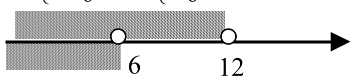
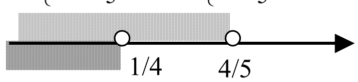
70.

а) $\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{x}{4}<7 \\ 1-\frac{x}{6}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4x+3x}{12}<7 \\ \frac{6-x}{6}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 7x<84 \\ 6-x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<12 \\ x<6 \end{cases}$



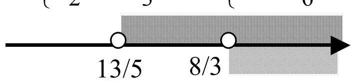
$x<6$;

б) $\begin{cases} 1-\frac{x}{4}>x \\ x-\frac{x-4}{5}>1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4-x}{4}>x \\ \frac{5x-x-4}{5}>1 \end{cases}$ $\begin{cases} 4-x>4x \\ 4x-4>5 \end{cases}$ $\begin{cases} x<\frac{4}{5} \\ x>\frac{1}{4} \end{cases}$



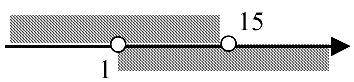
$\frac{1}{4}<x<\frac{4}{5}$;

в) $\begin{cases} x-\frac{x}{4}\geq 2 \\ \frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}>1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4x-x}{4}\geq 2 \\ \frac{3x-3+2x-4}{6}>1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x\geq 8 \\ 5x-7>6 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq\frac{8}{3} \\ x>\frac{13}{5} \end{cases}$



$x\geq\frac{8}{3}$;

г) $\begin{cases} x-\frac{x-1}{2}>1 \\ \frac{x}{3}<5 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2x-x+1}{2}>1 \\ x<15 \end{cases}$ $\begin{cases} x+1>2 \\ x<15 \end{cases}$ $\begin{cases} x>1 \\ x<15 \end{cases}$



$1<x<15$.

71.

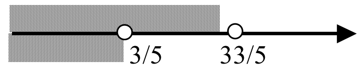
а)

$\begin{cases} \frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}\geq\frac{x-3}{4}-x \\ 1-x>0{,}5x-4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x-6-4x+8 \ge 3x-9-12x \\ 1{,}5x < 5 \end{cases} \begin{cases} 11x \ge -11 \\ x < \dfrac{10}{3} \end{cases} \begin{cases} x \ge -1 \\ x < \dfrac{10}{3} \end{cases} \quad -1 \le x < \frac{10}{3};$$

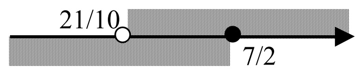
б) $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{6} + \dfrac{x+2}{3} - \dfrac{x-8}{2} > x\text{-}1 \\ 2-2x > 0{,}5x+0{,}5 \end{cases}$ | Умножим на 6

$$\begin{cases} 2x-1+2x+4-3x+24 > 6x-6 \\ 2{,}5x < 1{,}5 \end{cases}$$

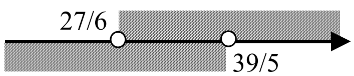


$$\begin{cases} 5x < 33 \\ x < \dfrac{3}{5} \end{cases} \begin{cases} x < \dfrac{33}{5} \\ x < \dfrac{3}{5} \end{cases} \quad x < \frac{3}{5};$$

в) $\begin{cases} \dfrac{5x+7}{6} - \dfrac{3x}{4} < \dfrac{11x-7}{12} \\ \dfrac{1-3x}{2} - \dfrac{1-4x}{3} \ge \dfrac{x}{6} - 1 \end{cases}$



$$\begin{cases} 10x+14-9x < 11x-7 \\ 3-9x-2+8x \ge x-6 \end{cases} \begin{cases} 10x > 21 \\ 2x \le 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 21 \\ x \le \dfrac{7}{2} \end{cases} \quad \frac{21}{10} < x \le \frac{7}{2};$$



г) $\begin{cases} \dfrac{8x+1}{3} > \dfrac{4x+9}{2} - \dfrac{x-1}{3} \\ \dfrac{5x-2}{3} < \dfrac{2x+13}{2} - \dfrac{x+2}{3} \end{cases}$

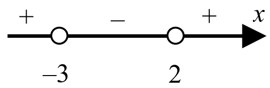
$$\begin{cases} 16x+2 > 12x+27-2x+2 \\ 10x-4 < 6x+39-2x-4 \end{cases} \begin{cases} 6x > 27 \\ 6x < 39 \end{cases} \begin{cases} x > \dfrac{27}{6} \\ x < \dfrac{39}{5} \end{cases}$$

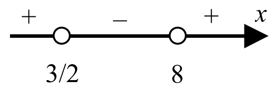
$$\frac{27}{6} < x < \frac{39}{6} \Leftrightarrow 4{,}5 < x < 6{,}5 .$$

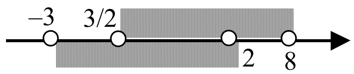
72.

а) $\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-2} < 1 \\ \dfrac{3x+2}{2x-3} > 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{2x+1-x+2}{x-2} < 0 \\ \dfrac{3x+2-4x+6}{2x-3} > 0 \end{cases}$

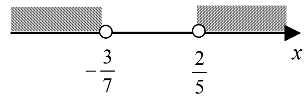
$$\begin{cases} \dfrac{x+3}{x-2} < 0 \\ \dfrac{-x+8}{2x-3} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{x+3}{x-2} < 0 \\ \dfrac{x-8}{x-\frac{3}{2}} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 < x < 2 \\ \dfrac{3}{2} < x < 8 \end{cases} \quad \frac{3}{2} < x < 2$$

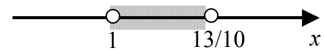




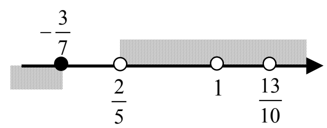


б) $\begin{cases}\dfrac{7-3x}{2-5x}\le 2\\ \dfrac{2x+1}{3x-3}>4\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{7-3x-4+10x}{2-5x}\le 0\\ \dfrac{2x+1-12x+12}{3x-3}>0\end{cases}$

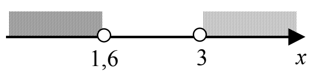


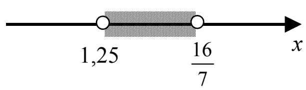


$\begin{cases}\dfrac{7x+3}{2-5x}\le 0\\ \dfrac{-10x+13}{3x-3}>0\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{x+\frac{3}{7}}{x-\frac{2}{5}}\ge 0\\ \dfrac{x-\frac{13}{10}}{x-1}<0\end{cases}$

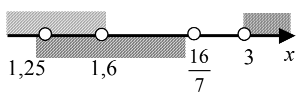


$\begin{cases}x<-\dfrac{3}{7},\quad x>\dfrac{2}{5}\\ 1<x<1{,}3\end{cases}$ $1<x<1{,}3$;





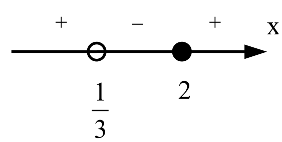
в) $\begin{cases}\dfrac{3x-2}{3-x}<2\\ \dfrac{5x+1}{4x-5}>3\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{3x-2-6+2x}{3-x}<0\\ \dfrac{5x+1-12x+15}{4x-5}>0\end{cases}$



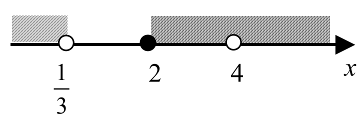
$\begin{cases}\dfrac{5x-8}{3-x}<0\\ \dfrac{-7x+16}{4x-5}>0\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{x-1{,}6}{x-3}>0\\ \dfrac{x-\frac{16}{7}}{x-1{,}25}<0\end{cases}$

$\begin{cases}x>3,\quad x<1{,}6\\ 1{,}25<x<\dfrac{16}{7}\end{cases}$ $1{,}25<x<1{,}6$;

г) $\begin{cases}\dfrac{x+3}{3x-1}\le 1\\ \dfrac{2x+5}{x-4}\ge 2\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{x+3-3x+1}{3x-1}\le 0\\ \dfrac{2x+5-2x+8}{x-4}\ge 0\end{cases}$



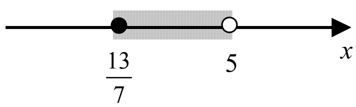
$\begin{cases}\dfrac{-2x+4}{3x-1}\le 0\\ \dfrac{13}{x-4}\ge 0\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{x-2}{x-\frac{1}{3}}\ge 0\\ x-4>0\end{cases}$



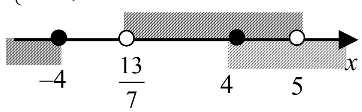
$\begin{cases} x \ge 2, \quad x < \dfrac{1}{3} \\ x > 4 \end{cases}$ $\quad x > 4$.

73.

а) $\begin{cases} \dfrac{3x-4}{5-x} \ge \dfrac{1}{2} \\ x^2 \ge 16 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{6x-8-5+x}{2(5-x)} \ge 0 \\ |x| \ge 4 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{7x-13}{5-x} \ge 0 \\ x \ge 4, x \le -4 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x-\frac{13}{7}}{x-5} \le 0 \\ x \ge 4, x \le -4 \end{cases}$

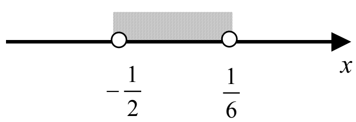


$\begin{cases} \dfrac{13}{7} < x < 5 \\ x \ge 4, x \le -4 \end{cases}$

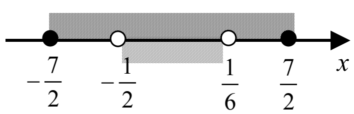


$4 \le x < 5$;

б) $\begin{cases} 4x^2 \le 49 \\ \dfrac{2x+5}{1-6x} > 1 \end{cases}$ $\begin{cases} |2x| \le 7 \\ \dfrac{2x+5-1+6x}{1-6x} > 0 \end{cases}$

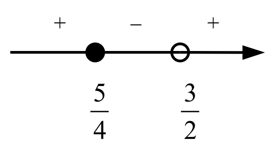


$\begin{cases} -7 \le 2x \le 7 \\ \dfrac{8x+4}{1-6x} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -\dfrac{7}{2} \le x \le \dfrac{7}{2} \\ \dfrac{x+\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{6}} < 0 \end{cases}$



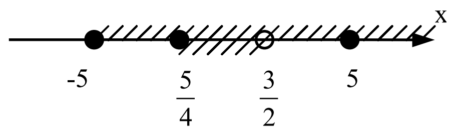
$\begin{cases} -\dfrac{7}{2} \le x \le \dfrac{7}{2} \\ -\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{6} \end{cases}$ $\quad -\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{6}$;

в) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3-2x} \ge \dfrac{1}{2} \\ x^2 \le 25 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2(x-1)-3+2x}{2(3-2x)} \ge 0 \\ |x| \le 5 \end{cases}$

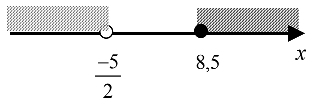


$$\begin{cases}\dfrac{4x-5}{2(3-2x)} \ge 0\\ -5 \le x \le 5\end{cases} \quad \begin{cases}\dfrac{x-\frac{5}{4}}{x-\frac{3}{2}} \le 0\\ -5 \le x \le 5\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{5}{4} \le x < \frac{3}{2}\\ -5 \le x \le 5\end{cases}$$

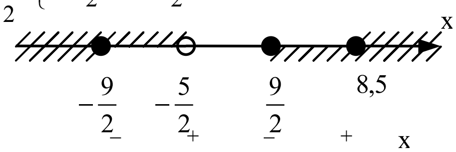


$\frac{5}{4} \le x < \frac{3}{2}$;



г) $\begin{cases}\dfrac{4x-1}{2x+5} \ge \dfrac{3}{2}\\ 4x^2 \ge 81\end{cases} \quad \begin{cases}\dfrac{8x-2-6x-15}{2(2x+5)} \ge 0\\ x^2 \ge \dfrac{81}{4}\end{cases}$

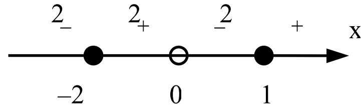
$$\begin{cases}\dfrac{2x-17}{4\left(x+\frac{5}{2}\right)} \ge 0\\ |x| \ge \dfrac{9}{2}\end{cases} \quad \begin{cases}\dfrac{x-8{,}5}{x+\frac{5}{2}} \ge 0\\ x \ge \dfrac{9}{2}, x \le -\dfrac{9}{2}\end{cases} \quad \begin{cases}x \ge 8{,}5; x < -\dfrac{5}{2}\\ x \ge \dfrac{9}{2}, x \le -\dfrac{9}{2}\end{cases}$$



$x \ge 8{,}5; \quad x \le -\frac{9}{2}$

74.

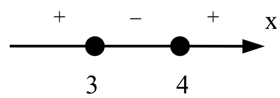
а) $\begin{cases}\dfrac{(x+2)(x-1)}{2x} \ge 0\\ x^2-7x+12 \ge 0\end{cases}$



по теореме Виета:

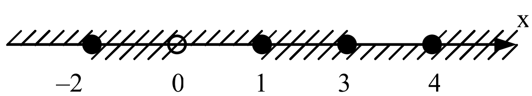
$x_1 = 4$

$x_2 = 3$



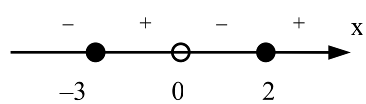
$\begin{cases}x \ge 1; -2 \le x < 0\\ (x-3)(x-4) \ge 0\end{cases}$

$\begin{cases}x \ge 1; -2 \le x < 0\\ x \ge 4, x \le 3\end{cases}$



$-2 \le x < 0; \quad 1 \le x \le 3; \quad x \ge 4$

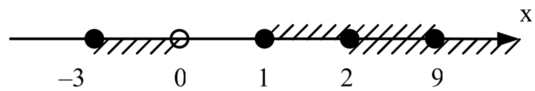
б) $\begin{cases}x^2-10x+9 \le 0\\ \dfrac{(x+3)(x-2)}{2x} \ge 0\end{cases}$



по теореме Виета:

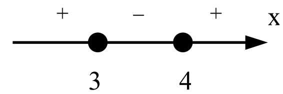
$x_1 = 9$
$x_2 = 1$

$$\begin{cases}(x-1)(x-9)\le 0\\ x\ge 2; -3\le x<0\end{cases}$$

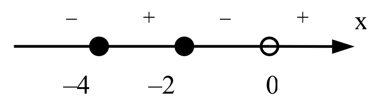


$$\begin{cases}1\le x\le 9\\ x\ge 2; -3\le x<0\end{cases}$$

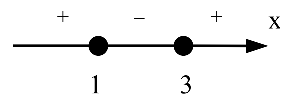
$2\le x\le 9$



в) $$\begin{cases}x^2-4x+3\le 0\\ \dfrac{(x+2)(x+4)}{5x}\le 0\end{cases}$$

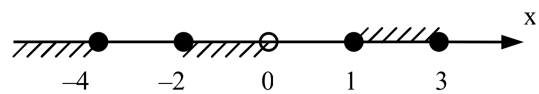


по теореме Виета:
$x_1 = 3$
$x_2 = 1$



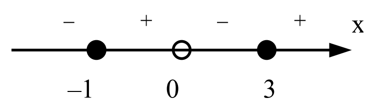
$$\begin{cases}(x-1)(x-3)\le 0\\ -2\le x<0, x\le -4\end{cases}$$

$$\begin{cases}1\le x\le 3\\ x\le -4; -2\le x<0\end{cases}$$

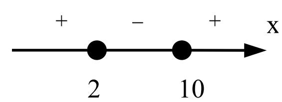


Нет решений.

г) $$\begin{cases}x^2-12x+20\le 0\\ \dfrac{(x-3)(x+1)}{3x}\le 0\end{cases}$$

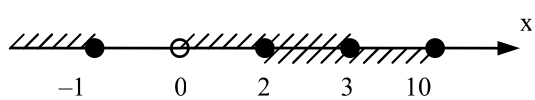


по теореме Виета:
$x_1 = 0$
$x_2 = 2$



$$\begin{cases}(x-2)(x-10)\le 0\\ x\le -1, 0<x\le 3\end{cases}$$

$$\begin{cases}2\le x\le 10\\ x\le -1; 0<x\le 3\end{cases}$$

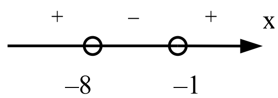


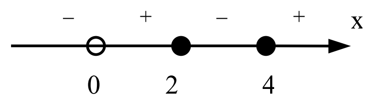
$2\le x\le 3$

75.

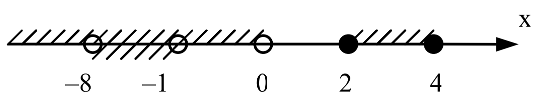
а) $\begin{cases} \dfrac{2x^2+18x-4}{x^2+9x+8} > 2 \\ x+\dfrac{8}{x} \le 6 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2x^2+18x-4-2x^2-18x-16}{x^2+9x+8} > 0 \\ \dfrac{x^2+8-6x}{x} \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{-20}{x^2+9x+8} > 0 \\ \dfrac{x^2+8-6x}{x} \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{20}{(x+8)(x+1)} < 0 \\ \dfrac{(x-2)(x-4)}{x} \le 0 \end{cases}$





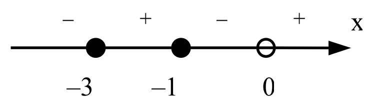
$\begin{cases} -8 < x < 1 \\ x < 0; 2 \le x \le 4 \end{cases}$



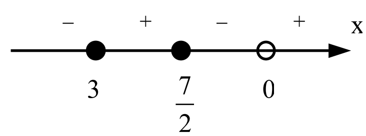
$-8 < x < -1$ В ответе задачника ошибка.

б) $\begin{cases} x+\dfrac{3}{x} \le -4 \\ \dfrac{x-4}{x-3} > \dfrac{x-3}{x-4} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^2+4x+3}{x} \le 0 \\ \dfrac{(x-4)^2-(x-3)^2}{(x-3)(x-4)} > 0 \end{cases}$

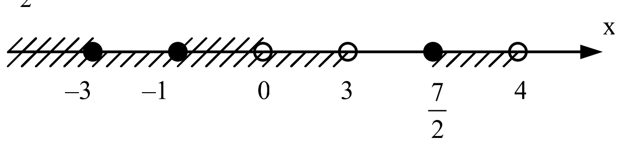
$\begin{cases} \dfrac{(x+3)(x+1)}{x} \le 0 \\ \dfrac{(x-4-x+3)(x-4+x-3)}{(x-3)(x-4)} > 0 \end{cases}$



$\begin{cases} x \le -3, -1 \le x < 0 \\ \dfrac{x-\frac{7}{2}}{(x-3)(x-4)} < 0 \end{cases}$



$\begin{cases} x \le -3, -1 \le x < 0 \\ x < +3, \dfrac{7}{2} \le x < +4 \end{cases}$



$x \le -3, -1 \le x < 0$

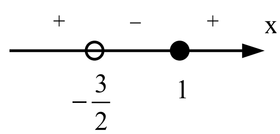
в) $\begin{cases} \dfrac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x+3} \le 0 \\ \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x+3} > \dfrac{3}{x+2} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2(x-1)+(x-1)}{2\left(x+\dfrac{3}{2}\right)} \le 0 \\ \dfrac{(x+2)(x+3)+2(x+1)(x+2)-3(x+1)(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 0 \end{cases}$$

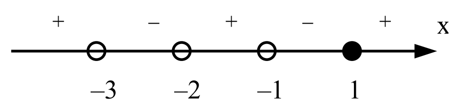
$$\begin{cases} \dfrac{(x-1)(x^2+1)}{2\left(x+\dfrac{3}{2}\right)} \le 0 \\ \dfrac{-x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)} > 0 \end{cases}$$

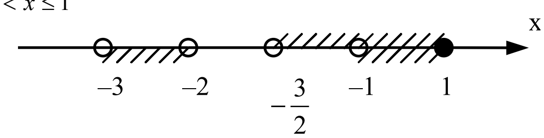
Разделим первое неравенство на положительное выражение $\dfrac{x^2+1}{2}$.

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{x+\dfrac{3}{2}} \le 0 \\ \dfrac{x-1}{(x+1)(x+2)(x+3)} < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -\dfrac{3}{2} < x \le 1 \\ -3 < x < -2, -1 < x \le 1 \end{cases}$$



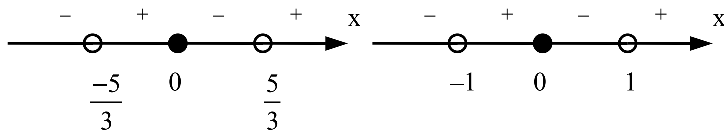


$-1 < x \le 1$ — ошибка в ответе задачника.

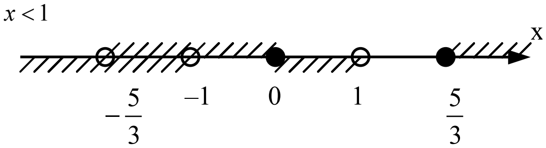
г) $\begin{cases} \dfrac{x^3 + x^2 + x}{9x^2 - 25} \ge 0 \\ \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{x-1} \le \dfrac{1-2x}{x^2-1} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x(x^2+x+1)}{(3x-5)(3x+5)} \ge 0 \\ \dfrac{x-1+2x+2-1+2x}{x^2-1} \le 0 \end{cases}$

Разделим первое неравенство на положительное выражение $x^2 + x + 1$ (оно положительно, т.к. D = 1 – 4 =–3 < 0).

$$\begin{cases} \dfrac{x}{(3x-5)(3x+5)} \ge 0 \\ \dfrac{5x}{(x-1)(x+1)} \le 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x > \dfrac{5}{3},\ -\dfrac{5}{3} < x \le 0 \\ x < -1,\ 0 \le x < 1 \end{cases}$$

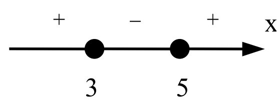


$x = 0,\ \ -\dfrac{5}{3} < x < -1$

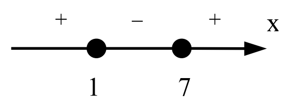
76.

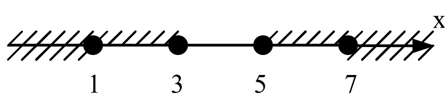
Выражение определено, если стоящее под корнем выражения неотрицательны.

а) $\begin{cases} (x-3)(x-5) \ge 0 \\ (1-x)(7-x) \ge 0 \end{cases}$

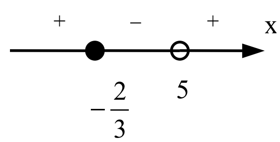


$\begin{cases} x \ge 5,\ x \le 3 \\ x \ge 7,\ x \le 1 \end{cases}$

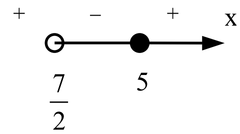




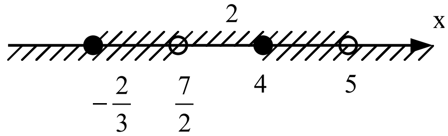
б) $\sqrt{\dfrac{3x+2}{5-x}} + \sqrt{\dfrac{4-x}{7-2x}}$



$$\begin{cases}\dfrac{3x+2}{5-x}\ge 0\\ \dfrac{4-x}{7-2x}\ge 0\end{cases}\quad \begin{cases}\dfrac{x+\frac{2}{3}}{x-5}\le 0\\ \dfrac{x-4}{x-\frac{7}{2}}\ge 0\end{cases}$$

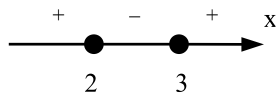


$$\begin{cases}-\dfrac{2}{3}\le x<5\\ x\ge 4,\ x<\dfrac{7}{2}\end{cases}$$



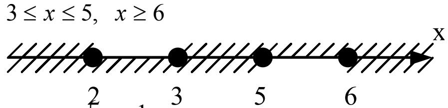
$-\dfrac{2}{3}\le x<\dfrac{7}{2},\ \ 4\le x<5$

в) $\begin{cases}(x-2)(x-3)\ge 0\\ (5-x)(6-x)\ge 0\end{cases}$

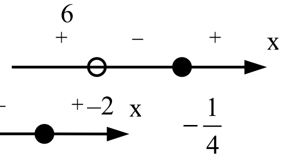


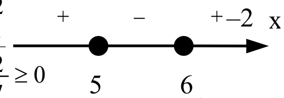
$\begin{cases}x\ge 3,\ x\le 2\\ x\ge 6,\ x\le 5\end{cases}$

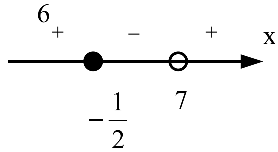
$x\le 2,\ \ 3\le x\le 5,\ \ x\ge 6$



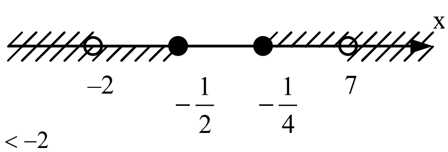
г) $\begin{cases}\dfrac{4x+1}{x+2}\ge 0\\ \dfrac{2x+1}{x-7}\ge 0\end{cases}\quad \begin{cases}\dfrac{x+\frac{1}{4}}{x+2}\ge 0\\ \dfrac{x+\frac{1}{2}}{x-7}\ge 0\end{cases}$







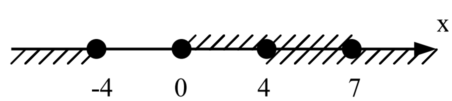
$$\begin{cases}x<-2,\ x\ge -\dfrac{1}{4}\\ x\le -\dfrac{1}{2},\ x>7\end{cases}$$



$x>7,\ \ x<-2$

77.

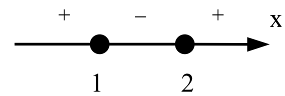
а) $\begin{cases}x^2-16\ge 0\\ 7x-x^2\ge 0\end{cases}\quad \begin{cases}x^2\ge 16\\ x(7-x)\ge 0\end{cases}\quad \begin{cases}x\ge 4,\ x\le -4\\ 0\le x\le 7\end{cases}$



$4 \le x \le 7$

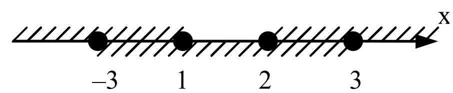
б) $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \ge 0 \\ 9 - x^2 \ge 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 2$, $x_2 = 1$



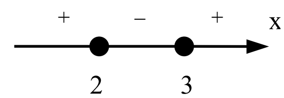
$\begin{cases} (x-2)(x-1) \ge 0 \\ x^2 \le 9 \end{cases}$

$\begin{cases} x \le 1, \quad x \ge 2 \\ |x| \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 1, \quad x \ge 2 \\ -3 \le x \le 3 \end{cases}$ $\qquad -3 \le x \le 1, \; 2 \le x \le 3$

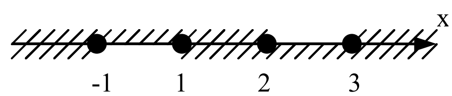


в) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \ge 0 \\ x^2 - 1 \ge 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$



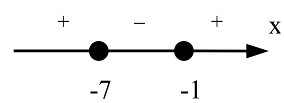
$\begin{cases} (x-2)(x-3) \ge 0 \\ x^2 \ge 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge 3, \quad x \le 2 \\ x \ge 1, \quad x \le -1 \end{cases}$



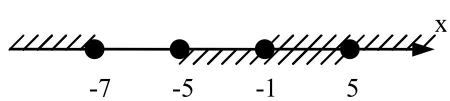
$x \le -1, \; 1 \le x \le 2, \; x \ge 3$

г) $\begin{cases} x^2 + 8x + 7 \ge 0 \\ 25 - x^2 \ge 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = -1$, $x_2 = -7$



$\begin{cases} (x+1)(x+7) \ge 0 \\ x^2 \le 25 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -1, \quad x \le -7 \\ -5 \le x \le 5 \end{cases}$



$-1 \le x \le 5$

78.

а) $\begin{cases} -\dfrac{13}{4}+\dfrac{3x}{4}\le\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{7}{8} \\ 2\ge\dfrac{x}{4}+\dfrac{3-2x}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{3x-x+1}{4}\le\dfrac{26-7}{8} \\ \dfrac{3x+12-8x}{12}\le 2 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2x+1}{4}\le\dfrac{19}{8} \\ \dfrac{-5x-12}{12}\le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+1\le\dfrac{19}{2} \\ -5x-12\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le\dfrac{17}{4} \\ x\ge-\dfrac{12}{5} \end{cases}$ $-\dfrac{12}{5}\le x\le\dfrac{17}{4}$. Серединой промежутка [a, b] будет число $\dfrac{a+b}{2}$. В данном случае $\dfrac{\frac{17}{4}-\frac{12}{5}}{2}=\dfrac{37}{40}$

б) $\begin{cases} \dfrac{3}{5}+\dfrac{3x-1}{10}\ge\dfrac{2-x}{5}-0{,}3 \\ 1\ge\dfrac{x-1}{3}+0{,}5(x+3) \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{6+3x-1-4+2x+3}{10}\ge 0 \\ \dfrac{x-1+1{,}5x+4{,}5-3}{3}\le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{5x+4}{10}\ge 0 \\ \dfrac{2{,}5x+0{,}5}{3}\le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 5x\ge-4 \\ 2{,}5x\le-0{,}5 \end{cases}$ $-\dfrac{4}{5}\le x\le-\dfrac{1}{5}$. Середина [a, b] – это $\dfrac{a+b}{2}$.

$\dfrac{-\frac{4}{5}-\frac{1}{5}}{2}=-\dfrac{1}{2}$.

79.

$\begin{cases} 13-\dfrac{3-7x}{10}+\dfrac{x+1}{2}<\dfrac{7-8x}{2} \\ 7(3x-5)+4(17-x)>18-\dfrac{5(2x-6)}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{130-3+7x+5x+5-35+40x}{10}<0 \\ 21x-35+68-4x-18+5x-15>0 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{52x+97}{10}<0 \\ 22x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 52x+97<0 \\ 11x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<-\dfrac{97}{52} \\ x>0 \end{cases}$ Решений нет.

80.

$\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{3x-1}{6}<\dfrac{2-x}{12}-\dfrac{x+1}{2}+3 \\ x>\dfrac{5x-4}{10}-\dfrac{3x-1}{5}-2{,}5 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{4x-6x+2-2+x+6x+6-36}{12}<0 \\ \dfrac{5x-4-6x+2-25-10x}{10}<0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{5x-30}{12}<0 \\ \frac{-11x-27}{10}<0 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x<30 \\ 11x>-27 \end{cases}$ $\begin{cases} x<6 \\ x>-\frac{27}{11} \end{cases}$ $-\frac{27}{11}<x<6$.

6 – наибольшее целое, удовлетворяющее системе.

81.

а) $\begin{cases} 0{,}2x>-1 \\ -\frac{x}{3}\ge 1 \end{cases}$ $-5<x\le -3$.

Целые числа: –4, -3.

б) $\begin{cases} 1-0{,}5x\ge 0 \\ -\frac{x+5}{5}<-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 0{,}5x\le 1 \\ x+5>5 \end{cases}$ $0<x\le 2$; 1, 2

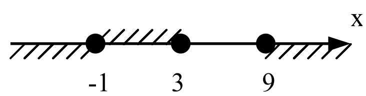
в) $\begin{cases} \frac{x-1}{2}<\frac{x}{3} \\ \frac{x+1}{2}\ge\frac{x}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{3x-3-2x}{6}<0 \\ \frac{5x+5-2x}{10}\ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x-3}{6}<0 \\ \frac{3x+5}{2}\ge 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<3 \\ x\ge -\frac{5}{3} \end{cases}$

$-\frac{5}{3}\le x<3$ –1, 0, 1, 2.

г) $\begin{cases} \frac{x-1}{4}\le\frac{x}{5} \\ \frac{x}{3}>\frac{x+4}{7} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{5x-5-4x}{20}\le 0 \\ \frac{7x-3x-12}{21}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x-5}{20}\le 0 \\ \frac{4x-12}{21}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\le 5 \\ x>3 \end{cases}$ $3<x\le 5$; 4, 5.

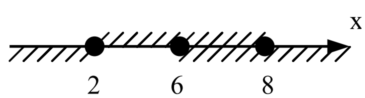
82.

а) $\begin{cases} |x-1|\le 2 \\ |x-4|\ge 5 \end{cases}$ $\begin{cases} -2\le x-1\le 2 \\ x-4\ge 5,\quad x-4\le -5 \end{cases}$



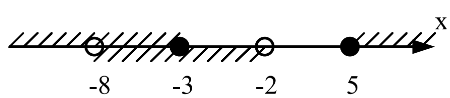
$\begin{cases} -1\le x\le 3 \\ x\ge 9,\quad x\le -1 \end{cases}$ $x=-1$;

б) $\begin{cases} |x-5|\le 3 \\ |x-4|\ge 2 \end{cases}$ $\begin{cases} -3\le x-5\le 3 \\ x-4\ge 2,\quad x-4\le -2 \end{cases}$



$\begin{cases} 2\le x\le 8 \\ x\ge 6,\quad x\le 2 \end{cases}$ $x=2,\quad 6\le x\le 8$;

в) $\begin{cases} |x+5|<3 \\ |x-1|\ge 4 \end{cases}$ $\begin{cases} -3<x+5<3 \\ x-1\ge 4,\quad x-1\le -4 \end{cases}$

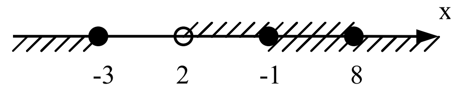


$\begin{cases} -8<x<-2 \\ x\ge 5,\quad x\le -3 \end{cases}$

$-8<x\le -3$

г) $\begin{cases} |x-3|<5 \\ |x+2|\ge 1 \end{cases}$ $\begin{cases} -5\le x-3\le 5 \\ x+2\ge 1, \quad x+2\le -1 \end{cases}$

$\begin{cases} -2<x<8 \\ x\ge -1, \quad x\le -3 \end{cases}$

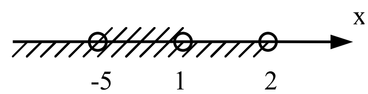


-1 $\le x<8$

83.

а) $\begin{cases} |2x+4|<6 \\ 3-2x>-1 \end{cases}$ $\begin{cases} -6\le 2x+4\le 6 \\ 4>2x \end{cases}$

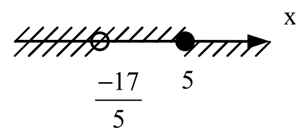
$\begin{cases} -10<2x<2 \\ x<2 \end{cases}$ $\begin{cases} -5<x<1 \\ x<2 \end{cases}$



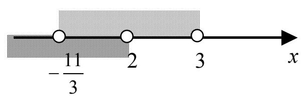
-5 $<x<-1$

б) $\begin{cases} 5x+4<29 \\ |5x-4|\ge 21 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x<25 \\ 5x-4\ge 21, \quad 5x-4\le -21 \end{cases}$

$\begin{cases} x<5 \\ x\ge 5, \quad x\le -\frac{17}{5} \end{cases}$



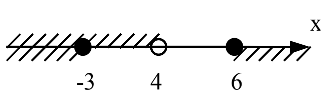
$x\le -\frac{17}{5}$



в) $\begin{cases} |3x+1|<10 \\ 4x+3<11 \end{cases}$ $\begin{cases} -10<3x+1<10 \\ 4x<8 \end{cases}$

$\begin{cases} -11<3x<9 \\ x<2 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{11}{3}<x<3 \\ x<2 \end{cases}$

-$\frac{11}{3}<x<-2$;

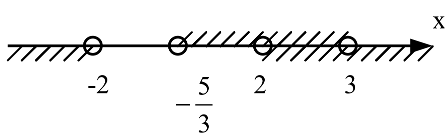


г) $\begin{cases} 2x-1<7 \\ |2x-3|\ge 9 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x<8 \\ 2x-3\ge 9, \quad 2x-3\le -9 \end{cases}$

$\begin{cases} x<4 \\ x\ge 6, \quad x\le -3 \end{cases}$ $x\le -3$.

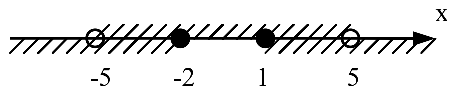
84.

а) $\begin{cases} |3x-2|<7 \\ x^2>4 \end{cases}$ $\begin{cases} -7<3x-2<7 \\ |x|>2 \end{cases}$ $\begin{cases} -5<3x<9 \\ x>2, \quad x<-2 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{5}{3}<x<3 \\ x>2, \quad x<-2 \end{cases}$



$2 < x < 3$

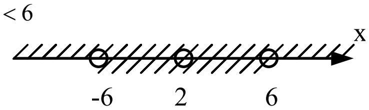
б) $\begin{cases} x^2 < 25 \\ |2x+1| \ge 3 \end{cases}$ $\begin{cases} |x| < 5 \\ 2x+1 \ge 3, \quad 2x+1 \le -3 \end{cases}$ $\begin{cases} -5 < x < 5 \\ x \ge 1, \quad x \le -2 \end{cases}$



$-5 < x \le -2, \;\; 1 \le x < 5$;

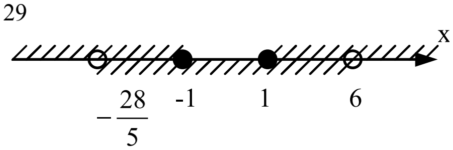
в) $\begin{cases} |2x-4| > 0 \\ x^2 < 36 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-4 \ne 0 \\ |x| < 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x \ne 2 \\ -6 < x < 6 \end{cases}$

$2 < x < 6, \; -6 < x < 2$



г) $\begin{cases} x^2 \ge 1 \\ |5x-1| < 29 \end{cases}$ $\begin{cases} |x| \ge 1 \\ -29 < 5x-1 < 29 \end{cases}$

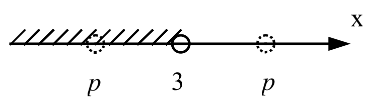
$\begin{cases} x \ge 1, \quad x \le -1 \\ -\dfrac{28}{5} < x < 6 \end{cases}$



$-\dfrac{28}{5} < x \le -1, \; 1 \le x < 6$

85.

а) $\begin{cases} x < 3 \\ x > p \end{cases}$

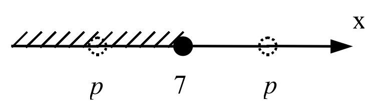


Изобразим на рисунке различные положения точки p

Видно, что при $p < 3$ решения есть.

При $p \ge 3$ решений нет.

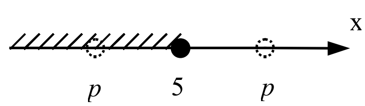
б) $\begin{cases} x \le 7 \\ x \ge p \end{cases}$



При $p > 7$ решений нет.

При $p \le 7$ решения есть.

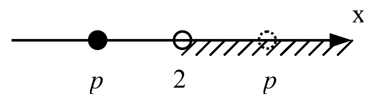
в) $\begin{cases} x \le 5 \\ x > p \end{cases}$



При $p \ge 5$ решений нет.

При $p \le 5$ решения есть.

г) $\begin{cases} x \le p \\ x \ge 2 \end{cases}$



При $p \ge 2$ решения есть.
При $p < 2$ решений нет.

86.

$\begin{cases} x > 3 \\ x > p \end{cases}$;

а) $p = 5$; б) Таких p нет.
в) $p \le 3$. Ответ в задачнике не верен. г) Таких p нет.

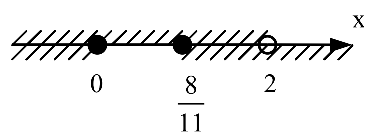
87.

$(p-2)x^2 - (p-4)x + (3p-2) > 0$

а) 1. Неравенство не имеет решений, если первый (старший) коэффициент отрицателен и дискриминант меньше либо равен 0.
2. Оно также может не иметь решений, если и первый и второй коэффициент равны 0, а свободный член меньше либо равен 0.

1. $\begin{cases} p-2<0 \\ (p-4)^2 - 4(p-2)(3p-2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p-2<0 \\ p^2 - 8p + 16 - 12p^2 + 16p - 16 \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} p<2 \\ -11p^2 + 8p \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} p<2 \\ p\left(p - \frac{8}{11}\right) \ge 0 \end{cases}$



$\begin{cases} p<2 \\ p \ge \frac{8}{11}, \quad p \le 0 \end{cases}$ $p \le 0, \ \frac{8}{11} \le p < 2$;

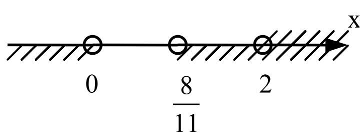
2. $\begin{cases} p-2=0 \\ p-4=0 \\ 3p-2 \le 0 \end{cases}$ Решений нет.

Итак

$p \le 0, \ \frac{8}{11} \le p < 2$

б) 1. Неравенство выполняется при любых x, если первый коэффициент положителен и дискриминант отрицателен.
2. Неравенство выполняется при любых x, если и первый и второй коэффициент нулевые, а свободный член положителен.

1. $\begin{cases} p-2>0 \\ -11p^2 + 8p < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} p>2 \\ p > \frac{8}{11}, \quad p<0 \end{cases}$



$p > 2$

2. $\begin{cases} p-2=0 \\ p-4=0 \\ 3p-2>0 \end{cases}$ Решений нет.

Итак, $p > 2$.

Ответы решебника неверны.

§ 4. Домашняя контрольная работа

ВАРИАНТ 1.

1. $5x < 3\left(\frac{2}{9}+\frac{x}{2}\right)$, $x=-3$, $-15 < 3\left(\frac{2}{9}-\frac{3}{2}\right)$, $-15 < 3\left(\frac{4-27}{18}\right)$, $-15 < \frac{-23}{6}$ - верно.

Является.

2. $5x+\frac{6}{7} \le \frac{2-3x}{14}$,

$\frac{70x+12-2+3x}{14} \le 0$, $\frac{73x+10}{14} \le 0$, $x \le -\frac{10}{73}$.

3. $|2x+4| \le 7$,

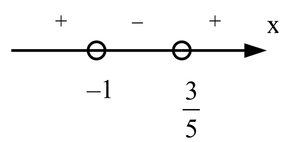
$-7 \le 2x+4 \le 7$, $-11 \le 2x \le 3$, $-\frac{11}{2} \le x \le \frac{3}{2}$;

4. Выражение определено, если

$5x^2+2x-3 \ge 0$, $\frac{D}{4} = 1+15 = 16$;

$x_1 = \frac{-1+4}{5} = \frac{3}{5}$; $x_2 = \frac{-1-4}{5} = -1$;

$5\left(x-\frac{3}{5}\right)(x+1) \ge 0$, $\left(x-\frac{3}{5}\right)(x+1) \ge 0$



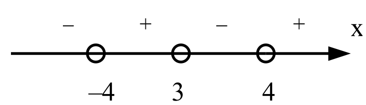
$x \ge \frac{3}{5}$, $x \le -1$.

5. $\frac{x^2+2{,}5x-18}{1{,}5x-6} > 1$, $\frac{x^2+2{,}5x-18-1{,}5x+6}{1{,}5x-6} > 0$, $\frac{x^2+x-12}{1{,}5(x-4)} > 0$

по теореме Виета:

$x_1 = 3$

$x_1 = -4$



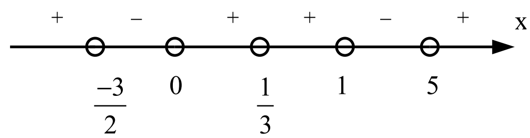
$$\frac{(x-3)(x+4)}{x-4} > 0$$

$x > 4, \quad -4 < x < 3$

6. а) $f(x) > 0$

$$\frac{(3x-1)^2(2x+3)(5-x)}{x(x-1)} > 0, \quad \frac{9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 2\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)}{x(x-1)} < 0,$$

$$\frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)}{x(x-1)} < 0$$

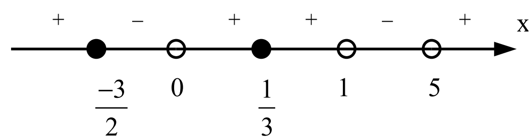


$1 < x < 5, \quad -\frac{3}{2} < x < 0$

б) $f(x) \geq 0$

$$\frac{(3x-1)^2(2x+3)(5-x)}{x(x-1)} \geq 0$$

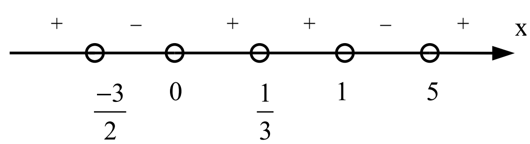
$$\frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)}{x(x-1)} \leq 0$$



$1 < x \leq 5, \quad -\frac{3}{2} \leq x < 0$;

в) $f(x) < 0$

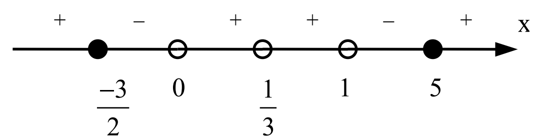
$$\frac{(3x-1)^2(2x+3)(5-x)}{x(x-1)} < 0, \quad \frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)}{x(x-1)} > 0$$



$x < -\frac{3}{2}, \quad 0 < x < \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} < x < 1, \quad x > 5$

г) $f(x) \leq 0$

$$\frac{(3x-1)^2(2x+3)(5-x)}{x(x-1)} \le 0, \quad \frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-5)}{x(x-1)} \ge 0$$



$x \le -\frac{3}{2}$, $0 < x < \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3} < x < 1$, $x \ge 5$

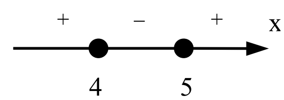
7. $\begin{cases} \frac{3x+2}{4} > 2 - \frac{3-x}{2} \\ 4(5-x) \le 5x - x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{3x+2-8+6-2x}{4} > 0 \\ 20-4x \le 5x - x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{4} > 0 \\ x^2 - 9x + 20 \le 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 0 \\ (x-5)(x-4) \le 0 \end{cases}$

по теореме Виета:

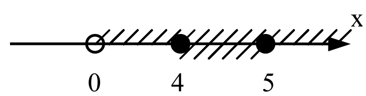
$x_1 = 5$

$x_1 = 4$



$\begin{cases} x > 0 \\ 4 \le x \le 5 \end{cases}$

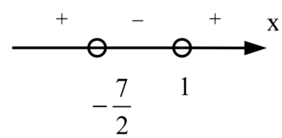
$4 \le x \le 5$



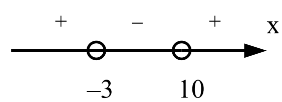
8. $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 > 0 \\ \frac{3x-4}{2x+6} \le 1 \end{cases}$ $D = 25 + 56 = 81$ $x_1 = \frac{-5+9}{4} = 1$

$x_2 = \frac{-5-9}{4} = -\frac{7}{2}$

$\begin{cases} 2(x-1)\left(x+\frac{7}{2}\right) > 0 \\ \frac{3x-4-2x-6}{2x+6} \le 0 \end{cases}$

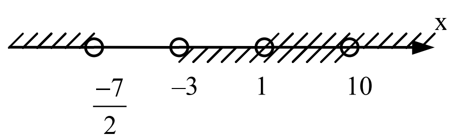


$\begin{cases} x > 1, \quad x < -\frac{7}{2} \\ \frac{x-10}{2(x+3)} \le 0 \end{cases}$



$\begin{cases} x > 1, \quad x < -\frac{7}{2} \\ -3 < x \le 10 \end{cases}$

$1 < x \le 10.$



9. $-3 \le \frac{5+3x}{4} \le -1$

$-12 \le 5+3x \le -4$

$-\frac{17}{3} \le x \le -3$

10. $\begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2x-11+38-4x-8x}{4} < 0 \\ \frac{10x+75-9x+9-15x}{45} > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{-10x+27}{4} < 0 \\ \frac{-14x+84}{45} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 10x > 27 \\ 14x < 84 \end{cases}$ $\begin{cases} x > \frac{27}{10} = 2{,}7 \\ x < 6 \end{cases}$

$2{,}7 < x < 6$

Целые 3, 4, 5.

ВАРИАНТ 2.

1. $\frac{3 \cdot 0{,}5 + 7{,}8}{2} \ge 2 \cdot 0{,}5;$ $\frac{3x+7{,}8}{2} \ge 2x;$ $x = 0{,}5$; $\frac{4{,}5+7{,}8}{2} \ge 1$;

$12{,}3 \ge 2$ — верно.

Является.

2. $\frac{4-5x}{4} \le 2 + \frac{x}{8}$; $\frac{x+16-8+10x}{8} \ge 0,$ $\frac{11x+8}{8} \ge 0,$ $8+11x \ge 0,$ $x \ge -\frac{8}{11}$

3. $|4-3x| \ge 6$

$4-3x \ge 6,$ $4-3x \le -6$

$3x \le -2,$ $3x \ge 10$

$x \le -\frac{2}{3},$ $x \ge \frac{10}{3}.$

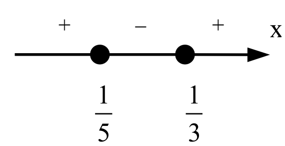
4. Выражение определено, если

$8x - 15x^2 - 1 \ge 0;$ $15x^2 - 8x + 1 \le 0$

$\frac{D}{4} = 16 - 15 = 1$

$x_1 = \frac{4+1}{15} = \frac{1}{3};$ $x_2 = \frac{4-1}{15} = \frac{1}{5}$

$15\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) \le 0$



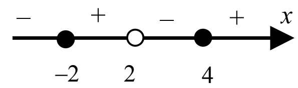
$\frac{1}{5} \le x \le \frac{1}{3}$

5. $\frac{x^2 - 4{,}5x - 3}{5 - 2{,}5x} \le 1$; $\frac{x^2 - 4{,}5x - 3 + 2{,}5x - 5}{-2{,}5(x-2)} \le 0$; $\frac{x^2 - 2x - 8}{x - 2} \ge 0,$

по теореме Виета:

$x_1 = 4$

$x_2 = -2$

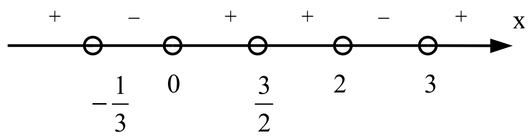


$$\frac{(x-4)(x+2)}{x-2} \ge 0$$

$-2 \le x < 2, \quad x \ge 4$

6. а) $f(x) > 0$

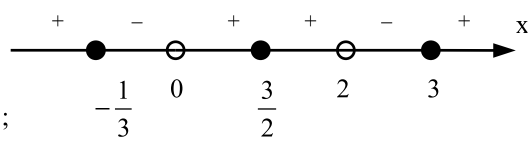
$$\frac{(2x-3)^2(3x+1)(x-3)}{x(2-x)} > 0; \quad \frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right)(x-3)}{x(x-2)} < 0$$



$-\frac{1}{3} < x < 0, \quad 2 < x < 3$

б) $f(x) \ge 0$

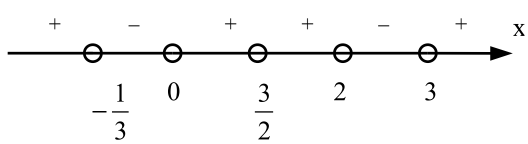
$$\frac{(2x-3)^2(3x+1)(x-3)}{x(2-x)} \ge 0; \quad \frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right)(x-3)}{x(x-2)} \le 0$$



$2 < x \le 3, \quad -\frac{1}{3} \le x < 0$;

в) $f(x) < 0$

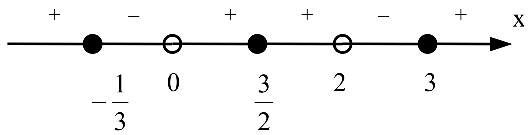
$$\frac{(2x-3)^2(3x+1)(x-3)}{x(2-x)} < 0; \quad \frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right)(x-3)}{x(x-2)} > 0$$



$x > 3, \quad \frac{3}{2} < x < 2, \quad 0 < x < \frac{3}{2}, \quad x < -\frac{1}{3}$

г) $f(x) \le 0$

$$\frac{(2x-3)^2(3x+1)(x-3)}{x(2-x)} \le 0; \quad \frac{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(x+\frac{1}{3}\right)(x-3)}{x(x-2)} \ge 0$$



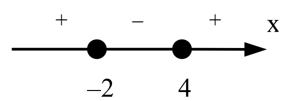
$x \le -\frac{1}{3}, \; 0 < x < 2, \;\; x \ge 3.$

7. $\begin{cases} \frac{5-2x}{3} \le \frac{3x+5}{2} + 1 \\ 4x \ge 2(x-4) + x^2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{9x+15+6-10+4x}{6} \ge 0 \\ x^2 + 2x - 8 - 4x \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{13x+11}{6} \ge 0 \\ x^2 - 2x - 8 \le 0 \end{cases}$

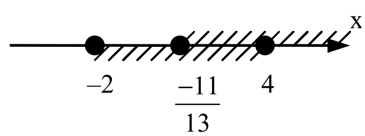
$x_1 = 4$

$x_2 = -2$



$\begin{cases} 13x + 11 \ge 0 \\ (x-4)(x+2) \le 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \ge -\frac{11}{13} \\ -2 \le x \le 4 \end{cases}$



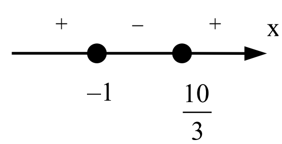
$-\frac{11}{13} \le x \le 4$

8. $\begin{cases} 3x^2 - 7x - 10 \le 0 \\ \frac{2x-1}{2-3x} > 3 \end{cases}$ $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$

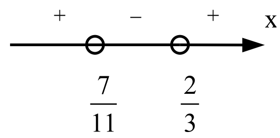
$x_1 = \frac{7+13}{6} = \frac{10}{3}$

$x_2 = \frac{7-13}{6} = -1$

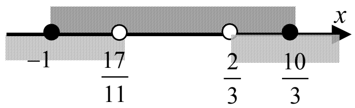
$\begin{cases} 3\left(x - \frac{10}{3}\right)(x+1) \le 0 \\ \frac{2x-1-6+9x}{2-3x} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -1 \le x \le \frac{10}{3} \\ \frac{11x-7}{-1(3x-2)} > 0 \end{cases}$



$$\begin{cases} -1 \le x \le \dfrac{10}{3} \\ \dfrac{x - \dfrac{7}{11}}{x - \dfrac{2}{3}} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -1 \le x \le \dfrac{10}{3} \\ \dfrac{7}{11} < x < \dfrac{2}{3} \end{cases}$$



$$\frac{7}{11} < x < \frac{2}{3}$$



9. $2 \le \dfrac{4x-7}{5} \le 4$

$10 \le 4x - 7 \le 20$

$17 \le 4x \le 27$

$\dfrac{17}{4} \le x \le \dfrac{27}{4}$

10. $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{2x+3}{3} + \dfrac{x}{6} < 2 - \dfrac{x+5}{2}, \\ 1 - \dfrac{x+5}{8} + \dfrac{4-x}{2} < 3x - \dfrac{x+1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{3x-3-4x-6+x-12+3x+15}{6} < 0 \\ \dfrac{8-x-5+16-4x-24x+2x+2}{8} < 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{3x-6}{6} < 0 \\ \dfrac{-27x+21}{8} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 6 < 0 \\ -27x + 21 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < +6 \\ 27x > 21 \end{cases} \quad \begin{cases} x < +2 \\ x > \dfrac{7}{9} \end{cases}$$

$$\frac{7}{9} < x < 2$$

Целое: 1.

ГЛАВА 2. Системы уравнений

§ 5. Основные понятия

88.

а) $2x+y=5$ — является (по определению);

б) $\frac{3}{x^2+y^2}-\frac{x}{y^2-1}=7xy$ — не является (по определению);

в) $x^2+(y-5)^2=100$ — является (по определению);

г) $\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1$ — является (по определению).

89. а) -2·2 + 1 = 5 — неверно. Не является.

б) 3·4 – 1 = 1 — неверно. Не является.

в) 5·4 – 1 = 19 — верно. Является.

г) $\frac{2}{1}+2=-1$ — неверно. Не является.

90.

а) 3·3 + 1 = 4 Не является

б) 9 - 2·1 = 1 — неверно. Не является

в) 5·27 – 1 = 134 — верно. Является

г) $\frac{3}{1}+2=-1$ — неверно. Не является

91.

$2x^2-y^2=1$

а) (1; 1); 2·1 – 1 = 1 — верно. Эта пара является решением.

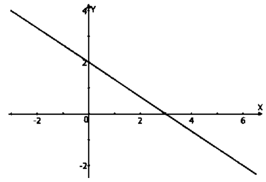
б) $(2;\sqrt{7})$; $2\cdot 4-(\sqrt{7})^2=1$ — верно. Эта пара является решением.

в) $\left(\frac{1}{2};4\right)$; $2\cdot\frac{1}{4}-16=1$ — неверно. Эта пара не является решением.

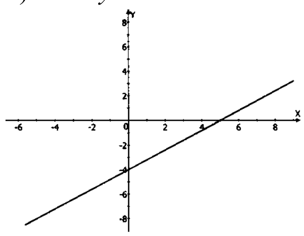
г) $(\sqrt{3};\sqrt{5})$; $2\cdot(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2=1$ — верно. Эта пара является решением.

92.

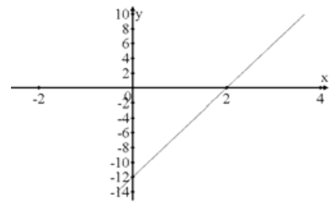
а) $2x + 3y = 6$



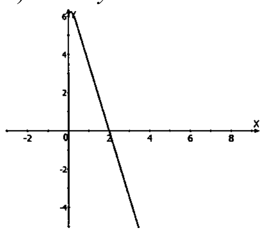
б) $4x - 5y = 20$



в) $6x - y = 12$

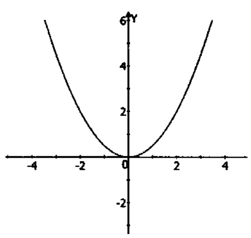


г) $7x + 2y = 14$

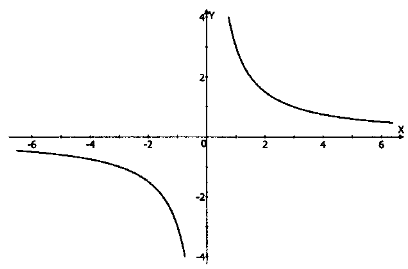


93.

а) $2y - x^2 = 0$

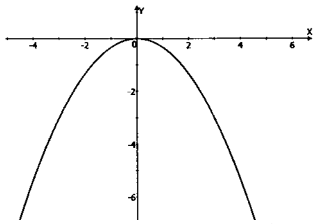


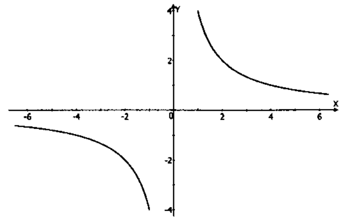
б) $\frac{3}{x} - y = 0$



в) $y + \frac{x^2}{3} = 0$

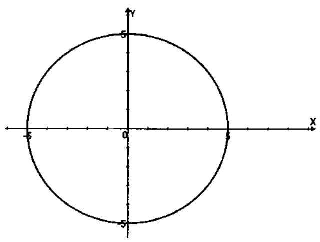
г) $\frac{1}{x} - \frac{y}{4} = 0$



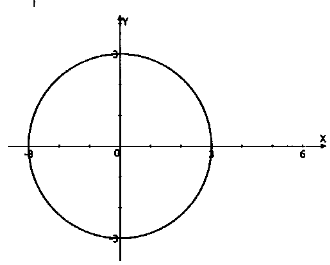


94.

а) $x^2+y^2=25$

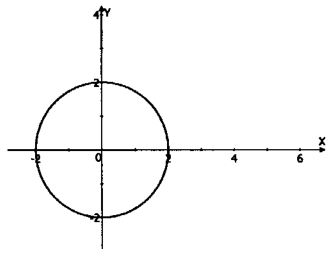


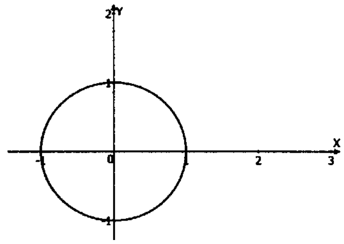
б) $x^2+y^2=9$



в) $x^2+y^2=4$

г) $x^2+y^2=1$





95.

а) $(x+1)^2+(y-3)^2=25$, $(x-(-1))^2+(y-3)^2=5^2$.

Центр (–1; 3). Радиус 5.

б) $(x+5)^2+(y+7)^2=1$, $(x-(-5))^2+(y-(-7))^2=1^2$.

Центр (–5; –7). Радиус 1.

в) $(x-10)^2+(y+1)^2=17$, $(x-10)^2+(y-(-1))^2=\left(\sqrt{17}\right)^2$.

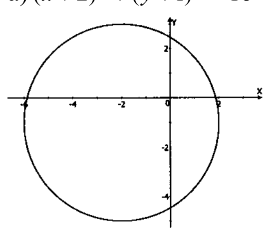
Центр (+10; –1). Радиус $\sqrt{17}$.

г) $(x-4)^2+(y-5)^2=144$, $(x-4)^2+(y-5)^2=12^2$.

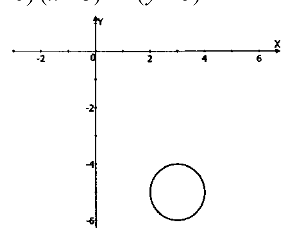
Центр (4; 5). Радиус 12.

96.

а) $(x+2)^2+(y+1)^2=16$

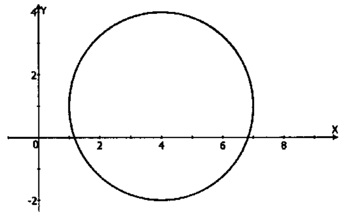


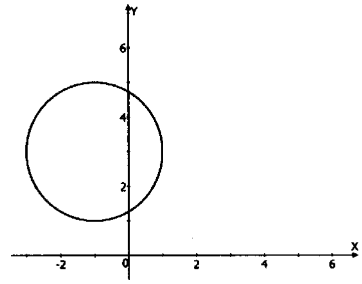
б) $(x-3)^2+(y+5)^2=1$



в) $(x-4)^2+(y-1)^2=9$

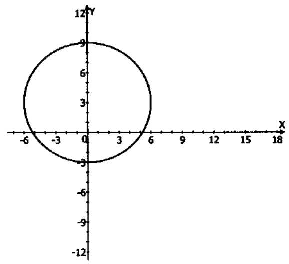
г) $(x+1)^2+(y-3)^2=4$



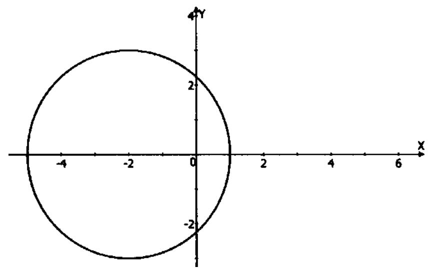


97.

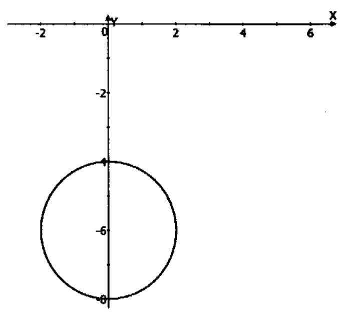
а) $x^2+(y-3)^2=36$



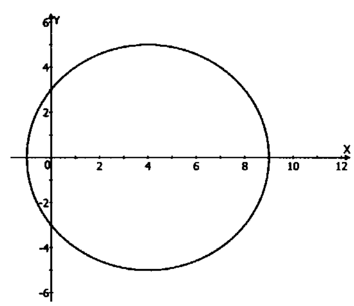
б) $(x+2)^2+y^2=9$



в) $x^2+(y+6)^2=4$



г) $(x-4)^2+y^2=25$



98.

а) $(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$, $x^2+y^2=25$;

б) $(x-0)^2+(y-0)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$, $x^2+y^2=3$;

в) $(x-0)^2+(y-0)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $x^2+y^2=\frac{1}{4}$;

г) $(x-0)^2+(y-0)^2=1$, $x^2+y^2=1$.

Если (a, b) – центр и R – радиус, то уравнение имеет вид:
$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$;

а) $(x-1)^2+(y-2)^2=9$;

б) $(x-(-3))^2+(y-8)^2=11^2$, $(x+3)^2+(y-8)^2=121$;

в) $(x-0)^2+(y-(-10))^2=7^2$, $x^2+(y+10)^2=49$;

г) $(x-(-5))^2+(y-(-2))^2=4^2$, $(x+5)^2+(y+2)^2=16$.

100.

а) Окружность с центром (0; 0). Радиус ее 2.
$(x-0)^2+(y-0)^2=2^2$, $x^2+y^2=4$

б) Окружность с центром (0; 0). Радиус ее $\sqrt{3}$.
$(x-0)^2+(y-0)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$, $x^2+y^2=3$

в) Окружность с центром (0; 0). Радиус 1,5.
$(x-0)^2+(y-0)^2=(1{,}5)^2$, $x^2+y^2=2{,}25$

г) Окружность с центром (0; 0). Радиус $\frac{1}{2}$.

$(x-0)^2+(y-0)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $x^2+y^2=\frac{1}{4}$.

101.

а) Окружность с центром (–2; 2). Радиус 1.
$(x-(-2))^2+(y-2)^2=1$, $(x+2)^2+(y-2)^2=1$

б) Окружность с центром (–3; –1). Радиус 2.
$(x-3)^2+(y-(-1))^2=2^2$, $(x-3)^2+(y+1)^2=4$

в) Окружность с центром (1; 4). Радиус 2.
$(x-1)^2+(y-4)^2=2^2$, $(x-1)^2+(y-4)^2=4$

г) Окружность с центром (–3; –2). Радиус 1.
$(x-(-3))^2+(y-(-2))^2=1^2$, $(x+3)^2+(y+2)^2=1$

102.

а) Окружность с центром (0; –2). Радиус 2.
$(x-0)^2+(y-(-2))^2=2^2$, $x^2+(y+2)^2=4$

б) Окружность с центром (–3; 0). Радиус 3.
$(x-(-3))^2+(y-0)^2=3^2$, $(x+3)^2+y^2=9$

в) Окружность с центром (0; 3). Радиус 3.
$(x-0)^2+(y-3)^2=3^2$, $x^2+(y-3)^2=9$

г) Окружность с центром (1; 0). Радиус 1.

$(x-1)^2+(y-0)^2=1^2,\ (x-1)^2+y^2=1$

Опечатка в ответе учебника.

103.

(2; 3)

а) $\begin{cases}4+9=13\\2\cdot 2+3=7\end{cases}$ – верны оба уравнения. Является

б) $\begin{cases}4+3=5\\3\cdot 2-1=3\end{cases}$ – неверны оба уравнения. Не является

в) $\begin{cases}4+3\cdot 3=13\\3+2=1\end{cases}$ – второе неверно. Не является

г) $\begin{cases}4+9=4\\10-6=4\end{cases}$ – первое неверно. Не является

104.

$\begin{cases}x^2+y^2=1\\y-2x=1\end{cases}$

а) $\begin{cases}0+1=1\\1-2\cdot 0=1\end{cases}$ – оба верны.

Является

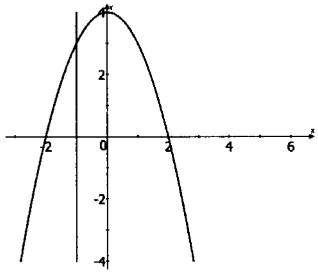
б) $\begin{cases}1+1=1\\-1-2\cdot(-1)=1\end{cases}$ – первое неверно. Не является

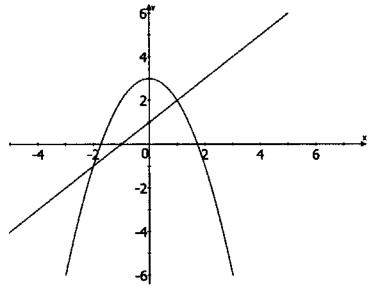
в) $\begin{cases}1+0=0\\0-2\cdot 1=1\end{cases}$ – второе неверно. Не является

г) $\begin{cases}1+1=1\\1-2\cdot 0=1\end{cases}$ – оба неверны. Не является

105.

а) б)



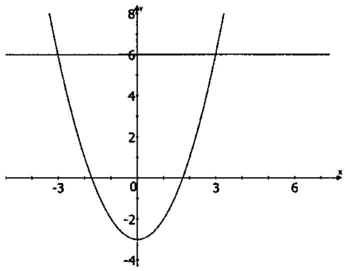


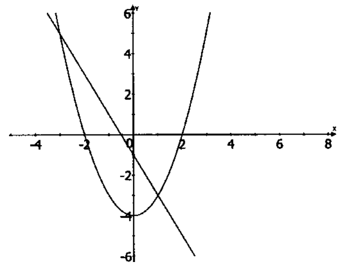
Ответ : (-1;3).

Ответ : (-2;-1) ; (1;2) .

в)

г)





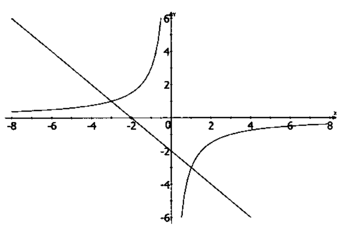
Ответ : (-3;6) ; (3;6).

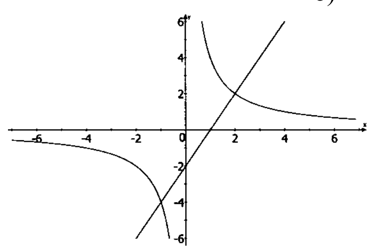
Ответ : (-3;5) ; (1;-
3) .

106.

а)

б)



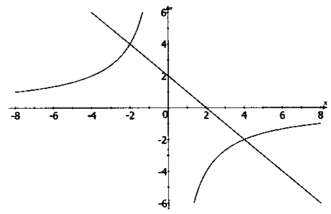


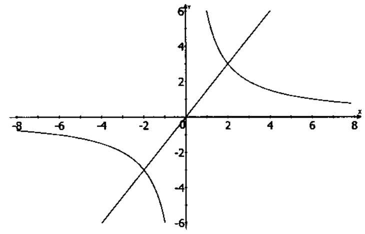
Ответ : (-3;1) ; (1;-3).

Ответ : (-1;-4) ;
(2;2).

в)

г)





Ответ : (-2;4) ; (4;-2). Ответ : (-2;-3) ; (2;3).

107.

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 = 1 \\ y = x \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = \frac{1}{2} \\ y = x \end{cases}$ $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{2}}\right); \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

Два решения.

б) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ (x-1)^2 + (2x-1+2)^2 = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x^2 - 2x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 5x^2 + 2x - 7 = 0 \end{cases}$

$\frac{D}{4} = 1 + 35 = 36 = 6^2$

$x_1 = \frac{-1+6}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$x_2 = \frac{-1-6}{5} = -\frac{7}{5}$

Нашли два значения x, для каждого есть соответствующее y.

2 решения.

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = (x-1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + (x-1)^2 = 4 \\ y = (x-1)^2 \end{cases}$

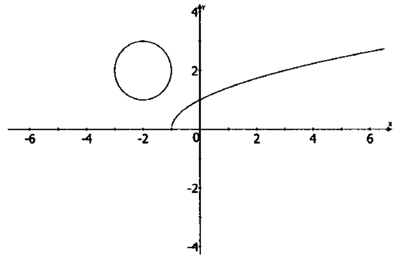
$\begin{cases} 2x^2 - 2x + 1 = 4 \\ y = (x-1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = (x-1)^2 \end{cases}$ $\frac{D}{4} = 1 + 6 = 7 > 0$

Так как D > 0, то существует два различных x и соответствующее y для каждого.

Два решения.

г) $\begin{cases} (x+2)^2 + (y-2)^2 = 1 \\ y = \sqrt{x+1} \end{cases}$

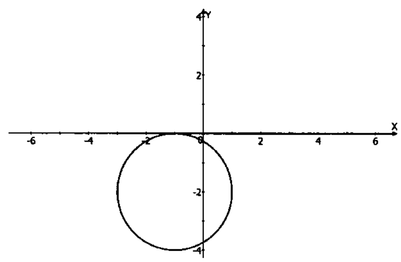
Построим графики для обоих уравнений



Нет точек пересечения, следовательно нет решений.

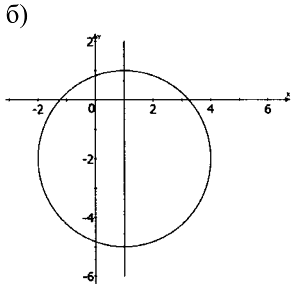
108.

а)



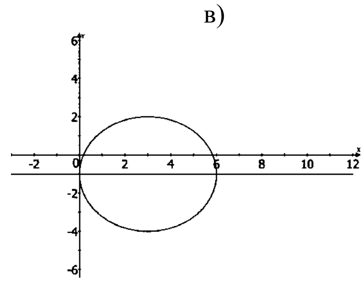
Ответ : (-1;0) .

б)



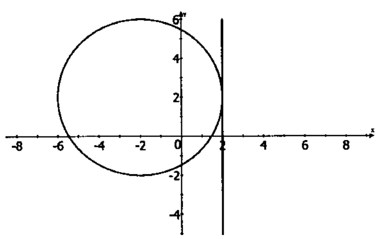
Ответ : (1;1) (1; –5).

в)



Ответ : (0;-1) ; (6;-1).

г)



Ответ : (2;2) .

109.

Точка пересечения – точка, координаты которой удовлетворяют уравнениям обеих кривых.

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + \left(x^2 + 6\right)^2 = 36 \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x^4 + 13x^2 + 36 = 36 \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2\left(x^2 + 13\right) = 0 \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ x^2 + 13 = 0 \end{array}\right. \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ x^2 = -13 \end{array}\right. \text{- решений нет.} \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$

Точка пересечения (0; 6);

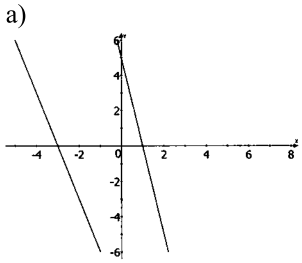
б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ (x-2)^2 + y^2 = 36 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ (x-2)^2 + 16 - x^2 = 36 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ -4x + 20 = 36 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 = 16 - x^2 \\ x = -4 \end{cases}$

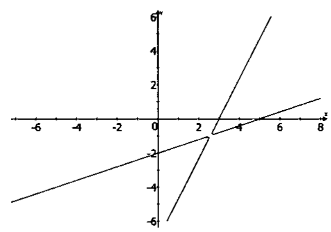
$\begin{cases} y^2 = 0 \\ x = -4 \end{cases}$ Точка пересечения (-4; 0).

110.

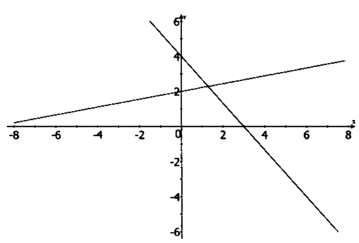
а)



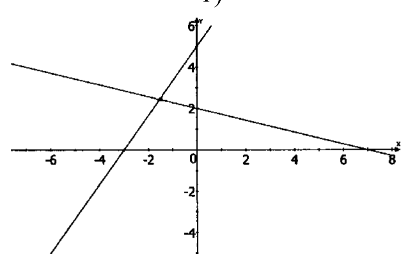
б)



в)

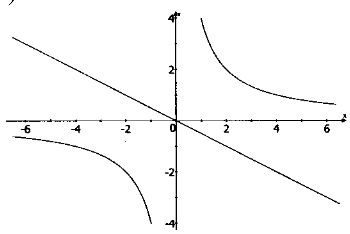


г)

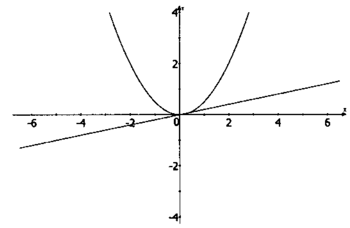


111.

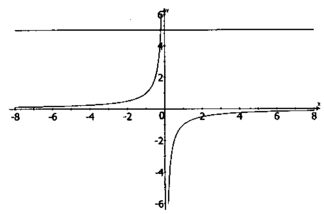
а)



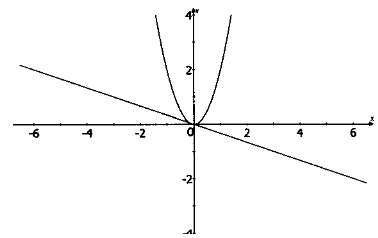
б)



в)

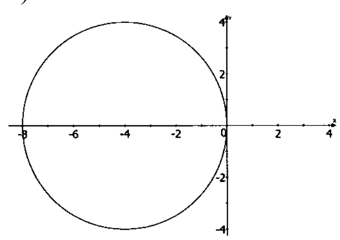


г)

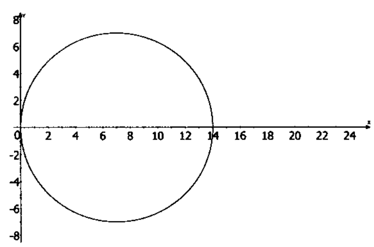


112.

а)

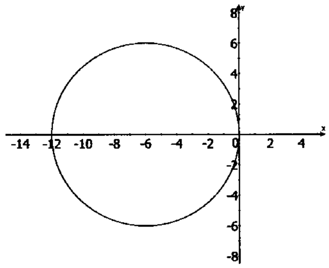


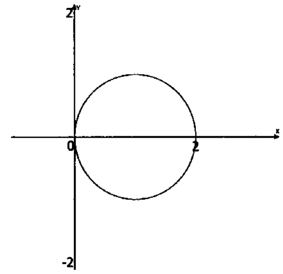
б)



в)

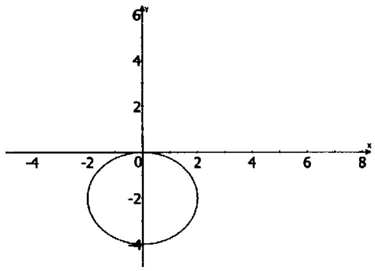
г)

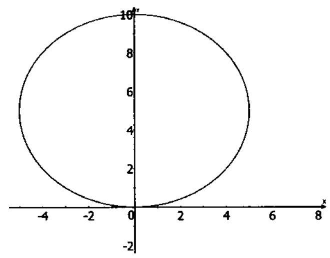




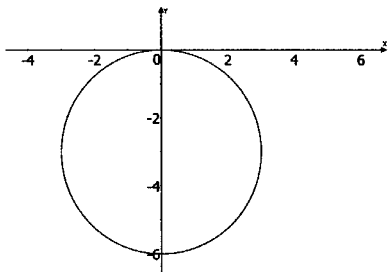
113.

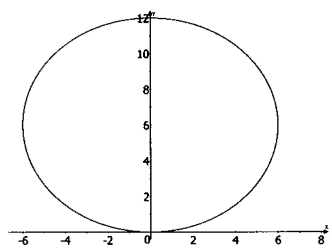
а) б)





в) г)

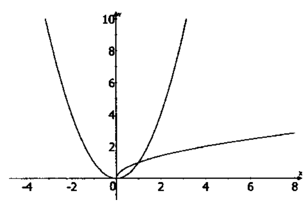




114.

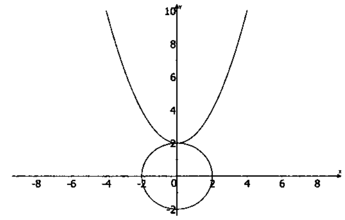
а) $\begin{cases} y - x^2 = 0 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$

Точки пересечения (0; 0), (1; 1)



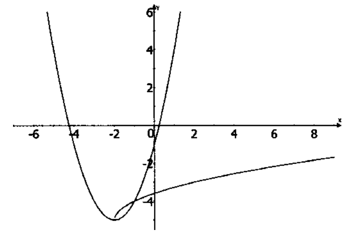
б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 0{,}5x^2 + 2 \end{cases}$

Точка пересечения (0; 2)



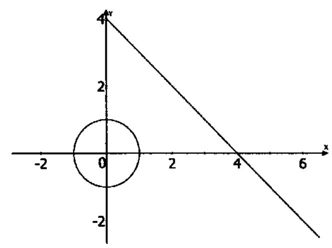
в) $\begin{cases} x^2 + 4x - y = 1 \\ y = \sqrt{x+2} - 5 \end{cases}$

Точки пересечения (-2;-5), (–1;–14). Опечатка в ответе задачника.



г) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

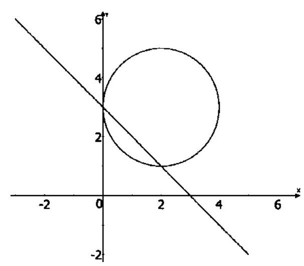
Решений нет.



115.

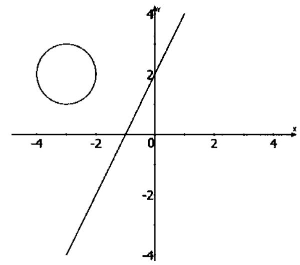
а) $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4 \\ 2y = 6 - 2x \end{cases}$

Решения (0; 3), (2; 1)



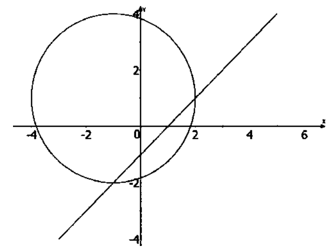
б) $\begin{cases} 2x = y - 2 \\ (x+3)^2 + (y-2)^2 = 1 \end{cases}$

Решений нет.



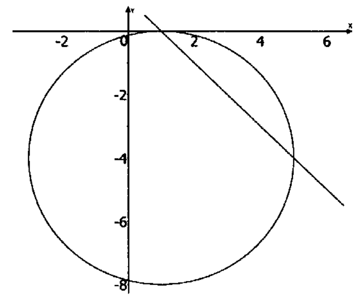
в) $\begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 9 \\ y + 1 = x \end{cases}$

Решения (2; 1), (-1; -2)



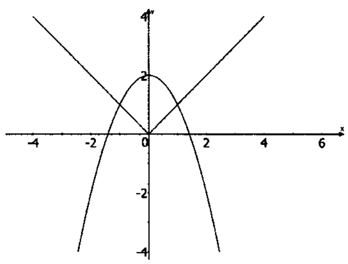
г) $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+4)^2 = 16 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Решения (1; 0), (5; -4)



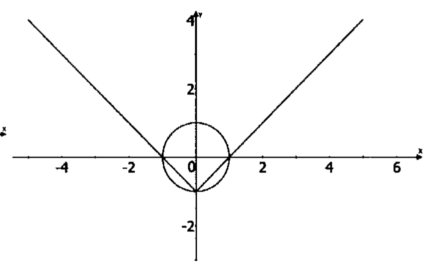
116.

а) $\begin{cases} y = |x| \\ x^2 + y = 2 \end{cases}$



Решения (-1; -1), (1; 1)

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = |x| - 1 \end{cases}$

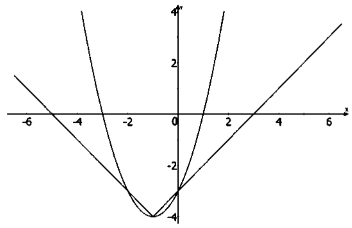


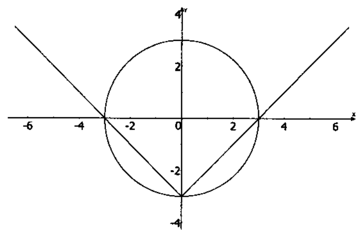
Решения (-1; 0), (0; -1); (1; 0).

в) $\begin{cases} x^2 - y = 3 - 2x \\ y = |x+1| - 4 \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = |x| - 3 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y = |x+1| - 4 \end{cases}$





Решения (-2; -3), (-1; -4), (0; -3)

Решения (0; -3), (-3; 0), (3; 0)

117.

Подставим (1; -2) в уравнения: $\begin{cases} p^2 - 2 = 2 \\ 1 + 4 = p + 3 \end{cases}$ $\begin{cases} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{cases}$

При $p = 2$.

118.

$\begin{cases} y - x^2 = 4 \\ y + px = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ x^2 + 4 + px = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ x(x+p) = 0 \end{cases}$

Для того, чтобы система имела одно решение, второе уравнение должно иметь одно решение.
Оно имеет решения x = 0 и x = -p. Чтобы они совпали, p должно быть равно 0. p = 0.

119.

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y - x^2 = p \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x^2 + p \end{cases}$

Рассмотрим графики обоих уравнений.

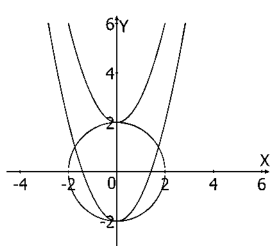


График первого – окружность с центром
(0; 0) и радиусом 2.

График второго – парабола $y = x^2$, сдвинутая вверх на величину p.

а) Для того, чтобы было 3 решения, парабола должна иметь вершину в точке
(0; -2). То есть p = –2.

б) Для того, чтобы было 1 решение, парабола должна касаться окружности. Это может быть только если ее вершина – (0; 2). То есть p = 2.

§ 6. Методы решения систем уравнений

120.

а) $\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - 2y = 26 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - 2x - 24 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 1 \\ x = 6, \ x = 4 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 6;\ x_2 = -4$

Решения (6; 5), (-4; -5).

б) $\begin{cases} x = y^2 \\ x + y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x = y^2 \\ y^2 + y - 6 = 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 2;\ x_2 = -3$

$\begin{cases} x = y^2 \\ y = 2, \quad y = -3 \end{cases}$

Решения (4; 2), (9; -3).

в) $\begin{cases} x = y + 3 \\ y^2 - 2x = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 3 \\ y^2 - 2y - 6 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 3 \\ y^2 - 2y - 15 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 3 \\ y = 5, \quad y = -3 \end{cases}$

$y_1 = 5$; $y_2 = -3$

Решения (8; 5), (0; -3).

г) $\begin{cases} y = x^2 \\ x - y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 \\ x - x^2 + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 3;\ x_2 = -2$

Решения (-2; 4), (3; 9).

121.

а) $\begin{cases} xy = -2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} y - y^2 = -2 \\ x = 1 - y \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 - y - 2 = 0 \\ x = 1 - y \end{cases}$

по теореме Виета: $y_1 = 2; y_2 = -1$

$$\begin{cases} y = 2, \quad y = -1 \\ x = 1 - y \end{cases}$$

Решения (-1; 2), (2; –1).

б) $\begin{cases} 5x^2 + 2y = -3 \\ x - y = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 5(y+5)^2 + 2y = -3 \\ x = y + 5 \end{cases}$ $\begin{cases} 5y^2 + 52y + 128 = 0 \\ x = y + 5 \end{cases}$

$$\frac{D}{4} = 26^2 - 5 \cdot 128 = 676 - 640 = 36$$

$$y_1 = \frac{-26+6}{5} = -4; \quad y_2 = \frac{-26-6}{5} = -\frac{32}{5} = -6{,}4$$

$\begin{cases} y = -4, \quad y = -6{,}4 \\ x = y + 5 \end{cases}$ Решения (1; -4), (-1,4; -6,4).

в) $\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + y^2 = 14 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 11 - 3y \\ 22 - 6y + y^2 = 14 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 11 - 3y \\ y^2 - 6y + 8 = 0 \end{cases}$

$\begin{matrix} y_1 = 4 \\ y_2 = 2 \end{matrix}$ $\begin{cases} x = 11 - 3y \\ y = 2, \quad y = 4 \end{cases}$

Решения (5; 2), (-1; 4).

г) $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 8 - y \\ (8-y)y = 12 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 8 - y \\ y^2 - 8y + 12 = 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $y_1 = 6$; $y_2 = 2$`

$$\begin{cases} x = 8 - y \\ y = 2, \quad y = 6 \end{cases}$$

Решения (6; 2), (2; 6).

122.

а) $\begin{cases} y^2 - xy = 12 \\ 3y - x = 10 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 - (3y-10)y = 12 \\ x = 3y - 10 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0 \\ x = 3y - 10 \end{cases}$

по теореме Виета: $y_1 = 3$; $y_2 = 2$`

$$\begin{cases} y = 2, \quad y = 3 \\ x = 3y - 10 \end{cases}$$

Решения (-4; 2), (-1; 3).

б) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - (2x-8)^2 = 32 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 16x + 48 = 0 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1 = 12$; $x_2 = 4$`

$$\begin{cases} x = 4, \quad x = 12 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

Решения (4; 0), (12; 16).

в) $\begin{cases}2x^2-xy=33\\4x-y=17\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2-x(4x-17)=33\\y=4x-17\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2-17x+33=0\\y=4x-17\end{cases}$

$D=289-264=25$

$x_1=\frac{17+5}{4}=\frac{11}{2};\ x_2=\frac{17-5}{4}=3$

$\begin{cases}x=\frac{11}{2},\quad x=3\\y=4x-17\end{cases}$ Решения ($\frac{11}{2}$; 5), (3; -5).

г) $\begin{cases}x^2-y^2=24\\2y-x=-7\end{cases}$ $\begin{cases}(2y+7)^2-y^2=24\\x=2y+7\end{cases}$ $\begin{cases}3y^2+28y+25=0\\x=2y+7\end{cases}$

$\frac{D}{4}=196-75=121=11^2$

$y_1=\frac{-14+11}{3}=-1;\ y_2=\frac{-14-11}{3}=-\frac{25}{3}$

$\begin{cases}y=-1,\ y=-\frac{25}{3}\\x=2y+7\end{cases}$

Решения (5; -1), $\left(-\frac{29}{3};-\frac{25}{3}\right)$

123.

а) $\begin{cases}x^2+xy-y^2=11\\x-2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}(2y+1)^2+(2y+1)y-y^2=11\\x=2y+1\end{cases}$ $\begin{cases}y^2+y-2=0\\x=2y+1\end{cases}$

по теореме Виета: $y_1=1;\ y_2=-2$

$\begin{cases}y=1,\quad y=-2\\x=2y+1\end{cases}$

Решения (3; 1), (-3; -2).

б) $\begin{cases}xy+y^2+x-3y=15\\x+y=5\end{cases}$ $\begin{cases}y(-y+5)+y^2-y+5-3y=15\\x=-y+5\end{cases}$

$\begin{cases}y=10\\x=-y+5\end{cases}$ $\begin{cases}y=10\\x=-5\end{cases}$

Решение (-5; 10).

в) $\begin{cases}x^2+xy-x-y=2\\y=x-2\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x(x-2)-x-x+2=2\\y=x-2\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2-4x=0\\y=x-2\end{cases}$

$\begin{cases}x=0,\quad x=2\\y=x-2\end{cases}$

Решения (0; -2), (2; 0).

г) $\begin{cases} x^2+y^2+3xy=-1 \\ x+2y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=1 \\ x=-2y \end{cases}$ $\begin{cases} y=1, \quad y=-1 \\ x=-2y \end{cases}$

Решения (-2; 1), (2; -1).

124.

а) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ 2y-x=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{2y-1}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ x=2y-1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{-10y^2+23y-6}{6y(2y-1)}=0 \\ x=2y-1 \end{cases}$

Решим первое уравнение.

$\frac{10y^2-23y+6}{6y(2y-1)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10y^2-23y+6=0 \\ 6y(2y-1)\neq 0 \end{cases}$

$D=529-240=289$

$y_1=\frac{23+17}{20}=2$; $y_2=\frac{23-17}{20}=0{,}3$

$\begin{cases} y=2, \quad y=0{,}3 \\ 6y(2y-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y=2, \quad y=0{,}3$

Для $y=2, \quad x=2\cdot 2-1=3$

Для $y=0{,}3, \ x=2\cdot 0{,}3-1=-0{,}4$

Решения (3; 2), (-0,4; 0,3).

б) $\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} y=6-x \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{6-x}=\frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} y=6-x \\ \frac{-x^2+14x-24}{4x(x-6)}=0 \end{cases}$

Решим второе уравнение.

$\frac{x^2-14x+24}{4x(x-6)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-14x+24=0 \\ 4x(x-6)\neq 0 \end{cases}$

по теореме Виета: $x_1=12$; $x_2=2$

$\begin{cases} x=2, \quad x=12 \\ 4x(x-6)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2, \quad x=12$

Для $x=2, \quad y=6-2=4$

Для $x=12, \ y=6-12=-6$

Решения (2; 4), (12; -6). Ответ в задачнике неверен.

в) $\begin{cases} \frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{1}{3} \\ x-2y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{y}-\frac{1}{2(y+1)}-\frac{1}{3}=0 \\ x=2(y+1) \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{-2y^2+y+6}{6y(y+1)}=0 \\ x=2(y+1) \end{cases}$

Решим первое уравнение.

$\frac{2y^2-y-6}{6y(y+1)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2-y-6=0 \\ 6y(y+1)\neq 0 \end{cases}$

$D = 1+48 = 49$; $y_1 = \frac{1+7}{4} = 2$; $y_2 = \frac{1-7}{4} = -\frac{3}{2}$

$$\begin{cases} y = 2, \quad y = -\frac{3}{2} \\ 6y(y+1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = 2, \quad y = -\frac{3}{2}$$

Решения (6; 2), (-1; $-\frac{3}{2}$).

г) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{12}{xy} + \frac{3}{y} = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4}{y+1} - \frac{12}{y(y+1)} + \frac{3}{y} = 1 \\ x = y+1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{7y - 9 - y^2 - y}{y(y+1)} = 0 \\ x = y+1 \end{cases}$

Решим первое уравнение:

$$\frac{-y^2+6y-9}{y(y+1)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -y^2+6y-9 = 0 \\ y(y+1) \neq 0 \end{cases} \begin{cases} -(y-3)^2 = 0 \\ y(y-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = 3$$

Решение (4; 3).

125.

а) $\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 2a = 4 \\ a-b=1 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = a-1 \end{cases}$

Решение (2; 1).

б) $\begin{cases} a+2b=5 \\ -a+7b=13 \end{cases}$

Заменим второе уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} a+2b=5 \\ 9b=18 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 5-2b \\ b = 2 \end{cases}$

Решение (1; 2).

в) $\begin{cases} 2a+3b=3 \\ 2a-3b=9 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 4a=12 \\ 2a-3b=9 \end{cases}$ $\begin{cases} a=3 \\ 6-3b=9 \end{cases}$ $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$

Решение (3; –1).

г) $\begin{cases} 3a+5b=8 \\ -3a+b=-2 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$$\begin{cases}6b=6\\-3a+b=-2\end{cases}\quad\begin{cases}b=1\\-3a+b=-2\end{cases}\quad\begin{cases}b=1\\a=1\end{cases}$$

Решение (1; 1).

126.

а) $\begin{cases}40m+3n=-10\\20m-7n=-5\end{cases}$

Умножим второе уравнение на (–2), заменим второе уравнение суммой первого и второго.

$$\begin{cases}40m+3n=-10\\17n=0\end{cases}\quad\begin{cases}40m+3n=-10\\n=0\end{cases}\quad\begin{cases}m=-\dfrac{1}{4}\\n=0\end{cases}$$ Решение $\left(-\dfrac{1}{4};0\right)$.

б) $\begin{cases}3m+2n=0{,}5\\2m+5n=4\end{cases}$

Умножим второе уравнение на $\left(-\dfrac{3}{2}\right)$, и заменим второе уравнение суммой первого и второго.

$$\begin{cases}3m+2n=0{,}5\\-\dfrac{11}{2}n=-5{,}5\end{cases}\quad\begin{cases}3m+2n=0{,}5\\-11n=-11\end{cases}\quad\begin{cases}m=-0{,}5\\n=1\end{cases}$$ Решение $(-0{,}5;1)$.

в) $\begin{cases}5m+2n=1\\15m+3n=3\end{cases}$

Умножим первое уравнение на (–3), и заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$$\begin{cases}-3n=0\\15m+3n=3\end{cases}\quad\begin{cases}n=0\\15m=3\end{cases}\quad\begin{cases}n=0\\m=\dfrac{1}{5}\end{cases}$$ Решение $\left(\dfrac{1}{5};0\right)$.

г) $\begin{cases}4m+7n=11\\5m-2n=3\end{cases}$ Умножим второе уравнение на $\dfrac{7}{2}$

$$\begin{cases}4m+7n=11\\\dfrac{35}{2}m-7n=\dfrac{21}{2}\end{cases}\quad\begin{cases}4m+7n=11\\\dfrac{43}{2}m=\dfrac{43}{2}\end{cases}\quad\begin{cases}4m+7n=11\\m=1\end{cases}\quad\begin{cases}n=1\\m=1\end{cases}$$

Решение $(1;1)$.

127.

а) $\begin{cases}x^2+y^2=61\\x^2-y^2=11\end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 2x^2 = 72 \\ x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 36 \\ 36 - y^2 = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 6 \\ y = \pm 5 \end{cases}$

Решения (6; –5), (6; 5), (–6; –5), (–6; 5).

б) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41 \\ 2x^2 + y^2 = 59 \end{cases}$

Заменим второе уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41 \\ 4x^2 = 100 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41 \\ x^2 = 25 \end{cases}$ $\begin{cases} 50 - y^2 = 41 \\ x = \pm 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \pm 3 \\ x = \pm 5 \end{cases}$

Решения (5; –3), (5; 3), (–5; –3), (–5; 3).

в) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22 \\ x^2 + 3y^2 = 28 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 2x^2 = 50 \\ x^2 + 3y^2 = 28 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 25 \\ 25 + 3y^2 = 28 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 5 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Решения (5; –1), (5; 1), (–5; –1), (–5; 1).

г) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14 \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго.

$\begin{cases} 2x^2 = 32 \\ x^2 + 2y^2 = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 16 \\ 16 + 2y^2 = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 4 \\ 2y^2 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 4 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Решения (4; –1), (4; 1), (–4; –1), (–4; 1).

128.

а) $\begin{cases} x^2 y^2 + xy = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Введем переменную $t = xy$.

Первое уравнение примет вид $t^2 + t - 2 = 0$
по теореме Виета: $t_1 = 1$; $t_2 = -2$
Решим по отдельности две системы

$\begin{cases} xy = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} xy = -2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$
$\begin{cases} x(3 - 2x) = 1 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$	$\begin{cases} x(3 - 2x) = -2 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$
$\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$	$\begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$

$D=9-8=1$

$x_1=\dfrac{3+1}{4}=1$

$x_2=\dfrac{3-1}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\begin{cases} x=1, \quad x=\dfrac{1}{2} \\ y=3-2x \end{cases}$

$D=9+16=25$

$x_1=\dfrac{3+5}{4}=2$

$x_2=\dfrac{3-5}{4}=-\dfrac{1}{2}$

$\begin{cases} x=2, \quad x=-\dfrac{1}{2} \\ y=3-2x \end{cases}$

Решения (1; 1), ($\dfrac{1}{2}$; 2), (2; –1), ($-\dfrac{1}{2}$; 4).

б) $\begin{cases} 3(x-y)-2(x-y)^2=-2 \\ 2x+7y=-5 \end{cases}$

Введем переменную $p=x-y$.

Первое уравнение примет вид

$3p-2p^2=-2$

$2p^2-3p-2=0$ Решим его:

$D=9+6=25$

$p_1=\dfrac{3+5}{4}=2$; $p_2=\dfrac{3-5}{4}=-\dfrac{1}{2}$

Решим отдельно две системы:

$\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+7y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+2 \\ 2y+4+7y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+2 \\ 9y=-9 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+2 \\ y=-1 \end{cases}$

$x=1, \quad y=-1$

$\begin{cases} x-y=-\dfrac{1}{2} \\ 2x+7y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y-\dfrac{1}{2} \\ 2y-1+7y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x=y-\dfrac{1}{2} \\ 9y=-4 \end{cases}$

$x=-\dfrac{17}{18}, \quad y=-\dfrac{4}{9}$

Решения (1; –1), $\left(-\dfrac{17}{18};-\dfrac{4}{9}\right)$.

в) $\begin{cases} 5\dfrac{x}{y}+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2=14 \\ 5x+3y=13 \end{cases}$

Введем новую переменную $g=\dfrac{x}{y}$.

Первое уравнение примет вид:

$5g+g^2=14;\ g^2+5g-14=0$

$D=25+56=81$

$g_1=\frac{-5+9}{2}=2;\ g_2=\frac{-5-9}{2}=-7$

То есть $\frac{x}{y}=2$ или $\frac{x}{y}=-7$

Решим отдельно две системы:

$\begin{cases}\frac{x}{y}=2\\5x+3y=13\end{cases}$ $\begin{cases}\frac{x}{y}=-7\\5x+3y=13\end{cases}$

$\begin{cases}x=2y,\quad y\neq 0\\10y+3y=13\end{cases}$ $\begin{cases}x=-7y,\quad y\neq 0\\-35y+3y=13\end{cases}$

$\begin{cases}x=2,\quad y\neq 0\\y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{91}{32},\quad y\neq 0\\y=-\frac{13}{32}\end{cases}$

Решения (2; 1), $\left(\frac{91}{32};-\frac{13}{32}\right)$.

г) $\begin{cases}4(x+y)^2-7(x+y)=15\\5x-2y=1\end{cases}$

Введем переменную $p=x+y$.

Первое уравнение примет вид $4p^2-7p-15=0$

$D=49+240=289=17^2$

$p_1=\frac{7-17}{8}=-\frac{5}{4};\ p_2=\frac{7+17}{8}=3$

То есть $x+y=-\frac{5}{4}$ или $x+y=3$

Решим отдельно две системы:

$$\begin{cases} x+y=-\frac{5}{4} \\ 5x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{5}{4}-y \\ -\frac{25}{4}-5y-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{5}{4}-y \\ -7y=\frac{29}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{3}{14} \\ y=-\frac{29}{28} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3-y \\ 15-5y-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Решения $\left(-\frac{3}{14};-\frac{29}{28}\right)$, (1; 2).

129.

а) $\begin{cases} xy(x+y)=6 \\ xy+(x+y)=5 \end{cases}$

Введем новые переменные $p=xy$ и $t=x+y$.
Система примет вид

$\begin{cases} pt=6 \\ p+t=5 \end{cases}$ $\begin{cases} (5-t)t=6 \\ p=5-t \end{cases}$ $\begin{cases} 5t-t^2=6 \\ p=5-t \end{cases}$ $\begin{cases} t^2-5t+6=0 \\ p=5-t \end{cases}$

по теореме Виета: $t_1=3; t_2=2$

при $t=3$: $p=5-3=2$

при $t=2$: $p=5-2=3$

То есть (1) $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ или (2) $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=3 \end{cases}$

Решим первую систему:

$\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ (3-y)y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y^2-3y+2=0 \end{cases}$

по теореме Виета: $y_1=2;\ y_2=1$

при $y=3$: $x=3-2=1$; при $y=1$: $x=3-1=2$

Для первой системы решения (1; 2), (2; 1)
Решим вторую систему:

$\begin{cases} x+y=2 \\ xy=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ (2-y)y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-y \\ y^2-2y+3=0 \end{cases}$

$\frac{D}{4}=1-3=-2<0$ Решений нет.

Решениями исходной системы будут решения системы (1).
Решения (1; 2), (2; 1).

б) $\begin{cases}3(x-y)^2+2(x+2y)^2=5\\2(x+2y)-x+y=1\end{cases}$ $\begin{cases}3(x-y)^2+2(x+2y)^2=5\\2(x+2y)-(x-y)=1\end{cases}$

Введем новые переменные $p=x-y$ и $t=x+2y$.

Система примет вид: $\begin{cases}3p^2+2t^2=5\\2t-p=1\end{cases}$ $\begin{cases}3(2t-1)^2+2t^2=5\\p=2t-1\end{cases}$ $\begin{cases}7t^2-6t-1=0\\p=2t-1\end{cases}$

$\frac{D}{4}=9+7=16$; $t_1=\frac{3+4}{7}=1$; $t_2=\frac{3-4}{7}=-\frac{1}{7}$

при $t=1$: $p=2-1=1$; при $t=-\frac{1}{7}$: $p=-\frac{2}{7}-1=-\frac{9}{7}$

То есть (1) $\begin{cases}x-y=1\\x+2y=1\end{cases}$ или (2) $\begin{cases}x-y=-\frac{9}{7}\\x+2y=-\frac{1}{7}\end{cases}$

Решим первую систему:

$\begin{cases}x-y=1\\x+2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+1\\y+1+2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$

Решим вторую систему:

$\begin{cases}x-y=-\frac{9}{7}\\x+2y=-\frac{1}{7}\end{cases}$ $\begin{cases}x=y-\frac{9}{7}\\y-\frac{9}{7}+2y=-\frac{1}{7}\end{cases}$ $\begin{cases}x=y-\frac{9}{7}\\3y=\frac{8}{7}\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{19}{21}\\y=\frac{8}{21}\end{cases}$

Решения: (1; 0), $\left(-\frac{19}{21};\frac{8}{21}\right)$.

в) $\begin{cases}5(x+y)+4xy=32\\xy(x+y)=12\end{cases}$

Введем переменные $t=x+y$ и $p=xy$.

Система примет вид

$\begin{cases}5t+4p=32\\pt=12\end{cases}$ $\begin{cases}4p=32-5t\\pt=12\end{cases}$ $\begin{cases}p=8-\frac{5}{4}t\\\left(8-\frac{5}{4}t\right)t=12\end{cases}$ $\begin{cases}p=8-\frac{5}{4}t\\\frac{5}{4}t^2-8t+12=0\end{cases}$

$\frac{D}{4}=16-15=1$; $t_1=\frac{4+1}{\frac{5}{4}}=4$; $t_2=\frac{4-1}{\frac{5}{4}}=\frac{12}{5}$

при $t=4$: $p=8-\frac{5}{4}\cdot 4=3$; при $t=\frac{12}{5}$: $p=8-\frac{12}{5}\cdot\frac{5}{4}=5$

Итак, имеем (1) $\begin{cases}x+y=4\\ xy=3\end{cases}$ или (2) $\begin{cases}x+y=\frac{12}{5}\\ xy=5\end{cases}$

Решим систему (1): $\begin{cases}x+y=4\\ xy=3\end{cases}$ $\begin{cases}x=4-y\\ (4-y)y=3\end{cases}$ $\begin{cases}x=4-y\\ y^2-4y+3=0\end{cases}$

по теореме Виета: $\begin{cases}x=4-y\\ y=1,\ y=3\end{cases}$ $\quad y_1=3$, $y_2=1$

Для $y=1$: $x=4-1=3$; Для $y=3$, $x=4-3=1$;
Решения системы (1) (3; 1), (1; 3)
Решим систему (2):

$$\begin{cases}x+y=\frac{12}{5}\\ xy=5\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{12}{5}-y\\ \left(\frac{12}{5}-y\right)y=5\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{12}{5}-y\\ y^2-\frac{12}{5}y+5=0\end{cases}$$

$$D=\frac{144}{25}-20=\frac{144-500}{25}<0$$

Решений нет.
Решениями исходной системы будут решения системы (1).
Решения: (3; 1), (1; 3).

г) $\begin{cases}2(x+y)^2+3(x+2y)=5\\ 3(x+2y)-2(x+y)=5\end{cases}$

Введем переменные $t=x+y$ и $p=x+2y$.

Система примет вид: $\begin{cases}2p^2+3t=5\\ 3t-2p=5\end{cases}$ $\begin{cases}2p^2+3t=5\\ 3t=5+2p\end{cases}$ $\begin{cases}2p^2+5+2p=5\\ t=\frac{5}{3}+\frac{2}{3}p\end{cases}$

$$\begin{cases}2p(p+1)=0\\ t=\frac{5}{3}+\frac{2}{3}p\end{cases}\quad \begin{cases}p=0,\ p=-1\\ t=\frac{5}{3}+\frac{2}{3}p\end{cases}$$

при $p=0$: $t=\frac{5}{3}+0=\frac{5}{3}$; при $p=-1$: $p=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}=1$

То есть (1) $\begin{cases}x+y=0\\ x+2y=\frac{5}{3}\end{cases}$ или (2) $\begin{cases}x+y=-1\\ x+2y=1\end{cases}$

Решим систему (1): $\begin{cases}x+y=0\\ x+2y=\frac{5}{3}\end{cases}$ $\begin{cases}-x-y=0\\ x+2y=\frac{5}{3}\end{cases}$

Заменим второе уравнение суммой первого и второго

$\begin{cases} -x-y=0 \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$

Решим систему (2): $\begin{cases} x+y=-1 \\ x+2y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} -x-y=1 \\ x+2y=1 \end{cases}$

Заменим второе уравнение на сумму первого и второго

$\begin{cases} -x-y=1 \\ y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$

Решения: $\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$, (–3; 2).

130.

а) $\begin{cases} x+y=6 \\ x^2-y^2=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ (x+y)(x-y)=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ 6(x-y)=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$

Заменим первое уравнение на сумму первого и второго

$\begin{cases} 2x=8 \\ x-y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$

Решение: (4; 2).

б) $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+1 \\ (y+1)^2+y^2=5 \end{cases}$

по теореме Виета: $\begin{cases} x=y+1 \\ y^2+y-2=0 \end{cases}$ $\begin{matrix} y_1=1 \\ y_2=-2 \end{matrix}$

при $y=1$: $x=1+1=2$

при $y=-2$, $x=-2+1=-1$

Решения (2; 1), (–1; –2)

в) $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-y^2=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=2 \\ (x-y)(x+y)=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=2 \\ 2(x+y)=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=4 \end{cases}$

Заменим первое уравнение на сумму первого и второго

$\begin{cases} 2x=6 \\ x+y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Решение (3; 1).

г) $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=17 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5-y \\ (5-y)^2+y^2=17 \end{cases}$

по теореме Виета: $\begin{cases} x=5-y \\ y^2-5y+4=0 \end{cases}$ $\begin{matrix} y_1=4 \\ y_2=1 \end{matrix}$

при $y=1$: $x=5-1=4$

при $y=4$, $x=5-4=1$

Решения (1; 4), (4; 1).

131.

а) $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ x^4-y^4=15 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ (x^2-y^2)(x^2+y^2)=15 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ 3(x^2+y^2)=15 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=3+y^2 \\ 2y^2+3=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=3+y^2 \\ y^2=1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2=4 \\ y^2=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\pm 2 \\ y=\pm 1 \end{cases}$

Решения (2; 1), (2; –1), (–2; 1), (–2; –1).

б) $\begin{cases} x^2-2y^2=1 \\ x^4+3y^4=129 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=2y^2+1 \\ (2y^2+1)^2+3y^4=129 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2=2y^2+1 \\ 7y^4+4y^2-128=0 \end{cases}$ - биквадратное уравнение.

$\frac{D}{4}=4+896=900$

$(y^2)_1=\frac{-2+30}{7}=4$

$(y^2)_2=\frac{-2-30}{7}=-\frac{32}{7}$, чего быть

не может, тт.к $y^2 \geq 0$

Итак $\begin{cases} x^2=2y^2+1 \\ y^2=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=9 \\ y^2=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\pm 3 \\ y=\pm 2 \end{cases}$

Решения (3; 2), (3; –2), (–3; 2), (–3; –2).

в) $\begin{cases} 2x^2-3y^2=15 \\ x^4-y^4=80 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=\frac{3y^2+15}{2} \\ \left(\frac{3y^2+15}{2}\right)^2-y^4=80 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2=\frac{3y^2+15}{2} \\ \frac{9y^4+90y^2+225}{4}-y^4=80 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=\frac{3y^2+15}{2} \\ \frac{9y^4+90y^2+225-4y^4-320}{4}=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 = \dfrac{3y^2+15}{2} \\ y^4 + 18y^2 - 19 = 0 \end{cases}$$ - биквадратное уравнение

$\frac{D}{4} = 81 + 19 = 100;\ \left(y^2\right)_1 = \frac{-9+10}{1} = 1;\ \left(y^2\right)_2 = -9 - 10 = -19,$

чего быть не может, т.к. $y^2 \geq 0$.

Итак $\begin{cases} x^2 = \dfrac{3y^2+15}{2} \\ y^2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Решения (3; 1), (3; –1), (–3; 1), (–3; –1).

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^4 + y^4 = 82 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 10 - y^2 \\ \left(10 - y^2\right)^2 + y^4 = 82 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 = 10 - y^2 \\ y^4 - 10y^2 + 9 = 0 \end{cases}$ - биквадратное уравнение

по теореме Виета: $\left(y^2\right)_1 = 9;\ \left(y^2\right)_2 = 1$

Рассмотрим две системы

$(1)\begin{cases} x^2 = 10 - y^2 \\ y^2 = 9 \end{cases}$ и $(2)\begin{cases} x^2 = 10 - y^2 \\ y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 = 1 \\ y^2 = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Решения (1)
(1; 3), (1; –3), (–1; 3), (–1; –3).

Решения (2)
(3; 1), (-3; 1), (3; -1), (–3; –1).

Решения исходной системы
(1; 3), (1; –3), (–1; 3), (–1; –3), (3; 1), (-3; 1), (3; -1), (–3; –1).
Ответ, приведенный в задачнике, неверен.

132.

а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ xy = 20 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ y = \dfrac{20}{x};\ x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - \dfrac{400}{x^2} = 9 \\ y = \dfrac{20}{x} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^4 - 9x^2 - 400}{x^2} = 0 \\ y = \dfrac{20}{x};\ x \neq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^4-9x^2-400=0 \\ y=\dfrac{20}{x};\, x\neq 0 \end{cases}$

$D=81+1600=1681=(41)^2$

$(x^2)_1=\dfrac{9+41}{2}=25$

$(x^2)_2=\dfrac{9-41}{2}=-\dfrac{32}{2}<0,$

чего быть не может, т.к. $x^2\geq 0$.

$\begin{cases} x^2=25 \\ y=\dfrac{20}{x} \end{cases}$ $\begin{cases} x=\pm 5 \\ y=\dfrac{20}{x} \end{cases}$

при $x=5$ $y=\dfrac{20}{5}=4$; при $x=-5$ $y=\dfrac{20}{-5}=-4$.

Ответ: (5; 4), (–5; –4).

б) $\begin{cases} xy=2 \\ 9x^2+y^2=13 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{2}{x},\, x\neq 0 \\ 9x^2+\dfrac{4}{x^2}=13 \end{cases}$

$\begin{cases} y=\dfrac{2}{x},\, x\neq 0 \\ \dfrac{9x^4-13x^2+4}{x^2}=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{2}{x} \\ 9x^4-13x^2+4=0,\, x\neq 0 \end{cases}$

$D=169-144=25;\ (x^2)_1=\dfrac{13+5}{18}=1;\ (x^2)_2=\dfrac{13-5}{18}=\dfrac{4}{9}$

$\begin{cases} y=\dfrac{2}{x} \\ x^2=1 \text{ или } x^2=\dfrac{4}{9} \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{2}{x} \\ x=1,\, x=-1,\, x=\dfrac{2}{3},\, x=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$

при $x=1$, $y=2$; при $x=-1$, $y=-2$;

при $x=\dfrac{2}{3}$, $y=3$;

при $x=-\dfrac{2}{3}$, $y=-3$;

Решения (1; 2), (–1; –2), ($\dfrac{2}{3}$; 3), ($-\dfrac{2}{3}$; –3).

Опечатка в ответе задачника.

в) $\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ xy=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ x=\dfrac{8}{y},\, y\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2+\dfrac{64}{y^2}-20=0 \\ x=\dfrac{8}{y} \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{y^4-20y^2+64}{y^2}=0 \\ x=\dfrac{8}{y} \end{cases}$

$$\begin{cases} y^4 - 20y^2 + 64 = 0, y^2 \neq 0 \\ x = \dfrac{8}{y} \end{cases} \quad \begin{aligned} &D = 100 - 64 = 36 \\ &(y^2)_1 = 10 + 6 = 16 \\ &(y^2)_2 = 10 - 6 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y^2 = 16 \text{ или } y^2 = 4 \\ x = \dfrac{8}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4, y = -4, y = 2, y = -2 \\ x = \dfrac{8}{y} \end{cases}$$

при $y = 4; x = 2$

при $y = -4;\ x = -2$

при $y = 2;\ x = 4$

при $y = -2;\ x = -4$

Решения (2; 4), (–2; –4), (4; 2), (–4; –2).

Опечатка в ответе задачника.

г) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34 \\ xy = 20 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - \dfrac{400}{x^2} = 34 \\ y = \dfrac{20}{x}, x \neq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{2x^4 - 34x^2 - 400}{x^2} = 0 \\ y = \dfrac{20}{x},\ x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^4 - 17x^2 - 200 = 0, x^2 \neq 0 \\ y = \dfrac{20}{x} \end{cases}$$

$D = 289 + 800 = 1089 = 33^2$

$(x^2)_1 = \dfrac{17+33}{2} = 25$

$(x^2)_2 = \dfrac{17-33}{2} < 0,$

что не верно, т.к. $x^2 \geq 0$.

$$\begin{cases} x^2 = 25 \\ y = \dfrac{20}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \pm 5 \\ y = \dfrac{20}{x} \end{cases}$$

при $x = 5,\ \ y = 4$

при $x = -5,\ \ y = -4$

Решения: (5; 4), (–5; –4)

а) $\begin{cases} x^2 - 2y = 3 \\ x^2 y = 27 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 3 + 2y \\ (3+2y)y - 27 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 3 + 2y \\ 2y^2 + 3y - 27 = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} &D = 9 + 216 = 225 = 15^2 \\ &y_1 = 3;\ y_2 = -\frac{9}{2} \end{aligned} \quad \begin{cases} x^2 = 3 + 2y \\ y = 3; y = -\dfrac{9}{2} \end{cases}$$

при $y=3;\ x^2=9;\ x=\pm 3$

при $y=-\frac{9}{2};\ x^2=-6<0,$ – не верно, т.к. $x^2\ge 0$.

Решения (3; 3), (–3; 3).

б) $\begin{cases} x^2+y=10 \\ x^4+x^2y=90 \end{cases}$ $\begin{cases} y=10-x^2 \\ x^4+x^2(10-x^2)=90 \end{cases}$ $\begin{cases} y=10-x^2 \\ x^2=9 \end{cases}$ $\begin{cases} y=1 \\ x=\pm 3 \end{cases}$

Решения (3; 1), (–3; 1).

в) $\begin{cases} x+y^2=2 \\ 2y^2+x^2=3 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=2-x \\ 4-2x+x^2=3 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=2-x \\ x^2-2x+1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=2-x \\ (x-1)^2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y^2=1 \\ x=1 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\pm 1 \\ x=1 \end{cases}$

Решения (1; 1), (1; –1).

г) $\begin{cases} x^2+y^4=5 \\ xy^2=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^4=5 \\ y^2=\frac{2}{x},\ x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+\frac{4}{x^2}=5 \\ y^2=\frac{2}{x},\ x\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x^4-5x^2+4}{x^2}=0 \\ y^2=\frac{2}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} x^4-5x^2+4=0, x^2\ne 0 \\ y^2=\frac{2}{x} \end{cases}$

по теореме Виета: $(x^2)_1=4;\ (x^2)_2=1$

$\begin{cases} x^2=4,\ x^2=1 \\ y^2=\frac{2}{x} \end{cases}$

Рассмотрим 4 системы

1. $\begin{cases} x=2 \\ y^2=1 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x=-2 \\ y^2=-1 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x=1 \\ y^2=2 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x=-1 \\ y^2=-2 \end{cases}$

Вторая и четвертая системы решений не имеют.

Решения первой: (2; 1), (2; –1)

третьей: $(1;\sqrt{2}),(1;-\sqrt{2})$

Решения: (2; 1), (2; –1), $(1;\sqrt{2}),(1;-\sqrt{2})$.

134.

а) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=2 \\ 2x^2-y^2+2x-y=4 \end{cases}$

Заменим первое уравнение суммой первого и второго

$\begin{cases}3x^2+3x=6\\2x^2-y^2+2x-y=4\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x=2\\2\left(x^2+x\right)-y^2-y=4\end{cases}$

по теореме Виета:

$\begin{cases}x^2+x-2=0\\4-y^2-y=4\end{cases}$ $\begin{matrix}x_1=1\\x_2=-2\end{matrix}$ $\begin{cases}x=1;\ x=-2\\y\left(y+1\right)=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=1;\ x=-2\\y=0;\ y=-1\end{cases}$

Решения: (1; 0), (1; –1), (–2; 0), (–2; –1).

б) $\begin{cases}x^2+y^2-2x+3y=31\\x^2+y^2-2x-y=15\end{cases}$

Умножим первое уравнение на (–1) и заменим суммой полученного и второго.

$\begin{cases}-4y=-16\\x^2+y^2-2x-y=15\end{cases}$ $\begin{cases}y=4\\x^2-2x-3=0\end{cases}$

по теореме Виета: $\begin{matrix}x_1=3\\x_2=-1\end{matrix}$

$\begin{cases}y=4\\x=-1,\quad x=3\end{cases}$

Решения: (–1; 4), (3; 4).

в) $\begin{cases}x^2+y^2-5x+y=2\\5x^2+5y^2+x+5y=36\end{cases}$

Умножим первое уравнение на –5.

$\begin{cases}-5x^2-5y^2+25x-5y=-10\\5x^2+5y^2+x+5y=36\end{cases}$

в) $\begin{cases}x^2+y^2-5x+y=2\\5y^2+5x^2+x+5y=36\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+y^2=2+5x-y\\5(x^2+y^2)+x+5y=36\end{cases}$;

$\begin{cases}x^2+y^2=2+5x-y\\10+25x-5y+x+5y=36\end{cases}$; $\begin{cases}26x=26\\x^2+y^2=2+5x-y\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\1+y^2=2+5-y\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}$.

г) $\begin{cases}3x^2+y^2+3x+y=18\\x^2-y^2+x-y=6\end{cases}$; $\begin{cases}4x^2+4x=24\\x^2-y^2+x-y=6\end{cases}$; $\begin{cases}x^2+x-6=0\\x^2-y^2+x-y=6\end{cases}$ $\Rightarrow$

$\begin{cases}x=2\\4-y^2+2-y=6\end{cases}$ или $\begin{cases}x=-3\\9-y^2-3-y=6\end{cases}$

$\begin{cases}x=2\\y(y+1)=0\end{cases}$ или $\begin{cases}x=-3\\y(y+1)=0\end{cases}$

$\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$ или $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$ или $\begin{cases}x=-3\\y=0\end{cases}$ или $\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$.

Ответ: (2; 0); (2; –1); (–3; 0); (–3; –1).

135.

а) $\begin{cases}(x+y)^2-(x-y)-8=0\\(x+y)^2+(x-y)-10=0\end{cases}$

Введем новые переменные t=x+y, p=x–y

$\begin{cases}t^2-p-8=0\\t^2+p-10=0\end{cases}$

Заменим второе уравнение суммой первого и второго

$\begin{cases}t^2-p-8=0\\2t^2=18\end{cases}$ $\begin{cases}p=t^2-8\\t^2=9\end{cases}$ $\begin{cases}p=1\\t=\pm3\end{cases}$

Для пары (3; 1): $\begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=3-y\\3-2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Для пары (–3; 1): $\begin{cases}x+y=-3\\x-y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3-y\\-3-2y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$

Решения (2; 1); (–1; –2).

б) $\begin{cases}\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{10}{3}\\x-y=6\end{cases}$

Пусть p=$\frac{x}{y}$. Первое уравнение примет вид:

p+$\frac{1}{p}=\frac{10}{3}$; $\frac{3p^2-10p+3}{3p}$=0; $3p^2$–10p+3=0; p≠0; $\frac{D}{4}$=25–9=16;

$p_1=\frac{5+4}{3}$=3; $p_2=\frac{5-4}{3}=\frac{1}{3}$.

при p=3: $\begin{cases}\frac{x}{y}=3\\x-y=6\end{cases}$ $\begin{cases}x=3y,\ y\neq0\\2y=6\end{cases}$ $\begin{cases}x=9\\y=3\end{cases}$

при p=$\frac{1}{3}$: $\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{1}{3}\\x-y=6\end{cases}$ $\begin{cases}y=3x,\ y\neq0\\-2x=6\end{cases}$ $\begin{cases}x=-9\\y=-3\end{cases}$

Решения (9; 3), (–3; –9).

в) $\begin{cases}2x+y+(x-2y)^2=3\\x^2-4xy+4y^2=9-3(2x+y)\end{cases}$ $\begin{cases}(2x+y)+(x-2y)^2=3\\(x-2y)^2=9-3(2x+y)\end{cases}$

Пусть p=2x+y, t=x–2y

Тогда система примет вид: $\begin{cases} p+t^2=3 \\ t^2=9-3p \end{cases}$ $\begin{cases} p=3-t^2 \\ t^2=9-9+3t^2 \end{cases}$ $\begin{cases} p=3 \\ t=0 \end{cases}$

Возвращаясь к x и y: $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-2y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x=2y \end{cases}$ $\begin{cases} 5y=3 \\ x=2y \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{3}{5} \\ x=\frac{6}{5} \end{cases}$

Решение (1,2; 0,6)

г) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{17}{4} \\ x+y=10 \end{cases}$ Пусть $\frac{x}{y}=p$. Первое уравнение примет вид:

$p+\frac{1}{\text{p}}=\frac{17}{4}$.

Решим его.

$\frac{4\text{p}^2+4-17\text{p}}{\text{p}}=0$, $4p^2-17p+4=0$, $p\neq0$, $D=289-64=225$,

$p_1=\frac{17+15}{8}=4$; $p_2=\frac{17-15}{8}=\frac{1}{4}$;

Для p=4: $\begin{cases} \frac{x}{y}=4 \\ x+y=10 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4y,\ y\neq0 \\ 5y=10 \end{cases}$ $\begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases}$

Для p=$\frac{1}{4}$: $\begin{cases} \frac{x}{y}=\frac{1}{4} \\ x+y=10 \end{cases}$ $\begin{cases} y=4x,\ y\neq0 \\ 5x=10 \end{cases}$ $\begin{cases} y=8 \\ x=2 \end{cases}$

Решения (8; 2); (2; 8).