

Ответ: область определения функции: $(-\infty; +\infty)$.

154.2. $3x^2 - 4x + 2 \geq 0$.

Нули: $3x^2 - 4x + 2 = 0$;

$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 3 \cdot 2 = 4 - 6 = -2$;

$\frac{D}{4} < 0$, значит парабола не имеет общих точек с осью x , т. о. $y > 0$ всегда.

Ответ: область определения функции: $(-\infty; +\infty)$.

155.1. $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 > 0$.

$x^2 + 8x + 16 > 0$, $(x+4)^2 > 0$, всегда, кроме $x = -4$.

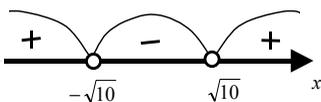
Ответ: область определения $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$.

155.2. $9 - 2x + \frac{1}{9}x^2 > 0$.

$x^2 - 18x + 81 > 0$, $(x-9)^2 > 0$, всегда, кроме $x = 9$.

Ответ: область определения $(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$.

156.1. $\frac{2}{5}x^2 - 4 > 0$. $x^2 > 10$, $(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) > 0$.



$x \in (-\infty; -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty)$.

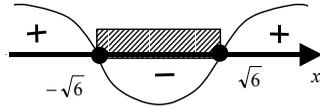
Ответ: выражение имеет смысл при $x \in (-\infty; -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty)$.

$$156.2. 2 - \frac{1}{3}x^2 > 0.$$

$$x^2 < 6, (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) < 0.$$

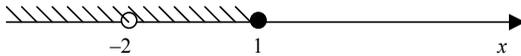
$$x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$$

Ответ: исходное выражение имеет смысл при $x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$



$$157.1. \begin{cases} 1-x \geq 0, \\ x+2 \neq 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq 1, \\ x \neq -2. \end{cases} \quad x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1]$$

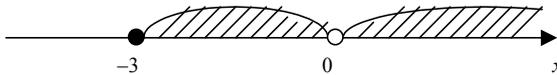
Ответ: выражение имеет смысл при: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1]$



$$157.2. \begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 2x \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

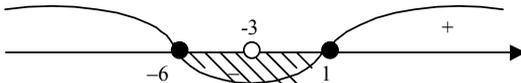
$$x \in [-3; 0) \cup (0; +\infty)$$

Ответ: выражение имеет смысл при: $x \in [-3; 0) \cup (0; +\infty)$



$$158.1. \begin{cases} 6-5x-x^2 \geq 0, \\ x+3 \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x-6 \leq 0, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+6)(x-1) \leq 0, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq 1, \\ x \neq -3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < -3, \\ -3 < x \leq 1. \end{cases}$$



Ответ: $x \in [-6; -3) \cup (-3; 1]$

$$158.2. \begin{cases} 3+x-2x^2 \geq 0, \\ x-1 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-x-3 \leq 0, \\ x \neq 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-1.5) \leq 0, \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$x \in [-1; 1) \cup (1; 1.5]. \quad 2x^2 - x - 3 \leq 0$$

$$\text{Нули: } 2x^2 - x - 3 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25,$$

$$x_1 = \frac{1-5}{4} = -\frac{4}{4} = -1; \quad x_2 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1.5.$$

$$(x+1)(x-1.5) \leq 0.$$

$$x \in [-1; 1.5]$$

Ответ: $x \in [-1; 1) \cup (1; 1.5]$



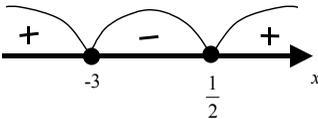
159.1.

$$\begin{cases} 3-5x-2x^2 \geq 0, \\ 10x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x-3 \leq 0, \\ 10x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x < 0, \\ 0 < x \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$2x^2+5x-3 \leq 0.$$

$$\text{Нули: } 2x^2+5x-3=0;$$

$$D=25-4 \cdot 2 \cdot (-3)=25+24=49,$$



$$x_1 = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3;$$

$$x_2 = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$(x+3)\left(x-\frac{1}{2}\right) \leq 0.$$

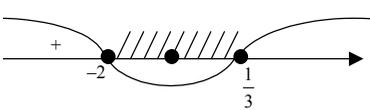
Ответ: область определения функции – $[-3; 0) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

$$159.2. \begin{cases} 2-5x-3x^2 \geq 0, \\ x^2 \neq 0. \end{cases}$$

$$3x^2+5x-2 \leq 0. \quad 3x^2-5x-2=0;$$

$$D=25-4 \cdot 3 \cdot (-2)=25+24=49,$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$



$$(x+2)\left(x-\frac{1}{3}\right) \leq 0.$$

$$\begin{cases} 3x^2+5x-2 \leq 0, \\ x \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x \in [-2; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]. \quad x \in [-2; \frac{1}{3}].$$

Ответ: $[-2; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]$.

$$160.1. \begin{cases} 3x^2-x-14 \geq 0, \\ 2x+5 \neq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-x-14 \geq 0, \\ x \neq -2,5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2\frac{1}{3} \\ x \neq -2,5 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left(-2\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

$$3x^2-x-14 \geq 0.$$

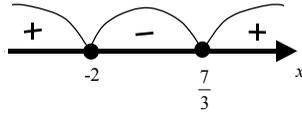
Нули: $3x^2 - x - 14 = 0$;

$D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 1 + 168 = 169$,

$$x_1 = \frac{1-13}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{1+13}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

$$(x+2)\left(x-\frac{7}{3}\right) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{7}{3}; +\infty\right).$$



Ответ: $x \in (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty\right)$

$$160.2. \begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 > 0, \\ 7 - 2x \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 \geq 0, \\ x \neq 3,5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{5}{3} \\ x \geq 3 \\ x \neq 3,5 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [3; 3,5) \cup (3,5; +\infty).$$

$$3x^2 - 4x - 15 \geq 0$$

Нули: $3x^2 - 4x - 15 = 0$;

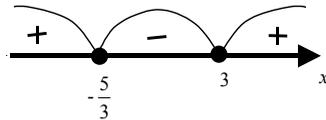
$$\frac{D}{4} = 4 - 3 \cdot (-15) = 49,$$

$$x_1 = \frac{2-7}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{2+7}{3} = \frac{9}{3} = 3.$$

$$\left(x + \frac{5}{3}\right)(x-3) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [3; +\infty).$$



Ответ: $x \in \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right] \cup [3; 3,5) \cup [3,5; +\infty)$

$$161.1. y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1};$$

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 > 0$ при всех x .

Ответ: $x \neq -1$.

$$161.2. y = \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{x - 1};$$

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0 \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0$ при всех x .

Ответ: $x \neq 1$.

$$162.1. y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1}; \begin{cases} x^2 + 1 \geq 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$$

$x^2 + 1 > 0$ при всех x .

Ответ: $x \neq \pm 1$.

$$162.2. \begin{cases} x^2 + 2 \geq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \quad x^2 + 2 > 0 \text{ при всех } x.$$

Ответ: $x \neq \pm 2$.

163.1. $a_1 = -10, 2$, $a_2 = -9, 5$; $d = a_2 - a_1 = -9, 5 - (-10, 2) = 0, 7$;
 $a_n = -10, 2 + 0, 7(n-1) = -10, 2 + 0, 7n - 0, 7 = 0, 7n - 10, 9 > 0$.

$n > 15 \frac{4}{7}$, $\Rightarrow n = 16$, т.к. n – натуральное.

$a_{16} = a_1 + d \cdot 15 = -10, 2 + 0, 7 \cdot 15 = -10, 2 + 10, 5 = 0, 3$.

Ответ: $a_{16} = 0, 3$.

163.2. $a_1 = 12, 5$, $a_2 = 11, 2$.

$d = 11, 2 - 12, 5 = -1, 3$; $a_n = 12, 5 - 1, 3(n-1) = 12, 5 - 1, 3n + 1, 3 = 13, 8 - 1, 3n$.

$13, 8 - 1, 3n < 0$.

$13, 8 - 1, 3n < 0$; $1, 3n > 13, 8$, $n > \frac{138}{13}$; $n > 10 \frac{8}{13}$, $\Rightarrow n = 11$, т.к. n – натуральное.

$a_{11} = 12, 5 - 1, 3 \cdot 10 = -0, 5$.

Ответ: $-0, 5$.

164.1. $a_1 = 96, 4$; $a_2 = 91, 8$. $d = a_2 - a_1 = 91, 8 - 96, 4 = -4, 6$.

$a_n = 96, 4 - 4, 6(n-1) = 96, 4 - 4, 6n + 4, 6 = 101 - 4, 6n > 0$.

$-4, 6n > -101$; $n < \frac{101}{4, 6}$; $n < 21 \frac{44}{46}$; $n < 21 \frac{22}{23} \Rightarrow n = 21$, т.к. n – натуральное.

Ответ: в арифметической прогрессии 21 положительный член.

164.2. $a_1 = -38, 5$; $a_2 = -35, 8$.

$d = a_2 - a_1 = -35, 8 - (-38, 5) = 2, 7$.

$a_n = -38, 5 + 2, 7(n-1) = -38, 5 + 2, 7n - 2, 7 = -41, 2 + 2, 7n < 0$.

$2, 7n < 41, 2$, $n < \frac{412}{27}$; $n < 15 \frac{7}{27} \Rightarrow n = 15$, т.к. n – натуральное.

Ответ: в данной арифметической прогрессии 15 отрицательных членов.

165.1. $d=a_2-a_1=21,4-22,7=-1,3$;
 $a_n=22,7-1,3(n-1)=22,7-1,3n+1,3=24-1,3n>0$.

$n < 18 \frac{6}{13}$, $\Rightarrow n \leq 18$, т.к. n – натуральное.

$a_{18}=22,7-1,3 \cdot 17=0,6$; $a_{19}=22,7-1,3 \cdot 18=-0,7$.
 $|0,6|=0,6$, а $|-0,7|=0,7$.

Ответ: $a_{18}=0,6$.

165.2. $d=a_2-a_1=-14,4-(-15,1)=-14,4+15,1=0,7$;
 $a_n=-15,1+0,7(n-1)=-15,1+0,7n-0,7=-15,1+0,7n<0$.

$0,7n<15,8$; $n < 22 \frac{4}{7}$, $\Rightarrow n \leq 22$, т.к. n – натуральное.

$a_{22}=-15,8+0,7 \cdot 22=-15,8+15,4=-0,4$;

$a_{23}=-15,8+0,7 \cdot 23=-15,8+16,1=0,3$.

$|-0,4|=0,4$, а $|0,3|=0,3$.

Ответ: $a_{23}=0,3$.

166.1. $d=a_2-a_1=-6,3-(-7,1)=-6,3+7,1=0,7$;
 $a_n=-7,1+0,8(n-1)=-7,1+0,8n-0,8=-7,9+0,8n<0$.

$0,8n<7,9$; $n < \frac{79}{8}$; $n < 9 \frac{7}{8}$, $\Rightarrow n \leq 9$, т.к. n – натуральное.

$a_9=-7,9+0,8 \cdot 9=-7,9+7,2=-0,7$.

$S_9 = \frac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = \frac{-7,1 - 0,7}{2} \cdot 9 = \frac{-7,8}{2} \cdot 9 = -35,1$.

Ответ: $-35,1$.

166.2. $d=a_2-a_1=5,8-6,3=-0,5$.
 $a_n=6,3-0,5(n-1)=6,3-0,5(n-1)=6,8-0,5n>0$.
 $6,8-0,5n>0$; $0,5n<6,8$.

$n < 13 \frac{3}{5}$, $\Rightarrow n \leq 13$, т.к. n – натуральное.

$a_{13}=6,8-0,5 \cdot 13=6,8-6,5=0,3$.

$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{6,3 + 0,3}{2} \cdot 13 = \frac{6,6}{2} \cdot 13 = 3,3 \cdot 13 = 42,9$.

Ответ: $42,9$.

167.1. $d=a_2-a_1=19,3-24,1=-4,8$.
 $a_n=24,1-4,8(n-1)=24,1-4,8n+4,8=29,9-4,8n>0$. $-4,8n>-28,9$;

$n < \frac{289}{48}$; $n < 6 \frac{1}{48}$, $\Rightarrow n \leq 6$, т.к. n – натуральное.

$a_6=29,9-4,8 \cdot 6=29,9-28,8=1,1$.

$S_6 = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = (a_1 + a_6) \cdot 3 = (24,1+1,1)3=72,6$.

Ответ $72,6$.

167.2. $d=a_2-a_1=-8,3+9,6=1,3$.

$a_n=-9,6+1,3(n-1)=-9,6+1,3n-1,3=-10,9+1,3<0$.

$1,3n<10,9; n < 8\frac{5}{13}, \Rightarrow n \leq 8$, т.к. n – натуральное.

$a_8=-10,9+1,3\cdot 8=10,9+10,4=-0,5$.

$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = (a_1 + a_8) \cdot 4 = (-9,6-0,5) \cdot 4 = -10,1 \cdot 4 = -40,4$.

Ответ: $-40,4$.

168.1. $a_1=1$ и $d=1$.

$S_n = \frac{2 \cdot 1 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}$, т.к. $S_n > 120$, то $\frac{n(n+1)}{2} > 120$;

$n(n+1) > 240; n_2+n-240 > 0. (k+16)(k-15) > 0$.



$k \in (-\infty; -16) \cup (15; +\infty), \Rightarrow n \leq 16$, т.к. n – натуральное.

Ответ: для получения суммы последовательных натуральных чисел большей 120 надо сложить 16 и более чисел.

168.2. $a_1=2, d=2$.

$S_n = \frac{2 \cdot 2 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 + (n-1)}{1} \cdot n = (n+1) \cdot n$,

т.к. $S_n > 110$, то $(n+1)(n-10) > 0$



$n \in (-\infty; -11) \cup (10; +\infty), \Rightarrow n \leq 11$, т.к. n – натуральное.

$(n+1)n > 110; n^2+n-110 > 0$.

Ответ: складывают 11 и более четных чисел, начиная с 2.

169.1. $a_1=1, d=2$.

$S_n = \frac{2 \cdot 1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2(1+n-1)}{2} \cdot n = n^2$,

т.к. $S_n < 400$, то $n \in (-20; 20), \Rightarrow n \in [1; 19]$, т.к. n – натуральное.

$n^2 < 400$.

Ответ: 19 последовательных нечетных чисел, начиная с 1.

169.2. $S_n = \frac{2 \cdot 1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2(1+n-1)}{2} \cdot n = n^2$,

т.к. $S_n > 90$, то $n^2 > 90; |n| > 30; n < -30$ или $n > 30, \Rightarrow n \geq 31$, т.к. n – натуральное.

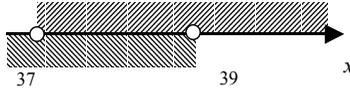
Ответ: необходимо сложить 31 последовательное нечетное число, начиная с 1.

170.1. Пусть задуманное целое число равно x .

Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{5} > 8, \\ \frac{x-7}{4} < 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3 > 40, \\ x-7 < 32; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 37, \\ x < 39; \end{cases} \Rightarrow 37 < x < 39,$$

но т. к. $x \in \mathbb{Z}$, то $x=38$.

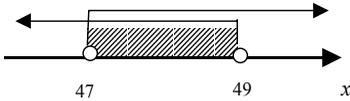


Ответ: 38.

170.2. Пусть x – задуманное целое число.

Составим систему

$$\begin{cases} \frac{x-4}{9} < 5, \\ \frac{x+8}{11} > 5; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 < 45, \\ x+8 > 55; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 49, \\ x > 47; \end{cases} \Rightarrow 47 < x < 49, \text{ но т. к. } x \in \mathbb{Z}, \text{ то } x=48.$$

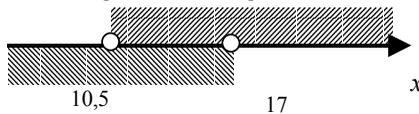


Ответ: 48.

171.1. Пусть боковая сторона равнобедренного треугольника равна x .

Составим систему.

$$\begin{cases} 21 < 2x, \\ x+x+21 < 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10,5, \\ 2x < 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10,5, \\ x < 17. \end{cases} \Leftrightarrow 10,5 < x < 17.$$

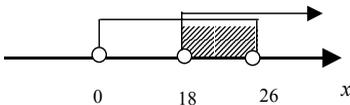


Ответ: $10,5 < x < 17$.

171.2. Пусть основание равнобедренного треугольника – x дм, т. к. сторона треугольника меньше суммы 2-х других сторон.

Составим систему.

$$\begin{cases} x+13+13 > 44, \\ 0 < x < 26. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 18, \\ x < 26. \end{cases}$$

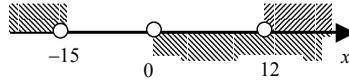


Ответ: $x \in (18; 26)$.

172.1. Пусть длина меньшей стороны прямоугольника – x см.

Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} x(x+3) > 180, \\ x > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 180 > 0, \\ x > 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+15)(x-12) > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$



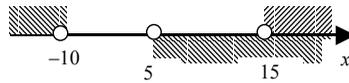
$$\begin{cases} x \in (-\infty; -15) \cup (12; +\infty) \\ x > 0. \end{cases} \quad x > 12.$$

Ответ: большая сторона прямоугольника может иметь длину, большую 12 см.

172.2. Пусть длина большего катета прямоугольного треугольника – x см.

Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x(x-5)}{2} > 75, \\ x-5 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 150 > 0, \\ x > 5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+10)(x-15) > 0 \\ x > 5. \end{cases}$$



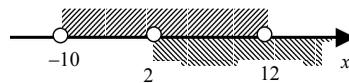
$$\begin{cases} x \in (-\infty; -10) \cup (15; +\infty) \\ x > 5. \end{cases} \quad x > 15.$$

Ответ: больший катет заданного треугольника может иметь длину, большую 15 см.

173.1. Пусть длина большего катета прямоугольного треугольника – x см.

Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x(x-2)}{2} < 60, \\ x-2 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 120 < 0, \\ x > 2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+10)(x-12) < 0 \\ x > 2. \end{cases} \Rightarrow$$



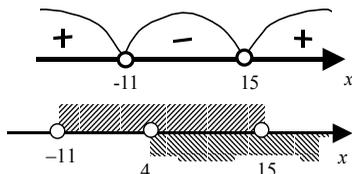
$$\begin{cases} x \in (-10; 12) \\ x > 2. \end{cases} \quad x \in (2; 12).$$

$$x \in (2; 12).$$

Ответ: больший катет заданного треугольника может иметь длину, большую 2 см, но меньше 12 см.

173.2. Пусть большая сторона треугольника равна x . Составим систему уравнений.

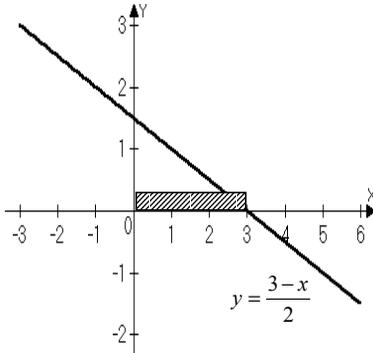
$$\begin{cases} x(x-4) < 165, \\ x-4 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 165 < 0, \\ x > 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+11)(x-15) < 0 \\ x > 4. \end{cases} \Rightarrow$$



$$\begin{cases} x \in (-11; 15) \\ x > 4. \end{cases} \quad x \in (4; 15).$$

Ответ: большая сторона прямоугольника может иметь длину, большую 4 см, но меньшую 15 см.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ



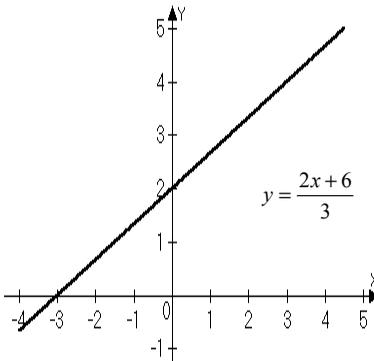
174.1. $y = \frac{3-x}{2}$. $y = -0,5x + 1,5$.

x	0	1
y	1,5	1

$y = -0,5x + 1,5$ – График – прямая.

Из графика видно, что $0 \leq y \leq 1,5$ при $0 \leq x \leq 3$.

Ответ: при $x \in [0; 3]$.



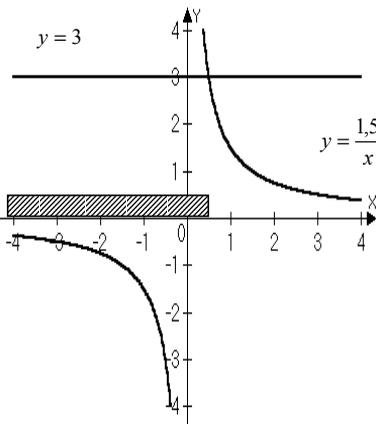
174.2. $y = \frac{2x+6}{3}$. $y = \frac{2}{3}x + 2$.

График – прямая.

x	0	-3
y	2	0

Из графика видно, что $0 \leq y \leq 4$ при $x \in [-3; 3]$.

Ответ: неравенство $0 \leq y \leq 4$ верно при всех $-3 \leq x \leq 3$.



175.1. $y = \frac{1,5}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-1,5	-1	1	1,5
y	-1	-1,5	1,5	1

По рисунку видно, что $y < 3$, при $x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty)$.

Ответ: $y < 3$, при $x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty)$.

175.2. $y = -\frac{2,5}{x}$. График – гиперболола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-2,5	-1	1	2,5
y	1	2,5	-2,5	-1

$$\begin{cases} -y > -5 \\ y = -\frac{2,5}{x} \end{cases}$$

$$-\frac{2,5}{x} > -5;$$

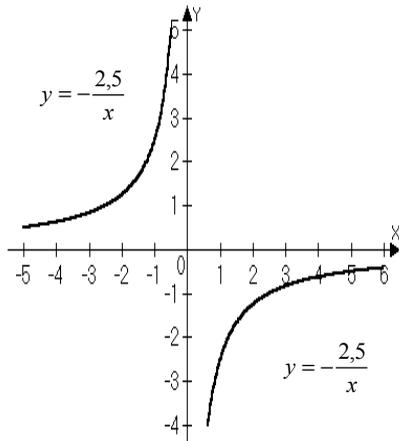
$$\frac{2,5}{x} < 5;$$

$$\frac{2,5}{x} - 5 < 0;$$

$$\frac{2,5 - 5x}{x} < 0;$$

$$\frac{5x - 2,5}{x} > 0;$$

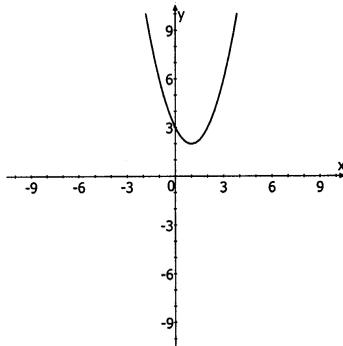
$$x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty).$$



Ответ: $y > -5$ при $x < 0$ или $x > 0,5$.

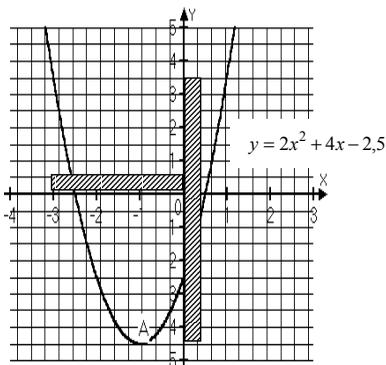
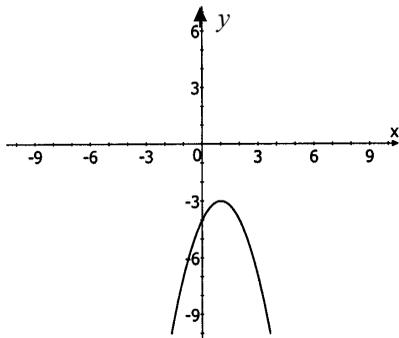
176.1. $y \in [2; 6]$. $y = x^2 - 2x + 3$

x	0	-1	1	-2	2
y	3	6	2	11	3



176.2. $y \in [-7; -3]$. $y = -x^2 + 2x - 4$

x	0	1	-1	2	-2
y	-4	-3	-7	-4	-12



177.1. $y = 2x^2 + 4x - 2,5$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{4} = -1$,

$y_0 = y(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 2,5 = 2 - 4 - 2,5 = -4,5$.

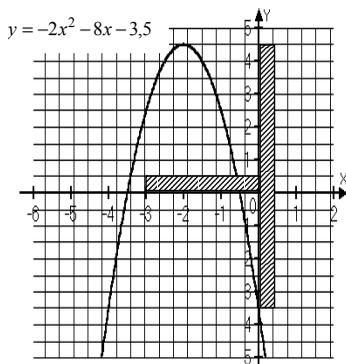
x	-1	0	1
y	-4,5	-2,5	3,5

Найдем значения y , если $-3 \leq x \leq 0$.

$y(-3) = 2 \cdot (-3)^2 + 4 \cdot (-3) - 2,5 = 18 - 12 - 2,5 = 3,5$. $y(0) = -2,5$; $y(-1) = -4,5$.

Из графика видно, что если $-3 \leq x \leq 0$, то $-4,5 \leq y \leq 3,5$.

Ответ: если $-3 \leq x \leq 0$, то $-4,5 \leq y \leq 3,5$.



177.2. $y = -2x^2 - 8x - 3,5$.

График – парабола, ветви вниз.

x	1
y	-13,5

Найдем значения y при $x \in [-3; 0]$.

$y(-3) = 2,5$; $y(-2) = 4,5$;

$y(0) = -3,5$.

Из графика видно, что если $x \in [-3; 0]$, то $y \in [-3,5; 4,5]$.

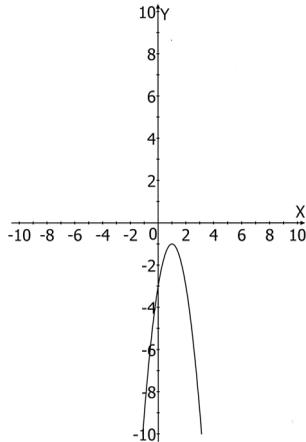
Ответ: если $x \in [-3; 0]$, то $y \in [-3,5; 4,5]$.

$$178.1. y = -2x^2 + 4x - 3$$

x	0	1	2	-1	3
y	-3	-1	-3	-9	-9

$$x_e = \frac{-4}{2(-2)} = 1$$

$$y_e = -1$$



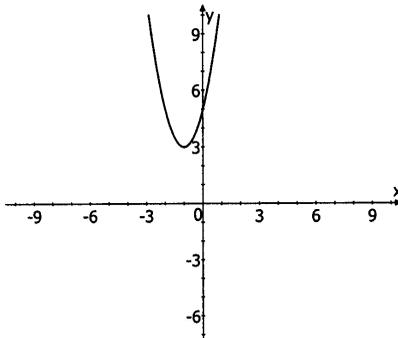
$$x \in (0; 2)$$

$$178.2. y = 2x^2 + 4x + 5$$

x	0	-1	-2	1	-3
y	5	3	5	11	11

$$x_e = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_e = 3$$



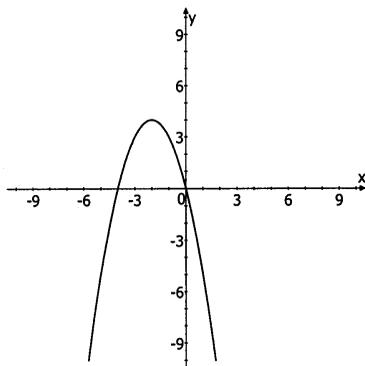
$$x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty).$$

179.1. $y = -x^2 - 4x$

x	-2	0	-4	1	-5
y	4	0	0	-5	-5

$$x_e = \frac{4}{2(-1)} = -2$$

$$y_e = 4$$



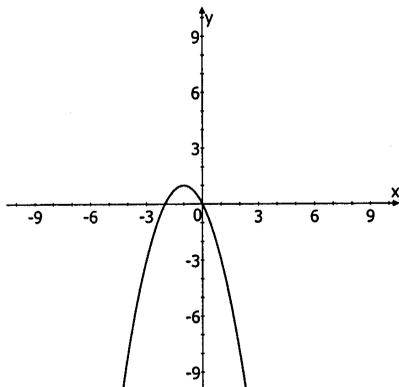
$$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty).$$

179.2. $y = -x^2 - 2x$

x	-1	0	-2	1	-3
y	1	0	0	-3	-3

$$x_e = \frac{2}{2(-1)} = -1$$

$$y_e = 1$$



$$x \in (-3; 1).$$

$$180.1. y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{3}} = -3;$$

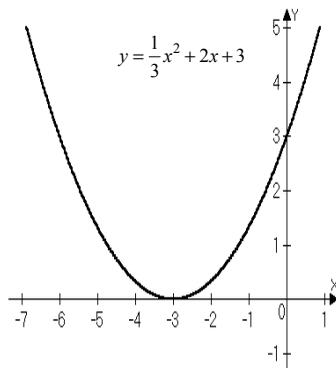
$$y_0 = y(-3) = \frac{1}{3} \cdot 9 - 6 + 3 = 0.$$

$A(-3; 0)$ – вершина параболы.

x	-3	0	3
Y	0	3	12

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = 0$.

Ответ: область значений функции – промежуток $[0; +\infty)$.



$$180.2. y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1.$$

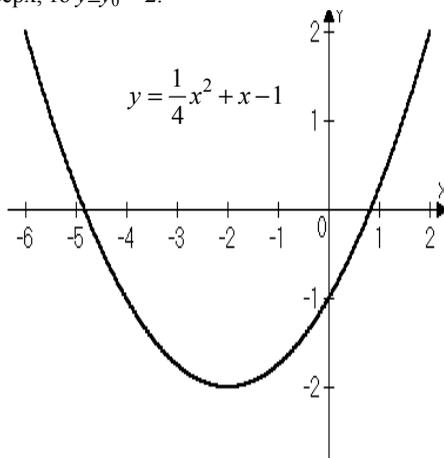
График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = -2;$$

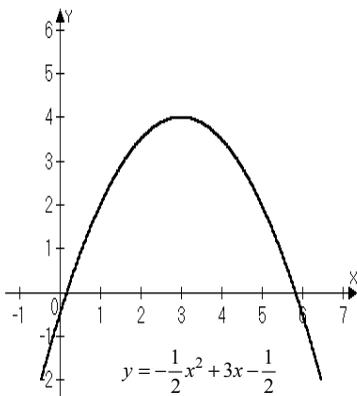
$$y_0 = y(-2) = \frac{1}{4} \cdot 4 - 2 - 1 = -2.$$

X	-2	0	2
Y	-2	1	2

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = -2$.



Ответ: область значений функции $y \geq -2$.



181.1. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2}$. График

– парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-3}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 3;$

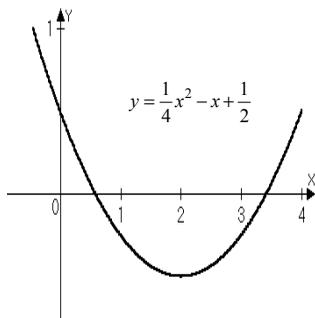
$y_0 = -\frac{9}{2} + 9 - \frac{1}{2} = -5 + 9 = 4.$

x	1	3	5
y	2	4	2

т. к. ветви вниз, то $y \leq y_0 = 4.$

Ответ: область значений функции $(-\infty; 4].$

181.2. $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{1}{2}$. График – парабола, ветви вверх.



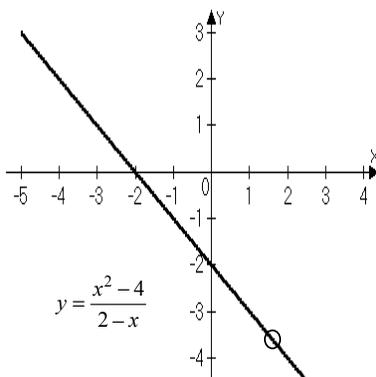
Вершина: $x_0 = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{4}{2} = 2;$

$y_0 = \frac{1}{4} \cdot 2^2 - 2 + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$

x	1	2	3
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = -\frac{1}{2}.$

Ответ: $y \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right).$



182.1.

$y = \frac{x^2 - 4}{2 - x} =$

$= \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = -x - 2; y = -x - 2.$

График – прямая, $x \neq 2.$

x	0	-2
y	-2	0

Т.о. график – прямая $y = -x - 2$ без точки (2; 4).

182.2.

$$y = \frac{x^2 - 2 + 1}{1 - x} = \frac{(x-1)^2}{-(x-1)} =$$

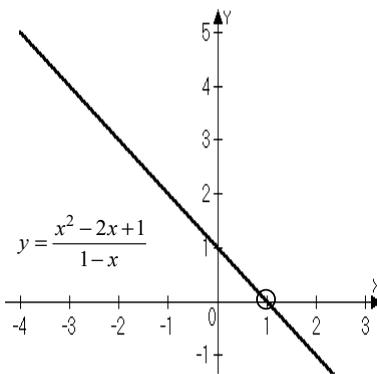
$$-(x-1) = -x + 1, x \neq 1.$$

$$y = -x + 1.$$

Т. о. график – прямая $y = 1 - x$ без точки (1; 0).

x	0	1
y	1	0

Ответ: область определения функции $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.



183.1. $y = \frac{x-4}{x^2-4x} = \frac{x-4}{x(x-4)} = \frac{1}{x},$

$x \neq 0; 4.$

$y = \frac{1}{x}$. График – гипербола, ветви в

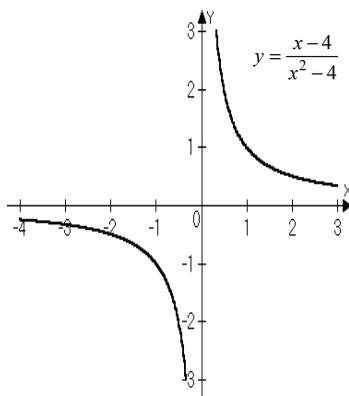
I и III координатных четвертях.

Т.о. график – гипербола $\frac{1}{x} = y$ без

точки с абсциссой $(4; \frac{1}{4})$.

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	-1	-2	2	1

Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 4) \cup (4; +\infty)$.



183.2. $y = \frac{x+2}{2x+x^2} = \frac{x+2}{x(2+x)} = \frac{1}{x}, x \neq 0; -2.$

$y = \frac{1}{x}$ – График гипербола, ветви

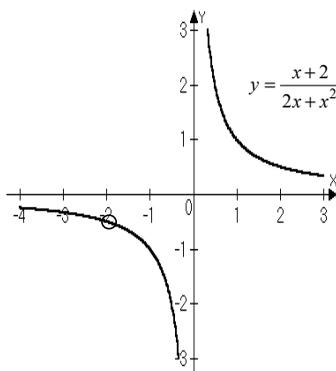
в I и III координатных четвертях.

Т.о. график – гипербола $\frac{1}{x} = y$ без

точки $(-2; -\frac{1}{2})$.

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	-1	-2	2	1

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$ – область определения функции.



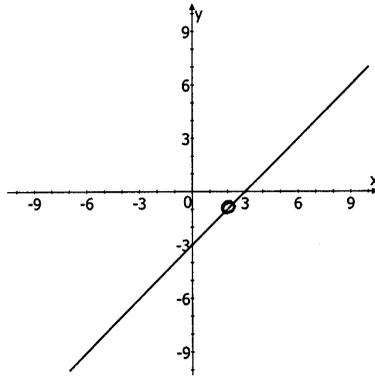
184.1.

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)}$$

$$y = x - 3,$$

$$x \neq 2$$



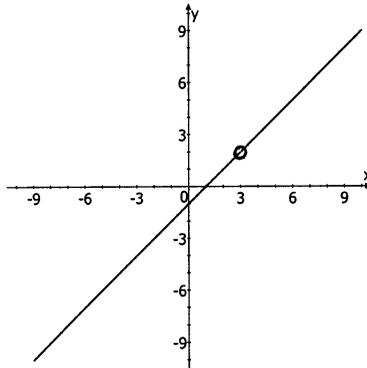
184.2.

$$y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$$

$$y = \frac{(x-3)(x-1)}{x-3}$$

$$y = x - 1,$$

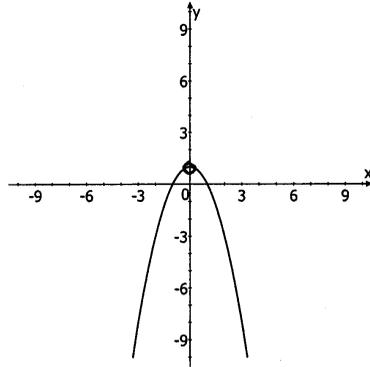
$$x \neq 3$$



185.1.

$$y = \frac{x - x^3}{x}$$

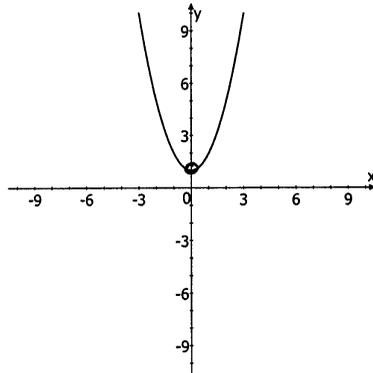
$$y = 1 - x^2, x \neq 0$$



185.2.

$$y = \frac{x + x^3}{x}$$

$$y = 1 + x^2, x \neq 0$$



186.1. Точки A и C лежат на оси x , т. е. $y=0$.

$$\frac{x^2 - 5}{x^2 + 5} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{5},$$

т. к. A левее C ,

то $A(-\sqrt{5}; 0)$, $C(\sqrt{5}; 0)$.

$$y(0) = \frac{0 - 5}{0 + 5} = -1$$

$B(0; -1)$.

Т.о. $B(0; -1)$.

Ответ: $A(-\sqrt{5}; 0)$; $B(0; -1)$; $C(\sqrt{5}; 0)$.

186.2. Точки A и C лежат на оси x , значит, $y=0$. $\frac{2-x^2}{x^2+1} = 0$.

$$2-x^2=0, \text{ т.е. } x=\pm\sqrt{2},$$

т. к. A левее C , то $A(-\sqrt{2}; 0)$, $C(\sqrt{2}; 0)$.

$$y(0) = \frac{2-0}{0+1} = \frac{2}{1} = 2. \text{ } B(0; 2).$$

Ответ: $A(-\sqrt{2}; 0)$; $B(0; 2)$; $C(\sqrt{2}; 0)$.

187.1. Точки A и C графика функции $y=x^3-x^2-4x+4$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$(x^3-x^2)-(4x-4)=0; x^2(x-1)-4(x-1)=0,$$

$$(x-1)(x^2-4)=0; (x-1)(x-2)(x+2)=0;$$

$$x-1=0 \text{ или } x-2=0 \text{ или } x+2=0; x=1 \text{ } x=2 \text{ } x=-2.$$

Т. к. A левее O , то $A(-2; 0)$, C дальше всех вправо от O , т. е. $C(2; 0)$.

$$y(0)=4. \text{ Т.е. } B(0; 4).$$

Ответ: $A(-2; 0)$; $B(0; 4)$; $C(2; 0)$.

187.2. Точки M и N графика функции $y=-x^3-2x^2+x+2$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$-x^3-2x^2+x+2=0; (x^3-x)+(2x^2-2)=0;$$

$$x(x^2-1)+2(x^2-1)=0, (x^2-1)(x+2)=0; (x-1)(x+1)(x+2)=0;$$

$$x-1=0 \text{ или } x+1=0 \text{ или } x+2=0;$$

$$x=1 \text{ } x=-1 \text{ } x=-2.$$

Т. к. M левее N , а N левее O , то $M(-2; 0)$ и $N(-1; 0)$.

$$y(0)=2. \text{ Т.е. } K(0; 2).$$

Ответ: $M(-2; 0)$; $N(-1; 0)$; $K(0; 2)$.

188.1. Точки A и C графика функции $y=-9x^4+10x^2-1$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$-9x^4+10x^2-1=0; 9x^4-10x^2+1=0.$$

$$D=100-36=64,$$

$$x^2 = \frac{10-8}{18} = \frac{1}{9},$$

$$x^2 = \frac{10+8}{18} = 1.$$

$$x_{1,2}=\pm\frac{1}{3}. \text{ } x_{3,4}=\pm 1.$$

Т. к. A – самая левая точка, то $A(-1; 0)$, т. к. C – правее нуля, но левее правой точки, то $C(\frac{1}{3}; 0)$.

$$y(0)=-1, \text{ т. е. } B(0; -1).$$

Ответ: $A(-1; 0)$; $B(0; -1)$; $C(\frac{1}{3}; 0)$.

188.2. Точки M и L лежат на оси x , значит $y=0$.

$$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0;$$

$$x^2 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4}, \quad x_{1,2} = \pm \frac{1}{2};$$

$$x^2 = \frac{5+3}{8} = 1,$$

$$x_{3,4} = \pm 1.$$

Т. к. $|L|=|M|$ и они самые крайние, но разных знаков, то $M(1; 0)$, $L(-1; 0)$.
 $y(0)=1$, т. о. $K(0; 1)$.

Ответ: $K(0; 1)$; $L(-1; 0)$; $M(1; 0)$.

189.1. $y = x^2 + 3x + c > 0$;

$$D = 9 - 4c < 0 \Rightarrow c > \frac{9}{4}.$$

Ответ: $c > \frac{9}{4}$.

189.2. $y = -x^2 + 2x + c < 0$;

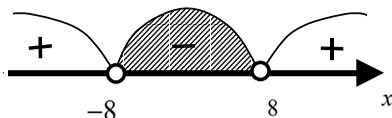
$$\frac{D}{4} = 1 + c < 0 \Rightarrow c < -1.$$

Ответ: $c < -1$.

190.1. $y = 2x^2 + ax + 8$. График – парабола, ветви вверх ($a=2$, $2 > 0$).

$$2x^2 + ax + 8 = 0.$$

$$D = a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = a^2 - 64. \quad D < 0: a^2 - 64 < 0; (a-8)(a+8) < 0.$$



Т.о. $D < 0$ при $a \in (-8; 8)$, а, значит, заданная функция принимает положительные значения при $a \in (-8; 8)$.

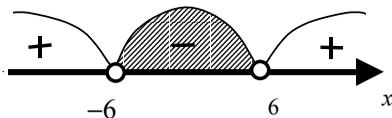
Ответ: $y > 0$ при $a \in (-8; 8)$.

190.2. $y = -x^2 + bx - 9$. График – парабола, ветви вниз ($a = -1$, $-1 < 0$).

$$D = b^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = b^2 - 36.$$

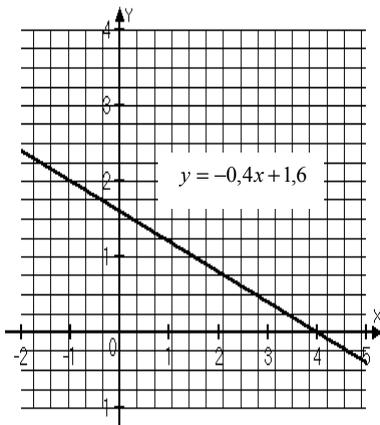
Найдем значения b , при которых $b^2 - 36 < 0$: $b^2 - 36 < 0 (b-6)(b+6) < 0$.

Решим методом интервалов.



Т.о. $D < 0$ при $b \in (-6; 6)$, а, значит, заданная функция принимает отрицательные значения при $b \in (-6; 6)$.

Ответ: $y < 0$ при $b \in (-6; 6)$.



191.1. $y=kx+b$, $k=-0,4$.

$y=-0,4x+b$.

$y(-2,5)=2,6$.

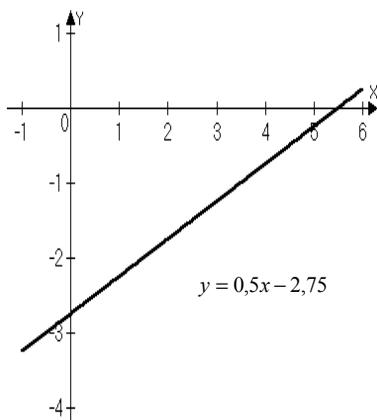
$2,6=-0,4 \cdot (-2,5)+b$.

$b=1,6$.

$y=-0,4x+1,6$.

График – прямая.

x	-1	0
y	2	1,6



191.2. $y=kx+b$, $k=\frac{1}{2}$.

$y=\frac{1}{2}x+b$; $y(1,5)=-2$.

$-2=\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} +b$.

$b=-2 \frac{3}{4}$. $y=\frac{1}{2}x-2 \frac{3}{4}$.

График – прямая.

x	1,5	3,5
y	-2	-1

192.1. $y=ax^2$.

$y(-1)=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}=a(-1)^2$, $a=\frac{1}{4}$.

$y=\frac{1}{4}x^2$.

192.2. $y=ax^2$.

$y(-1)=\frac{1}{3}$. $B(-1; \frac{1}{3})$,

$\frac{1}{3}=a(-1)^2$, $a=\frac{1}{3}$.

$y=\frac{1}{3}x^2$.

193.1. Т. к. вершина: $A(0; -1)$, $y = a(x-0)^2 - 1$, $y = ax^2 - 1$.

$$y(-2) = 7.$$

$$7 = a \cdot (-2)^2 - 1; 8 = 4a, a = 2.$$

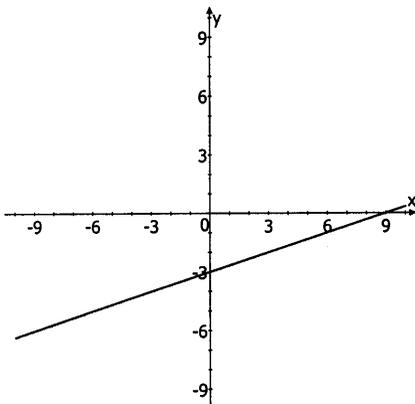
$$y = 2x^2 - 1.$$

193.2. Т. к. вершина в точке $A(0; 2)$, то $y = a(x-0)^2 + 2$ или $y = ax^2 + 2$.

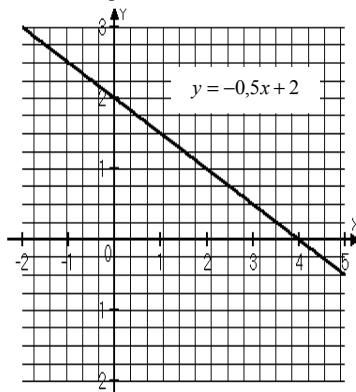
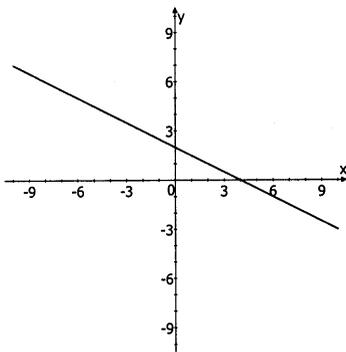
$$y(2) = -6.$$

$$-6 = a \cdot 2^2 + 2, 4a = -8; a = -2. y = -2x^2 + 2.$$

$$194.1. \begin{cases} -7 = -12k + b \\ 2 = 15k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27k = 9 \\ b = 2 - 15k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 3$$



$$194.2. \begin{cases} -3 = 10k + b \\ 12 = -20k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30k = -15 \\ b = 12 + 20k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

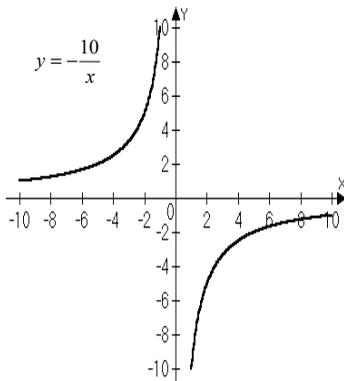


195.1. $y = \frac{k}{x}$. $y(-5\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.

$\sqrt{2} = \frac{k}{-5\sqrt{2}}$, $k = -10$.

$y = \frac{-10}{x}$.

x	-2	-1	1	2
y	5	10	-10	-5

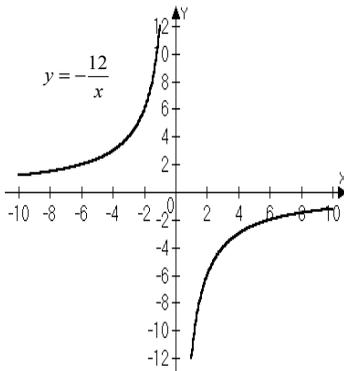


Ответ: при $k = -10$.

195.2. $y = \frac{k}{x}$, $y(-4\sqrt{3}) = \sqrt{3}$, $\sqrt{3} = \frac{k}{-4\sqrt{3}}$, $k = -12$.

Т.о. $y = \frac{-12}{x}$.

x	-4	2	2	4
y	3	6	-6	-3



196.1. $y = ax^2 - 4x + 4$. $y(3) = -5$.
 $-5 = a \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 4$, $9a - 12 + 4 = -5$,

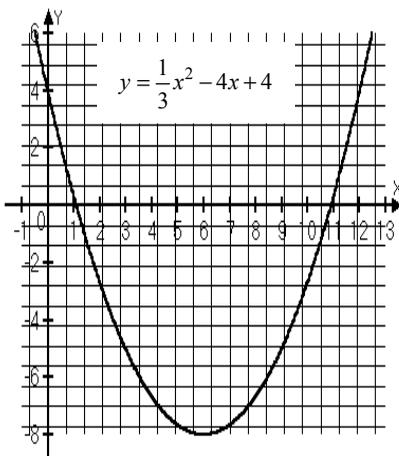
$$a = \frac{1}{3}.$$

Т.о. $y = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 4$.

$$x_0 = -\frac{-4}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 6,$$

а $y_0 = y(6) = \frac{1}{3} \cdot 36 - 4 \cdot 6 + 4 = -8$.

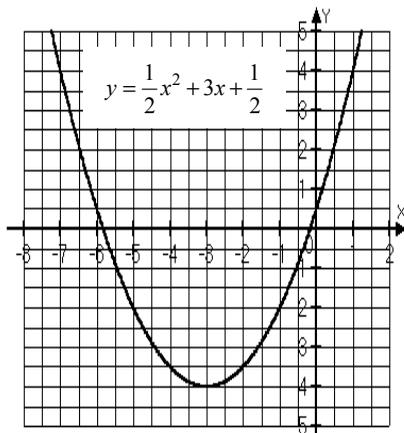
x	3	6	9
y	-5	-8	-5



196.2. $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + \frac{1}{2}$. График – парабола, ветви вверх $y(-1) = -2$.

$$-2 = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + \frac{1}{2}; -2 = \frac{1}{2} - b + \frac{1}{2}; -2 - 1 = -b; b = 3.$$

Т.о. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$



Вершина: $x_0 = \frac{-3}{2 \cdot \frac{1}{2}} = -3$; $y_0 = \frac{1}{2} \cdot 9 - 9 + \frac{1}{2} = -4$.

x	-5	-3	-1
y	-2	-4	-2

197.1. $y = -x^2 + px + q, y(-2) = 0, y(0) = 8.$

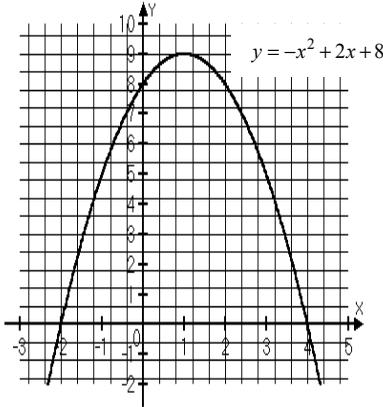
Составим систему.

$$\begin{cases} 0 = -4 - 2p + q, \\ 8 = 0 + p \cdot 0 + q; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2p + q = 4, \\ q = 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2p + 8 = 4, \\ q = 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 2, \\ q = 8. \end{cases}$$

Т. о. $y = -x^2 + 2x + 8.$ График параболы, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1;$

$y_0 = y(1) = -1 + 2 + 8 = 9.$



x	0	1	2
y	8	9	8

197.2. Если параболы $y = -x^2 + px + q, y(0) = 5, y(-5) = 0.$

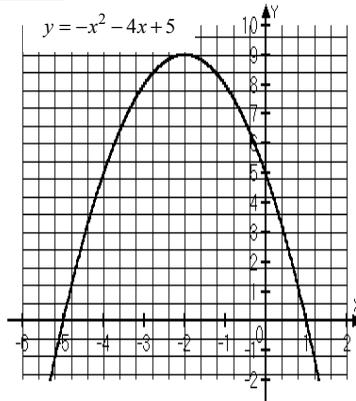
Составим систему.

$$\begin{cases} 0 = -25 - 5p + q, \\ 5 = q; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -25 - 5p + q = 0, \\ q = 5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -4, \\ q = 5. \end{cases}$$

Т. о. $y = -x^2 - 4x + 5.$

Вершина: $x_0 = \frac{4}{-2} = -2; y_0 = y(-2) = -4 + 8 + 5 = 9;$

x	-3	-2	-1
y	8	9	8



$$198.1. y = \begin{cases} 3+2x, & x < 0, \\ 3-2x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$1) y=3+2x.$$

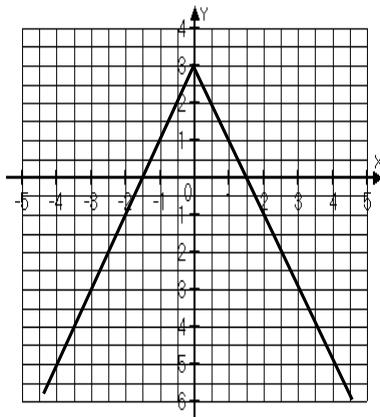
График – прямая.

x	-1	-2
y	1	-1

$$2) y=3-2x.$$

График – прямая.

x	0	1
y	3	1



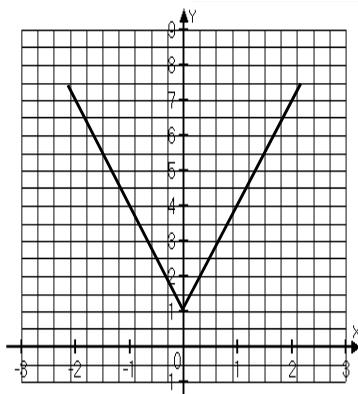
$$198.2. y = \begin{cases} 1-3x, & x < 0, \\ 1+3x, & x \geq 0. \end{cases}$$

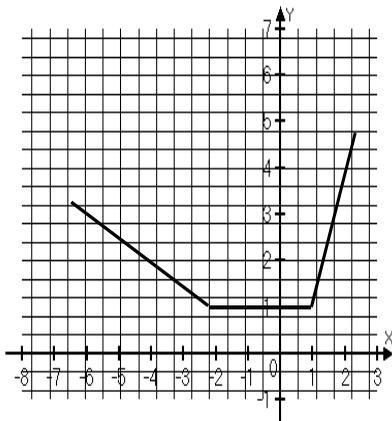
$$y=1-3x, x < 0.$$

x	-2	-1
y	7	4

$$y=1+3x, x \geq 0.$$

x	0	1
y	1	4





$$199.1. y = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & x < -2, \\ 1, & -2 \leq x < 1, \\ 3x - 2, & x \geq 1. \end{cases}$$

1) $y = -\frac{x}{2}$. График – прямая.

x	-4	-6
y	2	3

2) $y=1$. График – прямая, параллельная оси x . Строим часть данной прямой, удовлетворяющую условию $-2 \leq x < 1$.

3) $y=3x-2$. График – прямая.

x	1	2
y	1	4

$$199.2. y = \begin{cases} 2x + 4, & x < 1, \\ 2, & -1 \leq x < 2, \\ 3 - \frac{x}{2}, & x \geq 2. \end{cases}$$

1) $y=2x+4$, $y=2$, $y=3-\frac{x}{2}$, графики – прямые.

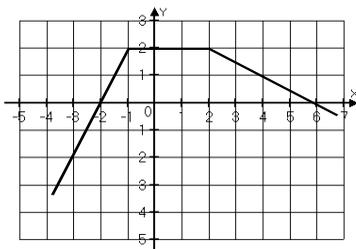
а) $y=2x+4$ при $x < -1$

x	-2	-3
y	0	-2

б) $y=2$ при $-1 \leq x < 2$. График — прямая, параллельная оси X .

в) $y = -\frac{x}{2} + 3$ при $x \geq 2$.

x	2	4
y	2	1

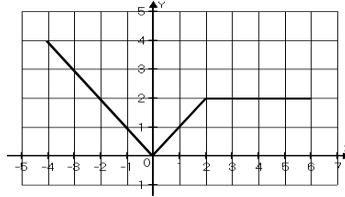


$$200.1. y = \begin{cases} |x|, & x < 2, \\ 2, & x \geq 2. \end{cases}$$

1) $y = |x|$ при $x < 2$.

x	-1	0	1
y	1	0	1

2) $y = 2$ при $x \geq 2$. График – прямая, параллельная оси X .



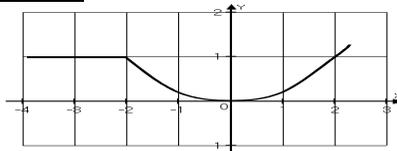
$$200.2. y = \begin{cases} 1, & x < -2, \\ \frac{1}{4}x^2, & x \geq -2. \end{cases}$$

1) $y = 1$ при $x < -2$. График – прямая, параллельная оси X .

2) $y = \frac{1}{4}x^2$.

График – парабола.

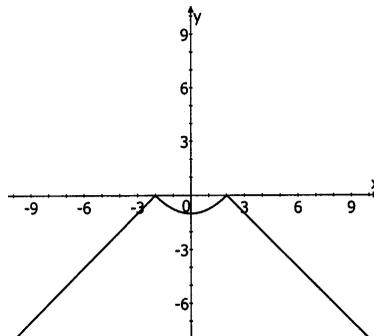
x	-2	0	2
y	1	0	1



201.1.

$$y = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1, & x \in [-2; 2] \\ 2 - x, & x \in (2; \infty) \\ x + 2, & x \in (-\infty; -2) \end{cases}$$

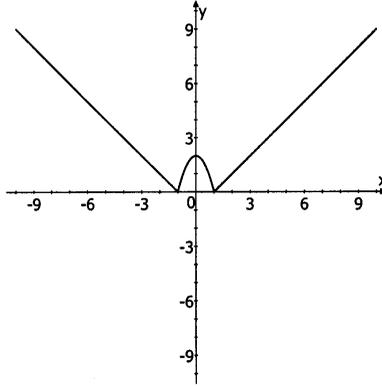
$\frac{1}{4}x^2 - 1$ – график –
парабола;
 $2 - x; x + 2$ – графики –
прямые.



201.2.

$$y = \begin{cases} 2 - 2x^2, & x \in [-1; 1] \\ x - 1, & x \in (1; \infty) \\ -x - 1, & x \in (-\infty; -1) \end{cases}$$

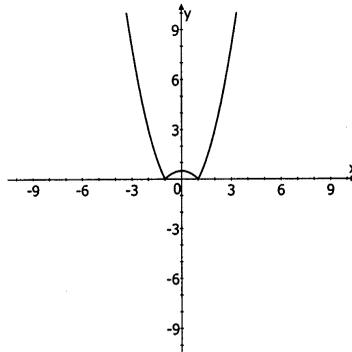
$2 - 2x^2$ – график – парабола;
 $x - 1$; $-x - 1$ – графики – прямые.



202.1.

$$y = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, & x \in [-1; 1] \\ x^2 - 1, & x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty) \end{cases}$$

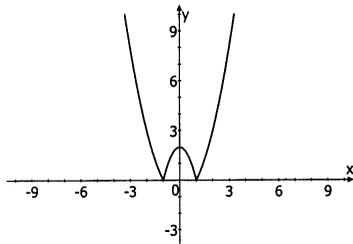
$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2$; $x^2 - 1$ $2 - 2x^2$ – графики – параболы.



202.2.

$$y = \begin{cases} 2 - x^2, & x \in [-1; 1] \\ x^2 - 1, & x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty) \end{cases}$$

$2 - 2x^2$; $x^2 - 1$ $2 - 2x^2$ – графики – параболы.



203.1.
$$\begin{cases} xy + 3 = 0, \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$$

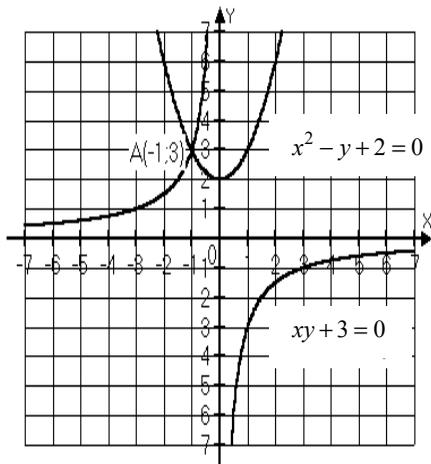
$xy + 3 = 0, y = -\frac{3}{x}$ – гипербола

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

$y = x^2 + 2$ – парабола

x	-1	0	1
y	3	2	3

Из рисунка видно, что точка пересечения $(-1; 3)$.



Ответ: $(-1; 3)$.

$$203.2. \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ xy - 8 = 0. \end{cases}$$

а) $y = \sqrt{x}$.

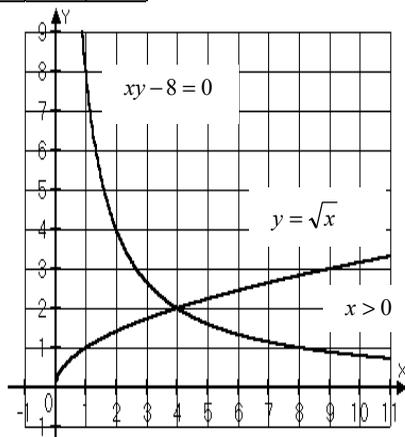
x	0	1	4
y	0	1	2

б) $y = \frac{8}{x}, x \neq 0$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.
Из рисунка видно, что (4; 2) – точка пересечения.

Проверка: $\begin{cases} 2 = \sqrt{4}, \\ 4 \cdot 2 - 8 = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2, \\ 0 = 0. \end{cases}$

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1



Ответ: (4; 2).

$$204.1. \begin{cases} y = |x|, \\ y + 2x^2 = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = |x|, \\ y = -2x^2 + 3. \end{cases}$$

а) $y = |x|$.

x	-1	0	1
y	1	0	1

б) $y = -2x^2 + 3$. График – парабола, ветви вниз.
Вершина: $x_0 = 0$, а $y_0 = y(0) = 3$.

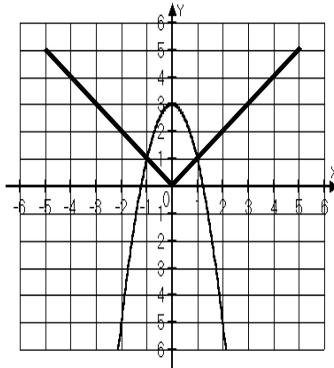
x	-1	0	1
y	1	3	1

Из рисунка видно, что точки пересечения: (-1; 1) и (1; 1).

Проверим:

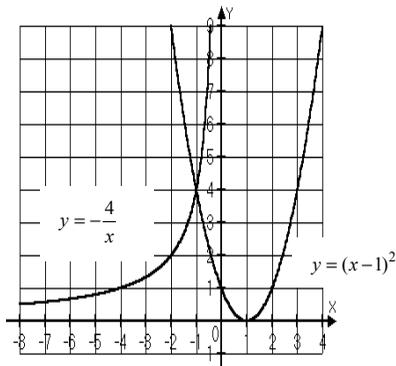
$$\text{a) } (-1; 1) \begin{cases} 1 = |-1|, \\ 1 = -2 \cdot 1^2 + 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } (1; 1) \begin{cases} 1 = |1|, \\ 1 = -2 \cdot 1^2 + 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1, \\ 1 = 1. \end{cases}$$



Ответ: $(-1; 1), (1; 1)$.

$$204.2. \begin{cases} xy + 4 = 0, \\ y = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ y = (x-1)^2. \end{cases}$$



$$y = -\frac{4}{x}.$$

График – гипербола, ветви во II и IV четвертях.

$$y = -\frac{4}{x}$$

x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

$$y=(x-1)^2$$

x	0	1	2
y	1	0	1

Из рисунка видно, что точка пересечения: $(-1; 4)$.

Проверка.

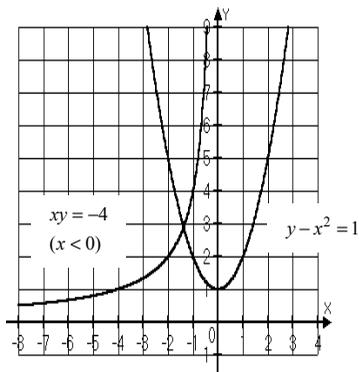
$$\begin{cases} 4 = (-1-1)^2 \\ 4 = -\frac{4}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 4, \\ 4 = 4. \end{cases}$$

Ответ: $(-1; 4)$.

$$205.1. \begin{cases} xy = -4, \\ y - x^2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ y = x^2 + 1. \end{cases}$$

a) $y = -\frac{4}{x}$.

График – гипербола, ветви во II и IV четвертях.



б) $y=x^2+1$. График – парабола, ветви вверх.

$$y = -\frac{4}{x}$$

x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

$$y=x^2+1$$

x	-1	0	1
y	2	1	2

Ответ: система уравнений имеет одно решение, исходя из рисунка.

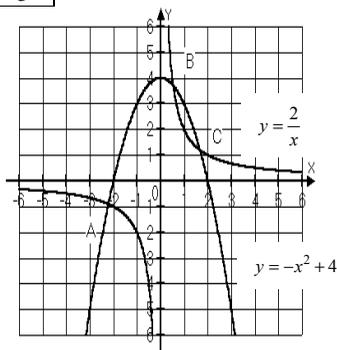
$$205.2. \begin{cases} xy = 2, \\ y + x^2 = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ y = -x^2 + 4. \end{cases}$$

а) $y = \frac{2}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	-1	-2	2	1

б) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	3	4	3



Из рисунка видно, что система имеет 3 решения.

Ответ: три решения.

$$206.1. \begin{cases} y = x^3, \\ yx = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^3, \\ y = \frac{4}{x}. \end{cases}$$

а) $y = x^3$. График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

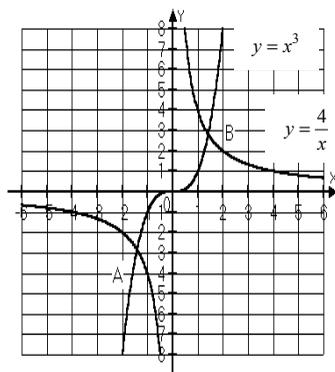
б) $y = \frac{4}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

а) $y = \frac{4}{x}$.

x	-2	-1	1	2
y	-2	-4	4	2

Из рисунка видно, что система имеет 2 решения.

Ответ: два решения.



$$206.2. \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 1 - x^2. \end{cases}$$

ОДЗ: $x \geq 0$.

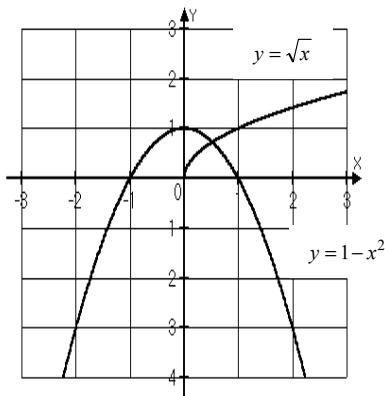
а) $y = \sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	1	2

б) $y = 1 - x^2$.

График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	0	1	0



Исходя из рисунка система имеет 1 решение.

Ответ: одно решение.

$$207.1. \sqrt{x} - 8 + 1,5x = 0.$$

ОДЗ: $x \geq 0$.

$$\sqrt{x} = -1,5x + 8.$$

$$y = \sqrt{x} \text{ и } y = -1,5x + 8.$$

а) $y = \sqrt{x}$.

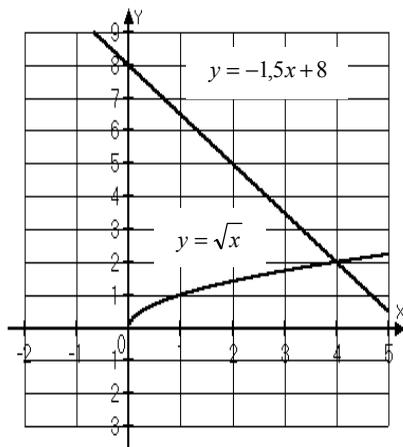
x	0	1	4
y	0	1	2

б) $y = -1,5x + 8$.

График – прямая.

x	0	2	4
y	8	5	2

Исходя из рисунка: пересечение в точке (4; 2).



Ответ: $x=4$.

207.2. $x^2 + \sqrt{x} - 2 = 0$. ОДЗ: $x \geq 0$.

$$x^2 - 2 = -\sqrt{x}$$

$$y = x^2 - 2 \text{ и } y = -\sqrt{x}$$

а) $y = x^2 - 2$.

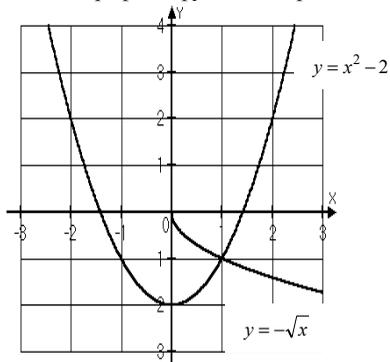
График – парабола, ветви вверх.

x	-1	0	1
y	-1	-2	-1

б) $y = -\sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	-1	-2

По рисунку видно, что графики функций пересекаются в точке $(1; -1)$.



Ответ: $x = 1$.

208.1. $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$.

$x^3 = x^2 - 2x + 1$, $x^3 = (x-1)^2$. $y = x^3$ и $y = (x-1)^2$.

а) $y = x^3$.

График – кубическая парабола.

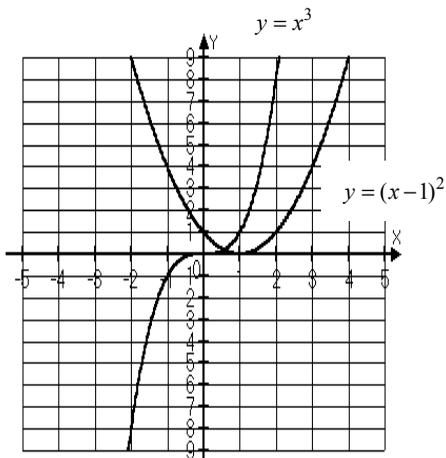
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = (x-1)^2$.

График – парабола, ветви вверх.

x	0	1	2
y	1	0	1

Т. к. графики пересекаются в одной точке ($x \in (0; 1)$), то уравнение имеет одно решение.



Ответ: 0; 1.

208.2. $x^3 + x^2 + 6x + 9 = 0$.

$x^3 = -x^2 - 6x - 9$,

$x^3 = -(x+3)^2$. $y = x^3$ и $y = -(x+3)^2$.

а) $y = x^3$.

График – кубическая парабола.

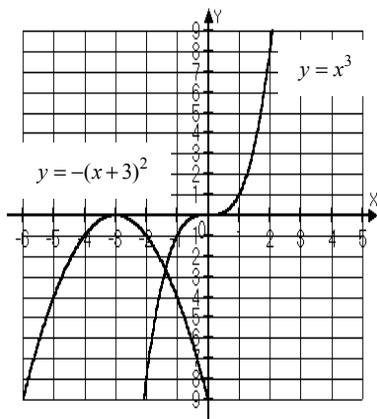
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = -(x+3)^2$.

График – парабола, ветви вниз.

x	-4	-3	-2
y	-1	0	-1

Т. к. графики пересекаются в одной точке ($x \in (-2; -1)$), то уравнение имеет одно решение.



Ответ: -2 ; -1 .

209.1. $\frac{8}{x} + x^2 = 0$. $\frac{8}{x} = -x^2$.

$y = -x^2$, $y = \frac{8}{x}$.

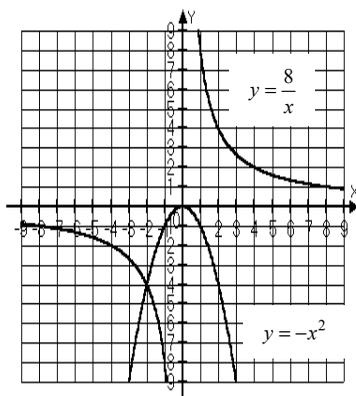
а) $y = -x^2$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	-1	0	-1

б) $y = \frac{8}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-4	-2	2	4
y	-2	-4	4	2



Из рисунка: $x = -2$.

Ответ: -2 .

209.2. $\sqrt{x} - x^2 = 0$; $\sqrt{x} = x^2$.

а) $y = x^2$.

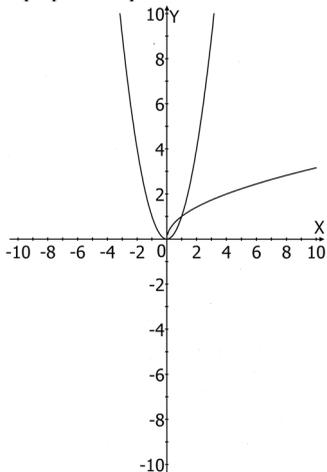
График – парабола, ветви вверх.

x	-1	0	1
y	1	0	1

б) $y = \sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	1	2

Исходя из рисунка: графики пересекаются в точке $x=1$.



Ответ: 1.

210.1. $\frac{3}{x} = 2x - x^2$.

$y = \frac{3}{x}$ и $y = 2x - x^2$.

а) $y = \frac{3}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

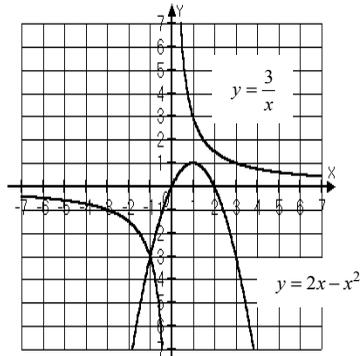
x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1

б) $y = 2x - x^2$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1$, а $y_0 = y(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$.

x	0	1	2
y	0	1	0

Из рисунка: графики пересекаются в точке $x = -1$.



Ответ: -1 .

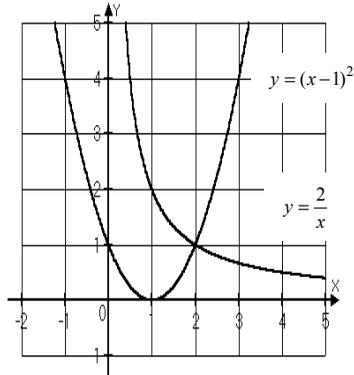
210.2. $\frac{2}{x} = (x-1)^2$.

$y = \frac{2}{x}$ и $y = (x-1)^2$.

а) $y = \frac{2}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

б) $y = (x-1)^2$. График – парабола, ветви вверх.



$y = \frac{2}{x}$

$y = (x-1)^2$.

x	1	-1	2	-2
y	2	-2	1	-1

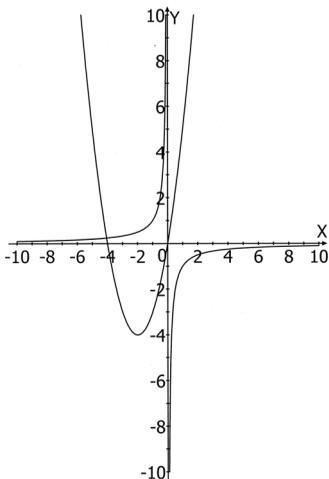
x	0	1	2
y	1	0	1

Из рисунка: графики пересекаются в точке $x=2$.

Ответ: 2.

$$211.1. x^2 + 4x + \frac{1}{x} = 0$$

$$x^2 + 4x = -\frac{1}{x}$$



а) $y = x^2 + 4x$ – парабола, ветви вверх.

x	0	-2	-4
y	0	-4	0

б) $y = -\frac{1}{x}$ – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

Из рисунка видно, что уравнение имеет один корень.

Ответ: один корень.

$$211.2. \frac{3}{x} - x^2 - 4x = 0.$$

$$\frac{3}{x} = x^2 + 4x. \quad y = \frac{3}{x} \text{ и } y = x^2 + 4x.$$

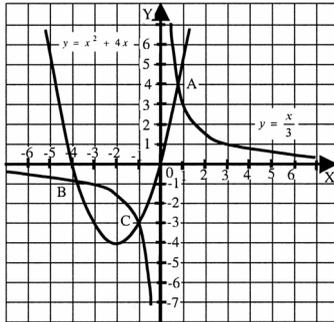
а) $y = \frac{3}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях

($k=1, 3>0$).

x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1

б) $y = x^2 + 4x$. График – парабола, ветви вверх.

x	-3	-2	-1
y	-3	-4	-3



Из рисунка видно, что уравнение имеет 3 корня, т. к. графики пересекаются в 3 точках.

Ответ: уравнение имеет три корня.

212.1. $x^2 + 2x - 4 = \frac{3}{x}$.

$y = -x^2 - 2x + 4$ и $y = -\frac{3}{x}$.

а) $y = -x^2 - 2x + 4$. График – парабола, ветви вниз.

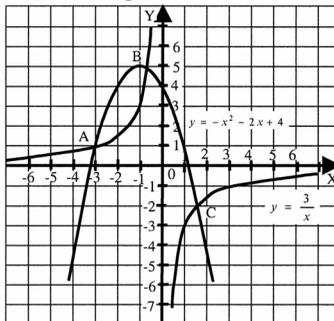
Вершина: $x_0 = -\frac{2}{-2} = -1$; $y_0 = y(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 4 = -1 + 2 + 4 = 5$,

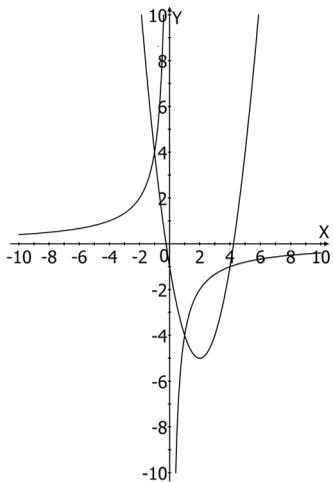
x	-2	-1	0
y	4	5	4

б) $y = -\frac{3}{x}$. График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

По рисунку видно, что графики данных функций пересекаются в трех точках, т. о. уравнение имеет 3 корня.





212.2. $x^2 - 4x - 1 = \frac{-4}{x}$.

а) $y = x^2 - 4x - 1$.

График – парабола, ветви вверх.

$x_0 = \frac{4}{2} = 2$; $y_0 = -5$.

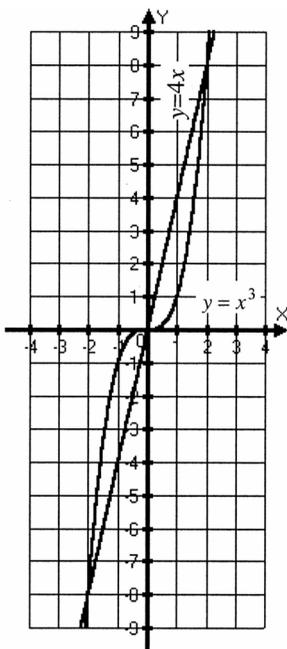
x	2	0	4
y	-5	-1	-1

б) $y = -\frac{4}{x}$.

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-4	1	-2	2
y	1	-4	2	-2

Из рисунка видно, что графики функций имеют три точки пересечения.
 Ответ: уравнение имеет три корня.



213.1. $y = x^3$ и $y = 4x$.

а) $y = x^3$.

График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = 4x$.

График – прямая.

x	0	1
y	0	4

Исходя из рисунка:

$x^3 > 4x$ при $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$.

213.2. $y = x^3$ и $y = x$.

а) $y = x^3$.

График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

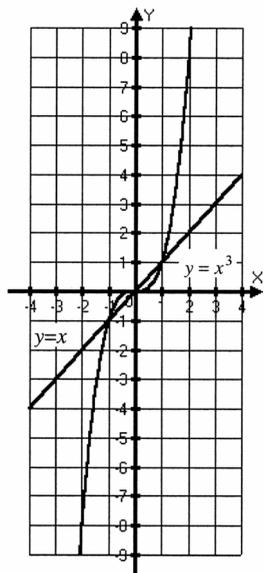
б) $y = x$.

График – прямая.

x	0	1
y	0	1

Исходя из рисунка: $x^3 > x$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$.



214.1. а) за 5 мин. проехал 3 км, т. о. 1 км проехал за $\frac{5}{3}$ мин.

б) 3 км за 15 минут, а 15 (мин) = $\frac{1}{4}$ ч., т.о. $V = 3 \cdot 4 = 12$ км/ч.

214.2.

а) за 45 минут – 3 км, т.о. 1 км – за 15 мин.

б) 3 км за 30 минут, 1 км за 10 мин.

215.1. а) на третьей 50-метровке.

б) быстрее всего пловец проплыл первую 50-метровку — за 25 с, значит,

его скорость была: $V = \frac{50}{25} = 2$ м/с. = 120 м/мин.

Ответ: а) на третьей; б) 120 м/мин.

215.2. а) Первый рейс – за 40 мин, второй – за 50 мин, третий за 50 мин, четвертый – за 30 мин. Значит, в четвертом рейсе паром плыл быстрее всего.

б) Время возвращения: $100 - 50 = 50$ мин = $\frac{5}{6}$ ч.

Скорость: $V = \frac{8}{\frac{5}{6}} = 9,6$ км/ч.

Ответ: а) в четвертом; б) 9,6 км/ч.

216.1. а) 50 см;

б) в первый раз 25 (см/с);

во второй раз 2,5 (см/с).

Ответ: в 10 раз.

216.2. а) 30 м;

б) в первый раз 5 м/10 с;

во второй раз 10 м/10 с.

Ответ: в 2 раза.

217.1. а) через 20 мин.

б) катер за 85 мин, теплоход за 105 мин,

значит, катер быстрее на 20 мин.

в) катер; $\frac{30}{\frac{4}{6}} = 45$ км/ч.

217.2. а) 65 мин.

б) турист; 35 мин.

в) метеоролог; 3 км/ч от поселка к станции.

ЗАДАЧИ

218.1. Обозначим длину прямоугольного участка x м, а ширину y м, составим систему.

$$\begin{cases} x - 40 = y + 30, \\ xy = (x - 40)(y + 30); \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 40 = y + 30, \\ xy = (y + 30)(y + 30); \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x = y + 70, \\ (y + 70)y = (y + 30)^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 70, \\ y^2 + 70y = y^2 + 60y + 900; \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x = y + 70, \\ 10y = 900; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 160, \\ y = 90. \end{cases}$$

Т.о. длина выделенного участка равна 160 метров, а ширина – 90 метров, сторона квадратного участка: $160 - 40 = 120$ м.

Ответ: 120 м.

218.2. Обозначим длину квадратного участка x м, тогда длина прямоугольного участка $x+12$ м, а ширина $x-10$ м.

$$(x+12)(x-10)=x^2.$$

$$x: (x+12)(x-10)=x^2;$$

$x^2+12x-10x-120=x^2$; $2x=120$; $x=60$. Т.о. сторона квадратного участка равна 60 метров.

Ответ: 60 м.

219.1. Обозначим длину первоначального участка – x м. Составим уравнение.

$$(x+10)(x-8)-x(x-10)=400;$$

$$x^2+2x-80-x^2+10x=400; 12x=480; x=40.$$

Если $x=40$, то $(x+10)(x-8)=50 \cdot 32=1600$.

Ответ: площадь нового участка 1600 м^2 .

219.2. Пусть длина исходного участка x км, а ширина – y м. Составим систему.

$$\begin{cases} x - y = 25, \\ (x + 5)(y + 4) - xy = 300; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 + y, \\ (30 + y)(y + 4) - (25 + y)y = 300; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 25 + y, \\ y^2 + 34y + 120 - 25y - y^2 = 300; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 + y, \\ 9y = 180; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 45, \\ y = 20. \end{cases}$$

$$(x+5)(y+4)=50 \cdot 24=1200.$$

Ответ: площадь образовавшегося строительного участка равна 1200 м^2 .

220.1. Предположим, заднее колесо сделало x оборотов. Составим уравнение.

$$3(x + 20) = 4,5x \Leftrightarrow 3x + 60 = 4,5x \Leftrightarrow -1,5x = -60 \Leftrightarrow x = 40.$$

$$4,5x=4,5 \cdot 40=180.$$

Ответ: карета проехала расстояние в 180 метров.

220.2. Пусть длина окружности переднего колеса равна x м.

$$300x=200(x+1,6).$$

$$300x = 200(x+1,6) \Leftrightarrow 300x = 200x + 320 \Leftrightarrow 100x = 320 \Leftrightarrow x = 3,2.$$

$$300x=960.$$

Ответ: повозка проехала 960 метров.

221.1. Пусть в коробке лежат x одинаковых пачек печенья, а в коробку может поместиться y одинаковых пачек.

$$\begin{cases} x-7 = \frac{1}{4}y, \\ x + \frac{3}{4}x = y+1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-28 = y, \\ 4x+3x = 4y+4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x-28, \\ 7x = 4(4x-28) + 4; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 4x-28, \\ 7x = 16x-112+4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x-28, \\ -9x = -108; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 20. \end{cases}$$

Ответ: в коробке лежит 12 пачек печенья.

221.2. Предположим, в ведре было x литров воды.

$$x+2 = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x+7\right);$$

$$x+2 = \frac{1}{3}x + \frac{14}{3};$$

$$3x+6=x+14; 2x=8; x=4.$$

Т.о. в ведре было 4 л воды.

Ответ 4 литра.

222.1. Пусть токарь должен был работать x дней, тогда:

$$39(x-6)-24x=21.$$

$$39(x-6)-24x=21;$$

$$39x-234-24x=21; x=17.$$

$$\text{Если } x=17, \text{ то } 39(x-6)=39(17-6)=39 \cdot 11=429.$$

Ответ: токарь изготовил 429 деталей.

222.2. Обозначим x – количество дней работы по плану, тогда фактически получилось $x-3$ дня.

$$26(x-3)-19x=20.$$

$$26(x-3)-19x=20;$$

$$26x-78-19x=20; 7x=98; x=14.$$

$$\text{Если } x=14, \text{ то } 26(x-3)=26 \cdot 11=286.$$

Ответ: слесарь изготовил 286 втулок.

223.1. Обозначим x – количество деталей, которые нужно сделать по плану за 1 день, тогда:

$$20x-13(x+70)=140.$$

$$20x-13x-910=140; 7x=1050; x=150.$$

$$\text{Если } x=150, \text{ то } 20x=20 \cdot 150=3000.$$

Ответ: бригада должна изготовить 3000 деталей.

223.2. Предположим, по плану нужно сделать x стульев в день, тогда:

$$10x - 7(x+20) = 58.$$

$$10x - 7x - 140 = 58;$$

$$3x = 198; x = 66.$$

Если $x = 66$, то $10x = 10 \cdot 66 = 660$.

Ответ: бригада должна была изготовить 660 стульев.

224.1. Предположим, до встречи со вторым, первый велосипедист проехал x км, тогда:

$$\frac{3}{4}(36 - x) - \frac{3}{4}x = 5;$$

$$108 - 3x - 3x = 20.$$

$$6x = 88, x = 14 \frac{2}{3}.$$

$$\text{Если } x = 14 \frac{2}{3}, \text{ то } 18 - x = 18 - 14 \frac{2}{3} = 3 \frac{1}{3}.$$

Ответ: встреча произошла на расстоянии $3 \frac{1}{3}$ км от пункта В.

224.2. Обозначим скорость пешехода x км/ч и пройденное расстояние до встречи с велосипедистом y км, тогда:

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = 0,6, \\ \frac{12 - y}{x + 10} = 0,6. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = 0,6, \\ \frac{12 - y}{x + 10} = 0,6. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ 12 - y = 0,6(x + 10); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 0,6x, \\ 12 - y = 0,6x + 6; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ 12 - y = y + 6; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ -2y = -6; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 : 0,6, \\ y = 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: 3 км.

225.1. Обозначим путь, пройденный туристами в одном направлении x км, тогда:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{6} + 3 = 5, \quad 3x + 5x + 90 = 150, \quad 8x = 60, \quad x = 7,5.$$

Т.о. максимальное расстояние равно 7,5 км.

Ответ: расстояние равно 7,5 км.

225.2. Обозначим x – весь путь (в одну сторону) рыбакова, тогда:

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 2 = 5 \Leftrightarrow x + 2x + 16 = 40 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8.$$

Максимальное расстояние равно 8 км.

Ответ: 8 километров.

226.1. Пусть первый пешеход двигался со скоростью x км/ч, а второй – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 4,5x + 2,5y = 30, \\ 3x + 5y = 30; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 5y = 60, \\ 3x + 5y = 30; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 30, \\ 5y = 30 - 3x; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ 5y = 15; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: первый пешеход идет со скоростью 5 км/ч, а второй – со скоростью 3 км/ч.

226.2. Пусть x – скорость велосипедиста, а y – скорость пешехода, тогда:

$$\begin{cases} 2,5x + 1,5y = 36, \\ 2x + 3y = 36; \end{cases} \begin{cases} 5x + 3y = 72, \\ 2x + 3y = 36; \end{cases} \begin{cases} 3x = 36, \\ 3y = 36 - 2x; \end{cases} \begin{cases} x = 12, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: скорость велосипедиста 12 км/ч, а пешехода – 4 км/ч.

227.1. Обозначим расстояние от лагеря до станции x км, тогда:

$$\frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{x}{40} + 2.$$

$$8x - 60 = 3x + 240; 5x = 300; x = 60.$$

$$\frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{60}{15} - 0,5 = 3,5.$$

Ответ: расстояние от лагеря до станции равно 60 км, а до отправления поезда остается 3,5 ч.

227.2. Пусть расстояние равно x , тогда:

$$\frac{x}{5} - 1 = \frac{x}{10} + \frac{1}{2}. \quad 2x - 10 = x + 5; x = 15.$$

$$\frac{x}{5} - 1 = \frac{15}{5} - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Ответ: расстояние до стадиона равно 15 км; до начала матча осталось 2 ч.

228.1. Предположим, первый печник может сложить печь за x ч, а второй печник за y ч.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = -\frac{2}{12} + \frac{1}{5}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{30}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{30} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{30}, \\ \frac{2}{x} = \frac{1}{10}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30, \\ x = 20; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ: первый – за 20 часов, а второй – за 30 часов.

228.2. Пусть время работы I-ой бригады – x дней, а II-ой – y дней, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{y} = \frac{3}{8}, \\ \frac{3}{x} = \frac{3}{4} - \frac{12}{y}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{24}, \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{4}{y}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24, \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 24. \end{cases}$$

Ответ: первая бригада может закончить уборку урожая за 12 дней, а вторая – за 24 дня.

229.1. Обозначим время работы I-ого мастера – x_2 , а II-ого – y_2 , тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y}, \\ \frac{9}{6} - \frac{9}{y} + \frac{4}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y}, \\ -\frac{5}{y} = 1 - \frac{9}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}, \\ -\frac{1}{y} = -\frac{3}{30}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{15}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{10}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 10. \end{cases}$$

Ответ: первый мастер может выполнить заказ за 15 часов, а второй – за 10 часов.

229.2. Пусть время всей работы I-ой машины – x мин., а II-ой – y мин., тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}, \\ \frac{25}{x} + \frac{16}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ \frac{25}{20} - \frac{25}{y} + \frac{16}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ -\frac{9}{y} = 1 - \frac{5}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{36}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{36}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45, \\ y = 36. \end{cases}$$

Ответ: первая машина может расчистить каток за 45 минут, а вторая – за 36 минут.

230.1. Обозначим количество учащихся в первой школе x , тогда:

$$1,1x+1,2(1500-x)=1720;$$

$$1,1x+1800-1,2x=1720;$$

$$0,1x=80;$$

$$x=800.$$

$$1500-x=700.$$

Ответ: в первой школе первоначально было 800 учащихся, а во второй – 700 учащихся.

230.2. Пусть в первом селе проживало x человек, а во втором – y человек, тогда:

$$\begin{cases} x + y = 900, \\ 0,9x + 0,7y = 740; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 900 - y, \\ 0,9(900 - y) + 0,7y = 740; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 900 - y, \\ 810 - 0,2y = 740; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 550, \\ y = 350. \end{cases}$$

Ответ: первоначально в первом селе было 550 жителей, во втором – 350.

231.1. Обозначим количество женщин – x человек, а мужчин – y человек, тогда:

$$\begin{cases} x + y = 1100, \\ 1,3x + 0,8y = 1130; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1100 - y, \\ 1,3(1100 - y) + 0,8y = 1130; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1100 - y, \\ 1430 - 0,5y = 1130; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1100 - y, \\ -0,5y = -300; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500, \\ y = 600. \end{cases}$$

$$1,3x=650, \text{ а } 0,8y=480.$$

Ответ: в этом году в пансионате отдыхали 650 женщин и 480 мужчин.

231.2. Пусть в i -ой партии было x депутатов, тогда:

$$1,12x+0,8(60-x)=56;$$

$$1,12x+48-0,8x=56;$$

$$0,32x=8 \quad x=25.$$

$$60-x=60-25=35,$$

$$1,12x=28$$

$$\text{и } 0,8(60-x)=0,8 \cdot 35=28.$$

Ответ: после выборов в городской думе оказалось по 28 депутатов от каждой партии.

232.1. Предположим, за Володина – x голосов, тогда:

Володин – x ;

$$\text{Борисов} - 4\left(\frac{2}{3}x + x\right);$$

$$\text{Алексеев} - \frac{2}{3}x;$$

$$x + \frac{20}{3}x + \frac{2}{3}x - 100\%;$$

$$\frac{20}{3}x - y\%;$$

$$y = \frac{20}{3}x \cdot 100 \cdot \frac{3}{25}x = 80.$$

Ответ: 80%.

232.2. Предположим, за Григорьева – x голосов;

Григорьев – x ;

$$\text{Дмитриев} - \frac{x}{3};$$

$$\text{Елисеев} - 9\left(\frac{x}{3} + x\right) = 12x;$$

$$12x + x + \frac{x}{3} - 100\%;$$

$$12x - y\%;$$

$$y = \frac{12x \cdot 100 \cdot 3}{40x} = 90.$$

Ответ: 90%.

233.1. Предположим, участок горизонтального пути составляет x км, а наклонного y км, тогда:

$$\begin{cases} \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1, \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{15} = \frac{23}{30}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24, \\ 5x + 4y = 46; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 42, \\ 4y = 46 - 5x; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 6, \\ 4y = 16; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 4. \end{cases}$$

$x+y=10$ км.

Ответ: расстояние от поселка до озера равно 10 км.

233.2. Пусть путь в гору – x км, а под гору – y км, тогда на обратном пути будет наоборот. Составим систему.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1\frac{2}{3}, \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 2\frac{1}{3}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 10, \\ x + 2y = 14; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 2x, \\ x + 20 - 4x = 14; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 10 - 2x, \\ -3x = -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$$

Ответ: 8 километров.

234.1. Предположим, за 1 час разгружали x ящиков, тогда:

$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+12} = 3.$$

$$160(x+12) - 160x = 3x(x+12);$$

$$160x + 1920 - 160x = 3x^2 + 36x;$$

$$x^2 + 12x - 640 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 640 = 676 = 26^2,$$

$$x_1 = 20; \quad x_2 = -32, \text{ но } x > 0.$$

$$x(x+12) = 20 \cdot 32 = 640, \quad x+12 = 32.$$

Ответ: грузчики разгружали по 32 ящика в час.

234.2. Пусть x стр. в день машинистка фактически набирала, тогда:

$$200x - 200(x-5) = 2x(x-5);$$

$$100x - 100x + 500 = x^2 - 5x; \quad x^2 - 5x - 500 = 0;$$

$$D = 25 + 2000 = 2025 = 45^2;$$

$$x_1 = -20; \quad x_2 = 25, \text{ но } x > 0.$$

$$x(x-5) = 25 \cdot 20 = 500.$$

Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

235.1. Обозначим x л горючего в час – расход 2-го трактора, тогда $(x-1)$ л. – 1-го трактора. Составим уравнение:

$$\frac{84}{x-1} - \frac{84}{x} = 2;$$

$$x^2 - x = 42x - 42x + 42;$$

$$x^2 - x - 42 = 0;$$

$$x_1 = \frac{1-13}{2} = -6, \text{ но } x > 0.$$

$$x_2 = \frac{1+13}{2} = 7.$$

$$x-1=6.$$

Ответ: 6л. – первый трактор; 7л. – второй трактор.

235.2. Пусть x костюмов в день изготовляло 2-ое ателье, тогда 1-ое ателье изготовляло $(x + 2)$ костюма в день.

$$\frac{126}{x} - \frac{126}{x+2} = 4;$$

$$63x + 126 - 63x = 2x^2 + 4x;$$

$$2x^2 + 4x - 126 = 0;$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0;$$

$$x_1 = -9, \text{ но } x > 0.$$

$$x_2 = 7.$$

Ответ: 9 костюмов – первое ателье; 7 костюмов – второе ателье.

236.1. Пусть x – по плану должна шить швея за 1 день, тогда:

$$60(x+2) - 56x = 4x(x+2);$$

$$60x + 120 - 56x = 4x^2 + 8x;$$

$$4x^2 + 4x - 120 = 0;$$

$$x^2 + x - 30 = 0;$$

$$x_1 = -6, \quad x_2 = 5, \text{ но } x > 0.$$

$$x+2=7.$$

Ответ: швеяшила 7 сумок в день.

236.2. Пусть по плану надо обрабатывать x деталей за час, тогда:

$$\frac{80}{x} - \frac{84}{x+2} = 1;$$

$$80(x+2) - 84x = x(x+2); \quad 80x + 160 - 84x = x^2 + 2x;$$

$$x^2 + 6x - 160 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 160 = 169 = 13^2,$$

$$x_1 = -3 - 13 = -16; \quad x_2 = -3 + 13 = 10, \text{ но } x > 0.$$

$$x+2=12 \text{ и } x(x+2)=120 \neq 0.$$

Ответ: токарь обрабатывал 12 деталей в час.

237.1. Пусть по плану надо делать x деталей в день, тогда:

$$\frac{216}{x} - 3 - \frac{232 - 3x}{x+8} = 1;$$

$$216(x+8) - 232x + 3x^2 = 4x(x+8);$$

$$x^2 + 48x - 1728 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 24^2 + 1728 = 2304.$$

$$x_1 = -72; \quad x_2 = 24, \text{ но } x > 0.$$

$$x+8=32; \quad x(x+8)=24 \cdot 32 \neq 0.$$

Ответ: бригада стала изготавливать в день 24 детали.

237.2. Пусть надо изготавливать по плану x машин в час, тогда:

$$\frac{160}{x} - \left(\frac{155 - 2x}{x + 3} + 2 \right) = 1;$$

$$160(x+3) - (155-2x)x = 3x(x+3);$$

$$160x + 480 - 155x + 2x^2 = 3x^2 + 9x;$$

$$x^2 + 4x - 480 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 2^2 + 480 = 484 = 22^2,$$

$$x_1 = -24;$$

$$x_2 = 20. \quad x_1 = -24, \text{ но } x > 0.$$

$$x(x+3) = 20 \cdot 23 = 460.$$

Ответ: по плану на заводе должны выпускать по 20 автомобилей в час.

238.1. Обозначим скорость второго велосипедиста x км/ч.

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2; \quad \frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1;$$

$$60(x+3) - 60x = x(x+3);$$

$$60x + 180 - 60x = x^2 + 3x;$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 180 = 9 + 720 = 729,$$

$$x_1 = -15; \quad x_2 = 12, \text{ но } x > 0.$$

$$(x+3) = 15, \quad x(x+3) = 12 \cdot 15 = 180.$$

Ответ: скорость первого велосипедиста – 15 км/ч, а скорость второго – 12 км/ч.

238.2. Предположим, II-ой пешеход идет со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1;$$

$$20(x+1) - 20x = x(x+1);$$

$$20x + 20 - 20x = x^2 + x; \quad x^2 + x - 20 = 0;$$

$$x_1 = -5; \quad x_2 = 4, \text{ но } x > 0.$$

$$x(x+1) = 4 \cdot 5 = 20, \quad x+1 = 5.$$

Ответ: скорости пешеходов равны 5 км/ч и 4 км/ч.

239.1. Пусть велосипедист ехал со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{48}{x-3} = \frac{4}{5} + \frac{48}{x};$$

$$48 \cdot 5x = 4x(x-3) + 48 \cdot 5 \cdot (x-3);$$

$$240x = 4x^2 - 12x + 240x - 720; \quad 4x^2 - 12x - 720 = 0; \quad x^2 - 3x - 180 = 0;$$

$$D = 9 + 720 = 729.$$

$$x_1 = -12; \quad x_2 = 15, \text{ но } x > 0.$$

$$\text{Если } x = 15, \text{ то } x(x-3) = 15 \cdot 12 = 180.$$

Ответ: велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч.

239.2. Пусть скорость поезда по расписанию x км/ч, тогда:

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{4}{15};$$

$$20 \cdot 15(x+10) - 20 \cdot 15 \cdot x = x(x+10); 300x + 3000 - 300x = x^2 + 10x;$$
$$x^2 + 10x - 3000 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 + 3000 = 3025,$$

$$x_1 = -60; x_2 = 50, \text{ но } x > 0.$$

$$15x(x+10) = 15 \cdot 50 \cdot 60 = 45000.$$

Ответ: поезд должен двигаться по расписанию со скоростью 50 км/ч.

240.1. Обозначим скорость автобуса – x км/ч, тогда:

$$\frac{25}{x} - \left(\frac{25}{1,2x} + \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{20};$$

$$300 - 250 = x; x = 50.$$

$$1,2x = 60.$$

Ответ: скорость автомобиля 60 км/ч, а скорость автобуса 50 км/ч.

240.2. Обозначим скорость первого автомобиля x км/ч, тогда

$$\frac{80 \cdot 3x}{x} - \frac{80 \cdot 3x}{1,5x} = \frac{3x}{3}; 240 - 160 = x; x = 80.$$

$$1,5x = 120.$$

Ответ: скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, второго – 120 км/ч.

241.1. Пусть скорость грузового автомобиля – x км/ч, тогда:

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+20} = \frac{1}{4}; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x = x^2 + 20x; x^2 + 20x - 2400 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 100 + 2400 = 2500 = 50^2,$$

$$x_1 = -60; x_2 = 40, \text{ но } x > 0.$$

Если $x = 40$, то $x + 20 = 60$.

Ответ: скорость легкового автомобиля равна 60 км/ч.

241.2. Пусть скорость второго пешехода x км/ч.

$$\frac{4}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{1}{5}. 20x - 20(x-1) = x(x-1); 20x - 20x + 20 = x^2 - x; x^2 - x - 20 = 0;$$

$$D = 1 + 80 = 81 = 9^2; x_1 = -4; x_2 = 5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость второго пешехода равна 5 км/ч.

242.1. Пусть скорость пешехода, идущего из В в А равна x , тогда:

$$18x + x(x+1) = 20(x+1); 18x + x^2 + x - 20x - 20 = 0;$$

$$x^2 - x - 20 = 0; x_1 = -4; x_2 = 5, \text{ но } x > 0.$$

$$x + 1 = 6.$$

Ответ: скорость движения одного пешехода равна 6 км/ч, а скорость другого – 5 км/ч.

242.2. Пусть скорость пешехода, идущего из В в А равна x , тогда:

$$\frac{10}{x} - \frac{24}{x+8} = \frac{1}{2};$$

$$20(x+8) - 48x = x(x+8);$$

$$20x + 160 - 48x = x^2 + 8x; x^2 + 8x + 28x - 160 = 0; x^2 + 36x - 160 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 18^2 + 160 = 424 = 22^2,$$

$$x_1 = -40; x_2 = 4; \text{ но } x > 0.$$

$$x + 8 = 12.$$

Ответ: скорость велосипедиста равна 12 км/ч, а скорость пешехода – 4 км/ч.

243.1. Предположим, до остановки автобус двигался со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}; 240(x+20) - 240x = x^2 + 20x;$$

$$240x + 4800 - 240x = x^2 + 20x; x^2 + 20x - 4800 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 100 + 4800 = 4900 = 70^2,$$

$$x_1 = -80; x_2 = 60; \text{ но } x > 0.$$

Ответ: Первую половину пути автобус проехал со скоростью 60 км/ч.

243.2. Пусть первую половину пути лыжник проехал со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{5}{x} - \frac{5}{x+10} = \frac{1}{4};$$

$$20(x+10) - 20x = x(x+10); 20x + 200 - 20x = x^2 + 10x;$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0; x_1 = -20; x_2 = 10, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первоначальная скорость лыжника равна 10 км/ч.

244.1. Обозначим скорость течения реки x км/ч, тогда

$$15(8-x) + 15(8+x) = 4(8+x)(8-x);$$

$$15 \cdot 8 - 15x + 15 \cdot 8 + 15x = 4 \cdot 64 - 4x^2; 4x^2 - 4 \cdot 64 + 240 = 0;$$

$$x^2 - 64 + 60 = 0; x^2 = 4; x = \pm 2, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость течения реки равна 2 км/ч.

244.2. Пусть собственная скорость лодки x км/ч, тогда:

$$\frac{45}{x+2} + \frac{45}{x-2} = 14; 45(x-2) + 45(x+2) = 14(x^2-4);$$

$$45x - 90 + 45x + 90 = 14x^2 - 56; 14x^2 - 90x - 56 = 0;$$

$$7x^2 - 45x - 28 = 0; D = 45^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-28) = 2025 + 784 = 2809,$$

$$x_1 = \frac{45 - 53}{14} = -\frac{8}{14}; x_2 = \frac{45 + 53}{14} = 7, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 7 км/ч.

245.1. Пусть скорость течения – x км/ч, тогда:

$$\frac{20}{20+x} + \frac{20}{20-x} + \frac{5}{12} = 2,5; \quad \frac{20}{20+x} + \frac{20}{20-x} = 2\frac{6}{12} - \frac{5}{12};$$

$$12 \cdot 20(20-x) + 12 \cdot 20(20+x) = 25(20-x)(20+x);$$

$$4 \cdot 12(20-x) + 4 \cdot 12(20+x) = 5(400-x^2);$$

$$48(20-x+20+x) = 5(400-x^2);$$

$$48 \cdot 8 = 400 - x^2;$$

$$x^2 = 16; \quad x = \pm 4, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость течения реки равна 4 км/ч.

245.2. Пусть собственная скорость лодки равна x км/ч, тогда:

$$\frac{21}{x+2} + \frac{21}{x-2} + \frac{2}{5} = 4;$$

$$\frac{21}{x+2} + \frac{21}{x-2} = \frac{18}{5};$$

$$35(x-2) + 35(x+2) = 6(x^2-4);$$

$$35(x-2+x+2) = 6x^2 - 24;$$

$$70x = 6x^2 - 24;$$

$$3x^2 - 35x - 12 = 0;$$

$$D = 35^2 + 12^2 = 1225 + 144 = 1369 = 37^2;$$

$$x_1 = \frac{35-37}{6} = -\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{72}{6} = 12, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 12 км/ч.

246.1. Пусть скорость I-ого велосипедиста – x км/ч, а II-го – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} x+y=27, \\ \frac{27}{x} - \frac{27}{y} = \frac{9}{20}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=27, \\ \frac{3}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{20}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=27-y, \\ \frac{3}{27-y} - \frac{3}{y} = \frac{1}{20}. \end{cases}$$

$$60y - 60(27-y) = y(27-y);$$

$$60y - 1620 + 60y = 27y - y^2;$$

$$y^2 + 93y - 1620 = 0;$$

$$D = 93^2 + 4 \cdot 1620 = 8649 + 6480 = 15129,$$

$$y_1 = \frac{-93-123}{2} = -108;$$

$$y_2 = \frac{-93+123}{2} = 15, \text{ но } y > 0.$$

Ответ: скорости велосипедистов равны 12 км/ч и 15 км/ч.

246.2. Пусть скорость I-го туриста – x км/ч, а II-го туриста – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} x + y = 50, \\ \frac{50}{y} - \frac{50}{x} = \frac{5}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 - y, \\ \frac{10}{y} - \frac{10}{50 - y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 50 - y, \\ 60(50 - y) - 60y = y(50 - y), \Leftrightarrow \\ xy \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y, \\ 3000 - 60y - 60y - 50y + y^2 = 0, \Leftrightarrow \\ xy \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 - y, \\ y^2 - 170y + 3000 = 0, \\ xy \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y, \\ y = 20, \\ y = 150, \\ xy \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30, \\ y = 20, \\ x = -100, \\ y = 150. \end{cases}$$

но $x > 0$.

Ответ: туристы двигались со скоростью 30 км/ч и 20 км/ч.

247.1. Пусть скорость I-ого пешехода – x км/ч, а второго – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 2,5x + 2,5y = 25, \\ \frac{25}{y} - \frac{25}{x} = \frac{25}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 10 - y, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{10 - y} = \frac{1}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - y, \\ 12(10 - y) - 12y = y(10 - y), \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 - y, \\ 120 - 12y - 12y = 10y - y^2, \Leftrightarrow \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 - y, \\ y^2 - 34y + 120 = 0, \end{cases}$$

по т. Виета

$$\begin{cases} x = 10 - y, \\ y = 4, \\ y = 30, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 4, \\ x = -20, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ: пешеходы двигались со скоростью 6 км/ч и 4 км/ч соответственно.

247.2. Пусть скорость I-ого велосипедиста – x км/ч, а II-ого – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 1,5x + 1,5y = 45, \\ \frac{45}{y} - \frac{45}{x} = 2\frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 30, \\ \frac{45}{y} - \frac{45}{x} = \frac{9}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y, \\ \frac{5}{y} - \frac{5}{30 - y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 30 - y, \\ 20(30 - y) - 20y = y(30 - y); \end{cases} \begin{cases} x = 30 - y, \\ 600 - 20y - 20y = 30y - y^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 30 - y, \\ y^2 - 70y + 600 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 30 - y, \\ y = 10, \\ y = 60; \end{cases} \begin{cases} x = 20, \\ y = 10, \\ x = -30, \\ y = 60. \end{cases}$$

но $x > 0$.

Ответ: скорость велосипедистов равны 20 км/ч и 10 км/ч.

248.1. Пусть скорость плота равна x км/ч, тогда:

$$\frac{18}{8+x} + \frac{2}{8-x} = \frac{8}{x};$$

$$\frac{9}{8+x} + \frac{1}{8-x} = \frac{4}{x};$$

$$9x(8-x) + x(8+x) = 4(8-x)(8+x);$$

$$72x - 9x^2 + 8x + x^2 = 4(64 - x^2);$$

$$20x - 2x^2 - 64 + x^2 = 0; \quad -x^2 + 20x - 64 = 0;$$

$$x^2 - 20x + 64 = 0; \quad x_2 = 10 + 6 = 16.$$

$$D = 400 - 256 = 144$$

$$x_1 = \frac{20 - 12}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{20 + 12}{2} = 16, \text{ но если } x = 16, \text{ то } 8 - x < 0, \text{ т. о. } x = 16 \text{ не подходит.}$$

Ответ: скорость течения реки равна 4 км/ч.

248.2. Пусть скорость плота x км/ч, тогда:

$$\frac{30}{18+x} + \frac{8}{18-x} = \frac{4}{x}. \quad \text{ОДЗ: } x \neq \pm 18, x \neq 0.$$

$$\frac{30}{18+x} + \frac{8}{18-x} = \frac{4}{x},$$

$$15x(18-x) + 4x(18+x) = 2(18-x)(18+x),$$

$$270x - 15x^2 + 72x + 4x^2,$$

$$270x - 15x^2 + 72x + 4x^2 = 648 - 2x^2,$$

$$-11x^2 + 342x = 648 - 2x^2,$$

$$9x^2 - 342x + 648 = 0,$$

$$x^2 - 38x + 72 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 36. \end{cases}$$

$x \neq 36$, т. к. $18 - 36 < 0$.

Ответ: скорость течения реки равна 2 км/ч.

249.1. Предположим, первая копировальная машина выполнит всю работу за x мин. Обозначим всю работу за 1.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{10}, \quad 10(x+15) + 10x = x(x+15), \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -15.$$

$$10x + 150 + 10x = x^2 + 15x, \quad x^2 - 5x - 150 = 0,$$

$$\begin{cases} x = 15, \\ x = -10, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ x = -10, \end{cases} \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первая машина может выполнить работу за 15 минут, а вторая за 30 минут.

249.2. Предположим, первая копировальная машина может выполнить всю работу за x минут. Обозначим всю работу за 1.

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+30} = 1;$$

$$20(x+30) + 20x = x(x+30);$$

$$20x + 600 + 20x = x^2 + 30x; \quad x^2 - 10x - 600 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 + 600 = 625;$$

$$x_1 = -20; x_2 = 30, \text{ но } x > 0.$$

$$x + 30 = 60.$$

Ответ: первая машина может выполнить всю работу за 30 минут, а вторая за 1 час.

250.1. Пусть 1 грузовик выполняет всю работу за x , тогда

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1. \quad \frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1,$$

$$4(x+6) + 4x = x(x+6), \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -6.$$

$$4x + 24 + 4x = x^2 + 6x, \quad x^2 - 2x - 24 = 0,$$

$$x^2 - 2x + 1 - 25 = 0, \quad (x-1)^2 - 25 = 0,$$

$$(x-6)(x+4) = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ x = -4. \end{cases},$$

но $x > 0$.

Ответ: первый грузовик перевезет зерно, работая один, за 6 часов, а второй – за 12 часов.

250.2. Обозначим всю работу, выполняемую кранами, за единицу.

Пусть время выполнения всей работы 2-м краном – x_2 , тогда:

$$\frac{6}{x-9} + \frac{6}{x} = 1, \quad \frac{6}{x-9} + \frac{6}{x} = 1, \quad \text{ОДЗ: } x \neq 9, x \neq 0.$$

$$6x + 6x - 54 = x^2 - 9x, \quad x^2 - 21x + 54 = 0, \quad \begin{cases} x = 18, \\ x = 3. \end{cases}$$

но $x \neq 3$, т. к. $3-9 < 0$.

Если $x=18$, то $x-9=9$.

Ответ: первый кран, работая один, может разгрузить баржу за 9 часов, а второй за 18 часов.

251.1. Предположим, первый завод, выполнит весь заказ за x дней, работая один, тогда:

$$\frac{24}{x} + \frac{24}{x-4} = 5 \Leftrightarrow 24(x-4) + 24x = 5x(x-4), \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 4.$$

$$48x - 96 = 5x^2 - 20x, \Leftrightarrow 5x^2 - 68x + 96 = 0, \quad x(x-4) \neq 0, \quad \begin{cases} x = 1,6 \\ x = 12. \end{cases}$$

$$5x^2 - 68x + 96 = 0,$$

$$\frac{D}{4} = 34^2 - 5 \cdot 96 = 1156 - 480 = 676;$$

$$x_1 = \frac{34 - 26}{5} = \frac{8}{5} = 1,6,$$

$$x_2 = \frac{34 + 26}{5} = 12.$$

$x \neq 1,6$, т. к. $1,6-4 < 0$.

Ответ: первый завод может выполнить заказ за 8 дней, а второй за 12 дней.

251.2. Обозначим объем заполняемого бака за единицу. Пусть время наполнения бака 1-й трубой равно x мин., тогда:

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3} \quad 24(x+10) + 24x = 2x(x+10),$$

ОДЗ: $x > 0$.

$$12x + 120 + 12x = x^2 + 10x, \quad x(x+10) \neq 0,$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0, \quad x(x+10) \neq 0;$$

$x = -6$, $x = 20$, но $x > 0$.

Если $x=20$, $x+10=30$.

Ответ: первая труба может заполнить бак за 20 минут, а вторая труба – за 30 минут.

252.1. Обозначим всю работу, выполняемую каменщиками за единицу. Пусть время работы 2-ого каменщика – x дней, тогда:

$$\frac{14}{x+6} + \frac{11}{x} = 1,$$

$$14x + 11(x+6) = x(x+6),$$

ОДЗ: $x > 0$.

$$14x + 11x + 66 = x^2 + 6x, \quad x^2 - 19x - 66 = 0,$$

$$\begin{cases} x = -3, \\ x = 22. \end{cases}, \text{ но } x > 0.$$

Если $x=22$, то $x+6=28$.

Ответ: первый каменщик может построить стену за 28 дней, а второй – 22 дня.

252.2. Пусть 1-ая машинистка делает всю работу за x ч., а 2-ая – за y ч., тогда:

$$\frac{15}{x} + \frac{8}{y} = 1 \quad 15(x+7) + 8x = x(x+7),$$

$$15x + 105 + 8x = x^2 + 7x,$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0. \quad x^2 - 16x - 105 = 0, \quad \begin{cases} x = -5, \\ x = 21. \end{cases},$$

но $x > 0$.

Если $x=21$,

то $x+7=28$.

Ответ: первая машинистка могла бы перепечатать всю рукопись, работая одна, за 21 день, а вторая – за 28 дней.

253.1. Пусть объем бассейна равен единице. Пусть 1-ая труба заполняет бассейн за x ч., а 2-ая – за y ч., тогда:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 4x = xy, \\ x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(18-x) + 4x = x(18-x), \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 72 - 4x + 4x = 18x - x^2, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 18x + 72 = 0, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 6, \\ x = 12, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 6, \\ y = 12, \end{cases} \\ \begin{cases} x = 12, \\ y = 6. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: одна из труб может наполнить бассейн за 12 часов, а вторая – за 6 часов.

253.2. Обозначим всю работу, которую выполняют машины, за единицу. Пусть 1-ая машина выполняет всю работу за x ч., а 2-ая – за y ч., тогда:

$$\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y + 12x = xy, \\ x + y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12(50 - x) + 12x = x(50 - x), \\ y = 50 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 600 - 12x + 12x = 50x - x^2, \\ y = 50 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 50x + 600 = 0, \\ y = 50 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 20, \\ x = 30, \\ y = 50 - x \end{cases} \\ \begin{cases} x = 20, \\ y = 30, \\ x = 30, \\ y = 20. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: одна из машин могла бы очистить от снега всю площадь за 20 часов, а другая – за 30 часов.

254.1. Пусть одна сторона прямоугольника равна x см, тогда вторая – $17 - x$ см.

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2,$$

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2; x^2 + 289 - 34x + x^2 = 169; 2x^2 - 34x + 120 = 0;$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0; x_1 = 5 \text{ или } x_2 = 12.$$

Ответ: стороны прямоугольника равны 5 см и 12 см.

254.2. Обозначим длины катетов прямоугольного треугольника x см и y см.

$$\begin{cases} x + y = 28, \\ x^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ (28 - y)^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ 784 - 56y + y^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ 2y^2 - 56y + 384 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ y^2 - 28y + 192 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ \begin{cases} y = 12, \\ y = 16 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 16, \\ y = 12, \\ x = 12, \\ y = 16. \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: длины катетов прямоугольного треугольника равны 12 см и 16 см.

255.1. Обозначим длину меньшего из катетов прямоугольного треугольника x см, $x^2 + (x+2)^2 = 10^2$; $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100$; $2x^2 + 4x - 96 = 0$; $x^2 + 2x - 48 = 0$.

$$x_1 = -8 \text{ или } x_2 = 6; \text{ но } x > 0. \text{ Если } x = 6, \text{ то } x + 2 = 6 + 2 = 8.$$

Ответ: катеты треугольника равны 6 см и 8 см.

255.2. Предположим, меньший катет прямоугольного треугольника равен x см, тогда $x^2 + (x+14)^2 = 26^2$;

$$x^2 + x^2 + 28x + 196 = 676; 2x^2 + 28x - 480 = 0; x^2 + 14x - 240 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 49 + 240 = 289; x_1 = -24 \text{ или } x_2 = 10; \text{ но } x > 0.$$

Ответ: катеты треугольника равны 10 см и 24 см.

256.1. Предположим, края отверстия находятся на расстоянии x см от краев крышки, тогда:

$$\begin{cases} 15 - 2x > 0, \\ 30 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x > -15, \\ -2x > -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7,5 \\ x < 15 \end{cases} \Leftrightarrow x < 7,5.$$

$$(15 - 2x)(30 - 2x) = 100;$$

$$450 - 60x - 30x + 4x^2 - 100 = 0;$$

$$4x^2 - 90x + 350 = 0; 2x^2 - 45x + 175 = 0;$$

$$D = 45^2 - 4 \cdot 2 \cdot 175 = 2025 - 1400 = 625;$$

$$x_1 = 5 \text{ или } x_2 = 17,5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: края отверстия должны быть на расстоянии 5 см. от краев крышки.

256.2. Обозначим ширину дорожки x м, тогда:

$$(4+2x)(5+2x) = 56; 20 + 10x + 8x + 4x^2 - 56 = 0; 4x^2 + 18x - 36 = 0;$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0; D = 81 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 81 + 144 = 225,$$

$$x_1 = \frac{-9 - 15}{4} = \frac{-24}{4} = -6; x_2 = \frac{-9 + 15}{4} = \frac{6}{4} = 1,5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: ширина дорожки должна быть равна 1,5 метра.

257.1. Обозначим ширину листа жести x см, тогда длина $(x+10)$ см, составим уравнение.

$$5x(x-10) = 1000;$$

$$x^2 - 10x - 200 = 0; x_1 = -10 \text{ или } x_2 = 20, \text{ но } x > 0.$$

$$\text{Если } x = 20, \text{ то } x + 10 = 20 + 10 = 30.$$

Ответ: размеры листа жести составляют 20 см и 30 см.

257.2. Обозначим ширину листа картона x см, составим уравнение.

$$5(x-10)(2x-10) = 1500;$$

$$2x^2 - 20x - 10x + 100 = 300;$$

$$2x^2 - 30x - 200 = 0; x^2 - 15x - 100 = 0; x_1 = -5 \text{ или } x_2 = 20, \text{ но } x > 0.$$

$$\text{Если } x = 20, 2x = 40.$$

Ответ: размеры листа картона составляют 20 см и 40 см.

258.1. Пусть на $x\%$ снизилась цена, тогда

$$1 \text{ раз цена} - 2000 - 20x$$

$$1 \text{ раз} - (2000 - 20x) - (20x - 0,2x^2)$$

$$2000 - 20x - 20x + 0,2x^2 = 1805;$$

$$0,2x^2 - 40x + 195 = 0;$$

$$x^2 - 200x + 975 = 0;$$

$$x_1 = 5, x_2 = 195, \text{ но } x < 100.$$

Ответ: на 5%.

258.2. Предположим, цена товара дважды повышалась на $x\%$, составим уравнение.

$$6000+60x+60x+0,6x^2=6615;$$

$$2000+20x+20x+0,2x^2=2205;$$

$$0,2x^2+40x-205=0;$$

$$\frac{D}{4} = 400 + 0,2 \cdot 205.$$

$$x_1 = \frac{-41}{0,2} = -205; x_2 = \frac{1}{0,2} = 5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: каждый раз цена товара повышалась на 5% .

259.1. Пусть собственная скорость катера равна x км/ч, а скорость течения реки – y км/ч, составим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{60}{x+y} + \frac{64}{x-y} = 7, \\ \frac{80}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 7. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a, \\ \frac{1}{x-y} = b. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60a + 64b = 7, \\ 80a + 48b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 20a - 16b = 0, \\ 60a + 64b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60a - 48b = 0, \\ 60a + 64b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow 112b = 7.$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{16}, \\ a = \frac{1}{20}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20, \\ x - y = 16. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: собственная скорость катера равна 18 км/ч, а скорость течения реки – 2 км/ч.

259.2. Пусть скорость лодки по течению – x км/ч, а против – y км/ч, тогда

$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ \frac{8}{x} + \frac{12}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ \frac{16}{x} + \frac{24}{y} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ -\frac{8}{y} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} = 1, \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16, \\ y = 8. \end{cases}$$

$$\frac{x+y}{2} = 12 \text{ км/ч.}$$

Ответ: собственная скорость катера равна 12 км/ч, течения реки – 4 км/ч.

260.1. Обозначим время прохождения первым лыжником круга трассы за x мин, тогда второго лыжника – за $(x+2)$ мин. Составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1, \quad 60x + 120 - 60x = x^2 + 2x,$$

ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -2$.

$$x^2 + 2x - 120 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ x = -12. \end{cases}, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первый лыжник проходит круг за 10 минут, а второй – за 12 минут.

260.2. Предположим, первый карт проходит круг за x мин, тогда второй карт – за $(x+5)$ мин. Составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1; \quad 60(x+5) - 60x = x(x+5); \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -5.$$

$$60x + 300 - 60x = x^2 + 5x; \quad x^2 + 5x - 300 = 0; \quad D = 25 + 1200 = 1225,$$

$$x_1 = \frac{-5 - 35}{2} = -20; \quad x_2 = \frac{-5 + 35}{2} = 15, \text{ но } x > 0.$$

Если $x = 15$, то $x + 5 = 15 + 5 = 20$.

Ответ: первый карт проходит круг за 15 минут, а второй за 20 минут.

261.1. Обозначим длину пути на подъеме x км.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x < 9. \\ y > 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+3} = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} + \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+3} = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{9}{y} + \frac{9}{y+3} = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{2}{y} + \frac{2}{y+3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \begin{cases} y = -2, \\ y = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} + (9-x) = 2, \\ y = -2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 18 + 2x = -4, \\ y = -2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{3}, \\ y = -2, \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{9-x}{6} = 2, \\ y = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 9 - x = 12, \\ y = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

не подходит, т. к. $y > 0$. $y + 3 = 6$.

Ответ: длина подъема со стороны поселка равна 3 км, скорость пешехода на подъеме равна 3 км/ч, а на спуске – 6 км/ч.

261.2. Обозначим длину пути на спуске от лагеря до поселка x км, y – скорость на подъеме.

$$0 \begin{cases} \frac{x}{y+2} + \frac{10-x}{y} = 2,8, \\ \frac{x}{y+2} + \frac{10-x}{y} + \frac{10-x}{y+2} + \frac{x}{y} = 5\frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\frac{10}{y+2} + \frac{10}{y} = \frac{16}{3}; \quad \frac{5}{y+2} + \frac{5}{y} = \frac{8}{3}; \quad \text{ОДЗ: } x \neq -2, y \neq 0.$$

$$3 \cdot 5y + 3 \cdot 5(y+2) = 8y(y+2); \quad 15y + 15y + 30 = 8y^2 + 16y;$$

$$8y^2 - 14y - 30 = 0; \quad 4y^2 - 7y - 15 = 0; \quad D = 49 + 16 \cdot 15 = 289.$$

$$y_1 = \frac{7-17}{8} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}; \quad y_2 = \frac{7+17}{8} = \frac{24}{8} = 3, \text{ но } y > 0. \begin{cases} y = 3, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: длина спуска со стороны лагеря равна 4 км, скорость туристов на спуске равна 5 км/ч, а скорость на подъеме – 3 км/ч.

262.1. $a_1=25, d=1.$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 196.$$

$$196 = \frac{2 \cdot 25 + n - 1}{2} \cdot n; \quad 392 = 50n + n^2 - n; \quad n^2 + 49n - 392 = 0;$$

$$D = 49^2 + 4 \cdot 392 = 2401 + 1568 = 3969.$$

$$n_1 = \frac{-49-63}{2} = -56; \quad n_2 = \frac{-49+63}{2} = \frac{14}{2} = 7, \text{ но } n \in \mathbf{N}.$$

Ответ: надо сложить 7 чисел.

262.2. $a_1=32, d=1.$

$$170 = \frac{2 \cdot 32 + n - 1}{2} \cdot n;$$

$$340 = 64n + n^2 - n; \quad n^2 + 63n - 340 = 0;$$

$$D = 63^2 + 4 \cdot 340;$$

$$n_1 = \frac{-63-73}{2} = -68; \quad n_2 = \frac{-63+73}{2} = 5, \text{ но } n \in \mathbf{N}.$$

Ответ: надо сложить 5 чисел.

263.1. $a_1=11, d=2.$

$$96 = \frac{2 \cdot 11 + 2(n-1)}{2} \cdot n; \quad 96 = (11+n-1) \cdot n; \quad n^2 + 10n - 96 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 + 96 = 121.$$

$$n_1 = -5-11 = -16, \quad n_2 = -5+11 = 6, \text{ но } n \in \mathbf{N}.$$

Ответ: надо сложить 6 чисел.

$$263.2. a_1=20, d=2.$$

$$120 = \frac{2 \cdot 20 + 2(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$120 = (20+n-1) \cdot n; n^2 + 19n - 120 = 0;$$

$$D = 19^2 + 4 \cdot 120 = 361 + 480 = 841.$$

$$n_1 = \frac{-19 - 29}{2} = -24; n_2 = \frac{-19 + 29}{2} = 5, \text{ но } n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: надо сложить 5 чисел.

264.1. Есть арифметическая прогрессия из 9 членов $a_1=6$, а $a_9=-3,6$.

$$-3,6 = 6 + d \cdot 8; 8d = -9,6; d = -1,2.$$

$$a_2 = 6 - 1,2 = 4,8;$$

$$a_3 = 4,8 - 1,2 = 3,6;$$

$$a_4 = 3,6 - 1,2 = 2,4;$$

$$a_5 = 2,4 - 1,2 = 1,2;$$

$$a_6 = 1,2 - 1,2 = 0;$$

$$a_7 = 0 - 1,2 = -1,2;$$

$$a_8 = -1,2 - 1,2 = -2,4;$$

Ответ: 6; 4,8; 3,6; 2,4; 1,2; 0; -1,2; -2,4; -3,6.

264.2. Есть арифметическая прогрессия из 9 членов $a_1=-8,8$, а $a_7=2$.

$$a_7 = a_1 + 6d;$$

$$d = \frac{2 - (-8,8)}{6} = \frac{10,8}{6} = 1,8.$$

$$a_2 = -8,8 + 1,8 = -7;$$

$$a_3 = -7 + 1,8 = -5,2;$$

$$a_4 = -5,2 + 1,8 = -3,4;$$

$$a_5 = -3,4 + 1,8 = -1,6;$$

$$a_6 = -1,6 + 1,8 = 0,2.$$

Ответ: -8,8; -7; -5,2; -3,4; -1,6; 0,2; 2.

$$265.1. a_1 = 2\frac{1}{3}, d = -\frac{2}{9}.$$

$$-1 = 2\frac{1}{3} - \frac{2}{9}(n-1); -9 = 21 - 2n + 2; 2n = 32; n = 16.$$

Т. о. $a_n = -1$.

Ответ: является.

$$265.2. a_1 = -2\frac{1}{2}, d = \frac{3}{4}.$$

$$3 = -2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}(n-1),$$

$$12 = -10 + 3(n-1).$$

$$n = \frac{22}{3} + 1, n = 8\frac{1}{3}. \text{ Но } n \in \{1, 2, \dots\}, \text{ т. о. число } 3 \text{ не является членом за-}$$

данной арифметической прогрессии.

$$266.1. a_3 = -5, a_5 = 2, 4.$$

$$a_3 = a_1 + 2d, a_5 = a_1 + 4d.$$

$$a_5 = a_3 + 2d, 2, 4 = -5 + 2d, d = 3, 7.$$

$$a_1 = -5 - 7, 4 = -12, 4.$$

$$S_{15} = \frac{2 \cdot (-12, 4) + 3, 7 \cdot 14}{2} \cdot 15 = (-12, 4 + 3, 7 \cdot 7) \cdot 15 =$$
$$= (-12, 4 + 25, 9) \cdot 15 = 202, 5;$$

$$\text{Ответ: } S_{15} = 202, 5.$$

$$266.2. a_4 = 3, a_6 = -1, 2.$$

Надо найти сумму первых двенадцати ее членов.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$, получим:

$$a_6 = a_1 + 5d, a_4 = a_1 + 3d.$$

$$a_6 = a_4 + 2d, -1, 2 = 3 + 2d, d = -2, 1.$$

$$a_1 = 3 + 6, 3 = 9, 3.$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 9, 3 + (-2, 1) \cdot 11}{2} \cdot 12 = (18, 6 - 23, 1) \cdot 6 = -27.$$

Ответ: сумма двенадцати членов арифметической прогрессии равна -27 .

$$267.1. \text{ Есть геометрическая прогрессия из 6 членов } b_1 = 2 \text{ и } b_6 = -18\sqrt{3}.$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, b_6 = b_1 q^5,$$

$$b_1 q^5 = -18\sqrt{3},$$

$$2 q^5 = -18\sqrt{3}, q^5 = -9\sqrt{3},$$

$$q = -\sqrt{3}.$$

$$b_2 = 2 \cdot (-\sqrt{3}) = -2\sqrt{3};$$

$$b_3 = -2\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 6;$$

$$b_4 = 6 \cdot (-\sqrt{3}) = -6\sqrt{3};$$

$$b_5 = -6\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 18.$$

Ответ: $2; -2\sqrt{3}; 6; -6\sqrt{3}; 18$.

$$267.2. \text{ Имеется геометрическая прогрессия из 6 членов } b_1 = 3 \text{ и } b_6 = -12\sqrt{2}. b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

$$b_6 = b_1 q^5, -12\sqrt{2} = 3 \cdot q^5;$$

$$-4\sqrt{2} = q^5; q = \sqrt{2}.$$

$$b_2 = 3 \cdot (-\sqrt{2}) = -3\sqrt{2};$$

$$b_3 = -3\sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = 6;$$

$$b_4 = 6 \cdot (-\sqrt{2}) = -6\sqrt{2};$$

$$b_5 = -6\sqrt{2} \cdot (-2) = 12.$$

Ответ: $3; -3\sqrt{2}; 6; -6\sqrt{2}; 12; -12\sqrt{2}$.

268.1. Имеется геометрическая прогрессия из 5 членов $b_1 = -2$, $b_5 = -32$
и $n=5$. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

$$-32 = -2 \cdot q^4;$$

$$q^4 = 16;$$

$$q = \pm 2.$$

Если $q=2$, то $b_2 = -4$, $b_3 = -8$, $b_4 = -16$.

Если $q=-2$, то $b_2 = b_1 \cdot q = -2 \cdot (-2) = 4$, $b_3 = -8$; $b_4 = 16$.

Ответ: $-2; 4; -8; 16; -32$ или $-2; -4; -8; -16; -32$.

268.2. Имеется геометрическая прогрессия из 7 членов $b_1 = 1$, $b_7 = 64$.

$$b_7 = b_1 \cdot q^6, \quad 64 = q^6, \quad \text{или } q = \pm 2.$$

Если $q=2$, то $b_2=2$, $b_3=4$, $b_4=8$, $b_5=16$.

Если $q=-2$, то $b_2=-2$, $b_3=4$, $b_4=-8$, $b_5=16$.

Ответ: $1; -2; 4; -8; 16; -32; 64$

или $1; 2; 4; 8; 16; 32; 64$.

269.1. $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = -40$, $q = -3$,

Подставим условие в формулу S_n

$$\frac{b_1 \left((-3)^4 - 1 \right)}{-3 - 1} = -40,$$

$$b_1(81-1) = -40 \cdot (-4);$$

$$b_1 = 2.$$

$$S_8 = \frac{b_1 \cdot (q^8 - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{2 \cdot \left((-3)^8 - 1 \right)}{-3 - 1} = \frac{2 \cdot 6560}{-4} = -3280.$$

Ответ: -3280 .

269.2. Подставим $q = -4$.

$$S_3 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q - 1},$$

$$39 = \frac{b_1 \left((-4)^3 - 1 \right)}{-4 - 1};$$

$$39 \cdot (-5) = b_1 \cdot (-64 - 1);$$

$$b_1 = \frac{-39 \cdot 5}{-65};$$

$$b_1 = 3.$$

$$\text{Тогда } S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{3 \cdot \left((-4)^6 - 1 \right)}{-4 - 1} = \frac{3 \cdot 4095}{-5} = -2457.$$

Ответ: -2457 .

$$270.1. \begin{cases} b_1 q = 6, \\ b_1 q^3 = 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 q = 6, \\ 6 \cdot q^2 = 24; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{6}{q}, \\ q^2 = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q}, \\ q = -2, \\ q = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} b_1 = -3, \\ q = -2, \end{cases} \\ \begin{cases} b_1 = 3, \\ q = 2. \end{cases} \end{cases}$$

Если $b_1=3$ и $q_1=2$, то $S_8 = \frac{b_1(q^8-1)}{q-1} = \frac{3((2)^8-1)}{2-1} = 3 \cdot (256-1) = 765$.

Если $b_1=-3$ и $q_1=-2$, то $S_8 = \frac{b_1(q^8-1)}{q-1} = \frac{-3((-2)^8-1)}{-2-1} = 256-1=255$.

Ответ: 765 или 255.

270.2. $b_3=54$, а $b_5=6$.

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^2 = 54, \\ b_1 \cdot q^4 = 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q^2 = 54, \\ q^2 = \frac{6}{54}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 486, \\ q = -\frac{1}{3}, \\ q = \frac{1}{3}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} b_1 = 486, \\ q = -\frac{1}{3}; \end{cases} \\ \begin{cases} b_1 = 486, \\ q = \frac{1}{3}. \end{cases} \end{cases}$$

Если $b_1=486$ и $q=\frac{1}{3}$, то

$$S_6 = \frac{486 \left(\left(\frac{1}{3} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{1}{3} - 1} = 486 \cdot \left(-\frac{728}{729} \right) \cdot -\frac{3}{2} = 728.$$

Если $b_1=486$ и $q=-\frac{1}{3}$, то

$$S_6 = \frac{486 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^6 - 1 \right)}{-\frac{1}{3} - 1} = 486 \cdot \left(-\frac{728}{729} \right) \cdot -\frac{3}{4} = 364.$$

Ответ: 728 или 364.