Серия
РЕШЕБНИК

ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

Домашняя работа по алгебре

9

«АЛГЕБРА. 9 класс»
Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк,
К.И. Нешков, С.Б. Суворова;
под редакцией
С.А. Теляковского

В.Е. Бачурин

Домашняя работа по алгебре за 9 класс

к учебнику «Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 14-е изд. — М.: Просвещение, 2007»

Учебно-методическое пособие

Издание двенадцатое, переработанное и исправленное

***Издательство* «ЭКЗАМЕН»**

МОСКВА
2009

УДК 373:512
ББК 22.141я721
Б32

Бачурин, В.Е.

Б32 Домашняя работа по алгебре за 9 класс к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений»: учебно-методическое пособие / В.Е. Бачурин. — 12-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2009. — 318, [2] с. (Серия «Решебник»)

ISBN 978-5-377-02534-4

В пособии решены и в большинстве случаев подробно разобраны задачи и упражнения из учебника «Алгебра: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 14-е изд. — М.: Просвещение, 2007».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре.

УДК 373:512
ББК 22.141я721

Подписано в печать с диапозитивов 11.11.2008.
Формат 84x108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 13,05 Усл. печ. л. 16,81 Тираж 30 000 экз. Заказ № 7991(3)

ISBN 978-5-377-02534-4

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА I. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

§ 1. Функции и их свойства

1. а) $f(-1)=-3\cdot(-1)^2+10=7$; б) $f(0)=-3\cdot0^2+10=10$,

в) $f(\frac{1}{3})=-3\cdot(\frac{1}{3})^2+10=-3\ \frac{1}{9}+10=9\frac{2}{3}$.

2. а) $f(0)=\frac{0-0{,}5}{0+0{,}5}=\frac{-0{,}5}{0{,}5}=-1$; б) $f(1{,}5)=\frac{1{,}5-0{,}5}{1{,}5+0{,}5}=\frac{1}{2}$;

в) $f(-1)=\frac{-1-0{,}5}{-1+0{,}5}=\frac{-1{,}5}{-0{,}5}=3$.

3. а) $f(5)=5^3-10=125-10=115$. б) $f(4)=4^3-10=64-10=54$.
в) $f(2)=2^3-10=8-10=-2$. г) $f(-3)=(-3^3)-10=-27-10=-37$.

4. 1) $\varphi(0)=0^2+0+1=1$; 2) $\varphi(1)=1^2+1+1=3$;
3) $\varphi(2)=2^2+2+1=4+2+1=7$; 4) $\varphi(3)=3^2+3+1=9+3+1=13$;
$\varphi(0)+\varphi(1)+\varphi(2)+\varphi(3)=1+3+7+13=24$

5. а) $-5x+6=17$; $-5x=17-6$; $x=\frac{11}{-5}=-2{,}2$.

б) $-5x+6=-3$; $5x=6+3$; $5x=9$; $x=1\frac{4}{5}$. в) $-5x+6=0$; $5x=6$; $x=1\frac{1}{5}$.

6. а) $x(x+4)=0$; $x_1=0$, $x+4=0$; $x_2=-4$. б) $\frac{x+1}{5-x}=0$; $\begin{cases}x+1=0\\5-x\neq0\end{cases}$; $x=-1$

7. а) $\frac{4}{6+x}=1$; $4=1\cdot(6+x)$; $4-6=x$; $x=-2$.

б) $\frac{4}{6+x}=-0{,}5$; $4=-0{,}5(6+x)$; $8=-6-x$; $x=-14$.

в) $\frac{4}{6+x}=0$; $4=(6+x)\cdot0$; $4=0$; нет решений.

8. а) $0{,}5x-4=-5$, $0{,}5x=-1$, $x=-\frac{1}{0{,}5}$, $x=-2$.

б) $0{,}5x-4=0$, $0{,}5x=4$, $x=\frac{4}{0{,}5}$, $x=8$.

в) $0{,}5x-4=2{,}5$, $0{,}5x=6{,}5$, $x=\frac{6{,}5}{0{,}5}$, $x=13$.

9. а) Область определения – все числа.

б) Область определения – все числа.

в) $5-x\neq0$, $x\neq5$. Область определения – все числа, кроме 5.

г) $(x-4)(x+1)\neq0$; $x-4\neq0$; $x\neq4$ и $x+1\neq0$; $x\neq-1$. Область определения – все числа, кроме $x=5$; $x=-1$.

д) $x^2+1=0$ — нет решений. Область определения – все числа.

е) $x-5\geq0$; $x\geq5$. Область определения: $x\geq5$.

10. а) $y=10x$; б) $y=\dfrac{6}{5x-35}$

11. а) Область определения – все числа.

б) $1+x\neq0$; $x\neq-1$. Функция не определена при $x=-1$.

в) $9+x\geq0$; $x\geq-9$. Функция определена при всех $x\geq-9$.

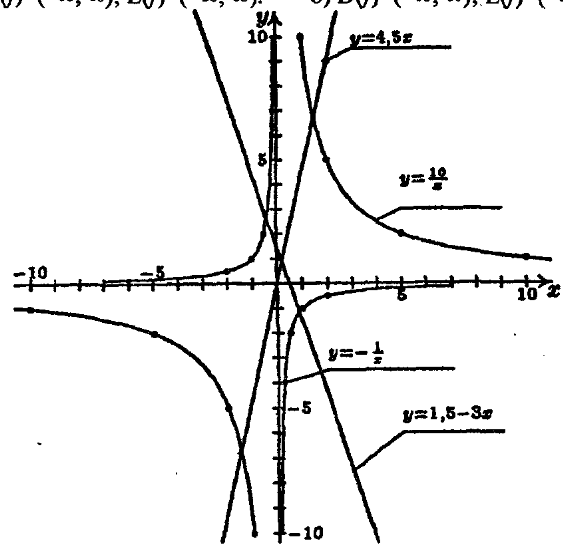
12. а) $g(-4)=-3$; $g(-1)\approx-2$; $g(1)=3$; $g(5)=3$;

б) $g(x)=4$ при $x\approx1{,}3$, $x\approx4{,}4$; $g(x)=-4$ при $x=-3$; $g(x)=0$ при $x=-5$, $x=0$;

в) Наибольшее значение функции равно 6 при $x=3$; наименьшее значение равно -4 при $x=-3$.

г) Область значений: $[-4; 6]$.

13. а) $D(f)=(-\infty; \infty)$; $E(f)=(-\infty; \infty)$. б) $D(f)=(-\infty; \infty)$; $E(f)=(-\infty; \infty)$.



в) $D(f)=(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$; $E(f)=(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$.

г) $D(f)=(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$; $E(f)=(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$.

14. 1) $y=x^2$: $D(y)=R$, $E(y)=[0;+\infty]$. 2) $y=x^3$: $D(y)=R$, $E(y)=R$.

3) $y=\sqrt{x}$: $D(y)=[0;+\infty)$, $E(y)=[0;+\infty)$.

15. а) $y=\frac{2}{x}$; б) $y=-\frac{2}{x}$; в) $y=\frac{x}{2}$; г) $y=\frac{x}{2}-2$; д) $y=2-\frac{x}{2}$

16. $y = kx + b$. При $x = 0$ $y = b = -1$, при $x=\frac{1}{2}$ имеем $\frac{1}{2}k-1=0$, отсюда $k = 2$ и искомая функция $y=2x-1$.

17. а) $|x|=3,5$ при $x=3,5$ или $x=-3,5$;

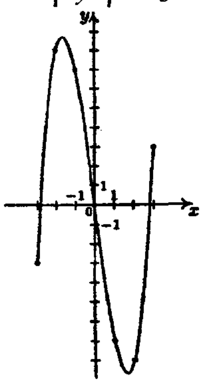
б) $|x|<2$ при $x\in(-2; 2)$;

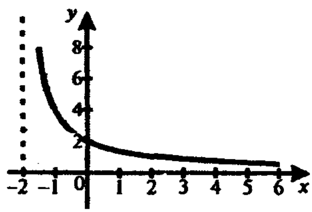
в) $|x|\geq4$ при $x\in[4;\infty)$ или $x\in(-\infty; -4]$.

Наименьшее значение функции достигается при $x=0$ и равно 0; наибольшего значения нет; $E(y)=[0; +\infty)$.

18. а) $E(f)=(-8; 8)$; $x\in[-3; 3]$

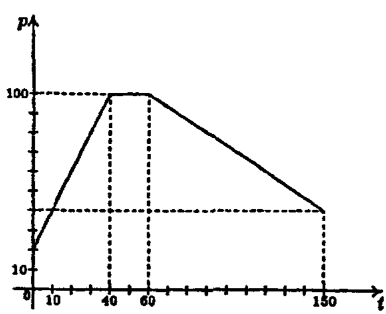
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−3	8	7	0	−7	−8	3





б) $E(f)=(0,5; 8)$; $x\in[-1,5; 6]$

x	−1,5	−1	0	1	3	4	5	6
y	8	4	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$



19. $p(20)=2\cdot20+20=60$; $p(40)=100$; $p(50)=100$;

$p(60)=-\frac{2}{3}\cdot60+140=-40+140=100$;

$p(90)=-\frac{2}{3}\,90+140=-60+140=80$.

На промежутке времени [0, 40] вода нагревается, на [40; 60] — вода кипит, на промежутке времени [60; 150] — остывает.

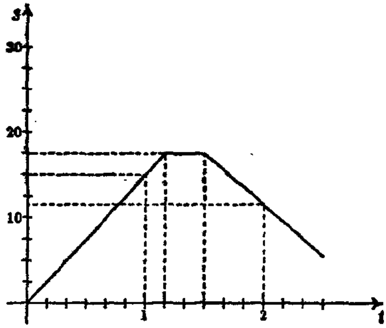
20. $s(0)=15\cdot 0=0$;

$s(1)=15\cdot 1=15$;

$s(1{,}4)=17{,}5$;

$s(2)=-12\cdot 2+35{,}5=-24+35{,}5=11{,}5$.

Велосипедист 1 ч 10 мин ехал в одну сторону, потом 20 мин стоял, а потом 1 час ехал в обратную сторону.



21. а) $-0{,}5(3x-4)+15x=4(1{,}5x+1)+3$;

$-1{,}5x+2+15x=6x+4+3$; $7{,}5x=5$; $x=\dfrac{5}{7{,}5}=\dfrac{2}{3}$.

б) $(2x-3)(2x+3)-x^2=12x-69+3x^2$; $4x^2-9-x^2=12x-69+3x^2$;
$4x^2-x^2-3x^2-12x=9-69$; $-12x=-60$; $x=5$.

22. а) $6x^2-3x=0$; $3x(2x-1)=0$; $3x=0$; $x_1=0$ или $2x-1=0$; $x_2=\dfrac{1}{2}$.

б) $x^2+9x=0$; $x(x+9)=0$; $x_1=0$, $x+9=0$; $x_2=-9$.

в) $x^2-36=0$; $x^2=36$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{36}$; $x_1=6$; $x_2=-6$.

г) $5x^2+1=0$; $5x^2=-1$; $x^2=-\dfrac{1}{5}$. Нет решений, т.к. квадрат любого числа больше или равен нулю.

д) $0{,}5x^2-1=0$; $0{,}5x^2=1$; $x^2=2$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$; $x_1=\sqrt{2}$; $x_2=-\sqrt{2}$.

е) $0{,}6x+9x^2=0$; $x(0{,}6+9x)=0$; $x_2=0$; $9x+0{,}6=0$; $x=\dfrac{-0{,}6}{9}$; $x_1=-\dfrac{1}{15}$.

23. а) $x^2+7x+12=0$; $D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1$; $x_{1,2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{1}}{2\cdot 1}=\dfrac{-7\pm 1}{2}$; $x_1=-4$, $x_2=-3$

б) $x^2-2x-35=0$; $D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-35)=144$; $x_{1,2}=\dfrac{2\pm 12}{2}$; $x_1=-5$, $x_2=7$.

в) $2x^2-5x-3=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-3)=49$; $x_{1,2}=\dfrac{5\pm 7}{4}$, $x_1=-\dfrac{1}{2}$, $x_2=3$.

г) $3x^2-8x+5=0$; $D=(-8)^2-4\cdot 3\cdot 5=4$; $x_{1,2}=\dfrac{8\pm 2}{6}$, $x_1=1$, $x_2=1\dfrac{2}{3}$.

24. а) [0;6]; б) [14;16]; в) [6;14].

25. В промежутке времени от 0 до 13 мин вода нагревалась от 20°С до 100°С, затем остывала до 70°С в промежутке от 13 до 28 мин. Время наблюдения — 28 мин. Наибольшее значение температуры равно 100°С.

26. а) $f(x)=0$ при $x=-5$; -3; 1; 4.

б) $f(x)>0$ при $-7\le x<-5$, $-3<x<1$ и $4<x\le 5$; $f(x)<0$ при $-5<x<-3$ и $1<x<4$.

в) $f(x)$ возрастает при $-4<x<-1$ и $2<x<5$, убывает при $-7<x<-4$ и $-1<x<2$.

27. Функция $g(x)$ определена на промежутке $[-5;\ 5]$; возрастает при $x\in[-5;\ 0)$ и $(2;\ 5]$, убывает при $x\in(0;\ 2)$, отрицательна при $x\in[-5;\ 3)$, положительна при $-3<x\le 5$, при $x=-3$ равна нулю. Наименьшее значение $g(-5)=-4$, наибольшее $-g(5)=6$.

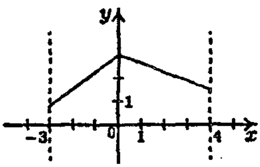
28. Функция имеет 4 нуля. $g(x)=0$ при $x=-8$; -2; 4; 8.

а) $g(x)<0$ при $x\in[-10;\ -8)\cup(-2;\ 4)\cup(8;\ 10]$.

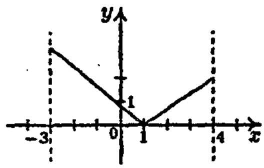
б) $g(x)$ убывает при $x\in(-5;\ 0)\cup(6;\ 10)$.

29.

а)

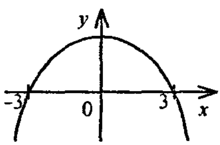


б)

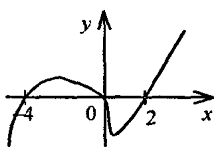


30.

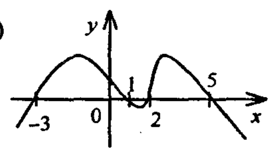
а)



б)



в)



31. а) $-0{,}8x+12=0$; $-0{,}8x=-12$; $x=\dfrac{-12}{-0{,}8}=15$.

б) $(3x-10)(x+6)=0$; $3x-10=0$, или $x+6=0$; т.е. $x_1=3\dfrac{1}{3}$; $x=-6$.

в) $4+2x=0$ и $x^2+5\ne 0$; $2x=-4$; $x=-2$. г) нулей нет.

32. а) У уравнения $2{,}1x-70=0$ существует решение ($x=33\dfrac{1}{3}$), значит, функция имеет один нуль.

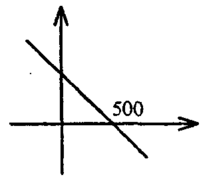
б) Уравнение $4x(x-2)=0$ имеет 2 решения ($x=0$ и $x=2$), значит, функция имеет два нуля.

в) У уравнения $\dfrac{6-x}{x}=0$ существует одно решение ($x=6$), следовательно, функция имеет один нуль.

33. а) $f(x)=-0,7x+350$

1) $f(x)=0 \Rightarrow -0,7x+350=0$; $-0,7x=-350$;

$x=\dfrac{-350}{-0,7}=500$.



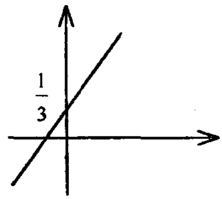
2) $f(x)>0 \Rightarrow -0,7x+350>0$; $-0,7x+350>0$; $-0,7x>-350$;

$x<\dfrac{-350}{-0,7}=500$.

3) $f(x)<0 \Rightarrow -0,7x+350<0$; $-0,7x<-350$; $x>500$.

б) $f(x)=30x+10$

1) $f(x)=0 \Rightarrow 30x+10=0$; $30x=-10$; $x=\dfrac{-10}{30}=-\dfrac{1}{3}$

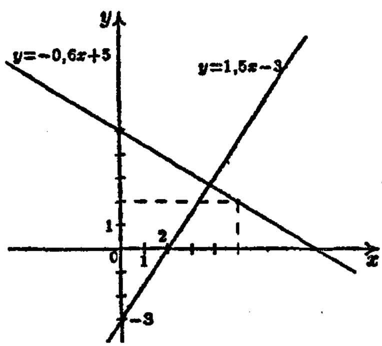


2) $f(x)>0 \Rightarrow 30x+10>0$; $30x>-10$; $x>\dfrac{-10}{30}=-\dfrac{1}{3}$.

3) $f(x)<0 \Rightarrow 30x+10<0$; $30x<-10$; $x<\dfrac{-10}{30}=-\dfrac{1}{3}$.

34. $y=8x-5$ ($k=8>0$) — возрастающая;
$y=-3x+11$ ($k=-3<0$) — убывающая;
$y=-49x-100$ ($k=-49<0$) — убывающая;
$y=x+1$ ($k=1>0$) — возрастающая;
$y=1-x$ ($k=-1<0$) — убывающая.

35. а) $y=1,5x-3$ — линейная возрастающая функция, ее график — прямая.



1) $y=0 \Rightarrow 1,5x-3=0$; $1,5x=3$; $x=2$.

2) $y>0 \Rightarrow 1,5x-3>0$; $x>\dfrac{3}{1,5}$; $x>2$.

3) $y<0 \Rightarrow 1,5x-3<0$; $1,5x<3$; $x<\dfrac{3}{1,5}$; $x<2$.

4) $k=1,5>0 \Rightarrow$ функция возрастает.

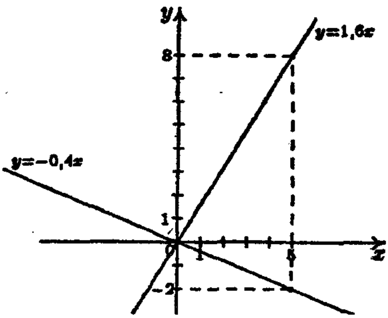
б) $y=-0,6x+5$ — линейная убывающая функция, ее график — прямая

1) $y=0 \Rightarrow -0,6x+5=0$; $-0,6x=-5$;

$x=\dfrac{-5}{-0,6}=8\dfrac{1}{3}$.

2) $y>0 \Rightarrow -0,6x+5>0$; $-0,6x>-5$; $x<\dfrac{-5}{-0,6}$; $x<8\dfrac{1}{3}$.

3) $y=0 \Rightarrow -0,6x+5<0$; $-0,6x<-5$; $x>\dfrac{-5}{-0,6}$; $x>8\dfrac{1}{3}$.



36. а) $y=1,6x$ — график функции — прямая, $k>0$;
1) $y=0$ при $x=0$;
2) $y>0$ при $x>0$;
3) $y<0$ при $x<0$;
4) функция возрастает.

б) $y=-0,4x$ — графиком функции является прямая, $k<0$;
1) $y=0$ при $x=0$; 2) $y>0$ при $x<0$;
3) $y<0$ при $x>0$; 4) функция убывает.

37. а) $f(x)=0 \Rightarrow 13x-78=0$; $13x=78$: $x=\frac{78}{13}$; $x=6$.

б) $f(x)>0 \Rightarrow 13x-78>0$; $13x>78$; $x>\frac{78}{13}$; $x>6$.

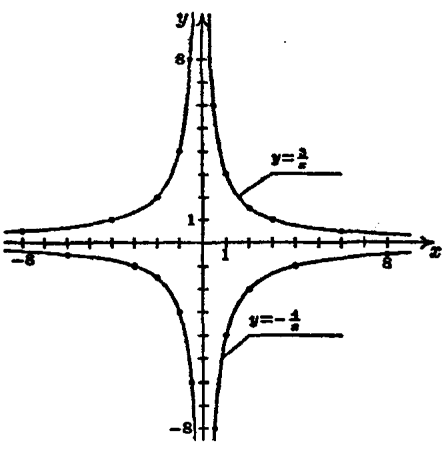
в) $f(x)<0 \Rightarrow 13x-78<0$; $13x<78$; $x<\frac{78}{13}$; $x<6$. $k=13>0 \Rightarrow$ функция возрастающая.

38. $y=x^2$; $D(y)=R$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x\neq0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.

$y=x^3$; $D(y)=R$, $E(y)=R$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x>0$; $y<0$ при $x<0$; функция возрастает при всех x.

$y=\sqrt{x}$: $D(y)=[0; +\infty)$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при всех $x\in D(y)$; функция возрастает при всех $x\in D(y)$.

$y=|x|$; $D(y)=R$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x\neq0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.



39. а) $y=\frac{3}{x}$.
1) $x\neq0 \Rightarrow$ нулей нет;
2) $k=3>0 \Rightarrow y>0$ при $x>0$;
3) $k=3>0 \Rightarrow y<0$ при $x<0$;
4) $k=3>0 \Rightarrow$ функция убывает на $(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$.

б) $y=-\frac{4}{x}$.
1) $y\neq0 \Rightarrow$ нулей нет:
2) $k=-4<0 \Rightarrow y>0$ при $x<0$;
3) $k=-4<0 \Rightarrow y<0$ при $x>0$;
4) $k=-4<0 \Rightarrow$ функция возрастает на $(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$.

40. а) $0{,}6x^2-3{,}6x=0$; $0{,}6x(x-6)=0$; $x_1=0$ или $x-6=0$; $x_2=6$.

б) $x^2-5=0$; $x^2=5$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$; $x_1=\sqrt{5}$; $x_2=-\sqrt{5}$

в) $2x^2+17x=0$; $x(2x+17)=0$; $x=0$ или $2x+17=0$; $x_2=0$, $2x=-17$; $x=-\dfrac{17}{2}$; $x_1=-8{,}5$.

г) $0{,}5x^2+9=0$; $0{,}5x^2=-9$; $x^2=-\dfrac{9}{0{,}5}$. Нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

41. а) $g(2)=\dfrac{1}{2^2+5}=\dfrac{1}{4+5}=\dfrac{1}{9}$; $g(-2)=\dfrac{1}{(-2)^2+5}=\dfrac{1}{4+5}=\dfrac{1}{9}\Rightarrow g(2)=g(-2)$

б) $g(2)=\dfrac{2}{2^2+5}=\dfrac{2}{9}$; $g(-2)=\dfrac{-2}{(-2)^2+5}=-\dfrac{2}{9}$; т.е. $g(2)>g(-2)$.

в) $g(2)=\dfrac{-2}{2^2+5}=\dfrac{-2}{4+5}=-\dfrac{2}{9}$; $g(-2)=\dfrac{-(-2)}{(-2)^2+5}=\dfrac{2}{4+5}=\dfrac{2}{9}$; т.е. $g(2)<g(-2)$.

42. а) $4x-x^3=x(4-x^2)=(4-x^2)x=(2+x)(2-x)x$.
б) $a^4-169a^2=(a^2-169)a^2=(a+13)(a-13)a^2$.
в) $c^3-8c^2=(c-8)c^2$.

§ 2. Квадратный трехчлен

43. Сначала решим уравнение $x^2-6x+7=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot7=8$; $x_{1,2}=\dfrac{6\pm\sqrt{8}}{2}$, $x_1=3+\sqrt{2}$, $x_2=3-\sqrt{2}$. Следовательно, корнем уравнения является $3-\sqrt{2}$

44. а) $x^2+x-6=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25$; $x_{1,2}=\dfrac{-1\pm5}{2}$; $x_1=-3$, $x_2=2$.

б) $9x^2-9x+2=0$; $D=(-9)^2-4\cdot9\cdot2=9$; $x_{1,2}=\dfrac{9\pm3}{18}$; $x_1=\dfrac{1}{3}$, $x_2=\dfrac{2}{3}$.

в) $0{,}2x^2+3x-20=0$; $D=3^2-4\cdot0{,}2(-20)=25$; $x_{1,2}=\dfrac{-3\pm5}{0{,}4}$; $x_1=5$, $x_2=-20$

г) $-2x^2-x-0{,}125=0$, $16x^2+8x+1=0$; $D=8^2-4\cdot16\cdot1=0$; $x_{1,2}=\dfrac{-8\pm0}{32}=-\dfrac{1}{4}$

д) $0{,}1x^2+0{,}4=0$; $0{,}1x^2=-0{,}4$; $x^2=\dfrac{-0{,}4}{0{,}1}$; $x^2=-4$; Нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

е) $-0{,}3x^2+1{,}5x=0$; $-0{,}3x(x-5)=0$; $-0{,}3x=0$; $x_1=0$ или $x-5=0$; $x_2=5$

45. а) $10x^2+5x-5=0$; $2x^2+x-1=0$; $D=1^2-4\cdot2\cdot(-1)=9$;
$x_{1,2}=\dfrac{-1\pm3}{4}$; $x_1=\dfrac{-1-3}{4}=-1$, $x_2=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$.

б) $-2x^2+12x-18=0$; $x^2-6x+9=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot9=0$; $x=\dfrac{6+0}{2}=3$.

в) $x^2-2x-4=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-4)=20$; $x_{1,2}=\dfrac{2\pm\sqrt{20}}{2}$; $x_1=1-\sqrt{5}$, $x_2=1+\sqrt{5}$.

г) $12x^2-12=0$; $12(x^2-1)=0$; $x^2-1=0$; $x^2=1$; $x=\pm\sqrt{1}$; $x_1=1$, $x_2=-1$.

46. а) $D=(-8)^2-4\cdot5\cdot3=4>0$, два корня.
б) $D=6^2-4\cdot9\cdot1=0$, один корень.
в) $D=6^2-4\cdot(-7)\cdot(-2)=-20<0$, нет корней.
г) $D=5^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=13>0$, два корня.

47. а) $D=(-4)^2-4\cdot(-4)\cdot3=64>0$; два корня.
б) $D=(-4)^2-4\cdot4\cdot3=-32<0$; нет корней.
в) $D=(-12)^2-4\cdot9\cdot4=0$; один корень.
г) $D=(-12)^2-4\cdot9\cdot(-4)=288>0$; два корня.

48. а) $x^2-6x-2=x^2-2\cdot x\cdot3+3^2-3^2-2=(x-3)^2-11$
б) $x^2+5x+20=x^2+2\cdot x\cdot2{,}5+(2{,}5)^2-(2{,}5)^2+20=(x+2{,}5)^2+13{,}75$.
в) $2x^2-4x+10=2(x^2-2x+5)=2(x^2-2\cdot x\cdot1+1^2-1^2+5)=2(x-1)^2+8$.
г) $\dfrac{1}{2}x^2+x-6=\dfrac{1}{2}(x^2+2x-12)=\dfrac{1}{2}(x^2+2\cdot x\cdot1+1^2-1^2-12)=\dfrac{1}{2}(x+1)^2-6{,}5$.

49. а) $x^2-10x+10=x^2-2\cdot x\cdot5+5^2-5^2+10=(x-5)^2-15$.
б) $x^2+3x-1=x^2+2\cdot x\cdot\dfrac{3}{2}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-1=(x+\dfrac{3}{2})^2-\dfrac{13}{4}$.
в) $3x^2+6x-3=3(x^2+2x-1)=3(x^2+2\cdot x\cdot1+1^2-1^2-1)=3(x+1)^2-6$.
г) $\dfrac{1}{4}x^2-x+2=\dfrac{1}{4}(x^2-4x+8)=\dfrac{1}{4}(x^2-2\cdot x\cdot2+2^2-2^2+8)=\dfrac{1}{4}(x-2)^2+1$.

50. а) $x^2-6x+10=x^2-2\cdot x\cdot3+3^2-3^2+10=(x-3)^2+1>0$.
б) $5x^2-10x+5=5(x^2-2x+1)=5(x-1)^2\geq0$.
в) $-x^2+20x-100=-(x^2-20x+100)=-(x-10)^2\leq0$.
г) $-2x^2+16x-33=-2(x^2-8x+\dfrac{33}{2})=-2(x^2-2\cdot x\cdot4+4^2-4^2+\dfrac{33}{2})=-2((x-4)^2+\dfrac{1}{2})=$
$=-2(x-4)^2-1<0$.

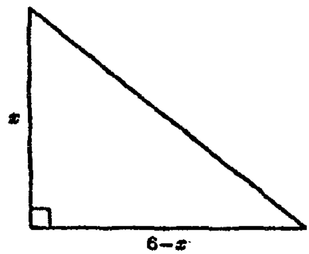
51. 1) $x^2-6x+11=x^2-2\cdot x\cdot3+3^2-3^2+11=(x-3)^2+2>0$.
2) $-x^2+6x-11=-(x^2-6x+11)=-((x-3)^2+2)<0$

52. $2x^2-4x+6=2(x^2-2x+3)=2(x^2-2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2+3)=2((x-1)^2+2)=2(x-1)^2+4$
При $x=1$ выражение $2x^2-4x+6$ принимает наименьшее значение.
$2\cdot 1^2-4\cdot 1+6=2-4+6=4$.

53. $\frac{1}{3}x^2+2x+4=\frac{1}{3}(x^2+6x+12)=\frac{1}{3}(x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+12)=\frac{1}{3}((x+3)^2+3)=$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2+1$. При $x=-3$ выражение $\frac{1}{3}x^2+2x+4$ принимает наименьшее значение, $\frac{1}{3}(-3)^2+2(-3)+4=1$.

54. Пусть длина одного из катетов равна x см, тогда длина другого равна $(6-x)$ см. Найдем площадь треугольника:



$S(x)=\frac{1}{2}x(6-x)=-\frac{1}{2}x^2+3x$. Выделим квадрат двучлена: $-\frac{1}{2}x^2+3x=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)=$

$=-\frac{1}{2}((x-3)^2-9)=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}$. Это выражение принимает наибольшее значение при $x=3$, а это означает, что треугольник равнобедренный.

55. В соответствии с условием запишем квадратный трехчлен $h(t)$:
$-5t^2+50t+20=-5(t^2-10t-4)=-5(t^2-10t+25-25-4)=5(t-5)^2+5\cdot 29$
При $t=5$ выражение $-5t^2+50t+20$ принимает максимальное значение. В этом случае $h=h(5)=-5\cdot 25+250+20=270-125=145$ (м).

56. а) $f(x)=0 \Rightarrow \frac{0{,}5x-1}{6}=0$; $0{,}5x-1=0$, $0{,}5x=1$; $x=\frac{1}{0{,}5}$; $x=2$.

б) $f(x)>0 \Rightarrow \frac{0{,}5x-1}{6}>0$; $0{,}5x-1>0$, $0{,}5x>1$, $x>\frac{1}{0{,}5}$; $x>2$.

в) $f(x)<0 \Rightarrow \frac{0{,}5x-1}{6}<0$; $0{,}5x-1<0$, $0{,}5x<1$, $x<\frac{1}{0{,}5}$; $x<2$.

57. а) $l(0)=60$, $l(25)=60(1+0{,}000012\cdot 25)=60(1+0{,}0003)=60+0{,}018=60{,}018$, $l(25)-l(0)=60{,}018-60=0{,}018$ (м).

б) $l(25)=60{,}018$, $l(50)=60(1+0{,}000012\cdot 50)=60(1+0{,}0006)=60+0{,}036=60.036$, $l(50)-l(25)=60{,}036-60{,}018=0{,}018$ (м).

58. а) $3(x+4)^2=10x+32$; $3(x^2+8x+16)=10x+32$; $3x^2+24x+48=10x+32$;

$3x^2+14x+16=0$; $D=14^2-4\cdot 3\cdot 16=4$; $x_{1,2}=\frac{-14\pm\sqrt{4}}{6}$; $x_1=-2\frac{2}{3}$, $x_2=-2$.

б) $31x+77=15(x+1)^2$; $31x+77=15(x^2+2x+1)$; $31x+77=15x^2+30x+15$;

$15x^2-x-62=0$; $D=(-1)^2-4\cdot15\cdot(-62)=3721$; $x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{3721}}{30}$; $x_1=-2$, $x_2=2\dfrac{1}{15}$.

59. а) $ab+3b-5a-15=-5(a+3)+b(a+3)=(b-5)(a+3)$.

б) $2xy-y+8x-4=4(2x-1)+y(2x-1)=(4+y)(2x-1)$.

60. а) $3x^2-24x+21=0$; $x^2-8x+7=0$; $D=(-8)^2-4\cdot1\cdot7=36$;

$x_1=\dfrac{24-6}{6}=3$, $x_2=\dfrac{24+6}{6}=5$. $3x^2-24x+21=3(x-3)(x-5)$.

б) $5x^2+10x-15=0$; $x^2+2x-3=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$;

$x_1=\dfrac{-2-4}{2}=-3$, $x_2=\dfrac{-2+4}{2}=1$. $5x^2+10x-15=5(x+3)(x-1)$.

в) $\dfrac{1}{6}x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}=0$; $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot2=1$;

$x_1=\dfrac{-3-1}{2}=-2$, $x_2=\dfrac{-3+1}{2}=-1$. $\dfrac{1}{6}x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}(x+2)(x+1)$.

г) $x^2-12x+24=0$; $D=(-12)^2-4\cdot1\cdot24=48$; $x_1=\dfrac{12-4\sqrt{3}}{2}=6-2\sqrt{3}$.

$x_2=\dfrac{12+4\sqrt{3}}{2}=6+2\sqrt{3}$. $x^2-12x+24=(x-6+2\sqrt{3})(x-6-2\sqrt{3})$.

д) $-y^2+16y-15=0$; $y^2-16y+15=0$; $D=(-16)^2-4\cdot1\cdot15=196$;

$y_1=\dfrac{16-\sqrt{196}}{2}=1$, $y_2=\dfrac{16+\sqrt{196}}{2}=15$. $-y^2+16y-15=$

$=-(y-1)(y-15)=(1-y)(y-15)$.

е) $-x^2-8x+9=0$; $x^2+8x-9=0$; $D=8^2-4\cdot1\cdot(-9)=100$; $x_1=\dfrac{-8-\sqrt{100}}{2}=-9$.

$x_2=\dfrac{-8+\sqrt{100}}{2}=1$. $-x^2-8x+9=-(x+9)(x-1)=(x+9)(1-x)$.

ж) $2x^2-5x+3=0$; $D=(-5)^2-4\cdot2\cdot3=1$; $x_1=\dfrac{5-1}{4}=1$. $x_2=\dfrac{5+1}{4}=\dfrac{3}{2}$.

$2x^2-5x+3=2(x-\dfrac{3}{2})(x-1)=2(x-1)(x-\dfrac{3}{2})=(x-1)(2x-3)$.

з) $5y^2+2y-3=0$; $D=2^2-4\cdot5\cdot(-3)=64$; $y_1=\dfrac{-2+\sqrt{64}}{10}=\dfrac{3}{5}$.

$y_2=\dfrac{-2-\sqrt{64}}{10}=-1$. $5y^2+2y-3=5(y-\dfrac{3}{5})(y+1)=5(y+1)(y-\dfrac{3}{5})=(y+1)(5y-3)$

и) $-2x^2+5x+7=0$; $2x^2-5x-7=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-7)=81$; $x_1=\frac{5-\sqrt{81}}{4}=-1$.

$x_2=\frac{5+\sqrt{81}}{4}=\frac{7}{2}$. $-2x^2+5x+7=-2(x+1)\,(x-\frac{7}{2})=(x+1)(7-2x)$.

61. а) $2x^2-2x+\frac{1}{2}=2(x^2-x+\frac{1}{4})=2(x^2-2\cdot\frac{1}{2}x+\frac{1}{4})=2(x-\frac{1}{2})^2$

б) $-9x^2+12x-4=-(9x^2-12x+4)=-((3x)^2-2\cdot 2\cdot 3x+2^2)=-(3x-2)^2$.

в) $16a^2+24a+9=((4a)^2+2\cdot 3\cdot 4a+3^2)=(4a+3)^2$.

г) $0{,}25m^2-2m+4=((0{,}5m)^2-2\cdot 2m\cdot 0{,}5+2^2)=(0{,}5m-2)^2$.

62. а) $2x^2+12x-14=0$; $\Rightarrow x^2+6x-7$; $D=6^2-4\cdot 1\cdot(-7)=64$; $x_1=\frac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7$.

$x_2=\frac{-6+\sqrt{64}}{2}=1$. $2x^2+12x-14=2\,(x+7)\,(x-1)$.

б) $-m^2-5m-6=0$; $m^2-5m+6=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=1$;

$m_1=\frac{5-1}{2}=2$, $m_2=\frac{5+1}{2}=3$. $-m^2+5m-6=-(m-2)(m-3)=(2-m)(m-3)$.

в) $3x^2+5x-2=0$; $D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49$; $x_1=\frac{-5-7}{6}=-2$, $x_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}$.

$3x^2+5x-2=3(x+2)(x-\frac{1}{3})=(x+2)(3x-1)$.

г) $6x^2-13x+6=0$; $D=(-13)^2-4\cdot 6\cdot 6=25$; $x_1=\frac{13-5}{12}=\frac{2}{3}$, $x_2=\frac{13+5}{12}=\frac{3}{2}$.

$6x^2-13x+6=6(x-\frac{2}{3})\,(x-\frac{3}{2})=(3x-2)\,(2x-3)$.

63. а) $10x^2+19x-2=0$; $D=19^2-4\cdot 10\cdot(-2)=441$; $x_1=\frac{-19-21}{20}=-2$,

$x_2=\frac{-19+21}{20}=0{,}1$. $10x^2+19x-2=10(x-0{,}1)(x+2)$.

б) $0{,}5x^2-5{,}5x+15=0$; $x^2-11x+30=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 30=1$,

$x_1=\frac{11-1}{2}=5$, $x_2=\frac{11+1}{2}=6$. $0{,}5x^2-5{,}5x+15=0{,}5(x-6)(x-5)$.

64. а) $-3y^2+3y+11=0$; $D=3^2-4\cdot(-3)\cdot 11=141>0$. Можно.

б) $4b^2-9b+7=0$; $D=(-9)^2-4\cdot 4\cdot 7=-31<0$. Нельзя.

в) $x^2-7x+11=0$; $D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 11=5>0$. Можно.

г) $3y^2-12y+12=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 3\cdot 12=0$. Можно.

65. а) 1) $3x^2+2x-1=0$; $D=2^2-4\cdot3\cdot(-1)=16$; $x_1=\frac{-2-4}{6}=-1$, $x_2=\frac{-2+4}{6}=\frac{1}{3}$.

$3x^2+2x-1=3(x-\frac{1}{3})(x+1)=(x+1)(3x-1)$.

2) $\frac{4x+4}{3x^2+2x-1}=\frac{4(x+1)}{(x+1)(3x-1)}=\frac{4}{3x-1}$.

б) 1) $2a^2-5a-3=0$; $D=5^2-4\cdot2\cdot(-3)=49$: $a_1=\frac{5-7}{4}=-\frac{1}{2}$, $a_2=\frac{5+7}{4}=3$;

$2a^2-5a-3=2(a+\frac{1}{2})(a-3)=(2a+1)(a-3)$.

2) $\frac{2a^2-5a-3}{3a-9}=\frac{(2a+1)(a-3)}{3(a-3)}=\frac{2a+1}{3}$

в) 1) $b^2-b-12=0$; $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-12)=49$; $a_1=\frac{1-7}{2}=-3$, $a_2=\frac{1+7}{2}=4$:

$b^2-b-12=(b+3)(b-4)$.

2) $\frac{16-b^2}{b^2-b-12}=\frac{(4-b)(4+b)}{(b+3)(b-4)}=-\frac{4+b}{b+3}$

г) 1) $2y^2+7y+3=0$; $D=7^2-4\cdot2\cdot3=25$; $y_1=\frac{-7-5}{4}=-3$, $y_2=\frac{-7+5}{4}=-\frac{1}{2}$;

$2y^2+7y+3=2(y+3)(y+\frac{1}{2})=(y+3)(2y+1)$.

2) $\frac{2y^2+7y+3}{y^2-9}=\frac{(y+3)(2y+1)}{(y-3)(y+3)}=\frac{2y+1}{y-3}$.

д) 1) $p^2-11p+10=0$; $D=(-11)^2-4\cdot1\cdot10=81$; $p_1=\frac{11-9}{2}=1$. $p_2=\frac{11+9}{2}=10$;

$p^2-11p+10=(p-1)(p-10)$.

2) $-p^2+8p+20=0$; $p^2-8p-20=0$; $D=(-8)^2-4\cdot(-20)=144$;

$p_1=\frac{8-12}{2}=-2$, $p_2=\frac{8+12}{2}=10$; $-p^2+8p+20=-(p+2)(p-10)$.

$\frac{p^2-11p+10}{20+8p-p^2}=\frac{(p-1)(p-10)}{-(p-10)(p+2)}=-\frac{p-1}{p+2}$.

е) 1) $3x^2+16x-12=0$; $D=16^2-4\cdot3\cdot(-12)=400$;

$x_1=\frac{-16-20}{2\cdot3}=-6$, $x_2=\frac{-16+20}{2\cdot3}=\frac{2}{3}$.

$3x^2+16x-12=3(x+6)(x-\frac{2}{3})=(x+6)(3x-2)$.

2) $-3x^2-13x+10=0$; $D=(-13)^2-4\cdot(-3)\cdot 10=289$;

$$x_1=\frac{13-17}{2\cdot(-3)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3},\quad x_2=\frac{13+17}{2\cdot(-3)}=-5.$$

$$-3x^2+16x-12=-3(x-\frac{2}{3})(x+5)=(2-3x)(x+5).$$

$$\frac{3x^2+16x-12}{10-13x-3x^2}=\frac{(x+6)(3x-2)}{(2-3x)(x+5)}=-\frac{x+6}{x+5}.$$

66. а) 1) $x^2-11x+24=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 24=25$; $x_1=\dfrac{11+5}{2}=8$,

$x_2=\dfrac{11-5}{2}=3$. $x^2-11x+24=(x-8)(x-3)$.

2) $\dfrac{x^2-11x+24}{x^2-64}=\dfrac{(x-8)(x-3)}{(x-8)(x+8)}=\dfrac{x-3}{x+8}$

б) 1) $2y^2+9y-5=0$; $D=9^2-4\cdot 2\cdot(-5)=121$; $y_1=\dfrac{-9-11}{4}=-5$; $y_2=\dfrac{-9+11}{4}=\dfrac{1}{2}$.

$2y^2+9y-5=2\,(y+5)\,(y-\dfrac{1}{2})=(y+5)\,(2y-1)$.

2) $\dfrac{2y^2+9y-5}{4y^2-1}=\dfrac{(y+5)(2y-1)}{(2y-1)(2y+1)}=\dfrac{y+5}{2y+1}$.

67. а) 1) $x^2-7x+6=0$; $D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 6=25$; $x_1=\dfrac{7-\sqrt{25}}{2}=1$, $x_2=\dfrac{7+\sqrt{25}}{2}=6$.

$x^2-7x+6=(x-1)\,(x-6)$.

2) $\dfrac{36-x^2}{6-7x+x^2}=\dfrac{(6-x)(6+x)}{(x-1)(x-6)}=\dfrac{6+x}{-(x-1)}=\dfrac{x+6}{1-x}$.

При $x=-9$, $\dfrac{x+6}{1-x}=\dfrac{-9+6}{1-(-9)}=\dfrac{-3}{10}=-0{,}3$.

При $x=-99$, $\dfrac{x+6}{1-x}=\dfrac{-99+6}{1-(-99)}=\dfrac{-93}{100}=-0{,}93$.

При $x=-999$, $\dfrac{x+6}{1-x}=\dfrac{-999+6}{1-(-999)}=\dfrac{-993}{1000}=-0{,}993$.

б) 1) $4x^2+8x-32=0$; $D=8^2-4\cdot 4\cdot(-32)=576$; $x_1=\dfrac{-8-24}{8}=-4$, $x_2=\dfrac{-8+24}{8}=2$.

$4x^2+8x-32=4\,(x+4)\,(x-2)$.

2) $\frac{4x^2+8x-32}{4x^2-16}=\frac{4(x+4)(x-2)}{4(x-2)(x+2)}=\frac{x+4}{x+2}$

При $x=-1$, $\frac{x+4}{x+2}=\frac{-1+4}{-1+2}=3$.

При $x=5$, $\frac{x+4}{x+2}=\frac{5+4}{5+2}=1\frac{2}{7}$

При $x=10$, $\frac{x+4}{x+2}=\frac{10+4}{10+2}=1\frac{1}{6}$.

68. Область определения функции $y=x-4$: $x\in(-\infty;+\infty)$ и имеет графиком прямую. Функция $y=\frac{x^2-6x+8}{x-2}$ не определена при $x=2$; решим уравнение $x^2-6x+8=0$: $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$, отсюда $x_1=2$, $x_2=4$ и $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$. Поэтому $\frac{x^2-6x+8}{x-2}=\frac{(x-4)(x-2)}{x-2}=x-4$ при $x\neq2$ совпадает с функцией $y=x-4$.

69. а) $\frac{x^2-1}{2}-11x-11=0$; $x^2-1-22x-22=0$, $x^2-22x-23=0$;

$D=(-22)^2-4\cdot1\cdot(-23)=576$; $x_1=\frac{22-24}{2}=-1$, $x_2=\frac{22+24}{2}=23$.

б) $\frac{x^2+x}{2}-\frac{8x-7}{3}=0$; $\frac{3(x^2+x)-2(8x-7)}{6}=0$, $3x^2+3x-16x+14=0$;

$3x^2-13x+14=0$; $D=(-13)^2-4\cdot3\cdot14=1$; $x_1=\frac{13-1}{6}=2$, $x_2=\frac{13+1}{6}=2\frac{1}{3}$.

70. а) $4x^2-6x+2xy-3y=-3(2x+y)+2x(2x+y)=(2x-3)(2x+y)$.

б) $4a^3+2b^3-2a^2b-4ab^2=4a(a^2-b^2)+2b(b^2-a^2)=4a(a^2-b^2)-2b(a^2-b^2)=$ $=(a^2-b^2)(4a-2b)=2(a-b)(a+b)(2a-b)$.

71. С первого по 6-й день уровень воды возрастал от 0 до 6,2 дм, затем начал убывать и на 12-й день опустился до 4 дм.

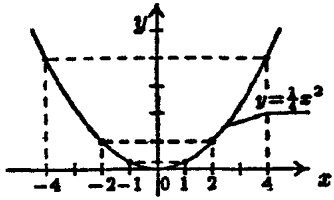
72. $f(x)=0,8x+2,1$; $g(x)=-0,9x+3$. Точку пересечения найдем из условия: $f(x)=g(x)$; $0,8x+2,1=-0,9x+3$; $1,7x=0,9$; $x=\frac{0,9}{1,7}=\frac{9}{17}$;

$y=f(\frac{9}{17})=0,8\cdot\frac{9}{17}+2,1=\frac{8}{10}\cdot\frac{9}{17}+\frac{21}{10}=\frac{72+357}{170}=\frac{429}{170}$. Точка пересечения ($(\frac{9}{17};\frac{429}{170})$ находится в I четверти.

§ 3. Квадратичная функция и ее график

73. $y=\frac{1}{4}x^2$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4



а) $x=-2{,}5$; $\quad y=\frac{1}{4}\cdot(-2{,}5)^2=1{,}5625$;

$x=-1{,}5$; $\quad y=\frac{1}{4}\cdot(-1{,}5)^2=0{,}5625$; $\quad x=3{,}5$;

$y=\frac{1}{4}\cdot(3{,}5)^2=3{,}0625$.

б) $y=5$; $\frac{1}{4}x^2=5$; $x^2=20$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{20}$; $x_1=-2\sqrt{5}$, $x_2=2\sqrt{5}$.

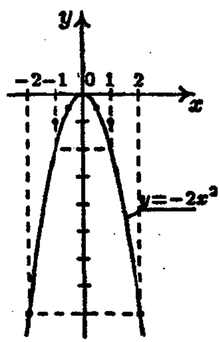
$y=3$; $\frac{1}{4}x^2=3$; $x^2=12$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{12}$; $x_1=-2\sqrt{3}$, $x_2=2\sqrt{3}$.

$y=2$; $\frac{1}{4}x^2=2$; $x^2=8$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{8}$; $x_1=-2\sqrt{2}$, $x_2=2\sqrt{2}$.

в) В $(-\infty; 0]$ — убывает; в $[0; \infty)$ — возрастает.

74. $y=-2x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



а) При $x=1{,}5$; $y=-2\cdot(-1{,}5)^2=-4{,}5$; $\quad x=0{,}6$;

$y=-2\cdot(0{,}6)^2=-0{,}72$; $\quad x=1{,}5$;

$y=-2\cdot(1{,}5)^2=-4{,}5$.

б) $y=-1$; $-2x^2=-1$; $x^2=\frac{-1}{-2}=0{,}5$;

$x_{1,2}=\pm\sqrt{0{,}5}$; $x_1\approx-0{,}7$; $x_2\approx0{,}7$.

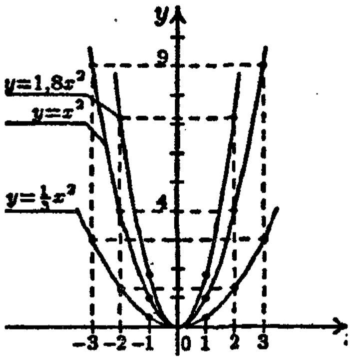
$y=-3$; $\quad -2x^2=-3$; $\quad x^2=\frac{-3}{-2}=1{,}5$; $\quad x_{1,2}=\pm\sqrt{1{,}5}$;

$x\approx-1{,}2$; $x_2\approx1{,}2$.

$y=-4{,}5$; $-2x^2=-4{,}5$; $x^2=\frac{-4{,}5}{-2}=2{,}25$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{2{,}25}$;

$x_1=-1{,}5$; $x_2=1{,}5$.

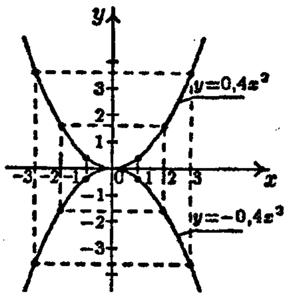
в) В $(-\infty; 0]$ — возрастает; в $[0; \infty)$ — убывает.



75.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y=x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y=1,8x^2$	16,2	7,2	1,8	0	1,8	7,2	16,2
$y=\dfrac{1}{3}x^2$	3	$\dfrac{4}{3}$	$\dfrac{1}{3}$	0	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{4}{3}$	3

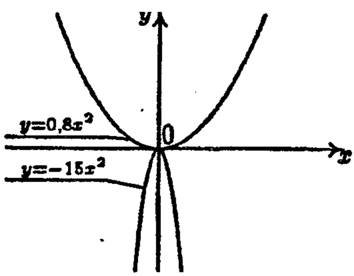
$y_2(0,5)>y_1(0,5)>y_3(0,5)$;
$y_2(1)>y_1(1)>y_3(1)$; $y_2(2)>y_1(2)>y_3(2)$.



76.

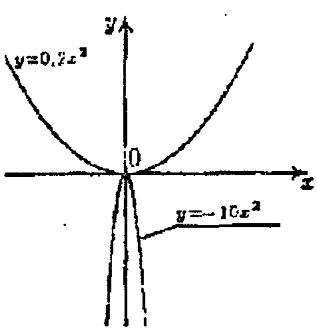
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y=0,4x^2$	3,6	1,6	0,4	0	0,4	1,6	3,6
$y=-0,4x^2$	−3,6	−1,6	−0,4	0	−0,4	−1,6	−3,6

$E(y_1)=[0; +\infty)$; $E(y_2)=(-\infty; 0]$.



77. а) 1) При $x=0$ $y=0$;
2) при $x\neq 0$, то $y<0$; 3) $y(x)=y(-x)$;
4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$;
5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$; 6) $E(y)=(-\infty; 0]$.

б) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x\neq 0$ $y>0$;
3) $y(x)=y(-x)$; 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция принимает наименьшее значение $y=0$;
6) $E(y)=[0; \infty)$.



78. а) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x\neq 0$, то $y>0$;
3) $y(x)=y(-x)$; 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция достигает наименьшего значения $y=0$; 6) $E(y)=[0; \infty)$.

б) 1) При $x=0$ $y=0$; 2) При $x\neq 0$ $y<0$;
3) $y(x)=y(-x)$; 4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$; 5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$; 6) $E(y)=(-\infty; 0]$.

79. а) $y=2x^2$; $y=50$. Приравняем: $50=2x^2$; $x^2=25$; $x=5$ или $x=-5$. Пересекаются.

б) $y=2x^2$; $y=100$. Приравняем: $100=2x^2$; $x^2=50$; $x=5\sqrt{2}$ или $x=-5\sqrt{2}$. Пересекаются.

в) $y=2x^2$; $y=-8$. Приравняем: $-8=2x^2$; $x^2=-4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное. Не пересекаются.

г) $y=14x-20$; $y=2x^2$. Приравняем: $2x^2=14x-20$; $2x^2-14x+20=0$; $x^2-7x+10=0$; $D=49-4\cdot10=9$; $x=\dfrac{7+3}{2}=5$ или $x=\dfrac{7-3}{2}=2$. Пересекаются.

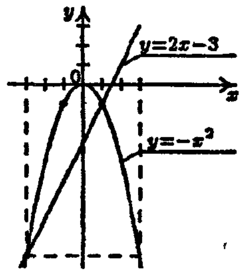
80. а) $y(1{,}5)=(-100)\cdot(1{,}5)^2=-225 \Rightarrow$ принадлежит;

б) $y(-3)=(-100)\cdot(-3)^2=-900 \Rightarrow$ принадлежит;

в) $y(2)=-100\cdot2^2=-400\neq400 \Rightarrow$ не принадлежит.

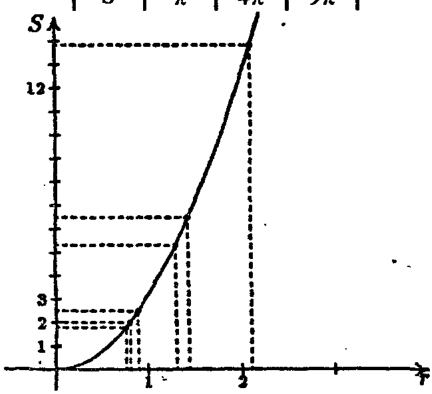
81. $y=-x^2$; $y=2x-3$. Приравняем эти функции: $2x-3=-x^2$; $x^2+2x-3=0$; $D=4-4\cdot(-3)=16$; $x_1=\dfrac{-2+4}{2}=1$, $x_2=\dfrac{-2-4}{2}=-3$.

Если $x=1 \Rightarrow y=-1^2=-1$; если $x=-3 \Rightarrow y=-(-3)^2=-9$.



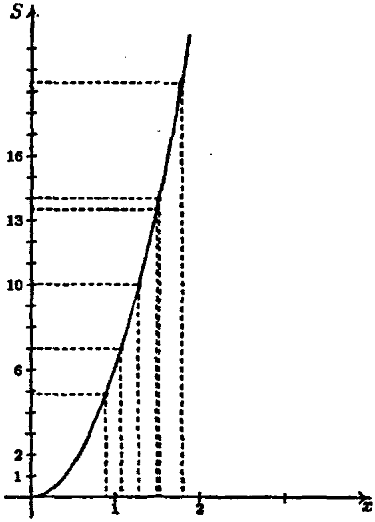
82. График функции S – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при r^2 положителен), ее вершина — в точке (0, 0). Так как $r\geq0$ получим график $S(r)$ $(r\geq0)$ — это правая половина параболы $y=\pi x^2$.

x	1	2	3
S	π	4π	9π



а) $S(1{,}3)\approx5{,}3$, $S(0{,}8)\approx2$, $S(2{,}1)\approx13{,}8$.

б) $S(r)=1{,}8$ при $r\approx0{,}7$, $S(r)=2{,}5$ при $r\approx0{,}9$, $S(r)=6{,}5$ при $r\approx1{,}5$.



83. Площадь поверхности куба есть сумма площадей его граней. Так как они — равные квадраты, их шесть; то $S(x)=6x^2$. Так как x — ребро куба, то $x \geq 0$. Следовательно, график функции $y=S(x)$ — это половина параболы $y=6x^2$, расположенная в первой координатной четверти.

x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2
y	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	6	$13\frac{1}{2}$	$16\frac{2}{3}$	24

а) $S(0,9) \approx 4,9$; $S(1,5) \approx 13,5$; $S(1,8) \approx 19,5$;

б) $S(x)=7$ при $x \approx 1,2$; $S(x)=10$ при $x \approx 1,3$; $S(x)=14$ при $x \approx 1,6$.

84. а) $3x^2-8x+2=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 3 \cdot 2=40>0$. Два корня.

б) $-\frac{1}{2}y^2+6y-18=0$; $y^2-12y+36=0$; $D=(-12)^2-4 \cdot 1 \cdot (-36)=0$. Один корень.

в) $m^2-3m+3=0$; $D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 3=-3<0$. Нет корней.

85. а) 1) $10a^2-a-2=0$; $D=(-1)^2-4 \cdot 10 \cdot (-2)=81$;

$a_1=\frac{1-\sqrt{81}}{20}=-\frac{2}{5}$, $a_2=\frac{1+\sqrt{81}}{20}=\frac{1}{2}$; $10a^2-a-2=10\left(a+\frac{2}{5}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=$
$=(5a+2)(2a-1)$.

2) $\frac{2a-1}{10a^2-a-2}=\frac{(2a-1)}{(2a-1)(5a+2)}=\frac{1}{5a+2}$

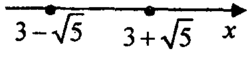
б) 1) $6a^2-5a+1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 6 \cdot 1=1$; $a_1=\frac{5-1}{12}=\frac{1}{3}$, $a_2=\frac{5+1}{12}=\frac{1}{2}$;

$6a^2-5a+1=6\left(a-\frac{1}{3}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=(3a-1)(2a-1)$.

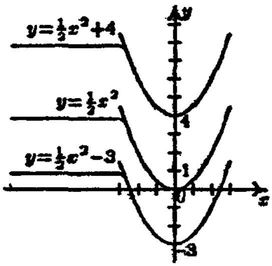
2) $\frac{6a^2-5a+1}{1-4a^2}=\frac{(2a-1)(3a-1)}{-(2a-1)(2a+1)}=-\frac{(3a-1)}{(2a+1)}=\frac{1-3a}{1+2a}$.

86. $(x+3)^2-(x-3)^2=(x-2)^2+(x+2)^2$; $x^2+6x+9-x^2+6x-9=x^2-4x+4+x^2+4x+4$;
$x^2+6x+9-x^2+6x-9-x^2+4x-4-x^2-4x-4=0$; $-2x^2+12x-8=0$; $x^2-6x+4=0$;

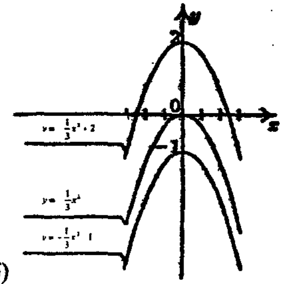
$D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 4=20$; $x_1=\frac{6+\sqrt{20}}{2}=3+\sqrt{5}$; $x_2=\frac{6-\sqrt{20}}{2}=3-\sqrt{5}$,



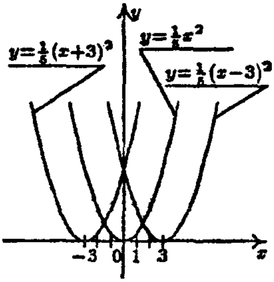
87.



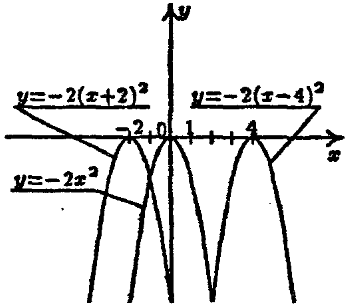
а)



б)

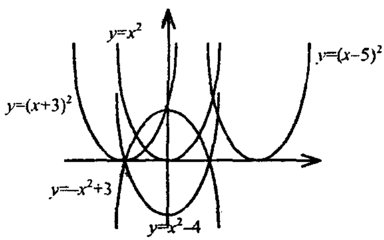


в)

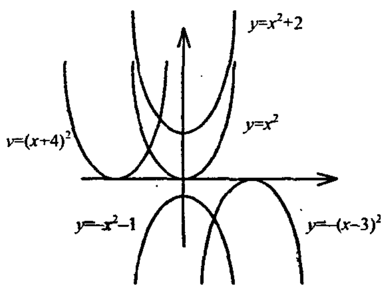


г)

88.



89.



90. а) График функции $y=10x^2+5$ – парабола, полученная из графика функции $y=10x^2$ сдвигом на 5 единиц вверх. Значит, график функции $y=10x^2+5$ расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y=-7x^2-3$ получается из графика $y=-7x^2$ сдвигом на 3 единицы вниз. Значит, график функции $y=-7x^2-3$ расположен в III и IV четвертях.

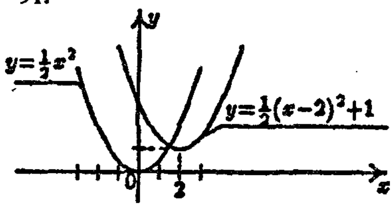
в) График функции $y=-6x^2+8$ – парабола, полученная из графика функции $y=-6x^2$ сдвигом вверх на 8 единиц. Значит, график функции $y=-6x^2+8$ расположен во всех четырех четвертях.

г) График функции $y=(x-4)^2$ – парабола, полученная из графика функции $y=x^2$ сдвигом вправо на 4 единицы. Поэтому график функции $y=(x-4)^2$ расположен в I и II четвертях.

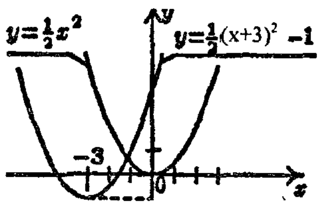
д) График функции $y=-(x-8)^2$ получается из параболы $y=-x^2$ сдвигом вправо на 8 единиц, значит, график функции $y=-(x-8)^2$ расположен в III и IV четвертях.

е) График функции $y=-3(x+5)^2$ получается из параболы $y=-x^2$ сдвигом на 5 единиц влево и растяжением в 3 раза по вертикали, поэтому график функции расположен в III и IV четвертях.

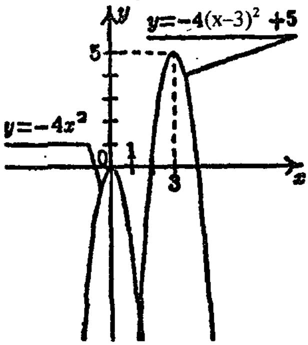
91.



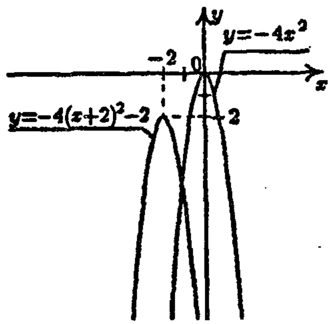
а)



б)

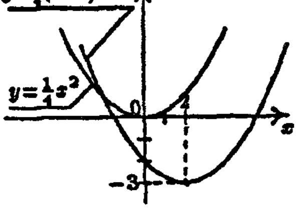


в)

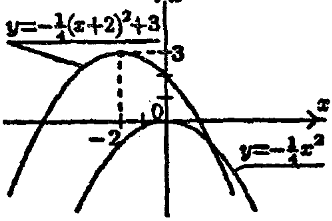


г)

92.

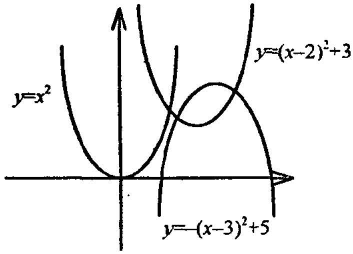


а)

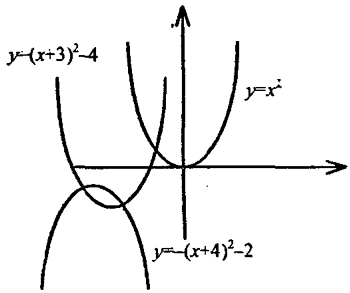


б)

93.



94.



95. а) График функции $y=-\frac{1}{3}(x+4)^2$ — это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x=-4$, $y=0$.

б) График функции $y=\frac{1}{3}(x-4)^2-1$ — это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x=4$, $y=-1$.

в) График функции $y=\frac{1}{3}x^2+4$ – это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x=0$, $y=4$.

г) График функции $y=-\frac{1}{3}x^2-2$ – это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x=0$, $y=-2$.

96. а) $y=12x^2-3$; нуль функции: $12x^2-3=0$; $12x^2=3$;

$x^2=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$; $x_2=\frac{1}{2}$, $x_1=-\frac{1}{2}$.

б) $y=6x^2+4$; нуль функции: $6x^2+4=0$; $6x^2=-4$; $x^2=-\frac{4}{6}$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

в) $y=-x^2-4$; нуль функции: $-x^2-4=0$; $-x^2=4$; $x^2=-4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

97. $y=0 \Rightarrow ax^2+5=0$; $ax^2=-5$; $x^2=\frac{-5}{a}$. Т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное, то $-\frac{5}{a} \ge 0 \Rightarrow a < 0$.

98. а) $0{,}6a-(a+0{,}3)^2=0{,}27$; $0{,}6a-a^2-0{,}6a-0{,}09-0{,}27=0$; $-a^2-0{,}36=0$; $a^2=-0{,}36$, нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $\frac{y^2-2y}{4}=0{,}5y(6-2y)$; $y^2-2y=2y(6-2y)$; $y^2-2y=12y-4y^2$; $y^2-2y-12y+4y^2=0$; $5y^2-14y=0$; $y(5y-14)=0$; $y=0$ или $5y-14=0$, $5y=14$, $y=\frac{14}{5}=2{,}8$.

99. а) $5x-0{,}7<3x+5{,}1$; $5x-3x<5{,}1+0{,}7$; $2x<5{,}8$; $x<\frac{5{,}8}{2}=2{,}9$.

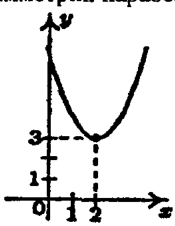
б) $0{,}8x+4{,}5\ge5-1{,}2x$; $0{,}8x+1{,}2x\ge5-4{,}5$; $2x\ge0{,}5$; $x\ge\frac{0{,}5}{2}=0{,}25$.

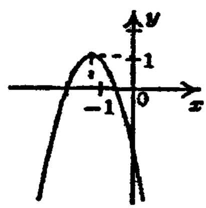
в) $2x+4{,}2\le4x+7{,}8$; $2x-4x\le7{,}8-4{,}2$; $-2x\le3{,}6$; $x\ge\frac{3{,}6}{-2}=-1{,}8$.

г) $3x-2{,}6>5{,}5x-3{,}1$; $3x-5{,}5x>-3{,}1+2{,}6$; $-2{,}5x>-0{,}5$; $x<\frac{-0{,}5}{-2{,}5}=0{,}2$.

100. $y(5)-y(2)=5^2-2^2=25-4=21$. $y(8)-y(5)=8^2-5^2=64-25=39$. Таким образом, приращение функции при изменении x от 2 до 5 меньше приращения функции при изменении x от 5 до 8.

101. а) $x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2}=2$ $y_В=2^2-4\cdot2+7=3$, (2; 3) — координаты вершины, $x=2$ — ось симметрии параболы.





б) $x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{-5}{2\cdot(-2)}=-1\frac{1}{4}$, $y_В=-2\cdot(-\frac{5}{4})^2-5\cdot(-\frac{5}{4})-2=1\frac{1}{8}$, $(-1\frac{1}{4}; 1\frac{1}{8})$ — координаты вершины; $x=-1\frac{1}{4}$ — ось симметрии параболы.

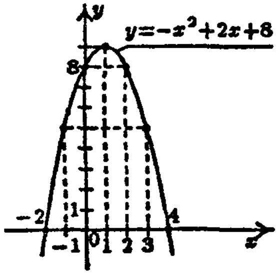
102. 1) Т.к. коэффициент при x^2 отрицательный, то график функции $y=-x^2+2x+8$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины: $x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot(-1)}=1$; $y_B=-1^2+2\cdot1+8=9$;

(1; 9) — координаты вершины; $x=1$ — ось симметрии параболы.

3)

x	0	2	3	–1	–2	4
y	8	8	5	5	0	0



а) При $x=2{,}5$ $y\approx6{,}5$, при $x=-0{,}5$ $y\approx6{,}5$, при $x=-3$ $y\approx-7$.

б) При $y=6$ $x\approx-0{,}8$ и 2,8, при $y=0$ $x=-2$ и 4; при $y=-2$ $x\approx-2{,}2$ и 4,4.

в) $x=-2;4$ — нули функции; $y>0$ при $x\in(-2;\ 4)$; $y<0$ при $x\in(-\infty;\ -2)\cup(4;\ +\infty)$

г) Возрастает при $x\in(-\infty;\ 1]$; убывает при $x\in[1;\ +\infty)$; $E(y)=(-\infty;\ 9]$.

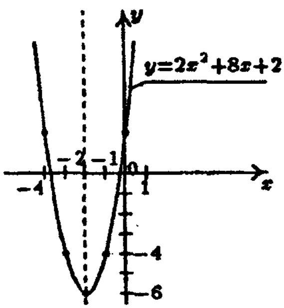
103. 1) График функции $y=2x^2+8x+2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

2) Найдем координаты вершины: $x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{8}{2\cdot2}=-2$;

$y_B=2(-2)^2+8(-2)+2=-6$; $x=-2$ – ось симметрии.

3)

x	–1	–3	0	–4
y	–4	–4	2	2



а) При $x=-2{,}3$ $y\approx-5{,}8$, при $x=-0{,}5$ $y=-1{,}5$; при $x=1{,}2$ $y\approx14{,}5$.

б) При $y=-4$ $x=-1$ или 3; при $y=-1$ $x\approx-0{,}4$ или $-3{,}6$; при $y=1{,}7$ $x\approx-0{,}2$ или $-3{,}8$.

в) $x\approx-0{,}3$ и $x\approx-3{,}7$ — нули функции; $y>0$ при $x\in(-\infty;\ -3{,}7)\cup(-0{,}3;+\infty)$; $y<0$ при $x\in(-3{,}7;\ -0{,}3)$.

г) Функция убывает при $x\in(-\infty;\ -2]$, возрастает при $x\in[-2;+\infty)$; при $x=-2$ функция достигает наименьшего значения, равного -6.

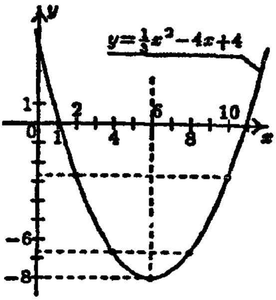
104. а) 1) Графиком функции $y=\frac{1}{3}x^2-4x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины:

$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot\frac{1}{3}}=6$, $y_B=\frac{1}{3}\cdot(6)^2-4\cdot6+4=-8$; $x=6$ — оси симметрии параболы.

3)

x	4	8	2	1	0	−1	3
y	$-6\frac{2}{3}$	$-6\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	4	$8\frac{1}{3}$	−5



а) $y=0$; $\frac{1}{3}x^2-4x+4=0$; $x^2-12x+12=0$;

$D=144-4\cdot1\cdot12=96$;

$x_{1,2}=\frac{12\pm4\sqrt{6}}{2}=6\pm2\sqrt{6}$; $x=6-2\sqrt{6}$; $6+2\sqrt{6}$;

б) при $x=0$ $y=4$,

в) график функции расположен в I, II, IV четвертях;

г) график функции симметричен относительно оси $x=6$;

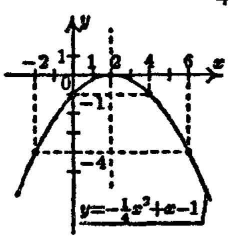
д) возрастает при $x\in[6; +\infty)$, убывает при $x\in(-\infty; 6]$;

е) наименьшее значение функции $y=-8$ при $x=6$; $E(y)=[-8;+\infty)$;

б) 1) Графиком функции $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Координаты вершины:

$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2\cdot(-\frac{1}{4})}=2$; $y_B=-\frac{1}{4}\cdot2^2+2-1=0$; $x=2$ – ось симметрии.



3)

x	1	3	0	−2	−1	2
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	−1	−4	$-2\frac{1}{4}$	0

а) При $x=0$ $y=-1$; б) при $x\neq0$ $y<0$;

в) график функции симметричен относительно оси $x=2$;

г) функция возрастает при $x\in(-\infty; 2]$, убывает при $x\in[2; +\infty)$;

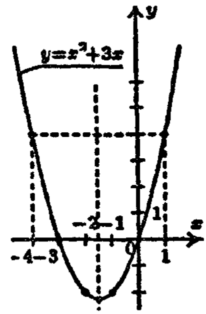
д) при $x=2$ функция достигает наибольшего значения, равного 0; $E(y)=(-\infty; 0]$.

в) 1) Графиком функции $y=x^2+3x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{3}{2\cdot 1}=-1,5;\ y_В=(-1,5)^2+3(-1,5)=-2,25;$$

$x=-1,5$ — оси симметрии.



3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	-2	-2	0	4	10	18

а) При $x=0$ $y=0$;

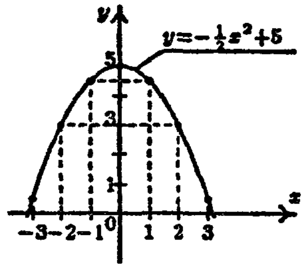
б) график функции расположен в I, II, III четвертях;

в) график функции симметричен относительно оси $x=-1,5$;

г) функция убывает при $x\in(-\infty;-1,5]$, возрастает при $x\in[-1,5;+\infty)$;

д) наименьшее значение, равное 2,25 функция достигает при $x=-1,5$; $E(y)=[-2,25;+\infty)$.

105. а) 1) Графиком функции $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



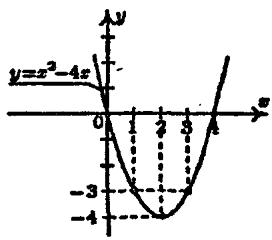
2) Найдем координаты вершины:

$$x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=0;\ y_В=-\frac{1}{2}\cdot 0^2+5=5;\ (0;\ 5).$$

3).

x	1	-1	2	-2	0
y	$4,5$	$4,5$	3	3	5

б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



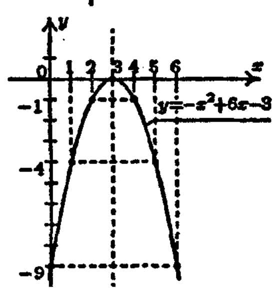
2) Найдем координаты вершины:

$$x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2;\ y_В=2^2-4\cdot 2=-4;\ (2;\ -4).$$

3)

x	0	1	4	-1	-2	2
y	0	-3	0	5	12	-4

в) 1) Графиком функции $y=-x^2+6x-9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



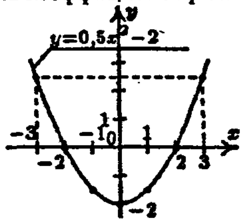
2) Найдем координаты вершины:

$$x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot(-1)}=3;\ y_В=-3^2+6\cdot 3-9=0;\ (3;\ 0).$$

3)

x	0	1	2	3	4	5
y	-9	-4	-1	0	-1	-4

106. а) 1) Графиком функции $y=0,5x^2-2$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



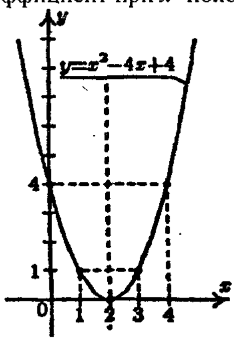
2) Найдем координаты вершины:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 0,5}=0\ ;\ y_в=-0,5\cdot 0^2-2=-2;\ (0;\ -2).$$

3)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	2,5	0	−1,5	−2	−1,5	0	2,5

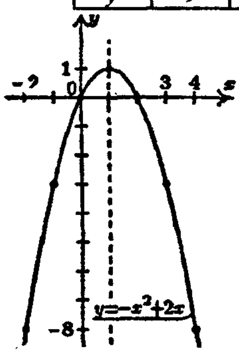
б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) $x_В=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4}{2\cdot 1}=2$ $y_В=2^2-4\cdot 2+4=0;\ (2;\ 0).$

3)

x	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1



в) 1) Графиком функции $y=-x^2+2x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

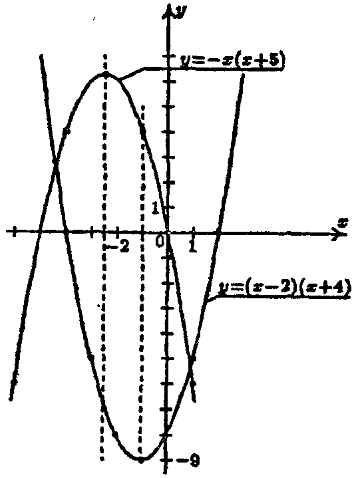
2) Найдем координаты вершины:

$$x_В=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot(-1)}=1\ ,\ y_В=-1^2+2\cdot 1=-1+2=1;\ (1;\ 1).$$

3)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−15	−8	−3	0	1	0	−3

107. а) 1) Графиком функции $y=(x-2)(x+4)=x^2+2x-8$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Найдем координаты вершины:

$$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot 1}=-1,$$

$y_B=(-1)^2+2\cdot(-1)-8=-9$; $(-1; -9)$.

3)

x	0	−2	−1	1	2	−4
y	−8	−8	−9	−5	0	0

б) 1) Графиком функции $y=-x(x+5)=$ $=-x^2-5x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{-5}{2\cdot(-1)}=-2{,}5,$$

$y_B=-(-2{,}5)^2-5\cdot(-2{,}5)=6{,}25$; $(-2{,}5; 6{,}25)$.

3)

x	−1	0	1
y	4	0	−6

Используя симметрию относительно прямой $x=-2{,}5$ найдем еще три точки.

108. На рисунке изображена парабола, у которой ветви направлены вверх значит, это не $y=-x^2-6$. Кроме того, нули изображенной функции расположены в точках $x=0$ и $x=6$ но $y=x^2+6x$ не обращаются в нуль при $x=6$, а $y=\frac{1}{2}x^2-3x$ – обращается в нуль и при $x=0$, и при $x=6$. Значит, искомая функция $-y=\frac{1}{2}x^2-3x$.

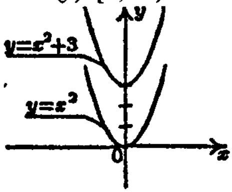
109. 1) $3a^2+5a-2=0$; $D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49$;

$$a_1=\frac{-5-7}{6}=-2,\ a_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3};$$

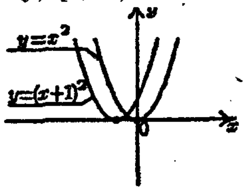
$$3a^2+5a-2=3(a-\frac{1}{3})(a+2)=(3a-1)(a+2);$$

2) $$\frac{(1-3a)^2}{3a^2+5a-2}=\frac{(3a-1)^2}{(3a-1)(a+2)}=\frac{3a-1}{a+2}.$$

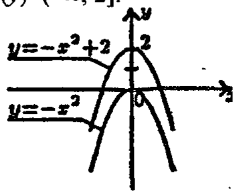
110. а) $y=x^2+3$; $E(y)=[3;+\infty)$.



б) $y=(x+1)^2$; $E(y)=[0;+\infty)$.



в) $y=-x^2+2$; $E(y)=(-\infty;\ 2]$.



111. а) $(x-1)^2+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+2$; $x^2-2x+1+x^2+2x+1=x^2+4x+4-2x+2$; $x^2+1+x^2+1-x^2-4x-4+2x-2=0$; $x^2-2x-4=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-4)=20$;

$x_1=\dfrac{2-2\sqrt{5}}{2}=1-\sqrt{5}$, $x_2=\dfrac{2+2\sqrt{5}}{2}=1+\sqrt{5}$.

б) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2$; $4x^2-9-1=5x+x^2-4x+4$;

$3x^2-x-14=0$; $D=(-1)^2-4\cdot3\cdot(-14)=169$; $x_1=\dfrac{1-\sqrt{169}}{6}=-2$,

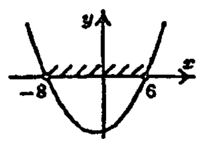
$x_2=\dfrac{1+\sqrt{169}}{6}=2\dfrac{1}{3}$.

112. Обозначим площадь участка x га, тогда $35x$ (т) — соберут в первый раз, $42x$ (т) — соберут во второй раз. Запишем уравнение: $35x+20=42x-50$; $7x=70$; $x=10$.

113. Пусть было x машин. Тогда $3{,}5x$ (т) — погрузили в первый раз $4{,}5x$ (т) — погрузили во второй раз. Запишем уравнение: $3{,}5x+4=4{,}5x-4$; $x=8$.

§ 4. Неравенства с одной переменной

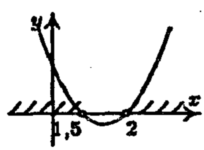
114. а) 1) График функции $y=x^2+2x-48$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $x^2+2x-48=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-48)=$ $=196$; $x_1=\dfrac{-2+\sqrt{196}}{2}=6$, $x_2=\dfrac{-2-\sqrt{195}}{2}=-8$.

3) $(-8;\ 6)$.

б) 1) График функции $y=2x^2-7x+6$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

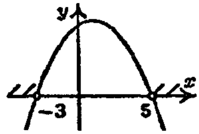


2) Найдем корни уравнения $2x^2-7x+6=0$;

$D=(-7)^2-4\cdot2\cdot6=1$; $x_1=\dfrac{7-1}{4}=1{,}5$, $x_2=\dfrac{7+1}{4}=2$.

3) $(-\infty;\ 1{,}5)\cup(2;\ \infty)$.

в) 1) График функции $y=-x^2+2x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

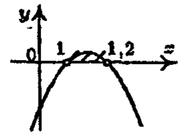


2) Решим уравнение $-x^2+2x+15=0$; $D=2^2-4\cdot(-1)\cdot 15=64$;

$x=\dfrac{2+8}{2}=5$ или $x=\dfrac{2-8}{2}=-3$.

3) $(-\infty; -3)\cup(5; \infty)$.

г) 1) График функции $y=-5x^2+11x-6$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



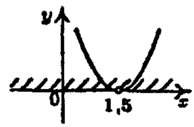
2) Решим уравнение $-5x^2+11x-6=0$; $5x^2-11x+6=0$;

$D=(-11)^2-4\cdot 5\cdot 6=1$; $x=\dfrac{11+1}{10}=1{,}2$

или $x=\dfrac{11-1}{10}=1$.

3) $(1; 1{,}2)$

д) 1) График функции $y=4x^2-12x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $4x^2-12x+9=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 4\cdot 9=0$;

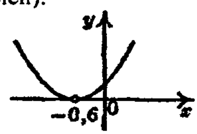
$x=\dfrac{12+0}{8}=1{,}5$

3) $(-\infty; 1{,}5)\cup(1{,}5; \infty)$.

е) 1) График функции $y=25x^2+30x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

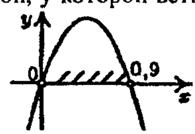
2) Решим уравнение $25x^2+30x+9=0$; $D=30^2-4\cdot 25\cdot 9=0$;

$x=\dfrac{-30+0}{50}=-0{,}6$



3) нет решений.

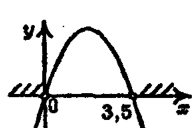
ж) 1) График функции $y=-10x^2+9x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-10x^2+9x=0$; $x(-10x+9)=0$; $x=0$ или $-10x+9=0$; $10x=9$; $x=0{,}9$.

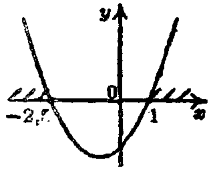
3) $(0; 0{,}9)$.

з) 1) График функции $y=-2x^2+7x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-2x^2+7x=0$; $x(-2x+7)=0$; $x=0$ или $-2x+7=0$; $2x=7$; $x=3{,}5$.

3) $(-\infty; 0)\cup(3{,}5; \infty)$.

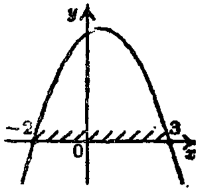


115. а) 1) График функции $y=2x^2+3x-5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2+3x-5=0$; $D=3^2-4\cdot2\cdot(-5)=49$.

$x=\frac{-3+7}{4}=1$ или $x=\frac{-3-7}{4}=-2.5$

3) $(-\infty; -2.5]\cup[1; +\infty)$.

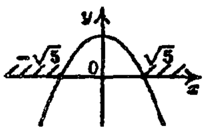


б) 1) График функции $y=-6x^2+6x+36$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-6x^2+6x+36=0$; $x^2-x-6=0$

$D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25$; $x=\frac{1+5}{2}=3$ или $x=\frac{1-5}{2}=-2$

3) $[-2; 3]$

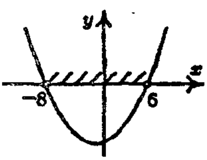


в) 1) График функции $y=-x^2+5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-x^2+5=0$; $x^2=5$; $x=\sqrt{5}$ или $x=-\sqrt{5}$

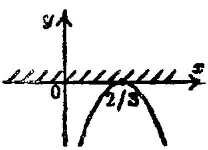
3) $(-\infty; -\sqrt{5}]\cup[\sqrt{5}; +\infty)$

116. а) 1) График функции $y=2x^2+13x-7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $2x^2+13x-7=0$; $D=13^2-4\cdot2\cdot(-7)=225$; $x=\frac{-13+15}{4}=0{,}5$ или $x=\frac{-13-15}{4}=-7$

3) $(-\infty; -7)\cup(0{,}5; \infty)$.

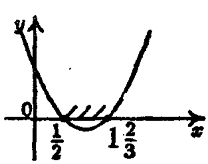


б) 1) График функции $y=-9x^2+12x-4$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т. к коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-9x^2+12x-4=0$; $9x^2-12x+4=0$;

$D=12^2-4\cdot9\cdot4=0$; $x=\frac{12+0}{18}=\frac{2}{3}$.

3) $(-\infty; \frac{2}{3})\cup(\frac{2}{3}; \infty)$.

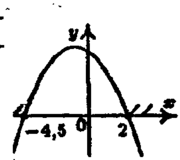


в) 1) График функции $y=6x^2-13x+5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $6x^2-13x+5=0$; $D=13^2-4\cdot6\cdot5=49$;

$x=\frac{13+7}{12}=1\frac{2}{3}$ или $x=\frac{13-7}{12}=\frac{1}{2}$. 3) $[\frac{1}{2}; 1\frac{2}{3}]$.

г) 1) Графиком функции $y=-2x^2-5x+18=0$; является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

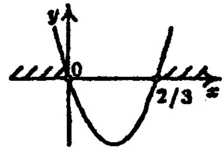


2) Решим уравнение $-2x^2-5x+18=0$; $2x^2+5x-18=0$;

$D=5^2-4\cdot 2\cdot(-18)=169$; $x=\dfrac{-5+13}{4}=2$ или $x=\dfrac{-5-13}{4}=-4{,}5$.

3) $(-\infty; -4{,}5]\cup[2; \infty)$.

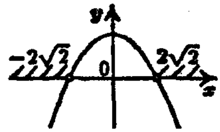
д) 1) График функции $y=3x^2-2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $3x^2-2x=0$; $x(3x-2)=0$; $x=0$ или $3x-2=0$; $3x=2$; $x=\dfrac{2}{3}$.

3) $(-\infty; 0)\cup(\dfrac{2}{3}; \infty)$.

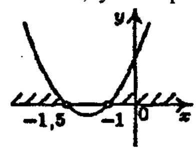
е) 1) График функции $y=-x^2+8$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $8-x^2=0$; $x^2=8$; $x=2\sqrt{2}$ или $x=-2\sqrt{2}$

3) $(-\infty; -2\sqrt{2})\cup(2\sqrt{2}; \infty)$.

117. а) 1) График функции $y=2x^2+5x+3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



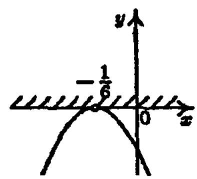
2) Решим уравнение

$2x^2+5x+3=0$; $D=5^2-4\cdot 2\cdot 3=1$;

$x=\dfrac{-5+1}{4}=-1$ или $x=\dfrac{-5-1}{4}=-1{,}5$

3) $(-\infty; -1{,}5)\cup(-1; +\infty)$.

б) 1) График функции $y=-x^2-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{36}$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

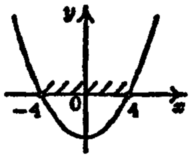


2) Решим уравнение

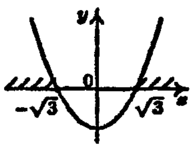
$-x^2-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{36}=0$; $x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{36}=0$:

$D=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2-4\cdot\dfrac{1}{36}=0$; $x=\dfrac{-\frac{1}{3}+0}{2}=-\dfrac{1}{6}$

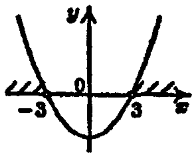
3) $\left(-\infty;-\dfrac{1}{6}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{6};+\infty\right)$



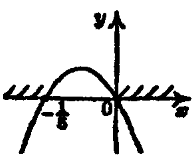
118. а) 1) График функции $y=x^2-16$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
2) Решим уравнение
$x^2-16=0$; $(x-4)(x+4)=0$; $x-4=0$; $x=4$ или $x+4=0$; $x=-4$.
3) $(-4; 4)$.



б) 1) График функции $y=x^2-3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
2) Решим уравнение
$x^2-3=0$; $x^2=3$; $x=\sqrt{3}$ или $x=-\sqrt{3}$.
3) $(-\infty; -\sqrt{3}\,]\cup[\,\sqrt{3}\,;+\infty)$.

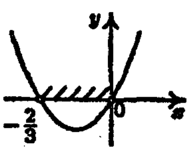


в) 1) График функции $y=0{,}2x^2-1{,}8$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
2) Решим уравнение
$0{,}2x^2-1{,}8=0$; $0{,}2x^2=1{,}8$; $x^2=9$; $x=3$ или $x=-3$.
3) $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.



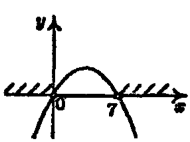
г) 1) график функции $y=-5x^2-x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
2) Решим уравнение
$-5x^2-x=0$;$-x(5x+1)=0$;
$x=0$ или $5x+1=0$, т.е. $5x=-1$, $x=-\frac{1}{5}$.

3) $(-\infty; -\frac{1}{5}\,]\cup[\,0; +\infty)$



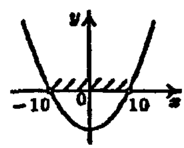
д) 1) График функции $y=3x^2+2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
2) Решим уравнение
$3x^2+2x=0$; $x(3x+2)=0$; $x=0$ или $3x+2=0$, т.е. $3x=-2$, $x=-\frac{2}{3}$

3) $\left(-\frac{2}{3};0\right)$



е) 1) График функции $y=7x-x^2$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
2) Решим уравнение
$7x-x^2=0$; $x(7-x)=0$;
$x=0$ или $7-x=0$, т.е $x=7$
3) $(-\infty; 0)\cup(7; +\infty)$.

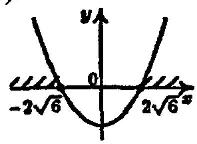
119. а) 1) График функции $y=0{,}01x^2-1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $0{,}01x^2-1=0$; $0{,}01x^2=1$; $x^2=100$; $x=10$ или $x=-10$.

3) $[-10; 10]$.

б) 1) График функции $y=\dfrac{1}{2}x^2-12$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

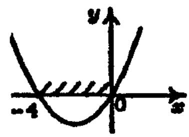


2) Решим уравнение $\dfrac{1}{2}x^2-12=0$; $\dfrac{1}{2}x^2=12$; $x^2=24$;

$x=2\sqrt{6}$ или $x=-2\sqrt{6}$.

3) $(-\infty; -2\sqrt{6})\cup(2\sqrt{6}; +\infty)$.

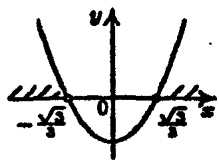
в) 1) График функции $y=x^2+4x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен)



2) Решим уравнение $x^2+4x=0$; $x(x+4)=0$; $x=0$ или $x+4=0$, т.е. $x=-4$.

3) $[-4; 0]$.

г) 1) График функции $y=\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{1}{9}$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

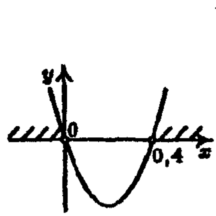


2) Решим уравнение $\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{1}{9}=0$; $\dfrac{1}{3}x^2=\dfrac{1}{9}$; $x^2=\dfrac{1}{3}$;

$x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ или $x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

3) $(-\infty; -\dfrac{\sqrt{3}}{3})\cup(\dfrac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$.

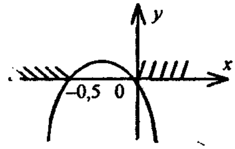
д) 1) График функции $y=5x^2-2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $5x^2-2x=0$; $x(5x-2)=0$; $x=0$ или $5x-2=0$ т.е. $5x=2$, $x=0{,}4$.

3) $(-\infty; 0)\cup(0{,}4; +\infty)$.

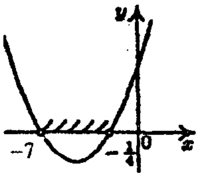
е) 1) График функции $y=-0{,}6x^2-0{,}3x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-0{,}6x^2-0{,}3x=0$; $-0{,}3x(2x+1)=0$; $x=0$ или $2x+1=0$ т.е. $2x=-1$, $x=-0{,}5$

3) $(-\infty; -0{,}5)\cup(0; +\infty)$.

120. а) $3x^2+40x+10<-x^2+11x+3$;



$3x^2+40x+10+x^2-11x-3<0$;

$4x^2+29x+7<0$.

1) График функции $y=4x^2+29x+7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

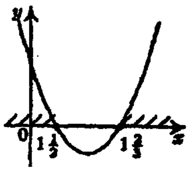
2) Решим уравнение

$4x^2+29x+7=0$; $D=29^2-4\cdot4\cdot7=729$;

$x=\dfrac{-29+27}{8}=-\dfrac{1}{4}$ или $x=\dfrac{-29-27}{8}=-7$.

3) $(-7;\ -\dfrac{1}{4})$.

б) $9x^2-x+9\geq3x^2+18x-6$;



$9x^2-x+9-3x^2-18x+6\geq0$; $6x^2-19x+15\geq0$.

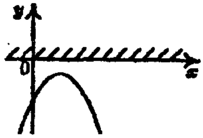
1) График функции $y=6x^2-19x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $6x^2-19x+15=0$; $D=19^2-360=1$;

$x=\dfrac{19+1}{12}=1\dfrac{2}{3}$ или $x=\dfrac{19-1}{12}=1\dfrac{1}{2}$.

3) $(-\infty;\ 1\dfrac{1}{2}]\cup[1\dfrac{2}{3};\ +\infty)$.

в) $2x^2+8x-111<(3x-5)(2x+6)$; $2x^2+8x-111<6x^2-10x+18x-30$;



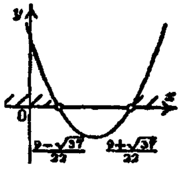
$2x^2+8x-111-6x^2+10x-18x+30<0$; $-4x^2-81<0$.

1) График функции $y=-4x^2-81$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-4x^2-81=0$;$-4x^2=81$;

$x^2=-\dfrac{81}{4}$ нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

3) $(-\infty;\ +\infty)$.



г) $(5x+1)(3x-1)>(4x-1)(x+2)$;

$15x^2+3x-5x-1>4x^2-x+8x-2$;

$15x^2-4x^2+3x-5x-8x+x-1+2>0$; $11x^2-9x+1>0$.

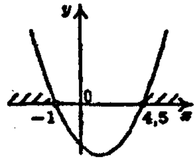
1) График функции $y=11x^2-9x+1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $11x^2-9x+1=0$; $D=9^2-44=37$;

$x=\dfrac{9+\sqrt{37}}{22}$ или $x=\dfrac{9-\sqrt{37}}{22}$.

3) $(-\infty;\ \dfrac{9-\sqrt{37}}{22})\cup(\dfrac{9+\sqrt{37}}{22};\ +\infty)$.

121. а) $2x(3x-1)>4x^2+5x+9$; $6x^2-2x>4x^2+5x+9$;
$6x^2-2x-4x^2-5x-9>0$; $2x^2-7x-9>0$.



1) График функции $y=2x^2-7x-9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-7x-9=0$; $D=7^2-4\cdot 2\cdot(-9)=121$; $x=\frac{7+11}{4}=4{,}5$ или

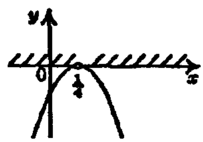
$x=\frac{7-11}{4}=-1$.

3) $(-\infty; -1)\cup(4{,}5; +\infty)$.

б) $(5x+7)(x-2)<21x^2-11x-13$; $5x^2+7x-10x-14-21x^2+11x+13<0$;
$-16x^2+8x-1<0$.

1) График функции $y=-16x^2+8x-1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

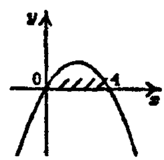
2) Решим уравнение $-16x^2+8x-1=0$; $16x^2-8x+1=0$;



$D=8^2-4\cdot 16\cdot 1=0$; $x=\frac{8+0}{32}=\frac{1}{4}$

3) $(-\infty; \frac{1}{4})\cup(\frac{1}{4}; +\infty)$.

122. а) $y=\sqrt{12x-3x^2}$ т.к. подкоренное выражение должно быть неотрицательно $\Rightarrow$ $12x-3x^2\geq 0$.



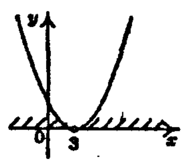
1) График функции $y=-3x^2+12x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-3x^2+12x=0$; $3x(-x+4)=0$; $x=0$ или $-x+4=0$ т.е. $x=4$.

3) $[0; 4]$.

б) $y=\frac{1}{\sqrt{2x^2-12x+18}}$ Т.к. подкоренное выражение

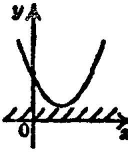
должно быть неотрицательно, значит, $2x^2-12x+18\geq 0$. Но $2x^2-12x+18\geq 0$ стоит в знаменателе $\Rightarrow$ $2x^2-12x+18\neq 0$ Значит, $2x^2-12x+18>0$



1) График функции $y=2x^2-12x+18$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-12x+18=0$; $x^2-6x+9=0$;
$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9=0$; $x=\frac{6+0}{2}=3$.

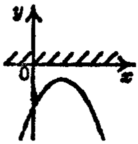
3) $(-\infty; 3)\cup(3; +\infty)$.



123. а) 1) График функции $y=7x^2-10x+7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $7x^2-10x+7=0$;
$D=(-10)^2-4\cdot7\cdot7=-96<0$.

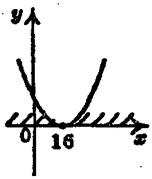
3) x — любое.



б) 1) График функции $f(y)=-6y^2+11y-10$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при y^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-6y^2+11y-10=0$; $6y^2-11y+10=0$;
$D=(-11)^2-4\cdot6\cdot10=-119<0$.

3) y — любое.

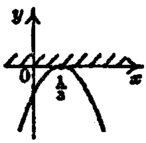


в) 1) График функции $y=\frac{1}{4}x^2-8x+64$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $\frac{1}{4}x^2-8x+64=0$; $D=64-4\cdot\frac{1}{4}\cdot64=0$;

$x=\frac{8+0}{\frac{1}{2}}=16$.

3) x — любое.

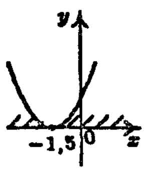


г) 1) График функции $f(y)=-9y^2+6y-1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при y^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-9y^2+6y-1=0$; $9y^2-6y+1=0$;

$D=36-4\cdot9\cdot1=0$; $y=\frac{6+0}{18}=\frac{1}{3}$.

3) x — любое.

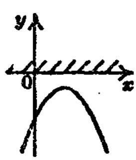


124. а) 1) График функции $y=4x^2+12x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение
$4x^2+12x+9=0$; $D=144-4\cdot4\cdot9=0$;

$x=\frac{-12+0}{8}=-1{,}5$.

3) x — любое

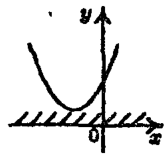


б) 1) График функции $y=-5x^2+8x-5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-5x^2+8x-5=0$; $5x^2-8x+5=0$;
$D=64-4\cdot5\cdot5=-36<0$.

3) x — любое

125. а) $x^2+7x+1>-x^2+10x-1$; $x^2+7x+1+x^2-10x+1>0$; $2x^2-3x+2>0$.

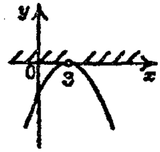


1) График функции $y=2x^2-3x+2$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-3x+2=0$; $D=(-3)^2-4\cdot2\cdot2=-7<0$.

3) x — любое.

б) $-2x^2+10x<18-2x$; $-2x^2+10x-18+2x<0$; $-2x^2+12x-18<0$.



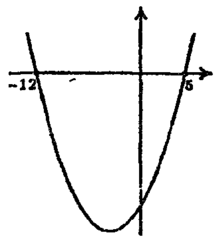
1) График функции $y=-2x^2+12x-18$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-2x^2+12x-18=0$; $x^2-6x+9=0$;

$D=(-6)^2-4\cdot1\cdot9=0$; $x=\dfrac{6+0}{2}=3$.

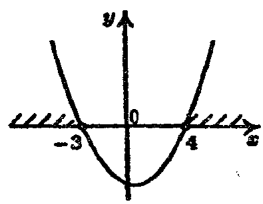
3) $x\neq3$.

126. Обозначим длину большей стороны прямоугольника x см, тогда длина меньшей стороны $(x-7)$ см, а площадь прямоугольника $x(x-7)$ см^2. Получим $x(x-7)<60$. Решим уравнение $x^2-7x-60=0$; $D=(-7)^2-4\cdot(-60)=289$; $x_1=\dfrac{7+17}{2}=12$; $x_2=\dfrac{7-17}{2}=-5$.



Из графика видно, что $x^2-7x-60<0$ при $x\in(-5;\ 12)$. Так как меньшая сторона должна быть больше 7 см, то окончательно получаем: $7<x<12$.

127. Обозначим ширину прямоугольника x см, тогда его длина $(x+5)$ см. $x(x+5)$ см^2 — площадь. По условию, $x(x+5)>36$; решим $x^2+5x-36>0$.



1) График функции $y=x^2+5x-36$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2+5x-36=0$; $D=25-4\cdot(-36)=169$; $x=\dfrac{-5+13}{2}=4$ или $x=\dfrac{-5-13}{2}=-9$.

3) $x>4$ см.

128. 1) $x=0\Rightarrow y=\dfrac{0,5\cdot0-2}{3}=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow(0;\ -\dfrac{2}{3})$ точка пересечения с Oy.

2) $y=0\Rightarrow\ \dfrac{0,5x-2}{3}=0$;

$0,5x-2=0$; $0,5x=2$;

$x=4\Rightarrow(4;\ 0)$ — точка пересечения с Ox

3) Функция возрастающая.

129. а) $\begin{cases}4x-21<0,\\ x+3{,}5>0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x<21,\\ x>-3{,}5;\end{cases}$ $\begin{cases}x<5{,}25,\\ x>-3{,}5;\end{cases}$ $-3{,}5<x<5{,}25$

б) $\begin{cases}5x-9\le 0,\\ 2x+7\le 0;\end{cases}$ $\begin{cases}5x\le 9,\\ 2x\le -7;\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 1{,}8,\\ x\le -3{,}5;\end{cases}$ $x\le -3{,}5$

в) $\begin{cases}5x-4\le 10,\\ 1-3x<-2;\end{cases}$ $\begin{cases}5x\le 14,\\ -3x<-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x\le 2{,}8,\\ x<1;\end{cases}$ $1<x\le 2{,}8$

г) $\begin{cases}3x-6>5,\\ 1-4x>8;\end{cases}$ $\begin{cases}3x>11,\\ -4x>7;\end{cases}$ $\begin{cases}x>\dfrac{11}{3},\\ x<-\dfrac{7}{4};\end{cases}$ нет решений.

130. а) $y^4-y^3+0{,}25y^2=y^2(y^2-y+0.25)=y^2\left(y^2-2\cdot y\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)=y^2\left(y-\frac{1}{2}\right)^2$

б) $x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{16}x=x\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}\right)=x\left(x^2-2\cdot\frac{1}{4}\cdot x+\left(\frac{1}{4}\right)^2\right)=x\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

в) $x^2y^2+2x^2-8y^2-16=x^2(y^2+2)-8(y^2+2)=(y^2+2)(x^2-8)=(y^2+2)(x+2\sqrt{2})(x-2\sqrt{2})$

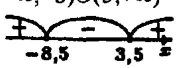
г) $6a^2b^2+3b^3-8a^2-4b=3b^2(2a^2+b)-4(2a^2+b)=(2a^2+b)(3b^2-4)=$
$=(2a^2+b)(b\sqrt{3}+2)(b\sqrt{3}-2)$.

131. а) 

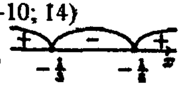
$(-\infty;-8)\cup(5;+\infty)$

б) 

$(-10;\ 14)$

в) 

$(-\infty;\ -8{,}5]\cup[3{,}5;\ +\infty)$

г) 

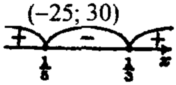
$\left[-\frac{1}{3};-\frac{1}{8}\right]$

132. а) 

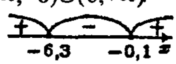
$(-25;\ 30)$

б) 

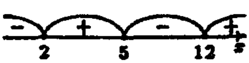
$(-\infty;-6)\cup(6;+\infty)$

в) 

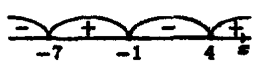
$\left[\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]$

г) 

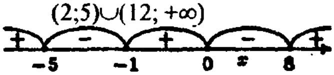
$(-\infty;\ -6{,}3;]\cup[-0{,}1;\ +\infty)$

133. а) 

$(2;5)\cup(12;\ +\infty)$

б) 

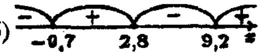
$(-\infty;\ -7)\cup(-1;\ 4)$

в) 

$(-\infty;-5)\cup(-1;\ 0)\cup(8;+\infty)$

134. а) 

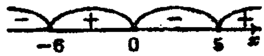
$(-48; 37)\cup(42; \infty)$

б) 

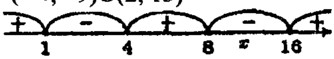
$(-\infty; -0{,}7)\cup(2{,}8; 9{,}2)$

135. а) 

$(-\infty; -9)\cup(2; 15)$

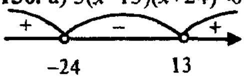
б) 

$(-6; 0)\cup(5; +\infty)$

в) 

$(1; 4)\cup(8; 16)$

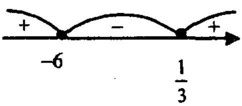
136. а) $5(x-13)(x+24)<0$; $(x-13)(x+24)<0$; $(-24; 13)$.



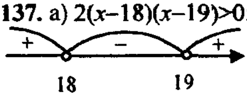
б) $-(x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3})\geq 0$; $(x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3})\leq 0$; $\left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}\right]$

в) $(x+12)(3-x)>0$; $-(x+12)(x-3)>0$; $(x+12)(x-3)<0$; $(-12; 3)$

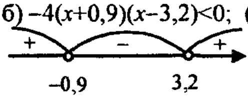
г) $(6+x)(3x-1)\leq 0$; $3(x+6)(x-\frac{1}{3})\leq 0$; $(x+6)(x-\frac{1}{3})\leq 0$; $\left[-6; \frac{1}{3}\right]$



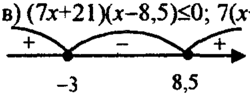
137. а) $2(x-18)(x-19)>0$; $(x-18)(x-19)>0$; $(-\infty; 18)\cup(19; \infty)$



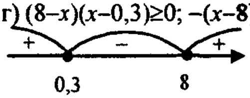
б) $-4(x+0{,}9)(x-3{,}2)<0$; $(x+0{,}9)(x-3{,}2)>0$; $(-\infty; -0{,}9)\cup(3{,}2; \infty)$



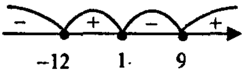
в) $(7x+21)(x-8{,}5)\leq 0$; $7(x+3)(x-8{,}5)\leq 0$; $(x+3)(x-8{,}5)\leq 0$; $[-3; 8{,}5]$



г) $(8-x)(x-0{,}3)\geq 0$; $-(x-8)(x-0{,}3)\geq 0$; $(x-8)(x-0{,}3)\leq 0$; $[0{,}3; 8]$

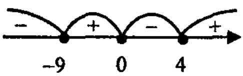


138. а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow$ $(5-x)(x+8)\geq 0$; $-(x-5)(x+8)\geq 0$; $(x-5)(x+8)\leq 0$; $[-8; 5]$



б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow$ $(x+12)(x-1)(x-9)\geq 0$; $[-12; 1]\cup[9; +\infty)$.

139. а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow$ $(2x+5)(x-17)\geq 0$; $2(x+2,5)(x-17)\geq 0$; $(x+2,5)(x-17)\geq 0$; $(-\infty; -2,5]\cup[17; +\infty)$



б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow$ $x(x+9)(2x-8)\geq 0$; $2x(x+9)(x-4)\geq 0$; $x(x+9)(x-4)\geq 0$; $[-9; 0]\cup[4; +\infty)$.

140. а) $\dfrac{x-5}{x+6}<0 \Rightarrow (x-5)(x+6)<0$; $(-6; 5)$

б) $\dfrac{1,4-x}{x+3,8}<0 \Rightarrow (1,4-x)(x+3,8)<0$; $-(x-1,4)(x+3,8)<0$;

$(x-1,4)(x+3,7)>0$; $(-\infty; -3,8)\cup(1,4; +\infty)$

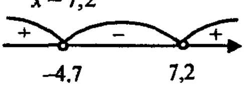
в) $\dfrac{2x}{x-1,6}>0 \Rightarrow 2x(x-1,6)>0$; $x(x-1,6)>0$; $(-\infty; 0)\cup(1,6; +\infty)$

г) $\dfrac{5x-1,5}{x-4}>0 \Rightarrow (5x-1,5)(x-4)>0$; $5(x-0,3)(x-4)>0$; $(x-0,3)(x-4)>0$;

$(-\infty; 0,3)\cup(4; +\infty)$

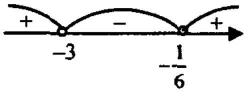
141. а) $\dfrac{x-21}{x+7}<0 \Rightarrow (x-21)(x+7)<0$; $(-7; 21)$

б) $\dfrac{x+4,7}{x-7,2}>0 \Rightarrow (x+4,7)(x-7,2)>0$; $(-\infty; -4,7)\cup(7,2; +\infty)$



в) $\frac{6x+1}{3+x}>0 \Rightarrow (6x+1)(3+x)>0;$

$6(x+\frac{1}{6})(x+3)>0;\ (x+\frac{1}{6})(x+3)>0;$



$(-\infty;-3)\cup(-\frac{1}{6};+\infty)$

г) $\frac{5x}{4x-12}<0 \Rightarrow 5x(4x-12)<0;$

$x(4x-12)<0;\ 4x(x-3)<0;$

$x(x-3)<0;\ (0;\ 3)$

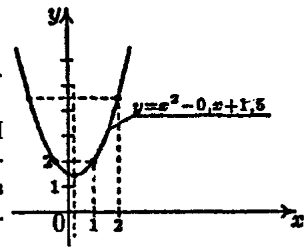
142. 1) График функции $y=x^2-0{,}5x+1{,}5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Вычислим координаты вершины:

$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-0{,}5}{2}=0{,}25;\ y_в=\left(\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{2}=\frac{23}{16}=1\frac{7}{16};$

3)

x	1	2	0
y	2	4,5	1,5



Т.к. парабола симметрична относительно прямой $x=0{,}25$, найдем еще три точки графика.

а) При $x=0$ $y=1{,}5$. б) График расположен в I и II четвертях. в) График симметричен относительно оси $x=0{,}25$. г) Функция убывает в $(-\infty;\ 0{,}25]$ возрастает в $[0{,}25;\ \infty)$. д) Наименьшего значения $1\frac{7}{16}$ функция достигает при $x=0{,}25$. $E(y)=[1\frac{7}{16};\ \infty)$.

143. а) График функции $y=3x^2+4$ можно получить из параболы $y=3x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы, значит, расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y=-5x^2-1$ можно получить из параболы $y=-5x^2$ сдвигом вниз на 1 единицу, значит, расположен в III и IV четвертях.

в) График функции $y=2x^2-4$ можно получить из параболы $y=2x^2$ сдвигом вниз на 4 единицы, значит, расположен во всех четвертях.

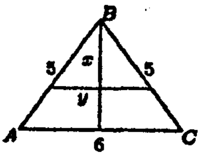
144. а) $y=\frac{1}{6x}+\frac{1}{6+x} \Rightarrow x\neq 0;$ и $6+x\neq 0;\ x\neq -6;$

$D(y)=(-\infty;-6)\cup(-6;\ 0)\cup(0;+\infty).$

б) $y=\sqrt{x}-\sqrt{x-4};\ \begin{cases} x\geq 0, \\ x-4\geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq 0, \\ x\geq 4; \end{cases}$; $D(y)=[4;\ +\infty).$

в) $y=\frac{1}{1+\frac{1}{x}};\ x\neq 0;\ \frac{1}{x}\neq -1 \Rightarrow x\neq -1;\ D(y)=(-\infty;-1)\cup(-1;\ 0)\cup(0;\ \infty).$

145. $y=10x$: $D(f)=[0;\ 7]$; $f(0)=0$, $f(7)=70$; $E(f)=[0;\ 70]$.



146. Вычислим высоту треугольника ABC. $h=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$ (по теореме Пифагора). Так как $\frac{x}{y}=\frac{h}{AC}=\frac{4}{6}$, то: $y=\frac{6}{4}x=1{,}5x$ Итак. $y=f(x)=1{,}5x$, $D(f)=[0;\ 4]$; $E(f)=[0;\ 6]$.

147. $f(-10)=\frac{-10-2}{-10+2}=\frac{-12}{-8}=\frac{3}{2}$;

$f(-8)=\frac{-8-2}{-8+2}=\frac{-10}{-6}=1\frac{2}{3}$; $f(-5)=\frac{-5-2}{-5+2}=\frac{-7}{-3}=2\frac{1}{3}$.

$f(10)=\frac{10-2}{10+2}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$; $f(6)=\frac{6-2}{6+2}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

148. а) $f(x)=5x-2$, $f(x)=10 \Rightarrow 5x-2=10$; $5x=12$; $x=\frac{12}{5}$.

б) $f(x)=x^2$; $f(x)=10 \Rightarrow x^2=10$:

$x=\sqrt{10}$ или $x=-\sqrt{10}$

в) $f(x)=x^2+1$; $f(x)=10 \Rightarrow x^2+1=10$; $x^2=9$; $x=3$ или $x=-3$.

149. 1) Найдем точку пересечения с Oy:

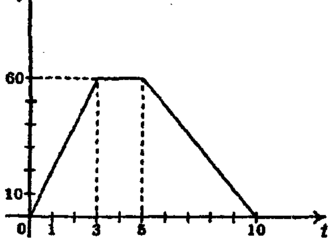
$x=0 \Rightarrow y=\frac{1}{0^2+1}=\frac{1}{1}=1 \Rightarrow (0;\ 1)$

2) Найдем точку пересечения с Ox:

$y=0 \Rightarrow \frac{1}{x^2+1}=0$ — нет решений $\Rightarrow$ нет точек пересечения с Ox.

3) График функции расположен в I и II координатных четвертях.

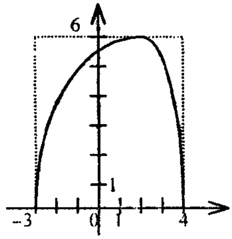
150. Скорость катера на пути от A до B (вниз по течению) равна 16+4=20 (км/ч), на обратном пути (вверх по течению) его скорость составляет 16–4=12 (км/ч). Расстояние от A до B катер пройдет за 60:20=3 (ч). расстояние от B до A – за 60:12=5 (ч). Получим:



$$l(t)=\begin{cases}20t, & t\in[0;\ 3),\\ 60, & t\in[3;\ 5),\\ 120-12t, & t\in[5;\ 10].\end{cases}$$

На отрезке [0;3] $l(t)$ растет (катер удаляется от A), на [3; 5] $l(t)$ не изменяется (катер на стоянке), на [5; 10] $l(t)$ убывает (катер возвращается в A).

151.



152. а) При $y=0$: $\frac{2x+11}{10}=0$; $2x+11=0$; $2x=-11$; $x=-\frac{11}{2}$

б) При $y=0 \Rightarrow \frac{6}{8-0{,}5x}=0$; нулей функции нет.

в) При $y=0 \Rightarrow \frac{3x^2-12}{4}=0$; $3x^2-12=0$; $3x^2=12$; $x^2=4$; $x_1=-2$, $x_2=2$.

153. а) $y=-0{,}01x$; $k=-0{,}01$; функция убывающая, т.к. $k<0$.

б) $y=\frac{1}{7}x+3$; $k=\frac{1}{7}$; функция возрастающая, т.к. $k>0$.

в) $y=16x$; $k=16$; функция возрастающая, т.к. $k>0$.

г) $y=13-x$; $k=-1$; функция убывающая, т.к. $k<0$.

154. Функция $y=x^2$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $x^2\geq 0$ для всех $x\in(-\infty;\infty) \Rightarrow y=x^2$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=x^2+5$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $x^2+5>0$ для всех $x\in(-\infty;\infty) \Rightarrow y=x^2+5$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=2x+5$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $2x+5>0$ при $x>-\frac{5}{2}$ и $2x+5<0$ при $x<-\frac{5}{2} \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=x^3$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $y\geq 0$ при $x\geq 0$ и $y<0$ при $x<0 \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=-x^2$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $y\leq 0$ для всех $x\in(-\infty;\infty) \Rightarrow$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=-x^2-4$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $y<0$ для всех $x\in(-\infty;\infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

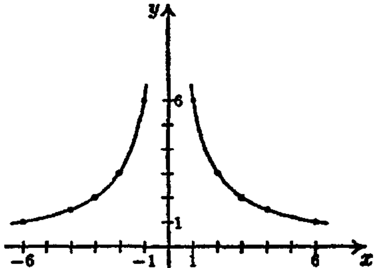
Функция $y=\sqrt{x}$: $D(y)=[0;+\infty)$; $y\geq 0$ для всех $x\geq 0 \Rightarrow$ функция не сохраняет знак.

Функция $y=\sqrt{x}+1$: $D(y)=[0;+\infty)$; $y>0$ для всех $x\geq 0 \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y=x^4+x^2+6$: $D(y)=(-\infty;+\infty)$; $y>0$ для всех $x\in(-\infty;\infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

155. Изображенная на рисунке функция имеет область определения $D=(-\infty;\ 1]$. Из данных функций только $y=\sqrt{1-x}$ определена на этой области ($D(\sqrt{x-1})=[1;\ +\infty)$; $D(\sqrt{x+1})=[-1;\ +\infty)$).

156. Функция $y=|x-2|$ принимает нулевое значение в единственной точке $x=2$. Следовательно, ей соответствует график, изображенный на рисунке 41,б.



157. 1) Функция не определена только в точке $x=0$: при $x>0$ имеем $y=\frac{6}{x}$, при $x<0$ имеем $y=-\frac{6}{x}$. Функция симметрична относительно оси Oy.

2) Составим таблицу значений функции:

x	−6	−5	−3	−2	−1	1	2	3	5	6
y	1	$\frac{6}{5}$	2	3	6	6	3	2	$\frac{6}{5}$	1

3) Построим график.

4) Функция возрастает на интервале $(-\infty;\ 0)$, убывает на интервале $(0;\ +\infty)$, множество ее значении — $(0;\ +\infty)$.

158. Подставим значение $x=10-2\sqrt{5}$ в трехчлен $x^2-20x+80$. Получим $(10-2\sqrt{5})^2-20(10-2\sqrt{5})+80=100-40\sqrt{5}+20-200+40\sqrt{5}+80=0$. Следовательно, $10-2\sqrt{5}$ является корнем указанного трехчлена.

159. а) $\frac{1}{6}x^2+\frac{2}{3}x-2=0$; $x^2+4x-12=0$; $D=4^2-4\cdot1\cdot(-12)=64$;

$x_1=\frac{-4+8}{2}=2$, $x_2=\frac{-4-8}{2}=-6$.

б) $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}=0$; $6x^2-4x-3=0$; $D=(-4)^2-4\cdot6\cdot(-3)=88$;

$x_1=\frac{2+\sqrt{22}}{6}$, $x_2=\frac{2-\sqrt{22}}{6}$

в) $-x^2+4x-2\frac{3}{4}=0$; $4x^2-16x+11=0$; $D=(-16)^2-4\cdot4\cdot11=80$;

$x_1=\frac{4+\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\frac{4-\sqrt{5}}{2}$.

г) $0.4x^2-x+0.2=0$; $2x^2-5x+1=0$; $D=(-5)^2-4\cdot2\cdot1=17$; $x_1=\frac{5+\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\frac{5-\sqrt{17}}{4}$.

160. а) Например, $(x-2)(x+7)=x^2+7x-2x-14=x^2+5x-14$.

б) Например, $(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2})=x^2-(3-\sqrt{2})x-(3+\sqrt{2})x+$ $+(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=x^2-3x+\sqrt{2}x-3x-\sqrt{2}x+9-2=x^2-6x+7$.

161. Так как $x=0$ — корень трехчлена $2px^2-2x-2p-3$, то $-2p-3=0 \Rightarrow$ $p=-\frac{3}{2}$. При $p=-\frac{3}{2}$ имеем: $2(-\frac{3}{2})x^2-2x-2(-\frac{3}{2})-3=-3x^2-2x=-x(3x+2)$, поэтому второй корень трехчлена равен $x=-\frac{2}{3}$.

162. а) $2x^2-10x+3=0$; $D=(-10)^2-4\cdot2\cdot3=76>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-10}{2}=5$. $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$.

б) $\frac{1}{3}x^2+7x-2=0$; $x^2+21x-6=0$; $D=21^2-4\cdot1\cdot(-6)=465>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-21$, $x_1x_2=-6$.

в) $0{,}5x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4\cdot0{,}5\cdot1=34>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=-12$, $x_1x_2=2$.

г) $-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}=0$: $D=\left(\frac{1}{3}\right)^2-4\cdot(-\frac{1}{2})\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{9}>0$; по теореме Виета, $x_1+x_2=\frac{2}{3}$, $x_1x_2=-1$.

163. Выделим квадрат двучлена: а) $2x^2-3x+7=2(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2})=$ $=2(x^2-2\cdot x\cdot\frac{3}{4}+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+\frac{7}{2})=2((x-\frac{3}{4})^2-\frac{47}{16})=2(x-\frac{3}{4})^2-5\frac{7}{8}$.

б) $-3x^2+4x-1=-3(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3})=-3(x^2-2\cdot x\cdot\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}+\frac{1}{3})=$ $=-3((x-\frac{2}{3})^2-\frac{1}{9})=-3(x-\frac{2}{3})^2+\frac{1}{3}$.

в) $5x^2-3x=5(x^2-\frac{3}{5}x)=5(x^2-2x\cdot\frac{3}{10}+\frac{9}{100}-\frac{9}{100})=5((x-\frac{3}{10})^2-\frac{9}{100})=$ $=5(x-\frac{3}{10})^2-\frac{9}{20}$.

г) $-4x^2+8x=-4(x^2-2x)=-4(x^2-2\cdot x\cdot1+1-1)=-4((x-1)^2-1)=-4(x-1)^2+4$.

164. а) Выделим квадрат двучлена:
$-x^2+20x-103=-(x^2-20x+103)=-(x^2-2\cdot x\cdot10+100-100+103)=-((x-10)^2+3)<0$.
б) Выделим квадрат двучлена:
$x^2-16x+65=x^2-2\cdot x\cdot8+64-64+65=(x-8)^2+1>0$.

165. а) Выделим квадрат двучлена: $3x^2-4x+5=3(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3})=$

$=3(x^2-2x\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}+\frac{5}{3})=3((x-\frac{2}{3})^2+\frac{11}{9})=3(x-\frac{2}{3})^2+\frac{11}{3}$ $\Rightarrow$ наибольшего значения нет; наименьшее $3\frac{2}{3}$ при $x=\frac{2}{3}$.

б) Выделим квадрат двучлена: $-3x^2+12x=-(x^2-4x)=-3(x^2-2\cdot x\cdot 2+4-4)=$ $=-3((x-2)^2-4)=-3(x-2)^2+12$ $\Rightarrow$ наименьшего значения нет; наибольшее 12. При $x=2$

166. Так как по условию, $a+b=40$ то $a=40-b$, тогда их произведение равно $ab=b(40-b)=-b^2+40b=-(b^2-40b+400-400)=-(b-20)^2+400$. Наибольшее значение этого выражения достигается при $b=20$; тогда и $a=40-b=40-20=20$.

167. а) $0{,}8x^2-19{,}8x-5=0$. Найдем корни: $D=392{,}04-4\cdot 0{,}8\cdot(-5)=408{,}04$; $x=25$ или $x=-\frac{1}{4}$; $0{,}8x^2-19{,}8x-5=\frac{4}{5}(x+\frac{1}{4})(x-25)=(4x+1)(\frac{1}{5}x-5)$.

б) $3{,}5-3\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x^2=0$. Найдем корни: $D=\frac{100}{9}-4\cdot 3{,}5\cdot\frac{2}{3}=\frac{16}{9}$;

$x=\frac{3\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}\cdot 2}=\frac{7}{2}$ или $x=\frac{3\frac{1}{3}-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}\cdot 2}=\frac{3}{2}$; $3{,}5-3\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x^2=\frac{2}{3}(x-\frac{3}{2})(x-\frac{7}{2})$.

в) $x^2+x\sqrt{2}-2=0$. Найдем корни: $D=2-4\cdot 1\cdot(-2)=10$; $x=\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$ или $x=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{10}}{2}$ $x^2+x\sqrt{2}-2=(x-\frac{-\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2})(x-\frac{-\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2})$.

г) $x^2-x\sqrt{6}+1=0$. Найдем корни: $D=6-4\cdot 1\cdot 1=2$;

$x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ или $x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ $x^2-x\sqrt{6}+1=(x-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2})(x-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2})$

168. а) 1) $m^2+6m+8=0$; $D=6^2-4\cdot 1\cdot 8=4$; $m_1=\frac{-6+2}{2}=-2$, $m_2=\frac{-6-2}{2}=-4$; $m^2+6m+8=(m+2)(m+4)$.

2) $\frac{2m^2-8}{m^2+6m+8}=\frac{2(m^2-4)}{(m+2)(m+4)}=\frac{2(m-2)(m+2)}{(m+2)(m+4)}=\frac{2(m-2)}{m+4}$.

б) 1) $2m^2-5m+2=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 2=9$; $m_1=\frac{5+3}{4}=2$, $m_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$;

$2m^2-5m+2=2(m-2)(m-\frac{1}{2})=(m-2)(2m-1)$;

2) $\frac{2m^2-5m+2}{mn-2n-3m+6}=\frac{(m-2)(2m-1)}{n(m-2)-3(m-2)}=\frac{(m-2)(2m-1)}{(m-2)(n-3)}=\frac{2m-1}{n-3}$

169. а) 1) $4x^2-3x-1=0$; $D=(-3)^2-4\cdot4\cdot(-1)=25$; $x_1=\frac{3+5}{8}=1$,

$x_2=\frac{3-5}{8}=-\frac{1}{4}$; $4x^2-3x-1=4(x-1)(x+\frac{1}{4})=(x-1)(4x+1)$;

2) $\frac{x+4}{x-1}-\frac{37x-12}{4x^2-3x-1}=\frac{x+4}{x-1}-\frac{37x-12}{(x-1)(4x+1)}=$

$=\frac{(x+4)(4x+1)-(37x-12)}{(x-1)(4x+1)}=\frac{4x^2+16x+x+4-37x+12}{(x-1)(4x+1)}=$

$=\frac{4(x^2-5x+4)}{(x-1)(4x+1)}$

3) $4x^2-20x+16=0$: $x^2-5x+4=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot4=9$; $x_1=\frac{5+3}{2}=4$,

$x_2=\frac{5-3}{2}=1$: $4x^2-20x+16=4(x-4)(x-1)$;

4) $\frac{4(x^2-5x+4)}{(x-1)(4x+1)}=\frac{4(x-4)(x-1)}{(x-1)(4x+1)}=\frac{4(x-4)}{4x+1}$.

б) 1) $x^2+3x+2=0$: $D=3^2-4\cdot1\cdot2=1$; $x_1=\frac{-3+1}{2}=-1$,

$x_2=\frac{-3-1}{2}=-2$; $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$;

2) $\frac{x-1}{x+2}-\frac{1-x}{x^2+3x+2}=\frac{x-1}{x+2}-\frac{1-x}{(x+1)(x+2)}=(x-1)\left(\frac{1}{(x+2)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}\right)=$

$=(x-1)\frac{x+1+1}{(x+1)(x+2)}=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)}=\frac{x-1}{x+1}$

170. а) 1) $x^2-x-20=0$; $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-20)=81$; $x_1=\frac{1+9}{2}=5$,

$x_2=\frac{1-9}{2}=-4$: $x^2-x-20=(x-5)(x+4)$;

2) $\frac{7x-x^2}{x+4}\cdot\frac{x^2-x-20}{7-x}=\frac{x(7-x)(x-5)(x+4)}{(x+4)(7-x)}=x(x-5)=x^2-5x$.

б) 1) $x^2+11x+30=0$; $D=11^2-4\cdot1\cdot30=1$; $x_1=\frac{-11+1}{2}=-5$, $x_2=\frac{-11-1}{2}=-6$;

$x^2+11x+30=(x+5)(x+6)$;

2) $\frac{x^2+11x+30}{3x-15}:\frac{x+5}{x-5}=\frac{(x+5)(x+6)(x-5)}{3(x-5)(x+5)}=\frac{x+6}{3}$.

в) 1) $x^2-3x-4=0$; $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(-4)=25$; $x_1=\frac{3+5}{2}=4$, $x_2=\frac{3-5}{2}=-1$,

$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$;

2) $\frac{2x^2-7}{x^2-3x-4}-\frac{x+1}{x-4}=\frac{2x^2-7}{(x+1)(x-4)}-\frac{x+1}{x-4}=\frac{2x^2-7-(x+1)(x+1)}{(x-4)(x+1)}=$

$=\frac{2x^2-7-(x^2+2x+1)}{(x-4)(x+1)}=\frac{2x^2-7-x^2-2x-1}{(x-4)(x+1)}=\frac{x^2-2x-8}{(x-4)(x+1)}$

3) $x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$; $x_1=\frac{2+6}{2}=4$, $x_2=\frac{2-6}{2}=-2$;

$x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$;

4) $\frac{x^2-2x-8}{(x-4)(x+1)}=\frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+1)}=\frac{x+2}{x+1}$.

г) 1) $3x^2-5x+2=0$; $D=(-5)^2-4\cdot3\cdot2=1$; $x_1=\frac{5+1}{6}=1$, $x_2=\frac{5-1}{6}=\frac{2}{3}$;

$3x^2-5x+2=3(x-1)(x-\frac{2}{3})=(x-1))(3x-2)$;

2) $\frac{2+x-x^2}{2-5x+3x^2}+\frac{10x}{3x-2}=\frac{2+x-x^2}{(x-1)(3x-2)}+\frac{10x}{3x-2}=\frac{2+x-x^2+10x(x-1)}{(x-1)(3x-2)}=$

$=\frac{2+x-x^2+10x(x-1)}{(x-1)(3x-2)}=\frac{2+x-x^2+10x^2-10x}{(x-1)(3x-2)}=\frac{9x^2-9x+2}{(x-1)(3x-2)}$;

3) $9x^2-9x+2=0$; $D=(-9)^2-4\cdot9\cdot2=9$; $x_1=\frac{9+3}{18}=\frac{2}{3}$,

$x_2=\frac{9-3}{18}=\frac{1}{3}$; $9x^2-9x+2=9(x-\frac{2}{3})(x-\frac{1}{3})=(3x-2)(3x-1)$;

4) $\frac{9x^2-9x+2}{(x-1)(3x-2)}=\frac{(3x-2)(3x-1)}{(x-1)(3x-2)}=\frac{3x-1}{x-1}$

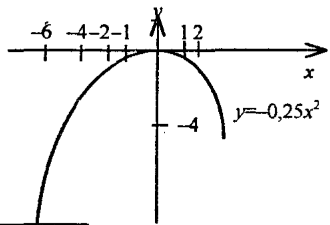
171. а) $x=5$; $y=-7 \Rightarrow a\cdot5^2=-7$; $25a=-7$; $a=-\frac{7}{25}$.

б) $x=-\sqrt{3}$; $y=9 \Rightarrow a\cdot(-\sqrt{3})^2=9$; $3a=9$; $a=3$.

в) $x=-\frac{1}{2}$; $y=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow a\cdot(-\frac{1}{2})^2=-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}a=-\frac{1}{2}$; $a=-\frac{1\cdot 4}{2\cdot 1}=-2$

г) $x=100$; $y=10 \Rightarrow a\cdot 100^2=10$; $10000a=10$; $a=\frac{10}{10000}=\frac{1}{1000}=0{,}001$.

172. 1) График функции $y=-0{,}25x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



2) Найдем координаты вершины:

$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot(-0{,}25)}=0$; $y_в=0$; (0; 0).

3)

x	2	–2	3	–3	1	–1	–6
y	–1	–1	–2,25	–2,25	–0,25	–0,25	–9

4) Наибольшее значение равно 0, наименьшее значение равно $y(-6)=-9$.

173. а) При $a>0$ имеем:
$y=ax^2\geq 0 \Rightarrow E(y)=[0;+\infty)$;
б) при $a<0$ имеем:
$y=ax^2\leq 0 \Rightarrow E(y)=(-\infty;\ 0]$.

174. $y=ax^2$; $y=ax$.

Найдем точки пересечения: $ax^2=ax$; $ax^2-ax=0$; $ax(x-1)=0$; $x=0$ или $x-1=0$; $x=1$. При $x=0$ получим точку пересечения (0; 0), при $x=1$ получим (1; a).

175. Перенеся параболу $y=7x^2$ вверх на 5 единиц, получим новую параболу — график функции $y=7x^2+5$.

Перенеся ее влево на 8 единиц, получим параболу — график функции $y=7(x+8)^2+5$.

Итак, $y=7(x+8)^2+5$.

176. а) График функции $y=-x^3$ получается из графика функции $y=x^3$ вертикальным отражением относительно оси Ox.

График функции $y=(x-3)^3$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге на 3 единицы вправо.

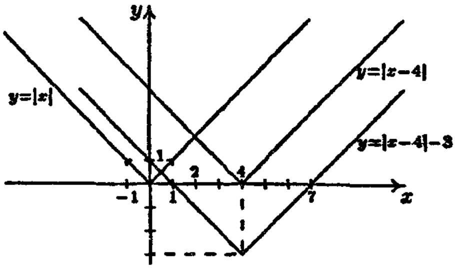
График функции $y=x^3+4$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге вверх на 4 единицы.

б) График функции $y=-\sqrt{x}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при отражении относительно оси Ox.

График функции $y=\sqrt{x+5}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 5 единиц влево.

График функции $y=\sqrt{x}-1$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 1 единицу вниз.

177. 1) Строим график функции $y=|x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$



2) График функции $y=|x-4|$ получается из построенного графика при сдвиге на 4 единицы вправо.

3) График функции $y=|x-4|-3$ получается из графика функции $y=|x-4|$ при сдвиге на 3 единицы вниз.

178. График функции $y=x^2-6x+c$ есть парабола, у которой ветви направлены вверх.

Координаты вершины: $x_в=-\frac{b}{2a}=\frac{6}{2}=3$; $y_в=9-18+c=c-9$.

График функции располагается выше данной горизонтальной прямой, если выше нее будет расположена вершина параболы.

а) График располагается выше прямой $y=4$ при $c-9>4$, т.е. при $c>13$.

б) График располагается выше прямой $y=-1$ при $c-9>-1$ т.е. при $c>8$.

179*. Вычислим координаты вершины параболы: $x_в=-\frac{b}{2}$, $y_в=\frac{b^2}{4}-\frac{b^2}{2}+c=$

$=c-\frac{b^2}{4}$. Чтобы вершина оказалась в точке (6; −12), положим:

$-\frac{b}{2}=6$, $b=-12$; $c-\frac{b^2}{4}=-12$, $c=\frac{b^2}{4}-12$, так как $b=-12$,

$c=\frac{144}{4}-12=36-12=24$.

180. Прямая является осью симметрии параболы, когда на этой прямой лежит вершина параболы.

$x_в=\frac{16}{2a}=\frac{8}{a}$; должно быть $\frac{8}{a}=4$, т.е. $a=2$.

181. $y=ax^2+c$; $y=0 \Rightarrow ax^2+c=0$; $ax^2=-c$; $x^2=-\frac{c}{a}$ $\Rightarrow$ уравнение имеет решения при

1) $a>0$, $c\le 0$ 2) $a<0$, $c\ge 0$ 3) $a=0$, $c=0$.

182*. Так как график проходит через M(1; 2), имеем: $2=a+b-18$.

Так как он проходит через N(2; 10), имеем: $10=4a+2b-18$.

Из первого уравнения получим $a=20-b$; из второго получим $10=4(20-b)+2b-18$; $28=80-4b+2b$; $b=40-14=26$, откуда $a=20-26=-6$.

183. а) 1) Графиком функции $y=x^2+2x-15$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

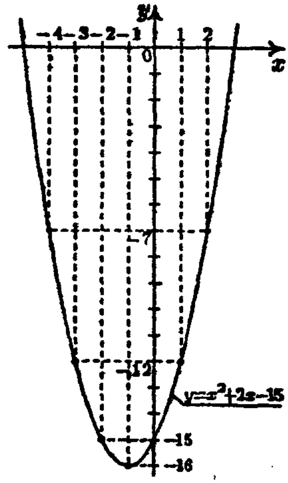
$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2\cdot 1}=-1;$$

$y_в=(-1)^2+2\cdot(-1)-15=-16;$

$(-1; -16)$.

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-12	-15	-16	-15	-12	-7



б) 1) Графиком функции $y=0{,}5x^2-3x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

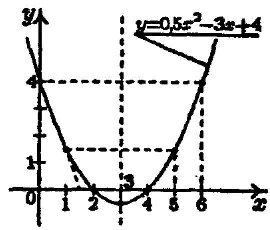
$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-3}{2\cdot 0{,}5}=3;$$

$$y_в=\frac{1}{2}\cdot 9-9+4=-\frac{1}{2};$$

$$\left(3; -\frac{1}{2}\right).$$

3)

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	$7\frac{1}{2}$	4	$1{,}5$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$1{,}5$



в) 1) Графиком функции $y=4-0{,}5x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

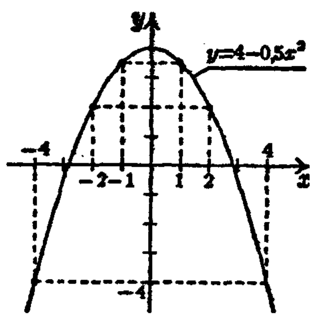
2) Найдем координаты вершины:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot(-0{,}5)}=0;$$

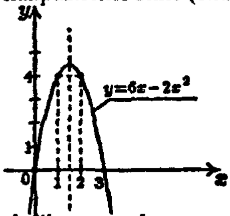
$y_в=0+4=4$; $(0; 4)$ — координаты вершины.

3)

x	0	1	-1	2	-2
y	4	$3{,}5$	$3{,}5$	2	2



г) 1) Графиком функции $y=6x-2x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



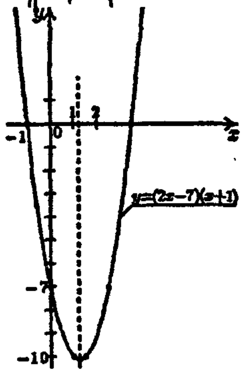
2) Найдем координаты вершины:

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{6}{2\cdot(-2)}=1{,}5$; $y_в=6\cdot\dfrac{3}{2}-2\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=4{,}5$;

(1,5; 4,5).

3)

x	1	2	0	3	−1	−2
y	4	4	0	0	−8	−20



д) $y=(2x-7)(x+1)=2x^2-7x+2x-7=2x^2-5x-7$.

1) Графиком функции $y=(2x-7)(x+1)$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

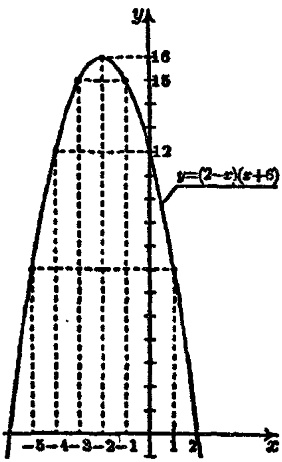
2) Найдем координаты вершины:

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-5}{2\cdot2}=1{,}25$; $y_в=2(\dfrac{5}{4})^2-5\dfrac{5}{4}-7=-10\dfrac{1}{8}$;

$(1\dfrac{1}{4}; -10\dfrac{1}{8})$.

3)

x	1	0	−1	2	−2
y	−10	−7	0	−9	11



е) $y=(2-x)(x+6)=2x-x^2+12-6x=-x^2-4x+12$.

1) Графиком функции $y=(2-x)(x+6)$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4}{2\cdot(-1)}=-2$;

$y_в=-(-2)^2-4\cdot(-2)+12=16$; (−2; 16).

3)

x	−1	−3	0	−4	2	−2
y	15	15	12	12	0	16

184. а) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины:

$x_в=\dfrac{0{,}5}{2\cdot3}=\dfrac{1}{2\cdot2\cdot3}=\dfrac{1}{12}$, $y_в=3\cdot\dfrac{1}{144}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{48}-\dfrac{1}{24}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{1-2+3}{48}=\dfrac{1}{24}$

Так как $y_в=\dfrac{1}{24}$, $E(y)=[\dfrac{1}{24}; +\infty)$.

б) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x_в=-\dfrac{1,2}{4}=-0,3$; $y_в=2\cdot 0,09+$ $+1,2\cdot(-0,3)+2=0,18-0,36+2=2,18-0,36=1,82$. Следовательно, $E(y)=[1,82;\ +\infty)$.

в) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_в=\dfrac{4}{2\cdot\frac{1}{2}}=4$, $y_в=-\dfrac{1}{2}\,16+4\cdot 4-5,5=$ $=-8+16-5,5=8-5,5=2,5$. Следовательно, $E(y)=(-\infty;\ 2,5]$.

г) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_в=-\dfrac{2}{2\cdot 3}=-\dfrac{1}{3}$, $y_в=-3\cdot\dfrac{1}{9}+2\cdot\dfrac{1}{3}-\dfrac{14}{3}=$

$$=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-\frac{14}{3}=\frac{-1+2-14}{3}=-\frac{13}{3}=-4\frac{1}{3}.$$ Следовательно,

$E(y)=(-\infty;\ -4\frac{1}{3}]$.

185. График зависимости высоты от времени — парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты ее вершины: $t_в=\dfrac{-24}{-2\cdot 4,9}=\dfrac{12}{4,9}=\dfrac{120}{49}=2\dfrac{22}{49}(c)$. Максимальная высота, на которую поднялся мяч, — это ордината вершины $h_в$: $h_в=24\cdot\dfrac{120}{49}-4,9\cdot\left(\dfrac{120}{49}\right)^2=\dfrac{24\cdot 120}{49}-$

$$-\frac{49\cdot 120^2}{10\cdot 49^2}=\frac{24\cdot 120}{49}-\frac{120\cdot 12}{49}=\frac{24\cdot 120-12\cdot 120}{49}=\frac{12\cdot 120}{49}=\frac{1440}{49}=29\frac{19}{49}\quad (м).$$

Заметим, что мяч поднимался в промежутке времени $[0;\ 2\frac{22}{49}]$. Найдем момент падения мяча: $h(t)=0$; $24t-4,9t^2=0$.

Мяч упадет при $24-4,9t=0$ (при $t=0$ его бросили). $4,9t=24$; $t=\dfrac{240}{49}=4\dfrac{44}{49}(c)$.

Итак, мяч падал в промежуток времени $[2\frac{22}{49};\ 4\frac{44}{49}]$ и при $t=4\frac{44}{49}$ упал на землю.

186*. а) График такой функции — парабола, у которой ветви направлены вверх, а абсцисса вершины равна –3. Например, функция $y=(x+3)^2$ удовлетворяет условию задачи.

б) График этой функции — парабола, у которой ветви направлены вниз, а абсцисса вершины равна 6. Например, функция $y=-(x-6)^2$ удовлетворяет условию задачи.

187*. а) $y=0$ при $x=3$ и $x=4 \Rightarrow$

$$\begin{cases}9+3p+q=0,\\16+4p+q=0;\end{cases}\quad \begin{cases}q=-3(p+3),\\16+4p-3(p+3)=0;\end{cases}\quad \begin{cases}q=-3(p+3),\\16+p-9=0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}q=-3(p+3),\\p=-7;\end{cases}\quad \begin{cases}q=12,\\p=-7;\end{cases}$$

б) При $x=0$ имеем $y=6$, при $x=2$ имеем $y=0 \Rightarrow q=6$;

$4+2p+q=0 \Rightarrow 4+2p+6=0$; $2p=-10$; $p=-5$.

Итак, $q=6$, $p=-5$.

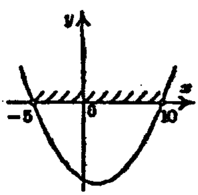
в) При $x=6$ функция достигает наименьшего значения $\Rightarrow$ координаты вершины параболы, являющейся ее графиком, (6; 24). Поскольку $x_в=-\dfrac{b}{2a}$, имеем: $6=-\dfrac{p}{2}$, т.е. $p=-12$. Поскольку $y_в=24$, имеем: $36+6p+q=24 \Rightarrow$ $36-6\cdot12+q=24$; $12-6\cdot12=-q$, $-q=-5\cdot12$, $q=60$. Итак, $q=60$, $p=-12$.

188*. а) Ветви параболы направлены вниз, значит, $a<0$. Выделим квадрат двучлена: $ax^2+bx+c=a(x^2+\dfrac{b}{a}x)+c=a((x+\dfrac{b}{2a})^2-(\dfrac{b}{2a})^2)+c$.

Заметим, что сдвиг вдоль оси Оx зависит от знаков a и b: если они совпадают, это — сдвиг влево на $\dfrac{b}{2a}$ единиц, если они разных знаков, это — сдвиг вправо на $\dfrac{b}{2a}$ единиц. В данном случае график сдвинут вправо от $y=0$, значит, b и a имеют разные знаки, т.е. $b>0$. Так как $ax^2+bx+c=x(b+ax)+c$, коэффициент c определяет сдвиг вдоль оси Оу графика функции $x(b+ax)$. В нашем случае у a и b разные знаки, значит, один нуль квадратичной функции $x(b+ax)$ равен 0, а второй лежит правее нуля. Так как на данном графике оба корня лежат правее нуля, произошел сдвиг вниз, следовательно, $c<0$.

б) Ветви параболы направлены вверх, следовательно, $a>0$. График сдвинут вправо от оси Оу, значит, a и b разных знаков, т.е. $b<0$. Так как a и b разных знаков, второй нуль функции ax^2+bx правее $x=0$. Т.к. на данном графике оба нуля лежат правее оси Оу, значит, произошел сдвиг вверх, т.е. $c>0$. Итак, $a>0$, $b<0$, $c>0$.

189. а) 1) График функции $y=x^2-5x-50$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Решим уравнение

$x^2-5x-50=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-50)=225$;

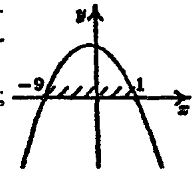
$x_1=\dfrac{5+15}{2}=10$, $x_2=\dfrac{5-15}{2}=-5$.

3) (-5; 10).

б) 1) Графиком функции $y=-m^2-8m+9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при m^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-m^2-8m+9=0$; $D=(-8)^2-4\cdot(-1)\cdot 9=100$;

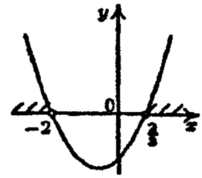
$m_1=\dfrac{8+10}{2\cdot(-1)}=-9$, $m_2=\dfrac{8-10}{-2}=1$.



3) $[-9; 1]$.

в) 1) Графиком функции $z=3y^2+4y-4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при y^2 положительный).

2) Решим уравнение $3y^2+4y-4=0$; $D=4^2-4\cdot 3\cdot(-4)=$ $=64$; $y_1=\dfrac{-4+8}{6}=\dfrac{2}{3}$, $y_2=\dfrac{-4-8}{6}=-2$.

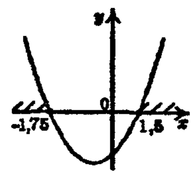


3) $(-\infty; -2)\cup(\dfrac{2}{3};+\infty)$.

г) $8p^2+2p-21\geq 0$.

1) Графиком функции $8p^2+2p-21$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при p^2 положительный).

2) Решим уравнение $8p^2+2p-21=0$; $D=2^2-4\cdot 8\cdot(-21)=$ $=676$; $p_1=\dfrac{-2+26}{16}=1{,}5$, $p_2=\dfrac{-2-26}{16}=-1{,}75$



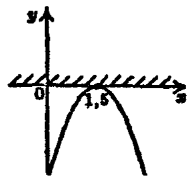
3) $(-\infty; -1{,}75]\cup[1{,}5; +\infty)$.

д) $-4x^2+12x-9\leq 0$.

1) Графиком функции $y=-4x^2+12x-9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный)

2) Решим уравнение $-4x^2+12x-9=0$; $4x^2-12x+9=0$;

$D=12^2-4\cdot(-4)\cdot(-9)=0$; $x=\dfrac{-12+0}{-8}=1{,}5$.



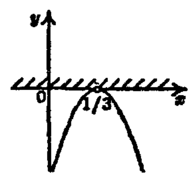
3) $(-\infty; +\infty)$.

е) $-9x^2+6x-1<0$.

1) Графиком функции $y=-9x^2+6x-1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

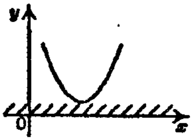
2) Решим уравнение $-9x^2+6x-1=0$; $9x^2-6x+1=0$;

$D=(-6)^2-4\cdot 9\cdot 1=0$; $x=\dfrac{6+0}{18}=\dfrac{1}{3}$.



3) $(-\infty;\dfrac{1}{3})\cup(\dfrac{1}{3};+\infty)$.

190. а) $2(x^2+x-3x-3)>x^2+5x-7x-35$; $x^2-2x+29>0$.

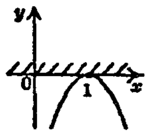


1) Графиком функции $y=x^2-2x+29$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Решим уравнение $x^2-2x+29=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot29<0$ — нет корней. 3) x — любое.

б) $(x+5)(x-7)\le4(x^2+2x-4x-8)$; $x^2+5x-7x-35\le4x^2+8x-16x-32$; $x^2+5x-7x-35-4x^2-8x+16x+32\le0$; $-3x^2+6x-3\le0$.

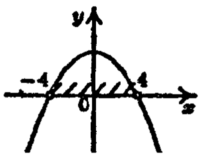
1) Графиком функции $y=-3x^2+6x-3$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный)



2) Решим уравнение $-3x^2+6x-3=0$; $x^2-2x+1=0$;

$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot1=0$. $x=\dfrac{2+0}{2}=1$.

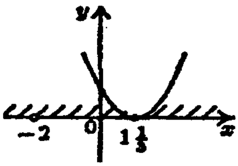
3) x — любое.



191. а) 1) Т.к. подкоренное выражение неотрицательно, то $144-9x^2\ge0$ и $144-9x^2$ стоит в знаменателе $\Rightarrow 144-9x^2\ne0$ Значит, $144-9x^2>0$.

2) Графиком функции $y=144-9x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

3) Решим уравнение: $144-9x^2=0$; $9x^2=144$; $x^2=16$; $x=4$ или $x=-4$. 4) $(-4; 4)$.



б) 1) Так как подкоренное выражение неотрицательно, то $16-24x+9x^2\ge0$. Т.к. $x+2$ стоит в знаменателе дроби, $\Rightarrow x+2\ne0\Rightarrow x\ne-2$.

2) Графиком функции $y=9x^2-24x+16$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

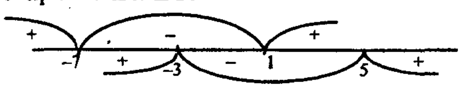
3) Решим уравнение $9x^2-24x+16=0$; $D=(-24)^2-4\cdot9\cdot16=0$; $x=\dfrac{24+0}{18}=\dfrac{4}{3}$.

4) $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$

192*. Решим первое неравенство. Рассмотрим уравнение $x^2+6x-7=0$;

$D=6^2-4\cdot1\cdot(-7)=64$; $x_1=\dfrac{-6+\sqrt{64}}{2}=1$, $x_2=-\dfrac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7$;

$(x-1)(x+7)\le0$ при $-7\le x\le1$.



Решим второе неравенство: $x^2-2x-15\le0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-15)=64$;

$x_1=\dfrac{2+8}{2}=5$, $x_2=\dfrac{2-8}{2}=-3$; $(x-5)(x+3)\le0$ при $-3\le x\le5$.

Общие решения неравенств: $-3\le x\le1$.

193*. а) Решим первое неравенство системы. $4x^2-27x-7=0$;

$D=(-27)^2-4\cdot4\cdot(-7)=841$; $x_1=\dfrac{27+29}{8}=\dfrac{56}{8}=7$ или

$x_2=\dfrac{27-29}{8}=-\dfrac{2}{8}=-\dfrac{1}{4}$; $(x-7)(x+\dfrac{1}{4})>0$ при $x<-\dfrac{1}{4}$ и $x>7$. Учитывая второе уравнение системы, получаем: $x>7$.

б) Решим первое неравенство системы. $-3x^2+17x+6<0$;

$3x^2-17x-6>0$. Рассмотрим уравнение $3x^2-17x-6=0$;

$D=17^2+6\cdot12=289+72=361$; $x_1=\dfrac{17+19}{6}=\dfrac{36}{6}=6$ или $x_2=\dfrac{17-19}{6}=-\dfrac{1}{3}$;

$(x-6)(x+\dfrac{1}{3})>0$ при $x<-\dfrac{1}{3}$ и $x>6$. Учитывая второе уравнение системы, получаем: $x<-\dfrac{1}{3}$.

в) Решим второе неравенство системы:

$2x^2-18>0$; $2(x^2-9)>0$ $2(x-3)(x+3)>0$

при $x<-3$ и $x>3$. Из первого неравенства следует, что $x<-1$, получаем: $x<-3$.

г) Решим второе неравенство системы: $3x^2-15x>0$; $3x(x-5)<0$ при $0<x<5$. Из первого неравенства следует, что $x>4$, получаем: $4<x<5$.

194*. а) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение $x^2+x-6=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25$; $x_1=\dfrac{-1+5}{2}=2$, $x_2=\dfrac{-1-5}{2}=-3$;

$(x-2)(x+3)<0$ при $-3<x<2$.

Решим второе неравенство системы: $-x^2+2x+3>0$; $x^2-2x-3<0$;

$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$; $x_1=\dfrac{2+4}{2}=3$ или $x_2=\dfrac{2-4}{2}=-1$;

$(x-3)(x+1)<0$ при $-1<x<3$.

Учитывая решение первого неравенства, получаем: $-1<x<2$.

б) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение $x^2+4x-5=0$; $D=4^2-4\cdot1\cdot(-5)=36$; $x_1=\dfrac{-4+6}{2}=1$, $x_2=\dfrac{-4-6}{2}=-5$;

$(x-1)(x+5)>0$ при $x<-5$ и $x>1$.

Решим второе неравенство системы. Рассмотрим уравнение:

$x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$; $x_1=\dfrac{2+6}{2}=4$, $x_2=\dfrac{2-6}{2}=-2$;

$(x+2)(x-4)<0$ при $-2<x<4$.

Учитывая решение первого неравенства системы, получаем: $1<x<4$.

195. а) $(x+1,2)(6-x)(x-4)>0$; $-(x+1,2)(x-6)(x-4)>0$; $(x+1,2)(x-6)(x-4)<0$;

$(-\infty;-1,2)\cup(4;6)$

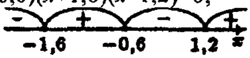
б) $(\frac{1}{3}-x)(\frac{1}{2}-x)(\frac{1}{7}-x)<0$; $-(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{7})<0$;

$(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{7})>0$;

$(\frac{1}{7};\frac{1}{3})\cup(\frac{1}{2};+\infty)$

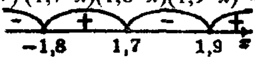
в) $(x+0,6)(1,6+x)(1,2-x)>0$; $-(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2)>0$;

$(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2)<0$;



$(-\infty;-1,6)\cup(-0,6;1,2)$

г) $(1,7-x)(1,8+x)(1,9-x)<0$; $(x-1,7)(x+1,8)(x-1,9)<0$;



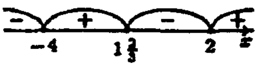
$(-\infty;-1,8)\cup(1,7;1,9)$

196. а) $(3x-5)(x+4)(2-x)=0$; $3x-5=0$ или $x+4=0$ или $2-x=0$:

т.е $x=1\frac{2}{3}$ или $x=-4$ или $x=2$.

б) $(3x-5)(x+4)(2-x)>0$; $-3(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)>0$;

$(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)<0$.



$(-\infty;-4)\cup(1\frac{2}{3};2)$

в) $(3x-5)(x+4)(2-x)<0$: $-3(x-\frac{5}{3})(x+4(x-2)<0$; $(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)>0$

$(-4;1\frac{2}{3})\cup(2;+\infty)$

197. а) $18(x-2)(x-7)>0$; $(x-2)(x-7)>0$;

$(-\infty;2)\cup(7;+\infty)$

б) $-(x-7,3)(x-9,8)>0$; $(x-7,3)(x-9,8)<0$;

$(7;3)\cup(9;8)$

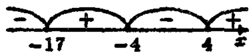
в) $-(x+0,8)(x-4)(x-20)<0$; $(x+0,8)(x-4)(x-20)>0$;

$(-0,8;4)\cup(20;+\infty)$

г) $-10(x+0,3)(x-17)(x-5)\geq0$; $(x+0,3)(x-17)(x-5)\leq0$;

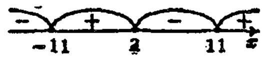
$(-\infty;-0,3]\cup[5;17)$

198. а) $(x-4)(x+4)(x+17)>0$;



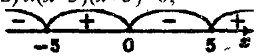
$(-17;-4)\cup(4;+\infty)$

б) $(x-\frac{2}{3})(x-11)(x+11)<0$;



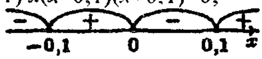
$(-\infty;-11)\cup(\frac{2}{3};11)$

в) $x(x-5)(x+5)<0$;



$(-\infty;-5)\cup(0;5)$

г) $x(x-0,1)(x+0,1)>0$;



$(-0,1;0)\cup(0,1;+\infty)$

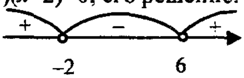
д) $(x-3)(x+3)(x-1)(x+1)>0$;

$(-\infty;-3)\cup(-1;1)\cup(3;+\infty)$

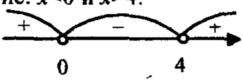
е) $x(x-15)(x-6)(x+6)<0$;

$(-6;0)\cup(6;15)$

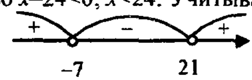
199*. а) Т.к. $x^2+17>0$ при всех x, решим только неравенство $(x-6)(x+2)<0$; его решение: $-2<x<6$.



б) Т.к. $2x^2+1>0$ при всех x, решим только неравенство $x(x-4)<0$; его решение: $x<0$ и $x>4$.



в) Т.к. $(x-1)^2\geq 0$ при всех x, этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=1$. Решим неравенство $x-24<0$; $x<24$. Учитывая, что $x\neq 1$, получаем $x<1$ и $1<x<24$.



г) Т.к. $(x-4)^2\geq 0$ при всех x, этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=4$. Решим неравенство $(x+7)(x-21)>0$. Его решение: $x<-7$ и $x>21$.

200. а) Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит под корнем, то $(3x-1)(6x+1)\geq 0$. Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow$ $(3x-1)(6x+1)\neq 0$. Следовательно, $(3x-1)\times$ $\times(6x+1)>0$; $6\cdot 3(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{6})>0$; $(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{6})>0$; $(-\infty;-\frac{1}{6})\cup(\frac{1}{3};+\infty)$.

б) $y=\dfrac{7}{\sqrt{(11x+2)(x-4)}}$. Т.к. подкоренное выражение неотрицательно $\Rightarrow$ $(11x+2)(x-4)\geq 0$. Т.к. $(11x+2)(x-4)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow$ $(11x+2)(x-4)\neq 0$. Следовательно, $(11x+2)(x-4)>0$; $(x+\frac{2}{11})(x-4)>0$; $(-\infty;-\frac{2}{11})\cup(4;+\infty)$.

201. а) Выражение $\frac{x-3}{x+1}$ не опрсделено в точке $x=-1$, поэтому в решение первого неравенства эта точка не входит. Но она входит в решение второго, т.к. при $x=-1$ левая часть второго неравенства равна нулю, значит неравенства не равносильны.

б) В решение первого неравенства точка $x=8$ не входит, а второго — входит, следовательно, неравенства не равносильны.

202*. а) $\frac{x-8}{x+4}>0$; $(x-8)(x+4)>0$;

$x\in(-\infty;-4)\cup(8;+\infty)$.

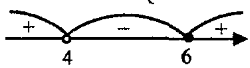
б) $\frac{x+16}{x-11}<0 \Rightarrow (x+16)(x-11)<0$;

$x\in(-16;\ 11)$.

в) $\frac{x+1}{3-x}\geq 0$; $\begin{cases}(x+1)(x-3)\leq 0;\\ x\neq 3.\end{cases}$

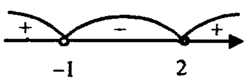
$x\in[-1;\ 3)$.

г) $\frac{6-x}{x-4}\leq 0$; $\begin{cases}(x-6)(x-4)\geq 0,\\ x\neq 4.\end{cases}$



$x\in(-\infty;4)\cup[6;+\infty)$.

д) $\frac{2x-4}{3x+3}\leq 0$; $\begin{cases}(x+1)(x-2)\leq 0,\\ x\neq -1.\end{cases}$



$x\in(-1;\ 2]$.

е) $\frac{5x-1}{2x+3}\geq 0$; $\begin{cases}(x-\frac{1}{5})(x+\frac{3}{2})\geq 0,\\ x\neq -\frac{3}{2}.\end{cases}$

$x\in(-\infty;-\frac{3}{2})\cup[\frac{1}{5};+\infty)$.

ГЛАВА II. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

§ 5. Уравнения с одной переменной

203. а) 5; б) 6; в) 5; г) $(x+8)(x-7)=x^2+8x-7x-56=0$, его степень 2; д) 1; е) $5x^3-5x(x^2+4)=17 \Rightarrow 5x^3-5x^3-20x=17 \Rightarrow -20x-17=0$, его степень равна 1.

204. а) $(8x-1)(2x-3)-(4x-1)^2=38$; $16x^2-2x-24x+3-(16x^2-8x+1)=38$; $16x^2-2x-24x+3-16x^2+8x-1-38=0$; $-18x-36=0$; $-18x=36$; $x=-2$.

б) $\frac{(15x-1)(1+15x)}{3}=2\frac{2}{3}$; $\frac{(15x-1)(1+15x)}{3}=\frac{8}{3}$; $225x^2-1=8$; $225x^2=9$; $x^2=\frac{9}{225}$; $x_1=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$, $x_2=-\frac{3}{15}=-\frac{1}{5}$.

в) $0,5y^3-0,5y(y+1)(y-3)=7$; $0,5y^3-0,5y(y^2+y-2y-3)-7=0$;

$y^2+1,5y-7=0$; $D=2,25+28=30,25$; $y_1=\dfrac{-1,5+5,5}{2}=2$, $y_2=\dfrac{-1,5-5,5}{2}=-3,5$.

г) $x^4-x^2=\dfrac{(1+2x^2)(2x^2-1)}{4}$; $4(x^4-x^2)=(1+2x^2)(2x^2-1)$; $4x^4-4x^2=4x^4-1$;

$4x^4-4x^2-4x^4=-1$; $4x^2=1$; $x^2=\dfrac{1}{4}$; $x_1=-\dfrac{1}{2}$, $x_2=\dfrac{1}{2}$.

205. а) $(6-x)(x+6)-(x-11)x=36$; $36-x^2-(x^2-11x)-36=0$; $36-x^2-x^2+11x-36=0$; $-2x^2+11x=0$; $x(-2x+11)=0$; $x=0$ или $-2x+11=0$, т.е. $-2x=-11$, $x=5,5$.

б) $\dfrac{1-3y}{11}-\dfrac{3-y}{5}=0$; $\dfrac{5(1-3y)-11(3-y)}{55}=0$; $55\neq 0 \Rightarrow 5-15y-33+11y=0$; $-4y=28$; $y=-7$.

в) $9x^2-\dfrac{(12x-11)(3x+8)}{4}=1$; $36x^2-(36x^2-33x+96x-88)-4=0$;

$36x^2-36x^2+33x-96x+88-4=0$; $-63x=-84$; $x=\dfrac{4}{3}=1\dfrac{1}{3}$.

г) $\dfrac{(y+1)^2}{12}-\dfrac{1-y^2}{24}=4$; $\dfrac{(y+1)^2}{12}-\dfrac{1-y^2}{24}-4=0$; $\dfrac{2(y+1)^2-(1-y)^2-96}{24}=0$;

$24\neq 0 \Rightarrow 2(y^2+2y+1)-1+y^2-96=0$; $3y^2+4y-95=0$; $D=4^2-4\cdot 3\cdot(-95)=1156$;

$y_1=\dfrac{-4+34}{6}=5$, $y_2=\dfrac{-4-34}{6}=-6\dfrac{1}{3}$.

206. $5x^6+6x^4+x^2=-4$. В левую часть уравнения x входит только в четной степени $\Rightarrow$ число неотрицательное, а в правой части — число отрицательное, значит уравнение корней не имеет.

207. Пусть существует корень $x_0<0$. Так как отрицательное число в нечетной степени есть число отрицательное, найдем знак левой части: $12x_0^5+7x_0^3+11x_0-3<0$, а в правой части $121>0$. Т.е. равенство не выполняется ни при каких x, т.е. нет корней.

208. $ax=8$; $x=\dfrac{8}{a}$. Чтобы $\dfrac{8}{a}$ было целым числом, a должно быть делителем 8, т.е. $a=1, 2, 4, 8$. Так как возможны и отрицательные решения, окончательно получаем: -8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8.

209. $9x=p-2$;

$x=\dfrac{p-2}{9}$. $p-2<0; p<2$.

210. а) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D>0$. $2x^2+6x+b=0$; $D=36-4\cdot 2\cdot b=36-8b>0$; $36-8b>0$; $-8b>-36$; $b<4,5$.

б) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D>0$.

$5x^2-4x+3b=0$; $D=16-4\cdot5\cdot3b=16-60b>0$; $16-60b>0$; $-60b>-16$; $b<\frac{4}{15}$.

в) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D>0$. $3x^2+bx+3=0$; $D=b^2-4\cdot3\cdot3=b^2-36>0$; $(b-6)(b+6)>0$. $(-\infty; -6)\cup(6; +\infty)$.

г) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D>0$. $x^2+bx+5=0$; $D=b^2-4\cdot1\cdot5=b^2-20>0$; $(b-2\sqrt{5})(b+2\sqrt{5})>0$; $(-\infty; -2\sqrt{5})\cup(2\sqrt{5}; +\infty)$.

211. а) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $3x^2-6x+2u=0$;

$D=36-4\cdot3\cdot2u=36-24u=0$; $24u=36$; $u=\frac{36}{24}=1,5$.

б) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $5x^2+2ux+5=0$:

$D=4u^2-4\cdot5\cdot5=4u^2-100=0$; $4u^2=100$; $u^2=\frac{100}{4}=25$; $u=5$ или $u=-5$.

в) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $x^2-3ux+18=0$:

$D=9u^2-4\cdot18=9u^2-72=$; $9u^2=72$; $u^2=8$; $u=2\sqrt{2}$ или $u=-2\sqrt{2}$.

г) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $2x^2-12x+3u=0$:
$D=144-4\cdot2\cdot3u=144-24u=0$; $24u=144$; $u=6$.

212. а) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $6x^2+tx+6=0$;
$D=t^2-4\cdot6\cdot6=t^2-144<0$; $(t-12)(t+12)<0$; $-12<t<12$.

б) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $12x^2+4x+t=0$;

$D=16-4\cdot12\cdot t=16-48t<0$; $16<48t$; $t>\frac{16}{48}$; $t>\frac{1}{3}$.

в) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $2x^2-15x+t=0$;

$D=225-4\cdot2\cdot t=225-8t<0$; $225<8t$; $t>\frac{225}{8}$; $t>28\frac{1}{8}$.

г) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $2x^2+tx+18=0$;
$D=t^2-4\cdot2\cdot18=t^2-144<0$; $(t-12)(t+12)<0$; $-12<t<12$.

213. а) $y^3-6y=0$; $y(y^2-6)=0$; $y_1=0$ или $y^2-6=0$, $y^2=6$, $y_2=\sqrt{6}$, $y_3=-\sqrt{6}$.

б) $6x^4+3,6x^2=0$; $x^2(6x^2+3,6)=0$; $x_1=0$ или $6x^2+3,6=0$, т.е. $6x^2=-3,6$, $x^2=-0,6$. Во втором случае нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

в) $x^3+3x=3,5x^2$; $x(x^2-3,5x+3)$; $x_1=0$ или $x^2-3,5x+3=0$; $D=12,25-4\cdot3=0,25$;

$x_2=\frac{3,5+0,5}{2}=2$, $x_3=\frac{3,5-0,5}{2}=1,5$.

г) $x^3-0,1x=0,3x^2$; $x(x^2-0,3x-0,1)=0$;
$x_1=0$; $x^2-0,3x-0,1=0$;

$D=0,09-4\cdot1(-0,1)=0,49$; $x_2=\frac{0,3+0,7}{2}=0,5$; $x_3=\frac{0,3-0,7}{2}=-0,2$.

д) $9x^3-18x^2-x+2=0$; $(9x^3-18x^2)+(-x+2)=0$; $9x^2(x-2)-(x-2)=0$; $(x-2)(9x^2-1)=0$; $(x-2)(3x-1)(3x+1)=0$; $x-2=0$ или $3x-1=0$ или $3x+1=0$; $x_1=2$; $x_2=\frac{1}{3}$; $x_3=-\frac{1}{3}$.

е) $y^4-y^3-16y^2+16y=0$; $y^3(y-1)-16y(y-1)=0$; $(y-1)(y^3-16y)=0$; $y(y-1)(y^2-16)=0$; $y(y-1)(y-4)(y+4)=0$; $y=0$ или $y-1=0$ или $y-4=0$ или $y+4=0$; $y_1=0$; $y_2=1$; $y_3=4$; $y_4=-4$.

ж) $p^3-p^2=p-1$; $p^3-p^2-p+1=0$; $(p^3-p^2)+(-p+1)=0$; $p^2(p-1)-(p-1)=0$; $(p^2-1)\times$ $\times(p-1)=0$; $(p-1)(p+1)(p-1)=0$; $(p-1)^2(p+1)=0$; $p-1=0$ или $p+1=0$; $p_1=1$; $p_2=-1$.

з) $x^4-x^2=3x^3-3x$; $x^4-x^2-3x^3+3x=0$; $x^2(x^2-1)-3x(x^2-1)=0$; $(x^2-1)(x^2-3x)=0$; $x(x-1)(x+1)(x-3)=0$; $x=0$ или $x-1=0$ или $x+1=0$ или $x-3=0$; $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=-1$; $x_4=3$

214. а) $0{,}7x^4-x^3=0$; $x^3(0{,}7x-1)=0$; $x_1=0$ или $0{,}7x-1=0$; $0{,}7x=1$, $x_2=1\frac{3}{7}$.

б) $0{,}5x^3-72x=0$; $x(0{,}5x^2-72)=0$; $x_1=0$ или $0{,}5x^2-72=0$, т.е. $0{,}5x^2=72$, $x^2=144$, $x_2=12$ или $x_3=-12$.

в) $x^3+4x=5x^2$; $x^3+4x-5x^2=0$; $x(x^2-5x+4)=0$; $x_1=0$ или $x^2-5x+4=0$; $D=25-4\cdot4=9$; $x_2=\frac{5+3}{2}=4$ или $x_3=\frac{5-3}{2}=1$.

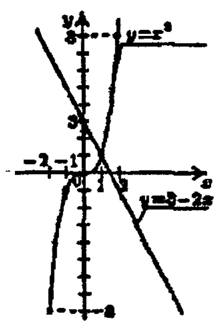
г) $3x^3-x^2+18x-6=0$; $x^2(3x-1)+6(3x-1)=0$; $(3x-1)(x^2+6)=0$; $3x-1=0$ или $x^2+6=0$; $3x=1$, $x=\frac{1}{3}$ или $x^2=-6$. Нет решения, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

д) $2x^4-18x^2=5x^3-45x$; $2x^4-18x^2-5x^3+45x=0$; $2x^2(x^2-9)-5x(x^2-9)=0$; $(x^2-9)(2x^2-5x)=0$; $x(x-3)(x+3)(2x-5)=0$; $x_1=0$ или $x-3=0$ или $x+3=0$ или $2x-5=0$; $x_2=3$; $x_3=-3$; $x_4=2{,}5$.

е) $3y^2-2y=2y^3-3$; $3y^2-2y-2y^3+3=0$; $y^2(3-2y)+(3-2y)=0$; $(3-2y)(y^2+1)=0$; $3-2y=0$ или $y^2+1=0$; $2y=3$, $y=1{,}5$ или $y^2=-1$ — нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

215. $x^3+2x-3=0$; $x^3=3-2x$.

1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

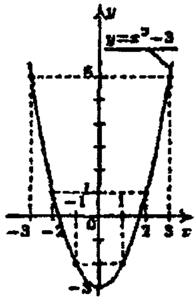


x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) График функции $y=3-2x$ – прямая.

x	0	2
y	3	-1

$x=1$



216. 1) График функции $y=x^2-3$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

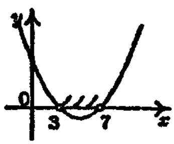
2) Найдем координаты вершины: $x_b=-\frac{b}{2a}=$ $=-\frac{0}{2\cdot 1}=0$; $y_b=0-3=-3$; $(0; -3)$, $x=0$ — ось симметрии.

3)

x	1	−1	2	−2	0
y	−2	−2	1	1	−3

Возрастает на $[0;+\infty)$; убывает на $(-\infty; 0]$.

217. а) 1) График функции $y=x^2-10x+21$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

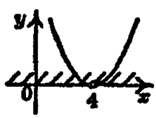


2) Решим уравнение $x^2-10x+21=0$; $D=(-10)^2-4\cdot 1\cdot 21=16$;

$x_1=\frac{10+4}{2}=7$, $x_2=\frac{10-4}{2}=3$.

3) $(3; 7)$.

б) 1) График функции $y=x^2-8x+16$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

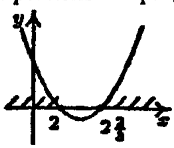


2) Решим уравнение $x^2-8x+16=0$; $D=(-8)^2-4\cdot 1\cdot 16=0$;

$x=\frac{8+0}{2}=4$.

3) $(-\infty; 4)\cup(4; +\infty)$.

в) 1) График функции $y=3x^2-14x+16$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

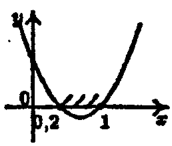


2) Решим уравнение $3x^2-14x+16=0$; $D=(-14)^2-4\cdot 3\cdot 16=4$;

$x_1=\frac{14+2}{6}=2\frac{2}{3}$, $x_2=\frac{14-2}{6}=2$.

3) $(-\infty; 2]\cup[2\frac{2}{3}; +\infty)$.

г) 1) График функции $y=5x^2-6x+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $5x^2-6x+1=0$; $D=(-6)^2-4\cdot 5\cdot 1=16$;

$x_1=\frac{6+4}{10}=1$, $x_2=\frac{6-4}{10}=0{,}2$

3) $[0{,}2; 1]$.

218. Обозначим скорость второго автомобиля x км/ч, тогда скорость первого равна $(x+10)$ км/ч; $\frac{540}{x}$ ч — время движения второго автомобиля, $\frac{540}{x+10}$ ч — первого. По условию $\frac{540}{x}$ больше $\frac{540}{x+10}$ на $\frac{3}{4}$. Получим:

$\frac{540}{x}-\frac{540}{x+10}=\frac{3}{4}$, $\frac{540}{x}-\frac{540}{x+10}-\frac{3}{4}=0$;

$\frac{2160(x+10)-2160x-3x(x+10)}{4x(x+10)}=0$; $x(x+10)\neq 0$,

$2160x+21600-2160x-3x^2-30x=0$; $x^2+10x-7200=0$; $D=10^2-4\cdot 1\cdot(-7200)=28900$;

$x_1=\frac{-10+170}{2}=80$, $x_2=\frac{-10-170}{2}=-90$ — не подходит, т.к. скорость положительна. Если $x=80$, то $x+10=80+10=90$.

Ответ: 80 км/ч; 90 км/ч.

219. а) $(x+8)(x-1,5)<0$; $(-8;\ 1,5)$.

б) $\frac{12-x}{x+11}>0$; $(12-x)(x+11)>0$;
$-(x-12)(x+11)>0$; $(x-12)(x+11)<0$;
$(-11;\ 12)$.

в) $(15-2x)(x+6)>0$; $-2(x-\frac{15}{2})(x+6)>0$;

$(x-7,5)(x+6)<0$; $(-6;\ 7,5)$.

г) $\frac{6-4x}{x+0,5}<0$; $(6-4x)(x+0,5)<0$;

$-4(x-\frac{6}{4})(x+0,5)<0$; $(x-1,5)(x+0,5)>0$;

$(-\infty;\ -0,5)\cup(1,5;\ +\infty)$.

220. а) $(2x^2+3)^2-12(2x^2+3)+11=0$ Обозначим $2x^2+3=v \Rightarrow v^2-12v+11=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 11=100$; $v_2=\frac{12+10}{2}=11$ или $v_1=\frac{12-10}{2}=1$; $2x^2+3=11$ или $2x^2+3=1$. 1) $2x^2=8$; $x^2=4$; $x_2=2$ или $x_1=-2$; 2) $2x^2=-2$; $x^2=-1$ — нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $(t^2-2t)^2-3=2(t^2-2t)$. Обозначим $t^2-2t=v \Rightarrow v^2-3=2v$; $v^2-2v-3=0$;

$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-3)=16$; $v_2=\frac{2+4}{2}=3$ или $v_1=\frac{2-4}{2}=-1$; $t^2-2t=3$ или $t^2-2t=-1$;

$t^2-2t-3=0$ или $t^2-2t+1=0$; $t_1=\frac{2+4}{2}=3$, $t_2=\frac{2-4}{2}=-1$; $t_3=\frac{2+0}{2}=1$.

в) $(x^2+x-1)(x^2+x+2)=40$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v+2)=30$;
$v^2-v+2v-2-40=0$; $v^2+v-42=0$; $D=1^2-4\cdot 1\cdot(-42)=169$;

$v_2=\frac{-1+\sqrt{169}}{2}=6$ или $v_1=\frac{-1-\sqrt{169}}{2}=-7$; $x^2+x=6$ или $x^2+x=-7$;

$x^2+x-6=0$ или $x^2+x+7=0$; $x_1=\frac{-1+5}{2}=2$, $x_2=\frac{-1-5}{2}=-3$. Второе уравнение не имеет корней. Т.к. $D=1^2-4\cdot 1\cdot 7=-27<0$.

г) $(2x^2+x-1)(2x^2+x-4)+2=0$. Обозначим $2x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v-4)+2=0$;
$v^2-v-4v+4+2=0$: $v^2-5v+6=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=1$; $v_2=\dfrac{5+1}{2}=3$, $v_1=\dfrac{5-1}{2}=2$;

$2x^2+x=3$ или $2x^2+x=2$; $2x^2+x-3=0$ или $2x^2+x-2=0$; $x_1=\dfrac{-1+5}{4}=1$ или

$x_2=\dfrac{-1-5}{4}=-\dfrac{3}{2}$; $x_3=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4}$; $x_4=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{4}$.

221. а) $(x^2+3)^2-11(x^2+3)+28=0$. Обозначим $x^2+3=v \Rightarrow v^2-11v+28=0$;
$D=(-11)^2-4\cdot1\cdot28=9$; $v_2=\dfrac{11+3}{2}=7$;

$v_1=\dfrac{11-3}{2}=4 \Rightarrow x^2+3=7$ или $x^2+3=4$; $x^2=4$
или $x^2=1$; $x_1=2$ или $x_2=-2$; $x_3=1$ или $x_4=-1$.

б) $(x^2-4x)^2+9(x^2-4x)+20=0$. Обозначим $x^2-4x=v \Rightarrow v^2+9v+20=0$;
$D=9^2-4\cdot1\cdot20=1$; $v_2=\dfrac{-9+1}{2}=-4$ или $v_1=\dfrac{-9-1}{2}=-5$; $x^2-4x=-4$ или
$x^2-4x=-5$; $x^2-4x+4=0$ или $x^2-4x+5=0$; $x=\dfrac{4+0}{2}=2$; второе уравнение решений не имеет, т.к. $D<0$.

в) $(x^2+x)(x^2+x-5)=84$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow v(v-5)=84$; $v^2-5v-84=0$;
$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-84)=361$; $v_2=\dfrac{5+19}{2}=12$ или $v_1=\dfrac{5-19}{2}=-7$; $x^2+x=12$ или
$x^2+x=-7$; $x^2+x-12=0$ или $x^2+x+7=0$; $x_1=\dfrac{-1-7}{2}=3$ или $x_2=\dfrac{-1-7}{2}=-4$;
у второго уравнения нет корней, т.к. $D=1^2-4\cdot1\cdot7=-27<0$.

222. а) $x^4-5x^2-36=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-5v-36=0$;
$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-36)=169$; $v_2=\dfrac{5+13}{2}=9$ или $v_1=\dfrac{5-13}{2}=-4 \Rightarrow x^2=9$ или
$x^2=-4$; из первого уравнения $x=3$ или $x=-3$; у второго уравнения нет решений, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

б) $y^4-6y^2+8=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2-6v+8=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$;
$v_2=\dfrac{6+2}{2}=4$ или $v_1=\dfrac{6-2}{2}=2$; $y^2=4$ или $y^2=2$; $y_1=2$ или $y_2=-2$;
$y_3=\sqrt{2}$ или $y_4=-\sqrt{2}$.

в) $t^4+10t^2+25=0$. Обозначим $t^2=v \Rightarrow v^2+10v+25=0$; $D=10^2-4\cdot1\cdot25=0$;
$v=\dfrac{-10+0}{2}=-5$; $t^2=-5$; нет корней

г) $4x^4-5x^2+1=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 4v^2-5v+1=0$; $D=(-5)^2-4\cdot4\cdot1=9$; $v_2=\dfrac{5+3}{8}=1$ или $v_1=\dfrac{5-3}{8}=\dfrac{1}{4} \Rightarrow x^2=1$ или $x^2=\dfrac{1}{4}$; $x_1=1$ или $x_2=-1$; $x_4=\dfrac{1}{2}$ или $x_3=-\dfrac{1}{2}$.

д) $9x^4-9x^2+2=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 9v^2-9v+2=0$; $D=(-9)^2-4\cdot9\cdot2=9$; $v_2=\dfrac{9+3}{18}=\dfrac{2}{3}$ или $v_1=\dfrac{9-3}{18}=\dfrac{1}{3}$; $x^2=\dfrac{2}{3}$ или $x^2=\dfrac{1}{3}$; $x_1=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ или $x_2=-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$; $x_3=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$; $x_4=-\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

е) $16y^4-8y^2+1=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow 16v^2-8v+1=0$;

$D=(-8)^2-4\cdot16\cdot1=0$; $v=\dfrac{8+0}{32}=\dfrac{1}{4} \Rightarrow y^2=\dfrac{1}{4}$; $y_2=\dfrac{1}{2}$; $y_1=-\dfrac{1}{2}$

223. а) $x^4-25x^2+144=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-25v+144=0$;
$D=(-25)^2-4\cdot1\cdot144=49$; $v_2=\dfrac{25+\sqrt{49}}{2}=16$; $v_1=\dfrac{25-\sqrt{49}}{2}=9 \Rightarrow x^2=16$ или $x^2=9$; $x_1=4$; $x_2=-4$; $x_3=3$; $x_4=-3$.

б) $y^4+14y^2+48=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2+14v+48=0$;
$D=14^2-4\cdot1\cdot48=4$; $v_2=\dfrac{-14+2}{2}=-6$; $v_1=\dfrac{-14-2}{2}=-8 \Rightarrow$
$y^2=-6$ или $y^2=-8$; — нет корней,
т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

в) $x^4-4x^2+4=0$. Обозначим $x^2=v$; $v^2-4v+4=0$; $D=(-4)^2-4\cdot1\cdot4=0$;
$v=\dfrac{4+0}{2}=2$; $x^2=2$; $x_1=\sqrt{2}$; $x_2=-\sqrt{2}$.

г) $t^4-2t^2-3=0$. Обозначим $t^2=v$; $v^2-2v-3=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$;
$v_2=\dfrac{2+4}{2}=3$ или $v_1=\dfrac{2-4}{2}=-1 \Rightarrow t^2=3$ или $t^2=-1$; $t_1=\sqrt{3}$ или $t_2=-\sqrt{3}$; у второго нет корней, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

д) $2x^4-9x^2+4=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 2v^2-9v+4=0$;
$D=9^2-4\cdot2\cdot4=49$; $v_2=\dfrac{9+7}{4}=4$; $v_1=\dfrac{9-7}{4}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x^2=4$ или $x^2=\dfrac{1}{2}$; $x_1=2$; $x_2=-2$; $x_3=-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$; $x_4=\sqrt{\dfrac{1}{2}}$.

е) $5y^4-5y^2+2=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow 5v^2-5v+2=0$;
$D=(-5)^2-4\cdot5\cdot2=-15<0$ — нет корней.

224. а) $y=x^4-5x^2+4$.

Точка пересечения с Оу. $x=0 \Rightarrow y=0^4-5\cdot 0^2+4=4 \Rightarrow (0; 4)$.

Точка пересечения с Ох $y=0 \Rightarrow x^4-5x^2+4=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow$ $v^2-5v+4=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4=9$; $v_2=\dfrac{5+3}{2}=4$ или $v_1=\dfrac{5-3}{2}=1 \Rightarrow x^2=4$ или $x^2=1$; из первого уравнения $x_1=2$ или $x_2=-2$ из второго $x_3=1$ или $x_4=-1$.
(2; 0); (–2; 0); (1; 0); (–1; 0).

б) $y=x^4+3x^2-10$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4+3\cdot 0^2-10=-10$; $\Rightarrow$ (0; –10).

Если $y=0 \Rightarrow x^4+3x^2-10=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2+3v-10=0$;

$D=3^2-4\cdot 1\cdot(-10)=49$; $v_2=\dfrac{-3+7}{2}=2$ или $v_1=\dfrac{-3-7}{2}=-5 \Rightarrow x^2=2$ или $x^2=-5$; из первого уравнения $x_1=\sqrt{2}$; $x_2=-\sqrt{2}$, у второго уравнения корней нет. $(\sqrt{2};0);(-\sqrt{2};0)$ — точки пересечения с Ох.

в) $y=x^4-20x^2+100$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4-20\cdot 0^2+100=100 \Rightarrow$ (0; 100).

Если $y=0 \Rightarrow x^4-20x^2+100=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow y=v^2-20v+100=0$;

$D=(-20)^2-4\cdot 1\cdot 100=0$; $v=\dfrac{20+0}{2}=10 \Rightarrow x^2=10$; $x_1=\sqrt{10}$; $x_2=-\sqrt{10}$.

$(\sqrt{10};0);(-\sqrt{10};0)$ — точки пересечения с Ох.

г) $y=4x^4+16x^2$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=4\cdot 0+16\cdot 0=0 \Rightarrow (0; 0)$.

Если $y=0 \Rightarrow 4x^4+16x^2=0$; $4x^2(x^2+4)=0$, $x=0$; (0; 0) — точка пересечения с Ох.

225. а) $(x^2-1)(x^2+1)-4(x^2-11)=0$; $x^4-1-4x^2+44=0$; $x^4-4x^2+43=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-4v+43=0$; $D=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 43<0$. Нет корней.

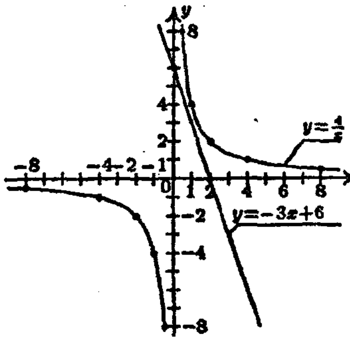
б) $3x^2(x-1)(x+1)-10x^2+4=0$; $3x^2(x^2-1)-10x^2+4=0$; $3x^4-3x^2-10x^2+4=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow 3v^2-13v+4=0$; $D=(-13)^2-4\cdot 3\cdot 4=121$;

$v_2=\dfrac{13+\sqrt{121}}{6}=4$ или $v_1=\dfrac{13-\sqrt{121}}{6}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow x^2=4$ или $x^2=\dfrac{1}{3}$; из первого уравнения $x_1=2$ или $x_2=-2$; из второго $x_3=-\sqrt{\dfrac{1}{3}}$; $x_4=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$.

226. а) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+5x+5=0$; $x^4(x+1)-6x^2(x+1)+5(x+1)=0$;
$(x+1)(x^4-6x^2+5)=0$; $x+1=0$, $x_1=-1$ или $x^4-6x^2+5=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow$ $v^2-6v+5=0$; $D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 5=16$; $v_2=\dfrac{6+4}{2}=5$ или $v_1=\dfrac{6-4}{2}=1 \Rightarrow x^2=5$ или $x^2=1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{5}$; $x_3=\sqrt{5}$; из второго $x_4=1$; $x_5=-1$.

б) $x^4(x-1)-2x^2(x-1)-3(x-1)=0$; $(x-1)(x^4-2x^2-3)=0$; $x-1=0$, $x_1=1$ или $x^4-2x^2-3=0$. Обозначим $x^2=y \Rightarrow y^2-2y-3=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$; $y_2=\dfrac{2+4}{2}=3$ или $y_1=\dfrac{2-4}{2}=-1 \Rightarrow x^2=3$ или $x^2=-1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{3}$; $x_3=\sqrt{3}$, у второго уравнения корней нет, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

227. а) График функции $y=\dfrac{4}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.



x	1	2	3	4	–1	–2	–4	–6	–8
y	4	2	$\frac{4}{3}$	1	–4	–2	–1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$

б) График функции $y=-3x+6$ – прямая.

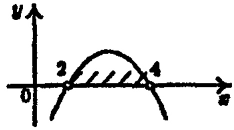
x	0	3
y	6	–3

228. а) $3x^2+2px+5=0$; уравнение имеет 2 корня, когда $D>0$: $D=(2p)^2-4\cdot3\cdot5=4p^2-60>0$; $4p^2-60>0$; $4(p^2-15)>0$; $p^2-15>0$; $(p-\sqrt{15})(p+\sqrt{15})>0$. $(-\infty;-\sqrt{15})\cup(\sqrt{15};+\infty)$

б) $6x^2-4x+p=0$; уравнение не имеет корней, если $D<0$; $D=16-4\cdot6\cdot p=16-24p<0$; $-24p<-16$; $p>\dfrac{16}{24}$; $p>\dfrac{2}{3}$.

229. а) $-x^2+6x-8>0$.

1) График функции $y=-x^2+6x-8$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



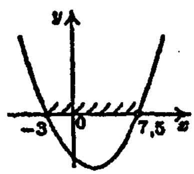
2) Решим уравнение $-x^2+6x-8=0$; $x^2-6x+8=0$;

$D=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$; $x_1=\dfrac{6+2}{2}=4$; $x_2=\dfrac{6-2}{2}=2$.

3) (2; 4).

б) $2x^2-9x-45<0$.

1) График функции $y=2x^2-9x-45$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



2) Решим уравнение $2x^2-9x-45=0$; $D=(-9)^2-4\cdot2\cdot(-45)=441$; $x_1=\dfrac{9+21}{4}=7{,}5$; $x_2=\dfrac{9-21}{4}=-3$.

3) (–3; 7,5).

в) $\dfrac{5-4x}{x}>0,\quad \dfrac{4(x-\frac{5}{4})}{x}<0.$ 

(0; 1,25).

г) $\dfrac{30+x}{x-30}<0.$ 

(–30; 30)

§ 6. Системы уравнений с двумя переменными

230. а) $x=-1$; $y=3 \Rightarrow (-1)^2-3+2=0$. Следовательно, (–1; 3) является решением уравнения.

б) $x=-1$; $y=3 \Rightarrow (-1)\cdot 3+3\neq 6$. Следовательно, (–1; 3) не является решением уравнения.

231. а) $x=-2$; $y=1$. $(-2)^2+(1)^2=5$; $6\cdot(-2)+5\cdot 1=-12+5=-7$. Следовательно, (–2; 1) не является решением системы.

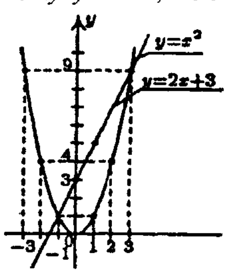
б) $x=1$; $y=-2$, $1^2+(-2)^2=5$; $6\cdot 1+5\cdot(-2)=-4$. Следовательно, (1; –2) является решением системы.

232. а) 2; б) 1; в) 4+2=6;

г) уравнение эквивалентно такому: $x-xy-4=0$, его степень равна 2;

д) уравнение эквивалентно такому: $x^4-4x^2y^2+4y^4-5y=0$, его степень равна 4;

е) уравнение эквивалентно такому: $7x^8-12xy+y-7x^8-7x^2=0$, т.е. $-12xy+y-7x^2=0$, его степень равна 2.



233. 1) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный)

2) Найдем координаты вершины:

$$x_b=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 1}=0 \Rightarrow y_b=0;\ (0;\ 0).$$

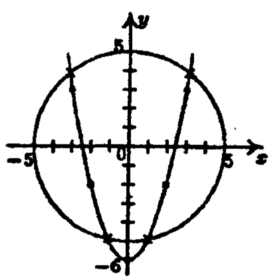
3)

x	1	3	–3	0	–1
y	1	9	9	0	1

4) График функции $y=2x+3$ – прямая.

x	–1	1
y	1	5

Точки пересечения — (–1; 1); (3; 9)



234. 1) График $x^2+y^2=25$ – окружность с центром в (0; 0).

2) График функции $y=x^2-6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

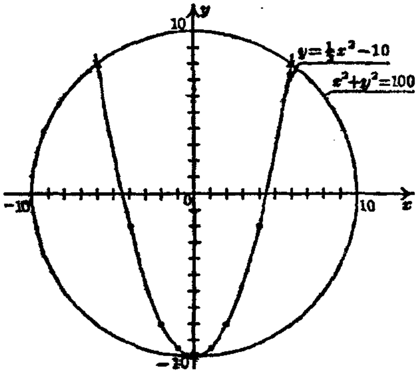
$$x_b=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 1}=0;\ y_b=0^2-6=-6;\ (0;\ -6).$$

4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	-2	5	-6	-5	-2	3

Приближенные точки пересечения — (3,2; 3,9); (–3,2; 3,9); (–1,1; –4,9); (1,1; –4,9).

235. 1) График уравнения $x^2+y^2=100$ – окружность с центром в (0; 0).



2) График функции

$y=\dfrac{1}{2}x^2-10$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

$$x_b=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot\frac{1}{2}}=0;$$

$$y_b=\frac{1}{2}0^2-10=-10;\ (0;-10).$$

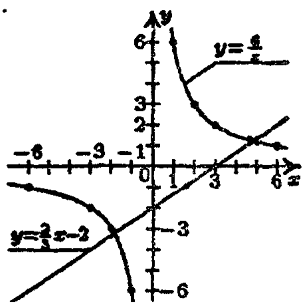
4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\dfrac{11}{2}$	-8	$-4{,}5$	-10	$-9{,}5$	-8	$-\dfrac{11}{2}$

Точки пересечения — (–10; 0); (6; 8); (–6; 8).

236. а) $\begin{cases} y=\dfrac{6}{x}, \\ y=\dfrac{2}{3}x-2. \end{cases}$

1) График функции $y=\dfrac{6}{x}$ – гиперболa, у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=6>0$).

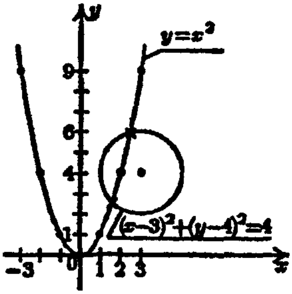


x	-1	-2	-3	-6	1	2	3	6
y	-6	-3	-2	-1	6	3	2	1

2) График функции $y=\dfrac{2}{3}x-2$ – прямая.

x	0	6
y	-2	2

Приближенные точки пересечения — (4,8; 1,2); (–2; –3,2).



б) $\begin{cases}(x-3)^2+(y-4)^2=4,\\ y=x^2.\end{cases}$

1) График уравнения $(x-3)^2+(y-4)^2=4$ – окружность с центром в точке (3; 4) и радиусом 2.

2) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

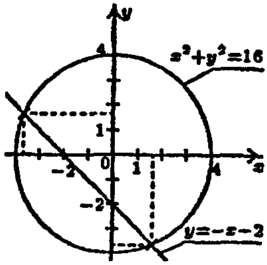
3) Найдем координаты вершины:

$x_b=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot 1}=0;\ y_b=0;(0;0)$

4)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

Приближенные точки пересечения — (1,6; 2.5); (2.4; 5,8).



237. а) $\begin{cases}x^2+y^2=16,\\ x+y+2=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+y^2=16,\\ y=-x-12.\end{cases}$

1) График уравнения $x^2+y^2=16$ – окружность с центром в (0; 0) и радиусом 4.

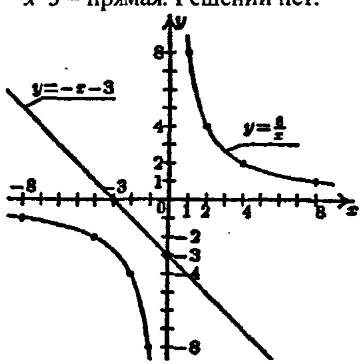
2) График функции $y=x-2$ – прямая.

Точки пересечения — (–3.6: 1.6): (1.6: –3.6)

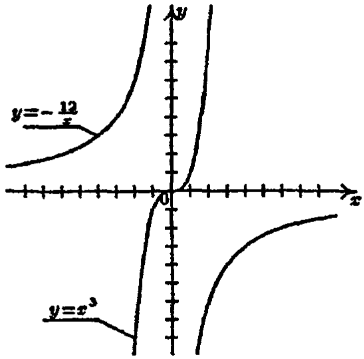
б) $\begin{cases}xy=8,\\ x+y+3=0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=\dfrac{8}{x},\\ y=-x-3.\end{cases}$

1) График функции $y=\dfrac{8}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=8>0$).

2) График функции $y=-x-3$ – прямая. Решений нет.



238. а) $\begin{cases} y = x^3, \\ xy = -12. \end{cases}$

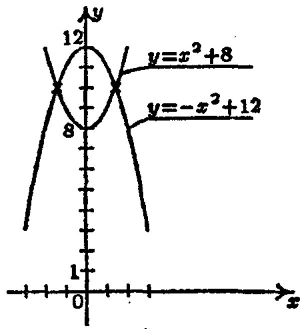


1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и Ш ч.

2) График функции $y=-\dfrac{12}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены во II и IV ч. (т.к. $k=-12<0$).

Решений нет.

б) $\begin{cases} y = x^2 + 8, \\ y = -x^2 + 12; \end{cases}$



1) График функции $y=x^2+8$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

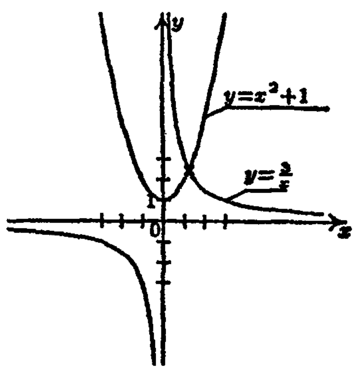
$x_b=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot 1}=0$, $y_b=8$; (0; 8)

3) График функции $y=-x^2+12$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

4) Найдем координаты вершины: $x_b=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot(-1)}=0$, $y_b=12$; (0; 12).

5) 2 решения.

в) $\begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = \dfrac{3}{x}. \end{cases}$



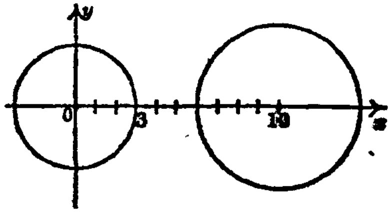
1) График функции $y=x^2+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$x_b=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot 1}=0$, $y_b=1$; (0; 1)

3) График функции $y=\dfrac{3}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.

4) Одно решение.

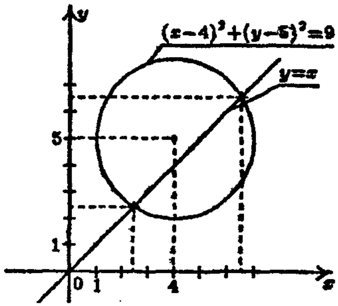


г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x-10)^2 + y^2 = 16. \end{cases}$

1) График уравнения $x^2+y^2=9$ – окружность с центром в (0; 0) и радиусом 3.

2) График уравнения $(x-10)^2+y^2=16$ – окружность с центром в (10: 0) и радиусом 4.

Нет решений.

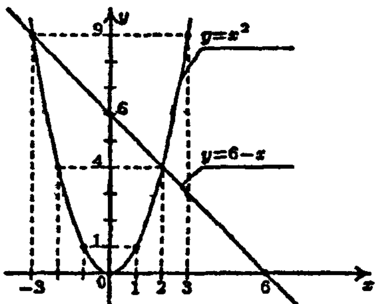


239. а) $\begin{cases} (x-4)^2 + (y-5)^2 = 9, \\ y = x. \end{cases}$

1) График уравнения $(x-4)^2+(y-5)^2=9$ – окружность с центром в (4; 5) и радиусом 3.

2) График функции $y=x$ – прямая (биссектриса I и III ч.)

Точки пересечения — (2,4; 2,4); (6,6; 6,6).



б) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 6 - x. \end{cases}$

1) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$x_b = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_b=0$.

3)

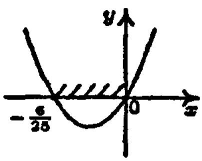
x	–1	–2	–3	0	1	2	3
y	1	4	9	0	1	4	9

4) График функции $y=6-x$ – прямая.

x	0	2
y	6	4

Точки пересечения — (2; 4); (–3; 9).

240. а) 1) График функции $y=25x^2+6x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $25x^2+6x=0$: $x(25x+6)=0$, $x_1=0$;

$25x+6=0$; $25x=-6$, $x_2 = -\dfrac{6}{25}$.

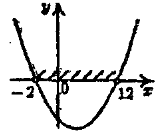
3) $\left[-\dfrac{6}{25}; 0\right]$

б) $(x-13)(x+13)>0$ 

$(-\infty;-13)\cup(13;+\infty)$

в) $x^2-10x-24<0$.

1) График функции $y=x^2-10x-24$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



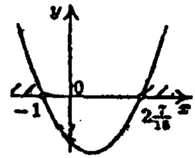
2) Решим уравнение $x^2-10x-24=0$; $D=(-10)^2-$

$-4\cdot(-24)=196$; $x_1=\dfrac{10+14}{2}=12$; $x_2=\dfrac{10-14}{2}=-2$

3) $(-2;\ 12)$.

г) $15x^2-30-22x-7>0$; $15x^2-22x-37>0$.

1) График функции $y=15x^2-22x-37$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $15x^2-22x-37=0$; $D=484-$

$-4\cdot15\cdot(-37)=2704$; $x_2=\dfrac{22+52}{30}=2\dfrac{7}{15}$; $x_1=\dfrac{22-52}{30}=-1$.

3) $(-\infty;-1)\cup\left(2\dfrac{7}{15};\infty\right)$

241. а) $\begin{cases}11(1+2y)-9y=37,\\ x=1+2y;\end{cases}$ $\begin{cases}11+22y-9y=37,\\ x=1+2y;\end{cases}$

$\begin{cases}13y=26,\\ x=1+2y;\end{cases}$ $\begin{cases}y=2,\\ x=1+2\cdot2=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\ y=2.\end{cases}$

б) $\begin{cases}16x-4(3x-2)=5,\\ y=3x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}16x-12x+8=5,\\ y=3x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}4x=-3,\\ y=3x-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-0{,}75,\\ y=-4{,}25.\end{cases}$

242. а) $\begin{cases}-10x-4y=-60,\\ 3x+4y=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}-7x=-63,\\ 3x+4y=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9;\\ 3\cdot9+4y=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9,\\ y=-7{,}5.\end{cases}$

б) $\begin{cases}2y-4x=-170,\\ 5x-2y=127;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-43,\\ 5\cdot(-43)-2y=127;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-43,\\ y=-171.\end{cases}$

243. Обозначим скорость 1-го велосипедиста x км/ч, тогда скорость 2-го равна $(x+2)$ км/ч. $\left(\dfrac{36}{x}\right)$ ч — время 1-го; $\left(\dfrac{36}{x+2}\right)$ ч — время 2-го.

По условию $\left(\dfrac{36}{x}\right)$ больше $\left(\dfrac{36}{x+2}\right)$ на $\dfrac{1}{4}$, составим уравнение:

$\dfrac{36}{x}-\dfrac{36}{x+2}=\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{36}{x}-\dfrac{36}{x+2}-\dfrac{1}{4}=0$; $\dfrac{144(x+2)-144x-x(x+2)}{4x(x+2)}=0$,

$x(x+2)\neq0$; $144x+288-144x-x^2-2x=0$; $x^2+2x-288=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-288)=1156$;

$x_2=\frac{-2+34}{2}=16$; $x_1=\frac{-2-34}{2}=-18$ — не подходит по смыслу задачи.

Если $x=16$, то $x+2=16+2=18$.

Ответ: 16 км/ч, 18 км/ч.

244. а) $\begin{cases} y^2-x=-1, \\ x=y+3; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-(y+3)=-1, \\ x=y+3; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-y-2=0, \\ x=y+3. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2-y-2=0$; $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-2)=9$;

$y_2=\frac{1+3}{2}=2$; $y_1=\frac{1-3}{2}=-1$.

$\begin{cases} y_1=2, \\ x_1=5; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_2=-1 \\ x_2=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=5, \\ y_1=2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=x-1, \\ x^2-2y=26; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-1, \\ x^2-2(x-1)-26=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x-1, \\ x^2-2x-24=0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-2x-24=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-24)=100$;

$x_2=\frac{2+10}{2}=6$ или $x_1=\frac{2-10}{2}=-4$. $\begin{cases} x_1=6, \\ y_1=5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-4, \\ y_2=-5. \end{cases}$

в) $\begin{cases} xy+x=-4, \\ x-y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} (y+6)y+y+6=-4, \\ x=y+6; \end{cases}$

$\begin{cases} y^2+6y+y+6+4=0, \\ x=y+6; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2+7y+10=0, \\ x=y+6; \end{cases}$

Решим уравнение $y^2+7y+10=0$; $D=7^2-4\cdot1\cdot10=9$;

$y_2=\frac{-7+3}{2}=-2$; $y_1=\frac{-7-3}{2}=-5$.

$\begin{cases} y_2=-2, \\ x_2=4; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-5, \\ x_1=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=-5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=-2. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x+y=9, \\ y^2+x=29 \end{cases}$ $\begin{cases} y=9-x, \\ (9-x)^2+x=29; \end{cases}$

$\begin{cases} y=9-x, \\ 81-18x+x^2+x-29=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=9-x, \\ x^2-17x+52=0; \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-17x+52=0$; $D=(-17)^2-4\cdot1\cdot52=81$;

$x_2=\frac{17+\sqrt{81}}{2}=13$; $x_1=\frac{17-\sqrt{81}}{2}=4$. $\begin{cases} x_2=13, \\ y_2=-4; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=4, \\ y_1=5. \end{cases}$

245. а) $\begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - x = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - (3 - y) - 39 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 + y - 42 = 0; \end{cases}$

Решим уравнение $y^2+y-42=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-42)=169$;

$$y_2 = \frac{-1+\sqrt{169}}{2} = 6;\ y_1 = \frac{-1-\sqrt{169}}{2} = -7.$$

$\begin{cases} x_1 = 10, \\ y_1 = -7; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = -3, \\ y_2 = 6. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 1 + x, \\ x + y^2 = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1 + x, \\ x + (1 + x)^2 + 1 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1 + x, \\ x^2 + 3x + 2 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot2=1$;

$x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1$; $x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2$. $\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 0; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + y = 14, \\ y - x = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + (8 + x) - 14 = 0, \\ y = 8 + x; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ y = 8 + x. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2+x-6=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25$;

$x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$ или $x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$. $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 10; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = 5. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y = 4, \\ y + xy = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4 - x, \\ 4 - x + x(4 - x) - 6 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4 - x, \\ -x^2 + 3x - 2 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-3x+2=0$; $D=(-3)^2-4\cdot2=1$;

$$x_2 = \frac{3+1}{2} = 2;\ x_1 = \frac{3-1}{2} = 1.$$

$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 3. \end{cases}$

246. а) $\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 + y, \\ (3 + y)y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 + y, \\ 3y + y^2 + 2 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2+3y+2=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot2=1$;

$$y_2 = \frac{-3+1}{2} = -1;\ y_1 = \frac{-3-1}{2} = -2$$

$\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = -1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=-x+2{,}5, \\ x(-x+2{,}5)=1{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-x+2{,}5, \\ -x^2+2{,}5x-1{,}5=0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-2{,}5x+1{,}5=0$; $D=(-2{,}5)^2-4\cdot1\cdot1{,}5=0{,}25$;

$x_2=\dfrac{2{,}5+0{,}5}{2}=1{,}5$ или $x_1=\dfrac{2{,}5-0{,}5}{2}=1$.

$\begin{cases} x_2=1{,}5, \\ y_2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=1{,}5. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x+y=-1, \\ x^2+y^2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+(-x-1)^2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+x^2+2x+1-1=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=-x-1, \\ 2x^2+2x=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-x-1, \\ 2x(x+1)=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=0, \\ y_2=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=-1, \\ y_1=0. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x-y=2, \\ x^2-y^2=17; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+2, \\ (y+2)^2-y^2-17=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+2, \\ y^2+4y+4-y^2-17=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+2, \\ 4y=13; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{21}{4}, \\ y=\dfrac{13}{4}. \end{cases}$

247. а) $\begin{cases} x+y=8, \\ xy=-20; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8-y, \\ (8-y)y+20=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8-y, \\ 8y-y^2+20=0. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2-8y-20=0$; $D=(-8)^2-4\cdot1\cdot(-20)=144$;

$y_2=\dfrac{8+12}{2}=10$ или $y_1=\dfrac{8-12}{2}=-2$.

$\begin{cases} x_1=10, \\ y_1=-2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=10. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x-y=0{,}8, \\ xy=2{,}4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=0{,}8+y, \\ (0{,}8+y)y-2{,}4=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=0{,}8+y, \\ 0{,}8y+y^2-2{,}4=0. \end{cases}$

Решим уравнение $5y^2+4y-12=0$; $D=4^2-4\cdot5\cdot(-12)=256$;

$y_2=\dfrac{-4+16}{10}=1{,}2$ или $y_1=\dfrac{-4-16}{10}=-2$.

$\begin{cases} x_1=1{,}2; \\ y_1=-2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=1{,}2. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 8, \\ x - y = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} (4+y)^2 - y^2 = 8, \\ x = 4 + y; \end{cases}$ $\begin{cases} 16 + 8y + y^2 - y^2 - 8 = 0, \\ x = 4 + y; \end{cases}$

$\begin{cases} 8y = -8, \\ x = 4 + y; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -1, \\ x = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ y = -1. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y = -3; \end{cases}$ $\begin{cases} (-x-3)^2 + x^2 - 5 = 0, \\ y = -x - 3; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 + x^2 - 5 = 0, \\ y = -x - 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 + 6x + 4 = 0, \\ y = -x - 3. \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ y = -x - 3 \end{cases}$

Решим уравнение $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot2=1$;

$x_2 = \dfrac{-3+1}{2} = -1$. $x_1 = \dfrac{-3-1}{2} = -2$.

$\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$

248. а) $\begin{cases} y - 2x = 2, \\ 5x^2 - y = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - (2x+2) - 1 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - 2x - 3 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $5x^2-2x-3=0$; $D=(-2)^2-4\cdot5\cdot(-3)=64$;

$x_2 = \dfrac{2+8}{10} = 1$; $x_1 = \dfrac{2-8}{10} = -0{,}6$.

$\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -0{,}6, \\ y_1 = 0{,}8. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - 2y^2 = 2, \\ 3x + y = 7; \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2(7-3x)^2 = 2, \\ y = 7 - 3x; \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2(49 - 42x + 9x^2) - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases}$

$\begin{cases} x - 98 + 84x - 18x^2 - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases}$ $\begin{cases} -18x^2 + 85x - 100 = 0, \\ y = 7 - 3x. \end{cases}$

Решим уравнение $18x^2-85x+100=0$; $D=(-85)^2-4\cdot18\cdot100=25$;

$x_2 = \dfrac{85+5}{36} = 2{,}5$; $x_1 = \dfrac{85-5}{36} = 2\dfrac{2}{9}$.

$\begin{cases} x_2 = 2\dfrac{1}{2}, \\ y_2 = -\dfrac{1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2\dfrac{2}{9}, \\ y_1 = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2-3y^2=52, \\ y-x=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-3(14+x)^2-52=0, \\ y=14+x; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-588-84x-3x^2-52=0, \\ y=14+x; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x^2-84x-640=0, \\ y=14+x. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2+42x+320=0$; $D=42^2-4\cdot1\cdot320=484$; $\sqrt{D}=\pm22$;

$x_2=\dfrac{-42+22}{2}=-10$; $x_1=\dfrac{-42-22}{2}=-32$.

$\begin{cases} x_2=-10, \\ y_2=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-32, \\ y_1=-18. \end{cases}$

г) $\begin{cases} 3x^2+2y^2=11, \\ x+2y=3; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(-2y+3)^2+2y^2=11, \\ x=-2y+3; \end{cases}$

$\begin{cases} 3(4y^2-12y+9)+2y^2-11=0, \\ x=-2y+3; \end{cases}$ $\begin{cases} 14y^2-36y+16=0, \\ x=-2y+3. \end{cases}$

$\begin{cases} 7y^2-18y+8=0 \\ x=-2y+3 \end{cases}$

Решим уравнение $7y^2-18y+8=0$; $D=(-18)^2-4\cdot7\cdot8=100$; $y_2=\dfrac{18+10}{14}=2$

или $y_1=\dfrac{18-10}{14}=\dfrac{4}{7}$.

$\begin{cases} y_2=2, \\ x_2=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=\dfrac{4}{7}, \\ x_1=1\dfrac{6}{7}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=1\dfrac{6}{7}, \\ y_1=\dfrac{4}{7}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-1, \\ y_2=2. \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2+y^2=100, \\ 3x=4y; \end{cases}$ $\begin{cases} (\dfrac{4}{3}y)^2+y^2=100, \\ x=\dfrac{4}{3}y; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{16}{9}y^2+y^2=100, \\ x=\dfrac{4}{3}y; \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{25}{9}y^2=100, \\ x=\dfrac{4}{3}y; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=36, \\ x=\dfrac{4}{3}y; \end{cases}$ $\begin{cases} y_2=6, \\ x_2=8; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-6, \\ x_1=-8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-8, \\ y_1=-6; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=8, \\ y_2=6. \end{cases}$

е) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32, \\ 2x - y = 8. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - (2x-8)^2 = 32, \\ y = 2x - 8; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 32x - 64 - 32 = 0, \\ y = 2x - 8; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x^2 + 32x - 96 = 0, \\ y = 2x - 8. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 16x + 48 = 0 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$

Решим уравнение $x^2 - 16x + 48 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 64$

$x_2 = \frac{16+8}{2} = 12$; $x_1 = \frac{16-8}{2} = 4$.

$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = 16; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 0. \end{cases}$

249. а) $\begin{cases} 2xy - y = 7, \\ x - 5y = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y(5y+2) - y = 7, \\ x = 5y + 2; \end{cases}$ $\begin{cases} 10y^2 + 3y - 7 = 0, \\ x = 5y + 2. \end{cases}$

Решим уравнение $10y^2 + 3y - 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-7) = 289$:

$y_2 = \frac{-3+17}{20} = 0{,}7$; $y_1 = \frac{-3-17}{20} = -1$.

$\begin{cases} y_2 = 0{,}7, \\ x_2 = 5{,}5; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = -3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 5{,}5; \\ y_2 = 0{,}7. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^2 - xy = 33, \\ 4x - y = 17; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 - x(4x - 17) = 33, \\ y = 4x - 17; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17. \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^2 - 17x + 33 = 0 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$

Решим уравнение $2x^2 - 17x + 33 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 33 = 25$; $x_2 = \frac{17+5}{4} = 5{,}5$

или $x_1 = \frac{17-5}{4} = 3$.

$\begin{cases} x_2 = 5{,}5, \\ y_2 = 5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -5. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2+2y=18, \\ 3x=2y; \end{cases}$ $\begin{cases} (\frac{2}{3}y)^2+2y-18=0, \\ x=\frac{2}{3}y; \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{4}{9}y^2+2y-18=0, \\ x=\frac{2}{3}y. \end{cases}$ $\begin{cases} 2y^2+9y-81=0 \\ x=\frac{2}{3}y \end{cases}$

Решим уравнение $2y^2+9y-81=0$; $D=9^2-4\cdot2\cdot(-81)=729$; $\sqrt{D}=\pm27$;

$y_2=\frac{-9+27}{4}=4{,}5$; $y_1=\frac{-9-27}{4}=-9$.

$\begin{cases} y_2=4{,}5, \\ x_2=3; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-9, \\ x_1=-6; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-6, \\ y_1=-9; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=4{,}5. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x-y-4=0, \\ x^2+y^2=8{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+4, \\ (y+4)^2+y^2-8{,}5=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+4, \\ y^2+8y+16+y^2-8{,}5=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+4, \\ 2y^2+8y+7{,}5=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+4 \\ 4y^2+16y+15=0 \end{cases}$

Решим уравнение $4y^2+16y+15=0$; $D=16^2-4\cdot4\cdot15=16$;

$y_2=\frac{-16+4}{8}=-1{,}5$ или $y_1=\frac{-16-4}{8}=-2{,}5$.

$\begin{cases} x_1=1{,}5; \\ y_1=-2{,}5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=2{,}5; \\ y_2=-1{,}5. \end{cases}$

д) $\begin{cases} x^2+4y=10, \\ x-2y=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} (2y-5)^2+4y=10, \\ x=2y-5; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y^2-20y+25+4y-10=0, \\ x=2y-5; \end{cases}$ $\begin{cases} 4y^2-16y+15=0, \\ x=2y-5. \end{cases}$

Решим уравнение $4y^2-16y+15=0$; $D=(-16)^2-4\cdot4\cdot15=16$;

$y_2=\frac{16+4}{8}=2{,}5$; $y_1=\frac{16-4}{8}=1{,}5$.

$\begin{cases} y_2=2{,}5, \\ x_2=0; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=1{,}5, \\ x_1=-2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-2, \\ y_1=1{,}5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=0, \\ y_2=2{,}5. \end{cases}$

е) $\begin{cases} x-2y+1=0, \\ 5xy+y^2=16. \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y-1, \\ 5y(2y-1)+y^2-16=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=2y-1, \\ 10y^2-5y+y^2-16=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y-1, \\ 11y^2-5y-16=0. \end{cases}$

Решим уравнение

$11y^2-5y-16=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 11\cdot(-16)=729$; $\sqrt{D}=\pm 27$; $y_2=\frac{5+27}{22}=1\frac{5}{11}$

$y_1=\frac{5-27}{22}=-1.$

$\begin{cases} x_1=-3, \\ y_1=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=1\frac{10}{11}, \\ y_2=1\frac{5}{11}. \end{cases}$

250. а) $\begin{cases} 2x+4y=5(x-y), \\ x^2-y^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+4y=5x-5y, \\ x^2-y^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3y, \\ (3y)^2-y^2=6; \end{cases}$

$\begin{cases} x=3y, \\ 9y^2-y^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3y, \\ y^2=\frac{3}{4}. \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \\ y_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=\frac{3\sqrt{3}}{2}, \\ y_2=\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

б) $\begin{cases} u-v=6(u+v), \\ u^2-v^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} u-v=6u+6v, \\ u^2-v^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} -5u=7v \\ u^2-v^2=6 \end{cases}$

$\begin{cases} u=-\frac{7}{5}v, \\ (-\frac{7}{5}v)^2-v^2=6; \end{cases}$ $\begin{cases} u=-\frac{7}{5}v, \\ \frac{49}{25}v^2-v^2=6; \end{cases}$

$\begin{cases} u=-\frac{7}{5}v, \\ v^2=\frac{25}{4}; \end{cases}$ $\begin{cases} u_1=3,5, \\ v_1=-2,5; \end{cases}$ или $\begin{cases} u_2=-3,5, \\ v_2=2,5. \end{cases}$

251. а) $\begin{cases}6(y-x)-50=y,\\ y-xy=24;\end{cases}$ $\begin{cases}6y-6x-50=y,\\ y(1-x)=24;\end{cases}$ $\begin{cases}5y-6x-50=0,\\ y=\dfrac{24}{1-x};\end{cases}$

$\begin{cases}\dfrac{5\cdot 24}{1-x}-6x-50=0,\\ y=\dfrac{24}{1-x};\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{120-6x(1-x)-50(1-x)}{1-x}=0,\\ y=\dfrac{24}{1-x},\end{cases}$

$\begin{cases}120-6x+6x^2-50+50x=0,\\ y=\dfrac{24}{1-x}\end{cases}$ $\begin{cases}6x^2+44x+70=0,\\ y=\dfrac{24}{1-x}.\end{cases}$ $\begin{cases}3x^2+22x+35=0\\ y=\dfrac{24}{1-x}\end{cases}$

Решим уравнение $3x^2+22x+35=0$; $D=22^2-4\cdot3\cdot35=64$;

$x_2=\dfrac{-22+8}{6}=-2\dfrac{1}{3}$; $x_1=\dfrac{-22-8}{6}=-5$.

$\begin{cases}x_2=-2\dfrac{1}{3},\\ y_2=7\dfrac{1}{5};\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=-5,\\ y_1=4.\end{cases}$

б) $\begin{cases}p+5t=2(p+t),\\ pt-t=10;\end{cases}$ $\begin{cases}p+5t=2p+2t,\\ pt-t=10;\end{cases}$ $\begin{cases}p=3t,\\ 3t\cdot t-t-10=0;\end{cases}$ $\begin{cases}p=3t\\ 3t^2-t-10=0\end{cases}$

Решим уравнение $3t^2-t-10=0$; $D=(-1)^2-4\cdot3\cdot(-10)=121$; $t_2=\dfrac{1+11}{6}=2$

или $t_1=\dfrac{1-11}{6}=-1\dfrac{2}{3}$.

$\begin{cases}p_1=-5,\\ t_1=-1\dfrac{2}{3};\end{cases}$ или $\begin{cases}p_2=6,\\ t_2=2.\end{cases}$

252. а) $\begin{cases}(x-2)(y+3)=160,\\ y-x=1;\end{cases}$ $\begin{cases}(x-2)(x+4)=160,\\ y=x+1;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-2x+4x-8-160=0,\\ y=x+1;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+2x-168=0,\\ y=x+1;\end{cases}$

Решим уравнение $x^2+2x-168=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-168)=676$; $\sqrt{D}=\pm26$;

$x_2=\dfrac{-2+26}{2}=12$ или $x_1=\dfrac{-2-26}{2}=-14$. $\begin{cases}x_2=12,\\ y_2=13;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=-14,\\ y_1=-13.\end{cases}$

б) $\begin{cases}(x-1)(y+10)=9,\\ x-y=11;\end{cases}$ $\begin{cases}(y+10)(y+10)=9,\\ x=11+y;\end{cases}$

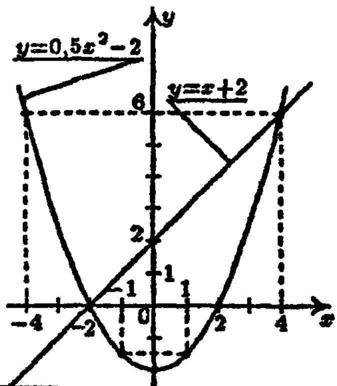
$\begin{cases}y^2+20y+100-9=0,\\ x=11+y.\end{cases}$

Решим уравнение $y^2+20y+91=0$; $D=20^2-4\cdot1\cdot91=36$;

$y_2=\dfrac{-20+6}{2}=-7$ или $y_1=\dfrac{-20-6}{2}=-13.$

$\begin{cases}y_2=-7,\\ x_2=4;\end{cases}$ или $\begin{cases}y_1=-13,\\ x_1=-2.\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2,\\ y_1=-13;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=4,\\ y_2=-7.\end{cases}$

253. $\begin{cases}y=0{,}5x^2-2,\\ y-x=2;\end{cases}$ $\begin{cases}y=0{,}5x^2-2,\\ y=x+2.\end{cases}$



1) График функции $y=0{,}5x^2-2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$x_в=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot0{,}5}=0;\ y_в=-2;$

(0;–2).

3)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	$\frac{5}{2}$	0	–1,5	–2	–1,5	0	$\frac{5}{2}$

4) График функции $y=x+2$ – прямая.

x	0	2
y	2	4

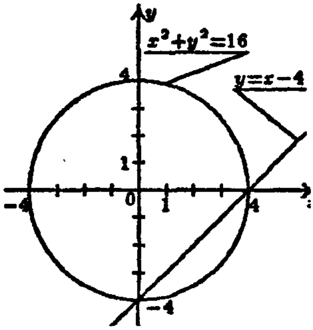
5) Решение системы: (–2; 0); (4; 6).

6) $\begin{cases}y=x+2,\\ x+2=0{,}5x^2-2;\end{cases}$ $\begin{cases}y=x+2,\\ 0{,}5x^2-x-4=0.\end{cases}$

Решим уравнение $x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$;

$x_2=\dfrac{2+6}{2}=4$; $x_1=\dfrac{2-6}{2}=-2.$

$\begin{cases}x_1=4,\\ y_1=6;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-2,\\ y_2=0.\end{cases}$



254. а) 1) График уравнения $x^2+y^2=16$ – окружность с центром в т. (0; 0) и радиусом 4

2) График функции $y=x-4$ – прямая.

x	0	2
y	–4	–2

3) Решения системы: (4; 0); (0; –4).

4) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ x-y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} (y+4)^2+y^2-16=0, \\ x=y+4; \end{cases}$

$\begin{cases} y^2+8y+16+y^2-16=0 \\ x=y+4; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2+8y=0, \\ x=y+4; \end{cases}$

$\begin{cases} 2y(y+4)=0, \\ x=y+4; \end{cases}$

$\begin{cases} y_2=0, \\ x_2=4; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-4, \\ x_1=0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=-4; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=0. \end{cases}$

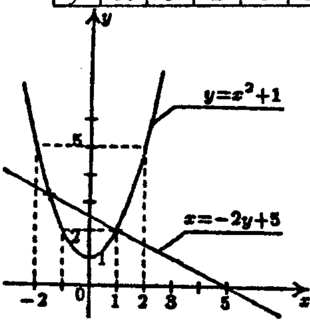
б) $\begin{cases} y=x^2+1, \\ x+2y=5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2+1, \\ x=-2y+5. \end{cases}$

1) График функции $y=x^2+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент x^2 при положителен).

2) Найдем координаты вершины: $x_B=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0}{2\cdot1}=0$; $y_в=1$; (0;1).

3)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	10	5	2	1	2	5	10



4) График функции $x=-2y+5$ – прямая.

x	1	5
y	2	0

5) Решения системы: (–1,5; 3,2); (1; 2).

6) $\begin{cases} x=-2y+5, \\ (-2y+5)^2+1-y=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=-2y+5, \\ 4y^2-21y+25+1=0. \end{cases}$

Решим уравнение $4y^2-21y+25=0$; $D=(-21)^2-4\cdot4\cdot26=25$;

$y_2=\dfrac{21+5}{8}=3\dfrac{1}{4}$ или $y_1=\dfrac{21-5}{8}=2$. $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-1,5 \\ y_2=3\dfrac{1}{4}. \end{cases}$

255. а) $\begin{cases} x^2+xy-y^2=11, \\ x-2y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} (2y+1)^2+(2y+1)y-y^2=11, \\ x=2y+1; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y^2+4y+1+2y^2+y-y^2=11, \\ x=2y+1; \end{cases}$ $\begin{cases} 5y^2+5y-10=0, \\ x=2y+1. \end{cases}$

$\begin{cases} y^2+y-2=0 \\ x=2y+1 \end{cases}$

Решим уравнение $y^2+y-2=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-2)=9$;

$y_2=\dfrac{-1+3}{2}=1$; $y_1=\dfrac{-1-3}{2}=-2$.

$\begin{cases} y_2=1, \\ x_2=3; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-2, \\ x_1=-3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-3, \\ y_1=-2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2+xy-3y=9, \\ 3x+2y=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+xy-3y=9, \\ 2y=-3x-1; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+x(-1{,}5x-0{,}5)-3(-1{,}5x-0{,}5)=9, \\ y=-1{,}5x-0{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-1{,}5x^2-0{,}5x+4{,}5x+1{,}5-9=0, \\ y=-1{,}5x-0{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} -0{,}5x^2+4x-7{,}5=0, \\ y=-1{,}5x-0{,}5. \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-8x+15=0 \\ y=-1{,}5x-0{,}5 \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-8x+15=0$; $D=(-8)^2-4\cdot15=4$; $x_2=\dfrac{8+2}{2}=5$;

$x_1=\dfrac{8-2}{2}=3$. $\begin{cases} x_2=5, \\ y_2=-8; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=-5. \end{cases}$

256. а) $\begin{cases} x^2+y^2+3xy=-1, \\ x+2y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} (-2y)^2+y^2+3y(-2y)+1=0, \\ x=-2y; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y^2+y^2-6y^2=-1, \\ x=-2y; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=1, \\ x=-2y; \end{cases}$

$\begin{cases} y_2=1, \\ x_2=-2; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-1, \\ x_1=2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} u+2v=4, \\ u^2+uv-v=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} u=4-2v, \\ (4-2v)^2+(4-2v)v-v=-5; \end{cases}$

$\begin{cases} u=4-2v, \\ 16-16v+4v^2+4v-2v^2-v=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} u=4-2v, \\ 2v^2-13v+21=0. \end{cases}$

Решим уравнение $2v^2-13v+21=0$; $D=(-13)^2-4\cdot2\cdot21=1$;

$v_2=\dfrac{13+1}{4}=3{,}5$ или $v_1=\dfrac{13-1}{4}=3.$

$\begin{cases} u_1=-2, \\ v_1=3; \end{cases}$ или $\begin{cases} u_2=-3, \\ v_2=3{,}5. \end{cases}$

257. а) $\begin{cases} x-y=5, \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5, \\ \dfrac{6}{y+5}+\dfrac{6}{y}-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5, \\ \dfrac{6y+6(y+5)-y(y+5)}{y(y+5)}=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=y+5, \\ 6y+6y+30-y^2-5y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5, \\ -y^2+7y+30=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5 \\ y^2-7y-30=0 \end{cases}$

Решим уравнение $y^2-7y-30=0$; $D=(-7)^2-4\cdot1\cdot(-30)=169$; $y_2=\dfrac{7+13}{2}=10$

или $y_1=\dfrac{7-13}{2}=-3.$

$\begin{cases} x_2=15, \\ y_2=10; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=-3. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x+y=6, \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}; \end{cases}$ $\begin{cases} y=6-x, \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{4}{6-x}-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=6-x, \\ \dfrac{4(6-x)-4x-x(6-x)}{x(6-x)}=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=6-x, \\ 24-4x-4x-6x+x^2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=6-x. \\ x^2-14x+24=0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-14x+24=0$; $D=(-14)^2-4\cdot1\cdot24=100$; $x_2=\dfrac{14+10}{2}=12$

или $x_1=\dfrac{14-10}{2}=2.$

$\begin{cases} x_2=12, \\ y_2=-6. \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 3x+y=1, \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=-2{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=1-3x, \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{1-3x}+5=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=1-3x, \\ \dfrac{2(1-3x)+2x+5x(1-3x)}{x(1-3x)}=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=1-3x, \\ 2-6x+2x+5x-15x^2=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=1-3x, \\ -15x^2+x+2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=1-3x \\ 15x^2-x-2=0. \end{cases}$

Решим уравнение $15x^2-x-2=0$; $D=(-1)^2-4\cdot15\cdot(-2)=121$; $x_2=\dfrac{1+11}{30}=\dfrac{2}{5}$;

$x_1=\dfrac{1-11}{30}=-\dfrac{1}{3}$.

$\begin{cases} x_2=\dfrac{2}{5}, \\ y_2=-\dfrac{1}{5}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=-\dfrac{1}{3}, \\ y_1=2. \end{cases}$

г) $\begin{cases} \dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}, \\ x-2y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{3}{y}-\dfrac{3}{2y+2}-1=0, \\ x=2y+2; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{3(2y+2)-3y-y(2y+2)}{y(2y+2)}=0, \\ x=2y+2; \end{cases}$

$\begin{cases} 6y+6-3y-2y^2-2y=0 \\ x=2y+2 \end{cases}$ $\begin{cases} -2y^2+y+6=0, \\ x=2y+2. \end{cases}$ $\begin{cases} 2y^2-y-6=0 \\ x=2y+2 \end{cases}$

Решим уравнение $2y^2-y-6=0$; $D=(-1)^2-4\cdot2\cdot(-6)=49$; $y_2=\dfrac{1+7}{4}=2$;

$y_1=\dfrac{1-7}{4}=-1{,}5$.

$\begin{cases} y_2=2, \\ x_2=6; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=-1{,}5, \\ x_1=-1. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-1, \\ y_1=-1{,}5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=2. \end{cases}$

258. а) $\begin{cases} y=x^2-8x+16, \\ 2x-3y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-8x+16, \\ 2x-3(x^2-8x+16)=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=x^2-8x+16, \\ 2x-3x^2+24x-48=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-8x+16, \\ -3x^2+26x-48=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-8x+16 \\ 3x^2-26x+48=0 \end{cases}$

Решим уравнение

$3x^2-26x+48=0$; $D=(-26)^2-4\cdot3\cdot48=100$;

$$x_2=\frac{26+10}{6}=6\text{, } x_1=\frac{26-10}{6}=2\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases}y_2=4,\\x_2=6;\end{cases} \text{ или } \begin{cases}y_1=1\frac{7}{9},\\x_1=2\frac{2}{3}.\end{cases} \begin{cases}x_1=2\frac{2}{3},\\y_1=1\frac{7}{9},\end{cases} \text{ или } \begin{cases}x_2=6,\\y_2=4.\end{cases}$$

г) $\begin{cases}(x-5)^2+(y-4)^2=65,\\3x-y+6=0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x-5)^2+(3x+2)^2=65,\\y=3x+6;\end{cases}$

$$\begin{cases}x^2-10x+25+9x^2+12x+4-65=0,\\y=3x+6;\end{cases} \begin{cases}10x^2+2x-36=0,\\y=3x+6.\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x^2+x-18=0\\y=3x+6\end{cases}$$

Решим уравнение $5x^2+x-18=0$; $D=1^2-4\cdot5\cdot(-18)=361$; $x_2=\frac{-1+19}{10}=1{,}8$.

$x_1=\frac{-1-19}{10}=-2.$ $\begin{cases}x_2=1{,}8,\\y_2=11{,}4;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=-2,\\y_1=0.\end{cases}$

259. $\begin{cases}x-y=4,\\y=x^2-5x+5;\end{cases}$ $\begin{cases}y=x-4,\\x-4-x^2+5x-5=0;\end{cases}$

$$\begin{cases}y=x-4,\\-x^2+6x-9=0.\end{cases} \begin{cases}y=x-4\\x^2-6x+9=0\end{cases}$$

Решим уравнение $x^2-6x+9=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot9=0$; $x=\frac{6+0}{2}=3$, $y=3-4=-1$

Решение системы: $(3; -1)$.

260. $\begin{cases}y=2x^2-5x+1,\\2x+y+3=0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=2x^2-5x+1,\\y=-2x-3;\end{cases}$

$$\begin{cases}-2x-3-2x^2+5x-1=0,\\y=-2x-3;\end{cases} \begin{cases}-2x^2+3x-4=0,\\y=-2x-3.\end{cases} \begin{cases}2x^2-3x+4=0\\y=-2x-3\end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2-3x+4=0$; $D=(-3)^2-4\cdot2\cdot2=-23<0$.

Т.к. $D<0$, то нет корней $\Rightarrow$ кривые не имеют точек пересечения.

261. а) $\begin{cases} x^2+y^2=12, \\ xy=-6; \end{cases}$ $\begin{cases} (-\frac{6}{y})^2+y^2=12, \\ x=-\frac{6}{y}; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{36}{y^2}+y^2=12, \\ x=-\frac{6}{y}; \end{cases}$

$\begin{cases} 36+y^4=12y^2 \\ x=-\frac{6}{y} \end{cases}$ $\begin{cases} y^4-12y^2+36=0, \\ x=-\frac{6}{y}. \end{cases}$

Решим уравнение $y^4-12y^2+36=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2-12v+36=0$;

$D=(-12)^2-4\cdot1\cdot36=0$; $v=\frac{12+0}{2}=6$; $y^2=6 \Rightarrow y_2=\sqrt{6}$; $y_1=-\sqrt{6}$;

$\begin{cases} x_1=\sqrt{6}, \\ y_1=-\sqrt{6}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-\sqrt{6}, \\ y_2=\sqrt{6}. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^2-y^2=34, \\ xy=20; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2-(\frac{20}{x})^2-34=0, \\ y=\frac{20}{x}; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2-\frac{400}{x^2}-34=0, \\ y=\frac{20}{x}; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x^4-400-34x^2=0, \\ y=\frac{20}{x}. \end{cases}$

Решим уравнение $x^4-17x^2-200=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-17v-200=0$;

$D=(-17)^2-4\cdot1\cdot(-200)=1089$: $v_2=\frac{17+33}{2}=25$ или $v_1=\frac{17-33}{2}=-8$; $x^2=25$ или $x^2=-8$ — нет корней, из первого уравнения получаем: $x_2=5$ или $x_1=-5$.

$\begin{cases} x_2=5, \\ y_2=4; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=-5, \\ y_1=-4. \end{cases}$

262. а) $\begin{cases} x^2-2y^2=14, \\ x^2+2y^2=18; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2=32, \\ x^2-2y^2=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=16 \\ x^2-2y^2=14 \end{cases}$

$\begin{cases} x=4, \\ 4^2-2y^2=14; \end{cases}$ или $\begin{cases} x=-4, \\ (-4)^2-2y^2=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x=4 \\ 2y^2=2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=-4 \\ 2y^2=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=4, \\ y^2=1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x=-4, \\ y^2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-4, \\ y_1=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=4, \\ y_4=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=-4, \\ y_3=-1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} xy + x = 56, \\ xy + y = 54; \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2, \\ xy + y = 54; \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 2, \\ (y+2)y + y - 54 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 2y + y - 54 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 3y - 54 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2+3y-54=0$; $D=3^2-4\cdot 1\cdot(-54)=225$;

$y_2 = \dfrac{-3+15}{2} = 6$ или $y_1 = \dfrac{-3-15}{2} = -9$. $\begin{cases} x_1 = -7, \\ y_1 = -9; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 8, \\ y_2 = 6. \end{cases}$

263. а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 9; \end{cases}$ $\begin{cases} (\dfrac{9}{y})^2 + y^2 - 18 = 0, \\ x = \dfrac{9}{y}; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{81}{y^2} + y^2 - 18 = 0 \\ x = \dfrac{9}{y} \end{cases}$

$\begin{cases} y^4 - 18y^2 + 81 = 0, \\ x = \dfrac{9}{y}. \end{cases}$

Решим уравнение $y^4-18y^2+81=0$; обозначим $y^2=t$; $t^2-18t+81=0$;

$D=(-18)^2-4\cdot 1\cdot 81=0$; $t = \dfrac{18+0}{2} = 9$; $y^2=9 \Rightarrow y_2=3$ или $y_1=-3$.

$\begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 3; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -3. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 11, \\ xy = 30; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - (\dfrac{30}{x})^2 - 11 = 0, \\ y = \dfrac{30}{x}; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - \dfrac{900}{x^2} - 11 = 0 \\ y = \dfrac{30}{x} \end{cases}$ $\begin{cases} x^4 - 11x^2 - 900 = 0, \\ y = \dfrac{30}{x}. \end{cases}$

Решим уравнение $x^4-11x^2-900=0$.

Обозначим $x^2=t \Rightarrow t^2-11t-900=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot(-900)=3721$;

$t_2 = \dfrac{11+61}{2} = 36$ или $t_1 = \dfrac{11-61}{2} = -25$; $x^2=36$; $x_1=6$ или $x_2=-6$; $x^2=-25$ — корней нет. $\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = -6, \\ y_2 = -5. \end{cases}$

в) $\begin{cases}x^2+y^2=61,\\x^2-y^2=11;\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2=72,\\x^2-y^2=11;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2=36,\\x^2-y^2=11;\end{cases}$

$\begin{cases}x_2=6,\\36-y^2=11;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=-6,\\36-y^2=11;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=6,\\y_1=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=6,\\y_2=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_3=-6,\\y_3=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_4=-6,\\y_4=-5.\end{cases}$

г) $\begin{cases}3x-xy=10,\\y+xy=6;\end{cases}$ $\begin{cases}3x+y=16,\\y+xy=6;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-3x+16,\\-3x+16+x(-3x+16)-6=0;\end{cases}$

$\begin{cases}y=-3x+16,\\-3x+16-3x^2+16x-6=0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-3x+16,\\-3x^2+13x+10=0;\end{cases}$

$\begin{cases}y=-3x+16\\3x^2-13x-10=0\end{cases}$

Решим уравнение $3x^2-13x-10=0$; $D=(-13)^2-4\cdot3\cdot(-10)=289$;

$x_2=\dfrac{13+17}{6}=5$ или $x_1=\dfrac{13-17}{6}=-\dfrac{2}{3}$.

$\begin{cases}x_2=5,\\y_2=1;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=-\dfrac{2}{3},\\y_1=18.\end{cases}$

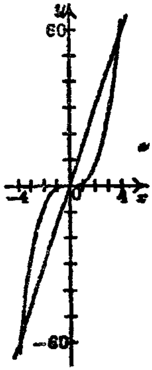
264. а) $\begin{cases}x^2+y^2=36,\\y=x^2+6;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+(x^2+6)^2-36=0,\\y=x^2+6;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+x^4+12x^2+36-36=0\\y=x^2+6\end{cases}$ $\begin{cases}x^4+13x^2=0,\\y=x^2+6;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2(x^2+13)=0,\\y=x^2+6;\end{cases}$

$\begin{cases}x=0,\\y=6.\end{cases}$ или $\begin{cases}x^2=-13\\y=6\end{cases}$ – нет решений

б) $\begin{cases}x^2+y^2=16,\\(x-2)^2+y^2=36;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+y^2=16,\\(x-2)^2-x^2=20;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+y^2=16\\x^2-4x+4-x^2=20\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+y^2=16,\\4x=-16;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+y^2=16\\x=-4\end{cases}$ $\begin{cases}16+y^2=16\\x=-4\end{cases}$ $\begin{cases}y=0\\x=-4\end{cases}$

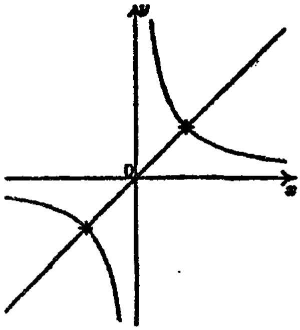


265. а) $\begin{cases} y = x^3, \\ y = 15x; \end{cases}$

1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

2) График функции $y=15x$ – прямая, проходящая через начало координат.

3 решения.

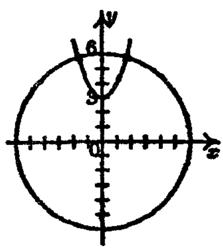


б) $\begin{cases} xy = 10, \\ y = x; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{10}{x}, \\ y = x; \end{cases}$

1) График функции $y = \dfrac{10}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.

2) График функции $y=x$ – прямая (биссектриса I и III ч.).

2 решения.



в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 + 3; \end{cases}$

1) График уравнения $x^2 + y^2 = 36$ – окружность с центром в (0; 0) и радиусом 6.

2) График функции $y=x^2+3$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

$x_B = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_в=3$; (0; 3).

2 решения.

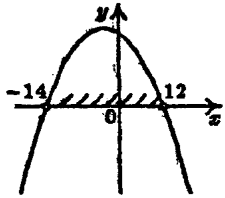
266. а) $0{,}2x(x-1)-x(0{,}2x+0{,}5)<0{,}6x-4$;

$0{,}2x^2-0{,}2x-0{,}2x^2-0{,}5x-0{,}6x+4<0$; $-1{,}3x<-4$; $x>3\dfrac{1}{13}$.

б) $1{,}2x(3-x)+0{,}4x(3x-1)<x+1{,}1$;

$3{,}6x-1{,}2x^2+1{,}2x^2-0{,}4x-x-1{,}1<0$; $2{,}2x<1{,}1$; $x<\dfrac{1}{2}$.

267. а) $-x^2-2x+168>0$.



1) График функции $y=-x^2-2x+168$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

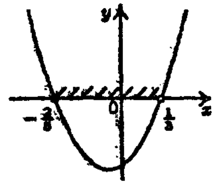
2) Решим уравнение $x^2+2x-168=0$;

$D=2^2-4\cdot 1\cdot(-168)=676$; $x_1=\dfrac{-2+26}{2}=12$,

$x_2=\dfrac{-2-26}{2}=-14$.

3) $(-14;12)$.

б) $15x^2+x-2<0$.



1) График функции $y=15x^2+x-2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $15x^2+x-2=0$; $D=1^2-4\cdot 15\cdot(-2)=121$,

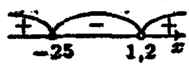
$x_1=\dfrac{-1+11}{30}=\dfrac{1}{3}$; $x_2=\dfrac{-1-11}{30}=-\dfrac{2}{5}$

3) $\left(-\dfrac{2}{5};\dfrac{1}{3}\right)$

в) $\dfrac{x+14}{3-2x}<0$; $\dfrac{x+14}{x-1{,}5}>0$;

$(-\infty;-14)\cup(1{,}5;\infty)$

г) $\dfrac{6-5x}{x+25}>0$; $\dfrac{x-1{,}2}{x+25}<0$:



$(-25;1{,}2)$

268. Пусть первое число равно x, а второе — y, из условия $x+y=12$ и $xy=35$ Получим систему:

$$\begin{cases}x+y=12,\\ xy=35;\end{cases}\quad \begin{cases}y=12-x,\\ x(12-x)=35;\end{cases}\quad \begin{cases}y=12-x,\\ 12x-x^2-35=0;\end{cases}\quad \begin{cases}y=12-x\\ x^2-12x+35=0\end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2-12x+35=0$; $D=(-12)^2-4\cdot 1\cdot 35=4$;

$x_2=\dfrac{12+2}{2}=7$, $x_1=\dfrac{12-2}{2}=5$. $\begin{cases}x_2=7,\\ y_2=5;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=5,\\ y_1=7.\end{cases}$

Ответ: 5 и 7

269. Пусть меньшее из чисел равно x, тогда большее равно $(x+7)$. По условию $x(x+7)=-12$. Получим уравнение:

$x^2+7x+12=0$; $D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1$; $x_1=\dfrac{-7+1}{2}=-3$; $x_2=\dfrac{-7-1}{2}=-4$.

При $x=-3$, $x+7=-3+7=4$; при $x=-4$, $x+7=-4+7=3$

Ответ: 3 и –4 или 4 и –3

270. Обозначим стороны прямоугольника a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=100$ и по условию $2a+2b=28$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2+b^2=100, \\ 2a+2b=28; \end{cases} \begin{cases} a^2+b^2=100, \\ a+b=14; \end{cases} \begin{cases} a=14-b. \\ (14-b)^2+b^2=100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=14-b, \\ 196-28b+b^2+b^2-100=0 \end{cases} \begin{cases} a=14-b, \\ 2b^2-28b+96=0 \end{cases} \begin{cases} a=14-b \\ b^2-14b+48=0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $b^2-14b+48=0$; $D=(-14)^2-4\cdot1\cdot48=4$;

$$b_2=\frac{14+2}{2}=8;\ b_1=\frac{14-2}{2}=6.\ \begin{cases} b_2=8, \\ a_2=6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_1=6, \\ a_1=8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8см.

271. Обозначим длину первой стороны прямоугольника x см, а второй — y см, тогда $x+14=y$. По теореме Пифагора $x^2+y^2=26^2=676$. Составим систему:

$$\begin{cases} x^2+y^2=676, \\ x+14=y; \end{cases} \begin{cases} x^2+(x+14)^2=676, \\ x+14=y; \end{cases} \begin{cases} x^2+x^2+28x+196-676=0, \\ y=x+14; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2+28x-480=0, \\ y=x+14. \end{cases} \begin{cases} x^2+14x-240=0 \\ y=x+14 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2+14x-240=0$; $D=14^2-4\cdot1\cdot(-240)=1156$;

$x_1=\dfrac{-14+34}{2}=10$; $x_2=\dfrac{-14-34}{2}=-24$ — не подходит по смыслу задачи. $\begin{cases} x=10, \\ y=24. \end{cases}$

Ответ: 10 см; 24см.

272. Пусть длина участка равна x м, а ширина — y м. Длина изгороди равна периметру участка: $2x+2y=200$. Площадь участка — $xy=2400$. Имеем систему:

$$\begin{cases} 2x+2y=200, \\ xy=2400; \end{cases} \begin{cases} x+y=100, \\ xy=2400; \end{cases} \begin{cases} x=100-y \\ (100-y)y-2400=0; \end{cases} \begin{cases} x=100-y, \\ 100y-y^2-2400=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2-100y+2400=0$;

$$D=(-100)^2-4\cdot1\cdot2400=400;\ y_1=\frac{100+20}{2}=60;\ y_2=\frac{100-20}{2}=40.$$

$$\begin{cases} x_1=40, \\ y_1=60; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=60, \\ y_2=40. \end{cases}$$

Ответ: 60 м и 40 м.

273. Обозначим длины катетов a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=37^2=1369$ Периметр треугольника $a+b+37=84$. Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2+b^2=1369, \\ a+b+37=84; \end{cases} \begin{cases} a^2+b^2=1369, \\ a+b=47; \end{cases} \begin{cases} a^2+b^2-1369=0 \\ a=47-b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (47-b)^2+b^2-1369=0, \\ a=47-b. \end{cases} \begin{cases} 2b^2-94b+840=0, \\ a=47-b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2-47b+420=0 \\ a=47-b \end{cases}$$

Решим уравнение $b^2-47b+420=0$ $D=(-47)^2-4\cdot1\cdot420=529;$

$\sqrt{D}=\pm23$; $b_1=\dfrac{47+23}{2}=35$; $b_2=\dfrac{47-23}{2}=12.$

$$\begin{cases} b_1=35, \\ a_1=12; \end{cases} \text{или} \begin{cases} b_2=12, \\ a_2=35. \end{cases}$$

$$S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot35\cdot12=210 \text{ см}^2.$$

274. Обозначим скорость первого отряда x км/ч, а второго y км/ч. Тогда первый отряд прошел $4x$ км, а второй $4y$ км. По теореме Пифагора $(4y)^2+(4x)^2=24^2$, по условию, $4x-4{,}8=4y$. Получим систему:

$$\begin{cases} 4x-4{,}8=4y, \\ (4y)^2+(4x)^2=24^2; \end{cases} \begin{cases} x-1{,}2=y, \\ 16(x-1{,}2)^2+16x^2-576=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1{,}2=y, \\ (x-1{,}2)^2+x^2-36=0; \end{cases} \begin{cases} x-1.2=y, \\ x^2-2{,}4x+1{,}44+x^2-36=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1{,}2=y \\ x^2-1{,}2x-17{,}28=0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2-1{,}2x-17{,}28=0$, $D=1.44-4\cdot(-17.28)=70.56$.

$x_1=\dfrac{1{,}2+8{,}4}{2}=4{,}8$ или $x_2=\dfrac{1{,}2-8{,}4}{2}=-3{,}6$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} x=4{,}8, \\ y=4{,}8-1{,}2=3{,}6. \end{cases}$$

Ответ: 4,8 км/ч и 3,6 км/ч

275. Обозначим скорость первого тела через x м/с, а второго — через y м/с. Тогда первое тело за 6 с проходит $6x$ м, а второе тело за 8 с проходит $8y$ м. По условию $6x=8y$. За 15 с первое проходит путь $15x$ м, а второе тело — $15y$ м. По теореме Пифагора $(15x)^2+(15y)^2=9$. Имеем систему:

$$\begin{cases}6x=8y,\\225x^2+225y^2=9;\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{4}{3}y,\\25\dfrac{16}{9}y^2+25y^2=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{4}{3}y,\\y^2=\dfrac{9}{625};\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=\dfrac{3}{25},\\x=\dfrac{4}{25};\end{cases}\text{ или } y=-\frac{3}{25}\text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

Ответ: 0,12 м/с и 0,16 м/с.

276. Обозначим длины сторон прямоугольника через a см и b см. Тогда площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, соответственно равны a^2 см^2 и b^2 см^2. По условию $2a^2+2b^2=122$. Площадь прямоугольника равна $ab=30$. Получим систему:

$$\begin{cases}2a^2+2b^2=122,\\ab=30;\end{cases}\quad\begin{cases}a^2+b^2=61,\\a=\dfrac{30}{b};\end{cases}\quad\begin{cases}\left(\dfrac{30}{b}\right)^2+b^2=61,\\a=\dfrac{30}{b};\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{900}{b^2}+b^2=61,\\a=\dfrac{30}{b};\end{cases}\quad\begin{cases}900+b^4-61b^2=0,\\a=\dfrac{30}{b};\end{cases}$$

Решим уравнение $b^4-61b^2+900=0$. Обозначим $b^2=t$, тогда $t^2-61t+900=0$; $D=(-61)^2-4\cdot1\cdot900=121$; $t_1=\dfrac{61+11}{2}=36$ или $t_2=\dfrac{61-11}{2}=25$, тогда $b^2=36$ или $b^2=25$.

$b=6$ или $b=-6$ (не подходит по смыслу задачи); $b=5$ или $b=-5$ (не подходит по смыслу задачи),

$$\begin{cases}a=5,\\b=6;\end{cases}\text{ или }\begin{cases}a=6,\\b=5.\end{cases}$$

Ответ: 5 см и 6 см.

277. Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По условию $S_\Delta = \frac{1}{2}ab = 24$. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 100$. Запишем систему

$$\begin{cases} \frac{1}{2}ab = 24, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} ab = 48, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ \left(\frac{48}{b}\right)^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ 2304 + b^4 - 100b^2 = 0. \end{cases}$$

Обозначим $b^2 = t$. Решим уравнение $t^2 - 100t + 2304 = 0$.

$D = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2304 = 784$. $t = \frac{100 + 28}{2} = 64$ или $t = \frac{100 - 28}{2} = 36$;

$b^2 = 64$ или $b^2 = 36$. $b=8$ или $b=-8$ (не подходит по смыслу задачи); $b=6$ или $b=-6$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} b = 8, \\ a = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b = 6, \\ a = 8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

278. Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=13^2=169$. Если первый катет увеличить на 4 см, то его длина станет $(a+4)$ см, а длина гипотенузы будет равна $13+2=15$ см. По теореме Пифагора $(a+4)^2+b^2=225$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169, \\ (a+4)^2 + b^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ (a+4)^2 + 169 - a^2 = 225; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ a^2 + 8a + 16 + 169 - a^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ 8a = 40; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - 5^2, \\ a = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 12, \\ a = 5; \end{cases}$$

($b=-12$ — не подходит по смыслу).

Ответ: 5 см и 12 см.

279. Обозначим время работы первого экскаватора за x ч, а второго — за y ч. По условию $x+4=y$. Первый экскаватор, работая отдельно, выполнит за 1 час $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть всей работы.

Работая вместе, за 1 ч они выполняют $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ часть всей работы, а за 3 ч 45 мин$=\frac{15}{4}$ ч они выполнят всю работу, т.е. $\frac{15}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1$. Запишем систему:

$$\begin{cases} x+4=y, \\ \frac{15}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x+4=y, \\ 15\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}\right)=4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4=y \\ \frac{15(x+4)+15x-4x(x+4)}{x(x+4)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $15x+60+15x-4x^2-16x=0$; $2x^2-7x-30=0$;

$D=(-7)^2-4\cdot2\cdot(-30)=289$; $x_1=\frac{7+17}{4}=6$; $x_2=\frac{7-17}{4}=-\frac{5}{2}$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} x=6, \\ y=10. \end{cases}$$

Ответ: 6 ч и 10 ч.

280. Пусть первый комбайнер, работая отдельно, выполнит работу за x ч, а второй — за y ч. Тогда $x+24=y$. За 1 ч, работая отдельно, первый комбайнер уберет $\frac{1}{x}$ часть поля, а второй — $\frac{1}{y}$ часть поля. Работая совместно два комбайнера уберут все поле за 35 ч, т.е. $35\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+24=y, \\ \frac{35}{x}+\frac{35}{y}=1; \end{cases} \quad \begin{cases} y=x+24, \\ \frac{35}{x}+\frac{35}{x+24}-1=0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=x+24 \\ \frac{35(x+24)+35x-x(x+24)}{x(x+24)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $35x+840+35x-x^2-24x=0$; $x^2-46x-840=0$;

$D=(-46)^2-4\cdot1\cdot(-840)=5476$; $x_1=\frac{46+74}{2}=60$ или $x_2=\frac{46-74}{2}=-14$ (не подходит по смыслу задачи), $\begin{cases} x=60, \\ y=84. \end{cases}$

Ответ: 60 ч и 84 ч.

281. Обозначим время, за которое первая бригада заасфальтирует участок дороги за x ч, а вторая — за y ч. По условию $x-4=y$. За 1 час, работая отдельно, первая бригада заасфальтирует $\frac{1}{x}$ часть участка дороги, а вторая бригада — $\frac{1}{y}$ часть участка. Работая вместе, за 1 час обе бригады заасфальтируют $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ часть всего участка. Работая вместе 24 часа, они заасфальтируют 5 участков, т.е. $24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=5$. Получим систему:

$$\begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=5; \end{cases} \quad \begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-4}\right)-5=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4=y \\ \frac{24(x-4)+24x-5x(x-4)}{x(x-4)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\frac{24(x-4)+24x-5x(x-4)}{x(x-4)}=0.$

$24x-96+24x-5x^2+20x=0$; $5x^2-68x+96=0$; $D=(-68)^2-4\cdot5\cdot96=2704$; $\sqrt{D}=\pm52$, $x_1=\frac{68+52}{10}=12$ или $x_2=\frac{68-52}{10}=1{,}6$. $\begin{cases} y=8, \\ x=12. \end{cases}$ или $\begin{cases} y=-2{,}4, \\ x=1{,}6; \end{cases}$ — не подходит по смыслу задачи;

Ответ: 8 ч и 12 ч.

282. Обозначим массу детали старого типа x кг, а детали нового типа — y кг. По условию $x=y+0{,}2$. Из 22 кг металла получится $\frac{22}{y}$ деталей нового типа, а из 24 кг металла получится $\frac{24}{x}$ деталей старого типа. По условию $2+\frac{24}{x}=\frac{22}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} 2+\frac{24}{x}=\frac{22}{y} \\ x=y+0{,}2; \end{cases} \begin{cases} \frac{24}{y+0{,}2}+2-\frac{22}{y}=0, \\ x=y+0{,}2. \end{cases} \begin{cases} \frac{24y+2y(y+0{,}2)-22(y+0{,}2)}{y(y+0{,}2)}=0 \\ x=y+0{,}2 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\dfrac{24y+2y(y+0{,}2)-22(y+0{,}2)}{y(y+0{,}2)}=0.$

$y^2+1{,}2y-2{,}2=0$; $D=1{,}44-4\cdot(-2{,}2)=10{,}24$;

$y_1=\dfrac{-1{,}2+3{,}2}{2}=1$; $y_2=\dfrac{-1{,}2-3{,}2}{2}=-2{,}2$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} y=1, \\ x=1+0{,}2=1{,}2. \end{cases}$$

Ответ: 1 кг и 1,2 кг.

283. Обозначим скорость первого пешехода — x км/ч, а скорость второго — y км/ч. За 4 часа первый пешеход пройдет $4x$ км, а второй — $4y$ км. Расстояние между ними составит 4 км. Получим уравнение $4x+4y+4=40$, т.е. $x+y=9$. За 1 час первый пешеход прошел x км, после чего ему до встречи осталось пройти $(20-x)$ км. Эту часть пути он пройдет за время $(\dfrac{20-x}{x})$ ч, что равно времени, за которое пройдет половину пути второй пешеход, т.е. $\dfrac{20-x}{x}=\dfrac{20}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+y=9; \\ \dfrac{20-x}{x}=\dfrac{20}{y}; \end{cases} \begin{cases} y=9-x; \\ \dfrac{20-x}{x}-\dfrac{20}{9-x}=0 \end{cases} \begin{cases} y=9-x \\ \dfrac{(20-x)(9-x)-20x}{x(9-x)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\dfrac{(20-x)(9-x)-20x}{x(9-x)}=0$. $x^2-49x+180=0$;

$D=(-49)^2-4\cdot1\cdot180=1681$; $x=\dfrac{49+41}{2}=45$ или $x=\dfrac{49-41}{2}=4$.

$\begin{cases} y=-36 \\ x=45 \end{cases}$ — не подходит по смыслу задачи; или $\begin{cases} x=4, \\ y=5; \end{cases}$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

284. Обозначим скорость первого туриста x км/ч, а второго — y км/ч. Тогда $x=y+1$. Первый турист пройдет путь из M в N за $\dfrac{18}{x}$ ч, а второй за $\dfrac{18}{y}$ ч. По условию, второй турист пришел в N на 54 мин $=\dfrac{9}{10}$ ч позже первого, т.е. $\dfrac{18}{x}+\dfrac{9}{10}=\dfrac{18}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x = y+1, \\ \dfrac{18}{x} + \dfrac{9}{10} = \dfrac{18}{y}; \end{cases} \begin{cases} x = y+1, \\ \dfrac{18}{y+1} + \dfrac{9}{10} - \dfrac{18}{y} = 0 \end{cases} \begin{cases} x = y+1 \\ \dfrac{180y + 9y(y+1) - 180(y+1)}{10y(y+1)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\dfrac{180y + 9y(y+1) - 180(y+1)}{10y(y+1)} = 0$.

$180y+9y^2+9y-180y-180=0$; $y^2+y-20=0$; $D=1^2-4\cdot 1\cdot(-20)=81$;

$y_1 = \dfrac{-1+9}{2} = 4$; $y_2 = \dfrac{-1-9}{2} = -5$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

285. Обозначим скорость мотоциклиста из M x км/ч, а скорость мотоциклиста из N y км/ч. По условию, они встретились через 30 мин$=\dfrac{1}{2}$ ч, значит, проехали вместе весь путь от М до N: $\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}y = 50$, т.е. $x+y=100$.

Мотоциклист из M проедет путь из M в N за $\dfrac{50}{x}$ ч, а мотоциклист из N проедет путь из N в M за $\dfrac{50}{y}$ ч. По условию $\dfrac{50}{y} + \dfrac{25}{60} = \dfrac{50}{x}$, т.е. $\dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{60} = \dfrac{2}{x}$.

Получим систему:

$$\begin{cases} x + y = 100, \\ \dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{60} = \dfrac{2}{x}; \end{cases} \begin{cases} x = 100 - y, \\ \dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{60} - \dfrac{2}{100-y} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 - y \\ \dfrac{120(100-y) + y(100-y) - 120y = 0}{60y(100-y)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $12000-120y+100y-y^2-120y=0$;
$y^2+140y-12000=0$; $D=19600-4(-12000)=67600$;

$y_1 = \dfrac{-140+260}{2} = 60$; $y_2 = \dfrac{-140-260}{2} = -200$
(не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} y = 60, \\ x = 40. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 60 км/ч.

286. а) $\begin{cases} y=-3x-4, \\ x^2-(-3x-4)^2-2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-3x-4, \\ x^2-9x^2-24x-16-2=0. \end{cases}$

Решим уравнение $4x^2+12x+9=0$; $D=12^2-4\cdot4\cdot9=0$:

$x=\dfrac{-12+0}{8}=-1{,}5.$ $\begin{cases} x=-1{,}5, \\ y=0{,}5. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=-3x+2, \\ x^2-x(-3x+2)-3{,}36=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-3x+2, \\ x^2+3x^2-2x-3{,}36=0; \end{cases}$

Решим уравнение $2x^2-x-1{,}68=0$; $D=(-1)^2-4\cdot2\cdot(-1{,}68)=14{,}44$:

$x_1=\dfrac{1+3{,}8}{4}=1{,}2$: $x_2=\dfrac{1-3{,}8}{4}=-0{,}7$. $\begin{cases} x_1=1{,}2, \\ y_1=-1{,}6; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-0{,}7, \\ y_2=4{,}1. \end{cases}$

287. а) $\begin{cases} y=x^2-3x+3; \\ 2x-y-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-3x+3; \\ 2x-(x^2-3x+3)-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2-3x+3; \\ -x^2+5x-4=0; \end{cases}$

Решим уравнение $x^2-5x+4=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot4=9$;

$x_1=\dfrac{5+3}{2}=4$; $x_2=\dfrac{5-3}{2}=1.$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=7: \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=2x^2-x+1, \\ x=1{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2(1{,}5)^2-1{,}5+1, \\ x=1{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=4{,}5-1{,}5+1 \\ x=1{,}5 \end{cases}$

$\begin{cases} y=4, \\ x=1{,}5. \end{cases}$ $\begin{cases} x=1{,}5, \\ y=4. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2+y^2=100, \\ x+y=14: \end{cases}$ $\begin{cases} (14-y)^2+y^2-100=0, \\ x=14-y; \end{cases}$

$\begin{cases} 196-28y+y^2+y^2-100=0, \\ x=14-y; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y^2-28y+96=0. \\ x=14-y. \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-14y+48=0 \\ x=14-y \end{cases}$

Решим уравнение $y^2-14y+48=0$; $D=(-14)^2-4\cdot1\cdot48=4$:

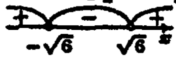
$y_1=\dfrac{14+2}{2}=8$ или $y_2=\dfrac{14-2}{2}=6$.

$\begin{cases} y_2=8, \\ x_2=6; \end{cases}$ или $\begin{cases} y_1=6, \\ x_1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=8, \\ y_1=6; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=8. \end{cases}$

288. а) $x(x-6)<0$;  $(0;\ 6)$;

б) $x(8+x)\geq 0$;  $(-\infty;\ -8]\cup[0;\ +\infty)$;

в) $x^2-4\leq 0$; $(x-2)(x+2)\leq 0$;  $[-2;\ 2]$;

г) $x^2-6>0$; $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})>0$;  $(-\infty;\ -\sqrt{6})\cup(\sqrt{6};\ +\infty)$

289. а) $x^3(x^2-1)=0$; $x^3(x+1)(x-1)=0$; $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-1$.

б) $x^6-4x^4=0$; $x^4(x^2-4)=0$; $x^4(x+2)(x-2)=0$; $x_1=0$, $x_2=2$, $x_3=-2$.

в) $0{,}5x^3-32x=0$; $x(0{,}5x^2-32)=0$; $0{,}5x(x+8)(x-8)=0$; $x_1=0$, $x_2=8$, $x_3=-8$.

г) $0{,}2x^4-4x^2=0$; $x^2(0{,}2x^2-4)=0$; $0{,}2x^2(x+2\sqrt{5})(x-2\sqrt{5})=0$; $x_1=0$, $x_2=2\sqrt{5}$, $x_3=-2\sqrt{5}$.

290. а) $(a^2-4)(a^2+4)=25a^2-16$; $a^4-16-25a^2+16=0$; $a^4-25a^2=0$; $a^2(a^2-25)=0$; $a_1=0$ или $a^2-25=0$, $a^2=25$, $a_2=5$ или $a_3=-5$.

б) $(x^2-1)(x^2+1)=6x^2-1$; $x^4-1-6x^2+1=0$′ $x^2(x^2-6)=0$; $x_1=0$ или $x^2-6=0$, $x^2=6$, $x_2=\sqrt{6}$ или $x_3=-\sqrt{6}$.

291. а) $x^2(x-1)-4(x-1)^2=0$; $(x-1)(x^2-4(x-1))=0$; $x-1=0$ или $x^2-4x+4=0$; из первого уравнения $x_1=1$; из второго $D=(-4)^2-4\cdot1\cdot4=0$; $x_2=\dfrac{4+0}{2}=2$.

б) $2y^2(y+1)-(y+1)^2=0$; $(y+1)(2y^2-(y+1))=0$; $y+1=0$ или $2y^2-y-1=0$; из первого уравнения $y_1=-1$; из второго $D=1-4\cdot2(-1)=9$; $y_2=\dfrac{1+3}{4}=1$ или $y_3=\dfrac{1-3}{4}=-0{,}5$.

в) $(5x^3+40)-(19x^2+38x)=0$; $5(x^3+2^3)-19x(x+2)=0$; $5(x+2)(x^2-2x+4)-19x(x+2)=0$; $(x+2)(5(x^2-2x+4)-19x)=0$; $x+2=0$ или $5x^2-10x+20-19x=0$;

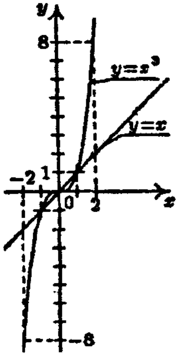
из первого уравнения $x_1=-2$; из второго $5x^2-29x+20=0$;

$D=(-29)^2-4\cdot5\cdot20=441$; $x_2=\dfrac{29+21}{10}=5$

или $x_3=\dfrac{29-21}{10}=0{,}8$.

г) $\left(6x^3+6\right)-\left(31x^2+31x\right)=0;\ 6\left(x^3+1\right)-31x(x+1)=0;$
$(x+1)\left(6\left(x^2-x+1\right)-31x\right)=0;\ x+1=0$ или $6x^2-6x+6-31x=0;$ из первого уравнения $x_1=-1$; из второго $6x^2-37x+6=0;$

$$D=(-37)^2-4\cdot6\cdot6=1225;\ x_3=\frac{37+35}{12}=6 \text{ или } x_2=\frac{37-35}{12}=\frac{1}{6}.$$



292. 1) Графиком функции $y=x^3$ является кубическая парабола, расположенная в I и III четвертях.

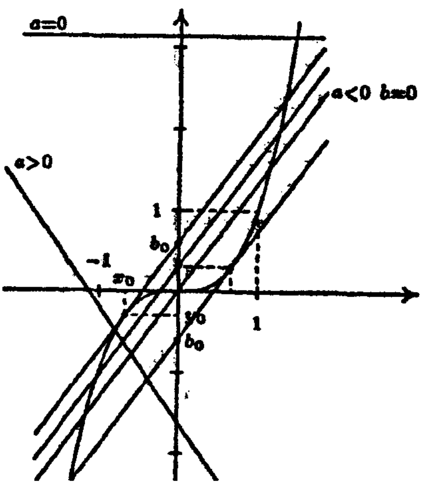
x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) Графиком функции $y=x$ является прямая.

3) $x^3-x=0;\ x(x^2-1)=0;\ x(x+1)(x-1)=0;$
$x_1=0,\ x_3=1,\ x_2=-1.$

293*. Уравнение эквивалентно такому: $x^3=-ax-b$; количество решений равно количеству точек пересечения у кубической параболы $y=x^3$ и прямой $y=-ax-b$.

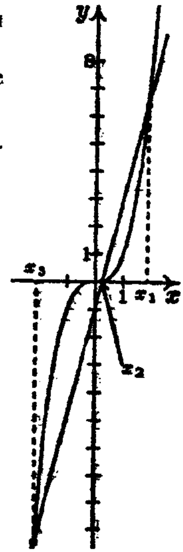
1) $a=0$. Прямая $y=-b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой. 2) $a>0$. Прямая $y=-ax-b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой. 3) $a<0$.



а) $b=0$. Прямая $y=-ax$ пересекает кубическую параболу в трех точках.

б) Рассмотрим всевозможные прямые, параллельные $y=-ax$. Существует такая прямая, которая пересечет параболу ровно в двух точках. Симметричная ей относительно точки O прямая также пересекает параболу в двух точках. Эти прямые имеют коэффициент $b=b_0>0$ и $-b<0$. При $b>b_0$ и $b<-b_0$ прямая пересекает кубическую параболу в одной точке. При $-b_0<b<b_0$ прямая пересекает параболу в трех точках.

294*. $x^3 = 4x - 1$. Построим графики функций $y = x^3$ и $y = 4x - 1$ (прямая пересекает Ox в точке $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ и Oy в точке $(0, -1)$). Графики пересекаются в трех точках. Найдем их. $x_1 \approx 1{,}7$; $x_2 \approx 0{,}3$; $x_3 \approx -2{,}1$. Уточним значения.



1) $2^3 = 8 > 4 \cdot 2 - 1 = 7$, $(1{,}5)^3 = 3\frac{3}{8} < 4 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 5 \Rightarrow$

$1{,}5 < x_1 < 2$. Т.к. $(1{,}8)^3 = 5{,}832 < 4 \cdot 1{,}8 - 1 = 6{,}2$, $(1{,}9)^3 =$

$= 6{,}859 > 4 \cdot 1{,}9 - 1 = 6{,}6$, то $1{,}8 < x_1 < 1{,}9$. Т.к. $(1{,}85)^3 \approx$

$\approx 6{,}33 < 4 \cdot 1{,}85 - 1 = 6{,}40$, $(1{,}87)^3 \approx 6{,}54 > 4 \cdot 1{,}87 - 1 =$

$= 6{,}48$, то $1{,}85 < x_1 < 1{,}87$. Так что $x_1 \approx 1{,}86$.

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} > 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0$, $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} < 4 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$0{,}25 = \frac{1}{4} < x_2 < \frac{1}{3} = 0{,}33...$ $(0{,}27)^3 \approx 0{,}0197 < 4 \cdot 0{,}27 - 1 = 0{,}08$, $0{,}25 < x_2 < 0{,}27$.

$(0{,}26)^3 = 0{,}0175776 < 4 \cdot 0{,}26 - 1 = 0{,}04$. Так что $x_2 \approx 0{,}25$.

3) $(-2)^3 = -8 > 4 \cdot (-2) - 1 = -9$, $(-2{,}1)^3 = -9{,}261 > 4 \cdot (-2{,}1) - 1 = -9{,}4$

$(-2{,}3)^3 = -12{,}167 < -4 \cdot (2{,}3) - 1 = -10{,}2 \Rightarrow -2{,}3 < x_3 < -2{,}1$

$(-2{,}2)^3 = -10{,}748 < -4 \cdot 2{,}2 - 1 = -9{,}8$; $-2{,}2 < x < -2{,}1$

$(-2{,}15)^3 \approx -9{,}94 < -4 \cdot 2{,}15 - 1 = -9{,}6$.

Так что $x_3 \approx 2{,}12$.

295. а) Обозначим $x^2 + 6x = t \Rightarrow t^2 - 5t - 24 = 0$;

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 121$ $t_1 = \frac{5+11}{2} = 8$ или $t_2 = \frac{5-11}{2} = -3$;

$x^2 + 6x = 8$; $x^2 + 6x - 8 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68$;

$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{17}}{2} = -3 + \sqrt{17}$ или $x_2 = \frac{-6 - 2\sqrt{17}}{2} = -3 - \sqrt{17}$ или

$x^2 + 6x = -3$; $x^2 + 6x + 3 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 24$;

$x_3 = \frac{-6 + 2\sqrt{6}}{2} = -3 + \sqrt{6}$ или $x_4 = \frac{-6 - 2\sqrt{6}}{2} = -3 - \sqrt{6}$.

б) Обозначим $x^2-2x-5=t \Rightarrow t^2-2t-3=0$;

$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$; $t_1=\dfrac{2+4}{2}=3$ или $t_2=\dfrac{2-4}{2}=-1$;

$x^2-2x-5=3$; $x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$;

$x_1=\dfrac{2+6}{2}=4$ или $x_2=\dfrac{2-6}{2}=-2$; или $x^2-2x-5=-1$;

$x^2-2x-4=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-4)=20$;

$x_3=\dfrac{2+2\sqrt{5}}{2}=1+\sqrt{5}$ или $x_4=\dfrac{2-2\sqrt{5}}{2}=1-\sqrt{5}$.

в) Обозначим $x^2+3x-25=t \Rightarrow t^2-2t+7=0$;

$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot7=-24<0 \Rightarrow$ нет корней.

г) Обозначим $(y+2)^2=t \Rightarrow t^2-t-12=0$;

$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-12)=49$; $t_1=\dfrac{1+7}{2}=4$ или $t_2=\dfrac{1-7}{2}=-3$;

$(y+2)^2=4$; $y^2+4y=0$; $y(y+4)=0$; $y_1=0$ или $y_2=-4$; или

$(y+2)^2=-3$ нет решений.

д) Обозначим $x^2+2x+1=t \Rightarrow (t-1)(t+1)=3$; $t^2=4$; $t_1=2$ или $t_2=-2$; $(x+1)^2=2$; $x=-1+\sqrt{2}$ или $x=-1-\sqrt{2}$; или $(x+1)^2=-2$ — нет корней.

е) Обозначим $x^2-x=t \Rightarrow (t-16)(t+2)=88$; $t^2-14t-120=0$;

$D=(-14)^2-4\cdot1\cdot(-120)=676$; $t_1=\dfrac{14+26}{2}=20$ или

$t_2=\dfrac{14-26}{2}=-6$;

$x^2-x=20$: $x^2-x-20=0$; $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-20)=81$;

$x_1=\dfrac{1+9}{2}=5$ или $x_2=\dfrac{1-9}{2}=-4$; или $x^2-x=-6$; $x^2-x+6=0$;

$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot6=-23<0$ — нет корней.

ж) Обозначим $2x^2+7x=t \Rightarrow (t-8)(t-3)-6=0$; $t^2-11t+18=0$;

$D=(-11)^2-4\cdot1\cdot18=49$; $t_1=\dfrac{11+7}{2}=9$; $t_2=\dfrac{11-7}{2}=2$;

$2x^2+7x=9$; $2x^2+7x-9=0$; $D=7^2-4\cdot2\cdot(-9)=121$;

$x_2=\frac{-7+11}{4}=1$ или $x_1=\frac{-7-11}{4}=-4,5;$ или $2x^2+7x=2;$

$2x^2+7x-2=0;$ $D=7^2-4\cdot2\cdot(-2)=65;$ $x_4=\frac{-7+\sqrt{65}}{4}$ или

$x_3=\frac{-7-\sqrt{65}}{4}.$

296*. а) Обозначим $\frac{x^2+1}{x}=t$. Тогда $t+\frac{1}{t}=2\frac{1}{2};$ $t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}.$

$t+\frac{1}{t}-\frac{5}{2}=0;$ $\frac{2t^2+2-5t}{2t}=0,$ $t\neq0$. Решим уравнение $2t^2-5t+2=0;$

$D=(-5)^2-4\cdot2\cdot2=9;$ $t=\frac{5\pm3}{4}$, $t_1=2$ или $t_2=\frac{1}{2}.$

1) $\frac{x^2+1}{x}=2;$ $x^2+1=2x$ $(x\neq0);$ $x^2-2x+1=0;$ $(x-1)^2=0, x=1$

2) $\frac{x^2+1}{x}=\frac{1}{2};$ $x^2+1=\frac{1}{2}x$ $(x\neq0);$ $x^2-\frac{1}{2}x+1=0;$

$D=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot1\cdot1<0$ — корней нет.

б) Обозначим $\frac{x^2+2}{3x-2}=t$. Тогда $t-\frac{1}{t}=2\frac{2}{3};$ $t-\frac{1}{t}-\frac{8}{3}=0;$

$3t^2-3-8t=0;$ $3t^2-8t-3=0;$ $D=(-8)^2-4\cdot3\cdot(-3)=100;$

$t=\frac{8\pm10}{6}$, $t_2=3$ или $t_1=-\frac{1}{3}.$

1) $\frac{x^2+2}{3x-2}=3;$ $x^2+2=9x-6$ $\left(x\neq\frac{2}{3}\right);$

$x^2-9x+8=0;$ $D=(-9)^2-4\cdot1\cdot8=49;$

$x=\frac{9\pm7}{2}$, $x_2=8$ или $x_1=1$.

2) $\frac{x^2+2}{3x-2}=\frac{1}{3};$ $x^2+2=-x+\frac{2}{3}$ $\left(x\neq\frac{2}{3}\right);$ $3x^2+3x+4=0;$

$D=3^2-4\cdot3\cdot4=-39<0$ — нет корней.

297. а) Обозначим $x^2=t \Rightarrow t^2-9t+18=0$; $D=(-9)^2-4\cdot1\cdot18=9$;

$t_1=\dfrac{9+3}{2}=6$ или $t_2=\dfrac{9-3}{2}=3$; $x^2=6$, откуда $x_1=\sqrt{6}$ или

$x_2=-\sqrt{6}$; $x^2=3$, откуда $x_3=\sqrt{3}$ или $x_4=-\sqrt{3}$;

$-\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{3}=0.$

б) Обозначим $x^2=t \Rightarrow t^2+3t-10=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot(-10)=49$;

$t_1=\dfrac{-3+7}{2}=2$ или $t_2=\dfrac{-3-7}{2}=-5$; $x^2=2$, откуда $x_1=\sqrt{2}$ или

$x_2=-\sqrt{2}$; $x^2=-5$ — нет корней; $\sqrt{2}+\left(-\sqrt{2}\right)=0.$

в) Обозначим $x^2=t \Rightarrow 4t^2-12t+1=0$; $D=(-12)^2-4\cdot4\cdot1=128$;

$t_1=\dfrac{12+8\sqrt{2}}{8}=1{,}5+\sqrt{2}$ или $t_2=\dfrac{12-8\sqrt{2}}{8}=1{,}5-\sqrt{2}$; $x^2=1{,}5+\sqrt{2}$,

откуда $x_1=\sqrt{1{,}5+\sqrt{2}}$ или $x_2=-\sqrt{1{,}5+\sqrt{2}}$; $x^2=1{,}5-\sqrt{2}$, откуда

$x_3=\sqrt{1{,}5-\sqrt{2}}$ или $x_4=-\sqrt{1{,}5-\sqrt{2}}$;

$\sqrt{1{,}5+\sqrt{2}}-\sqrt{1{,}5+\sqrt{2}}+(\sqrt{1{,}5-\sqrt{2}}-\sqrt{1{,}5-\sqrt{2}})=0.$

г) Обозначим $y^2=t \Rightarrow 12t^2-t-1=0$; $D=(-1)^2-4\cdot12\cdot(-1)=49$;

$t_1=\dfrac{1+7}{24}=\dfrac{1}{3}$ или $t_2=\dfrac{1-7}{24}=-\dfrac{1}{4}$; $y^2=\dfrac{1}{3}$, откуда $y_1=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ или

$y_2=-\sqrt{\dfrac{1}{3}}$; или $y^2=-\dfrac{1}{4}$, — нет корней; $\sqrt{\dfrac{1}{3}}-\sqrt{\dfrac{1}{3}}=0.$

298*. а) Подставим $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ в уравнение:

$\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^4-6\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2+3=0.$

$(3+\sqrt{5})^2-6(3+\sqrt{5})+3=9+6\sqrt{5}+5-18-6\sqrt{5}+3=-1\neq0.$

б) Подставим $\sqrt{5-\sqrt{2}}$ в уравнение: $(\sqrt{5-\sqrt{2}})^4-10(\sqrt{5-\sqrt{2}})^2+23=0.$

$(5-\sqrt{2})^2-10(5-\sqrt{2})+23=25-10\sqrt{2}+2-50+10\sqrt{2}+23=0.$

299*. Уравнение не имеет корней, если после замены соответствующее ему квадратное уравнение не имеет неотрицательных корней. Обозначим $t=x^2$.

а) 1) $t^2-12t^2+c=0$ не имеет корней при $D<0$; $D=144-4c<0$ при $4c>144$, $c>36$.

2) $t^2-12t^2+c=0$ при $D\ge 0$ имеет корни $t=\frac{12\pm\sqrt{D}}{2}$. При $D\ge 0$ оба они отрицательными быть не могут. Окончательно, $c>36$.

б) 1) $t^2+ct+100=0$ не имеет корней при $D<0$; $D=c^2-4\cdot 1\cdot 100<0$ при $c^2<400$, $-20<c<20$.

2) $t^2+ct+100=0$ при $D\ge 0$ имеет корни $t=\frac{-c\pm\sqrt{D}}{2}$. При $c\le 0$ один из корней обязательно неотрицателен $(-c+\sqrt{D}\ge 0)$; при $c>0$ имеем $-c+\sqrt{D}<0$, $c>\sqrt{D}$. но $D=c^2-400<c^2$, поэтому $c>\sqrt{D}$ всегда. Итак, $c>0$. Окончательно, $c>-20$.

300*. Уравнение имеет корни, если после замены соответствующее квадратное уравнение имеет неотрицательные корни. $t^2-13t+k=0$ имеет корни при $D=(-13)^2-4\cdot 1\cdot k\ge 0$, т.е. при $k\le\frac{169}{4}$; они равны $t=\frac{13\pm\sqrt{D}}{2}$, и хотя бы один из них положителен.

а) Уравнение имеет четыре различных корня, если оба корня соответствующего квадратного уравнения положительны и различны, т.е. $D>0$, т.е. $13-\sqrt{D}>0$; $13-\sqrt{169-4k}>0$; $13>\sqrt{169-4k}$; $169>169-4k$; $4k>0$; $k>0$; окончательно. $0<k<\frac{169}{4}$.

б) Уравнение имеет два корня, если один из корней соответствующего квадратного уравнения отрицателен, а второй неотрицателен, т.е. $13-\sqrt{D}<0$; т.е. $13<\sqrt{169-4k}$; т.е. $-4k>0$, $k<0$, либо когда $D=0$, т.е. $k=\frac{169}{4}$.

301*. а) Сделаем замену $t=x^2$. Рассмотрим квадратный трехчлен $t^2-20t+64$; решим уравнение $t^2-20t+64=0$.

$D=(-20)^2-4\cdot 1\cdot 64=144$; $t=\frac{20\pm 12}{2}$, $t_1=16$ или $t_2=4$. Поэтому

$t^2-20t+64=(t-16)(t-4)$: $(x^2-16)(x^2-4)=(x+4)(x-4)(x+2)(x-2)$.

б) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2-17t+16=0$; $D=(-17)^2-4\cdot 1\cdot 16=225$;

$t=\frac{17\pm 15}{2}$; $t_1=16$ или $t_2=1$. Поэтому $t^2-17t+16=(t-16)(t-1)$;

$(x^2-16)(x^2-1)=(x+4)(x-4)(x+1)(x-1)$.

в) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2-5t-36=0$; $D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-36)=169$;

$t=\dfrac{5\pm13}{2}$; $t_1=9$ или $t_1=-4$. Поэтому $t^2-5t-36=(t-9)(t+4)$;

$(x^2-9)(x^2+4)=(x+3)(x-3)(x^2+4)$

г) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2-3t-4=0$; $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(-4)=25$;

$t=\dfrac{3\pm5}{2}$; $t_1=4$ или $t_2=-1$. Поэтому $t^2-3t-4=0$;

$(x^2-4)(x^2+1)=(x+2)(x-2)(x^2+1)$

д) $t=x^2$. Решим уравнение: $9t^2-10t+1=0$; $D=(-10)^2-4\cdot9\cdot1=64$;

$t=\dfrac{10\pm8}{18}$; $t_1=1$ или $t_2=\dfrac{1}{9}$. Поэтому $9t^2-10t+1=9(t-1)\left(t-\dfrac{1}{9}\right)$;

$9(x^2-1)\left(x^2-\dfrac{1}{9}\right)=9(x+1)(x-1)\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\left(x-\dfrac{1}{3}\right)=(x+1)(x-1)(3x+1)(3x-1)$

е) $t=x^2$. Решим уравнение: $4t^2-17t+4=0$;

$D=(-17)^2-4\cdot4\cdot4=225$; $t=\dfrac{17\pm15}{8}$; $t_1=4$ или $t_2=\dfrac{1}{4}$. Поэтому $4t^2-$

$-17t+4=4(t-4)\left(t-\dfrac{1}{4}\right)$; $4(x^2-4)\left(x^2-\dfrac{1}{4}\right)=4(x+2)(x-2)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=$

$=(x+2)(x-2)(2x+1)(2x-1)$.

302. а) $\begin{cases} y=-x^2-x, \\ y=x-10. \end{cases}$

1) График функции $y=-x^2-x$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Найдем координаты вершины:

$x_B=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-1}{2\cdot(-1)}=-\dfrac{1}{2}$; $y_B=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$;

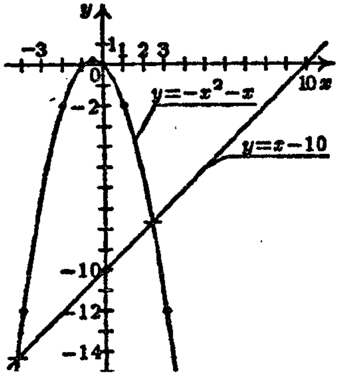
3)

x	–2	–1	0	1	2
y	–2	0	0	–2	–6

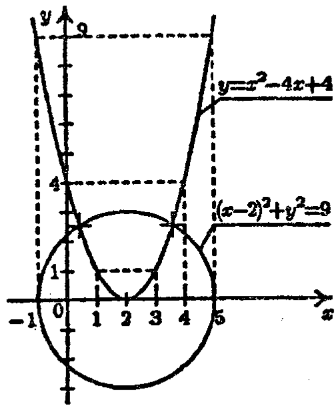
4) График функции $y=x-10$ – прямая.

x	0	5
y	–10	–5

Решение системы — (2,3; –7,7); (–4,3; –14,3).



б) 1) Уравнение $(x-2)^2+y^2=9$ задает окружность с центром в (2; 0) и радиусом 3.



2) График функции $y=x^2-4x+4$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

3) Найдем координаты вершины:

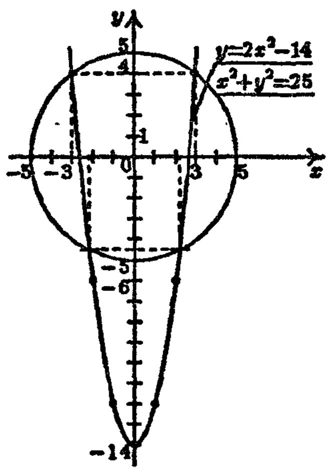
$$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2;$$

$$y_B=4-8+4=0;$$

4)

x	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9

Решение системы — (0,4; 2,5); (3,6; 2,5).



в) 1) Уравнение $x^2+y^2=25$ задает окружность с центром в (0; 0) и радиусом 5.

2) График функции $y=2x^2-14$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

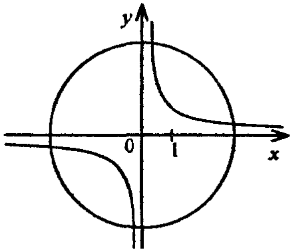
3) Найдем координаты вершины:

$$x_B=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 2}=0;\ y_B=-14;$$

4)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4	–6	–12	–14	–12	–6	4

Решение системы — (3; 4); (–3; 4); (2,2; –4,5); (–2,2; –4,5).



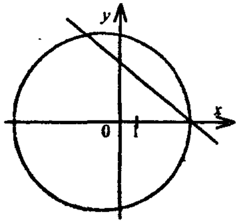
г) 1) Уравнение $x^2+y^2=10$ задает окружность с центром в (0; 0) и радиусом $\sqrt{10}$.

2) График функции $y=\dfrac{3}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III четвертях.

3)

x	–3	–2	–1	1	1,5	2	3
y	–1	–1,5	–3	3	2	1,5	1

Решение системы — (–3; –1); (–1; –3); (1; 3); (3; 1).

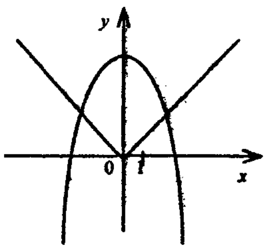


д) 1) График функции $y=8-x$ — прямая.

x	0	4
y	8	4

2) Уравнение $(x+1)^2+y^2=81$ задает окружность с центром в (–1; 0) и радиусом 9.

Решение системы — (8; 0); (–1; 9).



е) 1) График функции $y=-x^2+4$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины:

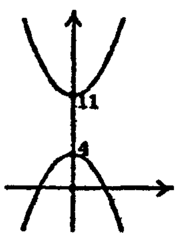
$x_в=-\dfrac{b}{2a}=0$; $y_в=4$.

3)

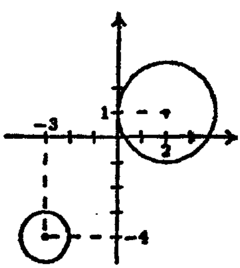
x	–2	–1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

4) Графиком функции $y=|x|$ является объединение биссектрис I и II четвертей.

Решение системы — (1,6; 1,6); (–1,6; 1,6).

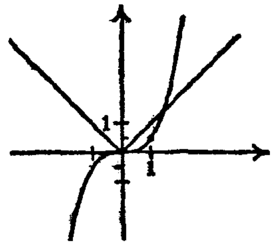


303*. а) Первое уравнение: $y=x^2+11$; второе уравнение: $y=-x^2+4$. График первой функции получается из графика функции $y=x^2$ сдвигом вверх на 11 единиц, вторая — из $y=-x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы. Т.к. они не пересекаются, то решений нет.



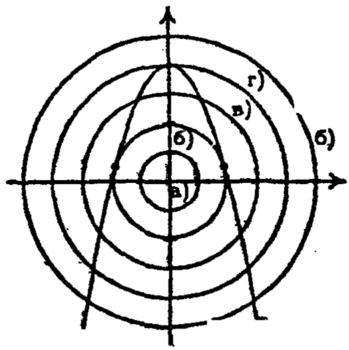
б) Первое уравнение — это уравнение окружности с центром (–3; –4) и радиусом 1; второе — уравнение окружности с центром (2; 1) и радиусом 2. Так как окружности не имеют общих точек, то решений нет.

в) Второе уравнение $y=\frac{1}{2}x^3$ задает кубическую параболу, первое — две полупрямых: $y=x$ при $x \ge 0$ и $y=-x$ при $x<0$. Т.к. графики этих функций пересекаются в двух точка, то существуют два решения.

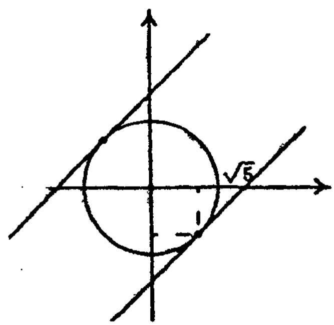


304*. Первое уравнение задает окружность с центром (0; 0) и радиусом r. Второе уравнение задает параболу, получающуюся из параболы $y=-x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы.

В зависимости от r система может иметь: 0, 2, 4, 3 решений.



305*. Графиком первого уравнения является окружность с центром (0, 0) и радиусом $\sqrt{5}$; второго — прямая $y=x-m$, получающуюся из биссектрисы I и III координатных углов сдвигом на $-m$ по вертикали.



а) Система имеет одно решение, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет одно решение. $x^2+x^2-2mx+m^2-5=0$;

$2x^2-2mx+m^2-5=0$;

$D=(-2m)^2-4\cdot 2(m^2-5)$

Уравнение имеет единственное решение при $D=0$, т.е.

$4m^2-8(m^2-5)=0$; $-4m^2+40=0$;

$$m^2=\frac{40}{4}=10;\ m=\pm\sqrt{10}.$$

б) Система имеет два решения, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет два решения.

Т.е. при $D>0$ $D=-4m^2+40>0$, т.е. $m^2<10$, откуда

$-\sqrt{10}<m<\sqrt{10}$.

306. а) $\begin{cases} x=-3y-1, \\ (-3y-1)^2+2y(-3y-1)+y-3=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=-3y-1, \\ 9y^2+6y+1-6y^2-2y+y-3=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3y-1, \\ 3y^2+5y-2=0. \end{cases}$

Решим уравнение $3y^2+5y-2=0$. $D=5^2-4\cdot3\cdot(-2)=49$;

$y_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}$ или $y_1=\frac{-5-7}{6}=-2$; $\begin{cases} x_1=5, \\ y_1=-2; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=\frac{1}{3}. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y=2x-1, \\ x(2x-1)-(2x-1)^2+3x+1=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=2x-1, \\ 2x^2-x-4x^2+4x-1+3x+1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x-1, \\ -2x^2+6x=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x-1 \\ x(x-3)=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=5. \end{cases}$

в) $\begin{cases} y=11-2x, \\ 2x+5(11-2x)-(11-2x)^2-6=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=11-2x, \\ 2x+55-10x-121+44x-4x^2-6=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=11-2x, \\ -4x^2+36x-72=0; \end{cases}$

$\begin{cases} y=11-2x \\ x^2-9x+18=0 \end{cases}$

Решим уравнение

$x^2-9x+18=0$; $D=(-9)^2-4\cdot1\cdot18=9$;

$x_2=\frac{9+3}{2}=6$ или $x_1=\frac{9-3}{2}=3$; $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=5. \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2(4+y)^2-3y^2-5(4+y)-2y-26=0, \\ x=4+y; \end{cases}$

$\begin{cases} 32+16y+2y^2-3y^2-20-5y-2y-26=0, \\ x=4+y; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-9y+14=0, \\ x=4+y. \end{cases}$

Решим уравнение $y^2-9y+14=0$; $D=(-9)^2-4\cdot1\cdot14=25$;

$y_2=\dfrac{9+5}{2}=7$ или $y_1=\dfrac{9-5}{2}=2$;

$\begin{cases}y_2=7,\\x_2=11;\end{cases}$ или $\begin{cases}y_1=2,\\x_1=6.\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=6,\\y_1=2;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=11,\\y_2=7.\end{cases}$

д) $\begin{cases}4x^2-9y^2+x-40y=19,\\2x=3y+5;\end{cases}$

$\begin{cases}4(1{,}5y+2{,}5)^2-9y^2+1{,}5y+2{,}5-40y-19=0,\\x=1{,}5y+2{,}5;\end{cases}$

$\begin{cases}9y^2+30y+25-9y^2+1{,}5y+2{,}5-40y-19=0,\\x=1{,}5y+2{,}5;\end{cases}$

$\begin{cases}-8{,}5y=-8{,}5,\\x=1{,}5y+2{,}5;\end{cases}$ $\begin{cases}y=1,\\x=4.\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\y=1.\end{cases}$

е) $\begin{cases}3(y-2)^2+y^2+8(y-2)+13y-5=0,\\x=y-2;\end{cases}$

$\begin{cases}3y^2-12y+12+y^2+8y-16+13y-5=0,\\x=y-2.\end{cases}$ $\begin{cases}4y^2+9y-9=0,\\x=y-2.\end{cases}$

Решим уравнение $4y^2+9y-9=0$; $D=9^2-4\cdot4\cdot(-9)=225$;

$y_2=\dfrac{-9+15}{8}=\dfrac{3}{4}$ или $y_1=\dfrac{-9-15}{8}=-3$;

$\begin{cases}y_2=\dfrac{3}{4},\\x_2=-1\dfrac{1}{4}.\end{cases}$ или $\begin{cases}y_1=-3,\\x_1=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-5,\\y_1=-3;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-1\dfrac{1}{4},\\y_2=\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

307. а) $\begin{cases}x=y+4,\\(y+3)(y+1)-2y(y+4)-3=0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=y+4,\\y^2+3y+y+3-2y^2-8y-3=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+4,\\-y^2-4y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+4\\y(y+4)=0\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=4,\\y_1=0;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=0,\\y_2=-4.\end{cases}$

б) $\begin{cases} y = x+1, \\ (2x+3)(x-1) - x(x+1) - 1 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = x+1, \\ 2x^2 + 3x - 2x - 3 - x^2 - x - 1 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x+1, \\ x^2 - 4 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x+1 \\ (x+2)(x-2) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 3; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$

в) $\begin{cases} y = 2x-5, \\ (x+1)(2x-1) - 2x(2x-5) + 1 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x-5, \\ 2x^2 + 2x - x - 1 - 4x^2 + 10x + 1 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x-5, \\ -2x^2 + 11x = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x-5 \\ x(2x-11) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = 5{,}5, \\ y_2 = 6. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x = 1-y, \\ -y(y+5) - y^2 + 12 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1-y, \\ -y^2 - 5y - y^2 + 12 = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1-y, \\ -2y^2 - 5y + 12 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1-y \\ 2y^2 + 5y - 12 = 0 \end{cases}$

Решим уравнение

$2y^2 + 5y - 12 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 121$;

$y_2 = \dfrac{-5+11}{4} = 1{,}5$ или $y_1 = \dfrac{-5-11}{4} = -4$.

$\begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = -4; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2 = -0{,}5, \\ y_2 = 1{,}5. \end{cases}$

308. а) $\begin{cases} \left(-\dfrac{12}{y}\right)^2 + y^2 = 40, \\ x = -\dfrac{12}{y}; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{144}{y^2} + y^2 - 40 = 0, \\ x = -\dfrac{12}{y}; \end{cases}$

$\begin{cases} 144 + y^4 - 40y^2 = 0 \\ x = -\dfrac{12}{y} \end{cases}$ $\begin{cases} y^4 - 40y^2 + 144 = 0, \\ x = -\dfrac{12}{y}; \end{cases}$

Решим уравнение $y^4-40y^2+144=0$. Обозначим $y^2=t \Rightarrow$

$t^2-40t+144=0$; $D=(-40)^2-4\cdot1\cdot144=1024$; $t_1=\dfrac{40+32}{2}=36$ или

$t_2=\dfrac{40-32}{2}=4 \Rightarrow y^2=36$ или $y^2=4$.

$\begin{cases} y_1=6, \\ x_1=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} y_2=-6, \\ x_2=2; \end{cases}$ $\begin{cases} y_3=2, \\ x_3=-6; \end{cases}$ $\begin{cases} y_4=-2, \\ x_4=6. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-2, \\ y_1=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-6; \end{cases}$

$\begin{cases} x_3=-6, \\ y_3=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=6, \\ y_4=-2. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2=228-2y^2, \\ 3(228-2y^2)-2y^2-172=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=228-2y^2, \\ 684-6y^2-2y^2-172=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2=228-2y^2 \\ -8y^2+512=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=228-2y^2, \\ y^2=64; \end{cases}$ $\begin{cases} y=8, \\ x^2=100 \end{cases}$ или $\begin{cases} y=-8, \\ x^2=100; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=10, \\ y_1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-10, \\ y_2=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=-10, \\ y_3=-8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=10, \\ y_4=-8; \end{cases}$

309. а) $\begin{cases} x^2+3x-4(2x-x^2-5)-20=0, \\ y=2x-x^2-5; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+3x-8x+4x^2+20-20=0, \\ y=2x-x^2-5; \end{cases}$ $\begin{cases} 5x^2-5x=0, \\ y=2x-x^2-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x(x-1)=0 \\ y=2x-x^2-5 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=-5; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=1, \\ y_2=-4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x=y-y^2+1, \\ y^2+6x-2y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{y-y^2+1}{3}, \\ y^2+\dfrac{6(y-y^2+1)}{3}-2y-1=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=\dfrac{y-y^2+1}{3} \\ y^2+2y-2y^2+2-2y-1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{y-y^2+1}{3}, \\ y^2=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-\dfrac{1}{3}, \\ y_1=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=\dfrac{1}{3}, \\ y_2=1. \end{cases}$

310. а) $\begin{cases} x+y+xy=5, \\ x-y+xy=13; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y=-8, \\ x+y+xy=5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-4 \\ x-4-4x=5 \end{cases}$

$\begin{cases} y=-4, \\ x=-3; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3, \\ y=-4. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x+2xy+2y=20, \\ xy-2x-2y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} 3xy=22, \\ xy-2x-2y=2; \end{cases}$

$\begin{cases} x=\dfrac{22}{3y}, \\ \dfrac{22}{3y}y-\dfrac{2\cdot 22}{3y}-2y-2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{22}{3y}, \\ 22y-44-6y^2-6y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{22}{3y} \\ 3y^2-8y+22=0 \end{cases}$

Решим уравнение $3y^2-8y+22=0$;

$D=(-8)^2-4\cdot 3\cdot 22=-200<0$. Нет корней

311*. а) $(x+y)(x-y)=0 \Rightarrow x+y=0$ или $x-y=0$. Получим две новых системы:

1) $\begin{cases} x-y=0, \\ 2x-y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y, \\ 2y-y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=1, \\ y_2=1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=0, \\ 2x-y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-y, \\ -2y-y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{3}, \\ y_1=-\dfrac{1}{3}; \end{cases}$

б) $(x-7y)(x+7y)=0 \Rightarrow x-7y=0$ или $x+7y=0$. Получим две новые системы:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=100; \\ x+7y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2=100; \\ x=-7y; \end{cases}$ $\begin{cases} (-7y)^2+y^2=100; \\ x=-7y; \end{cases}$

$\begin{cases} 49y^2+y^2=100 \\ x=-7y \end{cases}$

Решим первое уравнение: $49y^2+y^2=100$; $50y^2=100$; $y^2=2$;

$y=\sqrt{2}$ или $y=-\sqrt{2}$.

Отсюда $\begin{cases} x_1=7\sqrt{2}, \\ y_1=-\sqrt{2}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-7\sqrt{2}, \\ y_2=\sqrt{2}. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=100; \\ x-7y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} (7y)^2+y^2=100; \\ x=7y; \end{cases}$ $\begin{cases} 49y^2+y^2=100 \\ x=7y \end{cases}$

Из первого уравнения $y=\sqrt{2}$ или $y=-\sqrt{2}$. Откуда

$\begin{cases} x_3=-7\sqrt{2}, \\ y_3=-\sqrt{2}; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_4=7\sqrt{2}, \\ y_4=\sqrt{2}. \end{cases}$

в) $(x-3)(y-5)=0 \Rightarrow x-3=0$ или $y-5=0$.

Получаем две новые системы:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y=5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=0, \\ y_3=5. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x=3; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2=16, \\ x=3; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=4, \\ x_1=3 \end{cases}$ или $\begin{cases} y_2=-4, \\ x_2=3. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=4; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=-4. \end{cases}$

г) $x(y+1)=0 \Rightarrow x=0$ или $y=-1$. Получаем две новые системы:

1) $\begin{cases} x^2-y^2=50, \\ y=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=51, \\ y=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\sqrt{51}, \\ y_1=-1; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=-\sqrt{51}, \\ y_2=-1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-y^2=50, \\ x=0; \end{cases}$ $\begin{cases} -y^2=50, \\ x=0; \end{cases}$ – корней нет, т.к. $-y^2\le 0$ при всех y.

312. а) Из второго уравнения $y=2x-5$; подставим в первое уравнение: $\frac{1}{x}+\frac{1}{2x-5}=\frac{1}{6}$; $\frac{6(2x-5)+6x-x(2x-5)}{6x(2x-5)}=0$;

$12x-30+6x-2x^2+5x=0$; $\left(x\ne 0; x\ne \frac{5}{2}\right)$; $2x^2-23x+30=0$;

$D=(-23)^2-4\cdot 2\cdot 30=289$; $x=\frac{23\pm 17}{4}$; $x_2=10$; $x_1=\frac{3}{2}$.

Окончательно:

$\begin{cases} x_2=10, \\ y_2=2x-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=10, \\ y_2=15. \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=-\frac{3}{2}, \\ y_1=2x-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\frac{3}{2}, \\ y_1=-2. \end{cases}$

б) Из второго уравнения $x=14-2y$, подставим в первое уравнение:

$\frac{1}{14-2y}-\frac{1}{y}=\frac{1}{20}$; $\frac{1}{2(7-y)}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2\cdot 10}$; $\frac{10y-20(7-y)-y(7-y)}{2\cdot 10y(7-y)}=0$;

$10y-140+20y-7y+y^2=0$; $(y\neq 0, y\neq 7)$; $y^2+23y-140=0$;

$D=23^2+4\cdot 1\cdot(-140)=1089$; $y=\dfrac{-23\pm 33}{2}$; $y_2=5$ или $y_1=-28$. Окончательно: $\begin{cases} x_1=14-2\cdot(-28), \\ y_1=-28; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=70, \\ y_1=-28; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=14-2\cdot 5, \\ y_2=5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=5. \end{cases}$

в) Обозначим $\dfrac{x}{y}=t$. Тогда из второго уравнения: $t+\dfrac{1}{t}=\dfrac{25}{12}$;

$\dfrac{12t^2+12-25t}{12t}=0$ $(t\neq 0)$; $12t^2-25t+12=0$;

$D=(-25)^2-4\cdot 12\cdot 12=49$; $t=\dfrac{25\pm 7}{24}$; $t_1=\dfrac{4}{3}$ или $t_2=\dfrac{3}{4}$.

Имеем

$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{4}{3}, \\ x+y=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{4}{3}y, \\ y+\dfrac{4}{3}y=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{4}{3}y, \\ y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=8, \\ y_1=6. \end{cases}$ или

$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{4}, \\ x+y=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{3}{4}y, \\ y+\dfrac{3}{4}y=14; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{3}{4}y, \\ y=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=8. \end{cases}$

г) Обозначим $\dfrac{x}{y}=t$. Тогда из второго уравнения: $t-\dfrac{1}{t}=\dfrac{5}{6}$;

$\dfrac{6t^2-6-5t}{6t}=0$; $6t^2-5t-6=0$ $(t\neq 0)$; $D=(-5)^2-4\cdot 6\cdot(-6)=169$.

$t=\dfrac{5\pm 13}{12}$; $t_1=\dfrac{3}{2}$ или $t_2=-\dfrac{2}{3}$. Имеем

$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=-\dfrac{2}{3}, \\ x-y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\dfrac{2}{3}y, \\ -\dfrac{2}{3}y-y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\dfrac{2}{3}y, \\ -\dfrac{5}{3}y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=\dfrac{4}{5}, \\ y_2=-\dfrac{6}{5} \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}, \\ x-y=2: \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{3}{2}y, \\ \dfrac{3}{2}y-y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\dfrac{3}{2}y, \\ \dfrac{1}{2}y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=6, \\ y_1=4. \end{cases}$

313*. Вычтем первое уравнение из второго: $\begin{cases} y^2+4y=12, \\ 3x-4y=-2, \\ x^2-y^2-x-y=100. \end{cases}$

Решим уравнение: $y^2+4y-12=0$; $D=4^2-4\cdot1\cdot(-12)=64$;

$y=\dfrac{-4\pm8}{2}$, $y_2=-6$; $y_1=2$.

Имеем:

$\begin{cases} y=-6, \\ 3x-4y=-2, \\ x^2-y^2-x+y=100; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-6, \\ 3x+24=-2, \\ x^2-y^2-x+y=100; \end{cases}$

$\begin{cases} y=-6, \\ x=-\dfrac{26}{3}, \\ \left(\dfrac{26}{3}\right)^2-36+\dfrac{26}{3}-6=100. \end{cases}$. Но $\left(\dfrac{26}{3}\right)^2+\dfrac{26}{3}-42\neq100$, значит, $y\neq-6$

$\begin{cases} y=2, \\ 3x-4y=-2, \\ x^2-y^2-x+y=100; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2, \\ x=2, \\ x^2-y^2-x+y=100; \end{cases}$

Но $2^2-2^2-2+2\neq100$, следовательно, система не имеет решений.

314*. Решим сначала систему:

$\begin{cases} x+y=7, \\ 2x-y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=7, \\ y=2x-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x+2x-2=7, \\ y=2x-2; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x=9, \\ y=2x-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$

У этих двух функций только одна общая точка; если все три графика имеют общие точки, то это должна быть найденная точка. Проверим: $3^2+3\cdot4-4^2-4=1$.. Значит, существует общая точка для трех графиков.

315*. а) Сложим и вычтем уравнения:

$\begin{cases} 2x^2+2x=24, \\ 2y^2+2y=12; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-3)(x+4)=0, \\ (y-2)(y+3)=0; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=3, \\ y_1=2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=3, \\ y_2=-3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=-4, \\ y_3=2. \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=-4, \\ y_4=-3 \end{cases}$

б) Обозначим xy через t, из первого уравнения: $t^2+t-72=0$;

$D=1^2-4\cdot1\cdot(-72)=289$; $t=\dfrac{-1\pm17}{2}$; $t_1=-9$; $t_2=8$. Получаем две системы:

1) $\begin{cases}xy=-9;\\x+y=6;\end{cases}$ $\begin{cases}x(6-x)=-9;\\y=6-x;\end{cases}$ $\begin{cases}-x^2+6x+9=0;\\y=6-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-6x-9=0\\y=6-x\end{cases}$

Решим уравнение: $x^2-6x-9=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot(-9)=72$;

$x=\dfrac{6\pm6\sqrt{2}}{2}$; $x_2=3+3\sqrt{2}$ или $x_1=3-3\sqrt{2}$; откуда

$\begin{cases}x_2=3+3\sqrt{2},\\y_2=3-3\sqrt{2};\end{cases}$ или $\begin{cases}x_1=3-3\sqrt{2},\\y_1=3+3\sqrt{2}.\end{cases}$

2) $\begin{cases}xy=8;\\x+y=6;\end{cases}$ $\begin{cases}x(6-x)=8;\\y=6-x;\end{cases}$ $\begin{cases}6x-x^2=8\\y=6-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-6x+8=0\\y=6-x\end{cases}$

$x^2-6x+8=0$; $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot8=4$;

$x=\dfrac{6\pm2}{2}$; $x_3=4$ или $x_4=2$.

$\begin{cases}x_3=4,\\y_3=2\end{cases}$ или $\begin{cases}x_4=2,\\y_4=4.\end{cases}$

в) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2-2t-15=0$; $t_1=5$, $t_2=-3$. Получаем две новых системы:

1) $\begin{cases}x+y=-3;\\xy=14;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-y-3;\\(-y-3)y-14=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-y-3;\\y^2+3y+14=0;\end{cases}$ — корней нет

2) $\begin{cases}x+y=5;\\xy=6;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5-y;\\(5-y)y-6=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5-y;\\y^2-5y+6=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=3,\\y_2=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\\y_1=3;\end{cases}$

г) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2-4t-45=0$; $t_1=9$, $t_2=-5$ Обозначим $x-y=z$. Тогда из второго уравнения: $z^2-2z-3=0$; $z_1=3$, $z_2=-1$. Возможны четыре варианта:

$\begin{cases}x+y=9;\\x-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=9;\\x-y=-1;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-5;\\x-y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=-5;\\x-y=-1.\end{cases}$

Окончательно:

$\begin{cases}x_1=6;\\y_1=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=4;\\y_2=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_3=-1;\\y_2=-4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_4=-3;\\y_4=-2.\end{cases}$

316*. Найдем коэффициент при x^2: $-a-2a+b=8$, $b=8+3a$, а коэффициент при x: $2+ab=-2$; $ab=-4$. Получим систему:

$$\begin{cases} b=8+3a; \\ ab=-4; \end{cases} \begin{cases} b=8+3a, \\ a(8+3a)=-4; \end{cases} \begin{cases} b=8+3a, \\ 3a^2+8a+4=0; \end{cases}$$

Решим уравнение: $3a^2+8a+4=0$; $D=8^2-4\cdot3\cdot4=16$;

$$a=\frac{-8\pm4}{6};\ a_1=-2;;\ a_2=-\frac{2}{3}.\ \begin{cases} a_1=-2, \\ b_1=2; \end{cases} \begin{cases} a_2=-\frac{2}{3}, \\ b_2=6. \end{cases}$$

317. Обозначив первое число a, второе — b. Имеем систему:

$$\begin{cases} a+b=5(a-b), \\ a^2-b^2=180; \end{cases} \begin{cases} 6b=4a, \\ a^2-b^2=180; \end{cases} \begin{cases} b=\frac{2}{3}a, \\ a^2-\left(\frac{2}{3}a\right)^2=180; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=\frac{2}{3}a, \\ a^2=\frac{180\cdot9}{5}; \end{cases} \begin{cases} b=\frac{2}{3}a, \\ a^2=324; \end{cases} \begin{cases} a=18, \\ b=\frac{2\cdot18}{3}; \end{cases} \begin{cases} a=18, \\ b=12. \end{cases}$$; $a=-18$ – не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 18 и 12.

318. Обозначив первое число a, а второе — b. Имеем систему:

$$\begin{cases} ab=15(a+b), \\ a+2b=100; \end{cases} \begin{cases} (100-2b)b=15(100-2b)+15b, \\ a=100-2b. \end{cases}$$

Решим уравнение $2b^2-115b+1500=0$; $D=115^2-4\cdot2\cdot1500=1225$;

$$b_2=\frac{115+35}{4}=37{,}5 \text{ или } b_1=\frac{115-35}{4}=20;$$

$$\begin{cases} b_2=37{,}5, \\ a_2=25; \end{cases} \text{или} \begin{cases} b_1=20, \\ a_1=60. \end{cases}$$

Ответ: 25 и 37,5 или 60 и 20.

319. Обозначив первое число a, а второе — b. Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2-b^2=100, \\ 3a-2b=30; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{30+2b}{3}\right)^2-b^2-100=0, \\ a=\frac{30+2b}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 900+120b+4b^2-9b^2-900=0. \\ a=\dfrac{30+2b}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} -5b^2+120b=0. \\ a=\dfrac{30+2b}{3}; \end{cases}$$

$-b(5b-120)=0$; b_1=0 или b_2=24; $\begin{cases} b_1=0, \\ a_1=10; \end{cases}$ или $\begin{cases} b_2=24. \\ a_2=26 \end{cases}$

Ответ: 10 и 0 или 26 и 24.

320. Обозначим первую цифру числа через x, а вторую — y. Тогда число равно $10x+y$; исходя из условия, составим систему:

$$\begin{cases} 10x+y=4(x+y), \\ 10x+y=2xy. \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x, \\ 2x+10x=4x^2. \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-3x=0, \\ y=2x. \end{cases} \quad \begin{cases} x=3. \\ y=6 \end{cases}$$

при x=0 число не является двузначным, что не удовлетворяет условию

Ответ: 36.

321. Обозначив числитель x, а знаменатель y, получим систему

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{y-1}=2, \\ \dfrac{x-1}{y+1}=\dfrac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=2(y-1), \\ 4x-4=y+1; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=2(4x-6), \\ y=4x-5; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-8x+12=0, \\ y=4x-5; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2-8x+12=0$; $D=(-8)^2-4\cdot1\cdot12=16$.

$x_1=\dfrac{8+4}{2}=6$ или $x_2=\dfrac{8-4}{2}=2$. $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=19; \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=3. \end{cases}$

Ответ: $\dfrac{6}{19}$ или $\dfrac{2}{3}$.

322. Обозначим числитель x. а знаменатель y, получим систему

$$\begin{cases} \dfrac{x+7}{y^2}=\dfrac{3}{4}, \\ \dfrac{x}{y+6}=\dfrac{1}{2}, \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x-6, \\ 4x+28=3(2x-6)^2. \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x-6, \\ 3x^2-19x+20=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2-19x+20=0$; $D=(-19)^2-4\cdot3\cdot20=121$.

$x_1=\dfrac{19+11}{6}=5$ или $x_2=\dfrac{19-11}{6}=\dfrac{4}{3}$ — не подходит по условию задачи.

$$\begin{cases} x=5, \\ y=2\cdot5-6=4. \end{cases}$$

Ответ: $\dfrac{5}{4}$

323. Обозначим длины сторон прямоугольника x и y. Тогда по теореме Пифагора $x^2+y^2=15^2=225$; и получим систему:

$$\begin{cases} x^2+y^2=225, \\ 2(x-6)+2(y-8)=\dfrac{2(x+y)}{3}; \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2=225, \\ x-6+y-8=\dfrac{x+y}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=225, \\ 3x+3y-42=x+y; \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2=225, \\ x+y=21; \end{cases} \begin{cases} (21-y)^2+y^2-225=0, \\ x=21-y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 441-42y+y^2+y^2-225=0 \\ x=21-y \end{cases} \begin{cases} 2y^2-42y+216=0, \\ x=21-y; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2-21y+108=0$; $D=(-21)^2-4\cdot1\cdot108=9$;

$y_2=\dfrac{21+3}{2}=12$ или $y_1=\dfrac{21-3}{2}=9$;

$$\begin{cases} x_2=9, \\ y_2=12; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1=12, \\ y_1=9. \end{cases}$$

Ответ: 9 см и 12 см.

324*. Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй – b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\dfrac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\dfrac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} b=5+a, \\ \dfrac{5}{a}+\dfrac{7{,}5}{b}=1, \end{cases} \begin{cases} b=5+a, \\ \dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{a+5}=\dfrac{2}{5}, \end{cases} \begin{cases} b=5+a, \\ 10a+50+15a=2a^2+10a. \end{cases}$$

Решим уравнение:

$2a^2-15a-50=0$; $D=(-15)^2-4\cdot2\cdot(-50)=625$; $a_1=\dfrac{15+25}{4}=10$ или

$a_2=\dfrac{15-25}{4}=-\dfrac{5}{2}$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} a=10, \\ b=5+10=15, \end{cases}$$

За 1 ч совместной работы обеих труб будет заполнена $\dfrac{1}{0}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{1}{6}$ бассейна, следовательно, весь бассейн заполнится за 6 ч.

Ответ: 6 ч.

325. Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй – b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\frac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\frac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} a = 1{,}5b, \\ \frac{2}{a} + 4(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1{,}5b, \\ \frac{6}{a} + \frac{4}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1{,}5b, \\ \frac{8}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 12, \\ b = 8. \end{cases}$$

Ответ: 12 ч и 8 ч

326. Обозначим скорость первого поезда x км/ч, а второго — y км/ч. Имеем систему:

$$\begin{cases} x + y = \frac{270}{3}, \\ \frac{270}{x} = \frac{270}{y} + 1\frac{21}{60}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{270}{90 - y} = \frac{270}{y} + \frac{81}{60}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{10}{90 - y} = \frac{10}{y} + \frac{1}{20}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 90 - y, \\ 200y = 18000 - 200y + 90y - y^2; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y \\ y^2 + 310y - 18000 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2+310y-18000=0$; $D=310^2-4\cdot1\cdot(-18000)=168100$;

$y_1 = \frac{-310 + 410}{2} = 50$ или $y_2 = \frac{-310 - 410}{2} = -360$ — не подходит по смыслу задачи. $\begin{cases} x = 90 - 50 = 40, \\ y = 50. \end{cases}$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

327*. Обозначим скорости автомобилей x км/ч и y км/ч. До встречи они двигались $\frac{90}{x+y}$ ч, и первый автомобиль прошел $\frac{90x}{x+y}$ км, а второй $\frac{90y}{x+y}$ км. Тогда остаток пути, равный $\frac{90y}{x+y}$ км, первый автомобиль прошел за $\frac{90y}{x(x+y)}$ ч, а второй — за $\frac{90x}{y(x+y)}$ ч. Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{5}{4} \\ \frac{90x}{y(x+y)} = \frac{4}{5} \end{cases} \quad \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{y(x+y)}{90x} \Rightarrow \frac{90}{(x+y)} = \frac{(x+y)}{90} \Rightarrow x+y=90.$$

$$\frac{90y}{x(x+y)}\cdot\frac{y(x+y)}{90x}=\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{4};\ \frac{y^2}{x^2}=\frac{25}{16};$$

$$\frac{y}{x}=\frac{5}{4}\Rightarrow\begin{cases}x+y=90,\\ y=\frac{5}{4}x;\end{cases}\ \begin{cases}x+\frac{5}{4}y=90,\\ y=\frac{5}{4}x;\end{cases}\ \begin{cases}x=40,\\ y=50.\end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

328. Обозначим x км/ч — скорость первого туриста, y км/ч — скорость второго. Сначала 6 часов второй турист шел один и прошел расстояние $6y$. Затем они двигались одновременно до места встречи, пройдя $tx+ty$ км, где t – время движения до встречи. От места встречи второй шел 9 ч и прошел $9y$ км, а первый — 8 ч и прошел $8x$ км. По условию участок длиной $9y$ км первый прошел за время $\frac{9y}{x}=t$ часов, а второй за это же время прошел расстояние $8x$–$6y$ со скоростью y, имеем уравнение $\frac{9y}{x}=\frac{8x-6y}{y}$. Так как к моменту встречи второй прошел на 12 км больше, имеем второе уравнение: $8x$–$9y$=12. Получим систему:

$$\begin{cases}\frac{9y}{x}=\frac{8x-6y}{y},\\ 8x-9y=12;\end{cases}\ \begin{cases}\frac{24y}{4+3y}=\frac{12+3y}{y},\\ x=\frac{3(4+3y)}{8};\end{cases}\ \begin{cases}8y^2=16+4y+12y+3y^2,\\ x=\frac{12+9y}{8}\end{cases}$$

$$\begin{cases}5y^2-16y-16=0\\ x=\frac{12+9y}{8}\end{cases}$$

Решим уравнение: $5y^2-16y-16=0$; $D=(-16)^2-4\cdot5\cdot(-16)=576$;

$y_2=\frac{16+24}{10}=4$ или $y_1=\frac{16-24}{10}=-0,8$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases}y=4,\\ x=6.\end{cases}$$

Ответ: 6 км/ч и 4 км/ч.

ГЛАВА III. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

§ 7. Арифметическая прогрессия

329. 3; 6, 9; 12; .. $a_1 = 3$; $a_5 = 3 \cdot 5 = 15$; $a_{10} = 3 \cdot 10 = 30$; $a_{100} = 3 \cdot 100 = 300$; $a_n = 3n$.

330. –1; 0; –1; 0; –1; 0; –1; 0; $c_{10} = 0$; $c_{25} = -1$; $c_{253} = -1$; $c_{2k} = 0$; $c_{2k+1} = -1$.

331. 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100, $a_{20} = 20^2 = 400$; $a_{40} = 40^2 = 1600$; $a_n = n^2$.

332. а) a_{100}, a_{201}, a_{n+1}, a_n, a_{n+2}, a_{2n+1}

б) a_{70}, a_{99}, a_{n-3}, a_{n+2}, a_{3n-1}

333. а) x_{32}, x_{33}, x_{34}; б) x_{n+1}, x_{n+2}, x_{n+3}, x_{n+4}, x_{n+5};

в) x_{n-3}, x_{n-2}, x_{n-1}; г) x_{n-1}, x_n, x_{n+1}.

334. а) $x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$; $x_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$; $x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$; $x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$; $x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$; $x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 11$.

б) $x_1 = 1^2 + 1 = 2$; $x_2 = 2^2 + 1 = 5$; $x_3 = 3^2 + 1 = 10$; $x_4 = 4^2 + 1 = 17$: $x_5 = 5^2 + 1 = 26$; $x_6 = 6^2 + 1 = 37$.

в) $x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$; $x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$; $x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$; $x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$; $x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}$.

г) $x_1 = (-1)^{1+1} \cdot 2 = 2$; $x_2 = (-1)^{2+1} \cdot 2 = -2$; $x_3 = (-1)^{3+1} \cdot 2 = 2$; $x_4 = (-1)^{4+1} \cdot 2 = -2$; $x_5 = (-1)^{5+1} \cdot 2 = 2$; $x_6 = (-1)^{6+1} \cdot 2 = -2$.

д) $x_1 = 2^{1-3} = \frac{1}{4}$; $x_2 = 2^{2-3} = \frac{1}{2}$; $x_3 = 2^{3-3} = 1$; $x_4 = 2^{4-3} = 2$, $x_5 = 2^{5-3} = 4$; $x_6 = 2^{6-3} = 8$;

е) $x_1 = 0{,}5 \cdot 4^1 = 2$; $x_2 = 0{,}5 \cdot 4^2 = 8$; $x_3 = 0{,}5 \cdot 4^3 = 32$; $x_4 = 0{,}5 \cdot 4^4 = 128$; $x_5 = 0{,}5 \cdot 4^5 = 512$; $x_6 = 0{,}5 \cdot 4^6 = 2048$.

335. $b_5 = 5^2 - 5 = 20$; $b_{10} = 10^2 - 10 = 90$; $b_{50} = 50^2 - 50 = 2450$

336. а) $b_{1+1} = b_2 = b_1 + 3 = 10 + 3 = 13$;
$b_{2+1} = b_3 = b_2 + 3 = 13 + 3 = 16$; $b_{3+1} = b_4 = b_3 + 3 = 16 + 3 = 19$;
$b_{4+1} = b_5 = b_4 + 3 = 19 + 3 = 22$.

б) $b_2 = b_{1+1} = \frac{b_1}{2} = 20$; $b_3 = b_{2+1} = \frac{b_2}{2} = \frac{20}{2} = 10$;
$b_4 = b_{3+1} = \frac{b_3}{2} = \frac{10}{2} = 5$; $b_5 = b_{4+1} = \frac{b_4}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$.

337. а) $a_1 = 1$; $a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$; $a_3 = a_2 + 1 = 2 + 1 = 3$;
$a_4 = a_3 + 1 = 3 + 1 = 4$; $a_5 = a_4 + 1 = 4 + 1 = 5$.

б) $a_1 = 1000$; $a_2 = a_1 \cdot 0{,}1 = 1000 \cdot 0{,}1 = 100$; $a_3 = a_2 \cdot 0{,}1 =$
$= 100 \cdot 0{,}1 = 10$; $a_4 = a_3 \cdot 0{,}1 = 10 \cdot 0{,}1 = 1$; $a_5 = a_4 \cdot 0{,}1 = 1 \cdot 0{,}1 = 0{,}1$.

в) $a_1 = 16$; $a_2 = -0{,}5 \cdot a_1 = -0{,}5 \cdot 16 = -8$; $a_3 = -0{,}5 \cdot a_2 =$
$= -0{,}5 \cdot (-8) = 4$; $a_4 = -0{,}5 \cdot a_3 = -0{,}5 \cdot 4 = -2$; $a_5 = -0{,}5 \cdot a_4 = -0{,}5 \cdot (-2) = 1$

г) $a_1 = 3$; $a_2 = a_1^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_3 = a_2^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$;

$a_4 = a_3^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_5 = a_4^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$.

338. а) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 + 5 = 5 + 5 = 10$; $b_3 = b_2 + 5 = 10 + 5 = 15$;
$b_4 = b_3 + 5 = 15 + 5 = 20$.

б) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25$; $b_3 = b_2 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$;
$b_4 = b_3 \cdot 5 = 125 \cdot 5 = 625$.

339. Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (2x)^2 - 45 = 0, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 = 45 \\ y = 2x \end{cases} \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = 2x \end{cases}$$

По условию $x, y > 0$. Значит $x=3$, $y=6$.

340. а) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow 4t^2 + 4t - 15 = 0$;
$D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 256$; $t_1 = \frac{-4+16}{8} = 1{,}5$ или $t_2 = \frac{-4-16}{8} = -2{,}5$
$\Rightarrow x^2 = 1{,}5$; или $x^2 = -2{,}5$ (нет корней); $x_1 = \sqrt{1{,}5}$ или $x_2 = -\sqrt{1{,}5}$

б) Пусть $x^2 = t \Rightarrow 2t^2 - t - 36 = 0$; $D = (-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-36) = 289$,
$t_1 = \frac{1+17}{4} = 4{,}5$ или $t_2 = \frac{1-17}{4} = -4 \Rightarrow x^2 = 4{,}5$: или $x^2 = -4$ (нет корней). $x_1 = \sqrt{4{,}5}$ или $x_2 = -\sqrt{4{,}5}$

341. а) $\frac{1}{2}a^3b^{-6}\cdot 3a^{-2}b^5 = \frac{1}{2}\cdot 3(a^3\cdot a^{-2})(b^{-6}\cdot b^5) =$
$= \frac{3}{2}a^{3-2}\cdot b^{-6+5} = \frac{3}{2}ab^{-1} = \frac{3a}{2b}$

б) $3a^{-3}b\cdot(4ab)^{-1} = 3a^{-3}b\cdot 4^{-1}\cdot a^{-1}\cdot b^{-1} = \frac{3}{4}(a^{-3}a^{-1})(bb^{-1}) = \frac{3}{4}a^{-4}$

в) $4a^{-6}b^{10}(2a^{-2}b^4)^{-2} = 4a^{-6}b^{10}\cdot 2^{-2}\cdot a^4\cdot b^{-8} =$
$= \frac{4}{4}(a^{-6}a^4)(b^{10}b^{-8}) = a^{-6+4}\cdot b^{10-8} = a^{-2}b^2$

г) $\frac{10ab^{-5}}{3\frac{1}{3}a^{-2}b^3} = \frac{10\cdot 3}{10}(aa^2)(b^{-5}b^{-3}) = 3a^{1+2}\cdot b^{-5+(-3)} = 3a^3b^{-8}$.

342. а) $81\cdot 3^{-6} = 3^4\cdot 3^{-6} = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

б) $\frac{(-3^{-3})^3}{-9^{-2}} = \frac{(-3)^{-9}}{-(3)^{-4}} = \frac{3^4}{3^9} = 3^{4-9} = 3^{-5} = \frac{1}{243}$.

в) $9^{-5}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} = (3^2)^{-5}\cdot(3^{-2})^{-3} = 3^{-10}\cdot 3^6 = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

г) $(-3^{-3})^2\cdot 27^3 = (-3)^{-6}\cdot(3^3)^3 = 3^{-6}\cdot 3^9 = 3^{-6+9} = 3^3 = 27$.

343. а) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = 10$; $a_2 = 10 + 4\cdot(2-1) = 10 + 4 = 14$;
$a_3 = 10 + 4\cdot(3-1) = 10 + 8 = 18$; $a_4 = 10 + 4\cdot(4-1) = 10 + 12 = 22$;
$a_5 = 10 + 4\cdot(5-1) = 10 + 16 = 26$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = 1{,}7$; $a_2 = 1{,}7 - 0{,}2(2-1) = 1{,}7 - 0{,}2 = 1{,}5$;
$a_3 = 1{,}7 - 0{,}2(3-1) = 1{,}7 - 0{,}2(3-1) = 1{,}7 - 0{,}4 = 1{,}3$; $a_4 = 1{,}7 - 0{,}2(4-1) =$
$= 1{,}7 - 0{,}6 = 1{,}1$; $a_5 = 1{,}7 - 0{,}2(5-1) = 1{,}7 - 0{,}8 = 0{,}9$;

в) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = -3{,}5$; $a_2 = -3{,}5 + 0{,}6(2-1) = -3{,}5 + 0{,}6 =$
$= -2{,}9$; $a_3 = -3{,}5 + 0{,}6(3-1) = -3{,}5 + 1{,}2 = -2{,}3$; $a_4 = -3{,}5 + 0{,}6(4-1) =$
$= -3{,}5 + 1{,}8 = -1{,}7$; $a_5 = -3{,}5 + 0{,}6(5-1) = -3{,}5 + 2{,}4 = -1{,}1$;

344. а) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_7 = b_1 + d(7-1) = b_1 + 6d$.

б) $b_{26} = b_1 + d(26-1) = b_1 + 25d$

в) $b_{231} = b_1 + d(231-1) = b_1 + 230d$. г) $b_k = b_1 + d(k-1)$.

д) $b_{k+5} = b_1 + d(k+5-1) = b_1 + d(k+4)$. е) $b_{2k} = b_1 + d(2k-1)$.

345. а) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $c_5 = 20 + 3(5-1) = 20 + 12 = 32$.

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$, $c_{21} = 5{,}8 - 1{,}5\cdot(21-1) = 5{,}8 - 30 = -24{,}2$.

346. а) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{11} = -3 + 0{,}7(11-1) = -3 + 7 = 4$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{26} = 18 - 0{,}6(26-1) = 18 - 15 = 3$.

347. а) $a_1 = \frac{1}{3}$; $a_2 = -1$; $d = a_2 - a_1 = -1 - \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3}$;

$a_n = a_1 + d(n-1) = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}(n-1) = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}n + 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}n$;

$a_{10} = \frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}\cdot 9 = \frac{1}{3} - \frac{4\cdot 9}{3} = -11\frac{2}{3}$.

б) $b_1 = 2{,}3$; $b_2 = 1$; $d = b_2 - b_1 = 1 - 2{,}3 = -1{,}3$;

$b_n = b_1 + d(n-1) = 2{,}3 - 1{,}3(n-1) = 2{,}3 - 1{,}3n + 1{,}3 = 3{,}6 - 1{,}3n$;

$b_{10} = 2{,}3 - 1{,}3\cdot 9 = 2{,}3 - 11{,}7 = -9{,}4$.

348. а) $a_1 = -8$; $a_2 = -6{,}5$; $d = a_2 - a_1 = -6{,}5 - (-8) = 1{,}5$;

$a_n = a_1 + d(n-1) = -8 + 1{,}5(n-1) = -8 + 1{,}5n - 1{,}5 = 1{,}5n - 9{,}5$;

$a_{23} = -8 + 1{,}5(23-1) = -8 + 33 = 25$.

б) $a_1 = 11$; $a_2 = 7$; $d = a_2 - a_1 = 7 - 11 = -4$;

$a_n = a_1 + d(n-1) = 11 - 4(n-1) = 11 - 4n + 4 = 15 - 4n$;

$a_{23} = 15 - 4\cdot 23 = -77$.

349. $a_1 = 7$; $d = 3$; $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_8 = 7 + 3(8-1) = 7 + 3\cdot 7 = 28$.

Ответ: 28 м.

350. Скорость поезда v_{20} в конце 20-й минуты — 21-й член арифметической прогрессии $a_1=0$; $d=50$; $a_n=a_1+d(n-1)$, $a_{21}=0+50\cdot 20=1000$.

Ответ: 1000 м/мин.

351. Рассмотрим ΔOA_1B_1 и ΔOA_nB_n. $\Delta OA_1B_1 \sim \Delta OA_nB_n$, так как $\angle O$ — общий, $OA_n=nOA_1$,

$OB_n=nOB_1$, $\Rightarrow \frac{OA_n}{OA_1} = \frac{OB_n}{OB_1}$. Отсюда $\frac{A_nB_n}{A_1B_1} = \frac{OA_n}{OA_1} = n$; $A_nB_n=nA_1B_1$

$A_5B_5=5\cdot 1{,}5=7{,}5$ см; $A_{10}B_{10}=10\cdot 1{,}5=15$ см.

352. а) $x_n = x_1 + d(n-1)$; $x_1 = x_n - d(n-1)$; $x_1 = x_{30} - d(30-1) = 128 - 4 \cdot 29 = 12$.

б) $x_n = x_1 + d(n-1)$; $x_1 = x_{45} - d(45-1) = -208 - (-7) \cdot 44 = 100$.

353. а) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $d = \dfrac{y_n - y_1}{n-1}$; $d = \dfrac{22-10}{5-1} = 3$.

б) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $d = \dfrac{y_n - y_1}{n-1}$; $d = \dfrac{-21-28}{15-1} = -\dfrac{49}{14} = -3{,}5$

354. а) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $c_1 = c_n - d(n-1)$; $c_1 = 26 - 0{,}7(36-1) = 1{,}5$.

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $d = \dfrac{c_n - c_1}{n-1}$; $d = \dfrac{1{,}2-(-10)}{15-1} = 0{,}8$.

355. $a_1 = 5$; $a_9 = 1$; 1) $d = \dfrac{a_n - a_1}{n-1} = \dfrac{1-5}{9-1} = -0{,}5$

2) $a_2 = a_1 + d(2-1) = 5 - 0{,}5 \cdot 1 = 4{,}5$; $a_3 = 5 - 0{,}5 \cdot 2 = 4$;

$a_4 = 5 - 0{,}5 \cdot 3 = 3{,}5$; $a_5 = 5 - 0{,}5 \cdot 4 = 3$; $a_6 = 5 - 0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5$;

$a_7 = 5 - 0{,}5 \cdot 6 = 2$; $a_8 = 5 - 0{,}5 \cdot 7 = 1{,}5$.

356. $a_1 = 2{,}5$; $a_6 = 4$; 1) $d = \dfrac{a_n - a_1}{n-1} = \dfrac{4-2{,}5}{6-1} = 0{,}3$.

2) $a_2 = 2{,}5 + 0{,}3(2-1) = 2{,}5 + 0{,}3 = 2{,}8$; $a_3 = 2{,}5 + 0{,}3(3-1) = 2{,}5 + 0{,}3 \cdot 2 = 3{,}1$;

$a_4 = 2{,}5 + 0{,}3 \cdot 3 = 3{,}4$; $a_5 = 2{,}5 + 0{,}3 \cdot 4 = 3{,}7$.

357. а) $c_n = c_1 + d(n-1)$;

$$\begin{cases} c_1 + 4d = 27 \\ c_1 + 26d = 60; \end{cases} \begin{cases} -22d = -33 \\ c_1 + 4d = 27; \end{cases} \begin{cases} d = 1{,}5 \\ c_1 = 27 - 4 \cdot 1{,}5; \end{cases} \begin{cases} d = 1{,}5 \\ c_1 = 21. \end{cases}$$

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$;

$$\begin{cases} c_1 + 19d = 0 \\ c_1 + 65d = -92; \end{cases} \begin{cases} -46d = 92 \\ c_1 + 19d = 0; \end{cases} \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = -19 \cdot (-2); \end{cases} \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = 38. \end{cases}$$

358. $x_n = x_1 + d(n-1)$;

$$\begin{cases} x_1 + 15d = -7 \\ x_1 + 25d = 55; \end{cases} \begin{cases} 10d = 62 \\ x_1 + 15d = -7; \end{cases} \begin{cases} d = 6{,}2 \\ x_1 = -7 - 15 \cdot 6{,}2; \end{cases} \begin{cases} d = 6{,}2 \\ x_1 = -100. \end{cases}$$

359. $a_1 = 2$; $a_2 = 9 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 9 - 2 = 7$; $a_n = a_1 + d(n-1) = 2 + 7(n-1) = -5 + 7n$.
а) $156 = -5 + 7n$; $n = 23$. Значит $a_{23} = 156$.

б) $295 = -5 + 7n$; $n = 42\dfrac{6}{7} \notin N$. Значит $295 \notin (a_n)$.

360. $a_n=a_1+d(n-1)=32-1,5(n-1)=32-1.5n+1,5=33,5-1,5n.$

а) $0=33,5-1,5n$; $n=22\frac{1}{3}\notin N \Rightarrow 0\notin(a_n)$;

б) $-28=33,5-1,5n$; $n=41$. Значит $a_{41}=-28$.

361. $x_1=8,7$; $d=-0,3$; $x_n=x_1+d(n-1)$; $x_n=8,7-0,3(n-1)=8,7-0,3n+0,3=9-0,3n$;
а) $9-0,3n\geq0$; $n\leq30$. б) $9-0,3n<0$; $n>30$.

362. $a_1=-20,3$; $a_2=-18,7$; $d=a_2-a_1=-18,7+20,3=1,6$;

$a_n=a_1+d(n-1)=-20,3+1,6n-1,6=1,6n-21,9$; $1,6n-21,9<0$; $1,6n<21,9$; $n<\frac{219}{16}$;

$n\leq13$; $a_{14}=a_1+d(n-1)=-20,3+1,6\cdot13=0,5$.

363. а) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а, следовательно, является арифметической прогрессией. $d=k=3$; $a_1=3\cdot1+1=4$.

б) $a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-5-n^2+5=2n+1$, т.е. разность между соседними членами прогрессии зависит от n, а значит (a_n) — не является арифметической прогрессией.

в) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d=k=1$; $a_1=1+4=5$.

г) $a_{n+1}-a_n=\frac{1}{n+5}-\frac{1}{n+4}=-\frac{1}{(n+5)(n+4)}$, т.е. разность между соседними членами прогрессии зависит от n, а значит (a_n) — не арифметическая прогрессия.

д) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d=k=-0,5$; $a_1=-0,5\cdot1+1=0,5$.

е) (a_n) задана формулой вида $a_n=kn+b$, а значит является арифметической прогрессией. $d=k=6$; $a_1=6\cdot1=6$.

364. Каждый выпуклый $(n+1)$-угольник получается из n-угольника добавлением треугольника с суммой углов, равной 180°; следовательно, $S_{n+1}-S_n=180°$, т.е. последовательность S_n является арифметической прогрессией с разностью $d=180°$.

365. $\begin{cases}3x+y=2.\\x^2-y^2=-12;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-3x+2,\\x^2-(-3x+2)^2+12=0;\end{cases}$

$\begin{cases}y=-3x+2,\\x^2-9x^2+12x-4+12=0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-3x+2,\\-8x^2+12x+8=0\end{cases}$

Решим уравнение $2x^2-3x-2=0$; $D=9-4\cdot2\cdot(-2)=25$;

$x_1=\frac{3+5}{4}=2$ или $x_2=\frac{3-5}{4}=-0,5$; $\begin{cases}x_1=2,\\y_1=-4;\end{cases}$ или $\begin{cases}x_2=-0,5,\\y_2=3,5.\end{cases}$

366. а) $x(x^2+4x-32)=0$; $x_1=0$ или $x^2+4x-32=0$; $D=16-4\cdot(-32)=144$;

$$x_2=\frac{-4+12}{2}=4 \text{ или } x_3=\frac{-4-12}{2}=-8.$$

б) $x^2(x-10)+4(x-10)=0$; $(x-10)(x^2+4)=0$; $x=10$ ($x^2+4=0$ — нет корней).

367. а) $2(x-0,5)(x+8)>0$; $(x-0,5)(x+8)>0$; $(-\infty;-8)\cup(0,5;\infty)$.

б) $-2(x-33)(x+8)\le 0$; $(x-33)(x+8)\ge 0$; $(-\infty;-8]\cup[33;\infty)$.

368. а) $125^{-1}\cdot 25^2=(5^3)^{-1}\cdot(5^2)^2=5^{-3}\cdot 5^4=5^1=5$.

б) $0,0001\cdot(10^3)^2\cdot(0,1)^{-2}=10^{-4}\cdot 10^6\cdot(10^{-1})^{-2}=10^{-4}\cdot 10^6\cdot 10^2=10^4=10000$.

в) $$\frac{16^{-3}4^5}{8}=\frac{(2^4)^{-3}(2^2)^5}{2^3}=\frac{2^{-12}2^{10}}{2^3}=2^{-12}2^{10}2^{-3}=2^{-5}=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$$

г) $9^4\cdot(\frac{1}{27})^{-3}\cdot 81^{-4}=(3^2)^4\cdot(3^{-3})^{-3}\cdot(3^4)^{-4}=3^8\cdot 3^9\cdot 3^{-16}=3$.

369. $S_n=\dfrac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$;

а) $S_{60}=\dfrac{(3+57)\cdot 60}{2}=\dfrac{60\cdot 60}{2}=1800$

б) $S_{60}=\dfrac{(-10,5+51,5)\cdot 60}{2}=\dfrac{41\cdot 60}{2}=1230$

370. $S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$;

а) $a_1=-23$; $a_2=-20$; $d=-20+23=3$;

$S_8=\dfrac{2\cdot(-23)+3\cdot(8-1)}{2}\cdot 8=-100$.

б) $a_1=14,2$; $a_2=9,6$; $d=9,6-14,2=-4,6$; $S_8=\dfrac{2\cdot 14,2-4,6\cdot(8-1)}{2}\cdot 8=-15,2$

371. $S_n=\dfrac{2b_1+d(n-1)}{2}\cdot n$;

а) $S_9=\dfrac{2\cdot(-17)+6\cdot(9-1)}{2}\cdot 9=63$.

б) $S_9=\dfrac{2\cdot 6,4+0,8\cdot(9-1)}{2}\cdot 9=86,4$.

372. $S_n=\dfrac{(x_1+x_n)}{2}\cdot n$;

а) $x_1=4\cdot1+2=6$; $x_n=4n+2$; $S_n=\dfrac{6+4n+2}{2}\cdot n=(4+2n)n=2n(2+n)$

$S_{50}=2\cdot50(2+50)=5200$; $S_{100}=2\cdot100(2+100)=20400$.

б) $x_1=2\cdot1+3=5$; $x_n=2n+3$; $S_n=\dfrac{5+2n+3}{2}\cdot n=(n+4)n$; $S_{50}=50(50+4)=2700$;

$S_{100}=100(100+4)=10400$.

373. $a_1=3\cdot1+2=5$; $a_{20}=3\cdot20+2=62$; $S_{20}=\dfrac{5+62}{2}\cdot20=670$.

374. а) $a_1=2$; $a_n=2n$; $S_n=\dfrac{(a_1+a_n)n}{2}=\dfrac{(2+2n)n}{2}=\dfrac{2n(n+1)}{2}=(n+1)n$

б) $a_1=1$; $a_n=2n-1$; $S_n=\dfrac{(1+2n-1)\cdot n}{2}=\dfrac{2n\cdot n}{2}=n^2$.

375. а) $a_1=1$; $a_{150}=150$; $n=150$; $S_{150}=\dfrac{(150+1)\cdot150}{2}=11325$.

б) $20\le n\le120$; $a_1=20$; $a_{101}=120$; $n=101$

$S_{101}=\dfrac{(a_1+a_{101})\cdot101}{2}=\dfrac{(20+120)\cdot101}{2}=7070$.

в) $a_n=4n$; $4n\le300$; $n\le75$; $a_1=4$; $a_{75}=4\cdot75=300$; $S_{75}=\dfrac{(4+300)\cdot75}{2}=11400$.

г) $a_n=7n$; $7n\le130$; $n\le18\dfrac{4}{7}$; $n=18$; $a_1=7$; $a_{18}=7\cdot18=126$;

$S_{18}=\dfrac{(7+126)\cdot18}{2}=1197$.

376. $a_1=10$; $d=3$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_{15}=10+3(15-1)=52$; $a_{30}=10+3(30-1)=97$;

$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)n}{2}$; $S=\dfrac{(a_{15}+a_{30})16}{2}=\dfrac{(52+97)16}{2}=1192$.

377. $a_1=21$; $d=-0{,}5$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_6=21-0{,}5(6-1)=18{,}5$; $a_{25}=21-0{,}5(25-1)=9$;

$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$; $S=\dfrac{(a_6+a_{25})\cdot20}{2}=\dfrac{(18{,}5+9)\cdot20}{2}=275$.

378. 1) $c_n=c_1+d(n-1)$;

$$\begin{cases}c_1+6d=18{,}5,\\ c_1+16d=-26{,}5;\end{cases}\quad \begin{cases}10d=-45,\\ c_1+6d=18{,}5;\end{cases}\quad \begin{cases}d=-4{,}5,\\ c_1=18{,}5-6\cdot(-4{,}5);\end{cases}\quad \begin{cases}d=-4{,}5,\\ c_1=45{,}5.\end{cases}$$

2) $S_n=\frac{2c_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_{20}=\frac{2\cdot 45{,}5-4{,}5(20-1)}{2}\cdot 20=55$.

379. 1) $b_n=b_1+d(n-1)$; $b_1=4{,}2$; $b_{10}=15{,}9$;

$d=\frac{b_n-b_1}{n-1}$; $d=\frac{15{,}9-4{,}2}{10-1}=1{,}3$

2) $S_n=\frac{2b_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_{15}=\frac{2\cdot 4{,}2+1{,}3\cdot(15-1)}{2}\cdot 15=199{,}5$

380. Последовательность $h_n=h(n)$ пройденных за n секунд расстояний по условию — арифметическая прогрессия с $h_1=4{,}9$ и $d=9{,}8$. Значит,

$$H_5=\frac{2h_1+d(5-1)}{2}\cdot 5=\frac{2\cdot 4{,}9+9{,}8\cdot 4}{2}\cdot 5=122{,}5.$$

Ответ: 122,5 м.

381. а) $h(7)=h_7=4{,}9+6\cdot 9{,}8=13\cdot 4{,}9=63{,}7$ (м).

б) За 7 секунд тело пройдет расстояние

$$H=S_7=\frac{h_1+h_7}{2}\cdot 7=\frac{4{,}9+63{,}7}{2}\cdot 7=68{,}6\cdot 3{,}5=240{,}1 \quad (\text{м}).$$

Ответ: 63,7 м; 240,1 м

382. Количество шаров в каждом ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1=1$ и разностью $d=1$. Число шаров в треугольнике из n рядов равно $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$. Поэтому

$120=\frac{2\cdot 1+1(n-1)}{2}\cdot n=\frac{n(n+1)}{2}$, $\Rightarrow n(n+1)=240$; $n^2+n-240=0$; $D=1^2-$ $-4\cdot 1(-240)=961$; $n=\frac{-1+31}{2}=16$ $(n>0)$; $S_{30}=\frac{2+29}{2}\cdot 30=15\cdot 31=465$ (шаров).

383. $a_n=a_1+d(n-1)$;

$$\begin{cases}a_1+6d=8,\\ a_1+10d=12{,}8;\end{cases}\quad \begin{cases}4d=4{,}8,\\ a_1+6d=8;\end{cases}\quad \begin{cases}d=1{,}2,\\ a_1=8-6\cdot 1{,}2;\end{cases}\quad \begin{cases}d=1{,}2,\\ a=0{,}8;\end{cases}$$

384. $a_1=20{,}7$; $a_2=18{,}3$; $d=a_2-a_1=18{,}3-20{,}7=-2{,}4$; $a_n=a_1+d(n-1)=$ $=20{,}7-2{,}4n+2{,}4=23{,}1-2{,}4n$; $a_n=23{,}1-2{,}4n$; $n=\frac{23{,}1-a_n}{2{,}4}$

а) $n=\frac{23{,}1-(-1{,}3)}{2{,}4}=3{,}7$ – не целое число, т.е. $-1{,}3\notin a_n$.

б) $\frac{23{,}1-(-3{,}3)}{2{,}4}=11$, т.е. $a_n=-3{,}3$.

385. а) $\begin{cases} 9x^2+9\cdot(\dfrac{2}{3x})^2=13, \\ y=\dfrac{2}{3x}; \end{cases}$. Решим уравнение $9x^2+\dfrac{4}{x^2}-13=0$;

$9x^4-13x^2+4=0$; пусть $x^2=t \Rightarrow 9t^2-13t+4=0$; $D=(-13)^2-4\cdot9\cdot4=25$;

$t=\dfrac{13+5}{18}=1$ или $t=\dfrac{13-5}{18}=\dfrac{4}{9}$; $x^2=1$ или $x^2=\dfrac{4}{9}$; $x_1=1$; $x_2=-1$; $x_3=\dfrac{2}{3}$; $x_4=-\dfrac{2}{3}$

$\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-1, \\ y_2=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=\dfrac{2}{3}, \\ y_3=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=-\dfrac{2}{3}, \\ y_4=-1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2+9+4x^2=29, \\ y^2=9+4x^2; \end{cases}$ $\begin{cases} 5x^2=20, \\ y^2=9+4x^2; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=4, \\ y^2=9+4x^2; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=4, \\ y^2=25; \end{cases}$

$\begin{cases} x=2, \\ y^2=25 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=-2, \\ y^2=25; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=5 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=-2, \\ y_3=5; \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=-2, \\ y_4=-5. \end{cases}$

386. а) $5^n\cdot25=5^n\cdot5^2=5^{n+2}$. б) $625\cdot25^n=5^4\cdot5^{2n}=5^{4+2n}$.

§ 8. Геометрическая прогрессия

387. $b_{n+1}=b_nq$;

а) $b_1=6$; $b_2=6\cdot2=12$; $b_3=12\cdot2=24$; $b_4=24\cdot2=48$; $b_5=48\cdot2=96$.

б) $b_1=-16$; $b_2=-16\cdot\dfrac{1}{2}=-8$; $b_3=-8\cdot\dfrac{1}{2}=-4$; $b_4=-4\cdot\dfrac{1}{2}=-2$; $b_5=-2\cdot\dfrac{1}{2}=-1$.

в) $b_1=-24$; $b_2=-24\cdot(-1{,}5)=36$; $b_3=36\cdot(-1{,}5)=-54$; $b_4=-54\cdot(-1{,}5)=81$; $b_5=81\cdot(-1{,}5)=-121{,}5$

г) $b_1=0{,}4$; $b_2=0{,}4\cdot\sqrt{2}$; $b_3=0{,}4\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=0{,}8$; $b_4=0{,}8\cdot\sqrt{2}$; $b_5=0{,}8\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=1{,}6$.

388. $c_n=c_1q^{n-1}$;

а) $c_6=c_1q^{6-1}=c_1q^5$ б) $c_{20}=c_1q^{20-1}=c_1q^{19}$

в) $c_{125}=c_1q^{125-1}=c_1q^{124}$ г) $c_k=c_1q^{k-1}$

д) $c_{k+3}=c_1q^{k+3-1}=c_1q^{k+2}$ е) $c_{2k}=c_1q^{2k-1}$

389. $x_n=x_1q^{n-1}$;

а) $x_7=x_1q^{7-1}=x_1q^6=16\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^6=2^4\cdot2^{-6}=2^{-2}=\dfrac{1}{4}$.

б) $x_8=x_1q^{8-1}=x_1q^7=-810\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^7=-10\cdot3^4\cdot3^{-7}=\dfrac{-10}{3^3}=-\dfrac{10}{27}$.

в) $x_{10}=x_1q^{10-1}=x_1q^9=\sqrt{2}\cdot(-\sqrt{2})^9=-(\sqrt{2})^{10}=-2^5=-32.$

г) $x_6=x_1q^{6-1}=x_1q^5=125\cdot 0{,}2^5=5^3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^5=5^3\cdot 5^{-5}=5^{-2}=\frac{1}{25}.$

390. $b_n=b_1q^{n-1}$;

а) $b_5=b_1q^{5-1}=b_1q^4=\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{3\cdot 16}{4\cdot 81}=\frac{4}{27}.$

б) $b_4=b_1q^{4-1}=b_1q^3=1.8\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3=1{,}8\cdot 3^{-\frac{3}{2}}=\frac{1{,}8\cdot 3}{27}\cdot\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{5}.$

391. а) $x_1=2;\ x_2=-6;\ q=-\frac{6}{2}=-3;\ x_n=x_1q^{n-1}=2\cdot(-3)^{n-1};\ x_7=2\cdot(-3)^6=2\cdot 729=1458.$

б) $x_1=-40;\ x_2=-20;\ q=\frac{-20}{-40}=\frac{1}{2};\ x_n=(-40)\cdot(\frac{1}{2})^{n-1};\ x_7=-40\cdot(\frac{1}{2})^6=-\frac{40}{64}=-\frac{5}{8}.$

в) $x_1=-0{,}125;\ x_2=0.25;\ q=\frac{0{,}25}{-0{,}125}=-2;\ x_n=-0{,}125\cdot(-2)^{n-1}$

$x_7=-0{,}125(-2)^6=-0{,}125\cdot 64=-8.$

г) $x_1=-10;\ x_2=10;\Rightarrow q=\frac{10}{-10}=-1;\ x_n=(-10)\cdot(-1)^{n-1}=(-1)^n\cdot 10;$

$x_7=(-1)^7\cdot 10=-10.$

392. а) $x_1=48;\ x_2=12;\ q=\frac{12}{48}=\frac{1}{4};\ x_n=x_1q^{n-1};\ x_6=48\cdot(\frac{1}{4})^5=\frac{3}{64};\ x_n=48\cdot(\frac{1}{4})^{n-1}.$

б) $x_1=\frac{64}{9};\ x_2=-\frac{32}{3};\ q=-\frac{32\cdot 9}{3\cdot 64}=-\frac{3}{2};$

$x_6=x_1q^5=\frac{64}{9}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^5=-\frac{64\cdot 243}{9\cdot 32}=-54;\ x_n=\frac{64}{9}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}.$

в) $x_1=-0{,}001;\ x_2=-0{,}01;\ q=\frac{-0{,}01}{-0{,}001}=10;$

$x_6=x_1q^5=-10^{-3}\cdot 10^5=-10^2=-100;\ x^n=-10^{-3}\cdot 10^{n-1}.$

г) $x_1=-100;\ x_2=10;\ q=\frac{10}{-100}=-\frac{1}{10};$

$x^6=x_1q^5=-100\cdot(-\frac{1}{10})^5=10^2\cdot 10^{-5}==10^{-3}=0{,}001;\ x_n=x_1q^{n-1}=-10^2\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

393. $\Delta A_{n+1}BC_{n+1} \sim \Delta A_nBC_n$. Это значит, что площади треугольников составляют геометрическую прогрессию (S_n) со знаменателем $q=\frac{1}{4}$, откуда

$S_9=S_1(\frac{1}{4})^9$; $S_9=\frac{768}{4^9}=\frac{3\cdot 4^4}{4^9}=\frac{3}{4^5}=\frac{3}{1024}$ см^2.

394. а) $b_n=b_1q^{n-1} \Rightarrow b_1=\frac{b_n}{q^{n-1}}$; $b_1=\frac{3}{3^5}=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$.

б) $b_n=b_1q^{n-1} \Rightarrow b_1=\frac{b_n}{q^{n-1}}=\frac{17\frac{1}{2}}{\left(-2\frac{1}{2}\right)^4}=\frac{56}{125}$.

395. а) $c_n=c_1q^{n-1}$; $c_5=c_1\cdot q^{5-1}=c_1\cdot q^4$; $c_7=c_1\cdot q^6$; $\frac{c_7}{c_5}=\frac{c_1q^6}{c_1q^4}=q^2=\frac{-54}{-6}=9$;

$q=3$ $q=-3$. б) $c_6=c_1q^5$; $c_8=c_1q^7$; $\frac{c_8}{c_6}=\frac{c_1q^7}{c_1q^5}=q^2=\frac{9}{25}$; $q=\frac{3}{5}$ или $q=-\frac{3}{5}$.

396. а) $x_n=x_1q^{n-1}$; $x_1=\frac{x_n}{q^{n-1}}$; $x_1=\frac{0{,}32}{(0{,}2)^5}=0{,}32\cdot 5^5=1000$.

б) $x_n=x_1q^{n-1}$; $\frac{x_5}{x_3}=\frac{x_1q^4}{x_1q^2}=q^2=\frac{-18}{-162}=\frac{1}{9}$; $q_1=\frac{1}{3}$ или $q_2=-\frac{1}{3}$.

397. а) 1) $b_3=b_1\cdot q^2$; $q^2=\frac{5}{125}=\frac{1}{25}$; $q=\frac{1}{5}$ или $-\frac{1}{5}$.

2) $b_6=b_1q^5$; $b_6=125\cdot(\frac{1}{5})^5=\frac{125}{3125}=\frac{1}{25}$ или $b_6=125\cdot(-\frac{1}{5})^5=-\frac{125}{3125}=-\frac{1}{25}$

б) 1) $b_3=b_1q^2$; $q^2=\frac{-2}{-\frac{2}{9}}=9$; $q=3$ или $q=-3$;

2) $b_7=b_1q^6$; $b_7=-\frac{2}{9}\cdot 3^6=-162$ или $b_7=-\frac{2}{9}\cdot(-3)^6=-162$.

в) 1) $b_4=b_1q^3$; $b_6=b_1q^5$; $\frac{b_6}{b_4}=\frac{b_1q^5}{b_1q^3}=q^2$; $q^2=\frac{-100}{-1}=100$; $q=10$ или $q=-10$.

2) $b_4=b_1q^3$; $b_1=\frac{b_4}{q^3}$; $b_1=\frac{-1}{10^3}=-0{,}001$, или $b_1=\frac{-1}{(-10)^3}=0{,}001$.

398. $b_1=2$; $b_5=162$.

1) $b_n=b_1q^{n-1}$; $b_5=2\cdot q^{5-1}=2\cdot q^4=162 \Rightarrow q^4=\dfrac{162}{2}=81$; $q=3$ или $q=-3$;

2) При $q=3$, то $b_2=b_1q=2\cdot3=6$; $b_3=b_1q^2=2\cdot3^2=18$; $b_4=b_1q^3=2\cdot3^3=54$;

3) При $q=-3$, то $b_2=b_1q=2\cdot(-3)=-6$; $b_3=b_1q^2=2\cdot(-3)^2=18$; $b_4=b_1q^3=2\cdot(-3)^3=-54$.

399. $a=2\cdot q$; $b=2\cdot q^2$; $\dfrac{1}{4}=2\cdot q^3 \Rightarrow q^3=\dfrac{1}{8} \Rightarrow q=\dfrac{1}{2}$

$$a=2\cdot\frac{1}{2}=1\ ;\ b=2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}.$$

400. $b_2=b_1\cdot q=6$; $b_4=b_1\cdot q^3=24 \Rightarrow q^2=4$; $q_1=2$; $q_2=-2$

1) при $q=2$ $b_6=b_4\cdot q^2=24\cdot4=96$

2) при $q=-2$ $b_6=b_4\cdot q^2=24\cdot4=96$.

401. Ежегодно сумма вклада возрастает на 90%, т.е. в 1,9 раза. Следовательно, через 3 года она возрастет в $(1,9)^3$ раза. $S_3=800\cdot(1,9)^3=5487,2$ р.

402. В равностороннем треугольнике со стороной a_n высота равна $h_n=\dfrac{a_n\sqrt{3}}{2}$; следовательно, $p_{n+1}=3h_n=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot3a_n=\dfrac{\sqrt{3}}{2}p_n$, т.е. периметры треугольников образуют геометрическую прогрессию со знаменателем

$q=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot p_6=p_1(\dfrac{\sqrt{3}}{2})^5=\dfrac{9\sqrt{3}}{2^5}p_1$; $p_1=3\cdot8=24$.

Значит $p_6=24\cdot\dfrac{9\sqrt{3}}{2^5}=3\cdot2^3\cdot\dfrac{9\sqrt{3}}{2^5}=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ см.

403. Так как стороны каждого следующего треугольника являются средними линиями для предыдущего, то $a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n$, $p_{n+1}=3a_n=3\cdot\dfrac{1}{2}a_n=\dfrac{1}{2}p_n$, т.е. периметры треугольников являются членами геометрической прогрессии со знаменателем $q=\dfrac{1}{2}$.

$p_8=(\dfrac{1}{2})^7p_1$; $p_1=3\cdot16$; $p_8=\dfrac{1}{2^7}\cdot3\cdot2^4=\dfrac{48}{128}=\dfrac{3}{8}$ см.

404. 1) $a_1=-45,6$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $d=\dfrac{a_n-a_1}{n-1}=\dfrac{2-(-45,6)}{15-1}=\dfrac{47,6}{14}=3,4$

2) $Sn=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_{50}=\dfrac{2\cdot(-45,6)+3,4\cdot49}{2}\cdot50=1885$.

405. а) $3^{2n}:9^{n-1}=3^{2n}:(3^2)^{n-1}=3^{2n}:3^{2n-2}=3^{2n-(2n-2)}=3^2=9$.

б) $4^n\cdot 2^{6-2n}=(2^2)^n\cdot 2^{6-2n}=2^{2n}\cdot 2^{6-2n}=2^{2n+6-2n}=2^6=64$.

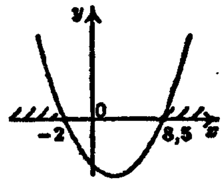
в) $16:4^{1+2n}\cdot 8^n=2^4:(2^2)^{1+2n}\cdot(2^3)^n=2^4:2^{2+4n}\cdot 2^{3n}=2^{4-2-4n+3n}=2^{2-n}$.

406.

$$\begin{cases}x^2-y^2=30,\\ x+y=5;\end{cases} \begin{cases}(5-y)^2-y^2-30=0,\\ x=5-y;\end{cases} \begin{cases}25-10y+y^2-y^2-30=0,\\ x=5-y;\end{cases}$$

$$\begin{cases}-10y=5,\\ x=5-y;\end{cases} \begin{cases}y=-0{,}5,\\ x=5-(-0{,}5);\end{cases} \begin{cases}y=-0{,}5,\\ x=5{,}5;\end{cases} \begin{cases}x=5{,}5,\\ y=-0{,}5.\end{cases}$$

407. а) 1) График функции $y=2x^2-13x-34$ – парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $2x^2-13x-34=0$; $D=(-13)^2-$

$-4\cdot 2\cdot(-34)=441$; $x_1=\dfrac{13+21}{4}=8{,}5$; $x_2=\dfrac{13-21}{4}=-2$.

3) $(-\infty;-2]\cup[8{,}5;+\infty)$.

б) $2x(5-2x)<0$; $x(x-2{,}5)>0$; $(-\infty;0)\cup(2{,}5;+\infty)$.

408. $S_n=\dfrac{b_1(q^n-1)}{q-1}$;

а) $S_5=\dfrac{8\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\right)^5-1\right)}{\frac{1}{2}-1}=\dfrac{8\cdot\left(\frac{1}{32}-1\right)}{-\frac{1}{2}}=-16\left(\dfrac{1}{32}-1\right)=16-\dfrac{1}{2}=15\dfrac{1}{2}$.

б) $S_5=\dfrac{500\cdot\left(\left(\frac{1}{5}\right)^5-1\right)}{\frac{1}{5}-1}=\dfrac{500\cdot\left(\frac{1}{3125}-1\right)}{-\frac{4}{5}}=\dfrac{3124}{5}=624{,}8$.

409. а) $b_1=3$; $b_2=-6$; $q=\dfrac{-6}{3}=-2$; $S_n=\dfrac{b_1(q^n-1)}{q-1}$;

$S_5=\dfrac{3\cdot\left((-2)^6-1\right)}{-2-1}=\dfrac{3\cdot(64-1)}{-3}=-63$.

б) $b_1=54$; $b_2=36$; $q=\dfrac{36}{54}=\dfrac{2}{3}$;

$S_6=\dfrac{54\cdot\left(\left(\frac{2}{3}\right)^6-1\right)}{\frac{2}{3}-1}=\dfrac{54\cdot\left(\frac{64}{729}-1\right)}{-\frac{1}{3}}=\dfrac{665\cdot 54\cdot 3}{729\cdot 1}=\dfrac{1330}{9}=147\dfrac{7}{9}$.

в) $b_1=-32$; $b_2=-16$; $q=\frac{-16}{-32}=\frac{1}{2}$;

$$S_6=\frac{-32\cdot\left(\left(\frac{1}{2}\right)^6-1\right)}{\frac{1}{2}-1}=64\left(\frac{1}{64}-1\right)=1-64=-63.$$

г) $b_1=1$; $b_2=-\frac{1}{2}$; $q=\frac{-\frac{1}{2}}{1}=-\frac{1}{2}$; $S_6=\frac{1\cdot((-\frac{1}{2})^6-1)}{-\frac{1}{2}-1}=\frac{2(\frac{1}{64}-1)}{-3}=\frac{21}{32}$.

410. $S_n=\frac{c_1(q^n-1)}{q-1}$; а) $S_9=\frac{-4\cdot(3^9-1)}{3-1}=-39364$. б) $S_9=\frac{1\cdot\left(\left(-2^9\right)-1\right)}{-2-1}=171$.

411. а) $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{0{,}2\cdot5^{n+1}}{0{,}2\cdot5^n}=5$. Значит (b_n) — геометрическая прогрессия со знаменателем $q=5$. $S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\frac{0{,}2\cdot5\cdot(5^n-1)}{5-1}=\frac{5^n-1}{4}$.

б) $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{3\cdot2^n}{3\cdot2^{n-1}}=2$. Значит (b_n) — геометрическая прогрессия со знаменателем $q=2$. $S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\frac{3\cdot2^0\cdot(2^n-1)}{2-1}=3(2^n-1)$.

в) $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{3^{n+2}}{3^{n+1}}=3$.

Значит (b_n) — геометрическая прогрессия со знаменателем $q=3$. $S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\frac{3^2\cdot(3^n-1)}{3-1}=\frac{9}{2}(3^n-1)$.

412. а) $b_1=1$; $b_2=3$; $q=\frac{3}{1}=3$; $S_n=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\frac{1\cdot(3^n-1)}{3-1}=\frac{3^n-1}{2}$.

б) $b_1=2$; $b_2=4$; $q=\frac{4}{2}=2$; $S_n=\frac{2\cdot(2^n-1)}{2-1}=2\cdot(2^n-1)$.

в) $b_1=\frac{1}{2}$; $b_2=-\frac{1}{4}$; $q=\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$; $S_n=\frac{\frac{1}{2}\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1\right)}{-\frac{1}{2}-1}=-\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{3}$.

г) $b_1=1$; $b_2=-x$; $q=\frac{-x}{1}=-x$; $S_n=\frac{1\cdot((-x)^n-1)}{-x-1}=-\frac{(-x)^n-1}{x+1}$.

д) $b_1=1$; $b_2=x^2$; $q=\frac{x^2}{1}=x^2$; $S_n=\frac{1(x^{2n}-1)}{x^2-1}=\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}$.

е) $b_1=1$; $b_2=-x^3$; $q=\frac{-x^3}{1}=-x^3$; $S_n=\frac{1\cdot((-x^3)^n-1)}{-x^3-1}=-\frac{(-x^3)^n-1}{x^3+1}$.

413. а) $b_7=b_1q^6$; $b_1=\frac{b_7}{q^6}=\frac{72{,}9}{1{,}5^6}=6{,}4$; $S_7=\frac{6{,}4\cdot(1{,}5^7-1)}{1{,}5-1}=\frac{102{,}95}{0{,}5}=205{,}9.$

б) $b_5=b_1q^4$; $b_1=\frac{b_5}{q^4}=\frac{16}{9}:\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16\cdot 34}{9\cdot 24}=9$;

$$S_7=\frac{9\cdot\left(\left(\frac{2}{3}\right)^7-1\right)}{\frac{2}{3}-1}=\frac{9\cdot\left(\frac{128}{2187}-1\right)}{-\frac{1}{3}}=\frac{2059}{81}=25\frac{34}{81}.$$

414. а) $x_5=x_1q^4$; $x_1=\frac{x_5}{q^4}=\frac{\frac{10}{9}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4}=\frac{10\cdot 81}{9}=90$;

$$S_5=\frac{90\left(\left(\frac{1}{3}\right)^5-1\right)}{\frac{1}{3}-1}=\frac{90\cdot 242\cdot 3}{2\cdot 243}=134\frac{4}{9}.$$

б) $x_4=x_1q^3$; $x_1=\frac{x_4}{q^3}=\frac{121{,}5}{(-3)^3}=-4{,}5$; $S_5=\frac{-4{,}5\cdot\left((-3)^5-1\right)}{-3-1}=-\frac{9\cdot 244}{4\cdot 2}=-274{,}5.$

415. $b_1=1$; $b_5=162$; $b_5=b_1q^4$; $q^4=\frac{b_5}{b_1}=\frac{162}{2}=81 \Rightarrow q=3$ или $q=-3$; но $q=3$ — не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия знакопеременная , следовательно, $q=-3$; $S_6=\frac{2\cdot((-3)^6-1)}{-3-1}=-\frac{728}{2}=-364$.

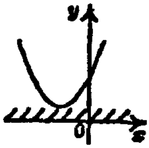
416. $b_2=b_1q$; $b_4=b_1\cdot q^3$; $\Rightarrow \frac{b_4}{b_2}=\frac{b_1q^3}{b_1q}=q^2$; $\frac{b_4}{b_2}=\frac{54}{6}=9$; $q_1=3$; $q_2=-3$ – не подходит по условию, следовательно,

$q=3$. $b_1=\frac{b_2}{q}=\frac{6}{3}=2$; $S_7=\frac{2\cdot(3^7-1)}{-3-1}=2186$.

417. $b_n=b_1q^{n-1} \Rightarrow b_7=b_1q^6$; $b_1=\dfrac{b_7}{q^6}=\dfrac{0{,}012}{0{,}2^6}=187{,}5$; $b_n=187{,}5\cdot(0{,}2)^{n-1}$.

418. а) $2^{n+3}-2^n=2^n\cdot 2^3-2^n=2^n(2^3-1)=2^n\cdot 7$
б) $3^{n+1}-3^{n-1}=3^{n-1+2}-3^{n-1}=3^{n-1}(9-1)=8\cdot 3^{n-1}$.
в) $25^n-5^{n-1}=5^{2n}-5^{n-1}=5^{n-1+n+1}-5^{n-1}=5^{n-1}(5^{n+1}-1)$.

419. а) $x(1{,}5-x)\le 0$; $x(x-1{,}5)\ge 0$; $(-\infty;\,-0]\cup[1{,}5;\,+\infty)$. 



б) 1) График функции $y=x^2+x+6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).
2) Решим уравнение $x^2+x+6=0$; $D=1^2-4\cdot 1\cdot 6<0$ –нет корней.
3) $(-\infty;\,+\infty)$.

420. а) $b_1=9$; $b_2=3$;

$$q=\frac{3}{9}=\frac{1}{3};\ |q|=\left|\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}<1;\ S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{9}{1-\frac{1}{3}}=\frac{9\cdot 3}{2}=\frac{27}{2}=13{,}5.$$

б) $b_1=2$; $b_2=-\dfrac{1}{2}$; $q=\dfrac{-\frac{1}{2}}{2}=-\dfrac{1}{4}$; $|q|=\left|-\dfrac{1}{4}\right|=\dfrac{1}{4}<1$; $S=\dfrac{2}{1+\frac{1}{4}}=\dfrac{2}{\frac{5}{4}}=\dfrac{2\cdot 4}{5}=1{,}6$

в) $b_1=\dfrac{4}{5}$; $b_2=\dfrac{4}{25}$; $\Rightarrow q=\dfrac{4\cdot 5}{25\cdot 4}=\dfrac{1}{5}$; $|q|=\left|\dfrac{1}{5}\right|=\dfrac{1}{5}<1$; $S=\dfrac{\frac{4}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\dfrac{4\cdot 5}{5\cdot 4}=1$.

г) $b_1=\sqrt{3}$; $b_2=-1$; $q=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$; $|q|=\left|-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{3}}<1$;

$$S=\frac{\sqrt{3}}{1-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}=\frac{\sqrt{3}}{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{3}{\sqrt{3}+1}.$$

д) $b_1=2\sqrt{2}$; $b_2=2$; $q=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $|q|=\left|\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}<1$;

$$S=\frac{2\sqrt{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}-1}.$$

е) $b_1=3\sqrt{5}$; $b_2=3$; $q=\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$; $|q|=\left|\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right|=\dfrac{\sqrt{5}}{5}<1$;

$$S=\frac{3\sqrt{5}}{1-\frac{\sqrt{5}}{5}}=\frac{15\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}=\frac{15}{\sqrt{5}-1}.$$

421. а) $b_1=1$; $b_2=\frac{1}{10}$; $q=\frac{1}{10}:1=\frac{1}{10}$; $S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{1}{1-\frac{1}{10}}=\frac{1}{\frac{9}{10}}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$.

б) $b_1=-\frac{1}{2}$; $b_2=\frac{1}{4}$; $q=\frac{1}{4}:(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$;

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{-\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}=-\frac{1\cdot 2}{2\cdot 3}=-\frac{1}{3}$.

в) $b_1=6$; $b_2=-1\frac{1}{2}$; $\Rightarrow q=-\frac{3}{2\cdot 6}=-\frac{1}{4}$

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{6}{1-(-\frac{1}{4})}=\frac{6}{1\frac{1}{4}}=\frac{6\cdot 4}{5}=\frac{24}{5}=4\frac{4}{5}$.

г) $b_1=\frac{2}{3}$; $b_2=\frac{4}{9}$ $\Rightarrow q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{4}{9}:\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 2}=\frac{2}{3}$; $S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{2\cdot 3}{3}=2$.

422. а) $b_1=1$; $b_2=a$; $q=\frac{a}{1}=a$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-a}$;

б) $b_1=1$; $b_2=-a$; $q=\frac{-a}{1}=-a$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-(-a)}=\frac{1}{1+a}$;

в) $b_1=1$; $b_2=a^2$; $q=\frac{a^2}{1}=a^2$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-a^2}$;

г) $b_1=a$; $b_2=-a^4$; $q=\frac{-a^4}{a}=-a^3$; $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{1}{1-(-a^3)}=\frac{1}{1+a^3}$;

423. У правильного треугольника радиус вписанной окружности вдвое меньше радиуса описанной окружности. Т.е. указанная в задаче последовательность (R_n) радиусов является геометрической прогрессией, знаменатель которой равен $q=\frac{r_{\text{вп}}}{R_{\text{оп}}}=\frac{1}{2}$, $|q|<1$. Длины окружностей $l_n=2\pi R_n$ также образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{2}$, а площади кругов $S_n=\pi R_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q'=\frac{\pi R_{n+1}^2}{\pi R_n^2}=(\frac{R_{n+1}}{R_n})^2=q^2$, $|q^2|<1$. Отсюда:

$S_l=\frac{l_1}{1-\frac{1}{2}}=4\pi\cdot 5=20\pi$ см; $S_S=\frac{S_1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{\pi\cdot 25\cdot 4}{3}=\frac{100\pi}{3}$ см^2.

424. Отношение радиуса каждого следующего круга к радиусу предыдущего есть отношение стороны квадрата к его диагонали, т.е. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, отношение площадей двух последовательных кругов равно $q=\frac{1}{2}$, $|q|<1$. Найдем площадь первого круга $S=\pi R_1^2$, $R_1=\frac{a_1}{2}=4$ см. $S=\pi\cdot 4^2=16\pi$. Итак, получим:

$$S=\frac{S_1}{1-q}=\frac{16\pi}{1-\frac{1}{2}}=32\pi \text{ см}^2.$$

425. а) 0,(6)=0,6+0,06+0,006+... — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0{,}6$; $b_2=0{,}06$; $q=\frac{0{,}06}{0{,}6}=0{,}1$; $(|q|=|0{,}1|=0{,}1<1)$;

$$S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{0{,}6}{1-0{,}1}=\frac{0{,}6}{0{,}9}=\frac{2}{3};$$

б) 0,(1)=0,1+0,01+0,001+... — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0{,}1$; $b_2=0{,}01$;

$$q=\frac{0{,}01}{0{,}1}=0{,}1;\ (|q|=|0{,}1|=0{,}1<1);\ S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{0{,}1}{1-0{,}1}=\frac{0{,}1}{0{,}9}=\frac{1}{9};$$

в) 0,(36)=0,36+0,0036+0,000036+... — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0{,}36$; $b_2=0{,}0036$; $q=\frac{0{,}0036}{0{,}36}=0{,}01$; $(|q|=|0{,}01|=0{,}01<1)$;

$$S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{0{,}36}{1-0{,}01}=\frac{0{,}36}{0{,}99}=\frac{4}{11};$$

г) 1,(81)=1+0,(81); 0,(81)=0,81+0,0081+0,000081+... — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0{,}81$; $b_2=0{,}0081$; $q=\frac{0{,}0081}{0{,}81}=0{,}01$; $(|q|=|0{,}01|=0{,}01<1)$;

$$S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{0{,}81}{1-0{,}01}=\frac{0{,}81}{0{,}99}=\frac{9}{11};\ 1{,}(81)=1+\frac{9}{11}=1\frac{9}{11};$$

д) 0,2(3)=–0,1+0,(3); 0,(3)=0,3+0,03+0,003+... – геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0{,}3$; $b_2=0{,}03$; $q=\frac{0{,}03}{0{,}3}=0{,}1$; $(|q|=|0{,}1|=0{,}1<1)$;

$$S=\frac{b_1}{1-q};\ S=\frac{0{,}3}{1-0{,}1}=\frac{1}{3};\ 0{,}2(3)=-\frac{1}{10}+\frac{1}{3}=\frac{7}{30}.$$

е) $0,32(45)=-0,13+0,(45)$, $0,(45)=0,45+0,0045+0,000045+...$ — геометрическая прогрессия. найдем ее сумму: $b_1=0,45$; $b_2=0,0045$; $q=\frac{0,0045}{0,45}=0,01$;

$(|q|=|0,01|=0,01<1)$; $S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{0,45}{1-0,01}=\frac{5}{11}$; $0,32(45)=-\frac{13}{100}+\frac{5}{11}=\frac{357}{1100}$.

426. а) $0,(5)=0,5+0,05+0,005+...$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,5$; $b_2=0,05$; $q=\frac{0,05}{0,5}=0,1$; $(|q|=|0,1|=0,1<1)$;

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{0,5}{1-0,1}=\frac{0,5}{0,9}=\frac{5}{9}$.

б) $1,(72)=1+0,72$; $0,(72)=0,72+0,0072+0,000072+...$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,72$; $b_2=0,0072$; $q=\frac{0,0072}{0,72}=0,01$;

$(|q|=|0,01|=0,01<1)$;

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{0,72}{1-0,01}=\frac{0,72}{0,99}=\frac{8}{11}$; $1,(72)=1+\frac{8}{11}=1\frac{8}{11}$.

в) $0,4(6)=-0,2+0,(6)$; $0,(6)=0,6+0,06+0,006+...$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,6$; $b_2=0,06$; $q=\frac{0,06}{0,6}=0,1$; $(|q|=|0,1|=0,1<1)$;

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{0,6}{1-0,1}=\frac{0,6}{0,9}=\frac{2}{3}$; $0,4(6)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{7}{15}$.

г) $0,01(12)=0,01(1+0,(12))$; $0,(12)=0,12+0,0012+0,000012+...$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,12$; $b_2=0,0012$; $q=\frac{0,0012}{0,12}=0,01$;

$(|q|=|0,01|=0,01<1)$;

$S=\frac{b_1}{1-q}$; $S=\frac{0,12}{1-0,01}=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}$; $0,01(12)=\frac{1}{100}(1+\frac{4}{33})=\frac{37}{3300}$.

427. $x_1=0,375$; $x_2=0,75$; $q=\frac{0,75}{0,375}=2$,

$S_n=\frac{x_1(q^n-1)}{q-1}$; $S_6=\frac{0,375(2^6-1)}{2-1}=0,375\cdot63=23,625$.

428. а) $2x^2+4x=0$; $2x(x+2)=0$; $x_1=0$; $x_2=-2$ — существуют.

б) $2x^2+4x=30$; $2x^2+4x-30=0$; $x^2+2x-15=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-15)=64>0$ — существуют.

в) $2x^2+4x=-4$; $2x^2+4x+4=0$; $x^2+x+2=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot2=-7<0$ — не существуют.

429. а) Неравенство верно при любом x, если уравнение $2x^2-4x+m=0$ не имеет корней, т.е. $D<0$ (коэффициент при x^2 положительный)
$D=16-4\cdot 2\cdot m=16-8m=8\cdot(2-m)<0$; $2-m<0$; $m>2$.

б) Неравенство выполняется при любом x, если уравнение $mx^2+5x-4=0$ не имеет корней когда коэффициент при x^2 отрицательный и
$D=25-4m\cdot(-4)=25+16m<0$. Получим систему:

$$\begin{cases}25+16m<0,\\ m<0;\end{cases} \quad \begin{cases}m<-\dfrac{25}{16},\\ m<0;\end{cases} \quad m<-1\frac{9}{16}.$$

430. а) $c_1=-2\cdot 1^2+7=5$; $c_2=-2\cdot 2^2+7=-1$; $c_3=-2\cdot 3^2+7=-11$;
$c_4=-2\cdot 4^2+7=-25$; $c_5=-2\cdot 5^2+7=-43$.

б) $c_1=\dfrac{100}{1^2-5}=-25$; $c_2=\dfrac{100}{2^2-5}=-100$; $c_3=\dfrac{100}{3^2-5}=25$;

$c_4=\dfrac{100}{4^2-5}=\dfrac{100}{11}=9\dfrac{1}{11}$; $c_5=\dfrac{100}{5^2-5}=5$.

в) $c_1=-2{,}5\cdot 2^1=-5$; $c_2=-2{,}5\cdot 2^2=-10$; $c_3=-2{,}5\cdot 2^3=-20$; $c_4=-2{,}5\cdot 2^4=-40$;
$c_5=-2{,}5\cdot 2^5=-80$.

г) $c_1=3{,}2\cdot 2^{-1}=1{,}6$; $c_2=3{,}2\cdot 2^{-2}=0{,}8$; $c_3=3{,}2\cdot 2^{-3}=0{,}4$; $c_4=3{,}2\cdot 2^{-4}=0{,}2$;
$c_5=3{,}2\cdot 2^{-5}=0{,}1$.

д) $c_1=\dfrac{(-1)^{1-1}}{4\cdot 1}=\dfrac{1}{4}$; $c_2=\dfrac{(-1)^{2-1}}{4\cdot 2}=-\dfrac{1}{8}$; $c_3=\dfrac{(-1)^{3-1}}{4\cdot 3}=\dfrac{1}{12}$;

$c_4=\dfrac{(-1)^{4-1}}{4\cdot 4}=-\dfrac{1}{16}$; $c_5=\dfrac{(-1)^{5-1}}{4\cdot 5}=\dfrac{1}{20}$.

е) $c_1=\dfrac{1-(-1)^1}{2\cdot 1+1}=\dfrac{2}{3}$; $c_2=\dfrac{1-(-1)^2}{2\cdot 2+1}=\dfrac{0}{5}=0$; $c_3=\dfrac{1-(-1)^3}{2\cdot 3+1}=\dfrac{2}{7}$;

$c_4=\dfrac{1-(-1)^4}{2\cdot 4+1}=0$; $c_5=\dfrac{1-(-1)^5}{2\cdot 5+1}=\dfrac{2}{11}$.

431. а) $a_n=5n$; $a_1=5\cdot 1=5$; $a_2=5\cdot 2=10$; $a_3=5\cdot 3=15$.
б) $a_n=5n+1$; $a_1=5\cdot 1+1=6$; $a_2=5\cdot 2+1=11$; $a_3=5\cdot 3+1=16$.

432*. а) $y_2=y_1+10=-3+10=7$; $y_3=y_2+10=17$; $y_4=y_3+10=27$.
б) $y_1=10$; $y_2\cdot y_1=2{,}5$; $y_2=\dfrac{2{,}5}{10}=0{,}25$; $y_3\cdot y_2=2{,}5$; $y_3=\dfrac{2{,}5}{0{,}25}=10$; $y_4\cdot y_3=2{,}5$; $y_4=0{,}25$

в) $y_1=1{,}5$, $y_2-y_1=1$; $y_2=1+y_1=2{,}5$; $y_3=2+2{,}5=4{,}5$; $y_4=3+4{,}5=7{,}5$.
г) $y_1=-4$; $y_2:y_1=-1^2$; $y_2=-1^2\cdot(-4)=4$; $y_3=-2^2\cdot 4=-16$; $y_4=-3^2\cdot(-16)=144$;

433. а) $a_3=-19$; $a_4=-11{,}5$; $d=a_4-a_3=-11{,}5+19=7{,}5$; $a_5=a_4+d=-11{,}5+7{,}5=-4$;
$a_2=a_3-d=-19-7{,}5=-26{,}5$; $a_1=a_2-d=-26{,}5-7{,}5=-34$.

б) $-8{,}5+2d=-4{,}5 \Rightarrow d=2$; $a_2=a_1+d$; $a_1=a_2-d=-8{,}5-2=-10{,}5$; $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_3=-10{,}5+2(3-1)=-10{,}5+4=-6{,}5$; $a_5=-10{,}5+2(5-1)=-10{,}5+8=-2{,}5$; $a_6=-10{,}5+2(6-1)=-10{,}5+10=-0{,}5$.

434. $p=a_1+a_2+a_3=24$, a_1, a_2, a_3 — арифметическая прогрессия, значит, $a_2=a_1+d$, $a_3=a_1+2d$, поэтому периметр $p=3a_1+3d=3(a_1+d)$; $3(a_1+d)=24$; $a_1+d=8$; но $a_1+d=a_2$, значит $a_2=8$. $p-8=a_1+a_3=16$, $a_3=16-a_1$. Следовательно, a_1 может принимать любое целое значение от 1 до 15. Итак, стороны Δ равны a, 8, $16-a$, где $a\in Z$, $1\le a\le 15$.

435. $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=180°$; $\varphi_2=\varphi_1+d$, $\varphi_3=\varphi_2+d=\varphi_1+2d$. Тогда $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=\varphi_1+\varphi_1+d+\varphi_1+2d=3\varphi_1+3d$; $3(\varphi_1+d)=180°$; $\varphi_1+d=\varphi_2=60°$.

436*. а) В арифметической прогрессии $a_n=a_{n-1}+d$; $a_{n+1}=a_n+d$; из второго равенства $a_n=a_{n+1}-d$; сложим два этих выражения для

a_n:$2a_n=a_{n-1}+d+a_{n+1}-d=a_{n-1}+a_{n+1}$; значит $a_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}+a_{n+1})$, ч.т.д.

б) Пусть в последовательности (a_n) для любого n выполняется равенство $a_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}+a_{n+1})$; $2a_n=a_{n-1}+a_{n+1}$; $a_n+a_n=a_{n-1}+a_{n+1}$; $a_n-a_{n-1}=a_{n+1}-a_n$. Следовательно, найдется такое число $d=a_n-a_{n-1}$, что $a_{n+1}=a_n+d$, т.е. (a_n) по определению арифметическая прогрессия.

437*. а) $a_4-a_2=2d$; $a_{2n+2}-a_{2n}=2d$. Следовательно, (a_{2n}) — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

б) $(a_{n+1}-1)-(a_n-1)=a_{n+1}-a_n=d$. Следовательно, (a_n-1) — арифметическая прогрессия с разностью d.

в) $2a_{n+1}-2a_n=2(a_{n+1}-a_n)=2d$. Следовательно, $(2a_n)$ — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

г) $a_{n+1}^2-a_n^2=(a_{n+1}-a_n)(a_1+dn+a_1+d(n-1))=d(2a_1+d(2n-1))$ – зависит от n. Следовательно, (a_n^2) — не является арифметической прогрессией.

438. а) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_{12}=9\sqrt{3}-2+(2-\sqrt{3})\cdot(12-1)=9\sqrt{3}-2+22-11\sqrt{3}=$ $=20-2\sqrt{3}$.

б) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_8=\frac{5\sqrt{3}-7}{3}+\frac{\sqrt{3}-2}{3}\cdot(8-1)=\frac{5\sqrt{3}-7}{3}+\frac{7\sqrt{3}-14}{3}=$

$=\frac{5\sqrt{3}-7+7\sqrt{3}-14}{3}=\frac{12\sqrt{3}-21}{3}=4\sqrt{3}-7$.

439. а) $\frac{a_n-a_1}{d}+1=n$; $\frac{-2{,}94-1{,}26}{-0{,}3}+1=15$.

б) $a_n=a_1+d(n-1)$; $a_5=a_1-0{,}6\cdot 4=a_1-2{,}4=-3{,}7$: $a_1=-1{,}3$; $a_n=-1{,}3-0{,}6(n-1)=$ $=-0{,}7-0{,}6n=-9{,}7$; $0{,}6n=9$; $n=15$.

440. а) $b_n=b_1+d(n-1)$; $b_n=2\frac{3}{4}+\frac{2}{5}(n-1)=2\frac{3}{4}+\frac{2}{5}n-\frac{2}{5}=\frac{47}{20}+\frac{2}{5}n$;

$\frac{47}{20}+\frac{2}{5}n=14\frac{3}{4}=\frac{59}{4}$; $\frac{2}{5}n=\frac{59}{4}-\frac{47}{20}=\frac{295-47}{20}=\frac{248}{20}$; $n=\frac{248\cdot 5}{20\cdot 2}=31$;

следовательно, $b_{31}=14\frac{3}{4}$.

б) $b_n=b_1+d(n-1)$; $b_n=\frac{47}{20}+\frac{2}{5}n$; $\frac{47}{20}+\frac{2}{5}n=8{,}35$; $\frac{2}{5}n=8\frac{7}{20}-2\frac{7}{20}=6$;

$n=\frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}=15$; следовательно, $b_{15}=8{,}35$.

441*. а) $d=(-10\frac{1}{4})-(-10\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$; $a_n=-10\frac{1}{2}+(n-1)\frac{1}{4}$; $-10\frac{1}{2}+(n-1)\frac{1}{4}>0$;

$-10\frac{1}{2}+\frac{1}{4}n-\frac{1}{4}>0$; $-10\frac{3}{4}>-\frac{1}{4}n$; $\frac{1}{4}n>\frac{43}{4}$; $n>43 \Rightarrow n=44$.

Следовательно, $a_{44}=-10\frac{1}{2}+\frac{43}{4}=-\frac{21}{2}+\frac{43}{4}=\frac{43}{4}-\frac{42}{4}=\frac{43-42}{4}=\frac{1}{4}$.

б) $d=8\frac{1}{3}-8\frac{1}{2}=\frac{2-3}{6}=-\frac{1}{6}$; $a_n=8\frac{1}{3}+(n-1)d$; $8\frac{1}{3}+(n-1)(-\frac{1}{6})<0$;

$\frac{25}{3}-\frac{1}{6}n+\frac{1}{6}<0$; $\frac{50+1}{6}<\frac{1}{6}n$; $n>51 \Rightarrow n=52$

Следовательно,

$a_{52}=8\frac{1}{3}+(52-1)(-\frac{1}{6})=8\frac{1}{3}-\frac{51}{6}=\frac{50-51}{6}=-\frac{1}{6}$.

442. а) $y_n=y_1+d(n-1)$; $y_2=y_1+d$; $y_7=y_1+6d$; $y_4=y_1+3d$; $y_5=y_5+4d$; следовательно, $y_2+y_7-y_4-y_5=y_1+d+y_1+6d-(y_1+3d)-(y_1+4d)=0$, т.е. $y_2+y_7=y_4+y_5$.

б) $y_n=y_1+d(n-1)$; $y_{n-5}=y_1+d(n-6)$; $y_{n+10}=y_1+d(n+9)$; $y_{n+5}=y_1+d(n+4)$; следовательно, $y_{n-5}+y_{n+10}-y_n-y_{n+5}=y_1+d(n-6)+y_1+d(n+9)-y_1-d(n-1)-y_1-d(n+4)=$ $=d(n-6+n+9-n+1-n-4)=0$, т.е. $y_{n-5}+y_{n+10}=y_n+y_{n+5}$.

443. $x_m=x_1+d(m-1)$; $x_n=x_1+d(n-1)$.

$x_m-x_n=x_1+d(m-1)-x_1-d(n-1)=dm-dn=d(m-n)$, $\Rightarrow d=\frac{x_m-x_n}{m-n}$.

444. а) $a_{37}=a_{20}+17d \Rightarrow d=\frac{a_{37}-a_{20}}{17}=-0{,}1$.

б) $a_{100}=a_{10}+90d=270+90(-3)=0$.

445. а) $a_1=\frac{2}{3}$; $a_2=\frac{3}{4}$; $d=a_2-a_1=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9-8}{12}=\frac{1}{12}$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\ n$;

$$S_{10}=\frac{2\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{12}(10-1)}{2}\cdot 10=\frac{\frac{4}{3}+\frac{3}{4}}{2}\cdot 10=\frac{(16+9)\cdot 5}{12}=10\frac{5}{12};$$

б) $a_1=\sqrt{3}$; $a_2=\sqrt{12}$; $d=a_2-a_1=\sqrt{12}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

$$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n;$$

$$S_{10}=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{3}(10-1)}{2}\cdot 10=\frac{2\sqrt{3}+9\sqrt{3}}{2}\cdot 10=11\sqrt{3}\cdot 5=55\sqrt{3};$$

446. а) $a_1=2$; $a_2=6$; $d=a_2-a_1=6-2=4$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $198=2+4(n-1)$;

$n=50$; $S_{50}=\frac{2\cdot 2+4(50-1)}{2}\cdot 50=5000$;

б) $a_1=95$; $a_2=85$; $d=a_2-a_1=85-95=-10$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$;

$-155=95-10(n-1)$; $n=26$; $S_{26}=\frac{2\cdot 95-10(26-1)}{2}\cdot 26=-780$.

447. Пусть O — вершина, $A_1, \dots, A_{12}$ — на одной стороне угла $(A_kA_{k+1}=a)$ $B_1, \dots B_{12}$ — на другой стороне угла $\Delta OA_kB_k \sim \Delta OA_1B_1$. Значит, $\frac{A_kB_k}{A_1B_1}=\frac{OA_k}{OA_1}=k$; $A_kB_k=kA_1B_1$; $A_{k+1}B_{k+1}-A_kB_k=A_1B_1$. Следовательно, длины отрезков являются членами арифметической прогрессии с первым членом $a_1=3$ и разностью $d=a_1=3$, а сумма их длин равна

$$S_{12}=\frac{2a_1+d(12-1)}{2}\cdot 12=\frac{2\cdot 3+3\cdot 11}{2}\cdot 12=6\cdot 3(2+11)=18\cdot 13=234 \text{ см}.$$

448. а) $a_n=a_1+d(n-1)=a_1+11(-0{,}4)$; $2{,}4=a_1-4{,}4$; $a_1=6{,}8$

$S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; $S_{12}=\frac{2\cdot 6{,}8-0{,}4\cdot 11}{2}\cdot 12=6\cdot 9{,}2=55{,}2$.

б) $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n=250$; $\frac{-70+5(n-1)}{2}\cdot n=250$;

$n^2-15n-100=0$; $D=(-15)^2-4\cdot 1\cdot(-100)=625$;

$n=\frac{15\pm 25}{2}$; $n=20$ или $n=-5$, не подходит по смыслу задачи

$a_n=a_{20}=a_1+d(n-1)=-35+5\cdot 19=60$.

в) $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$; $2525=\frac{a_1+50}{2}\cdot n$; $5050=(a_1+50)n$. В тоже время

$a_n=a_1+d(n-1)$; $50=a_1+\frac{1}{2}(n-1)$. Имеем систему:

$$\begin{cases}5050=a_1n+50n;\\ 50=a_1+\frac{1}{2}n-\frac{1}{2};\end{cases}\quad \begin{cases}\frac{101-n}{2}\cdot n+50n=5050\\ a_1=\frac{101-n}{2}\end{cases}$$

$5050=\frac{101}{2}n-\frac{n^2}{2}+50n$; $n^2-201n+10100=0$; $D=(-201)^2-4\cdot1\cdot10100=1$;

$n=\frac{201\pm1}{2}$; $n_1=100$ или $n_2=101$; $n_1=100$, $a_1=\frac{1}{2}$; $n_2=101$, $a_1=0$.

г) $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$; $-450=\frac{-\frac{1}{2}-29\frac{1}{2}}{2}\cdot n$; $900=30n$; $n=30$. $a_n=a_1+d(n-1)$;

$-29\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+d(30-1)$; $-29\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+29d$; $-29=29d$; $d=-1$.

449*. $x_{10}=x_1+9d$; $1=x_1+9d$; $S_{16}=\frac{2x_1+15d}{2}\cdot16$; $4=(2x_1+15d)8$. Получим систему:

$$\begin{cases}x_1+9d=1,\\ 4x_1+30d=1;\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=1-9d,\\ 4(1-9d)+30d=1;\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=1-9d,\\ 6d=3;\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=-\frac{7}{2},\\ d=\frac{1}{2}.\end{cases}$$

450. а) $d=1$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; Найдем количество двузначных чисел:

$99=10+n-1$; $n=90$; $S_{90}=\frac{2\cdot10+1(90-1)}{2}\cdot90=4905$.

б) $d=1$; $S_n=\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$; Найдем количество двузначных чисел:

$999=100+n-1$; $n=900$; $S_{900}=\frac{2\cdot100+1(900-1)}{2}\cdot900=494550$.

451. а) $a_n=2n$. $2n\le200$; $n\le100$. $a_1=2$; $a_{100}=2\cdot100=200$; $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$;

$S_{100}=\frac{(2+200)}{2}\cdot100=10100$.

б) $a_n=2n-1$. $2n-1\le150$; $2n\le151$; $n\le75,5$; $n=75$ $a_1=1$; $a_{75}=2\cdot75-1=149$;

$S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n$; $S_{75}=\dfrac{(1+149)}{2}\cdot75=5625$.

в) $a_1=102$; $a_{33}=198=a_1+33(n-1)$; $n=33$; $a_n=3n$

$S_{33}=\dfrac{(102+198)}{2}\cdot33=4950$.

452*. а) Числа, не кратные трем, имеют вид: $b_n=1+3(n-1)$ и $c_n=2+3(n-1)$. Получим:

1) $b_n<100$; $1+3(n-1)<100$; $3(n-1)<99$; $n-1<33$; $n<34$, тогда

$S_n=S_{33}=\dfrac{2\cdot1+3(n-1)}{2}\cdot n=\dfrac{2+3\cdot32}{2}\cdot33=(1+3\cdot16)\cdot33=49\cdot33=1617$;

2) $c_n<100$; $2+3(n-1)<100$; $3(n-1)<98$; $n-1<\dfrac{98}{3}$; $n<32\dfrac{2}{3}+1$. Тогда:

$S_{33}=\dfrac{2\cdot2+3(33-1)}{2}\cdot33=\dfrac{4+3\cdot32}{2}\cdot33=(2+3\cdot16)\cdot33=50\cdot33=1650$;

3) $S=1657+1650=3267$.

б) Рассмотрим арифметические прогрессии $a_n=51+(n-1)$ и $b_n=55+5(n-1)$, тогда искомая сумма $S=S_{an}-S_{bn}$, найдем S_{an} и S_{bn}:

1) $a_n=149$; $149=51+n-1$; $n=149-50=99$. $S_{an}=S_{99}=\dfrac{149+51}{2}\cdot99=99\cdot100=9900$.

2) $b_n=145$ — наибольшее число, кратное 5 и меньшее 150; $145=55+5(n-1)$;

$145=55+5n-5$; $5n=145-50=95$; $n=19$; $S_{bn}=S_{19}=\dfrac{55+145}{2}\cdot19=100\cdot19=1900$.

3) $S=S_{an}-S_{bn}=9900-1900=8000$.

453*. а) $a_n=1+(n-1)$; $S_n=\dfrac{2\cdot1+1(n-1)}{2}\cdot n=\dfrac{n}{2}(n+1)$; по условию $5a_{n+1}=S_n$;

тогда $5(1+(n-1)+1)=\dfrac{n}{2}(n+1)$; $5(n+1)=\dfrac{n}{2}(n+1)$; т.к. $n+1\ne0$; тогда $\dfrac{n}{2}=5$, $n=10$

Искомое число $a_{n+1}=a_{11}=1+(11-1)=11$.

б) По условию $a_{n+1}=S_n$; $n+1=\dfrac{n}{2}(n+1)$; $\dfrac{n}{2}=1$; $n=2$;

аналогично $a_3=3$.

454*. $a_1=2$; $a_2=5$; $d=a_2-a_1=3$; $a_n=2+3(n-1)=3n-2$. При замене четных членов на противоположное число последовательность имеет вид 2; –5; 8; –11; 14; –17;... При $n=2k$ ее член $x_n=-a_n$, при $n=2k+1$ имеем $x_n=a_n$; следовательно, $x_n=(-1)^{n+1}a_n=(-1)^{n-1}(3n-2)$. Сумма n членов этой последовательности равна $S_n=x_1+x_2+x_3+...+x_n=a_1-a_2+a_3-a_4+...+(-1)^{n+1}a_n=(a_1+a_3+...)-(a_2+a_4+...)$.

$S_{50}=S'-S''$, где S' – сумма нечетных членов, S'' – сумма четных членов.

Последовательность нечетных членов (a_n): a_1; a_3; ...; a_{2k-1}; ... $n\le 50$, т.е. $2k-1\le 50$, $2k\le 51$; $k\le 25$. Это — арифметическая прогрессия с разностью $2d$: $a_{2k-1}-a_{2(k-1)-1}=a_1+(2k-1-1)d-a_1-(2(k-1)-2)d=(2k-2)d-(2k-4)d=2d$.

$$S'=\frac{2a_1+2d\cdot 24}{2}\cdot 25=(2+24\cdot 3)\cdot 25=1850.$$

Последовательность a_{2k} четных членов (a_n); является арифметической прогрессией с разностью $2d$, и с первым членом, равным a_2; $2k\le 50$, т.е. $k\le 25$. $S''=\frac{2\cdot a_2+2d\cdot 24}{2}\cdot 25=(5+3\cdot 24)\cdot 25=1925$.

Итак, искомая сумма $S'_{50}=1850-1925=-75$.

455. а) $\frac{x\cdot x^2\cdot x^3\cdot\ldots\cdot x^n}{x\cdot x^3\cdot x^5\cdot\ldots\cdot x^{2n-1}}=\frac{x^{1+2+\ldots+n}}{x^{1+3+\ldots+2n-1}}$; $1+2+\ldots+n=\frac{1+n}{2}\cdot n=\frac{n}{2}(n+1)$;

$1+3+\ldots+(2n-1)=\frac{1+(2n-1)}{2}\cdot n=n^2$; $\frac{x^{\frac{n}{2}(n+1)}}{x^{n^2}}=x^{\frac{1}{2}n^2+\frac{n}{2}-n^2}=x^{\frac{n-n^2}{2}}$.

б) $\frac{x^2\cdot x^4\cdot x^6\cdot\ldots\cdot x^{2n}}{x\cdot x^2\cdot x^3\cdot\ldots\cdot x^n}=\frac{x^{2+4+\ldots+2n}}{x^{1+2+\ldots+n}}=\frac{(x^2)^{1+2+\ldots+n}}{x^{1+2+\ldots+n}}=$

$=\left(\frac{x^2}{x}\right)^{1+2+\ldots+n}=x^{1+2+\ldots+n}=x^{\frac{n}{2}(n+1)}$.

456*. а) $a_1=8{,}2$; $a_2=7{,}4$; $d=7{,}4-8{,}2=-0{,}8$. Определим номер последнего положительного члена прогрессии: $a_n=a_1+d(n-1)>0$; $8{,}2+(-0{,}8)(n-1)>0$;

$8{,}2-0{,}8n+0{,}8>0$; $0{,}8n<9$; $n<9:0{,}8$; $9:0{,}8=9\cdot\frac{5}{4}=11{,}25$; $n<11\frac{1}{4}$, т.е. $n\le 11$.

Итак, последним положительным членом является a_{11}.

Тогда:

$$S_{11}=\frac{2a_1+10d}{2}\cdot 11=\frac{2\cdot 8{,}2+10\cdot(-0{,}8)}{2}\cdot 11=46{,}2.$$

б) $a_1=-6{,}5$; $a_2=-6$; $d=-6+6{,}5=0{,}5$. Определим номер последнего отрицательного члена последовательности: $a_n=a_1+d(n-1)<0$; $-6{,}5+0{,}5(n-1)<0$; $-6{,}5+0{,}5n-0{,}5<0$; $0{,}5n<6{,}5+0{,}5$; $0{,}5n<7$; $n<14$.

Итак, последним отрицательным членом является a_{13}.

Тогда:

$$S_{13}=\frac{2a_1+12d}{2}\cdot 13=\frac{-6{,}5\cdot 2+12\cdot 0{,}5}{2}\cdot 13=$$

$$=\frac{-13+6}{2}\cdot 13=-\frac{7}{2}\cdot 13=-45{,}5.$$

457*. $S_{10}=\dfrac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=(2a_1+9d)\cdot 5=100$; $2a_1+9d=20$

$S_{30}=\dfrac{2a_1+29d}{2}\cdot 30=(2a_1+29d)\cdot 15=900$; $2a_1+29d=60$.

Получим систему: $\begin{cases}2a_1+9d=20\\2a_1+29d=60\end{cases}$ $\begin{cases}2a_1+9d=20\\20d=40\end{cases}$ $\begin{cases}2a_1+9d=20\\d=2\end{cases}$

$\begin{cases}a_1=1\\d=2\end{cases}$. $S_{40}=\dfrac{2a_1+39d}{2}\cdot 40=(2+2\cdot 39)\cdot 20=80\cdot 20=1600$.

458. а) $S_{20}=\dfrac{2a_1+19d}{2}\cdot 20=(2a_1+19d)\cdot 10=1000$; $2a_1+19d=100$

$S_{40}=\dfrac{2a_1+39d}{2}\cdot 40=(2a_1+39d)\cdot 20=10000$; $2a_1+39d=500$. Получим систему:

$\begin{cases}2a_1+19d=100\\2a_1+39d=500\end{cases}$; $\begin{cases}2a_1+19d=100\\20d=400;\end{cases}$ $\begin{cases}a_1=-140\\d=20\end{cases}$

$a_{50}=a_1+49d=-140+49\cdot 20=140\cdot 6=840$.

б) $S_5=\dfrac{2a_1+4d}{2}\cdot 5=(a_1+2d)\cdot 5=0{,}5$; $a_1+2d=0{,}1$; $S_{15}=\dfrac{2a_1+14d}{2}\cdot 15=$ $=(a_1+7d)\cdot 15=-81$; $a_1+7d=-5{,}4$. Тогда:

$\begin{cases}a_1+2d=0{,}1,\\a_1+7d=-5{,}4;\end{cases}$ $\begin{cases}a_1+2d=0{,}1\\5d=-5{,}5\end{cases}$ $\begin{cases}a_1=2{,}3\\d=-1{,}1\end{cases}$

Тогда $a_{50}=a_1+49d=2{,}3+49(-1{,}1)=-51{,}6$.

459. а) $a_n=2n+1$; $a_1=2\cdot 1+1=3$;

$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)}{2}\cdot n=\dfrac{(3+2n+1)n}{2}=\dfrac{4n+2n^2}{2}=2n+n^2$.

б) $a_n=3-n$; $a_1=3-1=2$; $S_n=\dfrac{(a_1+a_n)}{2}\cdot n=\dfrac{(2+3-n)}{2}\cdot n=\dfrac{5n-n^2}{2}$

460*. $S_n=n^2-8n$; $a_1=S_1=-7$, т.к. $S_n=S_{n-1}+a_n$, то $a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-8n-((n-1)^2-$ $-8(n-1))=n^2-8n-(n^2-2n+1-8n+8)=2n-9=-7+2(n-1)$. Следовательно (a_n) является арифметической прогрессией. $a_5=-7+2\cdot 4=1$.

461*. $S_n=\dfrac{2a_1+d(n-1)}{2}n=a_1n+\dfrac{d}{2}(n-1)n=\dfrac{d}{2}n^2+n(a_1-\dfrac{d}{2})$.

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях n; получим

а) $S_n=-n^2+3n=\dfrac{d}{2}n^2+(a_1-\dfrac{d}{2})n$. $d=-2$; $a_1+1=3$, $a_1=2$.

б), в), г) не являются арифметическими прогрессиями, так как в их формулах суммы n членов присутствует слагаемое, не зависящее от n

462. а) $q=\frac{b_3}{b_4}=-\frac{135}{225}=-\frac{3}{5}=-0{,}6$; $b_2=\frac{b_3}{q}=\frac{225\cdot 3}{-5}=-135$;

$b_1=\frac{b_2}{q}=\frac{-135\cdot 3}{-5}=81$; $b_6=b_5\cdot q=81\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=-48{,}6$.

б) $q=\frac{b_5}{b_4}=\frac{54}{36}=1{,}5$; $b_3=\frac{b_4}{q}=\frac{36}{1{,}5}=24$; $b_2=\frac{b_3}{q}=\frac{24}{1{,}5}=16$;

$b_1=\frac{b_2}{q}=\frac{16}{1{,}5}=1\frac{2}{3}$;

463*. а) $y_n=x_n+1$; $y_{n+1}=x_{n+1}+1$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n}=\frac{x_{n+1}+1}{x_n+1}=\frac{x_1q^n+1}{x_1q^{n-1}+1}$ — зависит от n, следовательно, (y_n) не является геометрической прогрессией.

б) $y_n=3x_n$; $y_{n+1}=3x_{n+1}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n}=\frac{3x_n+1}{3x_n}=\frac{x_n+1}{x_n}=q$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q.

в) $y_n=x_n^2$; $y_{n+1}=x_{n+1}^2$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n}=\frac{x_{n+1}^2}{x_n^2}=\frac{(x_1q^n)^2}{(x_1q^{n-1})^2}=\frac{x_1^2q^{2n}}{x_1^2q^{2(n-1)}}==\frac{q^{2n}}{q^{2(n-1)}}=q^2$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q^2.

г) $y_n=\frac{1}{x_n}$; $y_{n+1}=\frac{1}{x_{n+1}}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n}=\frac{x_n}{x_{n+1}}=\frac{1}{q}$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $\frac{1}{q}$.

464. Пусть x_1, x_2, x_3 — арифметическая прогрессия, тогда $x_2=x_1+d$, $x_3=x_1+2d=x_2+d$. Пусть x_1, x_2, x_3 — геометрическая прогрессия, тогда $\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_3}{x_2}$, $x_2^2=x_1\cdot x_3$; $(x_1+d)^2=x_1(x_1+2d)$; $x_1^2+2x_1d+d^2=x_1^2+2dx_1$; $d^2=0$, $d=0$, это значит, что $x_1=x_2=x_3$ – любые числа, не равные нулю.

465*. а) Пусть (b_n) — геометрическая прогрессия, тогда $b_n=qb_{n-1}$, $b_{n+1}=qb_n$; тогда $b_n^2=q^2b_{n-1}^2=q^2b_{n-1}\ b_{n-1}=q\,b_{n-1}b_n=b_{n-1}\,b_{n+1}$.

б) Пусть $b_n^2=b_{n-1}\,b_{n+1}$, тогда $\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{b_{n+1}}{b_n}=q$, а это и означает, что (b_n) — геометрическая прогрессия.

466. а) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n}=\frac{2^{n+1}}{2^n}=2$; следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q=2$.

б) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n}=\frac{3^{-n-1}}{3^{-n}}=\frac{1}{3}$; $x_{n+1}=\frac{1}{3}x_n$, следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q=\frac{1}{3}$

в) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n}=\frac{(n+1)^2}{n^2}=\frac{n^2+2n+1}{n^2}$ — зависит от n, следовательно, (x_n) не геометрическая прогрессия.

г) Найдем следующее отношение: $\frac{x_{n+1}}{x_n}=\frac{ab^{n+1}}{ab^n}=b$; следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q=b$

467. а) $b_n=b_1q^{n-1}$; $b_8=\frac{243}{256}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{8-1}=\frac{3^5\cdot2^7}{2^8\cdot3^7}=\frac{1}{2^1\cdot3^2}=\frac{1}{18}$.

б) $b_n=b_1q^{n-1}$; $b_5=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\left(-\sqrt{6}\right)^{5-1}=\frac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{6})^4}{\sqrt{3}}=36\frac{\sqrt{6}}{3}=12\sqrt{6}$

468. $b_5=135$; $b_9=\frac{5}{3}$; $b_9=b_5q^4$; $q^4=\frac{b_9}{b_5}=\frac{5\cdot1}{3\cdot135}=\frac{1}{81}$; $q_1=\frac{1}{3}$; $q_2=-\frac{1}{3}$;

1) $q=\frac{1}{3}$; $b_6=135\cdot\frac{1}{3}=45$; $b_7=45\cdot\frac{1}{3}=15$; $b_8=15\cdot\frac{1}{3}=5$.

2) $q=-\frac{1}{3}$; $b_6=135\cdot(-\frac{1}{3})=-45$; $b_7=-45\cdot(-\frac{1}{3})=15$; $b_8=15\cdot(-\frac{1}{3})=-5$.

469. $b_n=b_1q^{n-1}$; $b_{n+1}=b_1q^n$. Рассмотрим разность: $b_{n+1}-b_n=b_1q^{n-1}(q-1)$;
а) $b_1>0$, $q>1$; следовательно, $b_{n+1}>b_n$.
б) $b_1>0$, $0<q<1$; следовательно, $b_{n+1}<b_n$.
в) $b_1<0$, $q>1$; следовательно, $b_{n+1}<b_n$.
г) $b_1<0$, $0<q<1$; следовательно, $b_{n+1}>b_1$

470. а) $a_n=a_1q^{n-1}$; $a_2=a_1q$; $a_3=a_1q^2$; $a_5=a_1q^4$; $a_6=a_1q^5$.
$a_1q\cdot a_1q^5-a_1q^2\cdot a_1q^4=a_1^2\,q^6-a_1^2\,q^6=0$. Следовательно, $a_2a_6=a_3a_5$.

б) $a_n=a_1q^{n-1}$; $a_{n-3}=a_1q^{n-4}$; $a_{n+8}=a_1q^{n+7}$; $a_{n+5}=a_1q^{n+4}$.
$a_1q^{n-4}\cdot a_1q^{n+7}-a_1q^{n-1}\cdot a_1q^{n+4}=a_1^2\,q^{2n+3}-a_1^2\,q^{2n+3}=0$; следовательно, $a_{n-3}a_{n+8}=a_na_{n+5}$

471. $b_n=b_1q^{n-1}$; $b_m=b_1q^{m-1}$; Рассмотрим отношение
$\frac{b_n}{b_m}=\frac{b_1q^{n-1}}{b_1q^{m-1}}=q^{n-1-(m-1)}=q^{n-m}$; следовательно, $b_n=b_mq^{n-m}$.

472*. $S_n=\frac{x_1(q^n-1)}{q-1}$; $20\frac{1}{3}=\frac{x_1\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^5-1\right)}{-1\frac{1}{3}}$; $\frac{61}{3}\cdot(-\frac{4}{3})=x_1(-\frac{1}{3^5}-1)$;

$x_1=\frac{61\cdot4}{9}\cdot\frac{3^5}{1+3^5}=\frac{61\cdot4\cdot3^3}{1+3^5}=\frac{244\cdot27}{244}=27$, $x_n=x_5=27\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{3}$.

б) $S_n=x_1\frac{q^n-1}{q-1}$;

Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases}165=11\frac{q^n-1}{q-1},\\ 88=11q^{n-1};\end{cases}\quad \begin{cases}15=\frac{8q-1}{q-1},\\ q^{n-1}=8;\end{cases}\quad \begin{cases}7q=14,\\ q^{n-1}=8;\end{cases}\quad \begin{cases}q=2,\\ n=4.\end{cases}$$

в) $x_1=\frac{1}{2}$; $S_n=x_1\frac{q^n-1}{q-1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{-\frac{3}{2}}$; $\frac{21}{64}=-\frac{1}{3}\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1\right)$;

$-\frac{63}{64}=\frac{(-1)^n}{2^n}-1$; $\frac{1}{64}=\frac{(-1)^n}{2^n}$; $\frac{1}{64}>0\Rightarrow n-$четно$\Rightarrow(-1)^n=1$; $\frac{1}{64}=\frac{1}{2^n}$;

$n=6$. $x_n=x_6=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^5=-\frac{1}{2^6}=-\frac{1}{64}$.

г) $q=\sqrt{3}$; $S_n=\frac{x_nq^n-x_1}{q-1}=\frac{18\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-x_1}{\sqrt{3}-1}$; $26\sqrt{3}+24=\frac{3\cdot18-x_1}{\sqrt{3}-1}$;

$(26\sqrt{3}+24)(\sqrt{3}-1)=3\cdot18-x_1$; $26\cdot3+24\sqrt{3}-26\sqrt{3}-24-3\cdot18=-x_1$; $x_1=2\sqrt{3}$;

$x_n=x_1q^{n-1}$; $18\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\sqrt{3})^{n-1}$; $9=9^{\frac{n-1}{4}}$; $n=5$.

473*. $x_n=S_n-S_{n-1}$; $x_n=\frac{3}{4}(5^n-1)-\frac{3}{4}(5^{n-1}-1)=\frac{3}{4}(5^n-5^{n-1})=\frac{3}{4}\cdot 5^{n-1}\cdot 4=3\cdot 5^{n-1}$

Следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией с $x_1=3$ и $q=5$.

474*. $S_5=b_1\frac{q^5-1}{q-1}=\frac{11}{64}$; $S_{10}-S_5=b_1\cdot\frac{q^{10}-1}{q-1}-b_1\cdot\frac{q^5-1}{q-1}=$

$=\frac{b_1}{q-1}\left(q^{10}-q^5\right)=q^5\cdot S_5=-\frac{11}{2}$; $-\frac{11}{2}=q^5\cdot\frac{11}{64}$; $q^5=-\frac{11}{2}\cdot\frac{64}{11}=-\frac{64}{2}=-32.$

$S_{15}-S_{10}=\frac{b_1}{q-1}(q^{15}-1-q^{10}+1)=\frac{b_1}{q-1}q^{10}(q^5-1)=q^{10}\cdot S_5=(-32)^2$

$S_5=16\cdot 64\cdot\frac{11}{64}=16\cdot 11=176.$

475. а) $q=x$; $S_n=b_1\frac{q^n-1}{q-1}$; $S_5=\frac{x^5-1}{x-1}$

б) $q=-x$; $S_n=b_1\frac{q^n-1}{q-1}$; $S_7=\frac{-x^7-1}{-x-1}=\frac{x^7+1}{x+1}$.

476. а) $q=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2-\sqrt{2}}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$; $S=\frac{b_1}{q-1}=\frac{1}{2-\sqrt{2}}:\left(1-\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)=$

$=\frac{2}{(2-\sqrt{2})(\sqrt{2})}=\frac{2}{2\sqrt{2}-2}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1;$

б) $q=\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$; $S=\frac{b_1}{q-1}=1:\left(1-\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)=\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{2\cdot 2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

477. а) $b_1=1$; $b_2=\sin 30°=\frac{1}{2}$; $q=\frac{1}{2}$; $S=\frac{b_1}{q-1}=\frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}\right)}=2.$

б) $b_1=1$; $b_2=-\cos 30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $q=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $S=\frac{b_1}{q-1}=\frac{1}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{2+\sqrt{3}}=$

$=\frac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2(2-\sqrt{3})$

478*. $q=\frac{2}{3}$, следовательно, геометрическая прогрессия — бесконечно убывающая, $S=\frac{b_1}{q-1}$.

а) $4{,}5=\frac{b_1}{1-\frac{2}{3}}$; $b_1=\frac{1}{3}\cdot 4{,}5=1{,}5$.

б) $b_3=\frac{5}{3}$; $b_3=q^2b_1$; $b_1=\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$; $S=\frac{\frac{15}{4}}{1-\frac{2}{3}}=3\cdot\frac{15}{4}=11\frac{1}{4}$.

479. $b_2=18$; $S=81$; $S=\frac{b_1}{1-q}$; $b_2=b_1q$; $b_1=\frac{b_2}{q}$; $S=\frac{b_2}{q(1-q)}$; $q(1-q)=\frac{b_2}{S}=$ $=\frac{18}{81}=\frac{2}{9}$; $q-q^2=\frac{2}{9}$; $9q^2-9q+2=0$; $D=(-9)^2-4\cdot 9\cdot 2=9$;

$q_1=\frac{9+3}{18}=\frac{2}{3}$; $q_2=\frac{9-3}{18}=\frac{1}{3}$.

1) При $q=\frac{2}{3}$, $b_3=b_2q=18\cdot\frac{2}{3}=12$. 2) При $q=\frac{1}{3}$, $b_3=b_2q=18\cdot\frac{1}{3}=6$.

480. а) $2{,}01(06)=2{,}01+0{,}01\cdot 0{,}(06)$; $0{,}(06)=0{,}06+0{,}0006+\ldots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0{,}01$, $|q|<1$;

$S=\frac{0{,}06}{0{,}99}=\frac{2}{33}$; $2{,}01(06)=2+\frac{1}{100}+\frac{2}{3300}=2\frac{7}{660}$.

б) $5{,}25(21)=5{,}25+0{,}01\cdot 0{,}(21)$; $0{,}(21)=0{,}21+0{,}0021\ldots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0{,}01$, $|q|<1$; $S=\frac{0{,}21}{0{,}99}=\frac{7}{33}$;

$5{,}25(21)=5+\frac{25}{100}+\frac{7}{3300}=5\frac{208}{825}$.

в) $0{,}00(1)=0{,}01\cdot 0{,}(1)$; $0{,}(1)=0{,}1+0{,}01+\ldots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0{,}1$, $|q|<1$; $S=\frac{0{,}1}{0{,}9}=\frac{1}{9}$; $0{,}00(1)=\frac{1}{900}$

г) $0{,}28(30)=0{,}28+0{,}01\cdot 0{,}(30)$; $0{,}(30)=0{,}30+0{,}0030+\ldots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=\frac{0{,}0030}{0{,}30}=0{,}01$, $|q|<1$; $S=\frac{0{,}30}{0{,}99}=\frac{10}{33}$;

$0{,}28(30)=\frac{28}{100}+\frac{10}{3300}=\frac{924+10}{3300}=\frac{934}{3300}=\frac{467}{1650}$.

481. Радиусы кругов – геометрическая прогрессия (R_n) со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ и $R_1=R$; стороны квадратов – геометрическая прогрессия (a_n) со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ и $a_1=R\sqrt{2}$.

а) Длины окружностей $l_n=2\pi R_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $S=\frac{2\pi R}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{2\pi R\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=2\pi R(2+\sqrt{2})$.

б) Площади кругов $S_n=\pi R^2_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$; $S=\frac{\pi R^2}{1-\frac{1}{2}}=2\pi R^2$.

в) Периметры квадратов $p_n=4a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $S=\frac{4R\sqrt{2}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{8R}{\sqrt{2}-1}=8R(1+\sqrt{2})$.

г) Площади квадратов $S_n=a_n^2$, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$; $S=\frac{2R^2}{1-\frac{1}{2}}=4R^2$

482*. Длины сторон треугольника являются членами геометрической прогрессии (a_n) со знаменателем $\frac{1}{2}<1$ и $a_1=a$. Радиусы окружностей являются членами геометрической прогрессии (r_n) со знаменателем $\frac{1}{2}<1$ и $r_1=\frac{a}{2\sqrt{3}}$.

а) Периметры треугольников $p_n=3a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{2}$; $S=\frac{3a}{1-\frac{1}{2}}=\frac{3a}{\frac{1}{2}}=6a$.

б) Площади треугольников $S_n=\frac{a_n^2\sqrt{3}}{4}$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{4}$; $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4\cdot\frac{3}{4}}=a^2\frac{\sqrt{3}}{3}$

в) Длины окружностей $l_n=2\pi r_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{2}$; $S=\frac{2\pi a}{2\sqrt{3}\,\frac{1}{2}}=\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$.

г) Площади кругов $S_n=\pi r_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{4}$; $S=\frac{\pi a^2}{12\cdot\frac{3}{4}}=\frac{\pi a^2}{9}$.

ГЛАВА IV. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

§ 9. Степенная функция

483.

а) $D_p=\boldsymbol{R}$ функция четна, так как симметрична относительно 0 и $p(x)=p(-x)$: $(-x)^4=x^4$.

б) $D_p=\boldsymbol{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(-x)=-3(-x)^6=-3x^6=p(x)$.

в) $D_p=\boldsymbol{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(x)=\frac{1}{(-x)^2+1}=\frac{1}{x^2+1}=p(x)$.

484. а) $D_g=R$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x)=(-x)^5=-x^5=-g(x)$.

б) $D_g=\boldsymbol{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x)=-4(-x)^3=4x^3=-(-4x^3)=-g(x)$.

в) Область определения $D_g=(-\infty;\ 0)\cup(0;+\infty)$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x)=\frac{12}{(-x)^3}=-\frac{12}{x^3}=-g(x)$.

г) $D_g=\boldsymbol{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x)=-x\,|-x|=-x\,|x|=-g(x)$.

485. а) $D_f=R$ — симметрична относительно 0 и $f(x)=3x^4-x^2+5=$ $=3(-x)^4-(-x)^2+5=f(-x)$, значит, $f(x)$ – четная.

б) $D_f=\boldsymbol{R}$ — симметрична относительно 0 и $f(-x)=(-x)^7+2(-x)^3=$ $=-x^7-2x^3=-(x^7-2x^3)=-f(x)$, следовательно, $f(x)$– нечетная.

в) $f(-x)=5(-x)-1=-5x-1$, значит, не будет ни нечетной, ни четной функцией.

г) $f(-x)=(-x)^2+(-x)+1=x^2-x+1\neq f(x)$ и $\neq -f(x)$, следовательно, $f(x)$–не является ни четной, ни нечетной.

д) $D_f=(-\infty;\ 0)\cup(0;+\infty)$ – функция симметрична относительно 0 и

$f(-x)=\dfrac{1}{-x^5+x}=-\dfrac{1}{x^5-x}=-f(x)$, следовательно $f(x)$ – нечетная функция.

е) D_f — симметрична относительно 0 и $f(-x)=(-x-3)^2+(-x+3)^2=$ $=(x+3)^2+(x-3)^2=f(x)$, значит, $f(x)$–четная функция.

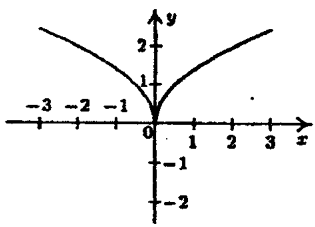
486. а) $D_g=\mathbf{R}$ — график функции симметричен относительно 0 и $g(-x)=5(-x)^3=-5x^3=-g(x)$, значит, $g(x)$–нечетная функция.

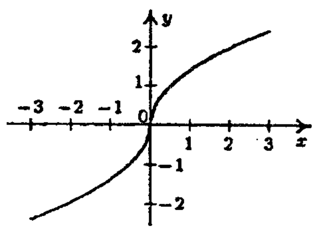
б) $g(-x)=-(-x)+5=x+5\neq g(x)$ и функция $g(-x)\neq -g(x)$, следовательно $g(x)$–не является ни четной, ни нечетной функцией.

в) $D_g=(-\infty;-1)\cup(-1;\ 1)\cup(-1;\ 1)\cup(1;+\infty)$ — данная функция симметрична относительно 0 и $g(-x)=\dfrac{8}{(-x)^4-1}=\dfrac{8}{x^4-1}$, следовательно, $g(x)$ — четная функция.

г) $g(-x)=(-x-2)^2=(x+2)^2\neq g(x)$ и $g(-x)\neq g(-x)$, следовательно, $g(x)$ — не является ни четной, ни нечетной функцией.

487. а) б)





488. а) Так как график четной функции симметричен относительно оси O_y, то функция на промежутке $(-\infty;\ 0)$ принимает отрицательные значения.

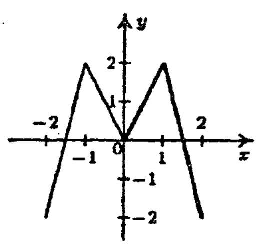
б) Так как график нечетной функции симметричен относительно начала координат, то функция не промежутке $(-\infty;\ 0)$ принимает положительные значения.

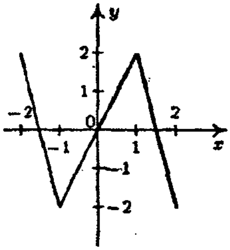
489.

а) Ноль функции при $x=-1{,}5;\ 1{,}5$;

Положительные значения функции при $x\in(-1{,}5;\ 1{,}5)$;

Отрицательные значения функции при $x\in[-2;\ -1{,}5)\cup(1{,}5;\ 2]$.





б) Функция обращается в ноль при $x=-1{,}5;\ 1{,}5$;
Отрицательные значения функции при $x\in(-1{,}5;\ 0)\cup(1{,}5;\ 2]$;
Положительные значения функция принимает при $x\in[-2;\ -1{,}5)\cup(0;\ 1{,}5)$.

490. а) $\dfrac{6a^5b^5\cdot 8a^4b^8}{(2a^2b^3)^4}=\dfrac{6\cdot 8(b^5b^8)(a^5a^4)}{2^4a^8b^{12}}=\dfrac{48a^9b^{13}}{16a^8b^{12}}=3ab$.

б) $\dfrac{(-3x^2y)^4\cdot 25x^3y^6}{(15x^5y^4)^2}=\dfrac{(-3)^4x^8y^4\cdot 25x^3y^6}{225x^{10}y^8}=9\dfrac{x^{11}y^{10}}{x^{10}y^8}=9xy^2$.

491. $18^5=(2\cdot 3^2)^5=2^5\cdot 3^{10}=2^5\cdot 3^6\cdot 3^4$; $12^6=(2^2\cdot 3)^6=2^{12}\cdot 3^6=2^7\cdot 2^5\cdot 3^6$; так как $3^4=81$ и $2^7=128$, $81<128$, то $18^5<12^6$.

$54^4=(3^3\cdot 2)^4=3^{12}\cdot 2^4=3^{10}\cdot 2^4\cdot 3^2$, $36^5=(3^2\cdot 2^2)^5=3^{10}\cdot 2^{10}=3^{10}\cdot 2^4\cdot 2^6$; так как $3^2=9$ и $2^6=64$, $9<64$, то $54^4<36^5$.

$45^3=(3^2\cdot 5)^3=3^6\cdot 5^3$, $6^7=(3\cdot 2)^7=3^7\cdot 2^7=3^6\cdot 3\cdot 2^7$;
так как $5^3=125$ и $3\cdot 2^7=384$, $125<384$, то $45^3<6^7$.

492. а) $\begin{cases}20x+7y=5,\\15x-4y=50;\end{cases}$

$$\begin{cases}20x+7y=5,\\4y=15x-50;\end{cases}\quad\begin{cases}20x+\dfrac{7(15x-50)}{4}=5,\\ y=\dfrac{15x-50}{4};\end{cases}\quad\begin{cases}80x+7(15x-50)=20,\\ y=\dfrac{15x-50}{4};\end{cases}$$

$$\begin{cases}80x+105x-350=20;\\ y=\dfrac{15x-50}{4};\end{cases}\quad\begin{cases}185x=370;\\ y=\dfrac{15x-50}{4};\end{cases}\quad\begin{cases}x=2,\\ y=\dfrac{15\cdot 2-50}{4};\end{cases}\quad\begin{cases}x=2,\\ y=-5.\end{cases}$$

б) $\begin{cases}6(x+y)-10(x-y)=8,\\5(x-y)+2(x+y)=1;\end{cases}\quad\begin{cases}6x+6y-10x+10y=8,\\5x-5y+2x+2y=1;\end{cases}$

$$\begin{cases}-4x+16y=8,\\7x-3y=1:\end{cases}\quad\begin{cases}4y-x=2,\\7x-3y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=4y-2,\\7(4y-2)-3y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=4y-2,\\28y-14-3y=1;\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=4y-2,\\25y=15;\end{cases}\quad\begin{cases}x=4\cdot\dfrac{3}{5}-2,\\ y=\dfrac{3}{5};\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{2}{5},\\ y=\dfrac{3}{5}.\end{cases}$$

493. а) $\frac{-2x+10}{x^2-10x+25}+\frac{16}{3x-15}+1=\frac{-2x+10}{(x-5)^2}+\frac{16}{3(x-5)}+1=$

$=\frac{3(-2x+10)+16(x-5)+3(x-5)^2}{3(x-5)^2}=$

$=\frac{-6x+30+16x-80+3\left(x^2-10x+25\right)}{3(x-5)^2}=\frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2}$;

Решим уравнение $3x^2-20x+25=0$; $D=20^2-4\cdot3\cdot25=100$;

$x_2=\frac{20+\sqrt{100}}{6}=5$ или $x_1=\frac{20-\sqrt{100}}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$;

$3x^2-20x+25=3\left(x-\frac{5}{3}\right)(x-5)=(3x-5)\ (x-5)\Rightarrow$

$\frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2}=\frac{(x-5)(3x-5)}{3(x-5)^2}=\frac{3x-5}{3(x-5)}$

б) $\frac{3y+18}{y^2+12y+36}+\frac{15y+57}{7y+42}-2=\frac{3y+18}{(y+6)^2}+\frac{15y+57}{7(y+6)}-2=$

$=\frac{7(3y+18)+(15y+57)(y+6)-2\cdot7(y+6)^2}{7(y+6)^2}=$

$=\frac{(y+6)(21+15y+57-14y-84)}{7(y+6)^2}=\frac{y-6}{7(y+6)}=\frac{y-6}{7y+42}$.

494. При $x=3$ $y(3)=3^{36}$ – больше нуля; при $x=0$ $y(0)=0^{36}=0$; $y(-5)=(-5)^{36}$ – больше нуля.

495. При $x=-9$ $y(-9)=(-9)^{49}$ – меньше нуля; при $x=7$ $y(0)=0^{49}=0$; $y(7)=7^{49}$ – больше нуля.

496. Функция $f(x)=x^{20}$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty;0)$.

а) Так как $0<3{,}7<4{,}2$, то $f(3{,}7)<f(4{,}2)$. б) Так как $-6{,}5<-5{,}2<0$, то $f(-6{,}5)>f(-5{,}2)$.

в) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-7)=f(7)$. $0<6<7$, следовательно, $f(6)<f(7)=f(-7)$.

г) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-28)=f(28)$. $0<28<31$, следовательно, $f(-28)=f(28)<f(31)$.

497. Функция $g(x)=x^{35}$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

а)Так как $8{,}9>7{,}6$, то $g(8{,}9)>g(7{,}6)$. б) Так как $-4{,}6>-5{,}7$, то $g(-4{,}6)>g(-5{,}7)$.

в) Так как $-10<7$, то $g(-10)<g(7)$. г) Так как $-63<63$, то $g(-63)<g(63)$.

498. Функция $y(x)=x^4$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty;\ 0)$.

а) Так как $0<1,2<1,5$, то $1,2^4<1,5^4$.

б) Так как $0<0,7<0,8$, то $0,7^4<0,8^4$.

в) Так как $0<0,9<1$, то $0,9^4<1^4=1$.

г) Так как $-3,4<-3,2<0$, то $(-3,4)^4>(-3,2)^4$.

д) Функция $y(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; Так как $0,3<0,8 \Rightarrow 0,3^5<0,8^5$.

е) Функция $y(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$;

$$-\frac{1}{3}<-\frac{1}{4} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^5<\left(-\frac{1}{4}\right)^5.$$

499. а) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; так как $5,7>5,4$, то $5,7^3>5,4^3$.

б) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; так как $-4,1>-4,2$, то $(-4,1)^3>(-4,2)^3$.

в) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; так как $0,8>(-1,3)$, то $0,8^3>(-1,3)^3$.

г) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0;+\infty)$; так как $0<1,6<1,8$, то $1,6^6<1,8^6$.

д) Функция $y=x^6$ убывает на промежутке $(-\infty;\ 0)$; так как $-5,3<-4,2<0$, то $(-5,3)^6>(-4,2)^6$.

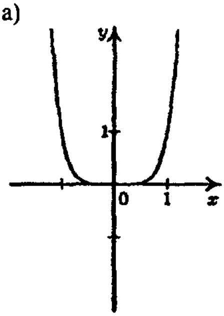
е) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0;+\infty)$; так как $0<2,1<3,1$, то $2,1^6<3,1^6$.

500. $243=3^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через точку А;
$243\neq(-3)^5$. значит, график функции $y=x^5$ не проходит через B;
$3125=5^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через C.

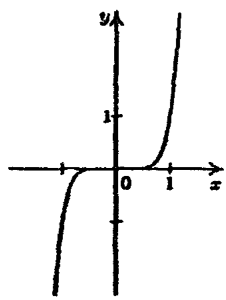
501. $128=2^7$, следовательно, точка A принадлежит графику функции $y=x^7$;
$-128=(-2)^7$, следовательно, точка B принадлежит графику функции $y=x^7$;
$2187\neq(-3)^7$, следовательно, точка C не принадлежит графику функции $y=x^7$.

502. а) $y=0,72^5\approx0,19$; б) $y=2,6^5\approx118,81$; в) $y=(-3,4)^5\approx-454,35$.

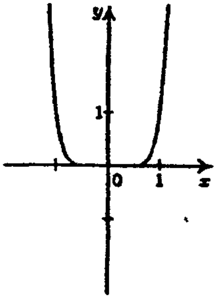
503. а)



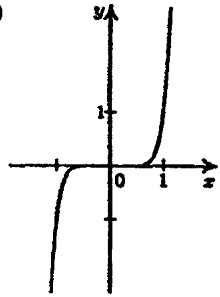
б)



в)



г)



504. а) 40 — четное число, следовательно, график функции $y=x^{40}$ расположен в I и II четвертях.

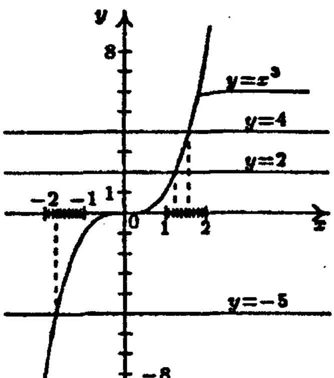
б) 123 — нечетное число, следовательно, график функции $y=x^{123}$ расположен в I и III четвертях.

505. а) 2 решения; б) 1 решение; в) нет решений; г) 1 решение.

506. а) Если $y=5$, то $x_1 \approx -1{,}5$; $x_2 \approx 1{,}5$.

б) Если $y=3{,}5$, то $x_1 \approx -1{,}4$; $x_2 \approx 1{,}4$. в) Если $y=8$, то $x_1 \approx -1{,}7$; $x_2 \approx 1{,}7$.

507. а) $x_1 \approx -1{,}55$; или $x_2 \approx 1{,}55$. б) $x_1 \approx -1{,}7$ или $x_2 \approx 1{,}7$.



508. а) 1) Строим график функции $y=x^3$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) Строим график функции $y=2$ — прямая, параллельная Oz и проходящая через (0,2).

3) Находим точку пересечения.

б) 1) Строим график функции $y=x^3$

2) Строим график функции $y=4$–прямая, параллельная Oz и проходящая через (0,4).

3) Находим точку пересечения.

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=-5$ — прямая, параллельная Oz и проходящая через (0; 5).

3) Находим точку пересечения. (а)$\approx 1{,}3$. б)$\approx 1{,}6$. в)$\approx -1{,}7$).

509. Функция $y=x^6$ возрастает на $(0;+\infty)$. $x=1001>2, >10, >10^2=100, >10^3=$ $=1000 \Rightarrow y(1001) >2^6, >10^6, >10^{12}=100^6, >10^{18}=1000^6$.

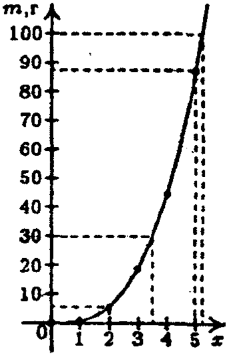
510. Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

Так как $x=-11<-10, <-3$, то $y(-11)<(-3)^5, <(-10)^5$;
при $x=-10^5$; $y(x)=y(-10^5)=(-10^5)^5=-10^{25}<-10^{21}$.

511. $f(1)=1^3=1$; $f(0)=0^3=0$; $f(2)=2^3=8$; $f(3)=3^3=27$;

$f(1)-f(0)=1-0=1$; $f(2)-f(1)=8-1=7$; $f(3)-f(2)=27-8=19$;

$f(1)-f(0)<f(2)-f(1)<f(3)-f(2)$.

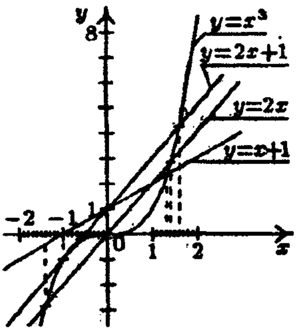


512. $m=\rho V$, где ρ — плотность, V — объем. Если x — длина ребра, то $V=x^3$, следовательно, $m=\rho x^3$. Так как при $x=10$ см $m=700$ г, то $700=\rho\cdot 10^3$; $\rho=0,7$ (г/см^3). Следовательно, $m=0,7x^3$.

Построим график этой зависимости:

x	0	1	2	3	4	5
m	0	0,7	5,6	18,9	44,8	87,5

По смыслу задачи $x\geq 0$. Если $x=2$, то $m=5,6$; если $x=5$, то $m=87,5$; если $m=30$, то $x\approx 3,5$; если $m=100$, то $x\approx 5,2$.



513. а) 1) Строим график функции $y=x^3$.

x	−2	−1	0	1	2
y	−8	−1	0	1	8

2) Строим график функции $y=x+1$ — прямая. Точки пересечения:

x	0	2
y	1	3

$x_1=0$; $x_2\approx 1,4$; $x_3\approx -1,4$

б) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x$ — прямая. Точки пересечения:

x	0	2
y	0	4

$x_1\approx 1,6$; $x_2\approx -0,6$; $x_3\approx -1,2$

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x+1$ — прямая.

x	0	2
y	1	5

514. $c_n=c_1q^{n-1}$; $c_9=c_1q^{9-1}=c_1q^8\Rightarrow$

$$c_1=\frac{c_9}{q^8}=\frac{81}{\left(\sqrt{3}\right)^8}=\frac{81}{81}=1;\ S_n=\frac{c_1\left(q^n-1\right)}{q-1};$$

$$S_{13}=\frac{\left(\left(\sqrt{3}\right)^{13}-1\right)}{\sqrt{3}-1}=\frac{\left(\left(\sqrt{3}\right)^{13}-1\right)(\sqrt{3}+1)}{2}=\frac{3^7-1+\left(3^6-1\right)\sqrt{3}}{2}=1093+364\sqrt{3}.$$

515. 1) $y=x^{12}-x^6 \Rightarrow D_y=\mathbb{R}$ — функция симметрична относительно нуля и $y(-x)=(-x)^{12}-(-x)^6=x^{12}-x^6=y(x)$ — четная функция.

2) $y=x^9-x^5 \Rightarrow D_y=\mathbb{R}$ — симметрична относительно нуля и $y(-x)=(-x)^9-(-x)^5=(-x)^9-(-x)^5=-x^9+x^5=-(x^9-x^5)$ — нечетная функция.

3) $y=x^{10}-x^5$; $y(-x)=(-x)^{10}-(-x)^5=x^{10}+x^5 \neq y(x) \neq -y(x)$— ни четная, ни нечетная функция.

4) $y=\dfrac{x}{x^4+x^2+1} \Rightarrow D_y=\mathbb{R}$ — симметрична относительно нуля и

$y(-x)=\dfrac{-x}{(-x)^4+(-x)^2+1}=-\dfrac{x}{x^4+x^2+1}=-y(x)$ — нечетная функция

516. а) $\dfrac{1-y}{1+y}+\dfrac{y^2+6y}{y^2-1}:\dfrac{6+y}{1+y}=\dfrac{1-y}{1+y}+\dfrac{y(y+6)(1+y)}{(y-1)(y+1)(6+y)}=$

$=\dfrac{1-y}{1+y}+\dfrac{y}{y-1}=\dfrac{-y^2+2y-1+y+y^2}{y^2-1}=\dfrac{3y-1}{y^2-1}$.

б) $\dfrac{4x^2-49}{2x+5}\cdot\dfrac{1}{4x^2+14x}-\dfrac{2x+7}{4x^2-10}=\dfrac{(2x-7)(2x+7)}{(2x+5)\cdot 2x(2x+7)}-$

$-\dfrac{2x+7}{2x(2x-5)}=\dfrac{(2x-5)(2x-7)-(2x+7)(2x+5)}{2x(4x^2-25)}=$

$=\dfrac{4x^2-14x-10x+35-4x^2-10x-14x-35}{2x(4x^2-25)}=$

$=\dfrac{-48x}{2x(4x^2-25)}=-\dfrac{24}{4x^2-25}$.

517. $\sqrt{144}=12$, значит, точка A — принадлежит графику функции $y=\sqrt{x}$. $\sqrt{169}\neq -13$, значит, точка B — не принадлежит графику функции $y=\sqrt{x}$. $-100 \notin D_y=[0;+\infty)$, значит, точка C — не принадлежит графику функции $y=\sqrt{x}$.

§ 10. Корень n-й степени

518. а) $\dfrac{1}{2}\geq 0$ и $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$; б) $3\geq 0$ и $3^3=27$;

в) Так как $-2<0$, то не является арифметическим корнем.

г) $0{,}1\geq 0$, но $0{,}1^5\neq 0{,}0001$.

519. а) $19 \geq 0$ и $19^2=361$; б) $7 \geq 0$ и $7^3=343$;

в) $\frac{1}{2} \geq 0$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$; г) $\frac{2}{3} \geq 0$ и $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{343}$;

д) $1 \geq 0$ и $1^{10}=1$: е) $0 \geq 0$ и $0^7=0$;

ж) $2-\sqrt{3} \geq 0$ и $(2-\sqrt{3})^2 = 2^2 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$;

з) $\sqrt{5} - 2 \geq 0$ и $(\sqrt{5} - 2)^2 = 5 - 4\sqrt{5} + 4 = 9 - 4\sqrt{5}$.

520. а) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$. б) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$.

в) $\sqrt[12]{1} = 1$. г) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = -\frac{1}{2}$.

д) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \frac{3}{2}$. е) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}$.

ж) $\sqrt[3]{-0{,}027} = -\sqrt[3]{0{,}027} = -\sqrt[3]{(0{,}3)^3} = -0{,}3$. з) $\sqrt[4]{0{,}0625} = \sqrt[4]{(0{,}5)^4} = 0{,}5$.

521. а) $\sqrt[9]{512} = \sqrt[9]{2^9} = 2$. б) $\sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11^3} = 11$.

в) $\sqrt[8]{0} = 0$. г) $\sqrt[7]{-128} = -\sqrt[7]{128} = -\sqrt[7]{2^7} = 2$.

д) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \sqrt[4]{\frac{2^4}{5^4}} = \frac{2}{5}$. е) $\sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \sqrt[6]{\left(\frac{2}{3}\right)^6} = \frac{2}{3}$.

ж) $\sqrt[5]{0{,}00001} = \sqrt[5]{(0{,}1)^5} = 0{,}1$. з) $\sqrt[3]{42\frac{7}{8}} = \sqrt[3]{\frac{343}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{2}\right)^3} = \frac{7}{2}$.

и) $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} = \sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{3^4}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. к) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \frac{3}{2}$

522. а) $\sqrt[3]{5} \approx 1{,}7$: б) $\sqrt[3]{-4} \approx -1{,}6$; в) $\sqrt[3]{-1} = -1$; г) $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}25$.

523. а) $\sqrt[4]{2} \approx \pm 1{,}2$: б) $\sqrt[4]{5} \approx \pm 1{,}5$; в) $\sqrt[4]{8} \approx \pm 1{,}7$.

524. $\sqrt[4]{81} = 3$, следовательно, точка E не принадлежит графику;

$\sqrt[4]{81} = 3 \neq -3$, следовательно, точка F не принадлежит графику;

$-16 \notin D_y = [0;+\infty)$. следовательно, точка K не принадлежит графику;

$\sqrt[4]{0{,}0001} = 0{,}1$, следовательно, точка L принадлежит графику.

525. $\sqrt[3]{8} = 2$, значит, точка A принадлежит графику;

$\sqrt[3]{216} = 6$, значит, точка B принадлежит графику;

$\sqrt[3]{27}=3\neq-3$, значит, точка C не принадлежит графику;
$\sqrt[3]{-125}=-\sqrt[3]{125}=-5$, значит, точка D принадлежит графику.

526. а) $\sqrt[3]{1}<\sqrt[3]{3,5}<\sqrt[3]{8}$; $1<\sqrt[3]{3,5}<\sqrt[3]{2^3}$; $1<\sqrt[3]{3,5}<2$;

б) $\sqrt[3]{8}<\sqrt[3]{20}<\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[3]{2^3}<\sqrt[3]{20}<\sqrt[3]{3^3}\Rightarrow 2<\sqrt[3]{20}<3$;

в) $\sqrt[4]{1}<\sqrt[4]{9}<\sqrt[4]{16}$; $1<\sqrt[4]{9}<\sqrt[4]{2^4}\Rightarrow 1<\sqrt[4]{9}<2$;

г) $\sqrt[4]{16}<\sqrt[4]{52}<\sqrt[4]{81}$; $-\sqrt[4]{2^4}<\sqrt[4]{5^2}<\sqrt[4]{3^4}\Rightarrow 2<\sqrt[4]{52}<3$.

527. а) $\sqrt[3]{1}\le\sqrt[3]{x}\le\sqrt[3]{8}$; $1\le\sqrt[3]{x}\le\sqrt[3]{2^3}\Rightarrow 1\le\sqrt[3]{x}\le 2$

б) $\sqrt[3]{-1}\le\sqrt[3]{x}\le\sqrt[3]{1}$; $-1\le\sqrt[3]{x}\le 1$.

в) $\sqrt[3]{-27}\le\sqrt[3]{x}\le\sqrt[3]{0}$; $-\sqrt[3]{3^3}\le x\le 0\Rightarrow -3\le x\le 0$.

528. а) $\sqrt[4]{0}\le\sqrt[4]{x}\le\sqrt[4]{1}\Rightarrow 0\le\sqrt[4]{x}\le 1$.

б) $\sqrt[4]{1}<\sqrt[4]{x}<\sqrt[4]{81}\Rightarrow 1<\sqrt[4]{x}<\sqrt[4]{3^4}\Rightarrow 1<\sqrt[4]{x}<3$.

в) $\sqrt[4]{256}\le\sqrt[4]{x}\le\sqrt[4]{625}\Rightarrow\sqrt[4]{4^4}\le\sqrt[4]{x}\le\sqrt[4]{5^4}\Rightarrow 4\le\sqrt[4]{x}\le 5$.

529. а) $n=3$ — нечетное $\Rightarrow$ выражение имеет смысл;
б) $n=7$ — нечетное $\Rightarrow$ выражение имеет смысл;
в) $n=4$ — четное $\Rightarrow$ выражение не имеет смысла;
г) $n=5$ — нечетное $\Rightarrow$ выражение имеет смысл;
д) $n=8$ — четное $\Rightarrow$ выражение не имеет смысла;
е) $(-7)^2>0\Rightarrow$ выражение имеет смысл.

530. а) $\sqrt[5]{-32}=-\sqrt[5]{32}=-\sqrt[5]{2^5}=-2$. б) $\sqrt[7]{-1}=-\sqrt[7]{1}=-1$.

в) $-2\sqrt[4]{81}=-2\sqrt[4]{3^4}=-2\cdot3=-6$.

г) $-4\sqrt[3]{27}=-4\cdot\sqrt[3]{3^3}=-4\cdot3=-12$.

д) $\sqrt[5]{32}+\sqrt[3]{-8}=2-\sqrt[3]{8}=\sqrt[5]{2^5}-\sqrt[3]{2^3}=2-2=0$.

е) $\sqrt[4]{625}-\sqrt[3]{-125}=\sqrt[4]{5^4}+\sqrt[3]{5^3}=5+5=10$.

ж) $12-6\sqrt[3]{0,125}=12-6\sqrt[3]{0,5^3}=12-6\cdot0,5=12-3=9$.

з) $1+10\sqrt[4]{0,0081}=1+10\sqrt[4]{0,3^4}=1+10\cdot0,3=1+3=4$.

531. а) $\sqrt[3]{-31}=-\sqrt[3]{31}$. б) $\sqrt[5]{-17}=-\sqrt[5]{17}$.
в) $\sqrt[11]{-2}=-\sqrt[11]{2}$. г) $\sqrt[17]{-6}=-\sqrt[17]{6}$

532. а) $\sqrt[3]{-125}=-\sqrt[3]{125}=-\sqrt[3]{5^3}=-5$. б) $\sqrt[6]{0}=0$.

в) $-5\sqrt[4]{16}=-5\sqrt[4]{2^4}=-5\cdot2=-10$.

г) $-3\sqrt[3]{-64}=-3\cdot(-\sqrt[3]{4^3})=-3\cdot(-4)=12$.

д) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}+\sqrt{2{,}25}=-\sqrt[3]{\frac{27}{8}}+1{,}5=-\sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}}+\sqrt{(1{,}5)^2}=-\frac{3}{2}+1{,}5=0$.

е) $3\sqrt[4]{16}-4\sqrt[3]{27}=3\sqrt[4]{2^4}-4\sqrt[3]{3^3}=3\cdot2-4\cdot3=6-12=-6$.

533. а) $(\sqrt{10})^2=(10^{\frac{1}{2}})^2=10$. б) $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3=\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3=5$.

в) $\left(-\sqrt[4]{12}\right)^4=\left(-12^{\frac{1}{4}}\right)^4=12$.

г) $\left(2\sqrt[5]{-2}\right)^5=2^5\cdot\left(\sqrt[5]{-2}\right)^5=2^5\cdot\left(-\sqrt[5]{2}\right)^5=-32\cdot\left(2^{\frac{1}{5}}\right)^5=-32\cdot2=-64$.

д) $\sqrt[6]{2^6}=\left(2^6\right)^{\frac{1}{6}}=2$. е) $2\sqrt[4]{(-3)^4}=2\sqrt[4]{3^4}=2\cdot\left(3^4\right)^{\frac{1}{4}}=2\cdot3=6$.

ж) $-\sqrt[6]{25^3}=-\sqrt[6]{\left(5^2\right)^3}=\sqrt[6]{5^6}=-\left(5^6\right)^{\frac{1}{6}}=-5$.

з) $\sqrt[6]{64^2}=\sqrt[6]{\left(4^3\right)^2}=\sqrt[6]{4^6}=\left(4^6\right)^{\frac{1}{6}}=4$.

534. а) $\left(\sqrt[4]{7}\right)^4=\left(7^{\frac{1}{4}}\right)^4=7$. б) $\left(\sqrt[7]{-3}\right)^7=\left(-\sqrt[7]{3}\right)^7=\left(-3^{\frac{1}{7}}\right)^7=-3$.

в) $\left(2\sqrt[4]{3}\right)^4=2^4\cdot\left(\sqrt[4]{3}\right)^4=16\cdot\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^4=16\cdot3=48$.

г) $\left(-3\sqrt[3]{2}\right)^3=(-3)^3\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=-27\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3=-27\cdot2=-54$.

д) $\sqrt[5]{7^5}=\left(7^{\frac{1}{5}}\right)^5=7$.

е) $5\sqrt[3]{(-2)^3}=5\cdot\left(-\sqrt[3]{2^3}\right)=5\cdot\left(-\sqrt[3]{2^3}\right)=-5\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}}=-5\cdot2=-10.$

ж) $\sqrt[10]{32^2}=\sqrt[10]{\left(2^5\right)^2}=\sqrt[10]{2^{10}}=\left(2^{10}\right)^{\frac{1}{10}}=2.$

з) $-\sqrt[6]{27^2}=-\sqrt[6]{\left(3^3\right)^2}=-\sqrt[6]{3^6}=-\left(3^6\right)^{\frac{1}{6}}=-3.$

535. а) Равенство верно при $a\geq0$. б) Равенство верно при $a\leq0$.
в) Равенство верно при любом a.

536. а) $x=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}=3.$

б) $x=\sqrt[3]{-27}=-\sqrt[3]{27}=-\sqrt[3]{3^3}=-\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}=-3.$

в) $x=\pm\sqrt[4]{16}=\pm\sqrt[4]{2^4}=\pm2.$

г) Нет решений, т.к. правая часть — число отрицательное.

д) $x=\sqrt[3]{7}$.

е) $x=\sqrt[3]{-7}=-\sqrt[3]{7}$

ж) Нет решений, т.к. правая часть — число отрицательное.

з) $x=\pm\sqrt[6]{11}$.

и) $x=\sqrt[8]{0}=0$.

к) $x^3=-8$; $x=\sqrt[3]{-8}=-\sqrt[3]{8}=-\sqrt[3]{2^3}=-2$.

л) $x=\pm\sqrt[8]{1}=\pm1$.

м) $x^8=-1$ — нет решений, т.к. правая часть отрицательное число.

537. а) $16x^4=1$; $x^4=\frac{1}{16}$;

$$x_1=\sqrt[4]{\frac{1}{16}}=\sqrt[4]{\frac{1}{2^4}}=\frac{1}{2}\text{ или }x_2=-\sqrt[4]{\frac{1}{16}}=-\sqrt[4]{\frac{1}{24}}=-\frac{1}{2}.$$

б) $\frac{1}{8}x^5=-4$; $x^5=-32$; $x=\sqrt[5]{-32}=-\sqrt[5]{32}=-\sqrt[5]{2^5}=-\left(2^5\right)^{\frac{1}{5}}=-2$

в) $-0{,}01x^3=-10$; $x^3=1000$; $x=\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10.$

г) $0{,}02x^6=1{,}28$; $x^6=64$; $x_1=\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=2$ или
$x_2=-\sqrt[6]{64}=-\sqrt[6]{2^6}=-2.$

д) $0{,}3x^9=2{,}4$; $x^9=8$; $x=\sqrt[9]{8}=\sqrt[9]{2^3}=\sqrt[3]{2}.$

е) $-\frac{3}{4}x^8=-12\frac{3}{4}$; $x^8=\frac{51\cdot4}{4\cdot3}=17$;

$x_1=\sqrt[8]{17}$ или $x_2=-\sqrt[8]{17}$.

538. а) $x=\sqrt[5]{8}$. б) $x=\sqrt[7]{-5}=-\sqrt[7]{5}$.

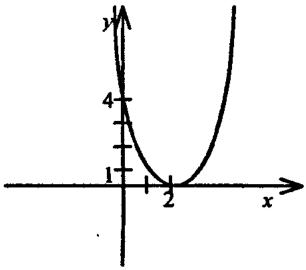
в) $x^4=19$; $x_1=\sqrt[4]{19}$ или $x_2=-\sqrt[4]{19}$.

г) $x^{10}=-6$ — нет решений, т.к. правая часть – отрицательное число.

д) $0{,}03x^3=-0{,}81$; $x^3=-27$; $x=\sqrt[3]{-27}=-\sqrt[3]{27}=-\sqrt[3]{3^3}=-3$.

е) $16x^4=625$;

$$x^4=\frac{625}{16};\ x_1=\sqrt[4]{\frac{625}{16}}=\sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}}=\frac{5}{2}\ \text{или}\ x_2=-\sqrt[4]{\frac{625}{16}}=-\sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}}=-\frac{5}{2}.$$



539. а) 1) График функции $y=(x-2)^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

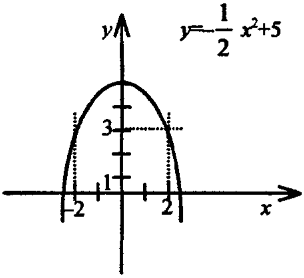
2) Найдем координаты вершины:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2;\ y_в=2^2-4\cdot 2+4=0$$

(+2; 0) — вершина параболы.

3)

x	-1	0	1	2
y	9	4	1	0



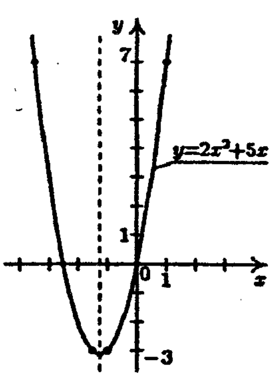
б) 1) График функции $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины параболы: $x_в=-\frac{b}{2a}=\frac{0}{2\cdot\frac{1}{2}}=0$; $y_в=5$;

(0; 5) — вершина параболы.

3)

x	2	3	-2	0
y	3	$\frac{1}{2}$	3	5



в) 1) График функции $y=2x^2+5x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

2) Найдем координаты вершины параболы:

$$y_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{5}{2\cdot 2}=-\frac{5}{4}=-1{,}25;$$

$$y_в=2\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)^2+5\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=$$

$$=\frac{2\cdot 25}{16}-\frac{5\cdot 5}{4}=-\frac{25}{8}=-3\frac{1}{8}.$$

3)

x	0	1	-1	$-2{,}5$
y	0	7	-3	0

540. а) Решим уравнение $x^2+3x-10=0$; $D=3^2-4\cdot1\cdot(-10)=49$;

$$x_1=\frac{-3+\sqrt{49}}{2}=2 \text{ или } x_2=\frac{-3-\sqrt{49}}{2}=-5 \Rightarrow x^2+3x-10=(x-2)(x+5);$$

$$\frac{x}{x-2}-\frac{8}{x+5}=\frac{14}{(x-2)(x+5)};\ \frac{x(x+5)-8(x-2)-14}{(x-2)(x+5)}=0;$$

$(x-2)(x+5)\neq0$; $x^2+5x-8x+16-14=0$; $x^2-3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot2\cdot1=9-8=1$;

$$x_1=\frac{3+1}{2}=2 \text{ или } x_2=\frac{3-1}{2}=1.$$ Но $x\neq2$, значит $x=1$.

б) Решим уравнение $2y^2+11y-21=0$; $D=11^2-4\cdot2\cdot(-21)=289$;

$$y_1=\frac{-11+\sqrt{289}}{4}=\frac{3}{2} \text{ или } y_2=\frac{-11-\sqrt{289}}{4}=-7;$$

$$2y^2+11y-21=2\left(y-\frac{3}{2}\right)(y+7)=(2y-3)(y+7);$$

$$\frac{y}{2y-3}+\frac{1}{y+7}+\frac{17}{(2y-3)(y+7)}=0;$$

$$\frac{y(y+7)+(2y-3)+17}{(2y-3)(y+7)}=0;\ (2y-3)(y+7)\neq0;$$

$y^2+7y+2y-3+17=0$; $y^2+9y+14=0$;

$$D=9^2-4\cdot14=81-56=25;\ y_1=\frac{-9+\sqrt{25}}{2}=-2$$

$$\text{или } y_2=\frac{-9-\sqrt{25}}{2}=-7.$$

Но $y\neq-7$, значит $y=-2$.

541.

$$1)\ \frac{a-5}{a^2-5a+25}-\frac{12a-61}{a^3+5^3}=\frac{a-5}{a^2-5a+25}-$$

$$-\frac{12a-61}{(a+5)(a^2-5a+25)}=\frac{(a-5)(a+5)-(12a-61)}{(a+5)(a^2-5a+25)}=$$

$$=\frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)}=\frac{a^2-12a+36}{(a+5)(a^2-5a+25)}=$$

$$=\frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)}=\frac{(a-6)^2}{a^3+5^3}.$$

$$2)\ \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)}:\frac{3a-18}{2a^2-10a+50}=$$

$$=\frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)}:\frac{3(a-6)}{2(a^2-5a+25)}=$$

$$=\frac{(a-6)^2\cdot 2(a^2-5a+25)}{(a+5)(a^2-5a+25)\cdot 3(a-6)}=\frac{2(a-6)}{3(a+5)}=\frac{2a-12}{3a+15}.$$

542. а) $\sqrt[3]{8\cdot 27}=\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{3^3}=2\cdot 3=6.$

б) $\sqrt[4]{16\cdot 0{,}0001}=\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{0{,}0001}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{0{,}1^4}=2\cdot 0{,}1=0{,}2.$

в) $\sqrt[4]{625\cdot 16}=\sqrt[4]{625}\cdot\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{5^4}\cdot\sqrt[4]{2^4}=5\cdot 2=10.$

г) $\sqrt[4]{0{,}0016\cdot 81}=\sqrt[4]{0{,}0016}\cdot\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{(0{,}2)^4}\cdot\sqrt[4]{3^4}=0{,}2\cdot 3=0{,}6.$

д) $\sqrt[5]{243\cdot\frac{1}{32}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}}=\frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}}=\frac{3}{2}=1{,}5.$

е) $\sqrt[6]{64\cdot\frac{1}{729}}=\sqrt[6]{\frac{64}{729}}=\frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[6]{729}}=\frac{\sqrt[6]{2^6}}{\sqrt[6]{3^6}}=\frac{2}{3}.$

ж) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{2}{5}.$

з) $\sqrt[5]{-7\frac{19}{32}}=\sqrt[5]{-\frac{243}{32}}=-\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}}=-\frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}}=-\frac{3}{2}.$

543. а) $\sqrt[3]{5^6\cdot 2^9}=\sqrt[3]{5^6}\cdot\sqrt[3]{2^9}=\sqrt[3]{(5^2)^3}\cdot\sqrt[3]{(2^3)^3}=\left(\left(5^2\right)^3\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\left(2^3\right)^3\right)^{\frac{1}{3}}=$

$=5^2\cdot 2^3=25\cdot 8=200.$

б) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}}=\frac{\sqrt[4]{(7^2)^4}}{\sqrt[4]{3^4}}=\frac{7^2}{3}=\frac{49}{3}=16\frac{1}{3}.$

в) $\sqrt[5]{0{,}2^{10}\cdot 10^{10}}=\sqrt[5]{0{,}2^{10}}\cdot\sqrt[5]{10^{10}}=\sqrt[5]{\left(0{,}2^2\right)^5}\cdot\sqrt[5]{\left(10^2\right)^5}=$

$=\left(\left((0{,}2)^2\right)^5\right)^{\frac{1}{5}}\cdot\left(\left(10^2\right)^5\right)^{\frac{1}{5}}=0{,}2^2\cdot 10^2=0{,}04\cdot 100=4.$

г) $\sqrt[3]{\frac{5^6}{2^9}}=\frac{\sqrt[3]{5^6}}{\sqrt[3]{2^9}}=\frac{\sqrt[3]{\left(5^2\right)^3}}{\sqrt[3]{\left(2^3\right)^3}}=\frac{5^2}{2^3}=\frac{25}{8}=3\frac{1}{8}$.

д) $\sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}}=\frac{\sqrt[4]{\left(3^3\right)^4}}{\sqrt[4]{\left(2^2\right)^4}}=\frac{\left(\left(3^3\right)^4\right)^{\frac{1}{4}}}{\left(\left(2^2\right)^4\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{3^3}{2^2}=\frac{27}{4}=6\frac{3}{4}$.

е) $\sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}}=\frac{\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{13^{10}}}=\frac{5}{\sqrt[5]{\left(13^2\right)^5}}=\frac{5}{13^2}=\frac{5}{169}$.

544. а) $\sqrt[3]{0{,}008\cdot 5^6}=\sqrt[3]{0{,}008}\cdot\sqrt[3]{5^6}=\sqrt[3]{(0{,}2)^3}\cdot\sqrt[3]{\left(5^2\right)^3}=0{,}2\cdot 5^2=0{,}2\cdot 25=5$.

б) $\sqrt[3]{\frac{0{,}125}{2^6}}=\frac{\sqrt[3]{0{,}125}}{\sqrt[3]{2^6}}=\frac{\sqrt[3]{0{,}5^3}}{\sqrt[3]{\left(2^2\right)^3}}=\frac{0{,}5}{4}=0{,}125$.

в) $\sqrt[4]{810000\cdot\frac{1}{16}}=\sqrt[4]{\frac{810000}{16}}=\frac{\sqrt[4]{810000}}{\sqrt[4]{16}}=\frac{\sqrt[4]{30^4}}{\sqrt[4]{2^4}}=\frac{30}{2}=15$.

г) $\sqrt[4]{\frac{2^{16}}{3^8}}=\frac{\sqrt[4]{2^{16}}}{\sqrt[4]{3^8}}=\frac{\sqrt[4]{\left(2^4\right)^4}}{\sqrt[4]{\left(3^2\right)^4}}=\frac{2^4}{3^2}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$.

545. а) $\sqrt[3]{24\cdot 9}=\sqrt[3]{8\cdot 3\cdot 9}=\sqrt[3]{8\cdot 27}=\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{3^3}=2\cdot 3=6$

б) $\sqrt[5]{48\cdot 162}=\sqrt[5]{6\cdot 2\cdot 8\cdot 81}=\sqrt[5]{2\cdot 3\cdot 2^3\cdot 2\cdot 3^4}=\sqrt[5]{3^5\cdot 2^5}=\sqrt[5]{3^5}\cdot\sqrt[5]{2^5}=3\cdot 2=6$

в) $\sqrt[4]{\frac{125}{0{,}2}}=\sqrt[4]{625}=\sqrt[4]{5^4}=5$. г) $\sqrt[4]{\frac{16}{0{,}0625}}=\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{0{,}0625}}=\frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{0{,}5^4}}=\frac{2}{0{,}5}=4$.

546. а) $\sqrt[3]{75\cdot 45}=\sqrt[3]{5\cdot 5\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 5}=\sqrt[3]{3^3\cdot 5^3}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{5^3}=3\cdot 5=15$.

б) $\sqrt[4]{54\cdot 24}=\sqrt[4]{3\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3}=\sqrt[4]{2^4\cdot 3^4}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{3^4}=2\cdot 3=6$.

в) $\sqrt[3]{\frac{54}{0{,}25}}=\sqrt[3]{216}=\sqrt[3]{6^3}=6$.

547. а) $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{4\cdot4}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$.

б) $\sqrt[3]{135}\cdot\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{135\cdot25}=\sqrt[3]{5\cdot3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5}=\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{3^3}=5\cdot3=15$.

в) $\sqrt[5]{2^5\cdot7^2}\cdot\sqrt[5]{7^3}=\sqrt[5]{2^5\cdot7^2\cdot7^3}=\sqrt[5]{2^5\cdot7^5}=\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{7^5}==2\cdot7=14$.

г) $\sqrt[6]{5^{10}}\cdot\sqrt[6]{2^{12}\cdot5^2}=\sqrt[6]{5^{10}\cdot2^{12}\cdot5^2}=\sqrt[6]{5^{12}\cdot2^{12}}=\sqrt[6]{5^{12}}\cdot\sqrt[6]{2^{12}}=$

$=\sqrt[6]{\left(5^2\right)^6}\cdot\sqrt[6]{\left(2^2\right)^6}=5^2\cdot2^2=25\cdot4=100$.

д) $\sqrt[3]{8-\sqrt{37}}\cdot\sqrt[3]{8+\sqrt{37}}=\sqrt[3]{\left(8-\sqrt{37}\right)\left(8+\sqrt{37}\right)}=\sqrt[3]{8^2-\left(\sqrt{37}\right)^2}=$

$=\sqrt[3]{64-37}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$.

е) $\sqrt[3]{\sqrt{17}+3}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{17}-3}=\sqrt[3]{\left(\sqrt{17}+3\right)\left(\sqrt{17}-3\right)}=\sqrt[3]{17-9}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$

548. а) $\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{54}{2}}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$.

б) $\dfrac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}}=\sqrt[5]{\dfrac{3}{96}}=\sqrt[5]{\dfrac{1}{32}}=\sqrt[5]{\dfrac{1}{2^5}}=\dfrac{1}{2}$.

в) $\dfrac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}}=\sqrt[7]{\dfrac{256}{2}}=\sqrt[7]{128}=\sqrt[7]{2^7}=2$.

г) $\dfrac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}}=\sqrt[4]{\dfrac{2500}{4}}=\sqrt[4]{625}=\sqrt[4]{5^4}=5$.

549. а) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{20\cdot5}=\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$.

б) $\sqrt[4]{32\cdot3}\cdot\sqrt[4]{8\cdot27}=\sqrt[4]{32\cdot3\cdot8\cdot27}=\sqrt[4]{2^3\cdot4\cdot3\cdot2^3\cdot3^3}=$

$=\sqrt[4]{2^8\cdot3^4}=\sqrt[4]{\left(2^2\right)^4}\cdot\sqrt[4]{3^4}=2^2\cdot3=4\cdot3=12$

в) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$. г) $\dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}}=\sqrt[4]{\dfrac{3}{48}}=\sqrt[4]{\dfrac{1}{16}}=\sqrt[4]{\dfrac{1}{2^4}}=\dfrac{1}{2}$.

550. а) $\sqrt{25a^2}=\sqrt{5^2\cdot a^2}=\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{a^2}=5\cdot a=5a$.

б) $\sqrt[3]{8b^3}=\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{b^3}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{b^3}=2b$.

в) $\sqrt[4]{81c^4}=\sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[4]{c^4}=\sqrt[4]{3^4}\cdot\sqrt[4]{c^4}=3c$.

г) $\sqrt[5]{32x^{10}}=\sqrt[5]{32}\cdot\sqrt[5]{x^{10}}=\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{\left(x^2\right)^5}=2x^2$

551. а) $\sqrt{9x}=3\sqrt{x}$.   б) $\sqrt{12b}=\sqrt{4\cdot 3b}=2\sqrt{3b}$.

в) $\sqrt{25b^3}=\sqrt{5^2\cdot b^3}=5b\sqrt{b}$.

г) $\sqrt[3]{24c^6}=\sqrt[3]{2^3\cdot 3(c^2)^3}=\sqrt[3]{(2c^2)^3\cdot 3}=2c^2\sqrt[3]{3}$.

д) $\sqrt[3]{250c^{10}}=\sqrt[3]{2\cdot 5^3\cdot c^{10}}=\sqrt[3]{(5\cdot c^3)^3\cdot 2c}=5c^3\sqrt[3]{2c}$.

е) $\sqrt[4]{162b^6}=\sqrt[4]{3^4\cdot 2b^4\cdot b^2}=\sqrt[4]{(3b)^4\cdot 2b^2}=\sqrt[4]{(3b)^4}\cdot\sqrt[4]{2b^2}=3b\sqrt[4]{2b^2}$.

552. а) $3\sqrt{2}=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{18}$.   б) $5\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{5^3\cdot 3}=\sqrt[3]{375}$.

в) $2\sqrt[5]{\frac{1}{8}}=\sqrt[5]{\frac{2^5}{8}}=\sqrt[5]{\frac{32}{8}}=\sqrt[5]{4}$. г) $a\sqrt[4]{5}=\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{5}=\sqrt[4]{5a^4}$, так как $a>0$

д) $b\sqrt[6]{2}=-\sqrt[6]{b^6}\cdot\sqrt[6]{2}=-\sqrt[6]{2b^6}$, так как $b<0$

е) $c\sqrt[10]{3c^2}=\sqrt[10]{c^{10}}\cdot\sqrt[10]{3c^2}=\sqrt[10]{3c^{10}\cdot c^2}=\sqrt[10]{3c^{12}}$.

553. а) $\sqrt[4]{16c}=\sqrt[4]{2^4\cdot c}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{c}=2\sqrt[4]{c}$.

б) $\sqrt[3]{27y}=\sqrt[3]{3^3y}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{y}=3\sqrt[3]{y}$.

в) $\sqrt{50x^3}=\sqrt{2\cdot 5^2\cdot x^2\cdot x}=\sqrt{(5x)^2\cdot 2x}=\sqrt{(5x)^2}\cdot\sqrt{2x}=5x\sqrt{2x}$.

г) $\sqrt[4]{5a^6}=\sqrt[4]{5a^4\cdot a^2}=\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{5a^2}=-a\cdot\sqrt[4]{5a^2}$.

554. а) $2\sqrt{3}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{12}$.   б) $2\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{2^3\cdot 5}=\sqrt[3]{8\cdot 5}=\sqrt[3]{40}$.

в) $3\sqrt[4]{\frac{1}{9}}=\sqrt[4]{\frac{3^4}{9}}=\sqrt[4]{\frac{81}{9}}=\sqrt[4]{9}$.   г) $a\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2a^3}$.

555. а) $\sqrt{\frac{2}{25}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{2}}{5}$.   д) $\sqrt{\frac{a^2}{3}}=\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{3}}=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

б) $\sqrt[3]{\frac{2}{27}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$.   е) $\sqrt[4]{\frac{5}{b^4}}=\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{b^4}}=-\frac{\sqrt[4]{5}}{b}$.

в) $\sqrt[3]{1\frac{3}{5}}=\sqrt[3]{\frac{8}{5}}=\frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$.   ж) $\sqrt{\frac{a^9}{6}}=\frac{\sqrt[3]{(a^3)^3}}{\sqrt[3]{6}}=\frac{a^3}{\sqrt[3]{6}}$.

г) $\sqrt[4]{5\frac{1}{3}}=\sqrt[4]{\frac{16}{3}}=\frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{3}}=\frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{3}}=\frac{2}{\sqrt[4]{3}}$.   з) $\sqrt[4]{\frac{7}{b^{12}}}=\frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt{(b^3)^4}}=\frac{\sqrt[4]{7}}{b^3}$.

556. а) $\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{3}{5}\sqrt{5}$. б) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}=\frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{2^3}{2}}=\sqrt[3]{2^2}=\sqrt[3]{4}$.

в) $\frac{3}{\sqrt[4]{3}}=\frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{3}}=\sqrt[4]{\frac{3^4}{3}}=\sqrt[4]{3^3}=\sqrt[4]{27}$. г) $\frac{7}{\sqrt[3]{49}}=\frac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{49}}=\sqrt[3]{\frac{7^3}{7^2}}=\sqrt[3]{7}$

д) $\frac{18}{\sqrt[4]{216}}=\frac{\sqrt[4]{18^4}}{\sqrt[4]{216}}=\sqrt[4]{\frac{18^4}{216}}=\sqrt[4]{486}=\sqrt[4]{3^4\cdot 6}=\sqrt[4]{3^4}\cdot\sqrt[4]{6}=3\sqrt[4]{6}$.

557. а) $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{1}{5}\sqrt{5}$;

б) $\frac{2}{\sqrt{12}}=\frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{12}\cdot\sqrt{12}}=\frac{2\sqrt{12}}{12}=\frac{1}{6}\sqrt{12}$;

в) $\frac{12}{\sqrt[3]{9}}=\frac{12\cdot\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3}}=\frac{12\cdot\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{12\cdot\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{12\cdot\sqrt[3]{3}}{3}=4\sqrt[3]{3}$;

г) $\frac{15}{\sqrt[3]{5}}=\frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}}=\frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{15\sqrt[3]{25}}{5}=3\sqrt[3]{25}$;

д) $\frac{6}{\sqrt[4]{7}}=\frac{6\cdot\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{7}\sqrt[4]{343}}=\frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}}=\frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}}=\frac{6\sqrt[4]{343}}{7}=\frac{6}{7}\sqrt[4]{343}$;

е) $\frac{4}{\sqrt[4]{32}}=\frac{4\cdot\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{32}\cdot\sqrt[4]{8}}=\frac{4\cdot\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{256}}=\frac{4\cdot\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{4^4}}=\frac{4\cdot\sqrt[4]{8}}{4}=\sqrt[4]{8}$.

558. а) $\sqrt{\sqrt[3]{6}}=\left(6^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=6^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{6}$

б) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}=\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{2}$. в) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}}=\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=3^{\frac{1}{12}}=\sqrt[12]{3}$

г) $\sqrt{x\sqrt{x}}=\sqrt{\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x}}=\sqrt{\sqrt{x^3}}=\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{x^3}$.

д) $\sqrt[3]{m\sqrt[3]{m^2}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{m^3}\cdot\sqrt[3]{m^2}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{m^5}}=\sqrt[9]{m^5}$.

е) $\sqrt{p\sqrt[4]{p^3}}=\sqrt{\sqrt[4]{p^4}\cdot\sqrt[4]{p^3}}=\sqrt{\sqrt[4]{p^7}}=\sqrt[8]{p^7}$.

ж) $\sqrt[6]{7^4}=\sqrt[2\cdot3]{7^{2\cdot2}}=\sqrt[3]{7^2}=\sqrt[3]{49}$.

з) $\sqrt[16]{4^2}=\sqrt[8\cdot2]{4^2}=\sqrt[8]{4}=\sqrt[4\cdot2]{2^2}=\sqrt[4]{2}$. и) $\sqrt[9]{a^6}=\sqrt[3\cdot3]{a^{3\cdot2}}=\sqrt[3]{a^2}$.

559. а) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}=\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{3}$. б) $\sqrt{\sqrt[4]{4}}=\sqrt[8]{4}=\sqrt[4\cdot2]{2^2}=\sqrt[4]{2}$.

в) $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3}\cdot\sqrt[3]{a}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}}=\sqrt[9]{a^4}$.

г) $\sqrt[4]{m\sqrt[3]{m}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{m^3}\cdot\sqrt[3]{m}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{m^4}}=\sqrt[12]{m^4}=\sqrt[4\cdot3]{m^4}=\sqrt[3]{m}$.

д) $\sqrt[10]{8^{15}}=\sqrt[5\cdot2]{8^{3\cdot5}}=\sqrt[2]{8^3}=\sqrt{512}=\sqrt{2\cdot256}=16\sqrt{2}$.

е) $\sqrt[4]{4\sqrt[3]{4}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{4^3}\cdot\sqrt[3]{4}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{4^4}}=\sqrt[4\cdot3]{4^4}=\sqrt[3]{4}$.

560. а) $\sqrt[4]{1296}=\sqrt[4]{36^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$;

б) $\sqrt[4]{4096}=\sqrt[4]{64^2}=\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$; в) $\sqrt[4]{6561}=\sqrt[4]{81^2}=\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$.

561. а) Так как 8<9, следовательно, $\sqrt[4]{8}<\sqrt[4]{9}=\sqrt{3}$.

б) Так как 49>48, следовательно, $\sqrt[6]{49}=\sqrt[3]{7}>\sqrt[6]{48}$.

в) Так как 1,44>1,331, следовательно, $\sqrt[6]{1{,}44}=\sqrt[3]{1{,}2}>\sqrt[6]{1{,}331}=\sqrt{1{,}1}$.

г) Так как 512>256, следовательно, $\sqrt[12]{512}=\sqrt[4]{2^3}>\sqrt[12]{256}=\sqrt[3]{2^2}$.

д) Так как 250>225, следовательно, $\sqrt[6]{250}=\sqrt{5\sqrt[3]{2}}>\sqrt[6]{225}=\sqrt[3]{15}$.

562. а) Так как 36<125, то $\sqrt[3]{36}=\sqrt[3]{6}<\sqrt[6]{125}=\sqrt{5}\Rightarrow\sqrt[3]{6}-\sqrt{5}<0$.

б) Так как 125<256, то $\sqrt[12]{125}=\sqrt[4]{5}<\sqrt[12]{256}=\sqrt[3]{4}\Rightarrow\sqrt[4]{5}-\sqrt[3]{4}<0$.

в) Так как 256>243, то $\sqrt[20]{256}=\sqrt[5]{4}>\sqrt[20]{243}=\sqrt[4]{3}\Rightarrow\sqrt[5]{4}-\sqrt[4]{3}>0$.

г) Так как 243>64, то $\sqrt[30]{243}=\sqrt[6]{3}>\sqrt[30]{64}=\sqrt[5]{2}\Rightarrow\sqrt[6]{3}-\sqrt[5]{2}>0$.

563. а) $\dfrac{9-4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}}+\dfrac{9+4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}}=\dfrac{(9-4\sqrt{5})^2+(9+4\sqrt{5})^2}{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})}=$

$=\dfrac{81-72\sqrt{5}+80+81+72\sqrt{5}+80}{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}=\dfrac{322}{81-80}=\dfrac{322}{1}=322$ — рациональное число.

б) $\frac{5+2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{2}}+\frac{5-2\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}}=\frac{(5+2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})+(5-2\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})}{(5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})}=$

$=\frac{25+20\sqrt{2}+8+25-20\sqrt{2}+8}{25-8}=\frac{66}{17}$ — рациональное число.

564. а) $\left(3+2\sqrt{6}\right)^2+\left(3-2\sqrt{6}\right)^2=9+12\sqrt{6}+24+9-12\sqrt{6}+24=66$.

б) $(\sqrt{7+2\sqrt{10}}+\sqrt{7-2\sqrt{10}})^2=7+2\sqrt{10}+2\sqrt{(7+2\sqrt{10})}\sqrt{(7-2\sqrt{10})}+$

$+7-2\sqrt{10}=7+2\sqrt{10}+2\sqrt{49-40}+7-2\sqrt{10}=14+2\sqrt{9}=14+6=20$.

565. а) $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}\cdot\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}=\sqrt[3]{\left(4+2\sqrt{2}\right)\left(4-2\sqrt{2}\right)}=\sqrt[3]{16-8}=\sqrt[3]{8}=2$

б) $\sqrt{4+\sqrt{7}}\sqrt[4]{23-8\sqrt{7}}=\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^2(23-8\sqrt{7})}=$

$=\sqrt[4]{(23+8\sqrt{7})(23-8\sqrt{7})}=\sqrt[4]{23^2-64\cdot 7}=\sqrt[4]{81}=3$.

566. а) 1) $\frac{1}{a^2-b^2}:\frac{a+b}{(b-a)^2}=\frac{(b-a)^2}{(a-b)(a+b)(a+b)}=\frac{a-b}{(a+b)^2}$;

2) $\frac{a-b}{a^2-ab}-\frac{a-b}{(a+b)^2}=\frac{a-b}{a(a-b)}-\frac{a-b}{(a+b)^2}=$

$=\frac{(a-b)(a+b)^2-a(a-b)^2}{a(a-b)(a+b)^2}=\frac{(a-b)\left((a+b)^2-a(a-b)\right)}{a(a-b)(a+b)^2}=$

$=\frac{(a+b)^2-a(a-b)}{a(a+b)^2}=\frac{a^2+2ab+b^2-a^2+ab}{a(a+b)^2}=\frac{3ab+b^2}{a(a+b)^2}=\frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2}$;

3) $\frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2}\cdot\frac{(a+b)^2}{b^2}=\frac{3a+b}{ab}$.

б) 1) $\frac{1}{2y+1}-\frac{3}{8y^3+1}+\frac{3}{4y^2-2y+1}=\frac{1}{2y+1}-\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}+$

$+\frac{3}{4y^2-2y+1}=\frac{4y^2-2y+1-3+3(2y+1)}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}=$

$=\frac{4y^2-2y+1-3+6y+3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}=\frac{4y^2+4y+1}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}=$

$=\frac{(2y+1)^2}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}=\frac{2y+1}{4y^2-2y+1}$.

2) $2y-\frac{4y-1}{2y+1}=\frac{2y(2y+1)-(4y-1)}{2y+1}=\frac{4y^2+2y-4y+1}{2y+1}=\frac{4y^2-2y+1}{2y+1}$;

3) $\frac{2y+1}{4y^2-2y+1}\cdot\frac{4y^2-2y+1}{2y+1}=1$.

567. а) $c_n=c_1q^{n-1}$; $c_5=3\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4=\frac{3\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^4}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

б) $c_5=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^4=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^3=$
$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{6}+2\right)=3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{2}=$
$=9\sqrt{3}-11\sqrt{2}$.

в) $c_5=2\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt[4]{3}\right)^4=2\sqrt{3}\cdot3=6\sqrt{3}$.

г) $c_5=\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt[6]{6}\right)^4=\sqrt[6]{2^3\cdot2^4\cdot3^4}=2\sqrt[6]{2\cdot81}=2\sqrt[6]{162}$.

568. а) $x^4=36$; $x=\pm\sqrt[4]{36}=\pm\sqrt[2\cdot2]{6^2}=\pm\sqrt{6}$.

б) $x^5=1024$; $x=\sqrt[5]{1024}$; $x=\sqrt[5]{4^5}=4$.

в) $x^3=\sqrt{2}$; $x=\sqrt[3]{\sqrt{2}}$; $x=\sqrt[6]{2}$.

569. а) $a^4+1-a^3-a\geq0$; $a^3(a-1)-(a-1)\geq0$; $(a-1)(a^3-1)\geq0$;
$(a-1)(a-1)(a^2-a+1)\geq0$; $(a-1)^2\left(\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right)\geq0$.

б) $a^3(a-2)-8(a-2)\geq0$; $(a-2)(a^3-8)\geq0$; $(a-2)(a-2)(a^2+2a+4)\geq0$;
$(a-2)^2((a+1)^2+3)\geq0$.

§ 11. Степень с рациональным показателем и ее свойства

570. а) $8^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{8^2}=\sqrt[3]{64}$; $3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$;
$5^{-\frac{3}{4}}=\frac{1}{5^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{\sqrt[4]{5^3}}=\frac{1}{\sqrt[4]{125}}=\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$; $0{,}2^{0,5}=0{,}2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{0{,}2}$;

$7^{-0,25}=7^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{7}}=\sqrt[4]{\frac{1}{7}}$.

б) $x^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{x^3}$; $y^{-\frac{5}{4}}=y^{\frac{-5}{4}}=\sqrt[4]{y^{-5}}=\sqrt[4]{\frac{1}{y^5}}$; $a^{1,2}=a^{\frac{6}{5}}=\sqrt[5]{a^6}$;

$b^{-0,8}=b^{\frac{-4}{5}}=\sqrt[5]{b^{-4}}=\sqrt[5]{\frac{1}{b^4}}$; $m^{2\frac{2}{3}}=m^{\frac{8}{3}}=\sqrt[3]{m^8}$.

в) $(2a)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2a}$; $2a^{\frac{1}{3}}=2\sqrt[3]{a}$; $ax^{\frac{3}{5}}=a\sqrt[5]{x^3}$; $xy^{-\frac{5}{2}}=x\sqrt{y^{-5}}=x\sqrt{\frac{1}{y^5}}$,

$-b^{-1,5}=-b^{\frac{-3}{2}}=-\sqrt{b^{-3}}=-\sqrt{\frac{1}{b^3}}$.

г) $(x-y)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(x-y)^2}$; $x^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}$;

$3(a+b)^{\frac{3}{4}}=3\sqrt[4]{(a+b)^3}$; $4a^{-\frac{2}{3}}+ax^{\frac{2}{3}}=4\sqrt[3]{a^{-2}}+a\sqrt[3]{x^2}$.

571. а) $7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$; $12^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{12^3}$; $29^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{29}$;

$37^{-\frac{1}{4}}=37^{\frac{-1}{4}}=\sqrt[4]{37^{-1}}=\frac{1}{\sqrt[4]{37}}$.

б) $3{,}8^{0,6}=3{,}8^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{3{,}8^3}$; $8{,}5^{-0,5}=8{,}5^{\frac{-1}{2}}=\sqrt{8{,}5^{-1}}=\frac{1}{\sqrt{8{,}5}}$;

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}=\sqrt[3]{9}$.

в) $5a^{\frac{1}{3}}=5\sqrt[3]{a}$; $(2b)^{\frac{1}{4}}=2^{\frac{1}{4}}\cdot b^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{b}=\sqrt[4]{2b}$; $-c^{\frac{3}{4}}=-\sqrt[4]{c^3}$

г) $xy^{\frac{1}{2}}=x\sqrt{y}$; $(x+y)^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{(x+y)^3}$; $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$.

572. а) $\sqrt{1{,}3}=1{,}3^{\frac{1}{2}}$.

е) $\sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{2}{5}}$.

б) $\sqrt{7^{-1}}=\left(7^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}=7^{-\frac{1}{2}}$.

ж) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}}=\frac{1}{a^{-\frac{2}{3}}}=a^{\frac{2}{3}}$.

в) $\sqrt[3]{2{,}5^2}=\left(2{,}5^2\right)^{\frac{1}{3}}=2{,}5^{\frac{2}{3}}$.

з) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}=\frac{1}{x^{\frac{3}{4}}}=x^{-\frac{3}{4}}$.

г) $\sqrt[4]{33^3}=\left(33^3\right)^{\frac{1}{4}}=33^{\frac{3}{4}}$.

и) $\sqrt[5]{4ab^2}=\left(4ab^2\right)^{\frac{1}{5}}=4^{\frac{1}{5}}a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{2}{5}}$.

д) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$.

к) $\sqrt[3]{a^2-b^2}=\left(a^2-b^2\right)^{\frac{1}{3}}$.

573. а) $\sqrt{5}=5^{\frac{1}{2}}$; $\sqrt[3]{17^2}=17^{\frac{2}{3}}$; $\sqrt[5]{3^6}=3^{\frac{6}{5}}$:

$\sqrt[8]{7^{-5}}=7^{-\frac{5}{8}}$; $\sqrt[9]{0{,}12^2}=\left(0{,}12^2\right)^{\frac{1}{9}}=0{,}12^{\frac{2}{9}}$.

б) $\sqrt[7]{a^4}=a^{\frac{4}{7}}$; $\sqrt[8]{a^9}=a^{\frac{9}{8}}$; $\sqrt[12]{b^{-5}}=b^{-\frac{5}{12}}$;

$\sqrt[11]{5c^2}=(5c^2)^{\frac{1}{11}}=5^{\frac{1}{11}}c^{\frac{2}{11}}$; $\sqrt[3]{a-b}=(a-b)^{\frac{1}{3}}$.

574. а) $49^{\frac{1}{2}}=\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$. б) $1000^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10$.

в) $4^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{4^{-1}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{1}{2^2}}=\frac{1}{2}$. г) $8^{-\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8^{-1}}=\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2^3}}=\frac{1}{2}$.

д) $9^{2\frac{1}{2}}=9^{\frac{5}{2}}=\sqrt{9^5}=243$.

е) $0{,}16^{-1\frac{1}{2}}=0{,}16^{\frac{-3}{2}}=\sqrt{0{,}16^{-3}}=\sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)^{-3}}=\sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^{3}}=\frac{125}{8}=15\frac{5}{8}$.

ж) $0{,}008^{-1\frac{1}{3}}=0{,}008^{\frac{-4}{3}}=\sqrt[3]{0{,}008^{-4}}=\sqrt[3]{\left(\frac{8}{1000}\right)^{-4}}=$

$\sqrt[3]{125^4}=\sqrt[3]{5^7}=5^4=625$.

з) $(3\frac{3}{8})^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{(3\frac{3}{8})^4}=\sqrt[3]{(\frac{27}{8})^4}=\sqrt[3]{((\frac{3}{2})^3)^4}=(\frac{3}{2})^4=\frac{81}{16}=5\frac{1}{16}$.

575. а) $27^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$. б) $25^{\frac{1}{2}}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$.

в) $25^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{25^{-1}}=\sqrt{\frac{1}{25}}=\sqrt{\frac{1}{5^2}}=\frac{1}{5}$.

г) $32^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32^{-1}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}$.

д) $0{,}16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{0{,}16^3} = 0{,}064$.

е) $0{,}64^{-1{,}5} = 0{,}64^{\frac{-3}{2}} = \sqrt{0{,}64^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}64^3}} = \frac{1}{(0{,}8)^3} =$

$= \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} = 1\frac{61}{64}$.

ж) $0{,}001^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{0{,}001^{-2}} = \sqrt[3]{1000000} = 100$.

з) $0{,}008^{1\frac{1}{3}} = 0{,}008^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{0{,}008^4} = \sqrt[3]{\left((0{,}2)^3\right)^4} = 0{,}2^4 = 0{,}0016$.

577. а) $5^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{5^4}$ — имеет; б) $(-16)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-16)^2}$ — не имее

в) $23^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{23^3}}$ — имеет; г) $0^{\frac{3}{4}}$ — имеет;

д) $0^{-\frac{4}{5}}$ — не имеет; е) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$ — не имеет.

578. а) $x \geq 0$; б) $y-1 \geq 0$, $y \geq 1$;
в) $a+2 \geq 0$, $a \geq -2$; г) $b>0$; д) $c-5 \geq 0$, $c \geq 5$.

579. а) Так как $0<x\leq 81$, то $\sqrt[4]{0} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{81} \Rightarrow 0 < x^{\frac{1}{4}} \leq 3$;

$\sqrt[4]{0^3} < \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{81^3} \Rightarrow 0 < x^{\frac{3}{4}} \leq 27$.

б) Так как $1\leq x\leq 16$, то $\sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{16} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{1}{4}} \leq 2$;

$\sqrt[4]{1^3} \leq \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{16^3} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{3}{4}} \leq 8$.

в) Так как $\frac{1}{625} \leq x < 1$, то $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} \leq \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{1} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq x^{\frac{1}{4}} < 1$,

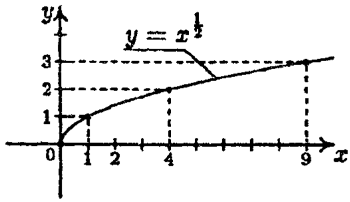
$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{625}\right)^3} \leq \sqrt[4]{x^3} < \sqrt[4]{1^3} \Rightarrow \frac{1}{125} \leq x^{\frac{3}{4}} < 1$.

г) Так как 0,0001<x<10000,

то $\sqrt[4]{0{,}0001} < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{10000} \Rightarrow 0{,}1 < x^{\frac{1}{4}} < 10$;

$\sqrt[4]{0{,}0001^3} < x^{\frac{3}{4}} < \sqrt[4]{10000^3} \Rightarrow 0{,}001 < x^{\frac{3}{4}} < 1000$

580.



581. а) Так как 2<3 и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$

б) Так как 0,3<0,5 и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $0{,}3^{\frac{1}{2}} < 0{,}5^{\frac{1}{2}}$

в) $5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{125} > \sqrt[6]{25} = 5^{\frac{1}{3}}$.

г) $7^{\frac{2}{6}} = 7^{\frac{1}{3}}$.

582. а) $\dfrac{x^{-12}\left(x^2\right)^4}{x^3x^{-9}} = \dfrac{x^{-12}x^8}{x^3x^{-9}} = \dfrac{x^{-4}}{x^{-6}} = \dfrac{x^6}{x^4} = \dfrac{1}{x^{-2}} = x^2$

б) $\dfrac{x^5\left(x^{-4}\right)^{-1}}{x^6x} = \dfrac{x^5x^4}{x^6x} = \dfrac{x^9}{x^7} = x^2$.

в) $\dfrac{x\left(x^{-2}\right)^8}{\left(x^6\right)^{-3}} = \dfrac{xx^{-16}}{x^{-18}} = \dfrac{x^{-15}}{x^{-18}} = \dfrac{1}{x^{-3}} = x^3$

г) $\dfrac{\left(x^4\right)^5\left(x^{-3}\right)^4}{\left(x^{-2}\right)^3} = \dfrac{x^{20}\cdot x^{-12}}{x^{-6}} = \dfrac{x^8}{x^{-6}} = x^8\cdot x^6 = x^{14}$

583. а) $\dfrac{2^{-5}\cdot 8^2}{16^{-1}} = \dfrac{2^{-5}\cdot(2^3)^2}{(2^4)^{-1}} = \dfrac{2^{-5}\cdot 2^6}{2^{-4}} = \dfrac{2}{2^{-4}} = 2\cdot 2^4 = 2^5 = 32$.

б) $\dfrac{3^{19}\cdot 27^{-5}}{9^3} = \dfrac{3^{19}\cdot(3^3)^{-5}}{(3^2)^3} = \dfrac{3^{19}\cdot 3^{-15}}{3^6} = \dfrac{3^4}{3^6} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$.

в) $\dfrac{5^4\cdot 49^{-3}}{7^{-7}\cdot 25^3}=\dfrac{5^4\cdot(7^2)^{-3}}{7^{-7}(5^2)^3}=\dfrac{5^4}{5^6}\cdot\dfrac{7^{-6}}{7^{-7}}=\dfrac{1}{5^2}\cdot 7=\dfrac{7}{25}$.

г) $\dfrac{81^{12}\cdot 10^{-7}}{10^{-5}\cdot 27^{17}}=\dfrac{(3^4)^{12}\cdot 10^{-7}}{10^{-5}\cdot(3^3)^{17}}=\dfrac{3^{48}}{3^{51}}\cdot\dfrac{10^{-7}}{10^{-5}}=\dfrac{1}{3^3}\cdot\dfrac{1}{10^2}=\dfrac{1}{2700}$.

584. Пусть длина одного катета равна x дм, тогда длина другого катета равна $(x-1)$ дм. $S=\dfrac{1}{2}x(x-1)=10$; $x(x-1)=20$; $x^2-x-20=0$: $D=1^2-4\cdot(-20)=81$;

$x=\dfrac{1+\sqrt{81}}{2}=5$ или $x=\dfrac{1-9}{2}=-4<0$ (не подходит по смыслу). Если $x=5$, то $x-1=5-1=4$ (дм). По теореме Пифагора $5^2+4^2=25+16=41$. Следовательно, гипотенуза равна $\sqrt{41}\approx 6{,}4$ (дм).

Ответ: длина гипотенузы 6,4 дм.

585. Пусть длина одной диагонали ромба x см, тогда длина другой равна $(x+2)$ см. $S=\dfrac{1}{2}x(x+2)=12$; $x(x+2)=24$; $x^2+2x-24=0$; $D=2^2-4\cdot(-24)=100$;

$x=\dfrac{-2+\sqrt{100}}{2}=4$ или $x=\dfrac{-2-10}{2}=-6<0$ (не подходит по смыслу). Если $x=4$, то $x+2=4+2=6$ (см).

Половина первой диагонали: $4:2=2$ (см). Половина второй диагонали $6:2=3$ (см). По теореме Пифагора квадрат стороны ромба равен $2^2+3^2=4+9=13$. Тогда длина стороны равна $\sqrt{13}\approx 3{,}6$ (см).

Ответ: длина стороны равна 3,6 см.

586. а) $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}}=c^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=c^{\frac{3+2}{6}}=c^{\frac{5}{6}}$. б) $b^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}=b^{-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=b^{\frac{-2+3}{6}}=b^{\frac{1}{6}}$.

в) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=a^{\frac{4+1}{6}}=a^{\frac{5}{6}}$. г) $d^5d^{\frac{1}{2}}=d^{5+\frac{1}{2}}=d^{5\frac{1}{2}}=d^{\frac{11}{2}}$.

д) $x^{\frac{1}{2}}:x^{\frac{3}{2}}=x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}=x^{\frac{1-3}{2}}=x^{-1}$. е) $y^{\frac{5}{6}}:y^{\frac{1}{3}}=y^{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=y^{\frac{5-2}{6}}=y^{\frac{3}{6}}=y^{\frac{1}{2}}$.

ж) $z^{\frac{1}{5}}:z^{-\frac{1}{2}}=z^{\frac{2+5}{10}}=z^{\frac{7}{10}}$. з) $m^{\frac{1}{3}}:m^2=m^{\frac{1}{3}-2}=m^{-1\frac{2}{3}}=m^{-\frac{5}{3}}$.

и) $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}=b^{\frac{1}{6}}$. к) $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{9}}=a^{\frac{3\cdot 4}{2\cdot 9}}=a^{\frac{2}{3}}$.

л) $\left(c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=c^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}=c^{-\frac{1}{6}}$. м) $\left(p^3\right)^{-\frac{2}{9}}=p^{\frac{-3\cdot 2}{9}}=p^{-\frac{2}{3}}$.

587. а) $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{2}{5}} = x^{\frac{5+4}{10}} = x^{\frac{9}{10}}$

б) $y^{-0,6}y^{1,2} = y^{-0,6+1,2} = y^{0,6}$.

в) $a^{\frac{3}{5}} : a^{\frac{1}{10}} = a^{\frac{3}{5}-\frac{1}{10}} = a^{\frac{6-1}{10}} = a^{\frac{5}{10}} = a^{\frac{1}{2}}$.

г) $b^{-0,2} : b^{-0,7} = b^{-0,2+0,7} = b^{0,5}$. д) $(m^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{8}} = m^{\frac{2\cdot 3}{3\cdot 8}} = m^{\frac{1}{4}}$.

е) $(n^{0,4})^{-2,5} = n^{-0,4\cdot 2,5} = n^{-1}$. ж) $c^3c^{-\frac{5}{3}} = c^{3-\frac{5}{3}} = c^{3-1\frac{2}{3}} = c^{1\frac{1}{3}} = c^{\frac{4}{3}}$.

з) $d^{1,7} : d^{-2} = d^{1,7+2} = d^{3,7}$.

588. а) $x^{0,2}x^{-1}x^{0,6} = x^{0,2-1+0,6} = x^{-0,2}$. б) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}}a^{\frac{5}{3}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{5}{3}} = a^{\frac{4+1+10}{6}} = a^{\frac{15}{6}}$

в) $y^{0,8}y^{-5}y^{7,2} = y^{0,8-5+7,2} = y^3$.

г) $b^{\frac{3}{8}}b^{\frac{5}{24}}b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{3}{8}+\frac{5}{24}+\frac{1}{3}} = b^{\frac{9+5+8}{24}} = b^{\frac{22}{24}} = b^{\frac{11}{12}}$.

589. а) $(a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8} = a^{0,4\cdot\frac{1}{2}}a^{0,8} = a^{0,2} \cdot a^{0,8} = a^{0,2+0,8} = a$.

б) $(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3\cdot 4}{4\cdot 5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{0,6} \cdot x^{1,6} = x^{0,6+1,6} = x^{2,2}$.

в) $a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}} = a \cdot a^{-\frac{6\cdot 3}{5\cdot 4}} = a \cdot a^{-\frac{9}{10}} = a^{\frac{10}{10}} - a^{\frac{9}{10}} = a^{\frac{1}{10}}$.

г) $(a^{0,8})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{-\frac{2}{5}})^{-1,5} = a^{-\frac{4\cdot 3}{5\cdot 4}} \cdot a^{\frac{2\cdot 3}{5\cdot 2}} = a^{-\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} = a^{-\frac{3}{5}+\frac{3}{5}} = a^0 = 1$.

590. а) $c^2c^{-1,5}c^{0,3} = c^{2+(-1,5)+0,3} = c^{0,8}$.

б) $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{14}}x^{\frac{2}{7}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{14}+\frac{2}{7}} = x^{\frac{7+3+4}{14}} = x^{\frac{14}{14}} = x$.

в) $y^{1,7}y^{2,8}y^{-1,5} = y^{1,7+2,8-1,5} = y^3$.

г) $\left(a^{0,8}\right)^{0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,8\cdot 0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,4} \cdot a^{0,6} = a^{0,4+0,6} = a$.

д) $(b^{-\frac{3}{4}})^{\frac{5}{9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{3\cdot 5}{4\cdot 9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12}+\frac{5}{12}} = b^0 = 1$.

е) $(m^{0,3})^{1,2} \cdot (m^{-0,4})^{0,4} = m^{0,36} \cdot m^{-0,16} = m^{0,36-0,16} = m^{0,2}$.

ж) $x^{\frac{3}{4}}\sqrt[4]{x} = x^{\frac{3}{4}}x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{3+1}{4}} = x^{\frac{4}{4}} = x$.

з) $y^{\frac{5}{3}}\sqrt[3]{y^2} = y^{\frac{5}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = y^{\frac{5+2}{3}} = y^{\frac{7}{3}}$.

и) $\sqrt[4]{c^3} \cdot \sqrt[5]{c} = c^{\frac{3}{4}} \cdot c^{\frac{1}{5}} = c^{\frac{3}{4}+\frac{1}{5}} = c^{\frac{15+4}{20}} = c^{\frac{19}{20}}$.

591. а) $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4} \cdot 10^{-0,5} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4-0,5+0,1} = 10^0 = 1$.

б) $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{1\frac{2}{3}} \cdot 8^{-\frac{1}{9}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot (2^3)^{-\frac{1}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2+5-1}{3}} = 2^2 = 4$.

в) $3\cdot 9^{0,4}\cdot\sqrt[5]{3}=3\cdot\left(3^2\right)^{0,4}\cdot 3^{\frac{1}{5}}=3\cdot 3^{0,8}\cdot 3^{0,2}=3^{1+0,8+0,2}=3^2=9.$

г) $8^{-\frac{1}{3}}\cdot 16^{\frac{1}{3}}\ \sqrt[3]{4}=\left(2^3\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(2^2\right)^{\frac{1}{3}}=2^{-1}\cdot 2^{\frac{4}{3}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{-3+4-2}{3}}=2$.

592. а) $2^{1,3}\cdot 2^{-0,7}\cdot 2^{1,4}=2^{1,3-0,7+1,4}=2^2=4.$

б) $7^{-\frac{4}{3}}\cdot 7^{\frac{1}{12}}\cdot 7^{-\frac{3}{4}}=7^{\frac{-16+1-9}{12}}=7^{-2}=\frac{1}{7^2}=\frac{1}{49}.$

в) $4^{0,7}\cdot 2^{-0,4}=2^{1,4}\cdot 2^{-0,4}=2^{1,4-0,4}=2.$

г) $25^{0,3}\cdot 5^{1,4}=\left(5^2\right)^{0,3}\cdot 5^{1,4}=5^{0,6}\cdot 5^{1,4}=5^{0,6+1,4}=5^2=25.$

д) $2\cdot 64^{-\frac{1}{3}}=2\cdot\left(2^6\right)^{-\frac{1}{3}}=2\cdot 2^{-2}=2^{1-2}=2^{-1}=\frac{1}{2}.$

е) $\sqrt[4]{9}\cdot 3^{-1,5}=9^{\frac{1}{4}}\cdot 3^{-1,5}=\left(3^2\right)^{\frac{1}{4}}\cdot 3^{-1,5}=3^{0,5}\cdot 3^{-1,5}=3^{0,5-1,5}=3^{-1}=\frac{1}{3}.$

593. а) $(27\cdot 64)^{\frac{1}{3}}=27^{\frac{1}{3}}\cdot 64^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{4^3}=3\cdot 4=12.$

б) $(27\cdot 64)^{-\frac{1}{3}}=27^{-\frac{1}{3}}\cdot 64^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{27}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{64}}=\frac{1}{\sqrt[3]{3^3}}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{4^3}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$

в) $\left(\frac{1}{36}\cdot 0,04\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 0,04^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{36}}\cdot\sqrt{\frac{1}{25}}=\sqrt{\frac{1}{6^2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{5^2}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{30}.$

г) $\left(\frac{1}{16}\cdot 81^{-1}\right)^{-\frac{1}{4}}=\left(\frac{1\cdot 1}{16\cdot 81}\right)^{-\frac{1}{4}}=(16\cdot 81)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{3^4}=$
$=2\cdot 3=6.$

д) $\left(\sqrt[3]{24}\cdot\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\sqrt[3]{24\cdot\frac{8}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}=(\sqrt[3]{64})^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{(\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt[6]{64}}=\frac{1}{\sqrt[6]{2^6}}=\frac{1}{2}.$

е) $\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{(\sqrt[3]{4})^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt[3]{9})^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^3}}{\sqrt{(\sqrt[3]{9})^3}}=\frac{\sqrt{\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^3}}{\sqrt{\left(9^{\frac{1}{3}}\right)^3}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}.$

594. а) $(27\cdot 8)^{\frac{1}{3}}=27^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27}\cdot\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{2^3}=3\cdot 2=6.$

б) $\left(\frac{1}{125}\cdot\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}=$
$=\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{4^3}=5\cdot 4=20.$

в) $\left(\frac{49}{144}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{49^{\frac{1}{2}}}{144^{\frac{1}{2}}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{144}}=\frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{12^2}}=\frac{7}{12}.$

г) $\left(\frac{36^3}{125^2}\right)^{\frac{1}{6}}=\frac{36^{\frac{1}{2}}}{125^{\frac{1}{3}}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{6}{5}.$

595. а) $\left(m^{-3}\right)^{\frac{1}{3}}=m^{-\frac{3}{3}}=m^{-1}=\frac{1}{m}.$

б) $\left(x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{3}}=x^{\frac{3\cdot2}{4\cdot3}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}.$

в) $\left(8a^{-1\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=\left(8a^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=8^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{3\cdot2}{2\cdot3}}=\sqrt[3]{64}\cdot a^{-1}=\sqrt[3]{4^3}\cdot a^{-1}=\frac{4}{a}.$

г) $(81x^2)^{-\frac{3}{4}}=81^{-\frac{3}{4}}\cdot(x^2)^{-\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{81^{-3}}x^{-\frac{2\cdot3}{4}}=\sqrt[4]{\frac{1}{(3^4)^3}}x^{-\frac{3}{2}}=$

$=\frac{1}{27}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^3}}=\frac{1}{27\sqrt{x^3}}.$

д) $(\frac{1}{27}m^{-3})^{-\frac{1}{3}}=(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}m^{3\cdot\frac{1}{3}}=27^{\frac{1}{3}}m=\sqrt[3]{27}m=\sqrt[3]{3^3}m=3m.$

е) $(0,09c^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}=(0,09)^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{0,09}\cdot c^{-\frac{1}{4}}=\sqrt{(0,3)^2}c^{-\frac{1}{4}}=0,3c^{-\frac{1}{4}}.$

596.

а) $a^{\frac{5}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{6}}\cdot(a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}})^4=a^{\frac{5}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{6}}\cdot a^{-\frac{4}{3}}\cdot b^{\frac{4}{3}}=b^{-\frac{1}{6}+\frac{4}{3}}\cdot a^{\frac{5}{3}-\frac{4}{3}}=b^{\frac{7}{6}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$

б) $\left(c^{-\frac{3}{7}}y^{-0,4}\right)^3\cdot c^{\frac{2}{7}}\cdot y^{0,2}=c^{-\frac{9}{7}}\cdot y^{-1,2}\cdot c^{\frac{2}{7}}\cdot y^{0,2}=y^{-1,2+0,2}\cdot c^{-\frac{9}{7}+\frac{2}{7}}=$

$=y^{-1}\cdot c^{-1}=\frac{1}{yc}.$

в) $\left(a^{\frac{1}{4}}x^{-\frac{2}{3}}\right)^{1\frac{1}{5}}\cdot a^{0,7}\cdot x^{0,8}=\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{6}{5}}\left(x^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{6}{5}}\cdot a^{0,7}\cdot x^{0,8}=$

$=a^{\frac{6}{4\cdot5}}x^{-\frac{2\cdot6}{3\cdot5}}\cdot a^{0,7}\cdot x^{0,8}=a^{\frac{3}{10}+\frac{7}{10}}x^{-\frac{4}{5}+\frac{4}{5}}=ax^0=a.$

г) $p^{-1}q^{\frac{5}{4}}(p^{-\frac{2}{7}}q^{\frac{1}{14}})^{-3,5}=p^{-1}q^{\frac{5}{4}}\cdot p^{-\frac{2}{7}\left(-\frac{7}{2}\right)}\cdot q^{\frac{1}{14}\left(-\frac{7}{2}\right)}=$

$=(p^{-1}p)(q^{\frac{5}{4}}\cdot q^{-\frac{1}{4}})=p^0q^{\frac{5}{4}-\frac{1}{4}}=p^0q^1=q.$

597.

$x^6 = x^{3\cdot 2} = \left(x^3\right)^2; x^{40} = x^{20\cdot 2} = \left(x^{20}\right)^2; x^{23} = x^{\frac{23}{2}\cdot 2} = (x^{\frac{23}{2}})^2 = \left(x^{11,5}\right)^2;$

$x^{-14} = x^{-7\cdot 2} = \left(x^{-7}\right)^2; x^5 = x^{\frac{5}{2}\cdot 2} = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^2; \; x^{-3} = x^{-\frac{3}{2}\cdot 2} = \left(x^{-\frac{3}{2}}\right)^2;$

$x = x^{\frac{1}{2}\cdot 2} = \left(x^{0,5}\right)^2; x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{8}\cdot 2} = (x^{\frac{1}{8}})^2; \; x^{-1} = x^{-\frac{1}{2}\cdot 2} = (x^{-\frac{1}{2}})^2;$

$x^3 = x^{\frac{1}{6}\cdot 2} = (x^{\frac{1}{6}})^2; \; x^{-0,9} = x^{-0,45\cdot 2} = \left(x^{-0,45}\right)^2; \; \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}\cdot 2} = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^2$

598. $y^6 = y^{2\cdot 3} = \left(y^2\right)^3; y^{-21} = y^{-7\cdot 3} = \left(y^{-7}\right)^3; y^7 = y^{\frac{7}{3}\cdot 3} = \left(y^{\frac{7}{3}}\right)^3;$

$y = y^{\frac{1}{3}\cdot 3} = \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3; y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6}\cdot 3} = \left(y^{\frac{1}{6}}\right)^3; \; y^{-1,5} = y^{-\frac{3}{2}} = y^{-\frac{1}{2}\cdot 3} = \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^3$

$y^{-\frac{1}{3}} = y^{-\frac{1}{9}\cdot 3} = (y^{-\frac{1}{9}})^3; y^{0,2} = y^{\frac{1}{5}} = y^{\frac{1}{15}\cdot 3} = (y^{\frac{1}{15}})^3;$

$y^{-\frac{2}{9}} = y^{-\frac{2}{27}\cdot 3} = (y^{-\frac{2}{27}})^3; \sqrt{y} = y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6}\cdot 3} = (y^{\frac{1}{6}})^3.$

599. а) $a = a^{\frac{1}{2}\cdot 2} = (a^{\frac{1}{2}})^2$; б) $a = a^{\frac{1}{3}\cdot 3} = (a^{\frac{1}{3}})^3$. в) $a = a^{\frac{1}{7}\cdot 7} = (a^{\frac{1}{7}})^7$.

600. а) $3^{\frac{3}{2}} = 3^{\frac{1}{2}\cdot 3} = (3^{\frac{1}{2}})^3 \approx 1,73^3$; б) $3^{\frac{5}{2}} = 3^{\frac{1}{2}\cdot 5} = (3^{\frac{1}{2}})^5 \approx 1,73^5$;

в) $3^{-\frac{1}{2}} = \left(\dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) \approx \dfrac{1}{1,73}$; г) $3^{-\frac{5}{2}} = \dfrac{1}{3^{\frac{5}{2}}} = \dfrac{1}{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^5} \approx \dfrac{1}{1,73^5}$.

601. а) $431^{\frac{1}{2}} = (4,31\cdot 100)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}}\cdot 100^{\frac{1}{2}} = 10\alpha$;

б) $43100^{\frac{1}{2}} = (4,31\cdot 10000)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}}\cdot 10000^{\frac{1}{2}} = 100\alpha$;

в) $0,0431^{\frac{1}{2}} = (4,31\cdot 0,01)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}}\cdot 0,01^{\frac{1}{2}} = 0,1\alpha$.

г) $0,000431^{\frac{1}{2}} = (4,31\cdot 0,0001)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}}\cdot 0,0001^{\frac{1}{2}} = 0,01\alpha$.

602. а) $V = a^3$, следовательно, $a = V^{\frac{1}{3}}$;

б) $V = a^3$, $S = a^2 = \left(V^{\frac{1}{3}}\right)^2 = V^{\frac{2}{3}}$; в) $P = 6\cdot S = 6\cdot V^{\frac{2}{3}}$.

603. а) $y = x^{\frac{2}{3}}; y^{\frac{3}{2}} = (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}; x = y^{\frac{3}{2}}$.

б) $y = x^{\frac{4}{7}}; y^{\frac{7}{4}} = (x^{\frac{4}{7}})^{\frac{7}{4}}; x = y^{\frac{7}{4}}$. в) $y = x^{-\frac{3}{2}}; y^{-\frac{2}{3}} = (x^{-\frac{3}{2}})^{-\frac{2}{3}}; x = y^{-\frac{2}{3}}$.

г) $y = x^{-0,75}; y = x^{-\frac{3}{4}}; y^{-\frac{4}{3}} = (x^{-\frac{3}{4}})^{-\frac{4}{3}}; x = y^{-\frac{4}{3}}$.

д) $y = 5x^{\frac{4}{5}}; \frac{1}{5}y = x^{\frac{4}{5}}; (\frac{y}{5})^{\frac{5}{4}} = (x^{\frac{4}{5}})^{\frac{5}{4}}; x = (\frac{y}{5})^{\frac{5}{4}}$.

е) $y = \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{6}; 6y = x^{-\frac{2}{3}}; (6y)^{-\frac{3}{2}} = (x^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{2}}; x = (6y)^{-\frac{3}{2}}$.

604. а) $\sqrt[10]{x} \cdot \sqrt[15]{x} = x^{\frac{1}{10}+\frac{1}{15}} = x^{\frac{2+3}{30}} = x^{\frac{1}{6}}$.

б) $\sqrt[8]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a} = a^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{3}{8}+\frac{1}{12}} = a^{\frac{9+2}{24}} = a^{\frac{11}{24}}$.

в) $\sqrt[7]{y^2} \cdot \sqrt[3]{y^{-1}} = y^{\frac{2}{7}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} = y^{\frac{2}{7}-\frac{1}{3}} = y^{\frac{6-7}{21}} = y^{-\frac{1}{21}}$.

г) $\sqrt[3]{b^2\sqrt{b}} = (b^2 b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{4+1}{6}} = b^{\frac{5}{6}}$.

д) $\sqrt[10]{y\sqrt[3]{y^2}} = (yy^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{10}} = y^{\frac{1}{10}+\frac{1}{15}} = y^{\frac{3+2}{30}} = y^{\frac{1}{6}}$.

е) $\sqrt[5]{x^2\sqrt[4]{x^{-3}}} = (x^2 x^{-\frac{3}{4}})^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{2}{5}-\frac{3}{20}} = x^{\frac{8-3}{20}} = x^{\frac{1}{4}}$.

605. а) $\frac{\sqrt[5]{a^2\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}} = \frac{\left(a^2 a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}}{\left(a \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(a^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}}{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = a^0 = 1;$

б) $\frac{\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a^2}}}{\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}} = \frac{(a \cdot a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}}}{(a \cdot a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{3+2}{12}}}{a^{\frac{4+1}{12}}} = \frac{a^{\frac{5}{12}}}{a^{\frac{5}{12}}} = 1.$

606. а) $x^{\frac{1}{3}} = 4; (x^{\frac{1}{3}})^3 = 4^3; x = 64$.

б) $x^{\frac{3}{4}} = 2; (x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}; x = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}$.

в) $x^{-\frac{1}{4}} = 3; \left(x^{-\frac{1}{4}}\right)^{-4} = 3^{-4}; x = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

г) $y^{-0.5} = 6; \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2} = 6^{-2}; y = \frac{1}{36}$.

д) $x^{-0,3} \cdot x^{1,3} = 1; x^{-0,3+1,3} = 1; x^1 = 1; x = 1.$

е) $x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{13}{8}} = 25; x^{\frac{3+13}{8}} = 25; x^2 = 25; x = 5.$

607. а) $y^{0,5} = 1,3;\ (y^{0,5})^2 = 1,3^2;\ y = 1,3^2 = 1,69;$

б) $y^{1,5} = 12;\ (y^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}} = 12^{\frac{2}{3}};\ y = \sqrt[3]{144} \approx 5,24;$

в) $y^{0,75} = 4;\ (y^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} = 4^{\frac{4}{3}};\ y = \sqrt[3]{256} \approx 6,35;$

г) $y^{1,25} = 5;\ (y^{\frac{5}{4}})^{\frac{4}{5}} = 5^{\frac{4}{5}};\ y = \sqrt[5]{625} \approx 3,62.$

608. а) $10x^2 + 4x - 7,5x - 3 - 10x^2 - 35x - 4 < 0; -38,5x < 7; x > -\frac{2}{11}.$

б) $9 - 24x + 16x^2 - 16x^2 + 2x - 72x + 9 - 11 > 0;\ -94x > -7; x < -\frac{7}{94}.$

609. Обозначим время заполнения бассейна второй трубой за x ч, тогда время первой — за $(1,5)x$ ч. $\frac{1}{x}$ часть бассейна заполняется второй трубой за 1ч, $\frac{1}{1,5x}$ часть бассейна заполняется первой трубой за 1ч. $6 \cdot \frac{1}{1,5x}$ часть бассейна — заполнила первая труба; $4 \cdot \frac{1}{x}$ часть бассейна — заполнила вторая труба. Получаем уравнение: $6 \cdot \frac{1}{1,5x} + 4 \cdot \frac{1}{x} = 1; \frac{4}{x} + \frac{4}{x} = 1; \frac{8}{x} = 1; x = 8.$

$x=8$; $1,5x=12$.

Ответ: 12 ч. и 8 ч.

610. Пусть время, за которое вторая бригада выполнит всю работу – x дней. Тогда время первой — $(x+12)$ дней. Первая бригада за один день выполняет $\frac{1}{x+12}$ часть работы, а вторая бригада — $\frac{1}{x}$ часть работы. Получаем уравнение: $\frac{14}{x+12} + \frac{5}{x} = 1;\ 14x+5x+60-x^2-12x=0;\ x^2-7x-60=0;$

$D=7^2-4\cdot(-60)=49+240=289;\ x_1 = \frac{7+17}{2} = 12$ или $x_2 = \frac{7-17}{2} = -5 < 0$ — не подходит по смыслу задачи. $x+12=24$.

Ответ: 24 дня и 12 дней.

611. а) $\dfrac{x^{-\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}=\dfrac{x^{-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}=\dfrac{x^{\frac{3}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}=x^{1-\frac{3}{5}}=x^{\frac{5}{5}-\frac{3}{5}}=x^{\frac{2}{5}}.$

б) $\dfrac{y^{\frac{3}{7}}\cdot y^{-\frac{1}{2}}}{(y^{\frac{4}{7}})^{-2}}=\dfrac{y^{\frac{3}{7}-\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{8}{7}}}=\dfrac{y^{-\frac{1}{14}}}{y^{-\frac{8}{7}}}=y^{-\frac{1}{14}-\left(-\frac{8}{7}\right)}=y^{\frac{-1+16}{14}}=y^{\frac{15}{14}}.$

в) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{2}{5}}}=b^{\frac{3}{5}-\frac{2}{5}}\cdot a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=b^{\frac{1}{5}}a^{\frac{1}{4}}.$ г) $\dfrac{(c^{-\frac{2}{3}})^{-4}}{c^{\frac{1}{6}}c^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{c^{-\frac{2}{3}\cdot(-4)}}{c^{\frac{1+3}{6}}}=\dfrac{c^{\frac{8}{3}}}{c^{\frac{4}{6}}}=c^{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}}=c^{2}.$

д) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[5]{b^{2}}}{a^{-\frac{1}{2}}b^{1,4}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{5}-\frac{7}{5}}=ab^{-1}=\dfrac{a}{b}.$

е) $\dfrac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt{y}}{(x^{-\frac{1}{3}}y^{0,5})^{5}}=\dfrac{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{5}{2}}}=x^{\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)}\cdot y^{\frac{1}{2}-\frac{5}{2}}=x^{2}y^{-2}=\dfrac{x^{2}}{y^{2}}.$

612. а) $\dfrac{a^{\frac{1}{3}}a^{1,5}}{a^{-\frac{1}{6}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}}{a^{-\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{1}{6}}=a^{\frac{2+9+1}{6}}=a^{\frac{12}{6}}=a^{2}.$

б) $\dfrac{b^{2,5}\sqrt[4]{b^{3}}}{(b^{\frac{1}{4}})^{-1}}=\dfrac{b^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{4}}}{b^{-\frac{1}{4}}}=b^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{4}}b^{\frac{1}{4}}=b^{\frac{10+3+1}{4}}=b^{\frac{14}{4}}=b^{\frac{7}{2}}.$

в) $\dfrac{x^{1,5}y^{0,5}}{x^{0,5}y^{1,5}}=y^{0,5-1,5}\cdot x^{1,5-0,5}=y^{-1}x=\dfrac{x}{y}.$

г) $\dfrac{d^{2,6}\sqrt[5]{c^{3}}}{\left(c^{-0,2}d^{0,3}\right)^{2}}=\dfrac{d^{2,6}c^{\frac{3}{5}}}{c^{-0,4}d^{0,6}}=d^{2,6-0,6}\ c^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}}=d^{2}c.$

613. а) $\dfrac{8^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{9}}{3^{\frac{5}{3}}\sqrt{2}}=\dfrac{\left(2^{3}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{5}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}}=2^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}\ 3^{\frac{2}{3}-\frac{5}{3}}=2^{1}\cdot 3^{-1}=\dfrac{2}{3}.$

б) $\dfrac{16^{\frac{1}{3}}\sqrt[5]{25}}{2^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{-1,6}}=\dfrac{\left(2^{4}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(5^{2}\right)^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{-\frac{8}{5}}}=2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}\cdot 5^{\frac{2}{5}+\frac{8}{5}}=2^{1}\cdot 5^{2}=2\cdot 25=50.$

614. а) $(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=xy^{\frac{1}{2}}-yx^{\frac{1}{2}}=x\sqrt{y}-y\sqrt{x}$

б) $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}=ab^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{2}{3}}b.$

в) $(x^{\frac{1}{3}}+3)(x^{\frac{2}{3}}-3)=x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}}+3x^{\frac{2}{3}}-3x^{\frac{1}{3}}-9=x+3\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}-9.$

г) $(m^{\frac{1}{2}}-1)(m^{\frac{1}{2}}+1)=(m^{\frac{1}{2}})^2+m^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{2}}-1^2=m-1.$

д) $(a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{1}{2}})=(a^{\frac{3}{2}})^2+a^{\frac{3}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}-(b^{\frac{1}{2}})^2=a^3-b.$

е) $(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})^2=(m^{\frac{1}{2}})^2+2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}+(n^{\frac{1}{2}})^2=m^{\frac{1}{2}\cdot 2}+2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}\cdot 2}=$

$=m+2\sqrt{m}\sqrt{n}+n.$

ж) $(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)=(a^{\frac{1}{2}})^3+(b^{\frac{1}{2}})^3=a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}.$

з) $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}+y\right)=\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3-\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3=x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}.$

615. а) $b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{2}{3}}+c^{\frac{3}{4}}\right)=b^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{3}{4}}c^{\frac{1}{4}}=bc^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{3}}c.$

б) $x^{0,5}y^{0,5}\left(x^{-0,5}-y^{1,5}\right)=x^{0,5}y^{0,5}x^{-0,5}-x^{0,5}y^{0,5}y^{1,5}=y^{0,5}-x^{0,5}y^2.$

в) $\left(2-y^{1,5}\right)\left(2+y^{1,5}\right)=2^2-\left(y^{1,5}\right)^2=4-y^3.$

г) $\left(3p^{0,5}+q^{-1}\right)\left(3p^{0,5}-q^{-1}\right)=\left(3p^{0,5}\right)^2-\left(q^{-1}\right)^2=3^2\cdot p^{0,5\cdot 2}-q^{-1\cdot 2}=$

$=9p-q^{-2}=9p-\frac{1}{q^2}.$

д) $(1-b^{\frac{1}{2}})^2=1-2b^{\frac{1}{2}}+(b^{\frac{1}{2}})^2=1-2\sqrt{b}+b^{\frac{2}{2}}=1-2\sqrt{b}+b.$

е) $\left(a^{\frac{1}{2}}+2b^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2+4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\left(2b^{\frac{1}{2}}\right)^2=a^{\frac{2}{2}}+4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+4b^{\frac{2}{2}}=$

$=a+4a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}+4b.$

ж) $(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}})=(x^{\frac{1}{3}})^3+(y^{\frac{1}{3}})^3=x+y.$

з) $(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)=(a^{\frac{1}{2}})^3-(b^{\frac{1}{2}})^3=a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}.$

616. а) $(1+c^{\frac{1}{2}})^2-2c^{\frac{1}{2}}=1+2c^{\frac{1}{2}}+(c^{\frac{1}{2}})^2-2c^{\frac{1}{2}}=1+c^{\frac{2}{2}}=1+c.$

б) $\sqrt{b}+\sqrt{c}-(b^{\frac{1}{4}}+c^{\frac{1}{4}})^2=\sqrt{b}+\sqrt{c}-(b^{\frac{1}{4}})^2-2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}-(c^{\frac{1}{4}})^2=$

$=b^{\frac{1}{2}}+c^{\frac{1}{2}}-2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}-c^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}=-2\sqrt[4]{bc}.$

в) $(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})^2-(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})^2=a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}+$

$+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}=4a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{3}}=4\sqrt[3]{ab}.$

г) $\left(x^{\frac{1}{4}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{7}{12}}=\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2-2x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{3}}+\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{7}{12}}=$

$=x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{3+4}{12}}+x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{7}{12}}=x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{7}{12}}+x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{7}{12}}=x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{2}{3}}$.

д) $(y^{\frac{2}{3}}+3y^{\frac{1}{5}})^2-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{5}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}=$

$=y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{10+3}{15}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{13}{15}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+9y^{\frac{2}{5}}$.

е) $(x^{\frac{1}{4}}+1)(x^{\frac{1}{4}}-1)(x^{\frac{1}{2}}+1)=\left((x^{\frac{1}{4}})^2-1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)=$

$=\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)=\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2-1^2=x^{\frac{2}{2}}-1^2=x-1$.

617. а) $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2+2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2-2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}+\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2+2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=$

$=x^{\frac{1}{2}\cdot 2}+y^{\frac{1}{2}\cdot 2}=x+y$.

б) $\sqrt{m}+\sqrt{n}-(m^{\frac{1}{4}}-n^{\frac{1}{4}})^2=m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}-(m^{\frac{1}{4}})^2+2m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}}-(n^{\frac{1}{4}})^2=$

$=m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{2}}+2\sqrt[4]{mn}-n^{\frac{1}{2}}=2\sqrt[4]{mn}=2m^{\frac{1}{4}}\cdot n^{\frac{1}{4}}$.

в) $(a^{\frac{3}{2}}+5a^{\frac{1}{2}})^2-10a^2=(a^{\frac{3}{2}})^2+10a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{1}{2}}+25(a^{\frac{1}{2}})^2-10a^2=$

$=a^3+10a^2+25a-10a^2=a^3+25a$.

г) $(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{8}}+b^{\frac{1}{8}})(a^{\frac{1}{8}}-b^{\frac{1}{8}})=$

$=(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})\times((a^{\frac{1}{8}})^2-(b^{\frac{1}{8}})^2)=(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{8}\cdot 2}-b^{\frac{1}{8}\cdot 2})=.$

$=(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}})=(a^{\frac{1}{4}})^2-(b^{\frac{1}{4}})^2=a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

618. а) $x-2x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{1}{2}}(x^{1-\frac{1}{2}}-2)=x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-2)$.

б) $y+3y^{\frac{1}{3}}=y^{\frac{1}{3}}(y^{1-\frac{1}{3}}+3y^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}})=y^{\frac{1}{3}}(y^{\frac{2}{3}}+3)$.

в) $a^{\frac{1}{2}}-5a^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}-5a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}})=a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{1}{4}}-5)$.

г) $a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{6}}(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}-\frac{1}{6}})=a^{\frac{1}{6}}(a^{\frac{1}{6}}+1)$.

д) $b^{\frac{3}{4}}-2b^{\frac{1}{4}}=b^{\frac{1}{4}}(b^{\frac{3}{4}-\frac{1}{4}}-2b^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}})=b^{\frac{1}{4}}(b^{\frac{1}{2}}-2)$.

е) $c^{\frac{5}{3}}+6c^{\frac{2}{3}}=c^{\frac{2}{3}}(c^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}}+6c^{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}})=c^{\frac{2}{3}}(c+6)$.

ж) $(ab)^{\frac{1}{3}}-(ac)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{3}}-c^{\frac{1}{3}}\right)$.

з) $6^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}=(3\cdot2)^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{2}}\left(3^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\right)=2^{\frac{1}{2}}\left(3^{\frac{1}{2}}-1\right)$.

619. а) $2+2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{2}}(2^{1-\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}})=2^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}}+1)$.

б) $3-3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}(3^{1-\frac{1}{2}}-3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}})=3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}}-1)$.

в) $a+a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}(a^{1-\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}})=a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}+1)$.

г) $b^{\frac{1}{3}}-b=b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}-b^{1-\frac{1}{3}})=b^{\frac{1}{3}}(1-b^{\frac{2}{3}})$.

д) $15^{\frac{1}{3}}+20^{\frac{1}{3}}=(5\cdot3)^{\frac{1}{3}}+(5\cdot4)^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{3}}\cdot3^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\cdot4^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}}+4^{\frac{1}{3}})$.

е) $(2a)^{\frac{1}{2}}-(5a)^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}-5^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}\left(2^{\frac{1}{2}}-5^{\frac{1}{2}}\right)$.

620. а) $a-b=(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2=(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})$.

б) $a-b=(a^{\frac{1}{3}})^3-(b^{\frac{1}{3}})^3=(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}})$.

621. а) $m^2-5=m^2-5^{\frac{1}{2}\cdot2}=m^2-(5^{\frac{1}{2}})^2=(m+5^{\frac{1}{2}})(m-5^{\frac{1}{2}})$.

б) $2-x^2=2^{\frac{1}{2}\cdot2}-x^2=(2^{\frac{1}{2}})^2-x^2=(2^{\frac{1}{2}}+x)(2^{\frac{1}{2}}-x)$.

в) $a^3-4=(a^{\frac{3}{2}})^2-2^2=(a^{\frac{3}{2}}+2)(a^{\frac{3}{2}}-2)$.

г) $x^{\frac{2}{5}}-y^{\frac{4}{5}}=(x^{\frac{1}{5}})^2-(y^{\frac{2}{5}})^2=(x^{\frac{1}{5}}+y^{\frac{2}{5}})(x^{\frac{1}{5}}-y^{\frac{2}{5}})$.

д) $4-a=2^2-(a^{\frac{1}{2}})^2=(2+a^{\frac{1}{2}})(2-a^{\frac{1}{2}})$.

е) $m-n=(m^{\frac{1}{2}\cdot2}-n^{\frac{1}{2}\cdot2})=(m^{\frac{1}{2}})^2-(n^{\frac{1}{2}})^2=(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})$.

622. а) $x^3-2=x^3-2^{\frac{1}{3}\cdot3}=x^3-(2^{\frac{1}{3}})^3=(x-2^{\frac{1}{3}})(x^2+2^{\frac{1}{3}}x+2^{\frac{2}{3}})$.

б) $y^3+3=y^3+3^{\frac{1}{3}\cdot3}=y^3+(3^{\frac{1}{3}})^3=(y+3^{\frac{1}{3}})(y^2-3^{\frac{1}{3}}y+3^{\frac{2}{3}})$.

в) $m^{\frac{3}{2}}-8=m^{\frac{1}{2}\cdot3}-2^3=(m^{\frac{1}{2}})^3-2^3=(m^{\frac{1}{2}}-2)(m+2m^{\frac{1}{2}}+4)$.

г) $a^{\frac{6}{5}}+27=a^{\frac{2}{5}\cdot3}+3^3=(a^{\frac{2}{5}})^3+3^3=(a^{\frac{2}{5}}+3)(a^{\frac{4}{5}}-3a^{\frac{2}{5}}+9)$.

д) $x-5=x^{\frac{1}{3}\cdot3}-5^{\frac{1}{3}\cdot3}=(x^{\frac{1}{3}})^3-(5^{\frac{1}{3}})^3=(x^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}})$.

е) $4+y=4^{\frac{1}{3}\cdot3}+y^{\frac{1}{3}\cdot3}=(4^{\frac{1}{3}})^3+(y^{\frac{1}{3}})^3=(4^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}})(4^{\frac{2}{3}}-4^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}})$.

623. а) $a^{\frac{4}{3}}-1=a^{\frac{2}{3}\cdot 2}-1=(a^{\frac{2}{3}})^2-1^2=(a^{\frac{2}{3}}-1)(a^{\frac{2}{3}}+1)$.

б) $b^{\frac{3}{2}}-1=b^{\frac{1}{2}\cdot 3}-1=(b^{\frac{1}{2}})^3-1^3=(b^{\frac{1}{2}}-1)(b+b^{\frac{1}{2}}+1)$

в) $x-4=x^{\frac{1}{2}\cdot 2}-2^2=(x^{\frac{1}{2}})^2-2^2=(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)$.

г) $5-y=5^{\frac{1}{2}\cdot 2}-y^{\frac{1}{2}\cdot 2}=(5^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{2}})^2=(5^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})(5^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})$.

624. а) $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{1}{6}\cdot 3}+y^{\frac{1}{6}\cdot 3}=(x^{\frac{1}{6}})^3+(y^{\frac{1}{6}})^3=(x^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{6}})(x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{3}})$

б) $c^{\frac{1}{3}}+d^{\frac{1}{3}}=c^{\frac{1}{9}\cdot 3}+d^{\frac{1}{9}\cdot 3}=(c^{\frac{1}{9}})^3+(d^{\frac{1}{9}})^3=(c^{\frac{1}{9}}+d^{\frac{1}{9}})(c^{\frac{2}{9}}-c^{\frac{1}{9}}d^{\frac{1}{9}}+d^{\frac{2}{9}})$

в) $a^{-1}+b^{-1}=a^{-\frac{1}{3}\cdot 3}+b^{-\frac{1}{3}\cdot 3}=(a^{-\frac{1}{3}})^3+(b^{-\frac{1}{3}})^3=$

$=(a^{-\frac{1}{3}}+b^{-\frac{1}{3}})(a^{-\frac{2}{3}}-a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}+b^{-\frac{2}{3}})$.

625. а) $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{1}{6}\cdot 3}-y^{\frac{1}{6}\cdot 3}=(x^{\frac{1}{6}})^3-(y^{\frac{1}{6}})^3=(x^{\frac{1}{6}}-y^{\frac{1}{6}})(x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{3}})$

б) $x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{1}{12}\cdot 3}-y^{\frac{1}{12}\cdot 3}=(x^{\frac{1}{12}})^3-(y^{\frac{1}{12}})^3=(x^{\frac{1}{12}}-y^{\frac{1}{12}})(x^{\frac{1}{6}}+x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{12}}+y^{\frac{1}{6}})$

в) $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{9}\cdot 3}-b^{\frac{1}{9}\cdot 3}=(a^{\frac{1}{9}})^3-(b^{\frac{1}{9}})^3=(a^{\frac{1}{9}}-b^{\frac{1}{9}}a^{\frac{1}{9}}-b^{\frac{1}{9}})(a^{\frac{2}{9}}+a^{\frac{1}{9}}b^{\frac{1}{9}}+b^{\frac{2}{9}})$

626. а) $\dfrac{4\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}-3}=\dfrac{4\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}-3^{1-\frac{1}{2}})}=\dfrac{4}{1-3^{\frac{1}{2}}}$.

б) $\dfrac{2^{\frac{1}{4}}-2}{5\cdot 2^{\frac{1}{4}}}=\dfrac{2^{\frac{1}{4}}(2^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}-2^{1-\frac{1}{4}})}{5\cdot 2^{\frac{1}{4}}}=\dfrac{1-2^{\frac{3}{4}}}{5}$.

в) $\dfrac{x+x^{\frac{1}{2}}}{2x}=\dfrac{x^{\frac{1}{2}}(x^{1-\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}})}{2x}=\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+1}{2x^{\frac{1}{2}}}$.

г) $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{4}}(x^{\frac{1}{4}}-1)}{x^{\frac{3}{4}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x^{\frac{3}{4}-\frac{1}{4}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{4}}-1}{x^{\frac{1}{2}}}$.

д) $\dfrac{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{(a^{\frac{1}{3}})^2-(b^{\frac{1}{3}})^2}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}$

е) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}=\dfrac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$.

ж) $\dfrac{x-y}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=\dfrac{(x^{\frac12})^2-(y^{\frac12})^2}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=\dfrac{(x^{\frac12}-y^{\frac12})(x^{\frac12}+y^{\frac12})}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=x^{\frac12}-y^{\frac12}.$

з) $\dfrac{x^{\frac23}-x^{\frac13}y^{\frac13}+y^{\frac23}}{x+y}=\dfrac{x^{\frac23}-x^{\frac13}y^{\frac13}+y^{\frac23}}{x^{\frac13\cdot3}+y^{\frac13\cdot2}}=\dfrac{x^{\frac23}-x^{\frac13}\cdot y^{\frac13}+y^{\frac23}}{(x^{\frac13})^3+(x^{\frac13})^3}=$

$=\dfrac{x^{\frac23}-x^{\frac13}y^{\frac13}+y^{\frac23}}{(x^{\frac13}+y^{\frac13})(x^{\frac23}-x^{\frac13}y^{\frac13}+y^{\frac23})}=\dfrac{1}{x^{\frac13}+y^{\frac13}}.$

627. а) $\dfrac{3+3^{\frac12}}{3^{-\frac12}}=\dfrac{3^{\frac12}(3^{\frac12}+1)}{3^{-\frac12}}=3^{\frac12+\frac12}(3^{\frac12}+1)=3^{1,5}+3.$

б) $\dfrac{10}{10-10^{\frac12}}=\dfrac{10}{10^{\frac12}(10^{\frac12}-1)}=\dfrac{10^{1-\frac12}}{10^{\frac12}-1}=\dfrac{10^{\frac12}}{10^{\frac12}-1}.$

в) $\dfrac{x-y}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=\dfrac{(x^{\frac12})^2-(y^{\frac12})^2}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=\dfrac{(x^{\frac12}-y^{\frac12})(x^{\frac12}+y^{\frac12})}{x^{\frac12}+y^{\frac12}}=x^{\frac12}-y^{\frac12}.$

г) $\dfrac{b^{\frac12}-5}{b-25}=\dfrac{b^{\frac12}-5}{(b^{\frac12})^2-5^2}=\dfrac{b^{\frac12}-5}{(b^{\frac12}-5)(b^{\frac12}+5)}=\dfrac{1}{b^{\frac12}+5}.$

д) $\dfrac{c+2c^{\frac12}d^{\frac12}+d}{c-d}=\dfrac{(c^{\frac12})^2+2c^{\frac12}d^{\frac12}+(d^{\frac12})^2}{c^{\frac12\cdot2}-d^{\frac12\cdot2}}=\dfrac{(c^{\frac12}+d^{\frac12})^2}{(c^{\frac12})^2-(d^{\frac12})^2}=$

$=\dfrac{(c^{\frac12}+d^{\frac12})^2}{(c^{\frac12}-d^{\frac12})(c^{\frac12}+d^{\frac12})}=\dfrac{c^{\frac12}+d^{\frac12}}{c^{\frac12}-d^{\frac12}}.$

е) $\dfrac{m+n}{m^{\frac23}-m^{\frac13}n^{\frac13}+n^{\frac23}}=\dfrac{(m^{\frac13})^3+(n^{\frac13})^3}{m^{\frac23}-m^{\frac13}n^{\frac13}+n^{\frac23}}=\dfrac{(m^{\frac13})^3+(n^{\frac13})^3}{m^{\frac23}-m^{\frac13}n^{\frac13}+n^{\frac23}}=$

$=\dfrac{(m^{\frac13}+n^{\frac13})(m^{\frac23}-m^{\frac13}n^{\frac13}+n^{\frac23})}{m^{\frac23}-m^{\frac13}n^{\frac13}+n^{\frac23}}=m^{\frac13}+n^{\frac13}.$

628. а) $\dfrac{x^{\frac56}+x^{\frac13}}{x^{\frac56}-x^{\frac13}}=\dfrac{x^{\frac13}(x^{\frac56-\frac12}+x^{\frac13-\frac13})}{x^{\frac13}(x^{\frac56-\frac13}-x^{\frac13-\frac13})}=\dfrac{x^{\frac12}+1}{x^{\frac12}-1}.$

При $x=1,44$ $\dfrac{x^{\frac12}+1}{x^{\frac12}-1}=\dfrac{\sqrt{1,44}+1}{\sqrt{1,44}-1}=\dfrac{1,2+1}{1,2-1}=\dfrac{2,2}{0,2}=11.$

б) $\dfrac{m^{\frac{2}{3}}-2{,}25}{m^{\frac{1}{3}}+1{,}5}=\dfrac{(m^{\frac{1}{3}})^2-1{,}5^2}{m^{\frac{1}{3}}+1{,}5}=\dfrac{(m^{\frac{1}{3}}-1{,}5)(m^{\frac{1}{3}}+1{,}5)}{m^{\frac{1}{3}}+1{,}5}=m^{\frac{1}{3}}-1{,}5.$

При m=8 $m^{\frac{1}{3}}-1{,}5=\sqrt[3]{8}-1{,}5=\sqrt[3]{2^3}-1{,}5=2-1{,}5=0{,}5.$

в) $\dfrac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4}-\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}=\dfrac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2-2^2}-\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}=\dfrac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)}-$

$-\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}=\dfrac{2x^{\frac{1}{2}}-(x^{\frac{1}{2}}+2)}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)}=\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-2}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)}=\dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}+2}$

При x=9 $\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{1}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{1}{3+2}=\dfrac{1}{5}.$

г) $\dfrac{2}{y^{\frac{1}{4}}+3}-\dfrac{2}{y^{\frac{1}{4}}-3}=\dfrac{2(y^{\frac{1}{4}}-3)-2(y^{\frac{1}{4}}+3)}{(y^{\frac{1}{4}}+3)(y^{\frac{1}{4}}-3)}=\dfrac{2y^{\frac{1}{4}}-6-2y^{\frac{1}{4}}-6}{(y^{\frac{1}{4}})^2-3^2}=$

$=-\dfrac{12}{y^{\frac{1}{2}}-9}=-\dfrac{12}{\sqrt{y}-9}$. При y=100 $-\dfrac{12}{\sqrt{y}-9}=-\dfrac{12}{\sqrt{100}-9}=-\dfrac{12}{10-9}=-12.$

629. а) $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b}=\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}=\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-$

$-\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}=\dfrac{(a-b)(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})-(a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}=$

$=\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}b+ab^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}.$

б) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=\dfrac{a^{\frac{1}{2}\cdot3}-b^{\frac{1}{2}\cdot3}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{a^{\frac{1}{2}\cdot2}-b^{\frac{1}{2}\cdot2}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}=$

$=\dfrac{(a^{\frac{1}{2}})^3-(b^{\frac{1}{2}})^3}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\dfrac{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=$

$=\dfrac{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=$

$=(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})^2+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}\cdot2}-2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}\cdot2}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}\cdot2}+b^{\frac{1}{2}\cdot2}=a+b.$

630. а) $\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}+\frac{\sqrt{y}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}=\frac{x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})+y^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})}{(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})}=$

$=\frac{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{2}})^2}=\frac{x+y}{x-y}.$

б) $\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+\frac{b}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+$

$+\frac{b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=\frac{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})-a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=$

$=\frac{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2-a+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=\frac{a-b-a+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=\frac{0}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=0.$

в) $\left(\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}+\frac{p^{\frac{1}{2}}}{q-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}\right)\cdot\frac{pq^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}q}{p-q};$

1) $\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}+\frac{p^{\frac{1}{2}}}{q-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}=\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}(p^{1-\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}})}+\frac{p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}(q^{1-\frac{1}{2}}-p^{\frac{1}{2}})}=$

$=\frac{q^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}-p^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}})}=\frac{q-p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}})};$

2) $\frac{q-p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}})}\cdot\frac{pq^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}q}{p-q}=\frac{(q-p)p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}}+q^{\frac{1}{2}})}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}})(p-q)}=-\frac{p^{\frac{1}{2}}+q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}}}=\frac{q^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}-p^{\frac{1}{2}}}.$

631. а) $\begin{cases}21-4x+2(7x-0{,}5)<0,\\-4(x+0{,}5)-2x-1>0,\end{cases}$

$\begin{cases}21-4x+14x-1<0,\\-4x-2-2x-1>0,\end{cases}$

$\begin{cases}10x+20<0,\\-6x-3>0,\end{cases}$

$\begin{cases}x<-2,\\x<-0{,}5.\end{cases}$

б) $\begin{cases}2(0{,}5x-3)-3(2x+3)\ge 0,\\-(4x+7)+0{,}5(4x-6)\le 0,\end{cases}$

$\begin{cases}x-6-6x-9\ge 0,\\-4x-7+2x-3\le 0,\end{cases}$

$\begin{cases}-5x-15\ge 0,\\-2x-10\le 0,\end{cases}$

$\begin{cases}x\le -3,\\x\ge -5.\end{cases}$

632. Пусть расстояние от города до совхоза l км, а скорость автобуса v км/ч. Из первого условия получим следующее уравнение: $v+20=1{,}5v$, т.е. $v=40$. Из второго условия получим следующее уравнение:

$$\frac{l}{v-10}=\frac{l}{v}+1\text{, т.е. }\frac{l}{30}=\frac{l}{40}+1\text{. }10l=1200;\ .l=120\text{ (км).}$$

Ответ: 120 км.

633. Пусть расстояние от столицы до деревни l км, а скорость велосипедиста — v км/ч. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{l}{v-3}-\dfrac{l}{v}=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{l}{v}-\dfrac{l}{v+1}=\dfrac{1}{12}\end{cases}\qquad\begin{cases}l\dfrac{3}{v(v-3)}=\dfrac{1}{3}\\ l\dfrac{1}{v(v+1)}=\dfrac{1}{12}\end{cases}\qquad\begin{cases}\dfrac{v(v-3)}{9}=\dfrac{v(v+1)}{12}\\ l\dfrac{v(v+1)}{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}4v-12=3v+3\\ l=\dfrac{v(v+1)}{12}\end{cases}\qquad\begin{cases}v=15\\ l=\dfrac{15\cdot16}{12}=20\end{cases}$$

Ответ: 20 км.

634. а) $$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2+(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=$$

$$=\frac{7+2\sqrt{35}+5+7-2\sqrt{35}+5}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{24}{7-5}=12.$$

б) $$\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2+(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}}=$$

$$=\frac{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}{\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}}=\frac{4}{\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{4}{\sqrt{4-3}}=4.$$

635. а) не может;
б) не может.

636. а) Так как $D_f=(-\infty;\ 0)\cup(0;+\infty)$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x)=\frac{1}{(-x)^3+2(-x)}=\frac{1}{-x^3-2x}=-\frac{1}{x^3+2x}=-f(x),$$ следовательно,

$f(x)$ — нечетная функция.

б) Так как $D_f=\mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$f(-x)=\dfrac{1}{(-x)^2+7}=\dfrac{1}{x^2+7}=f(x)$, следовательно, $f(x)$ — четная функция.

в) Так как $f(-x)=\dfrac{1}{(-x)^4+3(-x)}=\dfrac{1}{x^4-3x}\neq f(x)$ и $\neq -f(x)$, следовательно, не является ни четной, ни нечетной функцией.

г) $D_f=\mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$f(-x)=|-x+3|+|-x-3|+|-(x-3)|+|-(x+3)|=|x-3|+|x+3|=f(x)$,

следовательно, $f(x)$ четная функция.

д) $D_f=\mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$f(-x)=|-x+5|-|-x-5|=|-(x-5)|-|-(x+5)|=|x-5|-|x+5|=$

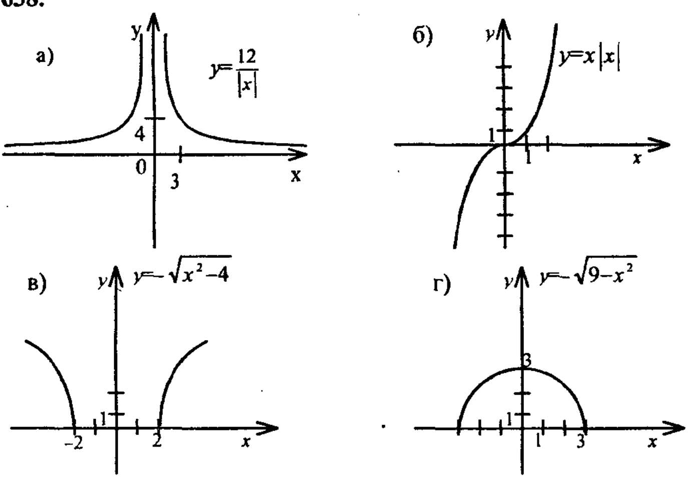
$=-(|x+5|-|x-5|)=-f(x)$, следовательно $f(x)$ нечетная функция.

е) $f(-x)=|-x+1|+|-x-2|=|-(x-1)|+|-(x+2)|=|x-1|+|x+2|\neq$

$\neq f(x)$ и $f(-x)\neq -f(x)$ — не является ни четной ни нечетной функцией.

637. а) может; в) может; б) не может; г) не может.

638.



639. а) убывает; б) возрастает.

640. По условию имеем: $g(-x)=g(x)$, $f(-x)=f(x)$

а) $y(x)=g(x)+f(x)$, $f(-x)=f(x)$, $g(-x)=g(x)$, значит, $y(-x)=$ $=g(-x)+f(-x)=g(x)+f(x)=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

б) $y(x)=f(x)-g(x), f(-x)=f(x), g(-x)=g(x)$, значит,
$y(-x)=f(-x)-g(-x)=f(x)-g(x)=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

в) $y(x)=g(x)\cdot f(x), f(-x)=f(x), g(-x)=g(x)$, значит,
$y(-x)=g(-x)\times f(-x)=g(x)\cdot f(x)=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

г) $y(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}, f(-x)=f(x), g(-x)=g(x)$, значит,
$y(-x)=\dfrac{f(-x)}{g(-x)}=\dfrac{f(x)}{g(x)}=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

641. По условию имеем: $f(-x)=-f(x)$; $g(-x)=-g(x)$.

а) $y(x)=g(x)+f(x), f(x)=-f(-x), g(x)=-g(-x)$, значит,
$y(-x)=g(-x)+f(-x)=-g(x)-f(x)=-y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

б) $y(x)=f(x)-g(x), f(x)=-f(x), g(x)=-g(x)$, значит, $y(-x)=$
$=f(-x)-g(x)=-f(x)+g(x)=-(f(x)-g(x))=-y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

в) $y(x)=g(x)\cdot f(x), f(x)=-f(-x), g(x)=-g(-x)$, значит,
$y(-x)=g(-x)\cdot f(-x)=-g(x)\cdot(-f(x))=g(x)\cdot f(x)=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

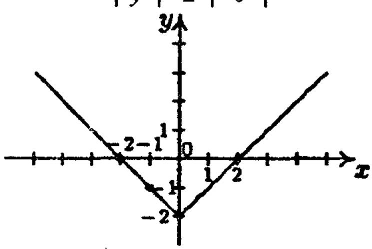
г) $y(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}, f(x)=-f(-x), g(x)=-g(-x)$, значит, $y(-x)=$
$=\dfrac{f(-x)}{g(-x)}=\dfrac{-f(x)}{-g(x)}=y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

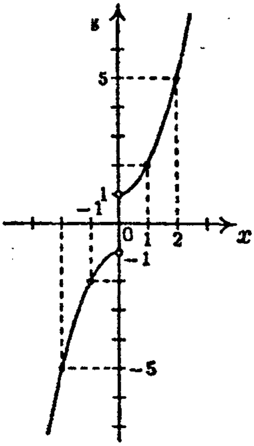
642. 1) Графиком функции $f(x)=x-2$ будет прямая

x	0	1
y	-2	-1

2) Графиком функции $f(x)=-x-2$ будет прямая

x	0	-2
y	-2	0





643. График функции $g(x) = x^2 + 1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2} = 0; \quad g_в = 1.$$

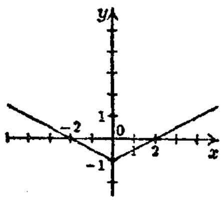
x	1	2	0	-1
y	2	5	1	2

График функции $g(x) = -x^2 - 1$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вниз.

Найдем координаты вершины параболы:

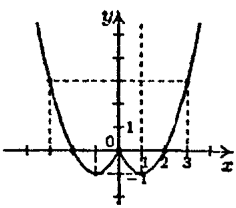
$$x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\cdot(-1)} = 0; \; g_в = -1.$$

x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	-2	-5	-10	-1	-2	-5	-10



644. а) Графиком функции $f(x)=\frac{1}{2}x-1$ будет прямая.

x	0	4
$иy$	−1	1



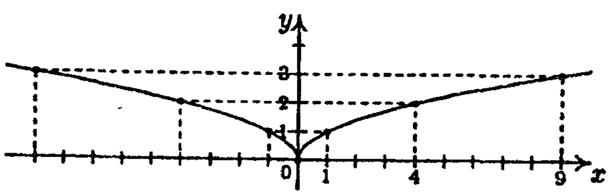
б) График функции $f(x)=x^2-2x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Координаты вершины параболы:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2\cdot 1}=1; \; y_в=1.$$

в) При $x \geq 0$ график функции при построим по точкам: при $x \leq 0$ график будет симметричен построенному относительно Оy.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

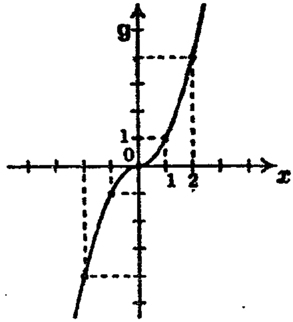


645. а) График функции $g(x)=x^2$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{0}{2\cdot 1}=0;\ g_в=0.$$

x	0	1	2	3	4
y	0	1	4	9	16

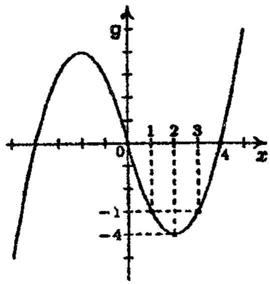


б) График функции $g(x)=x^2-4x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

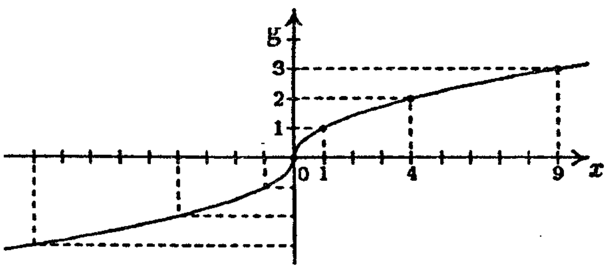
$$x_в=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2;\ g_в=4-4\cdot 2=-4.$$

x	0	1	2	4
y	0	–3	–4	0



в) Построим график функции $g(x)=\sqrt{x}$:

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



646. а) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно оси ординат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=f(x_0)$, то есть $f(x_0)$ — четная функция.

б) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно начала координат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; -f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=-f(x_0)$, то есть $f(x)$ — нечетная функция.

647. а) Да, при $k=0$ $y=b$ — четная функция.

б) Да, при $b=0$: $y=kx$ — нечетная функция.

648. Да, при $b=0$ и $a\neq 0$ $y=ax^2+c$ — является четной функцией.

649. а) Функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $5^{100}>4^{100}$.

б) Т.к. $0,87<0,89$ и функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $0,87^{100}<0,89^{100}$.

в) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $1,5^{261}<1,6^{261}$.

г) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{261}>\left(\frac{3}{5}\right)^{261}.$$

650. а) Функция $y=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$, значит, $2^{10}<3^{10}$.

б) Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $0,3^5>0,2^5$.

в) Функция $y=x^{17}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит,

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{17}<\left(\frac{8}{9}\right)^{17}.$$

г) $$\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\Rightarrow\left(\frac{4}{9}\right)^{10}=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{10}=\left(\frac{2}{3}\right)^{20};$$

д) $8^7=(2^3)^7=2^{21}$; $y=x^{21}$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$, значит, $3^{21}>2^{21}$, т.е. $3^{21}>8^7$.

е) $36^6=(36^2)^3=1296^3$. Функция возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$ и $1250<1296$, $1296^3>1250^3$, т.е. $36^6>1250^3$.

651. а) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)\Rightarrow f(25)>f(12)\Rightarrow f(25)-f(12)>0$.

б) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)\Rightarrow f(-30)<f(-20)\Rightarrow f(-30)-f(-20)<0$.

в) $f(0)=0\Rightarrow f(0)\cdot f(60)=0$.

г) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)\Rightarrow g(17)-g(5)>0$.

д) $g(-9)>0$; $g(-17)>0\Rightarrow g(-9)\cdot g(-17)>0$.

е) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)\Rightarrow g(38)>g(0)\Rightarrow g(38)-g(0)>0$.

652. а) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x\in[0;1]$, то $x^n\geq 0$, $x-1\leq 0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n\leq 0$, то есть $x^{n+1}\leq x^n$.

б) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x\in(1;+\infty)$, то $x^n\geq 0$, $x-1>0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n>0$, то есть $x^{n+1}>x^n$.

653. а) $8=2^n$, значит, $n=3$. б) $12,25=3,5^n$, значит, $n=2$.
в) $81=(-3)^n$, значит, $n=4$. г) $-32=(-2)^n$, значит, $n=5$.

654. а) $5=2^n$, $y=2^n$ возрастает. $2^2=4<5<8^2=2^3$, значит, не существует.

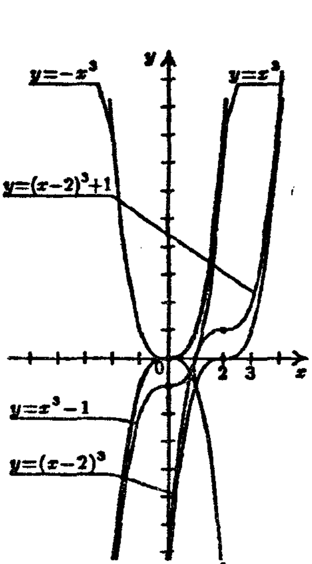
б) $81=(\sqrt{3})^n$, значит, $n=8$.

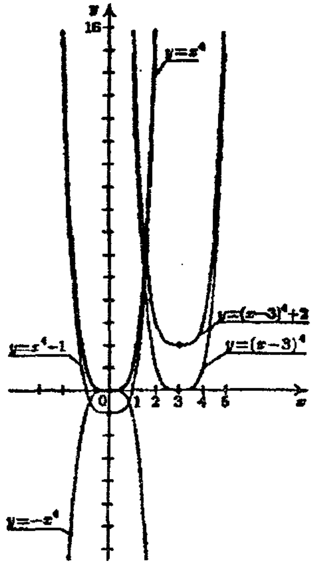
в) $415=(-5)^n$, значит, $n=2m$. $415=(-5)^{2m}=25^m$. $y=25^m$ — возрастает. $25^1=25<415<625=25^2$, значит, не существует. г) $-343=(-7)^n$, значит, $n=3$.

655. I. Построим график функции $y=x^3$. II. Построим график функции $y=x^3$

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	-1	-8	$-\frac{1}{8}$	0	1	8	9

x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-1	-16	$-\frac{1}{16}$	0	1	16	$\frac{1}{16}$





а) График функции $y=-x^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$, пользуясь симметрией относительно оси х.

б) График функции $y=x^3-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y.

в) График функции $y=(x-2)^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 2 единицы вправо вдоль оси x.

г) График функции $y=(x-2)^3+1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^3$ на 2 единицы вправо и на 1 единицу вверх.

д) График функции $y=-x^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$, пользуясь симметрией относительно оси x.

е) График функции $y=x^4-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y.

ж) График функции $y=(x-3)^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 3 единицы вправо вдоль оси x.

з) График функции $y=(x-3)^4+2$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^4$ на 3 единицы вправо и на 2 единицу вверх.

656. а) 2 корня: $x_{1,2}=\pm\sqrt[10]{2}$; б) 1 корень: $x = 0$; в) нет корней;

г) 1 корень: $x=\sqrt[7]{5}$; д) 1 корень: $x = 0$; е) 1 корень: $x=\sqrt[7]{-1}$.

657. а) $-0,5\sqrt[10]{1024}=-0,5\cdot\sqrt[10]{2^{10}}=-0,5\cdot2=-1.$

б) $-\frac{2}{3}\sqrt[7]{-2187}=\frac{2}{3}\sqrt[7]{2187}=\frac{2}{3}\sqrt[7]{3^7}=\frac{2}{3}\cdot3=2.$

в) $1,5\sqrt[9]{512}=1,5\sqrt[9]{2^9}=1,5\cdot2=3.$

г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}\cdot\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}\cdot\sqrt{\frac{49}{9}}=\sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{3\cdot7}{2\cdot3}=\frac{7}{2}.$

д) $\sqrt[3]{-125}\cdot\sqrt[7]{0,1^7}=-\sqrt[3]{5^3}\cdot0,1=-5\cdot0,1=-0,5.$

е) $\sqrt[4]{16^{-2}}\cdot\sqrt[3]{0,125^3}=\sqrt[4]{\frac{1}{16^2}}\cdot\sqrt[3]{0,125^3}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^4}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1\cdot1}{4\cdot8}=\frac{1}{32}.$

658. а) $\sqrt{x}=0,2$; $(\sqrt{x})^2=0,2^2$; $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2=0,04\Rightarrow x=0,04.$

б) $\sqrt[3]{y}=\frac{1}{2}$; $(\sqrt[3]{y})^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3\Rightarrow y=\frac{1}{8}.$

в) $\sqrt[4]{a}=-1$; нет решений, т.к. корень 4-ой степени из любого числа есть число неотрицательное.

г) $\sqrt[4]{b}=2$; $(\sqrt[4]{b})^4=2^4$; $\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4\Rightarrow b=16.$

д) $\sqrt[8]{x}=1$; $(\sqrt[8]{x})^8=1^8$; $\left(x^{\frac{1}{8}}\right)^8=1^8\Rightarrow x=1.$

е) $\sqrt[3]{y}=-2$; $(\sqrt[3]{y})^3=(-2)^3=-8$; $(y^{\frac{1}{3}})^3=(-2)^3\Rightarrow y=-8.$

659. а) При $x-2\geq0$; $x\geq2$ выражение имеет смысл.

б) При $\frac{9-x}{5}\geq0$; $x\leq9$.

в) При любом x выражение имеет смысл.

г) При $(a-5)(a-2)\geq0$, т.е. при $a\leq2$ или $a\geq5$.

д) При $y^2-5y+6\geq0$. Решим уравнение $y^2-5y+6=0$: $D=5^2-4\cdot6=1$;

$y=\frac{5+1}{2}=3$ или $y=\frac{5-1}{2}=2$; $y^2-5y+6=(y-3)(y-2)\geq0$, т.е. $y\leq2$ или $y\geq3$.

е) При $-b^2+6b-8\geq0$. Решим уравнение $-b^2+6b-8=0$; $b^2-6b+8=0$;

$D=6^2-4\cdot1\cdot8=4$; $b=\dfrac{6+\sqrt{4}}{2}=4$ или $b=\dfrac{6-\sqrt{4}}{2}=2\Rightarrow -b^2+6b-8=$

$=-(b-4)(b-2)\geq0$; $(b-4)(b-2)\leq0$, т.е. $2\leq b\leq4$.

660. а) $x^6=12$; $x=\pm\sqrt[6]{12}$. б) $x^9=5$; $x=\sqrt[9]{5}$.

в) $x^7=-3$; $x=\sqrt[7]{-3}=-\sqrt[7]{3}$. г) $x^{11}=2$; $x=\sqrt[11]{2}$.

д) $\sqrt[4]{x+1}=2$; $(\sqrt[4]{x+1})^4=2^4$; $\left((x+1)^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4\Rightarrow x+1=16$; $x=15$.

е) $\sqrt[5]{x-2}=1$;($\sqrt[5]{x-2})^5=1^5$; $x-2=1$; $x=3$.

661. а) $x^8+6x^4-7=0$. Пусть $x^4=y$; $y^2+6y-7=0$; $D=6^2-4\cdot(-7)=64$;

$y_1=\dfrac{-6+\sqrt{64}}{2}$ или $y_2=\dfrac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7$; $x^4=-7$; в первом случае $x_1=1$ или $x_2=-1$, во втором случае нет решений, т.к. правая часть равенства $x^4=-7$ – отрицательное число.

б) $x^{12}-9x^6+14=0$. Пусть $x^6=y$; $y^2-9y+14=0$; $D=9^2-4\cdot14=25$; $y_1=\dfrac{9+\sqrt{25}}{2}=7$ или $y_2=\dfrac{9-\sqrt{25}}{2}=2\Rightarrow x^6=7$ или $x^6=2$; в первом случае $x_{1,2}=\pm\sqrt[6]{7}$, во втором случае $x_{3,4}=\pm\sqrt[6]{2}$.

в) $x^6+11x^3+24=0$. Пусть $x^3=y$; $y^2+11y+24=0$; $D=11^2-4\cdot24=25$;

$y_1=\dfrac{-11+\sqrt{25}}{2}=-3$ или $y_2=\dfrac{-11-\sqrt{25}}{2}=-8\Rightarrow x^3=-3$ или $x^3=-8$; $x_1=-\sqrt[3]{3}$ или $x_2=\sqrt[3]{-8}=-2$.

г) $x^{14}-5x^7+6=0$. Пусть $x^7=y$; $y^2-5y+6=0$; $D=25-4\cdot6=1$;

$y_1=\dfrac{5+1}{2}=3$ или $y_2=\dfrac{5-1}{2}=2\Rightarrow x^7=3$ или $x^7=2$, т.е. $x_1=\sqrt[7]{3}$, $x_2=\sqrt[7]{2}$.

662. а) 1) $\sqrt[3]{x}=5$; $(\sqrt[3]{x})^3=5^3=125$; $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3=5^3\Rightarrow x=125$.

2) $\sqrt[3]{x}>5$; $(\sqrt[3]{x})^3>5^3$; $x>125$.

3) $\sqrt[3]{x}<5$; $(\sqrt[3]{x})^3<5^3$; $x<125$.

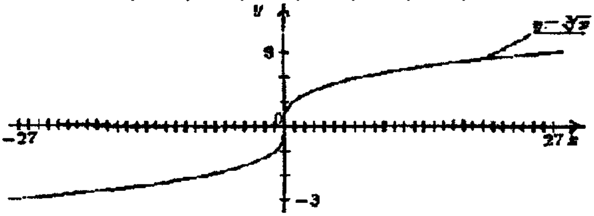
б) 1) $\sqrt[4]{x}=2$; $(\sqrt[4]{x})^4=2^4$; $\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^4=2^4\Rightarrow x=16$.

2) $\sqrt[4]{x}>2$; $(\sqrt[4]{x})^4>2^4$; $x>16$.

3) $\sqrt[4]{x}<2$; $(\sqrt[4]{x})^4<2^4$; $0\leq x<16$.

663. Построим график функции $y=\sqrt[3]{x}$

x	0	1	8	–1	–27
y	0	1	2	–1	–3



а) $\sqrt[3]{23}<\sqrt[3]{27}$; б) $\sqrt[3]{-5}<\sqrt[3]{-4}$; в) $\sqrt[3]{-0{,}1}<\sqrt[3]{-0{,}01}$.

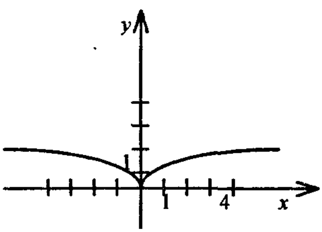
664. а) Так как 6<7, то $\sqrt[3]{6}<\sqrt[3]{7}$, следовательно, $\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{7}<0$.

б) Так как $\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$, то $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}>\sqrt[5]{\frac{1}{3}}$, следовательно, $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}-\sqrt[5]{\frac{1}{3}}>0$.

в) Так как 1>0,99, то $1>\sqrt[4]{0{,}99}$, следовательно, $1-\sqrt[4]{0{,}99}>0$.

г) Так как $0{,}28=\frac{7}{25}<\frac{2}{7}$, то $\sqrt[6]{0{,}28}<\sqrt[6]{\frac{2}{7}}$, следовательно,

$\sqrt[6]{0{,}28}-\sqrt[6]{\frac{2}{7}}<0$



665. а) $f(-x)=\sqrt{|-x|}=\sqrt{|x|}=f(x)$

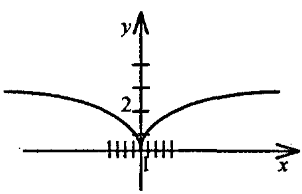
$D_f=R$

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y=f(x)$

При $x\geq 0$ $y=f(x)=\sqrt{x}$

При $x<0$ график будет симметричен относительно O_y.



б) $f(-x)=\sqrt[3]{|-x|}=\sqrt[3]{|x|}=f(x)$

$D_f=R$ — симметрична относительно нуля.

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y=f(x)$

При $x\geq 0$ $y=f(x)=\sqrt[3]{x}$

При $x<0$ график является симметричным относительно O_y.

666. а) $0<x<1$, следовательно, $\sqrt[10]{0} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1}$; $0< \sqrt[10]{x} <1$.

б) $1<x<1000$, следовательно, $\sqrt[10]{1} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$; $1< \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$.

в) $1000<x<10^{10}$, следовательно, $\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{10^{10}}$.

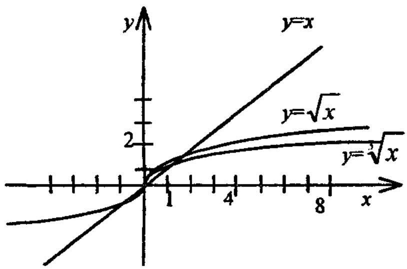
$\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} <10$.

667. а) $x-2\geq 0$, $x\geq 2$.

б) $5-2x\geq 0$; $2x\leq 5$; $x\leq 2{,}5$.

в) $y=\sqrt[3]{8x+1}$ определена при любом x.

668.



а) $\sqrt{x} = x$, значит,

$x = x^2$; $x(x-1)=0 \Rightarrow x_1^{\frac{1}{2}} = 0, x_2^{\frac{1}{2}} = 1$, т.е. $x_1=0$, $x_2=1$

$\sqrt{x} < x$, значит, $x>0$, т.к. корень 2-ой степени число неотрицательное

$\sqrt{x} > x$, значит, $x(x-1)<0$, т.е. $0<x<1$.

б) $\sqrt[3]{x} = x$, значит, $x=x^3$,

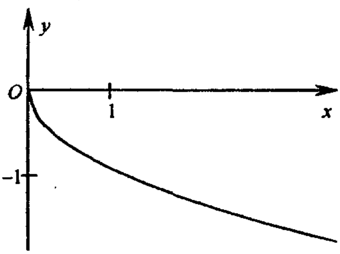
т.е. $x(x^2-1)=0$; $x(x-1)(x+1)=0$,

т.е. $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-1$.

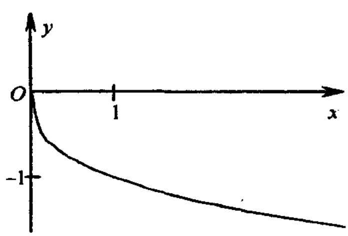
$\sqrt[3]{x} < x$, значит, $x<x^3$; $x(x^2-1)>0$; $-1<x<0$ или $x>1$.

$\sqrt[3]{x} > x$, значит, $x>x^3$; $x(x^2-1)<0$; $x<-1$ или $0<x<1$.

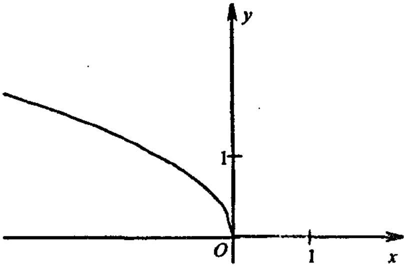
669. а) $y = -\sqrt{x}$;



б) $y = -\sqrt[3]{x}$;



в) $y=\sqrt{-x}$;



г) $y=\sqrt[3]{-x}$;

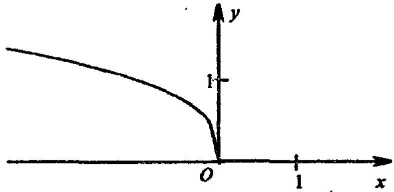


График функции $y=\sqrt{-x}$ лежит во II четверти и симметричен графику функции $y=-\sqrt{x}$ (III четверть) относительно оси Ox.

График функции $y=-\sqrt[3]{x}$ не отличается от графика функции $y=\sqrt[3]{-x}$ и они лежат во II и IV четвертях.

670. а) $\sqrt[3]{\frac{64\cdot27}{125}}=\frac{\sqrt[3]{64}\cdot\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{\sqrt[3]{4^3}\cdot\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{4\cdot3}{5}=\frac{12}{5}$.

б) $\sqrt[4]{\frac{81}{16\cdot625}}=\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{625}}=\frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{5^4}}=\frac{3}{2\cdot5}=\frac{3}{10}$.

в) $\sqrt[5]{\frac{3^{10}\cdot5^5}{7^{10}}}=\frac{\sqrt[5]{3^{10}}\cdot\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{7^{10}}}=\frac{\sqrt[5]{\left(3^2\right)^5}\cdot\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{\left(7^2\right)^5}}=\frac{3^2\cdot5}{7^2}=\frac{45}{49}$.

г) $\sqrt[6]{\frac{9^9}{2^{12}\cdot5^6}}=\frac{\sqrt[6]{9^9}}{\sqrt[6]{2^{12}}\cdot\sqrt[6]{5^6}}=\frac{\sqrt[6]{\left(3^2\right)^{3\cdot3}}}{\sqrt[6]{\left(2^2\right)^6}\cdot\sqrt[6]{5^6}}=\frac{3^3}{2^2\cdot5}=\frac{27}{20}=1\frac{7}{20}$.

671. а) $\sqrt{16x^3y}=\sqrt{16x^2}\cdot\sqrt{xy}=4|x|\sqrt{xy}$.

б) $\sqrt[4]{81ab^7}=\sqrt[4]{81b^4}\cdot\sqrt[4]{ab^3}=\sqrt[4]{3^4b^4}\cdot\sqrt[4]{ab^3}=3b\sqrt[4]{ab^3}$.

в) $\sqrt[3]{125a^5x^3}=\sqrt[3]{125a^3x^3}\cdot\sqrt[3]{a^2}=\sqrt[3]{5^3a^3x^3}\cdot\sqrt[3]{a^2}=5ax\sqrt[3]{a^2}$.

г) $\sqrt[3]{64b^{12}y^7}=\sqrt[3]{(4b^4y^2)^3}\sqrt[3]{y}=4b^4y^2\sqrt[3]{y}$.

672. а) $a\sqrt{\frac{5}{a}}=\sqrt{\frac{5a^2}{a}}=\sqrt{5a}$. б) $x\sqrt[3]{\frac{8}{x^2}}=\sqrt[3]{\frac{8x^3}{x^2}}=\sqrt[3]{2^3x^{3-2}}=2\sqrt[3]{x}$.

в) $b\sqrt[4]{\frac{3}{b^3}}=\sqrt[4]{\frac{3b^4}{b^3}}=\sqrt[4]{3b^{4-3}}=\sqrt[4]{3b}$.

г) $2c\sqrt[5]{\frac{1}{16c^4}}=\sqrt[5]{\frac{32\cdot c^5}{16c^4}}=\sqrt[5]{2c^{5-4}}=\sqrt[5]{2c}$.

673. а) Так как 32>8. Тогда:

$\sqrt[15]{32}=\sqrt[15]{2^5}=2^{\frac{5}{15}}=2^{\frac{1}{3}}>\sqrt[15]{8}=\sqrt[15]{2^3}=2^{\frac{3}{15}}=2^{\frac{1}{5}}$;

б) Так как $\frac{1}{9}<\frac{1}{3}$; тогда: $\sqrt[4]{\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt[4]{\frac{1}{3}};\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}<0$;

в) Так как 9>3; тогда: $\sqrt[2k]{9}=\sqrt[k]{3}>\sqrt[2k]{3};\sqrt[k]{3}-\sqrt[2k]{3}>0$;

г) Так как $\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$; тогда: $\sqrt[2k]{\frac{1}{4}}=\sqrt[k]{\frac{1}{2}}<\sqrt[2k]{\frac{1}{2}};\ \sqrt[k]{\frac{1}{2}}-\sqrt[2k]{\frac{1}{2}}<0$.

674. а) $\sqrt{2}=\sqrt[6]{2^3}=\sqrt[6]{8}$; $\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{3^2}=\sqrt[6]{9}$

Так как 6<8<9,

следовательно, $\sqrt[6]{6}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$;

б) $\sqrt{0,5}=\sqrt[6]{(0,5)^3}=\sqrt[6]{\frac{1}{8}}<\sqrt[6]{\frac{9}{100}}=\sqrt[3]{0,3}$

$\sqrt[3]{0,3}=\sqrt[15]{\left(\frac{3}{10}\right)^5}=\sqrt[15]{\frac{243}{100000}}<\sqrt[15]{\frac{8}{1000}}=\sqrt[3\cdot5]{\frac{2^3}{10^3}}=\sqrt[5]{\frac{2}{10}}=\sqrt[5]{0,2}$,

следовательно, $\sqrt{0,5}<\sqrt[3]{0,3}<\sqrt[5]{0,2}$.

675. а) $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}=1$. $\sqrt[3\cdot2]{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}=$

$=\sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}=\sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2\cdot(7+4\sqrt{3})}=$

$=\sqrt[6]{(4-4\sqrt{3}+3)(7+4\sqrt{3})}=\sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}=\sqrt[6]{(7^2-(4\sqrt{3})^2)}=$

$=\sqrt[6]{49-48}=1$.

б) $\sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})}:\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}=1$. $\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}:\sqrt[2\cdot3]{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=$

$=\sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})}:\sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{(\sqrt{2}-1)^2}}=\sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}+1}}=\sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}}=\sqrt[6]{1}=1$.

676. а) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{25}}=\dfrac{\sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{25})}\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}=\dfrac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{125}}=\dfrac{\sqrt[3]{15}}{5}$.

б) $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{10}}=\dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}}=\dfrac{\sqrt[3]{25}}{5}$.

в) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$.

г) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}-1}=\dfrac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}=\dfrac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^3-1^3}=$

$=\dfrac{2\left(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1\right)}{2}=\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1.$

д) $\dfrac{7}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}}=\dfrac{7(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2})}=$

$=\dfrac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{\left(\sqrt[3]{5}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2}\right)^3}=\dfrac{7\left(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}\right)}{5+2}=\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}$.

677. а) $\sqrt[3]{x}-2\sqrt[6]{x}=0$; $\sqrt[3]{x}=2\sqrt[6]{x}$; $(\sqrt[3]{x})^6=(2\sqrt[6]{x})^6$; $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6=2^6\left(x^{\frac{1}{6}}\right)^6$; $x^2=64x$; $x(x-64)=0$; $x_1=64$ или $x_2=0$.

б) $\sqrt[6]{x}-0{,}1=0$; $\sqrt[6]{x}=0{,}1$; $(\sqrt[6]{x})^6=0{,}1^6$; $x=0{,}000001$.

в) $\sqrt[10]{x}+5=0$; $\sqrt[10]{x}=-5$ нет решений, т.к. корень 10-ой степени число неотрицательное.

г) $\sqrt[6]{x}+2\sqrt[3]{x}-1=0$; пусть $\sqrt[6]{x}=y$, $2y^2+y-1=0$; $D=1+1\cdot2\cdot4=9$;
$y=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{4}$, $y_1=-1$ или $y_2=\dfrac{1}{2}$. В первом случае решений нет, т.к. корень 6-ой степени – число неотрицательное; во втором случае $\sqrt[6]{x}=\dfrac{1}{2}$; $x=(\dfrac{1}{2})^6$;

$x=\dfrac{1}{2^6}=\dfrac{1}{64}$.

д) $\sqrt{x}-5\sqrt[4]{x}+6=0$; пусть $\sqrt[4]{x}=y$ тогда $y^2-5y+6=0$; $D=25^2-6\cdot4=25-24=1$;
$y_{1,2}=\dfrac{5\pm1}{2}$; $y_1=3$ или $y_2=2$. В первом случае $\sqrt[4]{x}=3$; $x_1=3^4=81$; во втором случае $\sqrt[4]{x}=2$; $x_2=2^4=16$.

е) $\sqrt[4]{x}-2\sqrt[8]{x}-3=0$; пусть $\sqrt[8]{x}=y$, тогда $y^2-2y-3=0$; $D=2^2+3\cdot4=4+12=16$;

$y=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}$; $y_1=3$ или $y_2=-1$ — корней нет, т.к. левая часть – положительная, а правая - отрицательная; $\sqrt[8]{x}=3$; $x=6561$.

678. а) $2{,}5\sqrt{40}=2{,}5\cdot2\sqrt{10}=5\sqrt{10}=5\cdot10^{\frac{1}{2}}=5\cdot(5\cdot2)^{\frac{1}{2}}=5\cdot5^{\frac{1}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{3}{2}}\cdot2^{\frac{1}{2}}$

б) $-8\cdot\sqrt[3]{2}=-2^3\cdot2^{\frac{1}{3}}=-2^{3+\frac{1}{3}}=-2^{\frac{10}{3}}$

в) $a\sqrt{a}=a\cdot a^{\frac{1}{2}}=a^{1+\frac{1}{2}}=a^{\frac{3}{2}}$ г) $-b\cdot\sqrt[3]{b}=-b\cdot b^{\frac{1}{3}}=-b^{1+\frac{1}{3}}=-b^{\frac{4}{3}}$

д) $(x+1)^2\cdot\sqrt[4]{x+1}=(x+1)^2\cdot(x+1)^{\frac{1}{4}}=(x+1)^{2+\frac{1}{4}}=(x+1)^{\frac{9}{4}}$.

е) $(y-5)^3\cdot\sqrt[2]{y-5}=(y-5)^3\cdot(y-5)^{\frac{1}{2}}=(y-5)^{3+\frac{1}{2}}\ (y-5)^{\frac{7}{2}}$.

679. а) 512>64, поэтому

$\sqrt[6]{512}=\sqrt[6]{8^3}=8^{\frac{3}{6}}=8^{\frac{1}{2}}>\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{8^2}=8^{\frac{2}{6}}=8^{\frac{1}{3}}$.

б) 625>512, поэтому

$\sqrt[24]{625}=\sqrt[24]{5^4}=5^{\frac{4}{24}}=5^{\frac{1}{6}}>\sqrt[24]{512}=\sqrt[24]{8^3}=8^{\frac{3}{24}}=8^{\frac{1}{8}}$

в) 81<125, поэтому $\sqrt[12]{81}=\sqrt[12]{3^4}=3^{\frac{4}{12}}=3^{\frac{1}{3}}<\sqrt[12]{125}=\sqrt[12]{5^3}=5^{\frac{3}{12}}=5^{\frac{1}{4}}$

г) 81>64, поэтому $\sqrt[48]{81}=\sqrt[48]{3^4}=3^{\frac{4}{48}}=3^{\frac{1}{12}}>\sqrt[48]{64}=\sqrt[48]{4^3}=4^{\frac{3}{48}}=4^{\frac{1}{16}}$.

680. а) $(x-2)^{\frac{1}{2}}=4$; $((x-2)^{\frac{1}{2}})^2=4^2$; $x-2=16$; $x=18$.

б) $(x-2)^2=4^{\frac{1}{2}}$. Положим, $x-2=y\Rightarrow y^2=\sqrt{4}=2$;
$y=\pm\sqrt{2}$; $x-2=\pm\sqrt{2}$; $x_1=2+\sqrt{2}$, $x_2=2-\sqrt{2}$.

в) $(y+3)^{\frac{1}{4}}=-1$; $\sqrt[4]{y+3}=-1$ нет решений, т.к. корень 4-ой степени – число неотрицательное.

г) $(y+3)^{-1}=\frac{1}{4}$; $\frac{1}{y+3}=\frac{1}{4}$; $y+3=4$; $y=1$.

д) $(a-5)^{\frac{1}{3}}=0$; $a-5=0$; $a=5$. е) $(a-5)^0=\frac{1}{3}$ нет решений, т.к. $(a-5)^0=1$, но $\frac{1}{3}\neq1$.

681. а) $\sqrt[5]{\dfrac{1}{32}}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{1}$, значит, $\sqrt[5]{\dfrac{1}{2^5}}<x^{\frac{1}{5}}<1^{\frac{1}{5}}$;

$\dfrac{1}{32}^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<1^{\frac{2}{5}}$, значит,

$\sqrt[5]{\dfrac{1}{1024}}<x^{\frac{2}{5}}<1$; $\sqrt[5]{\dfrac{1}{4^5}}<x^{\frac{2}{5}}<1$; $\dfrac{1}{4}<x^{\frac{2}{5}}<1$.

б) $\sqrt[5]{1}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{32}$; $1<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{2^5}$; $1<x^{\frac{1}{5}}<2$;
$1^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<32^{\frac{2}{5}}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{1024}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{4^5}$; $1<x^{\frac{2}{5}}<4$.

в) $\sqrt[5]{32}<\sqrt[5]{x}<\sqrt[5]{1000}$; $\sqrt[5]{2^5}<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{1000}$; $2<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{1000}$
$32^{\frac{2}{5}}<x^{\frac{2}{5}}<1000^{\frac{2}{5}}$; $\sqrt[5]{1024}<x^{\frac{2}{5}}<\sqrt[5]{1000000}$;
$\sqrt[5]{4^5}<x^{\frac{1}{5}}<\sqrt[5]{10\cdot 10^5}$; $4<x^{\frac{2}{5}}<10\sqrt[5]{10}$.

682. а) $\dfrac{x^{\frac{3}{5}}}{x^{\frac{3}{10}}\cdot x^{\frac{2}{15}}}=x^{\frac{3}{5}-\frac{3}{10}-\frac{2}{15}}=x^{\frac{18-9-4}{30}}=x^{\frac{5}{30}}=x^{\frac{1}{6}}$.

б) $\dfrac{a^{-3,5}\cdot a^{3,8}}{a^{2,1}\cdot a^{-1,9}}=\dfrac{a^{-3,5}+a^{3,8}}{a^{2,1-1,9}}=\dfrac{a^{0,3}}{a^{0,2}}=a^{0,3-0,2}=a^{0,1}$.

в) $(m^{-0,6}\cdot m^{0,2})^{2,5}=(m^{-0,6+0,2})^{2,5}=(m^{-0,4})^{2,5}=m^{-0,4\cdot 2,5}=m^{-1}=\dfrac{1}{m}$

г) $\left(c^{\frac{3}{4}}c^{-\frac{1}{6}}\right)^{-1\frac{2}{7}}=\left(c^{\frac{9-2}{12}}\right)^{-\frac{9}{7}}=c^{-\frac{7}{12}\cdot\frac{9}{7}}=c^{-\frac{3}{4}}$

д) $\left(\dfrac{25a^{-2}}{4b^4}\right)^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{25}\cdot(a^{-2})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{4}\cdot(b^4)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{5a^{-2\cdot\frac{1}{2}}}{2b^{4\cdot\frac{1}{2}}}=\dfrac{5a^{-1}}{2b^2}=\dfrac{5}{2ab^2}$

е) $\left(\dfrac{8x^{12}}{y^6}\right)^{-\frac{1}{3}}=\left(\dfrac{y^6}{8x^{12}}\right)^{\frac{1}{3}}=\dfrac{y^{\frac{6}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}x^{\frac{12}{3}}}=\dfrac{y^2}{2x^4}$.

683. а) $\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt[10]{x^9}=x^{\frac{3}{5}}\cdot x^{\frac{9}{10}}=x^{\frac{3}{5}+\frac{9}{10}}=x^{\frac{6+9}{10}}=x^{\frac{15}{10}}=x^{\frac{3}{2}}$

б) $\dfrac{\sqrt[8]{x}}{\sqrt[4]{x^{-1}}}=\dfrac{x^{\frac{1}{8}}}{x^{-\frac{1}{4}}}=x^{\frac{1}{8}+\frac{1}{4}}=x^{\frac{1+2}{8}}=x^{\frac{3}{8}}$.

в) $\sqrt[3]{x^2\sqrt[4]{x}}=(x^2x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{1}{12}}=x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{12}}=x^{\frac{9}{12}}=x^{\frac{3}{4}}$

684.

а) $\left(\dfrac{x^{\frac{8}{3}}\cdot x^{-\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left(\dfrac{x^{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left(\dfrac{x^2}{x^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}=\dfrac{x^{2\left(-\frac{3}{2}\right)}}{x^{\frac{4}{3}\left(-\frac{3}{2}\right)}}=\dfrac{x^{-3}}{x^{-2}}=x^{-3+2}=$

$=x^{-1}=\dfrac{1}{x}$. Если $x=0{,}008$, то $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{0{,}008}=125$.

б) $\left(\dfrac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x^{-1}}}\right)^{\frac{3}{4}}=\left(\dfrac{x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{4}}=\dfrac{(x^{\frac{-3+2}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{3-2}{6}})^{\frac{3}{4}}}=\dfrac{(x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}=$

$=\dfrac{x^{-\frac{1\cdot 3}{6\cdot 4}}}{x^{\frac{1\cdot 3}{6\cdot 4}}}=x^{-\frac{1}{8}}:x^{\frac{1}{8}}=x^{-\frac{1}{8}-\frac{1}{8}}=x^{-\frac{1}{4}}$

Если $x=0{,}0625$, то $x^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{(0{,}5)^4}}=\dfrac{1}{0{,}5}=2$.

685. а) $\begin{cases}x_1=8\\ y_1=4\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=8\\ y_2=-4\end{cases}$ б) $\begin{cases}x_1=1\\ y_1=27\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=1\\ y_2=-27\end{cases}$

686. а) $xy=t^{-\frac{1}{2}}\cdot t^{\frac{1}{2}}=t^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=t^0=1$; $xy=1$

б) $x=t^{\frac{2}{3}}=(t^{\frac{1}{3}})^2=y^2$; $x=y^2$

в) $x=t^{\frac{1}{2}}$; $x^2=(t^{\frac{1}{2}})^2=t=(t^{\frac{1}{3}})^3=y^3$; $x^2=y^3$

687. а) $a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})-(a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}=$

$=a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}-(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\cdot(b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}=$

$=a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{3}}=a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}$.

б) $(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{4}})+(y^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}}=(x^{\frac{1}{2}})^2-(y^{\frac{1}{4}})^2+y^{\frac{1}{2}}=$

$=x-y^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=x$.

688. а) $2a^{-0,5}-3a=a^{-0,5}(2a^{-0,5+0,5}-3a^{1+0,5})=a^{-0,5}(2-3a^{1,5})$.

б) $3a^{-0,5}+5a^{0,5}=a^{-0,5}(3a^{-0,5+0,5}+5a^{0,5+0,5})=a^{-0,5}(3+5a)$.

в) $6a-1=a^{-0,5}(6a^{1+0,5}-a^{-0,5})=a^{-0,5}(6a^{1,5}-a^{-0,5})$.

689. а) $x^{\frac{2}{3}}-4=x^{\frac{1}{3}\cdot 2}-2^2=(x^{\frac{1}{3}})^2-2^2=(x^{\frac{1}{3}}-2)(x^{\frac{1}{3}}+2)$.

б) $a^{\frac{4}{3}}-5=(a^{\frac{2}{3}})^2-(5^{\frac{1}{2}})^2=(a^{\frac{2}{3}}-\sqrt{5})(a^{\frac{2}{3}}+\sqrt{5})$.

в) $m^{\frac{1}{2}}-25=m^{\frac{1}{4}\cdot 2}-5^2=(m^{\frac{1}{4}})^2-5^2=(m^{\frac{1}{4}}-5)(m^{\frac{1}{4}}+5)$.

г) $3-2x^{\frac{1}{3}}=(3^{\frac{1}{2}})^2-(2^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}})^2=(\sqrt{3}-\sqrt{2}\ x^{\frac{1}{6}})(\sqrt{3}+\sqrt{2}\ x^{\frac{1}{6}})$.

д) $c^{0,8}-x^{0,5}=(c^{0,4})^2-(x^{0,25})^2=(c^{0,4}-x^{0,25})(c^{0,4}+x^{0,25})$.

е) $p-p^{0,6}=p^{\frac{1}{2}\cdot 2}-p^{0,3\cdot 2}=(p^{0,5})^2-(p^{0,3})^2=(p^{0,5}-p^{0,3})(p^{0,5}+p^{0,3})$.

690. а) $a-8=a^{\frac{1}{3}\cdot 3}-2^3=(a^{\frac{1}{3}})^3-2^3=(a^{\frac{1}{3}}-2)(a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}+4)$.

б) $1+27b=1^3+3^3b^{\frac{1}{3}\cdot 3}=1^3+(3b^{\frac{1}{3}})^3=(1+3b^{\frac{1}{3}})(1-3b^{\frac{1}{3}}+9b^{\frac{2}{3}})$.

в) $a^{0,6}-b^{0,6}=(a^{0,2})^3-(b^{0,2})^3=(a^{0,2}-b^{0,2})(a^{0,4}+a^{0,2}\ b^{0,2}+b^{0,4})$.

г) $x^{0,9}+125=x^{0,3\cdot 3}+5^3=(x^{0,3})^3+5^3=(x^{0,3}+5)(x^{0,6}-5x^{0,3}+25)$.

691. а) $\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-y=\sqrt{x}-\sqrt{y}+(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2=(\sqrt{x}-\sqrt{y})+$
$+(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})=(\sqrt{x}-\sqrt{y})(1+\sqrt{x}+\sqrt{y})$;

б) $\sqrt{a}+a+\sqrt{b}-b=(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=(\sqrt{a}+\sqrt{b})+$
$+(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(1+\sqrt{a}-\sqrt{b})$;

в) $x^{\frac{3}{2}}+4x^{\frac{3}{4}}+4=(x^{\frac{3}{4}})^2+2\cdot 2x^{\frac{3}{4}}+2^2=(x^{\frac{3}{4}}+2)^2$;

г) $x-2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+a=x^{\frac{1}{2}\cdot 2}-2x^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}\cdot 2}=(x^{\frac{1}{2}})^2-2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+(a^{\frac{1}{2}})^2=(x^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}})^2$;

д) $x+2x^{\frac{1}{2}}-8=(x^{\frac{1}{2}})^2+2x^{\frac{1}{2}}+1-9=(x^{\frac{1}{2}}+1)^2-3^2=$

$=(x^{\frac{1}{2}}+1-3)(x^{\frac{1}{2}}+1+3)=(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+4)$;

е) $6x^{-\frac{1}{2}}-5x^{-\frac{1}{4}}+1=6x^{-\frac{1}{2}}-3x^{-\frac{1}{4}}-2x^{-\frac{1}{4}}+1=$

$=3x^{-\frac{1}{4}}(2x^{-\frac{1}{4}}-1)-(2x^{-\frac{1}{4}}-1)=(3x^{-\frac{1}{4}}-1)(2x^{-\frac{1}{4}}-1)$.

692. При

$$x=\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}};\ y=\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}};\ \frac{xy}{x+y}=\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right):\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right);$$

1) $$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}=\frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}\cdot 2}-b^{\frac{1}{2}\cdot 2}}=\frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a-b};$$

2) $$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})+b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}=$$

$$=\frac{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+b}{a-b}=\frac{a+b}{a-b};\ 3)\ \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a-b}:\frac{a+b}{a-b}=\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a-b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a+b}$$

693. а) Положим, $c^{\frac{1}{2}}=y$; $18y^2+3y-10=0$; $D=3^2-4\cdot 18\cdot(-10)=729$;

$y=\frac{-3+\sqrt{729}}{36}=\frac{2}{3}$ или $y=\frac{-3-\sqrt{729}}{36}=-\frac{5}{6}<0$, — корней нет, т.к. $c^{\frac{1}{2}}$ должно быть неотрицательным числом; $c^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$; $c=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$.

б) Положим, $x^{-\frac{1}{2}}=y$; $21y^2-6y-15=0$; $D=6^2-4\cdot 21\cdot(-15)=1296$;

$y=\frac{6+\sqrt{1296}}{42}=1$ или $y=\frac{6-\sqrt{1296}}{42}=-\frac{5}{7}<0$, — корней нет, так как $x^{-\frac{1}{2}}$ должно быть неотрицательным числом, $x^{-\frac{1}{2}}=1$, $x=1$

в) Положим, $y^{\frac{1}{3}}=v$; $3v^2+5v-2=0$; $D=5^2-4\cdot3\cdot(-2)=49$;

$v_1=\frac{-5+\sqrt{49}}{6}=\frac{1}{3}$ или $v_2=\frac{-5-\sqrt{49}}{6}=-2$, — корней нет; $y=(\frac{1}{3})^3=\frac{1}{27}$.

г) Положим, $a^{-\frac{1}{3}}=y$; $2y^2-7y+3=0$; $D=7^2-4\cdot2\cdot3=25$; $y_1=\frac{7+\sqrt{25}}{4}=3$ или

$y_2=\frac{7-\sqrt{25}}{4}=\frac{1}{2}$; $a_1=3^{-3}$ или $a_2=(\frac{1}{2})^{-3}$; $a=\frac{1}{27}$, $a=8$.

694. а) $v=\frac{1}{t^{\frac{2}{3}}}+1=\frac{1+t^{\frac{2}{3}}}{t^{\frac{2}{3}}}=\frac{u}{t^{\frac{2}{3}}}$; $t^{\frac{2}{3}}=u-1$, следовательно, $v=\frac{u}{u-1}$;

$v(u-1)=u$; $vu-v=u$; $vu=u+v$; б) $u^4=t+2$; $v^4=2-t$; $u^4+v^4=4$.

695. а) 1) $\frac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{3}}}\cdot\frac{m^{\frac{5}{6}}+m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{2}}}{m-n}=\frac{(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})\cdot m^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}{m^{\frac{1}{3}}\cdot(m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}})}=1$

2) $\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}-1=\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}-m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}=$

$=\frac{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-1)}{n^{\frac{1}{6}}m^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}-1)}=m^{\frac{1}{6}}\cdot n^{\frac{1}{6}}$.

б) 1) $\frac{x^{\frac{1}{6}}-x^{\frac{1}{3}}}{1+x}+\frac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}}=\frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{(1+x^{\frac{1}{3}})(1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})}=$

$=\frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x}+\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{1^3+(x^{\frac{1}{3}})^3}=\frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{2\frac{1}{6}}+x^{\frac{1}{6}})}{1+x}=\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}$;

2) $\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}\cdot\frac{1+x}{1-x}=\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{(1-x^{\frac{1}{2}})(1+x^{\frac{1}{2}})}=\frac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}}$.

696. $$\frac{(a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}}-(a-b)^{\frac{1}{2}}}=\frac{((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})}{((a+b)^{\frac{1}{2}}-(a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}}+(a-b)^{\frac{1}{2}})}=$$

$$=\frac{a+b+2(a+b)^{\frac{1}{2}}(a-b)^{\frac{1}{2}}+a-b}{((a+b)^{\frac{1}{2}})^2-((a-b)^{\frac{1}{2}})^2}=\frac{2a+2\sqrt{(a+b)(a-b)}}{a+b-a+b}=$$

$$=\frac{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}{2b}=\frac{2(a+\sqrt{a^2-b^2})}{2b}=\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}.$$

Если $b=\frac{4a}{5}$ и $a>0$, то $\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}=\frac{a+\sqrt{a^2-\frac{16a^2}{25}}}{\frac{4a}{5}}=$

$$=\frac{5(a+\sqrt{\frac{25a^2-16a^2}{25}})}{4a}=\frac{5(a+\sqrt{\frac{9a^2}{25}})}{4a}=\frac{5(a+\frac{3a}{5})}{4a}=\frac{5(5a+3a)}{4a\cdot 5}=$$

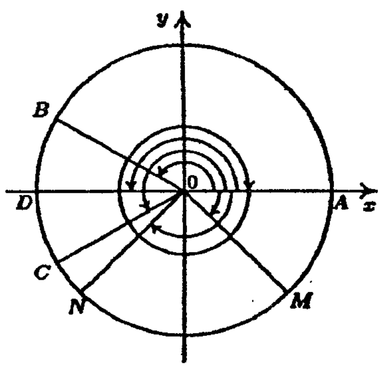
$$=\frac{5\cdot 8a}{4a\cdot 5}=\frac{8a}{4a}=2.$$

ГЛАВА V. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

§ 12. Тригонометрические функции любого угла

697.

$\angle AOB=150°$;
$\angle AOD=210°$;
$\angle AOC=540°$;
$\angle AON=-45°$;
$\angle AOL=-135°$.



698. $A\to B=400°$; $A\to C=-210°$; $A\to D=240°$

699. а) $\alpha=282°$; $270°<282°<360°$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

б) $\alpha=190°$; $180°<190°<270°$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

в) $\alpha=100°$; $90°<100°<180°$, значит, $\alpha \in II$ четверти.

г) $\alpha=-20°$; $270°<-20°<360°$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

д) $\alpha=-110°$; $180°<-110°<270°$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

е) $\alpha=4200°$; $4200°=360°\cdot 11+240°$; $180°<240°<270°$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

700. а) $\alpha=179°$; $90°<179°<180°$, значит, $\alpha \in II$ четверти.

б) $\alpha=325°$; $270°<325°<360°$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

в) $\alpha=-150°$; $180°<-150°<270°$, значит, $\alpha \in III$ четверти.

г) $\alpha=-10°$; $270°<-10°<360°$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

д) $\alpha=800°$; $800°=360°\cdot 2+80°$; $0°<80°<90°$, значит, $\alpha \in I$ четверти.

е) $\alpha=10000°$; $10000°=360°\cdot 27+280°$; $270°<280°<360°$, значит, $\alpha \in IV$ четверти.

701. а) $770°=2\cdot 360°+50°$; $-310°=-360+50°$.

б) $480°=360°+120°$; $1560°=4\cdot 360°+120°$; $-240°=-360°+120°$.

702. а) $420°=360°+60°$; $\alpha=60°$; б) $-210°=-360+150°$; $\alpha=150°$;

в) $-700°=-2\cdot 360°+20°$; $\alpha=20°$.

703. $\sin 35°=\frac{y}{R}\approx\frac{1,7}{3}\approx 0,6$;

$\cos 35°=\frac{x}{R}\approx\frac{2,4}{3}\approx 0,8$; $\operatorname{tg} 35°=\frac{\sin 35°}{\cos 35°}=\frac{y}{x}\approx\frac{1,7}{2,4}\approx 0,7$;

$\operatorname{ctg} 35°=\frac{x}{y}\approx\frac{2,4}{1,7}\approx 1,4$.

$\sin 160°=\frac{y}{R}\approx\frac{1,1}{3}\approx 0,4$; $\cos 160°=\frac{x}{R}\approx\frac{-2,8}{3}\approx -0,9$; $\operatorname{tg} 160°=\frac{y}{x}\approx\frac{1,1}{-2,8}\approx -0,4$;

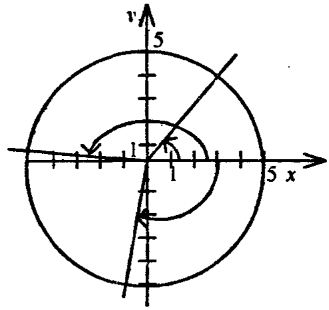
$\operatorname{ctg} 160°=\frac{x}{y}\approx\frac{-2,8}{1,1}\approx -2,6$.

$\sin 230°=\frac{y}{R}\approx\frac{-2,2}{3}\approx -0,7$; $\cos 230°=\frac{x}{R}\approx-\frac{1,9}{3}\approx -0,6$;

$\operatorname{tg} 230°=\frac{y}{x}\approx\frac{-2,2}{-1,9}\approx 1,2$; $\operatorname{ctg} 230°=\frac{x}{y}\approx\frac{-1,9}{-2,2}\approx 0,9$;

$\sin(-75°)=\frac{y}{x}\approx\frac{-2,9}{3}\approx -1,0$; $\cos(-75°)=\frac{x}{R}\approx\frac{0,8}{3}\approx 0,3$;

$\operatorname{tg}(-75°)=\frac{y}{x}\approx\frac{-2,9}{0,8}\approx -3,6$; $\operatorname{ctg}(-75°)=\frac{x}{y}\approx\frac{0,8}{-2,9}\approx -0,3$.



704. $\sin\alpha=\frac{y}{R}$; $\cos\alpha=\frac{x}{R}$;

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x}$; $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$.

1) $\sin 50°=\frac{y}{R}=\frac{4}{5}=0{,}8;$

$\cos 50°=\frac{x}{R}=\frac{3}{5}=0{,}6;$

$\operatorname{tg}50°=\frac{y}{x}=\frac{4}{3}=1{,}3;$ $\operatorname{ctg}50°=\frac{x}{y}=\frac{3}{4}=0{,}75.$

2) $\sin 175°=\frac{y}{R}\approx\frac{1}{5}=0{,}2;$

$\cos 175°=\frac{x}{R}\approx\frac{-5}{5}=-1;$

$\operatorname{tg}175°=\frac{y}{x}=\frac{1}{-5}=-0{,}2;$

$\operatorname{ctg}50°=\frac{x}{y}\approx\frac{-5}{1}\approx-5.$

3) $\sin(-100°)=\frac{y}{R}\approx\frac{-5}{5}=-1,$

$\cos(-100°)=\frac{x}{R}=\frac{-1}{5}=-0{,}2.$

$\operatorname{tg}(-100°)=\frac{y}{x}=\frac{-5}{-1}=5,$

$\operatorname{ctg}(-100°)=\frac{x}{y}=\frac{-1}{-5}=0{,}2.$

705. а) $2\cos 60°+\sqrt{3}\cos 30°=2\cdot\frac{1}{2}+\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1+\frac{3}{2}=2\frac{1}{2}$

б) $5\sin 30°-\operatorname{ctg}45°=5\cdot\frac{1}{2}-1=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$.

в) $2\sin 30°+6\cos 60°-4\operatorname{tg}45°=2\cdot\frac{1}{2}+6\cdot\frac{1}{2}-4\cdot 1=1+3-4=4-4=0$

г) $3\operatorname{tg}45°\cdot\operatorname{tg}60°=3\cdot 1\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

д) $4\operatorname{tg}60°\cdot\sin 60°=4\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2(\sqrt{3})^2=2\cdot 3=6.$

е) $12\sin 60°\cdot\cos 60°=12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{12\cdot\sqrt{3}}{4}=3\sqrt{3}$

706. а) $2\sin 60°\cdot\operatorname{ctg}60°=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{(\sqrt{3})^2}{3}=\frac{3}{3}=1$

б) $2\sin 45°-4\cos 30°=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

в) $7tg30°\cdot ctg30°=7\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{3}=7\cdot\frac{(\sqrt{3})^2}{3}=7:\frac{3}{3}=7.$

г) $6ctg60°-2\sin60°=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}.$

707. а) $\sin\alpha=1$; $\alpha=90°$; $\alpha=90°+360°=450°$; $\alpha=450°+360°=810°$; $\alpha=810°+360°=1170°$;...

б) $\cos\alpha=-1$; $\alpha=180°$; $\alpha=180°+360°=540°$; $\alpha=540°+360°=900°$; $\alpha=900°+360°=1260°$;...

в) $\sin\alpha=0$; $\alpha=0°$; $\alpha=0°+360°=360°$; $\alpha=360°+360°=720°$; $\alpha=720°+360°=1080°$;...

г) $tg\alpha=0$; $\alpha=0°$; $180°$; $360°$;...

708. а) $\sin\beta=-1$; $\beta=-90°$; $\beta=-90°+360°=270°$; $\beta=270°+360°=630°$;

б) $\cos\beta=1$; $\beta=0°$; $\beta=0°+360°=360°$; $\beta=360°+360°=720°$;

в) $\cos\beta=0$; $\beta=90°$; $\beta=90°+360°=450°$; $\beta=450°+360°=810°$;

г) $ctg\beta=0$; $\beta=90°$; $\beta=450°$; $\beta=270°$.

709. а) Так как $-1\le\sin\alpha\le1$, то $0\le1+\sin\alpha\le2$;

б) Так как $-1\le\cos\alpha\le1$, то $1\le2-\cos\alpha\le3$.

710. а) Так как $-1\le\sin\alpha\le1$, то $0\le1-\sin\alpha\le2$;

б) Так как $-1\le\cos\alpha\le1$, то $1\le2+\cos\alpha\le3$.

711. а) $\alpha=90°$; $450°$; $270°$; $810°$; б) $\alpha=0°$; $360°$; $180°$; $540°$.

712. а) не может, так как $\sqrt{2}>1$; б) может, так как $\frac{1}{\sqrt{2}}<1$;

в) не может, так как $\frac{1+\sqrt{3}}{2}>1$; г) может, так как $\frac{1-\sqrt{3}}{2}<1$.

713. а) $2\cos0°-4\sin90°+5tg180°=2\cdot1-4\cdot1+5\cdot0=2-4+0=-2.$

б) $2ctg90°-3\cos270°+5\sin0°=2\cdot0-3\cdot0+5\cdot0=0.$

в) $tg360°-\frac{3}{4}\sin270°-\frac{1}{4}\cos180°=0-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{1}{4}\cdot(-1)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1.$

714. а) $\sin0°+2\cos60°=0+2\cdot\frac{1}{2}=1.$

б) $tg60°\sin60\cdot ctg30°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}.$

в) $4\sin90°-3\cos180°=4\cdot1-3\cdot(-1)=4+3=7.$

г) $3ctg90°-3\sin270°=3\cdot0-3\cdot(-1)=3.$

715. а) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin0°+\cos0°=0+1=1$.

б) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin45°+\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

в) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin90°+\cos90°=1+0=1$.

г) $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin180°+\cos180°=0+(-1)=-1$.

716. а) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos30°+\cos45°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

б) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos60°+\cos90°=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$.

в) $\cos2\alpha+\cos3\alpha=\cos180°+\cos270°=-1+0=-1$.

717. а) $\sin30°+\sin2\cdot30°+\sin3\cdot30°=\sin30°+\sin60°+\sin90°=$

$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{1+\sqrt{3}+2}{2}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

б) $\mathrm{tg}45°+\mathrm{tg}30°=1+\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3+\sqrt{3}}{3}$.

718. 1) $\frac{a^{0,5}+b^{0,5}}{a^{0,5}}-\frac{b^{0,5}}{a^{0,5}+b^{0,5}}=\frac{(a^{0,5}+b^{0,5})(a^{0,5}+b^{0,5})-b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}$

$=\frac{a+2a^{0,5}b^{0,5}+b-b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}=\frac{a+a^{0,5}b^{0,5}+b}{a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}$;

2) $\frac{a^{1,5}+b^{1,5}}{a^{0,5}}:\frac{a+a^{0,5}b^{0,5}+b}{a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}=\frac{(a^{0,5})^3(b^{0,5})^3}{a^{0,5}}:$

$:\frac{a+a^{0,5}b^{0,5}+b}{a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}=\frac{(a^{0,5}-b^{0,5})(a+a^{0,5}b^{0,5}+b)\cdot a^{0,5}(a^{0,5}+b^{0,5})}{a^{0,5}(a+a^{0,5}b^{0,5}+b)}=$

$=(a^{0,5})^2-(b^{0,5})^2=a-b$.

719. а) $\begin{cases}2x-3y=2,\\x^2+y^2=20;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{2+3y}{2},\\x^2+y^2=20;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{2+3y}{2},\\\frac{(2+3y)^2}{4}+y^2=20;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{2+3y}{2},\\(2+3y)^2+4y^2)=80;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{2+3y}{2}\\4+12y+9y^2+4y^2=80\end{cases}$

$13y^2+12y-76=0$; $D=12^2-4\cdot13\cdot(-76)=4096>0$;

следовательно, прямая и окружность пересекаются в двух точках;

б) $\begin{cases} x+7y=50, \\ x^2+y^2=50; \end{cases}$ $\begin{cases} x=50-7y, \\ (50-7y)^2+y^2=50; \end{cases}$ $\begin{cases} x=50-7y \\ 2500-700y+49y^2+y^2=50 \end{cases}$

Решим уравнение:

$y^2-14y+49=0$; $D=14^2-4\cdot 49=196-196=0$.

Следовательно, прямая и окружность имеют одну точку пересечения, т.е. прямая касается окружности.

720. а) $\dfrac{27^{\frac{2}{3}}-16^{\frac{3}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}}=\dfrac{((3^3)^{\frac{2}{3}}-(2^4)^{\frac{3}{4}})}{(3^4)^{-\frac{1}{4}}}=\dfrac{3^2-2^3}{3^{-1}}=(9-8)\cdot 3=3$;

б) $\dfrac{8^{\frac{2}{3}}-32^{\frac{1}{5}}}{125^{-\frac{1}{3}}}=\dfrac{((2^3)^{\frac{2}{3}}-(2^5)^{\frac{1}{5}})}{(5^3)^{-\frac{1}{3}}}=\dfrac{2^2-2^1}{5^{-1}}=(4-2)\cdot 5=10$.

721. а) $\alpha=48°$; так как $0°<\alpha<90°$, то $\alpha\in$I четверти, поэтому $\sin\alpha>0$; $\cos\alpha>0$; $\mathrm{tg}\alpha>0$; $\mathrm{ctg}\alpha>0$.

б) $\alpha=137°$; так как $90°<\alpha<180°$; $\alpha\in$II четверти, поэтому $\sin\alpha>0$; $\cos\alpha<0$; $\mathrm{tg}\alpha<0$; $\mathrm{ctg}\alpha<0$.

в) $\alpha=200°$; так как $180°<\alpha<270°$; $\alpha\in$III четверти, поэтому $\sin\alpha<0$; $\cos\alpha<0$; $\mathrm{tg}\alpha>0$; $\mathrm{ctg}\alpha>0$.

г) $\alpha=306°$; так как 270°; $270°<\alpha<360°$; $\alpha\in$IV четверти, поэтому $\sin\alpha<0$; $\cos\alpha>0$; $\mathrm{tg}\alpha<0$; $\mathrm{ctg}\alpha<0$.

722. а) Так как $90°<179°<180°$, то $\alpha=179°\in$II четверти, поэтому $\sin 179>0$.

б) Так как $270°<280°<360°$, то $\alpha=280°\in$IV четверти, поэтому $\cos 280°>0$.

в) Так как $90°<175°<180°$, то $\alpha=175°\in$II четверти, поэтому $\mathrm{tg}175°<0$.

г) Так как $270°<359°<360°$, то $\alpha=359°\in$IV четверти, поэтому $\mathrm{ctg}359°<0$.

д) Так как $\cos 410°=\cos(360°+50°)=\cos 50°$, то $0°<50°<90°$; $\alpha=50°\in$I четверти, поэтому $\cos 410°>0$.

е) Так как $\mathrm{tg}500°=\mathrm{tg}(360°+140°)=\mathrm{tg}140°$, то $90°<140°<180°$; $\alpha=140°\in$II четверти, поэтому $\mathrm{tg}500°<0$.

ж) Так как $\sin(-75°)=\sin(360°-75°)=\sin 285°$, то $270°<285°<360°$; $\alpha\in$IV четверти, поэтому $\sin(-75°)<0$;

з) Так как $\cos(-116°)=\cos(360°-116°)=\cos 244°$, то $180°<244°<270°$; $\alpha\in$III четверти, поэтому $\cos(-116°)<0$.

723. а) Так как $270°<315°<360°$, то $\alpha=315°\in$IV четверти, следовательно, $\cos 315°>0$.

б) Так как $90°<109°<180°$, то $\alpha=109°\in$II четверти, следовательно, $\sin 109°>0$.

в) Так как $90°<145°<180°$, то $\alpha=145°\in$II четверти, следовательно, $tg145°<0$.

г) Так как $270°<288°<360°$, то $\alpha=288°\in$IV четверти, следовательно. $ctg288°<0$.

д) Так как $\cos(-25°)=\cos(360°-25°)=\cos335°$; $270°<335°<360°$; $\alpha\in$IV четверти, следовательно, $\cos(-25°)>0$.

е) Так как $tg(-10°)=tg(360°-10°)=tg350°$; $270°<350°<360°$; $\alpha\in$IV четверти, следовательно, $tg(-10°)<0$.

724. а) $\sin\alpha>0$ в I и II четверти $\cos\alpha>0$ в I и IV четверти, поэтому $\alpha\in$I четверти.

б) $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha>0$ в I и II четверти, поэтому $\alpha\in$IV четверти.

в) $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, $\cos\alpha<0$ во II и III четверти, поэтому $\alpha\in$III четверти.

г) $\sin\alpha>0$ в I и II четверти, $tg\alpha>0$ в I и III четверти, поэтому $\alpha\in$I четверти.

д) $tg\alpha<0$ в II и IV четверти, $\cos\alpha>0$ во I и IV четверти, поэтому $\alpha\in$IV четверти.

е) $ctg\alpha>0$ в I и III четверти, $\sin\alpha<0$ в III и IV четверти, поэтому $\alpha\in$III четверти.

725. а) $90°<100°<180°$, $\sin100°>0$; $270°<300°<360°$; $\sin100°>0$, $\cos300°>0$; $\sin100°\cdot\cos300°>0$

б) $180°<190°<270°$, $\sin190°<0$; $180°<200°<270°$; $\sin190°<0$, $tg200°>0$; $\sin190°\cdot tg200°<0$

в) $270°<320°<360°$, $\cos320°>0$; $0°<17°<90°$;$\cos320°>0$, $ctg17°>0$; $\cos320°\cdot ctg17°>0$

г) $90°<170°<180°$, $tg170°<0$; $400°=360°+40°$, $0°<40°<90°$; $tg170°<0$, $\cos400°>0$; $tg170°\cdot\cos400°<0$

726. а) в I и III четвертях;
б) в I; II; III; IV четвертях;
в) в I; II четвертях.

727. а) $\sin(-30°)=-\sin30°=-\frac{1}{2}$. б) $\cos(-60°)=\cos60°=\frac{1}{2}$.

в) $tg(-45°)=-tg45°=-1$. г) $ctg(-30°)=-ctg30°=-\sqrt{3}$

д) $\cos(-90°)=\cos90°=0$ е) $\sin(-45°)=-\sin45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

728. а) $\sin(-60°)=-\sin60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. б) $\cos(-60°)=\cos60°=-1$.

в) $\sin(-90°)=-\sin90°=-1$. г) $ctg(-45°)=ctg45°=-1$.

729. а) $\sin 750° = \sin(2\cdot 360° + 30°) = \sin 30° = \frac{1}{2}$;

$\cos 750° = \cos(2\cdot 360° + 30°) = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$tg 750° = tg(2\cdot 360° + 30°) = tg 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

$ctg 750° = ctg(2\cdot 360° + 30°) = ctg 30° = \sqrt{3}$;

б) $\sin 810° = \sin(2\cdot 360° + 90°) = \sin 90° = 1$;

$\cos 810° = \cos(2\cdot 360° + 90°) = \cos 90° = 0$;

$tg 810° = tg(2\cdot 360° + 90°) = tg 90°$ — не существует;

$ctg 810° = ctg(2\cdot 360° + 90°) = ctg 90° = 0$.

в) $\sin 1260° = \sin(2\cdot 360° + 180°) = \sin 180° = 0$;

$\cos 1260° = \cos(2\cdot 360° + 180°) = \cos 180° = -1$;

$tg 1260° = tg(2\cdot 360° + 180°) = tg 180° = 0$;

$ctg 1260° = ctg(2\cdot 360° + 180°) = ctg 180°$ — не существует.

730. а) $\sin 390° = \sin(30° + 360°) = \sin 30° = \frac{1}{2}$;

б) $\cos 420° = \cos(60° + 360°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$;

в) $tg 540° = tg(180° + 360°) = tg 180° = 0$; г) $ctg 450° = ctg(90° + 360°) = ctg 90° = 0$.

731. а) $\sin 405° = \sin(45° + 360°) = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos 720° = \cos 0° = 1$;

в) $tg 390° = tg(30° + 360°) = tg 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $ctg 630° = ctg(270° + 360°) = ctg 270° = 0$.

732. а) $\sin(-720)° = -\sin 720° = -\sin(2\cdot 360° + 0°) = -\sin 0° = 0$;

б) $\cos(-405)° = \cos 405° = \cos(45° + 360°) = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\cos(-780)° = \cos 780° = \cos(2\cdot 360° + 60°) = \cos 60° = \frac{1}{2}$;

г) $ctg(-1110)° = -ctg 1110° = -ctg(3\cdot 360° + 30°) = -ctg 30° = -\sqrt{3}$.

733. а) $tg(-900°) = -tg(2\cdot 360° + 180°) = -tg 180° = 0$;

б) $ctg(-780°) = -ctg 780° = -ctg(2\cdot 360° + 60°) = -ctg 60° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\sin(-1125°) = -\sin 1125° = -\sin(3\cdot 360° + 45°) = -\sin 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

734. $\frac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}-y^{-1}}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}\cdot\frac{xy}{y-x}\cdot\frac{x^2y^2}{x+y}=$

$=\frac{(y-x)(y+x)\cdot xy}{(y-x)(x+y)}=xy.$

При $x=-0,12$; $y=-0,5$ $xy=-0,12\cdot 0,5=-0,06$.

735. а) $x^2-x-56<0$. Найдем корни уравнения $x^2-x-56=0$;

$D=1-4\cdot(-56)=225$;

$x=\frac{1+\sqrt{225}}{2}=8$ или $x=\frac{1-\sqrt{225}}{2}=-7$;

$(-7;\ 8)$

$x^2-x-56=(x-8)(x+7)<0$.

б) $3x^2-29x-10>0$. Найдем корни уравнение $3x^2-29x-10=0$;

$D=29^2-4\cdot3\cdot(-10)=961$;

$x=\frac{29+31}{6}=10$ или $x=\frac{29-31}{6}=-\frac{1}{3}$;

$(-\infty;\ -\frac{1}{3})\cup(10;+\infty)$

$3x^2-29x-10=3(x-10)(x+\frac{1}{3})>0$.

в) $4x^2\le1$; $x^2\le\frac{1}{4}$; $x\le\pm\frac{1}{2}\Rightarrow x\in-2$. г) $\frac{1}{4}-x+x^2>0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2>0$; $x\ne\frac{1}{2}$.

736. а) $0,5=\frac{180°}{\pi}\cdot0,5=\frac{90°}{\pi}\approx29°$. б) $10=\frac{180°}{\pi}\cdot10=\frac{1800°}{\pi}\approx573°$

в) $\frac{\pi}{5}=\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{\pi}{5}=36°$. г) $\frac{\pi}{9}=\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{\pi}{9}=20°$.

д) $\frac{3\pi}{4}=\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{3\pi}{4}=135°$. е) $-\frac{5\pi}{6}=\frac{180°}{\pi}\cdot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=-150°$.

ж) $-\frac{9\pi}{2}=\frac{180°}{\pi}\cdot\left(-\frac{9\pi}{2}\right)=-810°$. з) $\frac{1}{2}\pi=-\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\pi=2160°$.

737. а) $0,2=\frac{180°}{\pi}\cdot0,2=\frac{36°}{\pi}\approx11°$. б) $3,1=\frac{180°}{\pi}\cdot3,1\approx178°$.

в) $\frac{5\pi}{2}=\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{5\pi}{2}=450°$. г) $-\frac{3\pi}{2}=\frac{180°}{\pi}\cdot(-\frac{3\pi}{2})=-270°$.

д) $-\frac{\pi}{3}=\frac{180°}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-60°$. е) $\frac{5\pi}{4}=\frac{180°}{\pi}\cdot\frac{5\pi}{4}=225°$.

738. а) $135°=\frac{\pi}{180}\cdot 135°=\frac{3\pi}{4}$.

б) $210°=\frac{\pi}{180}\cdot 210=\frac{7\pi}{6}$.

в) $36°=\frac{\pi}{180}\cdot 36=\frac{\pi}{5}$.

г) $150°=\frac{\pi}{180}\cdot 150=\frac{5\pi}{6}$.

д) $240°=\frac{\pi}{180}\cdot 240=\frac{4\pi}{3}$.

е) $300°=\frac{\pi}{180}\cdot 300=\frac{5\pi}{4}$.

ж) $-120°=\frac{\pi}{180}\cdot(-120)=-\frac{2\pi}{3}$.

з) $-225°=\frac{\pi}{180}\cdot(-225)=-\frac{5\pi}{4}$.

739. а) $\alpha=10°=\frac{\pi}{180}\cdot 10=\frac{\pi}{18}$.

б) $\alpha=18°=\frac{\pi}{180}\cdot 18=\frac{\pi}{10}$.

в) $\alpha=54°=\frac{\pi}{180}\cdot 54=\frac{3\pi}{10}$.

г) $\alpha=200°=\frac{\pi}{180}\cdot 200=\frac{10\pi}{9}$.

д) $\alpha=225°=\frac{\pi}{180}\cdot 225=\frac{5\pi}{4}$.

е) $\alpha=390°=\frac{\pi}{180}\cdot 390=\frac{13\pi}{6}$.

ж) $\alpha=-45°=\frac{\pi}{180}\cdot(-45)=-\frac{\pi}{4}$.

з) $\alpha=-60°=\frac{\pi}{180}\cdot(-60)=-\frac{\pi}{3}$.

740. а) $\alpha=\frac{5\pi}{6}$; $\beta=\pi-\frac{5\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$.

б) $\alpha=\frac{11\pi}{12}$; $\beta=\pi-\frac{11\pi}{12}=\frac{\pi}{12}$

в) $\alpha=0{,}3\pi$; $\beta=\pi-0{,}3\pi=0{,}7\pi$.

741. В равнобедренном прямоугольном треугольнике углы равны 90°; 45°; 45°; $90°=90\cdot\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{2}$; $45°=45\cdot\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{4}$.

742. а) $\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{4}<\pi$, поэтому $\frac{3\pi}{4}\in$ II четверти.

б) $\frac{3\pi}{2}<1{,}8\pi<2\pi$, поэтому $1{,}8\pi\in$ IV четверти.

в) $\frac{\pi}{2}<0{,}6\pi<\pi$, поэтому $0{,}6\pi\in$ II четверти.

г) $0<\frac{1\cdot 180}{\pi}<\frac{\pi}{2}$, поэтому $1\in$ I четверти.

743. а) Так как $\frac{\pi}{2}<\frac{5\pi}{6}<\pi$; $\frac{5\pi}{6}\in$ II четверти $\Rightarrow \sin\frac{5\pi}{6}>0$.

б) Так как $\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{4}<\pi$; $\frac{3\pi}{4}\in$ II четверти $\Rightarrow \cos\frac{3\pi}{4}<0$

в) Так как $1 \approx 57° \in$ I четверти $\Rightarrow \sin 1 > 0$.

г) Так как $0{,}9 = \frac{9 \cdot 180°}{10 \cdot \pi} \approx 52° \in$ I четверти $\Rightarrow \cos 0{,}9 > 0$.

д) Так как $0 < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \in$ I четверти $\Rightarrow \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} > 0$.

е) Так как $3 = \frac{3 \cdot 180°}{\pi} \approx 172° \in$ II четверти $\Rightarrow \operatorname{tg} 3 < 0$.

ж) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} < \pi$; $\frac{2\pi}{3} \in$ II четверти $\Rightarrow \operatorname{ctg}\frac{2\pi}{3} < 0$.

з) Так как $0{,}2 = \frac{1 \cdot 180°}{5 \cdot \pi} \approx 11° \in$ I четверти $\Rightarrow \operatorname{ctg} 0{,}2 > 0$.

744. а) $(0; \frac{\pi}{2})$ — I четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x > 0$; $\operatorname{tg} x > 0$; $\operatorname{ctg} x > 0$.

б) $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ — II четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x < 0$; $\operatorname{tg} x < 0$; $\operatorname{ctg} x < 0$.

в) $(\pi; \frac{3\pi}{2})$ — III четверть $\Rightarrow \sin x < 0$; $\cos x < 0$; $\operatorname{tg} x > 0$; $\operatorname{ctg} x > 0$.

г) $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ — IV четверть $\Rightarrow \sin x < 0$; $\cos x > 0$; $\operatorname{tg} x < 0$; $\operatorname{ctg} x < 0$.

745.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	–	0	–

746. а) $2\sin\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 2\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \sqrt{3} + 1$. б) $\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{3\pi}{2} = 0 - (-1) = 1$.

в) $\cos\pi - 2\sin\frac{\pi}{6} = -1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -1 - 1 = -2$. г) $2\cos\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}\pi = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1$.

747. а) $2\sin\pi-2\cos\frac{3\pi}{2}+3\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}-\mathrm{ctg}\frac{\pi}{2}=2\cdot0-2\cdot0+3\cdot1-0=3.$

б) $\sin(-\frac{\pi}{4})+3\cos\frac{\pi}{3}-\mathrm{tg}\frac{\pi}{6}+\mathrm{ctg}\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{2}}{2}+3\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}=$

$=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3-\sqrt{2}}{2}$

в) $2\sin\frac{\pi}{4}-3\mathrm{tg}\frac{\pi}{6}+\mathrm{ctg}(-\frac{3\pi}{2})-\mathrm{tg}\pi=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-3\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}+0=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

г) $3\mathrm{tg}(-\frac{\pi}{4})+2\sin\frac{\pi}{4}-3\mathrm{tg}0-2\mathrm{ctg}\frac{\pi}{4}=-3\cdot1+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-3\cdot0-2\cdot1=\sqrt{2}-5.$

748. а) $\sin^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{3}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}.$

б) $\cos^2\frac{\pi}{6}-\cos^2\frac{\pi}{4}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}.$

в) $\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{4}\ \sin\frac{\pi}{3}\ \mathrm{tg}^2\frac{\pi}{3}=(1)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}.$

г) $\mathrm{tg}\frac{\pi}{6}\cos^2\frac{\pi}{6}\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{3\cdot2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}.$

749. а) $5\sin\frac{\pi}{2}+4\cos0-3\sin\frac{3\pi}{2}+\cos\pi=5\cdot1+4\cdot1-3\cdot(-1)+(-1)=11$

б) $\sin(-\pi)-\cos(-\frac{3\pi}{2})+2\sin2\pi-\mathrm{tg}\pi=0-0+2\cdot0-0=0.$

в) $3-\sin^2\frac{\pi}{3}+2\cos^2\frac{\pi}{2}-5\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{4}=3-(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+2\cdot0^2-5\cdot1^2=3-\frac{3}{4}-5=-2\frac{3}{4}$

г) $3\sin^2\frac{\pi}{2}-4\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{4}-3\cos^2\frac{\pi}{6}+3\mathrm{ctg}^2\frac{\pi}{2}=3\cdot1^2-4\cdot1^2-3\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+3\cdot0=3-4-\frac{9}{4}=-3\frac{1}{4}$

750. а) $\sin2{,}5\pi=\sin(2\pi+0{,}5\pi)=\sin\frac{\pi}{2}=1.$

б) $\cos(-\frac{9\pi}{4})=\cos\frac{9\pi}{4}=\cos(2\pi+\frac{\pi}{4})=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

в) $\operatorname{tg}\frac{13\pi}{6}=\operatorname{tg}(2\pi+\frac{\pi}{6})=\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

г) $\sin(-\frac{9\pi}{2})=-\sin\frac{9\pi}{2}=-\sin(4\pi+\frac{\pi}{2})=-\sin\frac{\pi}{2}=-1$.

д) $\operatorname{ctg}\frac{13\pi}{3}=\operatorname{ctg}(4\pi+\frac{\pi}{3})=\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

е) $\operatorname{tg}(-\frac{17\pi}{4})=-\operatorname{tg}\frac{17\pi}{4}=-\operatorname{tg}(4\pi+\frac{\pi}{4})=-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=-1$.

751. а) $\operatorname{ctg}\frac{7\pi}{3}=\operatorname{ctg}(2\pi+\frac{\pi}{3})=\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

б) $\cos\frac{17\pi}{4}=\cos(4\pi+\frac{\pi}{4})=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

в) $\sin(-\frac{25\pi}{6})=-\sin\frac{25\pi}{6}=-\sin(4\pi+\frac{\pi}{6})=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$.

г) $\cos(-4{,}5\pi)=\cos4{,}5\pi=\cos(4\pi+0{,}5\pi)=\cos0{,}5\pi=0$.

753. а) 1) $\frac{a-3}{a^2-3a+9}-\frac{6a-18}{a^3+27}=\frac{a-3}{a^2-3a+9}-\frac{6a-18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)(a+3)-6a+18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{a^2-6a-9+18}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{a^2-6a+9}{(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}=\frac{(a-3)^2}{a^3+27}$.

2) $\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}:\frac{5a-15}{4a^3+108}=$

$=\frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)}:\frac{5(a-3)}{4(a+3)(a^2-3a+9)}=$

$=\frac{(a-3)^2\cdot4(a+3)(a^2-3a+9)}{(a+3)(a^2-3a+9)(a-3)\cdot5}=\frac{4(a-3)}{5}$.

б) 1) $\frac{x-3}{x^3-64}+\frac{x-3}{x^2+4x+16}=\frac{x-3}{(x-4)(x^2+4x+16)}+\frac{x-3}{x^2+4x+16}=$

$=\frac{x-3+(x-3)(x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)}=\frac{(x-3)(1+x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)}=\frac{(x-3)^2}{x^3-64}$

2) $\dfrac{x^2-6x+9}{(x-4)(x^2+4x+16)}\cdot\dfrac{2x^3-128}{3-x}=$

$=\dfrac{(3-x)^2\cdot 2(x-4)(x^2+4x+16)}{(3-x)(x-4)(x^2+4x+16)}=2(3-x)$.

754. а) $6x-10x^2<0$; $x(3-5x)<0$;
$x(x-0{,}6)>0$.

$(-\infty;\ 0)\cup(0{,}6;\ \infty)$

б) $7x^2\le -2x$; $7x^2+2x\le 0$;

$x(x+\dfrac{2}{7})\le 0$.

$[-\dfrac{2}{7};\ 0]$

§ 13. Основные тригонометрические формулы

755. а) $1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$.
б) $\sin^2\alpha-1=-(1-\sin^2\alpha)=-\cos^2\alpha$.
в) $\cos^2\alpha+(1-\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha$.
г) $\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha-1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-1=1+\cos^2\alpha-1=\cos^2\alpha$.
д) $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$.
е) $(\cos\alpha-1)(1+\cos\alpha)=\cos^2\alpha-1=-(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha$.

756. а) $1-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=1-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=1-1=0$.
б) $\cos^2\alpha-(1-2\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha-1+2\sin^2\alpha=-\sin^2\alpha+2\sin^2\alpha=\sin^2\alpha$.

757. а) $\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sin^2\alpha$.

б) $\sin\alpha\cos\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha-1=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}-1=\cos^2\alpha-1=-(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha$.

в) $\sin^2\alpha-\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha=\sin^2\alpha-1=-(1-\sin^2\alpha)=-\cos^2\alpha$.

г) $\dfrac{1-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=1$. д) $\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha-1}=\dfrac{\cos^2\alpha}{-(1-\cos^2\alpha)}=-\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=-\mathrm{ctg}^2\alpha$.

е) $\dfrac{1-\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\mathrm{tg}^2\alpha$.

758. а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha=1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

б) $\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}^2\alpha=1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

759. а) $\sin\alpha\ \text{ctg}\alpha=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cos\alpha$. б) $\text{tg}\alpha\cos\alpha=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha$.

в) $\frac{\sin\alpha}{\text{tg}\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cos\alpha$. г) $\text{tg}\alpha\ \text{ctg}\alpha-1=1-1=0$.

д) $\frac{\text{tg}\alpha}{\text{ctg}\alpha}+1=\frac{\text{tg}\alpha}{1/\text{tg}\alpha}+1=\text{tg}^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$.

е) $\frac{\sin^2\alpha-1}{1-\cos^2\alpha}=\frac{-(1-\sin^2\alpha)}{1-\cos^2\alpha}=-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=-\text{ctg}^2\alpha$.

760. а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\sin^2\alpha=1-(-0{,}6)^2=1-0{,}36=0{,}64$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}64}=\pm0{,}8$, но $\alpha\in$II четверти; $\sin\alpha>0$, т.е. $\sin\alpha=0{,}8$.

б) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-(\frac{1}{3})^2=\frac{9}{9}-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, но

$\alpha\in$II четверти; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

в) $1+\text{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\text{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

$\text{tg}^2\alpha=\frac{1-(-\frac{15}{17})^2}{(-\frac{15}{17})^2}=(1-\frac{225}{289}):\frac{225}{289}=\frac{64}{225}$; $\text{tg}\alpha=\pm\sqrt{\frac{64}{225}}=\pm\frac{8}{15}$, но $\alpha\in$II четверти; $\text{tg}\alpha<0$, поэтому $\text{tg}\alpha=-\frac{8}{15}$.

г) $1+\text{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+(-2)^2}=\frac{1}{5}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{5}}=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$, но $\alpha\in$II четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

761. а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-0{,}6^2=1-0{,}36=0{,}64$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{0{,}64}=\pm0{,}8$, но $\alpha\in$I четверти; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=0{,}8$.

б) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\sin^2\alpha=1-(\frac{1}{4})^2=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{15}{16}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{4}$, но $\alpha\in$I четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

в) $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+tg^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+3^2}=\frac{1}{10}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{10}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}$, но $\alpha\in$I четверти; $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

г) $1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}-1$; $ctg^2\alpha=\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

$$ctg^2\alpha=\frac{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}{\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\frac{1-\frac{144}{169}}{\frac{144}{169}}=\frac{25\cdot169}{169\cdot144}=\frac{25}{144};$$

$ctg\alpha=\pm\sqrt{\frac{25}{144}}=\pm\frac{5}{12}$, но $\alpha\in$I четверти; $ctg\alpha>0$, поэтому $ctg\alpha=\frac{5}{12}$.

762. а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\frac{9}{41}\right)^2+\left(\frac{40}{41}\right)^2=\frac{81}{1681}+\frac{1600}{1681}=\frac{1681}{1681}=1$; выполняется.

б) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16}+\frac{1}{16}=\frac{10}{16}\neq1$; не выполняется.

в) $tg\beta ctg\beta=\frac{5}{9}\cdot1,8=\frac{5\cdot9}{9\cdot5}=1$, выполняется.

г) $tg\beta ctg\beta=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2-1=1$; выполняется.

763. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\approx0,33^2+0,63^2=0,12+0,4=0,52\neq1$.

764. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{9}{41}\right)^2=\frac{1600}{1681}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1600}{1681}}=\pm\frac{40}{41}$, но $\alpha\in$II четверти; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\frac{40}{41}$.

2) $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=\frac{9}{41}:(-\frac{40}{41})=-\frac{9}{40}$.

б) $ctg\alpha=\frac{1}{3}\Rightarrow tg\alpha=3$; $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\frac{1}{10}$

$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$, т.к. $\alpha\in$III четверти, $\cos\alpha<0$.

765. а) 1) $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1=\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

$tg^2\alpha=\frac{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{1-\frac{16}{25}}{\frac{16}{25}}=\frac{9}{16}$; $tg\alpha=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4}$, но $\alpha\in$II четверти, т.е.

$tg\alpha<0$, поэтому $tg\alpha=-\frac{3}{4}$. 2) $ctg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\frac{1}{-\frac{3}{4}}=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$.

б) 1) $ctg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\frac{1}{-1}$.

2) $1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+ctg^2\alpha}\Rightarrow\sin^2\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$,

т.к. $\alpha\in$II четв., $\sin\alpha>0$.

766. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{25-9}{25}=\frac{16}{25}$; $\cos\alpha=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$, но $\alpha\in$I четверти; $\cos\alpha>0$,

поэтому $\cos\alpha=\frac{4}{5}$.

2) $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=\frac{3}{5}:\frac{4}{5}=\frac{3\cdot5}{5\cdot4}=\frac{3}{4}$.

3) $ctg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\sin^2\alpha=$

$=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=\frac{289-64}{289}=\frac{225}{289}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{225}{289}}=\pm\frac{15}{17}$, но $\alpha\in$I четверти;

$\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{15}{17}$.

2) $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=\frac{15}{17}:\frac{8}{17}=\frac{15\cdot17}{17\cdot8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.

3) $ctg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\frac{1}{\frac{15}{8}}=\frac{8}{15}$.

в) 1) $\text{ctg}\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$; $\text{ctg}\alpha=\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}}=-\sqrt{3}$.

2) $1+\text{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\text{ctg}^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\left(-\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1}{4}$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$, но $\alpha\in$II четверти; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{1}{2}$.

3) $\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cos\alpha=\frac{\sin\alpha}{tg\alpha}$; $\cos\alpha=\frac{1}{2}:(-\frac{\sqrt{3}}{3})=\frac{3}{-2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

г) 1) $\text{tg}\alpha=\frac{1}{\text{ctg}\alpha}$; $\text{tg}\alpha=\frac{1}{-2{,}5}=-\frac{2}{5}$.

2) $1+\text{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\text{ctg}^2\alpha}=\frac{1}{1+\left(-\frac{5}{2}\right)}=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{29}$;

$\sin\alpha=\pm\frac{2}{\sqrt{29}}$, но $\alpha\in$III четверти; $\sin\alpha<0$, поэтому $\sin\alpha=-\frac{2}{\sqrt{29}}$.

3) $\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\frac{\sin\alpha}{\text{tg}\alpha}=\cos\alpha=-\frac{2}{\sqrt{29}}:(-\frac{2}{5})=-\frac{2\cdot5}{\sqrt{29}\cdot2}=\frac{5}{\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$.

767. а) 1) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$, значит, $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$; $\cos^2\beta=1-\left(\frac{40}{41}\right)^2=\frac{81}{1681}$

$\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{81}{1681}}=\pm\frac{9}{41}$, но $\beta\in$II четверти; $\cos\beta<0$, поэтому $\cos\beta=-\frac{9}{41}$.

2) $\text{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\text{tg}\beta=\frac{40}{41}:(-\frac{9}{41})=-\frac{40\cdot41}{41\cdot9}=-4\frac{4}{9}$.

3) $\text{ctg}\beta=\frac{1}{\text{tg}\beta}$; $\text{ctg}\beta=\frac{1}{-\frac{40}{9}}=-\frac{9}{40}$.

б) 1) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$; $\sin^2\beta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$;

$\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$, но $\beta\in$IV четверти; $\sin\beta<0$, поэтому $\sin\beta=-\frac{3}{5}$.

2) $\text{tg}\beta=\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\text{tg}\beta=-\dfrac{3}{5}:\dfrac{4}{5}=-\dfrac{3\cdot5}{5\cdot4}=-\dfrac{3}{4}$.

3) $\text{ctg}\beta=\dfrac{1}{\text{tg}\beta}$; $\text{ctg}\beta=-\dfrac{4}{3}=-1\dfrac{1}{3}$.

в) 1) $\text{ctg}\beta=\dfrac{1}{\text{tg}\beta}$; $\text{ctg}\beta=\dfrac{1}{1}=1$.

2) $1+\text{tg}^2\beta=\dfrac{1}{\cos^2\beta}$; $\cos^2\beta=\dfrac{1}{1+\text{tg}^2\beta}$; $\cos^2\beta=\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{1}{2}$; $\cos\beta=\pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

но $\beta\in$ III четверти; $\cos\beta<0$, поэтому $\cos\beta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3) $\text{tg}\beta=\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\sin\beta=\text{tg}\beta\cdot\cos\beta$; $\sin\beta=1\cdot(-\dfrac{\sqrt{2}}{2})=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

г) 1) $\text{tg}\beta=\dfrac{1}{\text{ctg}\beta}$; $\text{tg}\beta=\dfrac{1}{3}$;

2) $1+\text{ctg}^2\beta=\dfrac{1}{\sin^2\beta}$; $\sin^2\beta=\dfrac{1}{1+\text{ctg}^2\beta}$; $\sin^2\beta=\dfrac{1}{1+9}=\dfrac{1}{10}$;

$\sin\beta=\pm\sqrt{\dfrac{1}{10}}=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, но $\beta\in$ I четверти; $\sin\beta>0$, поэтому $\sin\beta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

3) $\text{ctg}\beta=\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}$; $\cos\beta=\text{ctg}\beta\cdot\sin\beta$; $\cos\beta=3\cdot\dfrac{\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

768. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-0{,}62^2=0{,}6156$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{0{,}6156}\approx\pm0{,}78$, но $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$; $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha\approx-0{,}78$.

2) $\text{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\text{tg}\alpha=0{,}62:(-0{,}78)\approx-0{,}79$. 3) $\text{ctg}\alpha=\dfrac{1}{\text{tg}\alpha}=\dfrac{1}{-0{,}79}\approx-1{,}3$.

б) 1) $\text{tg}\alpha=\dfrac{1}{\text{ctg}\alpha}$; $\text{ctg}\alpha=\dfrac{1}{\text{tg}\alpha}$; $\text{ctg}\alpha=1:(-2{,}1)\approx-0{,}48$.

2) $1+\text{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\text{tg}^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+(-2{,}1)^2}=\dfrac{1}{1+4{,}41}=\dfrac{100}{541}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{100}{541}}\approx\pm0{,}43$, но $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$;

$\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha\approx0{,}43$.

3) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sin\alpha=tg\alpha\cdot\cos\alpha$; $\sin\alpha=-2{,}1\cdot0{,}43\approx-0{,}90$.

в) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\sin^2\alpha=1-(-0{,}23)^2=0{,}9471$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}9471}\approx\pm0{,}97$, но $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$; $\sin\alpha<0$, поэтому $\sin\alpha\approx-0{,}97$.

2) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=-0{,}97:(-0{,}23)\approx4{,}2$. 3) $ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}=\dfrac{1}{4{,}2}\approx0{,}24$.

г) 1) $1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\dfrac{1}{1+ctg^2\alpha}$; $\sin^2\alpha=\dfrac{1}{1+2{,}2^2}=\dfrac{100}{584}$;

$\sin\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{100}{584}}\approx\pm0{,}41$, но $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$; $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=0{,}41$.

2) $ctg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\cos\alpha=ctg\alpha\cdot\sin\alpha$; $\cos\alpha=0{,}41\cdot2{,}2\approx0{,}90$.

3) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=0{,}41:0{,}90\approx0{,}45$.

769. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\dfrac{8}{17}\right)^2=\dfrac{225}{289}$; $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{225}{289}}=\dfrac{15}{17}$ или $\cos\alpha=-\sqrt{\dfrac{225}{289}}=-\dfrac{15}{17}$.

2) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=\dfrac{8}{17}:\dfrac{15}{17}=\dfrac{8\cdot17}{17\cdot15}=\dfrac{8}{15}$ или $tg\alpha=\dfrac{8}{17}:(-\dfrac{15}{17})=-\dfrac{8}{15}$.

3) $ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\dfrac{1}{\frac{8}{15}}=\dfrac{15}{8}=1\dfrac{7}{8}$ или $ctg\alpha=\dfrac{1}{-\frac{8}{15}}=-1\dfrac{7}{8}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-\left(-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$; $\sin\alpha=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$ или $\sin\alpha=-\sqrt{\dfrac{1}{4}}=-\dfrac{1}{2}$.

2) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=\dfrac{1}{2}:(\dfrac{\sqrt3}{2})=-\dfrac{1\cdot2}{2\cdot\sqrt3}=-\dfrac{\sqrt3}{3}$ или

$tg\alpha=-\dfrac{1}{2}:(-\dfrac{\sqrt3}{2})=\dfrac{1\cdot2}{2\cdot\sqrt3}=\dfrac{\sqrt3}{3}$.

3) $ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$; $ctg\alpha=\dfrac{1}{-\frac{\sqrt3}{3}}=-\dfrac{3}{\sqrt3}=-\sqrt3$ или $ctg\alpha=\dfrac{1}{\frac{\sqrt3}{3}}=\sqrt3$.

770. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$, значит,

$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ или $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$ или $\operatorname{tg}\alpha=-\dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$ или $\operatorname{ctg}\alpha=-\dfrac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$.

б) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$, значит,

$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ или $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos^2\alpha}$ или $\operatorname{tg}\alpha=-\dfrac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos^2\alpha}$.

3) $\operatorname{ctg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ или $\operatorname{ctg}\alpha=-\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$.

771. а) 1) $1-\dfrac{1+b}{b}=\dfrac{b-1-b}{b}=-\dfrac{1}{b}$;

2) $$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{b^2-a^2}=\frac{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)(b-a)(b+a)}=\frac{a-b}{b-a}=-1;$$

3) $-1:\left(-\dfrac{1}{b}\right)=b.$

б) $$\frac{ab^2-a^2b}{a+b}\cdot\frac{a+\dfrac{ab}{a-b}}{a-\dfrac{ab}{a+b}}=\frac{ab(b-a)}{a+b}\cdot\frac{\dfrac{a(a-b)+ab}{a-b}}{\dfrac{a(a+b)-ab}{a+b}}=$$

$$\frac{ab(b-a)}{a+b}\cdot\frac{\dfrac{a^2-ab+ab}{a-b}}{\dfrac{a^2+ab-ab}{a+b}}=\frac{ab(b-a)(a+b)}{(a+b)(a-b)}=-ab.$$

772. $\begin{cases} y=2x^2-6x, \\ y=10x; \end{cases}$ $\begin{cases} 10x=2x^2-6x, \\ y=10x; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x(8-x)=0, \\ y=10x; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=8, \\ y_2=80 \end{cases}$.

Пересекаются в двух точках.

773. а) $1-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha-1}{\cos^2\alpha}=\dfrac{-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=-\text{tg}^2\alpha.$

б) $\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-1=1+\text{ctg}^2\alpha-1=\text{ctg}^2\alpha.$

в) $1-\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\text{ctg}\alpha}=1-\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$

г) $\dfrac{\text{tg}\alpha\text{ctg}\alpha-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}=\dfrac{1-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha}{2\sin\alpha}=\dfrac{1}{2}\sin\alpha.$

774. а) $\text{ctg}\beta-\dfrac{\cos\beta-1}{\sin\beta}=\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}-\dfrac{\cos\beta-1}{\sin\beta}=$

$=\dfrac{\cos\beta\cdot\sin\beta-\sin\beta\cdot\cos\beta+1}{\sin\beta}=\dfrac{1}{\sin\beta}.$

б) $\dfrac{1}{\sin\alpha-1}-\dfrac{1}{1+\sin\alpha}=\dfrac{\sin\alpha+1-(\sin\alpha-1)}{(\sin\alpha-1)(\sin\alpha+1)}=$

$=\dfrac{2}{\sin^2\alpha-1}=\dfrac{-2}{1-\sin^2\alpha}=\dfrac{-2}{\cos^2\alpha}.$

в) $\dfrac{1-\text{ctg}\gamma}{\text{tg}\gamma-1}=\dfrac{\text{ctg}\gamma(\text{tg}\gamma-1)}{\text{tg}\gamma-1}=\text{ctg}\gamma.$

г) $\dfrac{\sin^2\alpha-1}{\cos^2\alpha-1}+\text{tg}\alpha\ \text{ctg}\alpha=\dfrac{1-\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}+1=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}+1=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}.$

д) $\text{tg}^2\beta(\sin^2\beta-1)=\dfrac{\sin^2\beta\cdot(-\cos^2\beta)}{\cos^2\beta}=-\sin^2\beta.$

е) $\cos^2\alpha-(\text{ctg}^2\alpha+1)\cdot\sin^2\alpha=\cos^2\alpha-\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\cdot\sin^2\alpha=\cos^2\alpha-1=-\sin^2\alpha.$

775. а) $\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}+\text{tg}\alpha=\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1-\sin\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{\cos\alpha}.$

б) $\dfrac{1}{1+\cos\alpha}+\dfrac{1}{1-\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha+1+\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}=\dfrac{2}{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{2}{\sin^2\alpha}$

в) $\text{ctg}^2\beta(\cos^2\beta-1)+1=-\dfrac{\cos^2\beta\cdot(1-\cos^2\beta)}{\sin^2\beta}+1=-\dfrac{\cos^2\beta\cdot\sin^2\beta}{\sin^2\beta}+1=$

$=1-\cos^2\beta=\sin^2\beta.$

г) $\frac{tg\beta+1}{1+ctg\beta}=\frac{tg\beta+1}{1+\frac{1}{tg\beta}}=\frac{tg\beta+1}{\frac{tg\beta+1}{tg\beta}}$=tgβ.

776. а) $\frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{(\sin\beta+\cos\beta)^2}=\frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta}=$
$=\frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{1+2\sin\beta\cos\beta}=1.$

б) $\frac{\sin^2\beta-\cos^2\beta+1}{\sin^2\beta}=\frac{\sin^2\beta+\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=\frac{2\sin^2\beta}{\sin^2\beta}=2.$

в) $\frac{1}{1+tg^2\alpha}+\frac{1}{1+-tg^2\alpha}=\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\beta}}+\frac{1}{\frac{1}{\sin^2\beta}}=\cos^2\beta+\sin^2\beta=1.$

г) $\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\cdot\frac{1-\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}{\cos^2\beta}=\frac{1-\sin^2\beta}{\cos^2\beta}=\frac{\cos^2\beta}{\cos^2\beta}=1.$

777. а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-2\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha-$
$-2\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

б) $\frac{2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{3\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha}=\frac{2-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{3(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=\frac{2-1}{3}=\frac{1}{3}.$

в) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=1^2=1.$

г) $\frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=$
$=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

778. а) $tg(-\alpha)\cos\alpha+\sin\alpha=-tg\alpha\cos\alpha+\sin\alpha=-\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}+\sin\alpha=-\sin\alpha+\sin\alpha=0.$

б) $\frac{ctg(-\alpha)\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{ctg\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=-1.$

в) $\cos^2\alpha\, tg^2(-\alpha)-1=\cos^2\alpha\cdot tg^2\alpha-1=\frac{\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-1=\sin^2\alpha-1=-\cos^2\alpha.$

г) $\frac{1-tg(-\alpha)}{\sin\alpha+\cos(-\alpha)}=\frac{1+tg\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\sin\alpha+\cos\alpha}=$
$=\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha\cdot(\sin\alpha+\cos\alpha)}=\frac{1}{\cos\alpha}.$

779. а) ctgα sin(–α)–cos(–α)= $-\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha}$ –cosα=–cosα–cosα=–2cosα.

б) $\dfrac{1-\sin^2(-x)}{\cos x}=\dfrac{1-\sin^2 x}{\cos x}=\dfrac{\cos^2 x}{\cos x}=\cos x.$

в) $tg(-\beta)\,ctg\beta+\sin^2\beta=-tg\beta\cdot ctg\beta+\sin^2\beta=\sin^2\beta-1=-\cos^2\beta.$

г) $\dfrac{tg(-x)+1}{1-ctgx}=\dfrac{-tgx+1}{1-ctgx}=\dfrac{1-tgx}{1-\dfrac{1}{tgx}}=\dfrac{1-tgx}{\dfrac{tgx-1}{tgx}}=-tgx.$

780. а) $\dfrac{\cos x}{1-\sin x}+\dfrac{\cos x}{1+\sin x}=\dfrac{\cos x(1+\sin x)+\cos x(1-\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}=$

$=\dfrac{\cos x+\cos x\sin x+\cos x-\cos x\sin x}{1-\sin^2 x}=\dfrac{2\cos x}{\cos^2 x}=\dfrac{2}{\cos x}.$

б) $\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+tg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha+\sin\alpha+\sin^2\alpha}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}=\dfrac{1+\sin\alpha}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}=\dfrac{1}{\cos\alpha}.$

в) $\dfrac{tg^2\varphi-1}{tg^2\varphi+1}+\cos^2\varphi=\dfrac{tg^2\varphi-1+\cos^2\varphi\cdot tg^2\varphi+\cos^2\varphi}{tg^2\varphi+1}=$

$=\dfrac{tg^2\alpha-\sin^2\varphi+\sin^2\varphi}{tg^2\varphi+1}=\dfrac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi\cdot\dfrac{1}{\cos^2\varphi}}=\sin^2\varphi.$

г) $\dfrac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}+\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\dfrac{(\sin\alpha-\cos\alpha)(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)}{(\sin\alpha+\cos\alpha)}+\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

781. а) $1-(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=2\sin^2\alpha.$
$|\sin\alpha|\le1$; $\sin2\alpha\le1$; т.е. $2\sin^2\alpha\le2$.

б) $1-\sin\alpha\cos\alpha\,tg\alpha=1-\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$ $|\cos\alpha|\le1$; $\cos^2\alpha\le1$

в) $\cos^2\alpha\,tg^2\alpha+5\cos^2\alpha-1=\dfrac{\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+5\cos^2\alpha-1=$

$=\sin^2\alpha-1+5\cos^2\alpha=-\cos^2\alpha+5\cos^2\alpha=4\cos^2\alpha.$ $|\cos\alpha|\le1$; $\cos^2\alpha\le1$, т.е. $4\cos^2\alpha\le4$.

г) $\sin\alpha+3\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha=\sin\alpha+3(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin\alpha+3.$ $|\sin\alpha|\le1$, $\sin\alpha+3\le4$

782. $\sin\alpha+\cos\alpha=0{,}8$; $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=0{,}8^2=0{,}64$; $\sin^2\alpha+$ $+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=0{,}64$; $2\sin\alpha\cos\alpha=0{,}64-1=-0{,}36$; $\sin\alpha\cos\alpha=-0{,}18$.

783. $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha=2{,}3$; $(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha)^2=2{,}3^2=5{,}29$;
$\operatorname{tg}^2\alpha+2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha=5{,}29$; $\operatorname{tg}^2\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha=5{,}29-2=3{,}29$.

784. а) $(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha)^2-(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha)^2=\operatorname{tg}^2\alpha+2\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha+$ $+2\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}^2\alpha=4\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=4$;

б) $(2+\sin\beta)(2-\sin\beta)+(2+\cos\beta)(2-\cos\beta)=4-\sin^2\beta+4-\cos^2\beta=$ $=4+4-(\sin^2\beta+\cos^2\beta)=4+4-1=7$;

в) $\operatorname{ctg}\alpha+\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=$

$$=\frac{\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{(1+\cos\alpha)\cdot\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha+1}{\sin\alpha(1+\cos\alpha)}=\frac{1}{\sin\alpha};$$

г) $\dfrac{1-2\sin x\cos x}{\sin x-\cos x}=\dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x}{\sin x-\cos x}=$

$$=\frac{(\sin x-\cos x)^2}{(\sin x-\cos x)}=\sin x-\cos x.$$

785. а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+$ $+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=2\cos^2\alpha+2\sin^2\alpha=2$;

б) $\dfrac{1-\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\operatorname{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha}$;

в) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$;

г) $\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha}=\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha+\dfrac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}}=\dfrac{\operatorname{ctg}\alpha}{\dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha+1}{\operatorname{ctg}\alpha}}=\dfrac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}+1=\cos^2\alpha$.

786. а) $\dfrac{\cos^3\alpha-\sin^3\alpha}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos^2\alpha+\cos\alpha\sin\alpha+\sin^2\alpha)}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=$

$$=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+\cos\alpha\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha\cdot\cos\alpha)}=\cos\alpha-\sin\alpha;$$

б) $(1+\operatorname{tg}\alpha)^2+(1-\operatorname{tg}\alpha)^2=1+2\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha+1-2\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha=2(1+\operatorname{tg}^2\alpha)=\dfrac{2}{\cos^2\alpha}$;

в) $\dfrac{\cos\beta}{1-\sin\beta}-\dfrac{\cos\beta}{1+\sin\beta}=\dfrac{\cos\beta(1+\sin\beta)-\cos\beta(1-\sin\beta)}{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}=$

$$=\frac{\cos\beta+\cos\beta\sin\beta-\cos\beta+\cos\beta\sin\beta}{1-\sin^2\beta}=\frac{2\cos\beta\sin\beta}{\cos^2\beta}=2\cdot\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=2\operatorname{tg}\beta;$$

г) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}+\dfrac{1}{\operatorname{tg}\beta}}=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\dfrac{\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}}=\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta$.

д) $\sin^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta=\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta(1-\sin^2\alpha)=$
$=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+\sin^2\beta\sin^2\alpha=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$;

е) $\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta=\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta(1-\cos^2\alpha)=$
$=\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+\sin^2\beta\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$.

787. а) $(\sin\beta+\sin\alpha)(\sin\alpha-\sin\beta)-(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\beta-\cos\alpha)=$
$=(\sin^2\alpha-\sin^2\beta)-(\cos^2\beta-\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta-\cos^2\beta+\cos^2\alpha=$
$=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)-(\sin^2\beta+\cos^2\beta)=1-1=0$;

б) $\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)}{\sin^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\cdot\cos^2\alpha=\operatorname{ctg}^2\alpha\cos^2\alpha$;

в) $\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha}=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha):(\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha})=$

$=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cdot\dfrac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos^4\alpha-\sin^4\alpha}=$

$=\dfrac{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(\sin^2\alpha\cos^2\alpha)}{(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}=\dfrac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{1}=\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

г) $\dfrac{1-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}+2\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\dfrac{1-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha=$

$=\dfrac{(1-2\sin\alpha\cos\alpha)(1+2\sin\alpha\cos\alpha)}{1+2\sin\alpha\cos\alpha}+2\sin\alpha\cos\alpha=$

$=1-2\sin\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1$.

788. а) $1-\sin\alpha\cos\alpha\operatorname{tg}\alpha=1-\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}=1-\sin^2\alpha$.

Так как $\sin\alpha=0{,}7$, то $1-\sin^2\alpha=1-0{,}7^2=1-0{,}49=0{,}51$.

б) $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha=\cos^2\alpha(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$.

Так как $\operatorname{tg}\alpha=2$, то $\dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\dfrac{1}{1+2^2}=\dfrac{1}{5}$.

789. $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\dfrac{\sin\alpha(1-\cos\alpha)+\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin\alpha(1-\cos\alpha+1+\cos\alpha)}{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{2\sin\alpha}{\sin^2\alpha}=\dfrac{2}{\sin\alpha}$.

Так как $\sin\alpha=-\dfrac{1}{8}$, то $\dfrac{2}{\sin\alpha}=2:\left(-\dfrac{1}{8}\right)=-16$.

790. а) $\cos 8{,}5\pi=\cos(4\cdot 2\pi+0{,}5\pi)=\cos 0{,}5\pi=0$.

б) $\mathrm{tg}9\pi=\mathrm{tg}(4\cdot 2\pi+\pi)=\mathrm{tg}\pi=0$.

в) $\sin(-3{,}5\pi)=-\sin 3{,}5\pi=-\sin(2\pi+1{,}5\pi)=-\sin 1{,}5\pi=-(-1)=1$.

г) $\mathrm{ctg}\dfrac{9\pi}{4}=\mathrm{ctg}\left(2\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)=\mathrm{ctg}\dfrac{\pi}{4}=1$.

д) $\cos\left(-\dfrac{19\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{19\pi}{3}=\cos\left(6\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$.

791. Пусть длина большого катета x дм, а длина меньшего – y дм. По условию задачи $x-y=5$ и $(x+4)^2+(y-8)^2=x^2+y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y=x-5 \\ (x+4)^2+(x-13)^2x^2+(x-5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-5 \\ x^2+8x+16+x^2-26x+169=x^2+x^2-10x+25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-5 \\ -8x=-160 \end{cases} \begin{cases} x=20 \\ y=20-5=15 \end{cases}$$

Ответ: 20 дм и 15дм.

792. Пусть длины катетов x см и y см. Тогда по условию задачи: $x+y=79$ и $(x+23)^2+(y-11)^2=x^2+y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=79, \\ (x+23)^2+(y-11)^2=x^2+y^2; \end{cases} \begin{cases} x=79-y, \\ (102-y)^2+(y-11)^2=(79-y)^2+y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=79-y \\ 10404-204y+y^2+y^2-22y+121=6241-158y+y^2+y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=79-y \\ 68y=4284 \end{cases} \begin{cases} x=16 \\ y=63 \end{cases}$$

Ответ: 16см и 63см.

793. Воспользуемся формулами приведения.

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha.$

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha.$

в) $\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\mathrm{ctg}\alpha.$

г) $\mathrm{ctg}(\pi+\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha.$

д) $\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha.$

е) $\sin(2\pi+\alpha)=\sin\alpha.$

ж) $\mathrm{tg}(180°-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha.$

з) $\sin(180°+\alpha)=-\sin\alpha.$

и) $\mathrm{ctg}(360°-\alpha)=-\mathrm{ctg}\alpha.$

к) $\cos(90°-\alpha)=\sin\alpha.$

л) $\sin(270°-\alpha)=-\cos\alpha.$

м) $\mathrm{tg}(270°+\alpha)=-\mathrm{ctg}\alpha.$

794. а) $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha.$

б) $\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha.$

в) $\mathrm{tg}(\pi+\alpha)=\mathrm{tg}\alpha.$

г) $\cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha.$

д) $\mathrm{ctg}(\pi-\alpha)=-\mathrm{ctg}\alpha.$

е) $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha.$

ж) $\sin(360°+\alpha)=\sin\alpha.$

з) $\cos(90°+\alpha)=-\sin\alpha.$

и) $\mathrm{tg}(90°-\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha.$

795. а) $\sin 130°=\sin(90°+40°)=\cos 40°$; $\cos 130°=\cos(90°+40°)=-\sin 40°$, $\mathrm{tg}\,130°=\mathrm{tg}(90°+40°)=-\mathrm{ctg}40°$; $\mathrm{ctg}\,130°=\mathrm{ctg}(90°+40°)=-\mathrm{tg}40^0$.

б) $\sin 190°=\sin(180°+10°)=-\sin 10°$; $\cos 190°=\cos(180°+10°)=-\cos 10°$, $\mathrm{tg}190°=\mathrm{tg}(180°+10°)=\mathrm{tg}10°$; $\mathrm{ctg}190°=\mathrm{ctg}(180°+10°)=\mathrm{ctg}\,10°$.

в) $\sin(-320°)=-\sin(320°)=-\sin(360°-40°)=-(-\sin 40°)=\sin 40°$;
$\cos(-320°)=\cos(320°)=\cos(360°-40°)=\cos 40°$;
$\mathrm{tg}(-320°)=-\mathrm{tg}(320°)=-\mathrm{tg}(360°-40°)=-(-\mathrm{tg}40°)=\mathrm{tg}40°$;
$\mathrm{ctg}(-320°)=-\mathrm{ctg}(320°)=-\mathrm{ctg}(360°-40°)=-(-\mathrm{ctg}40°)=\mathrm{ctg}40°$.

г) $\sin(-590°)=\sin(-360°-230°)=\sin(-230°)=-\sin(180°+50°)=\sin 50°$;
$\cos(-590°)=\cos(-230°)=\cos(180°+50°)=-\cos 50°$; $\mathrm{tg}(-590°)=-\mathrm{tg}50°$;
$\mathrm{ctg}\,(-590°)=-\mathrm{ctg}50°$.

796. а) $\cos 0{,}7\pi=\cos(0{,}5\pi+0{,}2\pi)=-\sin 0{,}2\pi$.

б) $\mathrm{ctg}(-0{,}6\pi)=\mathrm{ctg}\left(-\frac{3\pi}{5}\right)=\mathrm{ctg}\left(\frac{2\pi}{5}-\pi\right)=\mathrm{ctg}\frac{2\pi}{5}.$

в) $\sin 1{,}6\pi=\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\frac{\pi}{10}\right)=-\cos\frac{\pi}{10}.$

г) $\mathrm{tg}\,(-\frac{9\pi}{5})=-\mathrm{tg}1{,}8\pi=-\mathrm{tg}(2\pi-0{,}2\pi)=-(\mathrm{tg}0{,}2\pi)=\mathrm{tg}0{,}2\pi.$

797. а) $\mathrm{tg}137°=\mathrm{tg}(\pi-43°)=-\mathrm{tg}43°$.

б) $\sin(-178°)=-\sin 178°=-\sin(180°-2°)=-\sin 2°$.

в) $\sin 680°=\sin(720°-40°)=-\sin 40°$.

г) $\cos(-1000°)=\cos 1000°=\cos(900°+100°)=-\cos 100°=-\cos(90°+10°)=\sin 10°$

798. Воспользуемся формулами приведения

а) $\sin\frac{2\pi}{3}=\sin(\pi-\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\cos\frac{2\pi}{3}=\cos(\pi-\frac{\pi}{3})=-\cos\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$;

$\mathrm{tg}\frac{2\pi}{3}=tg(\pi-\frac{\pi}{3})=-tg\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$;

$ctg\frac{2\pi}{3}=ctg(\pi-\frac{\pi}{3})=-ctg\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

б) $\sin\frac{3\pi}{4}=\sin(\pi-\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$\cos\frac{3\pi}{4}=\cos(\pi-\frac{\pi}{4})=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$\mathrm{tg}\frac{3\pi}{4}=\mathrm{tg}(\pi-\frac{\pi}{4})=-\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}=-1$;

$ctg\frac{3\pi}{4}=ctg(\pi-\frac{\pi}{4})=-ctg\frac{\pi}{4}=-1$

в) $\sin\frac{5\pi}{6}=\sin(\pi-\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$;

$\cos\frac{5\pi}{6}=\cos(\pi-\frac{\pi}{6})=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\mathrm{tg}\frac{5\pi}{6}=\mathrm{tg}(\pi-\frac{\pi}{6})=-\mathrm{tg}\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

$ctg\frac{5\pi}{6}=ctg(\pi-\frac{\pi}{6})=-ctg\frac{\pi}{6}=-\sqrt{3}$

799. а) $\sin 240°=\sin(180°+60°)=-\sin 60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) $\cos(-210°)=\cos(210°)=\cos(180°+30°)=-\cos 30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\mathrm{tg}\ 300°=\mathrm{tg}(360°-60°)=-\mathrm{tg}60°=-\sqrt{3}$

г) $\sin 330°=\sin(270°+60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$

д) $\mathrm{ctg}(-225°)=-\mathrm{ctg}\ 225°=-\mathrm{ctg}(180°+45°)=-\mathrm{ctg}\ 45°=-1$

е) $\sin 315°=\sin(360°-45°)=-\sin 45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

800. а) $\cos 120°=\cos(180°-60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$.

б) $\sin(-150°)=-\sin 150°=-\sin(90°+60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$

в) $\mathrm{tg}(-225°)=-\mathrm{tg}225°=-\mathrm{tg}(270°-45°)=-\mathrm{ctg}45°=-1$.

г) $\cos(-225°)=\cos 225°=\cos(270°-45°)=-\sin 45°=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

д) $\cos\frac{7\pi}{6}=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

е) $\sin\frac{4\pi}{3}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

801. а) $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$.

б) $\cos(\alpha-\pi)=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$.

в) $\mathrm{ctg}(\alpha-360°)=-\mathrm{ctg}(360°-\alpha)=-(-\mathrm{ctg}\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha$.

г) $\mathrm{tg}(-\alpha+270°)=\mathrm{tg}(270°-\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha$.

802. а) $\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-(-\cos\alpha)=\cos\alpha$

б) $\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$.

в) $\mathrm{tg}(\alpha-2\pi)=-\mathrm{tg}(2\pi-\alpha)=\mathrm{tg}\,\alpha$.

803. а) $\sin^2(\pi+\alpha)=(-\sin\alpha)^2=\sin^2\alpha$. б) $\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=(-\mathrm{ctg}\alpha)^2=\mathrm{ctg}^2\alpha$.

в) $\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=(-\sin\alpha)^2=\sin^2\alpha$. г) $\mathrm{ctg}^2(2\pi-\alpha)=(-\mathrm{ctg}\,\alpha)^2=\mathrm{ctg}^2\alpha$

804. Из теоремы о сумме углов треугольника: $A+B+C=180°$, откуда следует:

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)=\sin\left(\frac{180°-C}{2}\right)=\sin\left(90°-\frac{C}{2}\right)=\cos\frac{C}{2}$$

805. $\alpha+\beta+\gamma=180°$; $\alpha+\beta=180°-\gamma$; $\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{180°-\gamma}{2}$, откуда

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)=\mathrm{tg}\left(\frac{180°-\gamma}{2}\right)=\mathrm{tg}\left(90°-\frac{\gamma}{2}\right)=\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}.$$

806. а) $\sin(90°-\alpha)+\cos(180°+\alpha)+\mathrm{tg}(270°+\alpha)+\mathrm{ctg}(360°+\alpha)=$
$=\cos\alpha+(-\cos\alpha)+(-\mathrm{ctg}\alpha)+\mathrm{ctg}\alpha=0.$

б) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\cos(\alpha-\pi)+\mathrm{tg}(\pi-\alpha)+\mathrm{ctg}\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)=$

$=\cos\alpha-\cos(\pi-\alpha)-\ \mathrm{tg}\alpha\ +\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$

$\cos\alpha-(-\cos\alpha)-\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\alpha=2\cos\alpha.$

807. а) $\frac{\cos(-\alpha)\cos(180°+\alpha)}{\sin(-\alpha)\sin(90°+\alpha)}=\frac{\cos\alpha\cdot(-\cos\alpha)}{-\sin(-\alpha)\cdot\cos\alpha}=ctg\alpha.$

б) $\frac{\sin(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}{\mathrm{tg}(\pi-\alpha)\cos(\alpha-\pi)}=\frac{-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{-\mathrm{tg}\alpha\cos(-\cos\alpha)}=$

$=-\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=-\cos\alpha\ .$

в) $\frac{\sin(-\alpha)\mathrm{ctg}(-\alpha)}{\cos(360°-\alpha)\mathrm{tg}(180°+\alpha)}=\frac{\sin\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha}{\cos\alpha\cdot\mathrm{tg}\alpha}=$

$=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha\cdot\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=ctg\alpha\ .$

г) $\frac{\sin(\pi+\alpha)\sin(\alpha+2\pi)}{tg(\pi+\alpha)\cos(1{,}5\pi+\alpha)}=\frac{-\sin\alpha\cdot\sin\alpha}{tg\alpha\cdot\sin\alpha}=$

$=-\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha}=-\cos\alpha.$

808. а) $\sin^2(180°-x)+\sin^2(270°-x)=\sin^2x+(-\cos x)^2=\sin^2x+\cos^2x=1.$

б) $\sin(\pi-x)\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\cos(\pi-x)=$

$=\sin x\cdot\sin x\ -\cos x\cdot(-\cos x)=\sin^2x+\cos^2x=1.$

809. Воспользуемся формулами приведения.

а) $\cos^2(\pi+x)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=(-\cos x)^2+(-\sin x)^2=$

$=\cos^2x+\sin^2x=1.$

б) $\sin(\pi+x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\cos(2\pi+x)\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=$

$=-\sin x\cdot(-\sin x)-\cos x\cdot(-\cos x)=\sin^2x+\cos^2x=1.$

810. а) $\dfrac{\mathrm{tg}(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\mathrm{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=\dfrac{-\mathrm{tg}\alpha}{-\cos\alpha}\cdot\dfrac{(-\cos\alpha)}{(-\mathrm{ctg}\alpha)}=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{ctg}\alpha}=\mathrm{tg}^2\alpha;$

б) $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)}{\mathrm{tg}(\pi+\alpha)}\cdot\dfrac{\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2}+\alpha)}\cdot\dfrac{\cos(2\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin\alpha}{\mathrm{tg}\alpha}\cdot\dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{(-\mathrm{ctg}\alpha)}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{(-\sin\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha}{\mathrm{tg}\alpha}=\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sin\alpha.$

811. По формулам приведения: а) $\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)\mathrm{ctg}(\frac{\pi}{2}-\alpha)+$

$+\sin(\pi-\alpha)+\mathrm{ctg}(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha\cdot\mathrm{tg}\alpha+\sin\alpha+\mathrm{tg}\alpha=$

$=-\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\cos\alpha}+\sin\alpha+\mathrm{tg}\alpha=-\sin\alpha+\sin\alpha+\mathrm{tg}\alpha=\mathrm{tg}\alpha$;

б) $\mathrm{ctg}^2(2\pi-\alpha)-\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha}=$

$=(-\mathrm{ctg}\alpha)^2+\cos\alpha\cdot\dfrac{1}{\cos\alpha}=\mathrm{ctg}^2\alpha+1=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}.$

812. а) 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-(-0{,}8)^2=0{,}36$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}36}=\pm0{,}6$, так как $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\alpha\in$ II четверти, значит, $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=0{,}6$.

2) $\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\mathrm{ctg}\alpha=-0{,}8:0{,}6=-\dfrac{4}{3}=-1\dfrac{1}{3}.$

б) 1) $1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+(-5)^2}=\dfrac{1}{26}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{1}{26}}$; Так как $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\alpha\in$II четверти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\sqrt{\dfrac{1}{26}}=-\dfrac{\sqrt{26}}{26}.$

2) $\mathrm{tg}\,\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sin\alpha=\mathrm{tg}\alpha\cdot\cos\alpha$; $\sin\alpha=-5\cdot(-\dfrac{\sqrt{26}}{26})=\dfrac{5\sqrt{26}}{26}.$

813. $\sin^3\alpha(1+\mathrm{ctg}\alpha)+\cos^3\alpha(1+\mathrm{tg}\alpha)=\sin^3\alpha\left(1+\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)+\cos^3\alpha\left(1+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)=$

$=\sin^3\alpha+\sin^2\alpha\cos\alpha+\cos^3\alpha+\cos^2\alpha\sin\alpha=$

$=(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)+\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)=$

$=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha.$

814. Пусть x км/ч – это скорость скорого поезда, а y км/ч – скорость товарного поезда. По условию задачи имеем: $x\cdot 0{,}5+y\cdot 0{,}5=75$. Так как время движения скорого поезда $\dfrac{75}{x}$ ч., а время движения товарного — $\dfrac{75}{y}$ ч., то имеем систему уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{75}{y}-\dfrac{75}{x}=\dfrac{5}{12}\\ x\cdot 0{,}5+y\cdot 0{,}5=75\end{cases}\quad \begin{cases}x=150-y\\ \dfrac{75}{y}-\dfrac{75}{150-y}=\dfrac{5}{12}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=150-y\\ \dfrac{15}{y}-\dfrac{15}{150-y}=\dfrac{1}{12}\end{cases}\quad \begin{cases}x=150-y\\ 27000-180y-180y=150y-y^2\end{cases}$$

$y^2=510y+27000=0$; $D=(510)^2-4\cdot 27000=152100$; $y^2=\dfrac{-210+390}{2}=90$

или $y^2=\dfrac{-210-390}{2}=-300$ — не подходит по смыслу.

$$\begin{cases}y=90\\ x=150-90\end{cases}\quad \begin{cases}y=90\\ x=60\end{cases}$$

Ответ: 90 км/ч, 60км/ч.

815. Пусть x км/ч – скорость поезда после ее увеличения. Получим уравнение:

$$\frac{70}{x-10}-\frac{70}{x}=\frac{1}{6};$$

$420x-420x+4200=x^2-10x$; $x^2-10x-4200=0$; $D=10^2+4\cdot 4200=16900$;

$x=\dfrac{10+\sqrt{16900}}{2}=70$; или $x=\dfrac{10-\sqrt{16900}}{2}=-60$ — не подходит по смыслу.

Ответ: 70 км/ч.

§ 14. Формулы сложения и их следствия

816. Воспользуемся формулами косинуса разности и суммы:

а) $\cos(\frac{\pi}{4}-\varphi)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\varphi+\sin\pi\cdot\sin\frac{\varphi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi=$

$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\varphi+\sin\varphi)$;

б) $\cos(\frac{\pi}{4}+\varphi)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\varphi-\sin\frac{\pi}{4}\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\varphi-\sin\varphi)$. Воспользуемся формулами синуса суммы и разности:

в) $\sin(\varphi+\frac{\pi}{4})=\sin\varphi\cos\frac{\pi}{4}+\cos\varphi\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\varphi+\cos\varphi)$.

г) $\sin(\varphi-\frac{\pi}{4})=\sin\varphi\cos\frac{\pi}{4}-\cos\varphi\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\varphi-\cos\varphi)$.

817.

а) $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\sin\frac{\pi}{2}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{2}\sin\alpha=1\cdot\cos\alpha+0\cdot\sin\alpha=\cos\alpha$.

б) $\sin(\pi+\alpha)=\sin\pi\cos\alpha+\cos\pi\sin\alpha=0\cdot\cos\alpha-1\cdot\sin\alpha=-\sin\alpha$.

в) $\cos(\pi-\alpha)=\cos\pi\cos\alpha+\sin\pi\sin\alpha=-1\cdot\cos\alpha+0\cdot\sin\alpha=-\cos\alpha$

г) $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=\cos\frac{3\pi}{2}\cos\alpha-\sin\frac{3\pi}{2}\sin\alpha=$

$=0\cdot\cos\alpha-(-1)\sin\alpha=\sin\alpha$.

818. По формулам синуса и косинуса разности:

а) $\sin(60°-\beta)=\sin60°\cos\beta-\cos60°\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta-\frac{1}{2}\sin\beta$.

б) $\cos(\beta-30°)=\cos\beta\cos30°+\sin\beta\sin30°=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta+\frac{1}{2}\sin\beta$.

819. а) $\sin105°=\sin(45°+60°)=\sin45°\cdot\cos60°+\cos45°\cdot\sin60°=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

б) $\cos 105°=\cos(45°+60°)=\cos 45°\cdot\cos 60°-\sin 45°\cdot\sin 60°=$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}.$$

820. Воспользуемся формулами синуса и косинуса суммы:

а) $\sin 75°=\sin(45°+30°)=\sin 45°\cdot\cos 30°+\cos 45°\cdot\sin 30°=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+$
$$+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

б) $\cos 75°=\cos(45°+30°)=\cos 45°\cdot\cos 30°-\sin 45°\cdot\sin 30°=$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

821. а) $\sin(\alpha+\beta)-\sin\alpha\cos\beta=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=\cos\alpha\sin\beta.$

б) $\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta.$

в) $\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)-\frac{1}{2}\cos\alpha=\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha=$
$$=\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha.$$

г) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}=$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\frac{1}{2}+\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha.$$

822.

а) $\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4}+\alpha)-\cos\alpha=\sqrt{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha-\cos\alpha=$
$$=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{2}\sin\alpha-\cos\alpha=\cos\alpha+\sin\alpha-\cos\alpha=\sin\alpha.$$

б) $\sqrt{2}\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})-\sin\alpha=\sqrt{2}\cdot\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}-\sqrt{2}\cdot\cos\alpha\sin\frac{\pi}{4}-\sin\alpha=$
$$=\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{2}\cos\alpha-\sin\alpha=\sin\alpha-\cos\alpha-\sin\alpha=-\cos\alpha.$$

в) $2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\sqrt{3}\sin\alpha=2\left(\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha\right)-\sqrt{3}\sin\alpha=$
$$=2\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha=\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha=\cos\alpha.$$

г) $\sqrt{3}\cos\alpha - 2\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cos\alpha - 2\left(\cos\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{6} + \sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}\right) =$

$= \sqrt{3}\cos\alpha - \frac{2\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - 2\cdot\frac{1}{2}\sin\alpha = \sqrt{3}\cos\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha - \sin\alpha = -\sin\alpha$

823. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha-\beta)-\cos\alpha\cos\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta=\sin\alpha\sin\beta$.

б) $\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\cos\alpha\sin\beta$.

в) $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)-\frac{1}{2}\sin\alpha = \sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{3}\sin\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha.$

г) $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = \cos\alpha\cos\frac{\pi}{4} - \sin\alpha\sin\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha.$

824. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha-\beta)+\sin(-\alpha)\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta$;

б) $\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cos(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-\sin\alpha\cos\beta=\cos\alpha\sin\beta$.

825. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\sin(\alpha-\beta)-\cos\alpha\sin(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta+\cos\alpha\sin\beta=\sin\alpha\cos\beta$,

б) $\cos(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\sin(-\beta)=\cos\alpha\cos\beta-$
$-\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta$.

826. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности

а) $\cos 2\beta\cos\beta+\sin 2\beta\sin\beta=\cos(2\beta-\beta)=\cos\beta$.

б) $\sin3\gamma\cos\gamma-\cos3\gamma\sin\gamma=\sin(3\gamma-\gamma)=\sin2\gamma$.

827. Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности

а) $\cos107°\cos17°+\sin107°\sin17°=\cos(107°-17°)=\cos90°=0$;

б) $\cos36°\cos24°-\sin36°\sin24°=\cos(36°+24°)=\cos60°=\frac{1}{2}$.

в) $\sin63°\cos27°+\cos63°\sin27°=\sin(63°+27°)=\sin90°=1$.

г) $\sin51°\cos21°-\cos51°\sin21°=\sin(51°-21°)=\sin30°=\frac{1}{2}$.

828. а) $\cos18°\cos63°+\sin18°\sin63°=\cos(18°-63°)=\cos(-45°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

б) $\cos32°\cos58°-\sin32°\sin58°=\cos(32°+58°)=\cos90°=0$.

829. а) $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$

$=\sin\left(\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)+\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\right)=\sin 2\alpha$.

б) $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)=$

$=\cos\left(\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)+\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)\right)=\cos\frac{2\pi}{4}=0.$

830. По формулам синуса суммы и разности:

а) $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=2\sin\alpha\cos\beta$;

б) $\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=$
$=2\sin\alpha\sin\beta$;

в) $\cos(60°-\alpha)-\cos(60°+\alpha)=\cos 60°\cos\alpha+\sin 60°\sin\alpha-\cos 60°\cdot\cos\alpha+$
$+\sin 60°\sin\alpha=2\sin 60°\sin\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\sqrt{3}\sin\alpha$

г) $\sin(30°-\alpha)+\sin(30°+\alpha)=\sin 30°\cos\alpha-\cos 30°\sin\alpha+\sin 30°\cos\alpha+$
$+\cos 30°\sin\alpha=2\cdot\frac{1}{2}\cos\alpha=\cos\alpha.$

831. По формулам синуса и косинуса суммы и разности:

а) $\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-$
$-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=2\cos\alpha\sin\beta$.

б) $\cos(30°+\alpha)-\cos(30°-\alpha)=\cos 30°\cos\alpha-\sin 30°\sin\alpha-$
$-\cos 30°\cos\alpha-\sin 30°\sin\alpha=-2\cdot\frac{1}{2}\sin\alpha=-\sin\alpha$.

832. а) $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta-$
$-\cos\alpha\sin\beta)=(\sin\alpha\cos\beta)^2-(\cos\alpha\sin\beta)^2=\sin^2 a\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta=$
$=\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-(1-\sin^2\alpha)\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\beta+$
$+\sin^2\alpha\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$;

б) $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)\cdot(\cos\alpha\cos\beta+$
$+\sin\alpha\sin\beta)=\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta=\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-$
$-\sin^2\beta\cdot(1-\cos^2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\beta\cos^2\alpha-\sin^2\beta+\sin^2\beta\cdot\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$.

833.

а) $\frac{\sin(\alpha+\beta)-\cos\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)+\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta+\cos\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}=1$.

б) $\frac{\sin(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)}=$

$=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\operatorname{tg}(\alpha+\beta).$

834. а) $\frac{\cos(\alpha+\beta)+\sin\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=1.$

б) $\frac{\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta}=$

$=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta}=\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=\operatorname{ctg}(\alpha+\beta).$

835. 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-\left(\frac{8}{17}\right)^2=\frac{225}{289}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{225}{289}}=\pm\frac{15}{17}$; так как $\alpha\in$ I четверти, значит, $\cos\alpha>0$, поэтому

$\cos\alpha=\frac{15}{17}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$; $\sin^2\beta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$;

$\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$; так как $\beta\in$ I четверти, значит, $\sin\beta>0$, поэтому

$\sin\beta=\frac{3}{5}$.

а) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{8}{17}\cdot\frac{4}{5}+\frac{15}{17}\cdot\frac{3}{5}=\frac{32}{85}+\frac{45}{85}=\frac{77}{85}$.

б) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{15\cdot4}{17\cdot5}-\frac{8\cdot3}{17\cdot5}=\frac{60}{85}-\frac{24}{85}=\frac{36}{85}$.

в) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{15\cdot4}{17\cdot5}+\frac{8\cdot3}{17\cdot5}=\frac{60}{85}+\frac{24}{85}=\frac{84}{85}$.

836. 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-(\frac{9}{41})^2=$

$=\frac{1681-81}{1681}=\frac{1600}{1681}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1600}{1681}}=\pm\frac{40}{41}$, так как $\alpha\in$II четвеоти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\frac{40}{41}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$; $\cos^2\beta=1-(-\frac{40}{41})^2=$

$=\frac{1681-1600}{1681}=\frac{81}{1681}$; $\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{81}{1681}}=\pm\frac{9}{41}$; так как $\beta\in$IV четверти, значит, $\cos\beta>0$, поэтому $\cos\beta=\frac{9}{41}$.

3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{9\cdot9}{41\cdot41}+\frac{40\cdot40}{41\cdot41}=\frac{81+1600}{1681}=\frac{1681}{1681}=1$

837. 1) $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{25-16}{25}=\frac{9}{25}$; $\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{9}}{25}=\pm\frac{3}{5}$;

так как $\alpha\in$II четверти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$;

$\sin^2\beta=1-\left(-\frac{15}{17}\right)^2=\frac{289-225}{289}=\frac{64}{289}$; $\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{64}{289}}=\pm\frac{8}{17}$;

так как $\beta\in$II четверти, значит, $\sin\beta>0$, поэтому $\sin\beta=\frac{8}{17}$

а) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=-\frac{4\cdot15}{5\cdot17}-\frac{3\cdot8}{5\cdot17}=-\frac{60}{85}-\frac{24}{85}=-\frac{84}{85}$.

б) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=-\frac{4\cdot15}{5\cdot17}+\frac{3\cdot8}{5\cdot17}=\frac{-60}{85}+\frac{24}{85}=-\frac{36}{85}$.

в) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{3\cdot15}{5\cdot17}+\frac{4\cdot8}{5\cdot17}=\frac{45+32}{85}=\frac{77}{85}$

г) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha$ son $\beta=\frac{3\cdot15}{5\cdot17}-\frac{4\cdot8}{5\cdot17}=\frac{45-32}{85}=\frac{13}{85}$.

838. Из теоремы о сумме углов треугольника $\alpha=180°-\alpha-\beta$.
$\sin\gamma=\sin(180°-(\alpha+\beta))=\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

839. 1) Пусть α, β и γ – углы треугольника $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;

$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$, $\cos^2\alpha=1-(\frac{4}{5})^2=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$, $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$. Угол острый, т.е. $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, значит, $\cos\alpha>0$), поэтому $\cos\alpha=\frac{3}{5}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$, $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$, $\cos^2\beta=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169}$,

$\cos\beta=\pm\sqrt{\frac{144}{169}}=\pm\frac{12}{13}$; так как угол острый, то $0<\beta<\frac{\pi}{2}$, значит, $\cos\beta>0$, поэтому $\cos\beta=\frac{12}{13}$.

3) $\alpha+\beta+\gamma=180°$; $180°-\alpha-\beta=180°-0(\alpha+\beta)$, $\cos(180°-(\alpha+\beta))=$

$=-\cos(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta=\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{13}-\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{13}=\frac{20}{65}-\frac{36}{65}=-\frac{16}{65}$.

840. Пусть α, β и γ – углы треугольника и пусть $\cos\alpha=\frac{1}{3}$; $\cos\beta=\frac{2}{3}$.

Следовательно, α и β — острые углы, а $\gamma=180°-(\alpha+\beta)$.

1) $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$, $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$,

$\sin^2\alpha=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$, $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, но $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, значит,

$\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

2) $\cos^2\beta+\sin^2\beta=1$, $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$, $\sin^2\beta=1-\left(\frac{2}{3}\right)^2 1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$,

$\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{5}{9}}=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$, но $0<\beta<\frac{\pi}{2}$, значит, $\sin\beta>0$, поэтому $\sin\beta=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

3) $\sin\gamma=\sin(180°-(\alpha+\beta))=\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}+\frac{\sqrt{5}}{9}=\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{5}}{9}$.

841. Воспользуемся формулой тангенса суммы:

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}=\frac{\frac{4}{3}+\frac{1}{4}}{1-\frac{4\cdot1}{3\cdot4}}=\frac{(16+3)}{12}:\frac{2}{3}=\frac{19\cdot3}{12\cdot2}=2\frac{3}{8}.$$

842. а) $tg15°=tg(45°-30°)=\dfrac{tg45°-tg30°}{1+tg45°tg30°}=\dfrac{1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}}=$

$=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{(3-\sqrt{3})^2}{9-3}=\dfrac{12-6\sqrt{3}}{6}=2-\sqrt{3}$;

б) $tg75°=tg(30°+45°)=\dfrac{tg30°+tg45°}{1-tg30°tg45°}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot 1}=$

$=\dfrac{\left(\sqrt{3}+3\right)^2}{3\left(3-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+3\right)^2}{\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{3+6\sqrt{3}+9}{9=3}=\dfrac{12+6\sqrt{3}}{6}=2+\sqrt{3}.$

843. $tg(\alpha-\beta)=tg(\alpha+(-\beta))=\dfrac{tg\alpha+tg(-\beta)}{1-tg\alpha tg(-\beta)}=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha tg\beta}$.

844. а) $tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}$; $tg(\alpha+\beta)=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right):\left(1-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\right)=$

$=\dfrac{(3+2)}{6}:\dfrac{5}{6}=\dfrac{5\cdot 6}{6\cdot 5}=1$.

б) $tg(\alpha-\beta)=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha tg\beta}$; $tg(\alpha-\beta)=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right):\left(1+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\right)=$

$=\dfrac{(3-2)}{6}:\dfrac{7}{6}=\dfrac{1\cdot 6}{6\cdot 7}=\dfrac{1}{7}$.

845. а) $\sin480°=\sin(360°+120°)=\sin120°=\sin(90°+30°)=\cos30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(-570°)=\cos570°=\cos(540°+30°)=-\cos30°=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

в) $tg(-750°)=-tg750°=-tg(720°+30°)=-tg30°=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

г) $ctg495°=ctg(540°-45°)=-ctg45°=-1$.

846. $\dfrac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2-1}{\operatorname{ctg}\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1}{\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-\sin\alpha\cos\alpha}=$

$=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\dfrac{\cos\alpha-\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\dfrac{2\sin^2\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha(1-\sin^2\alpha)}=$

$=\dfrac{2\sin^2\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot\cos^2\alpha}=2\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=2\operatorname{tg}^2\alpha$.

847.

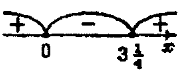
а) $\dfrac{\cos\alpha-\sin(-\alpha)}{1-\operatorname{ctg}(-\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{1+\operatorname{ctg}\alpha}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{1+\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\sin\alpha$.

б) $\operatorname{tg}(-\alpha)\operatorname{ctg}\alpha+\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}(-\alpha)}=-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha=-(1+\operatorname{tg}^2\alpha)=-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.

848. а) $(x+4)(x+5)-5\le7$; $x^2+4x+5x+20-5\le7$;
$x^2+9x+8\le0$. Найдем корни уравнения: $x^2+9x+8=0$;
$D=9^2-4\cdot1\cdot8=81-32=49$;

$x=\dfrac{-9+\sqrt{49}}{2}=-1$ или $x=\dfrac{-9-\sqrt{49}}{2}=-8$.

$x^2+9x+8=(x+1)(x+8)\le0$.
Ответ: $-8\le x\le-1$.



б) $6-(2x+1{,}5)(4-x)\ge0$; $6-(8x+6-2x^2-1{,}5x)\ge0$;
$6-8x-6+2x^2+1{,}5x\ge0$; $2x^2-6{,}5x\ge0$.
Найдем корни уравнения: $2x^2-6{,}5x=0$; $x(x-3{,}25)=0$;

$x=0$ или $x=3{,}25=3\frac{1}{4}$. $2x^2-6{,}5x=2(x-0)(2-3\frac{1}{4})\ge0$,

Ответ: $x\le0$ или $x\ge3\frac{1}{4}$.

849. Пусть x ч – время работы первого автогрузчика, а y ч – время второго. Тогда по условию имеем $x-y=9$. За 1 ч первый автогрузчик делает $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй – $\frac{1}{y}$ часть работы. Вместе за 1 час они сделают $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})$ часть работы, а за 20 ч. они сделают всю работу, значит $(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})\cdot20=1$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=9 \\ \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 20=1 \end{cases} \begin{cases} x=9+y, \\ \left(\frac{20}{9+y}+\frac{20}{y}\right)-1=0 \end{cases} \begin{cases} y=x-9 \\ \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-9}\right)\cdot 20=1 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{20}{y}+\frac{20}{9+y}=1$; $20x-180+20x=x^2-9x$; $x^2-49x+180=0$.

Найдем корни:

$D=49^2-4\cdot1\cdot180=1681$

$$x_1=\frac{49+\sqrt{1681}}{2}=\frac{49+41}{2}=45;\ x_2=\frac{49-41}{2}=4$$

$\begin{cases} x_1=45 \\ y_1=36 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_2=4 \\ y_2=-5 \end{cases}$ – не имеет смысла.

Ответ: 45 ч и 36 ч.

850. Воспользуемся формулами двойного угла:

а) $\frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}=2\cos\alpha.$

б) $\frac{2\cos^2\alpha}{\sin 2\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$.

в) $\frac{\sin 2\beta}{\cos\beta}-\sin\beta=\frac{2\sin\beta\cos\beta}{\cos\beta}-\sin\beta=2\sin\beta-\sin\beta=\sin\beta$.

г) $\cos2\alpha+\sin^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$.

д) $\cos^2\beta-\cos2\beta=\cos^2\beta-(\cos^2\beta-\sin^2\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\beta+\sin^2\beta=\sin^2\beta$.

е) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha=$

$$=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{-\sin\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)}{\cos\alpha+\sin\alpha}=$$

$=-\sin\alpha$.

851. По формулам двойного угла:

а) $\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}=\frac{\sin 2\cdot 20^\circ}{\sin 20^\circ}=\frac{2\sin 20^\circ\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}=2\cos 20^\circ$.

б) $\frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ}=\frac{\sin 2\cdot 50^\circ}{\cos 50^\circ}=\frac{2\sin 50^\circ\cos 50^\circ}{\cos 50^\circ}=2\sin 50^\circ$.

в) $\frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ+\sin 40^\circ}=\frac{\cos(2\cdot 40^\circ)}{\cos 40^\circ+\sin 40^\circ}=\frac{\cos^2 40^\circ-\sin^2 40^\circ}{\cos 40^\circ+\sin 40^\circ}=$

$$=\frac{(\cos 40^\circ+\sin 40^\circ)(\cos 40^\circ-\sin 40^\circ)}{\cos 40^\circ+\sin 40^\circ}=\cos 40^\circ-\sin 40^\circ.$$

г) $\frac{\cos 36° + \sin^2 18°}{\cos 18°} = \frac{\cos(2\cdot 18°) + \sin^2 18°}{\cos 18°} =$

$= \frac{\cos^2 18° - \sin^2 18° + \sin^2 18°}{\cos 18°} = \frac{\cos^2 18°}{\cos 18°} = \cos 18°$

852. Используем формулы двойного угла.

а) $\frac{\sin 2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{2\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\beta} = 2\frac{\cos\beta}{\sin\beta} = 2\mathrm{ctg}\beta$

б) $\frac{\sin 2\alpha}{2\sin\alpha} - \cos\alpha = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha} = 0$

в) $\sin^2\gamma + \cos 2\gamma = \sin^2\gamma + \cos^2\gamma - \sin^2\gamma = \cos^2\gamma$.

г) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} - \sin\alpha = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} - \sin\alpha =$

$= \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{\cos\alpha(\cos\alpha - \sin\alpha)}{\cos\alpha - \sin\alpha} = \cos\alpha$

853 1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha =$

$= 1 - (\frac{5}{13})^2 = \frac{169-25}{169} = \frac{144}{169}$; $\cos\alpha = \pm\frac{12}{13}$; так как $\alpha \in$ II четверти, значит,

$\cos\alpha < 0$, поэтому $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$.

2) $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\mathrm{tg}\alpha = \frac{5}{13} : (-\frac{12}{13}) = -\frac{5}{12}$;

3) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\frac{5}{13}\cdot(-\frac{12}{13}) = -\frac{120}{169}$;

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = (-\frac{12}{13})^2 - (\frac{5}{13})^2 = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169}$.

$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$; $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\cdot(-\frac{5}{12})}{1-(-\frac{5}{12})^2} = -\frac{5\cdot 144}{6\cdot 119} = -\frac{120}{119} = -1\frac{1}{119}$

854. 1) $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$; $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\cdot\frac{3}{4}}{1-(\frac{3}{4})^2} = \frac{3\cdot 16}{2\cdot 7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$.

2) $1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+tg^2\alpha}$; $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+(\frac{3}{4})^2}=\dfrac{16}{25}$; $\cos\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{16}{25}}=$

$=\pm\dfrac{4}{5}$; так как $\alpha\in$III четверти, значит, $\cos\alpha<0$, поэтому $\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$

3) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\sin\alpha=tg\alpha\cos\alpha$; $\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\cdot(-\dfrac{4}{5})=-\dfrac{3}{5}$

4) $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$; $\cos2\alpha=(-\dfrac{4}{5})^2-(-\dfrac{3}{5})^2=\dfrac{16}{25}-\dfrac{9}{25}=\dfrac{7}{25}$.

5) $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$; $\sin2\alpha=2\cdot(-\dfrac{3}{5})\cdot(-\dfrac{4}{5})=\dfrac{2\cdot3\cdot4}{5\cdot5}=\dfrac{24}{25}$.

855. 1) Пусть α – углы при основании равнобедренного треугольника, а угол при вершине — γ. Тогда $\gamma=180°-2\alpha$ по теореме о сумме углов треугольника.

2) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-0{,}8^2=0{,}36$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}36}$; $\sin\alpha=\pm0{,}6$; так как $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$, значит, $\sin\alpha>0$, поэтому $\sin\alpha=0{,}6$.

3) $\sin\gamma=\sin(180°-2\alpha)=\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot0{,}6\cdot0{,}8=0{,}96$;
$\cos\gamma=-\cos(180°-2\alpha)=-\cos2\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=0{,}6^{2-}0{,}8^{2=}0{,}36-0{,}64=-0{,}28$.

856. Из основного тригонометрического тождества:

1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$; $\sin^2\alpha=1-(-0{,}6)^2=1-0{,}36=0{,}64$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0{,}64}=$ $=\pm0{,}8$. Так как $\alpha\in$III четверти, значит, $\sin\alpha<0$, поэтому $\sin\alpha=-0{,}8$.

2) $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $tg\alpha=-0{,}8:(-0{,}6)=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$;

3) $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$; $\sin2\alpha=2\cdot(-0{,}8)(-0{,}6)=-0{,}96$.

4) $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$; $\cos2\alpha=(-0{,}6)^2-(-0{,}8)^2=0{,}36-0{,}64=-0{,}28$.

5) $tg2\alpha=\dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$; $tg2\alpha=\dfrac{2\cdot\frac{4}{3}}{1-\left(\frac{4}{3}\right)^2}=-\dfrac{8\cdot9}{3\cdot7}=-\dfrac{24}{7}=-3\dfrac{3}{7}$

857. Воспользуемся формулами двойного угла:

а) $\sin\alpha=\sin2\cdot\dfrac{\alpha}{2}=2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}$; $\cos\alpha=\cos2\cdot\dfrac{\alpha}{2}=\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$,

$tg\alpha=tg2\cdot\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$.

б) $\sin 4\alpha=\sin 2\cdot 2\alpha=2\sin 2\alpha\cos 2\alpha$;
$\cos 4\alpha=\cos 2\cdot 2\alpha=\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha$;
$\operatorname{tg} 4\alpha=\operatorname{tg} 2\cdot 2\alpha=\dfrac{2\operatorname{tg} 2\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$.

858. а) $\dfrac{\sin\alpha}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{\sin 2\cdot\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$.

б) $\dfrac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta}=\dfrac{\sin 2\cdot 2\beta}{\cos 2\beta}=\dfrac{2\sin 2\beta\cos 2\beta}{\cos 2\beta}=2\sin 2\beta$.

в) $\dfrac{\cos\varphi}{\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}}=\dfrac{\cos 2\cdot\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}}=\dfrac{\cos^2\frac{\varphi}{2}-\sin^2\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}}=$

$$=\frac{\left(\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}\right)\left(\cos\frac{\varphi}{2}-\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{\left(\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}\right)}=\cos\frac{\varphi}{2}-\sin\frac{\varphi}{2}.$$

г) $\dfrac{\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha}=\dfrac{\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}{\cos 2(2\alpha)}=\dfrac{\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha}=$

$$=\frac{\cos 2\alpha-\sin 2\alpha}{(\cos 2\alpha+\sin 2\alpha)(\cos 2\alpha-\sin 2\alpha)}=\frac{1}{\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}.$$

859. 1) $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}+\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=1;\ \cos^2\dfrac{\alpha}{2}=1-\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$;

$\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=1-\left(\dfrac{9}{42}\right)^2=\dfrac{1600}{1681};\ \cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1600}{1681}}=\pm\dfrac{40}{41}$

Так как $\dfrac{\alpha}{2}\in$ I четверти, значит, $\cos\dfrac{\alpha}{2}>0$, поэтому $\cos\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{40}{41}$.

2) $\sin\alpha=\sin 2\cdot\dfrac{\alpha}{2}=2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{2\cdot 9\cdot 40}{41\cdot 41}=\dfrac{720}{1681}$;

3) $\cos\alpha=\cos 2\cdot\dfrac{\alpha}{2}=\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\left(\dfrac{40}{41}\right)^2-\left(\dfrac{9}{41}\right)^2=\dfrac{1519}{1681}$;

4) $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{720}{1681}:\dfrac{1519}{1681}=\dfrac{720}{1519}$.

860. Воспользуемся формулами двойного угла:

а) $\dfrac{\sin 2\alpha - 2\sin\alpha}{\cos\alpha - 1} = \dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha - 2\sin\alpha}{\cos\alpha - 1} = \dfrac{2\sin\alpha(\cos\alpha - 1)}{(\cos\alpha - 1)} = 2\sin\alpha.$

б) $\dfrac{\cos 2\alpha - \cos^2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} = -1.$

в) $\sin 2\alpha\ \mathrm{ctg}\alpha - 1 = \dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{\sin\alpha} - 1 = 2\cos^2\alpha - 1 =$

$= 2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \cos 2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha.$

г) $(\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{tg}\alpha)\sin 2\alpha = \left(\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha =$

$= 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha = 2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = 2.$

861. а) $0{,}5\ \mathrm{tg}\alpha \sin 2\alpha + \cos^2\alpha = \dfrac{\sin\alpha\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos\alpha} + \cos^2\alpha =$

$= \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$

б) $\dfrac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta + \sin^2\beta} = \dfrac{2\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta - \sin^2\beta + \sin\beta} = \dfrac{2\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta} =$

$= 2\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} = 2\mathrm{tg}\beta.$

862. По формулам двойного угла:

а) $2\sin 15^\circ\cos 15^\circ = \sin 2\cdot 15^\circ = \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}.$

б) $8\sin\dfrac{\pi}{8}\cdot\cos\dfrac{\pi}{8} = 4\sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$

в) $\sin 105^\circ\cos 105^\circ = \dfrac{1}{2}(2\sin 105^\circ\cdot\cos 105^\circ) = \dfrac{1}{2}\cdot\sin 2\cdot 105^\circ =$

$= \dfrac{1}{2}\sin 210^\circ = \dfrac{1}{2}\sin(180^\circ + 30^\circ) = -\dfrac{1}{2}\sin 30^\circ = -\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}.$

г) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2\cdot 15^\circ = \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

д) $4\cos^2\dfrac{\pi}{8} - 4\sin^2\dfrac{\pi}{8} = 4\left(\cos^2\dfrac{\pi}{8} - \sin^2\dfrac{\pi}{8}\right) = 4\cos\dfrac{\pi}{4} = 4\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$

е) $\cos^2\dfrac{7\pi}{12} - \sin^2\dfrac{7\pi}{12} = \cos 2\cdot\dfrac{7\pi}{12} = \cos\dfrac{7\pi}{6} =$

$= \cos\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right) = -\cos\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

863. Воспользуемся формулой тангенса двойного угла:

а) $\dfrac{2\operatorname{tg}5°}{1-\operatorname{tg}^2 5°}=\operatorname{tg}2\cdot 5°=\operatorname{tg}10°$.

б) $\dfrac{4\operatorname{tg}15°}{1-\operatorname{tg}^2 15°}=2\cdot\dfrac{2\operatorname{tg}15°}{1-\operatorname{tg}^2 15°}=2\cdot\operatorname{tg}2\cdot 15°=2\operatorname{tg}30°=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

в) $\dfrac{\operatorname{tg}75°}{1-\operatorname{tg}^2 75°}=\dfrac{1}{2}\dfrac{2\operatorname{tg}75°}{1-\operatorname{tg}^2 75°}=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}2\cdot 75°=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}150°=$

$=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}(90°+60°)=-\dfrac{1}{2}\operatorname{ctg}60°=-\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

864. а) $2\sin165°\cos165°=\sin2\cdot165°=\sin330°=\sin(360°-30°)=-\sin30°=-\dfrac{1}{2}$.

б) $\cos^2 75°-\sin^2 75°=\cos2\cdot75°=\cos150°=\cos(180°-30°)=-\cos30°=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

в) $\dfrac{2\operatorname{tg}240°}{1-\operatorname{tg}^2 240°}=\operatorname{tg}2\cdot240°=\operatorname{tg}480°=\operatorname{tg}(360°+120°)=\operatorname{tg}120°=$

$=\operatorname{tg}(90°+30°)=-\operatorname{ctg}30°=-\sqrt{3}$.

865. а) $\dfrac{2}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}=\dfrac{2}{\operatorname{tg}\alpha+\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}}=\dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha+1}=2\operatorname{tg}\alpha\cos^2\alpha=$

$=\dfrac{2\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\cos\alpha}=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\sin2\alpha$.

б) $(1-\operatorname{tg}^2\alpha)\cos^2\alpha=\left(1-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right)\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cos2\alpha$.

в) $\left(\dfrac{1}{\sin^2\alpha}+\dfrac{1}{\cos^2\alpha}\right)\sin^2 2\alpha=\dfrac{(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)\sin^2 2\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=$

$=\dfrac{\sin^2 2\alpha}{\dfrac{1}{4}\cdot\sin^2 2\alpha}=4$.

г) $\sin\dfrac{\pi-\alpha}{2}\cos\dfrac{\pi-\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}\left(2\sin\dfrac{\pi-\alpha}{2}\cos\dfrac{\pi-\alpha}{2}\right)=$

$=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\alpha}{2}\right)=\cos\dfrac{\alpha}{2}\sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}\left(2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\sin\alpha$.

д) $2\cos^2\frac{\pi+\alpha}{4}-2\sin^2\frac{\pi+\alpha}{4}=2\left(\cos^2\frac{\pi+\alpha}{4}-\sin^2\frac{\pi+\alpha}{4}\right)=$

$=2\cos\frac{\pi+\alpha}{2}=2\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)=-2\sin\frac{\alpha}{2}$.

е) $\dfrac{4\mathrm{tg}\frac{3\pi-\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{3\pi-\alpha}{2}}=2\cdot\dfrac{2\mathrm{tg}\frac{3\pi-\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{3\pi-\alpha}{2}}=2\cdot\mathrm{tg}2\cdot\dfrac{(3\pi-\alpha)}{2}=$

$=2\mathrm{tg}(3\pi-\alpha)=2\mathrm{tg}(\pi-\alpha)=-2\mathrm{tg}\alpha$.

866. а) $1-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=1-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=\sin2\alpha$;

б) $\cos^4\alpha-\sin\alpha=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\cos2\alpha$;

в) $\mathrm{ctg}\alpha-\sin2\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{\cos\alpha-2\sin^2\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}=$

$=\frac{\cos\alpha(1-2\sin^2\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\cos2\alpha=\mathrm{ctg}\alpha\cos2\alpha$;

г) $\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}-\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}=\dfrac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}-\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}=$

$=\dfrac{2\cos\alpha}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}=\dfrac{2\cos\alpha}{\sin\alpha}=2\mathrm{ctg}\alpha$.

867. а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-\sin2\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=1$;

б) $4\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos2\alpha=2\sin2\alpha\cdot\cos2\alpha=\sin4\alpha$;

в) $\sin2\alpha-\mathrm{tg}\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha}=$

$=\frac{\sin\alpha(2\cos^2\alpha-1)}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos2\alpha=\mathrm{tg}\alpha\cdot\cos2\alpha$;

г) $(\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{tg}\alpha)\sin2\alpha=(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha})\sin2\alpha=$

$=(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha})2\sin\alpha\cos\alpha=2\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha=2\cos2\alpha$.

868. а) $4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\pi-\alpha}{2}\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=$

$=4\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\cdot(-\cos\alpha)=-2(2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2})\cdot\cos\alpha=-2\sin\alpha\cos\alpha=-\sin2\alpha$.

б) $\frac{(\sin\beta+\cos\beta)^2}{1+\sin 2\beta}=\frac{\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta}{1+2\sin\beta\cos\beta}=$

$=\frac{1+2\sin\beta\cos\beta}{1+2\sin\beta\cos\beta}=1.$

в) $\frac{\sin^2\alpha\operatorname{ctg}\alpha}{\sin 2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\alpha}=\frac{1}{2}.$

г) $\left(\frac{\cos\beta}{1+\sin\beta}+\frac{\cos\beta}{1-\sin\beta}\right)\sin 2\beta=$

$=\frac{\cos\beta(1-\sin\beta)+\cos\beta(1+\sin\beta)}{(1+\sin\beta)(1-\sin\beta)}\sin 2\beta=$

$=\frac{\cos\beta-\sin\beta\cos\beta+\cos\beta+\cos\beta\sin\beta}{1-\sin^2\beta}\sin 2\beta=$

$=\frac{2\cos\beta\cdot\sin 2\beta}{1-\sin^2\beta}=\frac{2\cos\beta\cdot 2\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta}=4\sin\beta.$

869. а) $4\cos\frac{\alpha}{4}\cos\frac{2\pi+\alpha}{4}\cos\frac{2\pi+\alpha}{2}=4\cos\frac{\alpha}{4}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{4}\right)\times$

$\times\cos\left(\pi+\frac{\alpha}{2}\right)=4\cos\frac{\alpha}{4}\cdot\left(-\sin\frac{\alpha}{4}\right)\cdot\left(-\cos\frac{\alpha}{2}\right)=$

$=2\cos\frac{\alpha}{2}\left(2\cos\frac{\alpha}{4}\sin\frac{\alpha}{4}\right)=2\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}=\sin\alpha.$

б) $\frac{2\cos^2\alpha\operatorname{tg}\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{2\cos\alpha\sin\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}2\alpha.$

в) $\frac{1}{1-\operatorname{tg}\alpha}-\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1+\operatorname{tg}\alpha-(1-\operatorname{tg}\alpha)}{(1-\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\alpha)}=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}=\operatorname{tg}2\alpha.$

г) $\left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\right)\sin 2\alpha=$

$=\frac{\sin\alpha(1-\cos\alpha)+\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}\sin 2\alpha=$

$=\frac{\sin\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha+\sin\alpha\cos\alpha}{1-\cos^2\alpha}\cdot\sin 2\alpha=$

$=\frac{2\sin\alpha\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha}=4\cos\alpha.$

870. Пользуемся формулами двойного угла:

а) $1+\cos4\alpha=1+\cos2\cdot2\alpha=1+\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha=$
$=\sin^2 2\alpha+\cos^2 2\alpha+\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha=2\cos^2 2\alpha.$

б) $1-\cos4\alpha=1-\cos2\cdot2\alpha=1-\cos^2 2\alpha+\sin^2 2\alpha=$
$=\sin^2 2\alpha+\sin^2 2\alpha=2\sin^2 2\alpha.$

в) $\frac{1+\cos2\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+\cos^2\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha}{2\cos\alpha}=\cos\alpha$

г) $\frac{1-\cos2\alpha}{\sin2\alpha}=\frac{1-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\operatorname{tg}\alpha.$

д) $\operatorname{tg}\alpha\,(1+\cos2\alpha)=\frac{\sin\alpha\cdot2\cos^2\alpha}{\cos\alpha}=2\sin\alpha\cos\alpha=\sin2\alpha.$

е) $\frac{2\sin\alpha+\sin2\alpha}{2\sin\alpha-\sin2\alpha}=\frac{2\sin\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha}=$

$$=\frac{2\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{2\sin\alpha(1-\cos\alpha)}=\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}=\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}.$$

ж) $\frac{1-\cos2\alpha+\sin2\alpha}{1+\cos2\alpha+\sin2\alpha}=\frac{1-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}=$

$$=\frac{2\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{2\sin\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)}{2\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\operatorname{tg}\alpha.$$

з) $\frac{1+\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)}{2}=\frac{1+\cos2\alpha}{2}=\frac{2\cos^2\alpha}{2}=\cos^2\alpha.$

871. а) $\frac{\sin2\beta}{1+\cos2\beta}=\frac{2\sin\beta\cos\beta}{2\cos^2\beta}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\operatorname{tg}\beta.$

б) $\frac{1-\cos2\beta}{2\sin\beta}=\frac{2\sin^2\beta}{2\sin\beta}=\sin\beta.$

в) $\operatorname{ctg}\beta(1-\cos2\beta)=\frac{\cos\beta\cdot2\sin^2\beta}{\sin\beta}=2\cos\beta\sin\beta=\sin2\beta.$

г) $\frac{1+\cos4\beta}{\cos^2\beta-\sin^2\beta}=\frac{2+\cos^2 2\beta-\sin^2 2\beta}{\cos2\beta}=\frac{2\cos^2 2\beta}{\cos2\beta}=2\cos2\beta.$

д) $\frac{1-\sin(\frac{\pi}{2}+2\beta)}{2\sin\beta}=\frac{1-\cos2\beta}{2\sin\beta}=\frac{2\sin^2\beta}{2\sin\beta}=\sin\beta.$

е) $\frac{1+\cos(\pi+\beta)}{\sin(\pi-\beta)}=\frac{1-\cos\beta}{\sin\beta}=\frac{1-\cos(2\cdot\frac{\beta}{2})}{\sin(2\cdot\frac{\beta}{2})}=$

$$=\frac{2\sin^2\frac{\beta}{2}}{2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}}=\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}}=\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}.$$

872. $2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2})=1+\cos(2(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}))=1+\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=1+\sin\alpha$.

873. а) $\frac{1+\cos 2\varphi}{1-\cos 2\varphi}=\frac{2\cos^2\varphi}{2\sin^2\varphi}=\mathrm{ctg}^2\varphi$.

б) $\frac{1-\sin 2\varphi}{1+\sin 2\varphi}=\frac{1-\cos(\frac{\pi}{2}-2\varphi)}{1+\cos(\frac{\pi}{2}-2\varphi)}=\frac{2\sin^2(\frac{\pi}{4}-\varphi)}{2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\varphi)}=\mathrm{tg}^2(\frac{\pi}{4}-\varphi)$.

874. а) $\sin x\cos x=\frac{3}{7}$, $2\sin x\cos x=\frac{6}{7}$, $\sin 2x=\frac{6}{7}$.

Так как $\frac{6}{7}<1$, то такой угол существует;

б) $\sin x\cos x=\frac{3}{5}$, $2\sin x\cos x=\frac{6}{5}$, $\sin 2x=\frac{6}{5}$.

Так как $\frac{6}{5}>1$, то такого угла не существует.

875. а) $\cos(3\pi-\alpha)=\cos(2\pi+(\pi-\alpha))=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$.
б) $\mathrm{ctg}(5\pi+\alpha)=\mathrm{ctg}(4\pi+(\pi+\alpha))=\mathrm{ctg}(\pi+\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha$.

в) $\sin(\pi+\alpha)\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})=-\sin\alpha\cdot\sin\alpha=-\sin^2\alpha$.

г) $\mathrm{tg}(\pi-\alpha)\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\mathrm{tg}\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha}=-\sin\alpha$.

876. а) $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta}=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}=$

$$=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\frac{\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}}=\cos\alpha\cos\beta.$$

б) $\dfrac{ctg\alpha + ctg\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \dfrac{\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta} =$

$$= \frac{\dfrac{\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta} = \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}.$$

877. а) $x(x+5)\le 2x^2+4$; $x^2+5x-2x^2-4\le 0$; $x^2-5x+4\ge 0$;
Найдем корни уравнения: $x^2-5x+4=0$; $D=5^2-4\cdot1\cdot4=25-16=9$;

$x=\dfrac{5+\sqrt{9}}{2}=4$ или $x=\dfrac{5-\sqrt{9}}{2}=1$; $x^2-5x+4=(x-4)(x-1)\ge 0$.

Ответ: $x\le 1$ или $x\ge 4$

б) $10-(2x-1)(3-x)\ge 1-7x$, $10-(6x-3-2x^2+x)\ge 1-7x$;
$10-6x+3+2x^2-x-1+7x\ge 0$; $2x^2+12\ge 0$.
Это неравенство выполняется при любых значениях x, т.к. $2x^2\ge 0$ и $12>0$.

878. Пусть x ч – время работы первого сварщика, а y ч – время работы второго сварщика. Тогда по условию задачи $x-y=11$. За 1 ч. первый сварщик сделает $\dfrac{1}{x}$ часть работы, а второй — $\dfrac{1}{y}$ часть работы. Вместе за 1 ч. они сделают $(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y})$ часть работы, а за 30 ч. они сделают всю работу, значит: $(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y})\cdot 30=1$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=11, \\ (\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y})\cdot 30=1; \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-11, \\ \dfrac{30}{x}+\dfrac{30}{x-11}=1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $\dfrac{30}{x}+\dfrac{30}{x-11}=1$; $30x-330+30x=x^2-11x$; $x^2-71x+330=0$

$D=71^2-4\cdot330=3721$; $x_1=\dfrac{71+\sqrt{3721}}{2}=66$; $x_2=\dfrac{71-\sqrt{3721}}{2}=5$

$\begin{cases} x_1=66 \\ y_1=55 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=5 \\ y_2=-6 \end{cases}$ – не подходит по смыслу.

Ответ: 66 ч и 55 ч.

879. а) $\sin3\alpha+\sin\alpha=2\sin\frac{3\alpha+\alpha}{2}\cos\frac{3\alpha-\alpha}{2}=2\sin2\alpha\cdot\cos\alpha$.

б) $\sin\beta-\sin5\beta=2\sin\frac{\beta-5\beta}{2}\cos\frac{\beta+5\beta}{2}=2\sin(-2\beta)\cos3\beta=-2\sin2\beta\cos3\beta$

в) $\cos2x+\cos3x=2\cos\frac{2x+3x}{2}\cos\frac{2x-3x}{2}=$

$=2\cos\frac{5x}{2}\cos\left(-\frac{x}{2}\right)=2\cos2{,}5x\cos0{,}5x$.

г) $\cos y-\cos3y=-2\sin\frac{y+3y}{2}\sin\frac{y-3y}{2}=-2\sin2y\sin(-y)=2\sin2y\sin y$.

880. Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

а) $\sin40°+\sin16°=2\sin\frac{40°+16°}{2}\cos\frac{40°-16°}{2}=2\sin28°\cos12°$; .

б) $\sin20°-\sin40°=2\cos\frac{20°+40°}{2}\sin\frac{20°-40°}{2}=$

$=-2\cos30°\sin10°=-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\sin10°=-\sqrt{3}\sin10°$;

в) $\cos46°-\cos74°=-2\sin\frac{46°+74°}{2}\sin\frac{46°-74°}{2}=$

$=2\sin60°\sin14°=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\sin14°=\sqrt{3}\sin14°$;

г) $\cos15°+\cos45°=2\cos\frac{15°+45°}{2}\cos\frac{15°+45°}{2}=$

$=2\cos30°\cos15°=\sqrt{3}\cos15°$;

д) $\sin\frac{2\pi}{5}+\sin\frac{\pi}{5}=2\sin\frac{\frac{2\pi}{5}+\frac{\pi}{5}}{2}\cos\frac{\frac{2\pi}{5}-\frac{\pi}{5}}{2}=2\sin\frac{3\pi}{10}\cos\frac{\pi}{10}$.

е) $\cos\frac{11\pi}{12}+\cos\frac{3\pi}{4}=2\cos\frac{\frac{11\pi}{12}+\frac{3\pi}{4}}{2}\cos\frac{\frac{11\pi}{12}-\frac{3\pi}{4}}{2}=2\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$

ж) $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\alpha=2\cos\frac{\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\alpha}{2}\times$

$\times\cos\frac{\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\alpha}{2}=2\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi-6\alpha}{6}=\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)$.

з) $\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)-\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=2\sin\frac{(\frac{\pi}{6}+\alpha)-(\frac{\pi}{6}-\alpha)}{2}\times$

$\times\cos\frac{(\frac{\pi}{6}+\alpha)+(\frac{\pi}{6}-\alpha)}{2}=2\sin\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}\sin\alpha$.

881. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

а) $\sin 12°+\sin 20°=2\sin\frac{12°+20°}{2}\cos\frac{12°-20°}{2}=2\sin 16°\cos 4°$.

б) $\sin 52°-\sin 32°=2\cos\frac{52°+32°}{2}\sin\frac{52°-32°}{2}=2\cos 42°\sin 10°$.

в) $\cos\frac{\pi}{10}-\cos\frac{\pi}{20}=-2\sin\frac{\frac{\pi}{10}+\frac{\pi}{20}}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{10}-\frac{\pi}{20}}{2}=-2\sin\frac{3\pi}{40}\sin\frac{\pi}{40}$.

г) $\sin\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{9}=2\cos\frac{\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{9}}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{9}}{2}=2\cos\frac{5\pi}{36}\sin\frac{\pi}{36}$.

д) $\sin\alpha-(\alpha+\frac{\pi}{3})=2\cos\frac{\alpha+\alpha+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{\alpha-\alpha-\frac{\pi}{3}}{2}=$

$=-2\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})\sin\frac{\pi}{6}=-\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})$.

е) $\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)-\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=-2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha+\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha-\frac{\pi}{4}+\alpha}{2}=$

$=-2\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha=-\sqrt{2}\sin\alpha$.

882. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

а) $\sin 15°+\cos 65°=\sin 15°+\cos(90°-25°)=$

$=\sin 15°+\sin 25°=2\sin\frac{15°+25°}{2}\cos\frac{15°-25°}{2}=2\sin 20°\cos 5°$.

б) $\cos 40°-\sin 16°=\cos(90°-50°)-\sin 16°=$

$=\sin 50°-\sin 16°=2\cos\frac{50°+16°}{2}\sin\frac{50°-16°}{2}=2\cos 33°\sin 17°$.

в) $\cos 50°+\sin 80°=\cos 50°+\sin(90°-10°)=\cos 50°+\cos 10°=$

$=2\cos\frac{50°+10°}{2}\cos\frac{50°-10°}{2}=2\cos 30°\cos 20°=\sqrt{3}\cos 20°$.

г) $\sin 40°-\cos 40°=\sin 40°+\sin(90°-50°)=\sin 40°-\sin 50°=$

$$=2\sin\frac{40°-50°}{2}\cos\frac{40°+50°}{2}=-2\sin 5°\cos 45°=-\sqrt{2}\sin 5°.$$

883. а) $\cos 18°-\sin 22°=\cos(90°-72°)-\sin 22°=$

$$=\sin 72°-\sin 22°=2\cos\frac{72°+22°}{2}\sin\frac{72°-22°}{2}=2\cos 47°\sin 25°.$$

б) $\cos 36°+\sin 36°=\cos 36°+\sin(90°-54°)=\cos 36°+\cos 54°=$

$$=2\cos\frac{36°+54°}{2}\cos\frac{36°-54°}{2}=2\cos 45°\cos 9°=2\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 9°=\sqrt{2}\cos 9°.$$

884.

а) $$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};$$

б) $$\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}.$$

885. Воспользуемся формулами разности и суммы синусов и косинусов:

а) $$\mathrm{tg}2\alpha+\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin(2\alpha+\alpha)}{\cos 2\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha\cos\alpha};$$

б) $$\mathrm{tg}3\beta-\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin(3\beta-\beta)}{\cos 3\beta\cos\beta}=\frac{\sin 2\beta}{\cos 3\beta\cos\beta}=\frac{2\sin\beta\cos\beta}{\cos 3\beta\cos\beta}=\frac{2\sin\beta}{\cos 3\beta};$$

в) $$\mathrm{ctg}2x+\mathrm{tg}4x=\mathrm{tg}(\frac{\pi}{2}-2x)+\mathrm{tg}4x=\frac{\sin(\frac{\pi}{2}+2x)}{\cos(\frac{\pi}{2}-2x)\cos 4x}=\frac{\cos 2x}{\sin 2x\cos 4x}=\frac{\mathrm{ctg}2x}{\cos 4x}.$$

г) $$\mathrm{tg}\frac{\pi}{12}+\mathrm{tg}\frac{\pi}{3}=\frac{\sin(\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3})}{\cos\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{2\sin\frac{5\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{12}}=\frac{2\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12})}{\cos\frac{\pi}{12}}=2;$$

д) $$\mathrm{tg}\frac{4\pi}{5}-\mathrm{tg}\frac{3\pi}{5}=\frac{\sin\left(\frac{4\pi}{5}-\frac{3\pi}{5}\right)}{\cos\frac{4\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}}=\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{\cos\frac{4\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{5}}=$$

$$=\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}\right)\cos\left(\pi-\frac{2\pi}{5}\right)}=\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{\left(-\cos\frac{\pi}{5}\right)\left(-\cos\frac{2\pi}{5}\right)}=\frac{\mathrm{tg}\frac{\pi}{5}}{\cos\frac{2\pi}{5}};$$

е) $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{8}-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{8}=\operatorname{tg}\frac{5\pi}{8}-\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{5\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}}=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2\cdot\cos\left(\pi-\frac{3\pi}{8}\right)\cos\frac{3\pi}{8}}=-\frac{\sqrt{2}}{2\cos^2\frac{3\pi}{8}}.$

886. а) $\sin^2x-\sin^2y=(\sin x-\sin y)(\sin x+\sin y)=$

$=4\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}=$

$=(2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x-y}{2})(2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x+y}{2})=\sin(x-y)\sin(x+y).$

б) $\cos^2x-\cos^2y=(\cos x-\cos y)(\cos x+\cos y)=$

$=-4\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}\cdot\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}=-(2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x+y}{2})\times$

$\times(2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x-y}{2})=-\sin(x+y)\sin(x-y).$

887. а) $\sin x+\cos y=\sin x+\sin(\frac{\pi}{2}-y)=2\sin\frac{x+\frac{\pi}{2}-y}{2}\cdot\cos\frac{x-\frac{\pi}{2}+y}{2}=$

$=2\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{x-y}{2})\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{x+y}{2});$

б) $\cos x-\sin y=\sin(\frac{\pi}{2}-x)-\sin y=2\cos\frac{\frac{\pi}{2}-x+y}{2}\times$

$\times\sin\frac{\frac{\pi}{2}-x-y}{2}=2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x-y}{2}\right).$

888. а) $\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha)=$

$=\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha)=\cos\alpha+\sin\alpha.$

б) $-\sqrt{2}\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)=-\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha)=$

$=-\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha)=\sin\alpha-\cos\alpha.$

889. По формулам суммы и разности косинусов и синусов:

а) $\frac{1}{2}+\cos\alpha=\cos\frac{\pi}{3}+\cos\alpha=2\cos\frac{\frac{\pi}{3}+\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{3}-\alpha}{2}=$

$=2\cos(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2})\cos(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}).$

б) $\frac{1}{2}-\sin\alpha=\sin\frac{\pi}{6}-\sin\alpha=2\cos\frac{\frac{\pi}{6}+\alpha}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{6}-\alpha}{2}=$

$=2\cos(\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{2})\sin(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2}).$

в) $2\sin\alpha+1=2(\sin\alpha+\frac{1}{2})=2(\sin\alpha+\sin\frac{\pi}{6})=$

$=2\cdot 2\sin\frac{\alpha+\frac{\pi}{6}}{2}\cos\frac{\alpha-\frac{\pi}{6}}{2}=4\sin(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{12})\cos(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{12}).$

г) $1-2\cos\alpha=2(\frac{1}{2}-\cos\alpha)=2(\cos\frac{\pi}{3}-\cos\alpha)=$

$=2\cdot(-2)\sin\frac{\frac{\pi}{3}+\alpha}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{3}-\alpha}{2}=-4\sin(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2})\sin(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2}).$

д) $\sqrt{2}+2\cos\alpha=2(\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos\alpha)=2(\cos\frac{\pi}{4}+\cos\alpha)=$

$=2\cdot 2\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4}-\alpha}{2}=4\cos(\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2})\cos(\frac{\pi}{8}-\frac{\alpha}{2}).$

е) $2\sin\alpha-\sqrt{3}=2(\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2})=2(\sin\alpha-\sin\frac{\pi}{3})=$

$=2\cdot 2\cos\frac{\alpha+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{\alpha-\frac{\pi}{3}}{2}=4\cos(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{6})\sin(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{6}).$

890. а) $\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\alpha-\sin\frac{\pi}{4}=2\cos\frac{\alpha+\frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{\alpha-\frac{\pi}{4}}{2}=$

$=2\cos(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{8})\sin(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{8}).$

б) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos\alpha- = \cos\frac{\pi}{6}+\cos\alpha = 2\cos\frac{\frac{\pi}{6}+\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{6}-\alpha}{2} =$

$= 2\cos(\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{2})\cos(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2})$.

в) $1+2\cos\alpha = 2(\frac{1}{2}+\cos\alpha) = 2(\cos\frac{\pi}{3}+\cos\alpha) =$

$= 2\cdot 2\cos\frac{\frac{\pi}{3}+\alpha}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{3}-\alpha}{2} = 4\cos(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2})\cos(\frac{\pi}{6}-\frac{\alpha}{2})$

г) $\sqrt{3}-2\cos\alpha = 2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\cos\alpha) = 2(\cos\frac{\pi}{6}+\cos\alpha) =$

$= 2(-2)\sin\frac{\frac{\pi}{6}+\alpha}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{6}-\alpha}{2} = -4\sin(\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{2})\sin(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2})$.

891. По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

а) $\frac{\sin 2\alpha+\sin 6\alpha}{\cos 2\alpha+\cos 6\alpha} = \frac{2\sin\frac{2\alpha+6\alpha}{2}\cos\frac{2\alpha-6\alpha}{2}}{2\cos\frac{2\alpha+6\alpha}{2}\cos\frac{2\alpha-6\alpha}{2}} =$

$= \frac{\sin 4\alpha\cos 2\alpha}{\cos 4\alpha\cos 2\alpha} = \frac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha} = \mathrm{tg}4\alpha;$

б) $\frac{\cos 2\alpha-\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha+\cos 4\alpha} = \frac{-2\sin\frac{2\alpha+4\alpha}{2}\sin\frac{2\alpha-4\alpha}{2}}{2\cos\frac{2\alpha+4\alpha}{2}\cos\frac{2\alpha-4\alpha}{2}} =$

$= \frac{\sin 3\alpha\sin\alpha}{\cos 3\alpha\cos\alpha} = \mathrm{tg}3\alpha\mathrm{tg}\alpha$.

892. Воспользуемся формулами суммы и разности косинусов и синусов:

а) $\frac{\sin\alpha+\sin 5\alpha}{\cos\alpha+\cos 5\alpha} = \frac{2\sin\frac{\alpha+5\alpha}{2}\cos\frac{\alpha-5\alpha}{2}}{2\cos\frac{\alpha+5\alpha}{2}\cos\frac{\alpha-5\alpha}{2}} =$

$= \frac{\sin 3\alpha\cdot\cos 2\alpha}{\cos 3\alpha\cdot\cos 2\alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha} = \mathrm{tg}3\alpha;$

б) $\dfrac{\sin 2\alpha + \sin\alpha}{\sin 2\alpha - \sin\alpha} = \dfrac{2\sin\dfrac{2\alpha+\alpha}{2}\cos\dfrac{2\alpha-\alpha}{2}}{2\sin\dfrac{2\alpha-\alpha}{2}\cos\dfrac{2\alpha+\alpha}{2}} = \dfrac{\sin\dfrac{3\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}}{\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{3\alpha}{2}} = \dfrac{\operatorname{tg}\dfrac{3\alpha}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}}$

893. а) $\dfrac{\cos 68° - \cos 22°}{\sin 68° - \sin 22°} = \dfrac{-2\sin\dfrac{68°+22°}{2}\sin\dfrac{68°-22°}{2}}{2\cos\dfrac{68°+22°}{2}\sin\dfrac{68°-22°}{2}} =$

$= -\dfrac{\sin 45°\sin 23°}{\cos 45°\sin 23°} = -\operatorname{tg}45° = -1.$

б) $\dfrac{\sin 130° + \sin 110°}{\cos 130° + \cos 110°} = \dfrac{2\sin\dfrac{130°+110°}{2}\cos\dfrac{130°-110°}{2}}{2\cos\dfrac{130°+110°}{2}\cos\dfrac{130°-110°}{2}} =$

$= \dfrac{\sin 120°\cos 10°}{\cos 120°\cos 10°} = \dfrac{\sin(90°+30°)}{-\cos(90°+30°)} = -\dfrac{\sqrt{3}\cdot 2}{2\cdot 1} = -\sqrt{3}$

894. а) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = (\sin x + \sin 4x) +$

$+ (\sin 2x + \sin 3x) = 2\sin\dfrac{x+4x}{2}\cos\dfrac{x-4x}{2} +$

$+ 2\sin\dfrac{2x+3x}{2}\cos\dfrac{2x-3x}{2} = 2\sin\dfrac{5x}{2}\cos\dfrac{3x}{2} +$

$+ 2\sin\dfrac{5x}{2}\cos\dfrac{x}{2} = 2\sin\dfrac{5x}{2}(\cos\dfrac{3x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}) =$

$= 2\sin\dfrac{5x}{2}\cdot 2\cos\dfrac{\dfrac{3x+x}{2}}{2}\cos\dfrac{\dfrac{3x-x}{2}}{2} = 4\sin\dfrac{5x}{2}\cdot\cos x\cos\dfrac{x}{2}$

б) $\cos 2y - \cos 4y - \cos 6y + \cos 8y = (\cos 2y - \cos 6y) +$

$+ (\cos 8y - \cos 4y) = -2\sin\dfrac{2y+6y}{2}\sin\dfrac{2y-6y}{2} -$

$-2\sin\dfrac{8y+4y}{2}\sin\dfrac{8y-4y}{2} = 2\sin 4y\sin 2y -$

$-2\sin 6y\sin 2y = 2\sin 2y(\sin 4y - \sin 6y) =$

$= 2\sin 2y\cdot 2\sin\dfrac{4y-6y}{2}\cos\dfrac{4y+6y}{2} = -4\sin 2y\sin y\cos 5y.$

895. $\cos x+\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x=(\cos x+\cos 4x)+$
$+(\cos 2x+\cos 3x)=2\cos\frac{x+4x}{2}\cos\frac{x-4x}{2}+2\cos\frac{2x+3x}{2}\times$
$\times\cos\frac{2x+3x}{2}=2\cos 2{,}5x\cos 1{,}5x+$
$+2\cos 2{,}5x\cos 0{,}5x=2\cos 2{,}5x(\cos 1{,}5x+\cos 0{,}5x)=$
$2\cos 2{,}5x\ \ 2\cos\frac{1{,}5x+0{,}5x}{2}\cos\frac{1{,}5x-0{,}5x}{2}=$
$=4\cos 2{,}5x\cos x\cos 0{,}5x.$

896. а) $\sin 87°-\sin 59°-\sin 93°+\sin 61°=(\sin 87°-\sin 93°)+$
$+(\sin 61°-\sin 59°)=2\sin\frac{87°-93°}{2}\cos\frac{87°+93°}{2}+$
$+2\sin\frac{61°-59°}{2}\cos\frac{61°+59°}{2}=-2\sin 3°\cos 90°+$
$+2\sin 1°\cos 60°=0+2\cdot\frac{1}{2}\sin 1°=\sin 1°;$

б) $\cos 115°-\cos 35°+\cos 65°+\cos 25°=(\cos 115°+\cos 65°)+$
$+(\cos 25°-\cos 35°)=2\cos\frac{115°+65°}{2}\cos\frac{115°-65°}{2}-$
$-2\sin\frac{25°+35°}{2}\sin\frac{25°-35°}{2}=2\cos 90°\cos 25°-$
$+2\sin 30°\sin 5°=0+2\cdot\frac{1}{2}\sin 5°=\sin 5°$

897. а) $\sin 20°+\sin 40°-\cos 10°=2\sin\frac{20°+40°}{2}\cos\frac{20°-40°}{2}-$
$-\cos 10°=2\sin 30°\cos 10°-\cos 10°=2\cdot\frac{1}{2}\cos 10°-\cos 10°=0;$

б) $\cos 85°+\cos 35°-\cos 25°=2\cos\frac{85°+35°}{2}\cos\frac{85°-35°}{2}-$
$-\cos 25°=2\cos 60°\cos 25°-\cos 25°=2\cdot\frac{1}{2}\cos 25°-\cos 25°=0$

898. а) $\cos 2\alpha-\sin(\pi+\alpha)\sin(4\pi+\alpha)=\cos 2\alpha+\sin\alpha\sin\alpha=$
$=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$

б) $4\sin\alpha\cos\alpha + \sin(2\alpha-\pi) =$

$= 2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha - \sin(\pi-2\alpha) = 2\sin\alpha - \sin\alpha = \sin\alpha.$

899.

а) $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{\sin(\pi+2\alpha)}\operatorname{tg}(\dfrac{\pi}{2}+\alpha) = \dfrac{2\sin^2 2\alpha}{-\sin 2\alpha}\cdot(-\operatorname{ctg}\alpha) = \dfrac{2\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\alpha} = 1;$

б) $\dfrac{\cos(\dfrac{3\pi}{2}-2\alpha)}{1+\cos 2\alpha}\operatorname{ctg}(\pi+\alpha) = \dfrac{-\sin 2\alpha}{2\cos^2\alpha}\operatorname{ctg}\alpha = -\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos\alpha}{2\cos^2\alpha\cdot\sin\alpha} = -1.$

900. а) Точки A (0,6;–2,7) и O (0; 0) принадлежат прямой y=kx+b.
Имеем систему уравнений:

$\begin{cases}0 = k\cdot 0 + b\\ -2{,}7 = k\cdot 0{,}6 + b\end{cases}\quad \begin{cases}b = 0\\ k = -2{,}7 - b : 0{,}6\end{cases}\quad \begin{cases}b = 0\\ k = -4{,}5\end{cases}\quad y = -4{,}5x$

б) Точки B (0;4) и C (–2,5;0) принадлежат прямой y=kx+b.
Имеем систему уравнений:

$\begin{cases}4 = k\cdot 0 + b\\ 0 = k\cdot(-2{,}5) + b\end{cases}\quad \begin{cases}b = 4\\ k = 4 : 2{,}5\end{cases}\quad \begin{cases}b = 4\\ k = 1{,}6\end{cases}$

Уравнение прямой имеет вид: $y = 1{,}6x + 4$.

901. а) 1) $\dfrac{2ab}{a^2-b^2} + \dfrac{a-b}{2a+2b} = \dfrac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \dfrac{a-b}{2(a+b)} =$

$= \dfrac{4ab+(a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \dfrac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2(a-b)(a+b)} = \dfrac{(a+b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \dfrac{a+b}{2(a-b)};$

2) $\dfrac{a+b}{2(a-b)}\cdot\dfrac{2a}{a+b} + \dfrac{b}{b-a} = \dfrac{a-b}{a-b} = 1;$

б) 1) $\dfrac{x}{(x-y)^2} - \dfrac{y}{x^2-y^2} = \dfrac{x}{(x-y)^2} - \dfrac{y}{(x-y)(x+y)} =$

$= \dfrac{x(x+y)-y(x-y)}{(x-y)^2(x+y)} = \dfrac{x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)};$

2) $\dfrac{x^3-xy^2}{x^2+y^2}\cdot\dfrac{x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \dfrac{x(x-y)(x+y)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)} = \dfrac{x}{x-y};$

3) $\dfrac{y}{x-y} - \dfrac{x}{x-y} = \dfrac{y-x}{x-y} = -1.$

902. а) При α=30° $\sin\alpha-\cos2\alpha-\cos3\alpha=\sin30°-\cos2\cdot30°-\cos3\cdot30°=$
$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-0=0;$

б) При α=45° $\sin2\alpha+\operatorname{tg}\alpha-2\operatorname{ctg}\alpha=\sin2\cdot45°+\operatorname{tg}45°-2\operatorname{ctg}45°=1+1-2\cdot1=0;$

в) При α=45° $\operatorname{tg}(90°-\alpha)+\sin(45°+\alpha)+\cos(180°-2\alpha)=$
$=\operatorname{tg}45°+\sin90°+\cos90°=1+1+0=2.$

903. а) $\cos 60°+\cos 45°=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1+\sqrt{2}}{2}>1$ – верно.

б) $\sin 60°+\cos 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}>1$ – верно.

904. При α=30° $\frac{\sin 2\alpha}{\sin(15°+\alpha)-\sin\alpha}=\frac{\sin 60°}{\sin 45°-\sin 30°}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}}=$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2-1}=\sqrt{6}+\sqrt{3};$$

б) При $\alpha=60°,\beta=30°$ $\frac{2\sin\alpha\cos\beta}{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}=$

$$=\frac{2\sin 60°\cos 30°}{\cos(60°+30°)+\cos(60°-30°)}=\frac{2\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 90°+\cos 30°}=$$

$$=\frac{\frac{3}{2}}{0+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}.$$

905. а) $\operatorname{tg}^2 45°\cos30°\operatorname{ctg}^2 30°=1^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

б) $\operatorname{tg}^2 30°+2\sin60°-\operatorname{tg}45°+\cos^2 30°=$

$$=(\frac{\sqrt{3}}{3})^2+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-1+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=\frac{1}{3}+\sqrt{3}-1+\frac{3}{4}=$$

$$=\frac{4+12\sqrt{3}-12+9}{12}=\frac{12\sqrt{3}+1}{12}=\sqrt{3}+\frac{1}{12}$$

в) $\text{ctg}^2 45° + \cos 60° - \sin^2 60° + \frac{3}{4}\text{ctg}^2 60° =$

$$= 1^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1.$$

906. 1) Преобразуем правую часть:

$$\text{ctg}^2 60°(1 + \sin^2 45°) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\left(1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{2}) = \frac{1\cdot 3}{3\cdot 2} = \frac{1}{2}.$$

2) Преобразуем левую часть: $\cos 30° \text{tg} 60° - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$

907. а) $\text{tg}x \cdot \sin x = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$; $\sin^2 x \geq 0$, следовательно, $\text{tg}x \cdot \sin x > 0$ в I и IV четвертях;

б) $\frac{\cos x}{\text{ctg}x} = \sin x$, следовательно, $\frac{\cos x}{\text{ctg}x} > 0$ в I и II четвертях;

в) $\sin x \cos x \text{tg}x = \frac{\sin x \cos x \sin x}{\cos x} = \sin^2 x \geq 0.$

908. а) $\sin 170° > 0$, значит, выражение имеет смысл;
б) $\cos 160° < 0$, значит, выражение не имеет смысла;
в) $\text{tg} 230° > 0$, значит, выражение имеет смысл;
г) $\text{ctg} 340° < 0$, значит, выражение не имеет смысла.

909. а) $|\sin\alpha| = \sin\alpha$, т.е. $\sin\alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или II четверти;

б) $|\cos\alpha| = -\cos\alpha$, т.е. $\cos\alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или III четверти;

в) $|\text{tg}\alpha| = \text{tg}\alpha$, т.е. $\text{tg}\alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или III четверти;

г) $|\text{ctg}\alpha| = -\text{ctg}\alpha$, т.е. $\text{ctg}\alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или IV четверти.

910. а) $\sin\alpha = 1; \alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$; б) $\sin\alpha = 0; \alpha = \pi k, k \in Z$;

в) $\sin\alpha = -1; \alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$; г) $\cos\alpha = 0; \alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$;

д) $\cos\alpha = 1; \alpha = 2\pi k, k \in Z$; е) $\cos\alpha = -1; \alpha = \pi + 2\pi k, k \in Z$.

911. а) $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$; $-2 \leq 2\sin\alpha \leq 2$; $-1 \leq 1 + 2\sin\alpha \leq 3$.

б) $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$; $-3 \leq -3\cos\alpha \leq 3$; $-2 \leq 1 - 3\cos\alpha \leq 4$.

в) $-1 \le \sin\alpha \le 1;\ 0 \le |\sin\alpha| \le 1.$

г) $-1 \le \cos\alpha \le 1;\ 0 \le |\cos\alpha| \le 1.$

д) $-1 \le \sin\alpha \le 1;\ -4 \le 4\sin\alpha \le 4; -1 \le 3 + 4\sin\alpha \le 7.$

е) $-1 \le \cos\alpha \le 1;\ 0 \le \cos^2\alpha \le 1;\ 0 \le 2\cos^2\alpha \le 2.$

912. а) $3\sin(-90°) + 2\cos 0° - 3\sin(-270°) = -3\sin 90° +$
$+2\cos 0° + 3\sin 270° = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -4.$

б) $2\cos(-270°) - \frac{1}{2}\operatorname{tg}180° - \sin(-90°) = 2\cos 270° -$
$-\frac{1}{2}\operatorname{tg}180° + \sin 90° = 2 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1.$

913. а) При $\alpha = -45°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-45°) +$
$+\cos(-45°) = -\sin 45° + \cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$

б) При $\alpha = -90°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-90°) +$
$+\cos(-90°) = -\sin 90° + \cos 90° = -1 + 0 = -1.$

в) Если $\alpha = -360°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-360°) +$
$+\cos(-360°) = -\sin 360° + \cos 360° = 0 + 1 = 1.$

г) При $\alpha = -180°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-180°) +$
$+\cos(-180°) = -\sin 180° + \cos 180° = 0 - 1 = -1.$

д) При $\alpha = -420°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-420°) +$
$+\cos(-420°) = -\sin 420° + \cos 420° = -\sin(360° + 60°) +$
$+\cos(360° + 60°) = -\sin 60° + \cos 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}.$

е) При $\alpha = -1710°$ $\sin\alpha + \cos\alpha = \sin(-1710°) +$
$+\cos(-1710°) = -\sin 1710° + \cos 1710° = -\sin(1800° -$
$-90°) + \cos(1800° + 90°) = \sin 90° + \cos 90° = 1 + 0 = 1.$

914. а) $\frac{5\pi}{6} \in$ II четверти, значит, $\sin\frac{5\pi}{6} > 0$; $\frac{2\pi}{3} \in$ II четверти, значит, $\cos\frac{2\pi}{3} < 0$; следовательно, $\sin\frac{5\pi}{6}\cos\frac{2\pi}{3} < 0.$

б) $\frac{5\pi}{4} \in$ III четверти, значит, $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4} > 0$; $\frac{\pi}{5} \in$ I четверти, значит,

$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5} > 0$; следовательно, $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5} > 0$.

в) $\frac{5\pi}{7} \in$ II четверти, значит, $\cos\frac{5\pi}{7} < 0$; $\frac{3\pi}{4} \in$ II четверти, значит,

$\cos\frac{3\pi}{4} < 0$; следовательно, $\cos\frac{5\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{4} < 0$.

г) $\frac{\pi}{8} \in$ I четверти, значит, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} > 0$; $\frac{\pi}{5} \in$ I четверти, значит,

$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5} > 0$; следовательно, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{5} > 0$.

915. Пусть x – равные углы при основании равнобедренного треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует:

$x + x + \frac{\pi}{9} = \pi; 2x = \pi - \frac{\pi}{9};\ x = \frac{4\pi}{9}$.

Ответ: $\frac{4\pi}{9}$ и $\frac{4\pi}{9}$.

916. Пусть x; $2x$; $3x$ – углы треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует.

$x + 2x + 3x = \pi; 6x = \pi;\ x = \frac{\pi}{6};\ 2x = \frac{\pi}{3};\ 3x = \frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$.

917. а) $\dfrac{\sin\frac{\pi}{2} + \cos(-\pi) + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{2\sin\frac{\pi}{6} - \cos\frac{3\pi}{2}} = \dfrac{1 + (-1) + 1}{2\cdot\frac{1}{2} - 0} = \dfrac{1}{1} = 1.$

б) $\dfrac{3\sin\frac{\pi}{6} + 2\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{2})}{5\operatorname{tg}0 + 6\sin(-\frac{\pi}{2})} = \dfrac{3\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot 1 + 0}{5\cdot 0 - 6\cdot 1} = \dfrac{\frac{3}{2} - 2}{-6} = \dfrac{1\cdot 1}{2\cdot 6} = \dfrac{1}{12}.$

в) $\dfrac{5\sin(-\frac{\pi}{3}) + 2\cos(-\frac{\pi}{3})}{\cos(-\frac{\pi}{2}) + \sin\frac{3\pi}{2}} = \dfrac{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + 2\cdot\frac{1}{2}}{0 + (-1)} = \dfrac{5\sqrt{3} - 2}{2}.$

г) $\dfrac{\sin(-\frac{\pi}{4})+\cos(-\frac{\pi}{4})-1}{\sin\frac{3\pi}{2}+\cos(-\frac{3\pi}{2})}=\dfrac{-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}-1}{-1+0}=\dfrac{-1}{-1}=1.$

918. а) $\sin(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=\sin\frac{2\pi+\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{2}=1; \sin\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{6}=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}\neq 1$, значит, равенство неверно.

б) $\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}>1;$ значит, неравенство неверно.

919. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1; (\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}})^2+(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}})^2=$

$=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{a^2+b^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1;$ следовательно, могут.

920. $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha=1; (a+\frac{1}{a})\cdot\frac{a}{a^2+1}=\frac{a^2+1}{a}\cdot\frac{a}{a^2+1}=1;$ следовательно, могут.

921. а) $\dfrac{\cos^2\alpha-\mathrm{ctg}^2\alpha}{\mathrm{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha-\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}}{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\sin^2\alpha}=\dfrac{\frac{\cos^2\alpha\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}}{\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha(\sin^2\alpha-1)\cdot\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)}=\dfrac{\cos^4\alpha(-\cos^2\alpha)}{\sin^4\alpha\cdot\sin^2\alpha}=-\dfrac{\cos^6\alpha}{\sin^6\alpha}=-\mathrm{ctg}^6\alpha$

б) $\frac{1}{\cos^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha=1+\mathrm{tg}^2\alpha-\mathrm{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha.$

в) $\dfrac{1+\mathrm{tg}\gamma+\mathrm{tg}^2\gamma}{1+\mathrm{ctg}\gamma+\mathrm{ctg}^2\gamma}=\dfrac{\frac{1}{\cos^2\gamma}+\mathrm{tg}\gamma}{\frac{1}{\sin^2\gamma}+\mathrm{ctg}\gamma}=\dfrac{\frac{1}{\cos^2\gamma}+\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}}{\frac{1}{\sin^2\gamma}+\frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}}=$

$=\dfrac{\frac{1+\sin\gamma\cos\gamma}{\cos^2\gamma}}{\frac{1+\sin\gamma\cos\gamma}{\sin^2\gamma}}=\dfrac{(1+\sin\gamma\cos\gamma)\cdot\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma\cdot(1+\sin\gamma\cos\gamma)}=\dfrac{\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma}=\mathrm{tg}^2\gamma.$

г) $\frac{\mathrm{tg}\gamma}{1-\mathrm{tg}^2\gamma}\cdot\frac{\mathrm{ctg}^2\gamma-1}{\mathrm{ctg}\gamma}=\frac{\mathrm{tg}\gamma}{1-\mathrm{tg}^2\gamma}\cdot\frac{\frac{1}{\mathrm{tg}^2\gamma}-1}{\frac{1}{\mathrm{tg}\gamma}}=\frac{\mathrm{tg}\gamma}{1-\mathrm{tg}^2\gamma}\cdot\frac{\left(1-\mathrm{tg}^2\gamma\right)\cdot\mathrm{tg}\gamma}{\mathrm{tg}^2\gamma}=1.$

922.

а) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=1^2=1.$

б) $\frac{\cos^2\alpha}{1+\sin\alpha}+\sin\alpha=\frac{\cos^2\alpha+\sin\alpha+\sin^2\alpha}{1+\sin\alpha}=\frac{1+\sin\alpha}{1+\sin\alpha}=1$

в) $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)+$
$+2\sin^2\alpha=\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\cdot1+2\sin^2\alpha=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1.$

г) $\frac{1}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}+\frac{1}{1-\mathrm{ctg}^2\alpha}=\frac{1}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}+\frac{1}{1-\frac{1}{\mathrm{tg}^2\alpha}}=$

$=\frac{1}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}+\frac{\mathrm{tg}^2\alpha}{\mathrm{tg}^2\alpha-1}=\frac{1-\mathrm{tg}^2\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}=1.$

923. а) $(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)=(\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha)\times$
$\times(1-\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})=\frac{\sin^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=$
$=\mathrm{tg}\alpha.$

б) $\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1}{\mathrm{ctg}\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1}{\mathrm{ctg}\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}=$

$=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\frac{\cos\alpha-\sin\alpha^2\cos\alpha}{\sin\alpha}}=$

$=\frac{2\sin^2\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha(1-\sin^2\alpha)}=\frac{2\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=2\mathrm{tg}^2\alpha.$

в) $\sin^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=\sin^2\alpha(\sin^2\alpha+$
$+\cos^2\alpha)+\cos^2\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

г) $\sin^2\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\times$
$\times(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$

924. а) $\dfrac{tg^2\alpha-\sin^2\alpha}{ctg^2\alpha-\cos^2\alpha}=\dfrac{\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\sin^2\alpha}{\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha}=\dfrac{\dfrac{\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\dfrac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}}=$

$=\dfrac{\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)\cdot\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)}=\dfrac{\sin^6\alpha}{\cos^6\alpha}=tg^6\alpha;$

б) $\dfrac{tg\beta}{tg\beta+ctg\beta}=\dfrac{tg\beta}{tg\beta+\dfrac{1}{tg\beta}}=\dfrac{tg\beta\cdot tg\beta}{tg^2\beta+1}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{tg^2\beta}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\sin^2\beta}}=\sin^2\beta;$

в) 1) $\dfrac{tg\beta}{1-tg^2\beta}=\dfrac{\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1-\dfrac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}}=\dfrac{\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\dfrac{\cos^2\beta-\sin^2\beta}{\cos^2\beta}}=$

$=\dfrac{\sin\beta\cdot\cos^2\beta}{\cos\beta(\cos^2\beta-\sin^2\beta)}=\dfrac{\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta-\sin^2\beta}.$

2) $\dfrac{ctg\beta}{ctg^2\beta-1}=\dfrac{\dfrac{1}{tg\beta}}{\dfrac{1}{tg^2\beta}-1}=\dfrac{tg\beta}{1-tg^2\beta}=\dfrac{\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1-\dfrac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}}=\dfrac{\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta-\sin^2\beta}.$

г) $\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+\cos^4\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin^4\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)}{\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin^2\alpha\cdot\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}=\dfrac{\sin^4\alpha}{\cos^4\alpha}=tg^4\alpha.$

925. а) $\cos^4\gamma-\sin^4\gamma=(\cos^2\gamma-\sin^2\gamma)(\cos^2\gamma+\sin^2\gamma)=$

$=\cos^2\gamma-\sin^2\gamma=1-\sin^2\gamma-\sin^2\gamma=1-2\sin^2\gamma;$

б) $\dfrac{1-2\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}=ctg\alpha-tg\alpha;$

в) $\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\mathrm{ctg}\alpha}=\frac{\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha}=\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=$

$=\frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha}=\cos\alpha;$

г) $\frac{\mathrm{tg}^2\gamma+1}{\mathrm{tg}^2\gamma-1}=\frac{\frac{\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma}+1}{\frac{\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma}-1}=\frac{\frac{\sin^2\gamma+\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma}}{\frac{\sin^2\gamma-\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma}}=$

$=\frac{\cos^2\gamma}{\cos^2\gamma(\sin^2\gamma-\cos^2\gamma)}=\frac{1}{\sin^2\gamma-\cos^2\gamma}$

926. $(a\sin\alpha+b)(a\sin\alpha-b)+(a\cos\alpha+b)(a\cos\alpha-b)=$
$=a^2\sin^2\alpha-b^2+a^2\cos^2\alpha-b^2=a^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)-$
$-2b^2=a^2-2b^2$ — значение выражения не зависит от α.

927. а) Упростим $\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)^2=$

$=\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}\right)^2+2\sqrt{\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}+\left(\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)^2=$

$=\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}+2\sqrt{1}+\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}=$

$=\frac{(1-\sin\alpha)^2+2(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)+(1+\sin\alpha)^2}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}=$

$=\frac{1-2\sin\alpha+\sin^2\alpha+2(1-\sin^2\alpha)+1+2\sin\alpha+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=\frac{4}{\cos^2\alpha};$

следовательно, $\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}+\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}=$

$=\sqrt{\frac{4}{\cos^2\alpha}}=\frac{2}{|\cos\alpha|}.$

б) Упростим $\left(\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right)\right)^2=$

$$=\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)^2\cdot\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right)^2=$$

$$=\left[\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}\right)^2-2\sqrt{\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}+\left(\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)^2\right]\times$$

$$\times\left[\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\right)^2-2\sqrt{\frac{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}}+\left(\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right)^2\right]=$$

$$=\left(\frac{1-\sin\alpha\cdot\sqrt{1}}{1+\sin\alpha}-2+\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\right)\cdot\left(\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}-2\cdot\sqrt{2}+\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}\right)=$$

$$=\frac{(1-\sin\alpha)^2-2(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)+(1+\sin\alpha)^2}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}\times$$

$$\times\frac{(1-\cos\alpha)^2-2(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)+(1+\cos\alpha)^2}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}=$$

$$=\frac{1-2\sin\alpha+\sin^2\alpha-2(1-\sin^2\alpha)+1+2\sin\alpha+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}\times$$

$$\times\frac{1-2\cos\alpha+\cos^2\alpha-2(1-\cos^2\alpha)+1+2\cos\alpha+\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}=$$

$$=\frac{4\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot\frac{4\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=16;$$

следовательно,

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right)=\sqrt{16}=4$$

или $\left(\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right)=\sqrt{16}=-4.$

928. а) $\sin^4\alpha-\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=(1-\cos^2\alpha)^2-(1-\cos^2\alpha)+$
$+\cos^2\alpha=1-2\cos^2\alpha+\cos^4\alpha-1+\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=\cos^4\alpha.$

б) $\cos^4\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=(1-\sin^2\alpha)^2-(1-\sin^2\alpha)+$
$+\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha+\sin^4\alpha-1+\sin^2\alpha+\sin^2\alpha=\sin^4\alpha.$

929. Разделим знаменатель и числитель дроби на $\cos\alpha$:

$$\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\text{tg}\alpha+1}{\text{tg}\alpha-1}.$$

Если $\text{tg}\alpha=3$, то $\frac{\text{tg}\alpha+1}{\text{tg}\alpha-1}=\frac{3+1}{3-1}=2.$

930. $$\frac{\text{ctg}\alpha+\text{tg}\alpha}{\text{ctg}\alpha-\text{tg}\alpha}=\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}:$$

$$:\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{1}{1-\sin^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{1}{1-2\sin^2\alpha}.$$

Если $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, то $\frac{1}{1-2\sin^2\alpha}=\frac{1}{1-2\cdot(\frac{1}{3})^2}=\frac{9}{7}=1\frac{2}{7}.$

931. а) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=$
$=1+2\sin\alpha\cos\alpha=a^2$; значит, $2\sin\alpha\cos\alpha=a^2-1;$

$$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{a^2-1}{2}.$$

б) $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+$
$+\cos^2\alpha)=a(1-\sin\alpha\cos\alpha)$; но $\sin\alpha\cos\alpha=$
$=\frac{\alpha^2-1}{2}$ (см.а)), значит $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=a\cdot(1-\frac{a^2-1}{2})=a\cdot\frac{2-a^2+1}{2}=\frac{a(3-a^2)}{2}.$

932. а) $(\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha)^2=\text{tg}^2\alpha+2\text{tg}\alpha\text{ctg}\alpha+\text{ctg}^2\alpha=$
$=\text{tg}^2\alpha+2+\text{ctg}^2\alpha=m^2;\text{tg}^2\alpha+\text{ctg}^2\alpha=m^2-2.$

б) $\text{tg}^3\alpha+\text{ctg}^3\alpha=(\text{tg}\alpha+\text{ctg}\alpha)(\text{tg}^2\alpha-\text{tg}\alpha\text{ctg}\alpha+\text{ctg}^2\alpha)=$
$=m(tg^2\alpha+ctg^2\alpha-1)$; но $\text{tg}^2\alpha+\text{ctg}^2\alpha=m^2-2$ (см. а)).

Следовательно, $\text{tg}^3\alpha+\text{ctg}^3\alpha=m(m^2-2-1)=m(m^2-3).$

933. Преобразуем: $\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}\right)^2=\dfrac{(\sin x+\cos x)^2}{(\sin x-\cos x)^2}=$

$$=\frac{\sin^2 x+2\sin x\cos x+\cos^2 x}{\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x}=\frac{1+2\sin x\cos x}{1-2\sin x\cos x}.$$

Так как $\sin x\cos x=0{,}4$, то $\dfrac{1+2\sin x\cos x}{1-2\sin x\cos x}=\dfrac{1+2\cdot 0{,}4}{1-2\cdot 0{,}4}=\dfrac{1{,}8}{0{,}2}=9.$

Следовательно,

$$\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}=\sqrt{9}=3 \text{ или } \frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}=-\sqrt{9}=-3.$$

934. $\dfrac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\cos\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}=\dfrac{\sin\alpha+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\cos\alpha+\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha}:$

$$:\frac{\cos\alpha\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{(\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha)\sin\alpha}{(\cos\alpha\sin\alpha+\cos\alpha)\cos\alpha}=\frac{\sin^2\alpha(\cos\alpha+1)}{\cos^2\alpha(\sin\alpha+1)}=$$

$=\operatorname{tg}^2\alpha\dfrac{\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}$. Но $\cos\alpha\geq-1$ и $\sin\alpha\geq-1$, следовательно, $\operatorname{tg}^2\alpha\dfrac{\cos\alpha+1}{\sin\alpha+1}\geq 0.$

935. а) При $\alpha=\dfrac{7\pi}{6}$

$$\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha=\cos\frac{7\pi}{6}+\cos\frac{7\pi}{3}+\cos\frac{7\pi}{2}=$$

$$=\cos(\pi+\frac{\pi}{6})+\cos(2\pi+\frac{\pi}{3})+\cos(4\pi+\frac{\pi}{2})=-\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{2}=$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}+0=\frac{1-\sqrt{3}}{2}.$$

б) При $\alpha=-120°$ $\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha=$
$=\cos 120°+\cos 240°+\cos 360°=\cos(90°+30°)+\cos(180°+$

$+60°)+\cos 360°=-\sin 30°-\cos 60°+\cos 360°=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}+1=0.$

936.

а) $\cos(60°-\alpha)=\cos(90°-30°-\alpha)=\cos(90°-(30°+\alpha))=$
$=\sin(30°+\alpha)$;

б) $\mathrm{ctg}(80^\circ - \frac{\alpha}{2}) = \mathrm{ctg}(90^\circ - 10^\circ - \frac{\alpha}{2}) = \mathrm{ctg}(90^\circ - (10^\circ + \frac{\alpha}{2})) =$

$= \mathrm{tg}(10^\circ + \frac{\alpha}{2})$;

в) $\sin(30^\circ - 2\alpha) = \sin(90^\circ - 60^\circ - 2\alpha) =$

$= \sin(90^\circ - (60^\circ + 2\alpha)) = \cos(60^\circ + 2\alpha)$.

937. Пусть α – острый угол параллелограмма, β – тупой угол параллелограмма. Сумма односторонних углов равна 180^0;
$\alpha + \beta = 180^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha$.

Следовательно, $\mathrm{tg}\,\beta = \mathrm{tg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}\alpha = -0{,}7$.

Ответ: –0,7.

938. Пусть α – внешний угол треугольника, а β и γ – острые углы треугольника. Известно, что сумма смежных углов равна 180°, $\Rightarrow \beta=180^\circ-\alpha$, следовательно, $\mathrm{tg}\beta=\mathrm{tg}(180^\circ-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha=-k$.

Сумма острых углов треугольника равна 90°, поэтому

$\gamma=90^\circ-\beta$, следовательно, $\mathrm{tg}\gamma=\mathrm{tg}(90^\circ-\beta)=\mathrm{ctg}\beta=-\frac{1}{k}$.

Ответ: $-k; -\frac{1}{k}$.

939. Обозначим смежные углы α и β и $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$; $\cos\alpha<0$, следовательно, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Тогда $\sin\alpha>0$; $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin\alpha=\sqrt{1-(\frac{3}{5})^2}=\frac{4}{5}$.

Так как сумма смежных углов равна 180°,

поэтому $\sin\beta=\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha=\frac{4}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$

940. $\alpha+\beta=\pi-\gamma$.

а) $\sin(\alpha+\beta)=\sin(\pi-\gamma)=\sin\gamma$. б) $\cos(\alpha+\beta)=\cos(\pi-\gamma)=-\cos\gamma$.

в) $\sin2(\alpha+\beta)=\sin2(\pi-\gamma)=\sin(2\pi-2\gamma)=-\sin2\gamma$.

г) $\cos2(\alpha+\beta)=\cos2(\pi-\gamma)=\cos(2\pi-2\gamma)=\cos2\gamma$.

941. а) $\mathrm{tg}75^\circ=\mathrm{tg}(90^\circ-15^\circ)=\mathrm{ctg}15^\circ$, $\mathrm{tg}15^\circ\cdot\mathrm{ctg}15^\circ\cdot\mathrm{tg}30^\circ\mathrm{tg}45^\circ\mathrm{tg}60^\circ=$
$=1\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot1\cdot\sqrt{3}=1$.

б) $ctg18°=ctg(90°-72°)=tg72°$ $ctg36°=ctg(90°-54°)=tg54°$,
$(tg72°\cdot ctg72°)\cdot(tg54°\cdot ctg54°)=1\cdot 1=1$.

942. а) $tg(270°-\alpha)=ctg\alpha=\frac{1}{tg\alpha}$. Если $tg\alpha=\frac{3}{5}$, тогда $\frac{1}{tg\alpha}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$.

б) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-0,8^2=1-0,64=0,36$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{0,36}=\pm 0,6$ ($\alpha\in$ I четверти, значит, $\sin\alpha>0$), поэтому $\sin\alpha=0,6$; $\sin(180°+\alpha)=-\sin\alpha=-0,6$.

в) $1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$; $ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}-1=\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{1-(\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2}=\frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}=$

$=3$; $ctg\alpha=\pm\sqrt{3}$, но $\alpha\in$ II четверти, значит $ctg\alpha<0$), поэтому $ctg\alpha=-\sqrt{3}$
$ctg(360°-\alpha)=-ctg\alpha=\sqrt{3}$.

г) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-(-\frac{4}{5})^2=\frac{25-16}{25}=\frac{9}{25}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$ ($\alpha\in$III четверти, значит, $\cos\alpha<0$), поэтому

$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$. $\sin(270°+\alpha)=-\cos\alpha=\frac{3}{5}$.

943. а) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ и $90°<\alpha<180°$, $\alpha=180°-30°=150°$;

б) $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $180°<\alpha<270°$, $\alpha=180°+30°=210°$;

в) $tg\alpha=-1$ и $90°<\alpha<180°$, $\alpha=90°+45°=135°$;

г) $ctg\alpha=-\sqrt{3}$ и $270°<\alpha<360°$, $\alpha=360°-30°=330°$.

944. $tg1°\cdot tg2°\cdot\ldots\cdot tg88°\cdot tg89°=(tg1°\cdot tg89°)(tg2°\cdot tg88°)\cdot\ldots\cdot$
$(tg44°\cdot tg46°)tg45°=(tg1°\cdot tg(90°-89°))(tg2°\cdot tg(90°-2°))\cdot\ldots\cdot$
$(tg44°\cdot tg(90°-44°))\cdot tg45°=(tg1°\cdot ctg1°)(tg2°\cdot ctg2°)\cdot\ldots\cdot(tg44°\cdot ctg44°)\cdot tg45°=1$.

945. а) $(\sin(\pi+\alpha)+\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha))^2+(\cos(2\pi-\alpha)-\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha))^2=$
$=(-\sin\alpha-\sin\alpha)^2+(\cos\alpha+\cos\alpha)^2=(-2\sin\alpha)^2+(2\cos\alpha)^2=$
$=4\sin^2\alpha+4\cos^2\alpha=4(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=4$.

б) $(tg(\frac{\pi}{2}-\alpha)-ctg(\frac{\pi}{2}+\alpha))^2-(ctg(\pi+\alpha)+ctg(\frac{3\pi}{2}+\alpha))^2=$
$=(ctg\alpha+tg\alpha)^2-(ctg\alpha-tg\alpha)^2=ctg^2\alpha+2\,ctg\alpha\,tg\alpha+tg^2\alpha-ctg^2\alpha+$
$+2\,ctg\alpha\,tg\alpha-tg^2\alpha=2\cdot 1+2\cdot 1=4$.

946. $\dfrac{\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}{\cos(2\pi-\alpha)}+\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})\sin(\pi-\alpha)+$

$+\cos(\pi-\alpha)\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})=\dfrac{-\operatorname{ctg}\alpha\ \sin\alpha}{\cos\alpha}+\sin\alpha\sin\alpha+\cos\alpha\cos\alpha=-\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}+$
$+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=-1+1=0$

947 а $\sin160°\cos110°+\sin250°\cos340°+\operatorname{tg}110°\cdot\operatorname{tg}340°=\sin(180°-20°)\times$
$\times\cos(90°+20°)+\sin(270°-20°)\cdot\cos(360°-20°)+\operatorname{tg}(90°+20°)\operatorname{tg}(360°-20°)=$
$=\sin20°(-\sin20°)+(-\cos20°)\cos20°+\operatorname{ctg}20°\operatorname{tg}20°=-\sin^2 20°-\cos^2 20°+1=-1+1=0$

б $\operatorname{tg}18°\operatorname{tg}288°-\sin32°\sin148°-\sin302°\sin122°=\operatorname{tg}18°\operatorname{tg}(270°+18°)-$
$-\sin32°\sin(180°-32°)-\sin(270°+32°)\sin(90°+32°)=-\operatorname{tg}18°\operatorname{ctg}18°+$
$+\sin32°\sin32°+\cos32°\cos32°=-1+\sin^2 32°+\cos^2 32°=-1+1=0.$

948 Пользуемся формулами приведения:

а $\dfrac{\cos^2(\pi-\alpha)+\sin^2(\frac{\pi}{2}-\alpha)+\cos(\pi+\alpha)\cos(2\pi-\alpha)}{\operatorname{tg}^2(\alpha-\frac{\pi}{2})\operatorname{ctg}^2(\frac{3\pi}{2}+\alpha)}=$

$=\dfrac{\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-\cos\alpha\cos\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\alpha}=\dfrac{2\cos^2\alpha-\cos^2\alpha}{1}=\cos^2\alpha$

б $\dfrac{\sin^3(\alpha-\frac{3\pi}{2})\cos(2\pi-\alpha)}{\operatorname{tg}^3(\alpha-\frac{\pi}{2})\cos^3(\alpha-\frac{3\pi}{2})}=\dfrac{\cos^3\alpha\cdot\cos\alpha}{\operatorname{ctg}^3\alpha\sin^3\alpha}=\dfrac{\cos^4\alpha\sin^3\alpha}{\cos^3\alpha\cdot\sin^3\alpha}=\cos\alpha$

949 а) $\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)\cos\alpha+\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)\sin\alpha=\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha-\alpha)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$,

б $\sin\alpha\sin(\alpha+\beta)+\cos\alpha\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha+\beta-\alpha)=\cos\beta$,

в $\cos(36°-\alpha)\cos(54°+\alpha)-\sin(36°-\alpha)\sin(54°+\alpha)=$
$=\cos(36°-\alpha+54°-\alpha)=\cos(90°+2\alpha)=-\sin2\alpha$;

г. $\sin\beta\cos(\alpha+\beta)-\cos\beta\sin(\alpha+\beta)=\sin(\beta-\alpha-\beta)=\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

950 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $\cos\alpha=1-\sin\alpha$, значит.

$\cos^2\alpha=1-(\frac{3}{5})^2=\frac{16}{25}$ $\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{16}{25}}=\pm\frac{4}{5}$, но $\alpha\in$ I четверти. т.е $\cos\alpha>0$.

поэтому $\cos\alpha=\frac{4}{5}$

а) $\cos^2(45°-\alpha)=(\cos45°\cos\alpha+\sin45°\sin\alpha)^2=$
$=(\frac{\sqrt2}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt2}{2}\sin\alpha)^2=(\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{4}{5}+\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{3}{5})^2=(\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{7}{5})^2=0.98$

б) $\cos^2(60°+\alpha)=(\cos60°\cos\alpha-\sin60°\sin\alpha)^2=(\frac{1}{2}\cos\alpha-$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha)^2=(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{5})^2=(\frac{4-3\sqrt{3}}{10})^2=0{,}43-0{,}24\sqrt{3}$

в) $\sin(30°+\alpha)=\sin30°\cos\alpha+\cos30°\sin\alpha=\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha;$

$\sin(30°-\alpha)=\sin30°\cos\alpha-\cos30°\sin\alpha=\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2},$

$\sin^2 60°+\sin(30°+\alpha)\cdot\sin(30°-\alpha)=(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{5})\cdot(\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}-$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\ \frac{3}{5})=\frac{3}{4}+(\frac{4}{10}+\frac{3\sqrt{3}}{10})\cdot(\frac{4}{10}-\frac{3\sqrt{3}}{10})=\frac{3}{4}+(\frac{4}{10})^2-(\frac{3\sqrt{3}}{10})^2=$

$=\frac{75+16-27}{100}=0{,}64.$

951. а) $\cos^2\alpha+\cos^2(60°+\alpha)+\cos^2(60°-\alpha)=\cos^2\alpha+(\cos60°\cos\alpha-$

$-\sin60°\sin\alpha)^2+(\cos60°\cos\alpha+\sin60°\sin\alpha)^2=\cos^2\alpha+(\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha)^2+$

$+(\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha)^2=\cos^2\alpha+\frac{1}{4}\cos\alpha-\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\sin\alpha+\frac{3}{4}\sin^2\alpha+\frac{1}{4}\cos^2\alpha-$

$-\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\sin\alpha+\frac{3}{4}\sin^2\alpha=\frac{3}{2}\cos^2\alpha+\frac{3}{2}\sin^2\alpha=\frac{3}{2}(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=\frac{3}{2};$

б) $\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha+\sin\beta}=$

$=\frac{(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta)}{\sin\alpha+\sin\beta}=$

$=\frac{\sin^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}=\frac{\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\cos^2\alpha\sin^2\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}=$

$=\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\sin^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta}{\sin\alpha+\sin\beta}=$

$=\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\beta(\sin^2\alpha+\cos^2\beta)}{\sin\alpha+\sin\beta}=\frac{(\sin\alpha-\sin\beta)(\sin\alpha+\sin\beta)}{\sin\alpha+\sin\beta}=$

$=\sin\alpha-\sin\beta;$

в) $\sin^2(120°+\alpha)=\sin^2(90°+30°+\alpha)=\cos^2(30°+\alpha)=(\cos30°\ \cos\alpha-$

$-\sin30°\cdot\sin\alpha)^2=(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha)^2=\frac{3}{4}\cos^2\alpha-\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\cdot\sin\alpha+\frac{1}{4}\sin^2\alpha;$

$\sin^2(120°-\alpha)\ \sin^2(90°+30°-\alpha)=\cos^2(30°-\alpha)=(\cos30°\ \cos\alpha+\sin30°\ \sin\alpha)^2=$

$=(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha)^2=\frac{3}{4}\cos^2\alpha+\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\ \sin\alpha+\frac{1}{4}\sin^2\alpha;$

$\sin^2\alpha+\frac{3}{4}\cos^2\alpha-\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\ \sin\alpha+\frac{1}{4}\sin^2\alpha+\frac{3}{4}\cos^2\alpha+$

$+\frac{2\sqrt{3}}{4}\cos\alpha\ \sin\alpha+\frac{1}{4}\sin^2\alpha=\frac{3}{2}\sin^2\alpha+\frac{3}{2}\cos^2\alpha=\frac{3}{2}(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=\frac{3}{2}.$

г) $\frac{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha-\sin\beta}=$

$=\frac{(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha-\sin\beta}=$

$=\frac{\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta}{\cos\alpha-\sin\beta}=\frac{\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\alpha\sin^2\beta}{\cos\alpha-\sin\beta}=$

$=\frac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta}{\cos\alpha-\sin\beta}=$

$=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\beta(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)}{\cos\alpha-\sin\beta}=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}{\cos\alpha-\sin\beta}=$

$=\frac{(\cos\alpha-\sin\beta)(\cos\alpha+\sin\beta)}{\cos\alpha-\sin\beta}=\cos\alpha+\sin\beta.$

952. 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-(\frac{3}{5})^2=\frac{25-9}{25}=\frac{16}{25}$; $\sin\alpha=\pm\sqrt{\frac{16}{25}}=\pm\frac{4}{5}$

($\alpha\in$I четверти, значит, $\sin\alpha>0$), поэтому $\sin\alpha=\frac{4}{5}$;

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$;

$\sin^2\beta=1-(\frac{7}{25})^2=\frac{625-49}{625}=\frac{576}{625}$; $\sin\beta=\pm\sqrt{\frac{576}{625}}=\pm\frac{24}{25}$

($\beta\in$I четверти, значит, $\sin\beta>0$), поэтому $\sin\beta=\frac{24}{25}$;

3) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{4\cdot 5}{5\cdot 3}=\frac{4}{3}$; $\operatorname{tg}\beta=\frac{24\cdot 25}{25\cdot 7}=\frac{25}{7}$;

4) $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$; $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\frac{4}{3}+\frac{24}{7}}{1-\frac{4\cdot 24}{3\cdot 7}}=-\frac{100\cdot 21}{21\cdot 75}=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$.

953. 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-(\frac{8}{17})^2=\frac{289-64}{289}=\frac{225}{289}$;

$\cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{225}{289}}=\pm\frac{15}{17}$ ($\alpha\in$ III четверти, следовательно, $\cos\alpha<0$), поэтому

$\cos\alpha=-\frac{15}{17}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{8}{17}:(-\frac{15}{17})=\frac{8\cdot 17}{17\cdot 15}=\frac{8}{15}$;

$\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1-\frac{8}{15}}{1+1\cdot\frac{8}{15}}=\frac{7\cdot 15}{15\cdot 23}=\frac{7}{23}$.

954.

а) $\frac{\operatorname{tg}^2\alpha-\operatorname{tg}^2\beta}{1-\operatorname{tg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\beta}=\frac{(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)}{(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)(1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}\cdot\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}=$

$=\operatorname{tg}(\alpha+\beta)\cdot\operatorname{tg}(\alpha-\beta)$;

б) $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\operatorname{tg}\alpha\cdot\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha}=\operatorname{tg}\alpha\cdot\frac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}=$

$=\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}\cdot\frac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1-\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha+1}$.

По формуле тангенса суммы:

в) $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha}=\frac{1+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha}$;

г) $\frac{tg\alpha + tg\beta}{tg(\alpha+\beta)} + \frac{tg\alpha - tg\beta}{tg(\alpha-\beta)} = \frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta} +$

$+\frac{(tg\alpha - tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{tg\alpha - tg\beta} =$

$= \frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 - tg\alpha tg\beta) + (tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{(tg^2\alpha - tg^2\beta)} =$

$= \frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)\cdot 2}{tg^2\alpha - tg^2\beta} = 2.$

955. а) $tg(45°+\alpha) = \frac{tg45° + tg\alpha}{1 - tg45° tg\alpha} = \frac{1 + tg\alpha}{1 - tg\alpha} = \alpha$; $1+tg\alpha = \alpha(1-tg\alpha)$;

$1+tg\alpha = \alpha - \alpha\, tg\alpha$; $a\, tg\alpha + tg\alpha = a-1$; $tg\alpha(\alpha+1) = \alpha-1$; $tg\alpha = \frac{\alpha-1}{\alpha+1}$.

б) $ctg(45°+\alpha) = \frac{1}{\alpha}$; $ctg(45°+\alpha) = \frac{ctg45° ctg\alpha - 1}{tg\alpha + tg45°} = \frac{ctg\alpha - 1}{ctg\alpha + 1} = \frac{1}{\alpha}$;

$ctg\alpha + 1 = \alpha(ctg\alpha - 1)$; $ctg\alpha + 1 = \alpha\, ctg\alpha - \alpha$;

$\alpha\, ctg\alpha - ctg\alpha = 1 + \alpha$; $ctg\alpha(\alpha - 1) = \alpha + 1 \Rightarrow ctg\alpha = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$.

956. а) $\frac{1 + tg(45° - \alpha)}{1 - tg(45° - \alpha)} = \frac{1 + \frac{tg45° - tg\alpha}{1 + tg45° tg\alpha}}{1 - \frac{tg45° - tg\alpha}{1 + tg45° - tg\alpha}} = \frac{1 + \frac{1 - tg\alpha}{1 + tg\alpha}}{1 - \frac{1 - tg\alpha}{1 + tg\alpha}} =$

$= \frac{2(1 + tg\alpha)}{(1 + tg\alpha)(2tg\alpha)} = \frac{2}{2tg\alpha} = \frac{1}{tg\alpha} = ctg\alpha$;

б) $\frac{1 + ctg(45° - \alpha)}{tg(45° + \alpha) - 1} = \frac{1 + \frac{ctg45° ctg\alpha + 1}{ctg45° - ctg\alpha}}{\frac{tg45° + tg\alpha}{1 - tg45° tg\alpha} - 1} = \frac{1 + \frac{ctg\alpha + 1}{ctg\alpha - 1}}{\frac{1 + tg\alpha}{1 - tg\alpha} - 1} =$

$= \frac{(ctg\alpha - 1 + ctg\alpha + 1)(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)(1 + tg\alpha - 1 + tg\alpha)} = \frac{2ctg\alpha(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)tg\alpha\cdot 2} =$

$= \frac{ctg\alpha(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)tg\alpha} = ctg\alpha \frac{1 - tg\alpha}{1 - tg\alpha} = ctg\alpha$;

По формулам синусов, косинусов, тангенсов суммы и разности:

в) $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4}-\alpha)+\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)+\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=$

$$=\frac{(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\alpha)}{(1-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha)}+\sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha+\sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha-$$

$$-\cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha=\frac{(1+\operatorname{tg}\alpha)(1-\operatorname{tg}\alpha)}{(1-\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\alpha)}+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha=$$

$$=1+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\cos\alpha.$$

г) $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)+\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)+\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=$

$$=\frac{(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\operatorname{ctg}\alpha+1)(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\operatorname{ctg}\alpha-1)}{(\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4})(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}+\operatorname{ctg}\alpha)}+\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha+$$

$$+\cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{\alpha}\sin\alpha=\frac{(\operatorname{ctg}\alpha+1)(\operatorname{ctg}\alpha-1)}{(\operatorname{ctg}\alpha-1)(1+\operatorname{ctg}\alpha)}+\frac{1}{2}\cos\alpha+$$

$$+\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha=1+\cos\alpha.$$

957. Разделим числитель и знаменатель на $\cos\alpha\cdot\cos\beta$

а) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\dfrac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}=$

$$=\frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}-\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}.$$

Разделим числитель и знаменатель на $\sin\alpha\cdot\cos\beta$

б) $\dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\dfrac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}=\dfrac{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}-\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}+\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}}=$

$$\frac{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}.$$

958. Разделим числитель и знаменатель на $\sin\alpha\cdot\sin\beta$

1) $\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}=\dfrac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}=$

$$=\frac{\dfrac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}-\dfrac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\dfrac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}+\dfrac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}=\frac{\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}-1}{\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}+\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\frac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta-1}{\mathrm{ctg}\beta+\mathrm{ctg}\alpha};$$

2) $\mathrm{ctg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\dfrac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}=$

$$=\frac{\dfrac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}+\dfrac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\dfrac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}-\dfrac{\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}=\frac{\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}+1}{\dfrac{\cos\beta}{\sin\beta}-\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\frac{\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\beta+1}{\mathrm{ctg}\beta-\mathrm{ctg}\alpha}.$$

959. 1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=1-(0,1\sqrt{2})^2=0,98$;
$\cos\alpha=\pm\sqrt{0,98}=\pm0,7\sqrt{2}$

Так как α–острый, то $\cos\alpha>0$, поэтому $\cos\alpha=0,7\sqrt{2}$

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\cos^2\beta=1-\sin^2\beta$; $\cos^2\beta=1-(0,6)^2=0,64$;
$\cos\beta=\pm\sqrt{0,64}=\pm0,8$. Так как β–острый, то $\cos\beta>0$, поэтому $\cos\alpha=0,8$.

3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=0,1\sqrt{2}\cdot0,8+0,7\cdot0,6=(0,8+0,42)\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Следовательно, $\alpha+\beta=45°$.

960. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}=\dfrac{\dfrac{5}{11}+\dfrac{3}{8}}{1-\dfrac{5}{11}\cdot\dfrac{3}{8}}=\dfrac{73\cdot88}{88\cdot73}=1$.

Следовательно, $\alpha+\beta=45°$ (α и β — острые).

961. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{1-\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}=\dfrac{\dfrac{4}{3}+7}{1-\dfrac{4}{3}\cdot7}=\dfrac{\dfrac{25}{3}}{1-\dfrac{28}{3}}=\dfrac{\dfrac{25}{3}}{-\dfrac{25}{3}}=-1$.

$\alpha\in(0;\ \dfrac{\pi}{2})$, $\beta\in(0;\ \dfrac{\pi}{2})$; $\alpha+\beta\in(0;\ \pi)$. Следовательно, $\alpha+\beta=\dfrac{3\pi}{2}$.

962. а) $\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=2\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}\cos^2\frac{\alpha}{2}=2\text{tg}\frac{\alpha}{2}\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}}=$

$$=\frac{2\text{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\text{tg}^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{2(-3)}{1+(-3)^2}=-0,6.$$

б) $\cos\alpha=\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}=\cos^2\frac{\alpha}{2}(1-\text{tg}^2\frac{\alpha}{2})=\frac{1-\text{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\text{tg}^2\frac{\alpha}{2}};$

$\cos\alpha=\frac{1-(-3)^2}{1+(-3)^2}=-0,8;$

в) $\text{tg}\alpha=\frac{2\text{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\text{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; $\text{tg}\alpha=\frac{2\cdot(-3)}{1-(-3)^2}=\frac{6}{8}=0,75$;

г) $\text{ctg}\alpha\frac{1}{tg\alpha}=\frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{2tg\frac{\alpha}{2}};$

$\text{ctg}\alpha=\frac{1-(-3)^2}{2\cdot(-3)}=\frac{8}{6}=1\frac{1}{3}.$

963. $\cos4\alpha=1-2\sin^2 2\alpha=1-8\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-8\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha);$

$\sin^2\alpha=(\frac{1-\sqrt{3}}{2})^2=\frac{4-2\sqrt{3}}{4}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$; $\cos4\alpha=1-8(1-\frac{2-\sqrt{3}}{2})(\frac{2-\sqrt{3}}{2})=$
$=1-2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=1-4\sqrt{3}+6=7-4\sqrt{3}.$

964. а) $\sin3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)=\sin2\alpha\cos\alpha+\cos2\alpha\sin\alpha=\sin\alpha(\cos^2\alpha-$
$-\sin^2\alpha)+\cos\alpha(2\sin\alpha\cos\alpha)=\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin^3\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha=$
$=3\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin^3\alpha=3\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)-\sin^3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha;$

б) $\cos3\alpha=\cos(2\alpha+\alpha)=\cos2\alpha\cos\alpha-\sin2\alpha\sin\alpha=\cos\alpha(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)-$
$-\sin\alpha(2\sin\alpha\cos\alpha)=\cos^3\alpha-\cos\alpha\sin^2\alpha-2\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha=\cos^3\alpha-3\sin^2\alpha\cos\alpha=\cos^3\alpha-$
$-3(1-\cos^2\alpha)\cdot\cos\alpha=\cos^3\alpha-3\cos\alpha+3\cos^3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha;$

в) $\dfrac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}-\dfrac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\sin 3\alpha\cos\alpha-\cos 3\alpha\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=$

$=\dfrac{\sin(3\alpha-\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=2;$

г) $\dfrac{\cos\alpha-\cos 3\alpha}{\sin\alpha+\sin\alpha}=\dfrac{2\sin\dfrac{\alpha+3\alpha}{2}\sin\dfrac{3\alpha-\alpha}{2}}{2\sin\dfrac{\alpha+3\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha-3\alpha}{2}}=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\mathrm{tg}\alpha.$

965. а) $\sin4\alpha=2\sin2\alpha\cos2\alpha=2\cdot2\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=$
$=4\sin\alpha\cos^3\alpha-4\sin^3\alpha\cos\alpha.$

б) $\cos4\alpha=1-2\sin^2 2\alpha=1-8\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-8(1-\cos^2\alpha)\cos^2\alpha=8\cos^4\alpha-8\cos^2\alpha+1.$

966. а) $4\sin15^\circ\cos15^\circ(\cos^2 15^\circ-\sin^2 15^\circ)=2\sin30^\circ\cos30^\circ=\sin60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2};$

б) $4\sin^2 75^\circ\cos^2 75^\circ-(\sin^2 75^\circ-\cos^2 75^\circ)^2=(2\cdot\sin75^\circ\cos75^\circ)^2-$
$-(\sin^2 75^\circ-\cos^2 75^\circ)^2=\sin^2(2\cdot75^\circ)-\cos^2(2\cdot75^\circ)=-\cos(2\cdot2\cdot75^\circ)=$

$=-\cos300^\circ=-\cos60^\circ=-\dfrac{1}{2};$

в) $1-6\sin^2\dfrac{\pi}{12}\cos^2\dfrac{\pi}{12}=1-\dfrac{3}{2}(2\sin\dfrac{\pi}{12}\cos\dfrac{\pi}{12})^2=$

$=1-\dfrac{3}{2}\sin^2\dfrac{\pi}{6}=1-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{8};$

г) $\sin\dfrac{\pi}{16}\cos^3\dfrac{\pi}{16}-\sin^3\dfrac{\pi}{16}\cos\dfrac{\pi}{16}=\dfrac{1}{2}(2\sin\dfrac{\pi}{16}\cos\dfrac{\pi}{16})\cdot$

$\cdot(\cos^2\dfrac{\pi}{16}-\sin^2\dfrac{\pi}{16})=\dfrac{1}{4}\,2\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{1}{4}\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{8}.$

967. $a^2+b^2=(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha+$
$+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha=2\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=2.$

968. 1) $\cos^2 x+\sin^2 x=1;\ \sin^2 x=1-\cos^2 x;$

$\sin^2 x=1-(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2})^2=1-\dfrac{4-2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

2) $\cos2x=\cos^2 x-\sin^2 x;$

$\cos2x=(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2})^2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4-2\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4-4\sqrt{3}}{4}=1-\sqrt{3}$, следовательно, равенство $\cos2x=2\cos x$ верно.

969. $\frac{\sin 4\alpha}{\sin\alpha}=\frac{2\sin 2\alpha\cos 2\alpha}{\sin\alpha}=\frac{4\sin\alpha\cos\alpha(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}{\sin\alpha}=$
$=4\cos\alpha(\cos^2\alpha-(1-\cos^2\alpha))=4\cos\alpha(2\cos^2\alpha-1)$. Если
$\cos\alpha=-\frac{1}{4}$, то $4\cos\alpha(2\cos^2\alpha-1)=4\cdot(-\frac{1}{4})(2\cdot(-\frac{1}{4})^2-1)=-(\frac{2}{16}-1)=-\frac{1}{8}+1=\frac{7}{8}$.

970. а) $\cos2\alpha-\text{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\sin2\alpha\ \text{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-$

$$-\frac{\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha}{\cos\alpha\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha}-2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\frac{\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha}=$$

$$=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha+\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}-2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\alpha+\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=$$

$$=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\left((\cos\alpha+\sin\alpha)^2-1-2\sin\alpha\cos\alpha\right)=$$

$$=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}\cdot\left(\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha-1-2\sin\alpha\cos\alpha\right)=0$$

Следовательно, $\cos2\alpha-\text{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\sin2\alpha\ \text{ctg}(\frac{\pi}{4}+\alpha)$;

б) $(\frac{2}{1+\text{tg}\alpha}+\text{tg}2\alpha)\cdot(\cos^2\alpha-\frac{1}{2})=(\frac{2}{1+\text{tg}\alpha}+\frac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha})\cdot$

$\cdot(\cos^2\alpha-\frac{1}{2})=\frac{2(1-\text{tg}\alpha)+2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}\cdot(\cos^2\alpha-\frac{1}{2})=\frac{2}{1-tg^2\alpha}\cdot$

$\cdot(\cos^2\alpha-\frac{1}{2})=\frac{2\cos^2\alpha-1}{1-\text{tg}^2\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}=$

$$=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{1-\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}=\frac{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cdot\cos^2\alpha}{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}=\cos^2\alpha;$$

в) $\frac{3+\cos4\beta}{4}=\frac{1}{4}(3+1-2\sin^2 2\beta)=\frac{1}{4}(4-8\sin^2\beta\cos^2\beta)=1-$
$-2\sin^2\beta\cos^2\beta=(\sin^2\beta+\cos^2\beta)^2-2\sin^2\beta\cos^2\beta=\sin^4\beta+$
$+2\sin^2\beta\cos^2\beta+\cos^4\beta-2\sin^2\beta\cos^2\beta=\sin^4\beta+\cos^4\beta$.

971. а) $\dfrac{1}{1+\text{ctg}\alpha}-\dfrac{1}{1-\text{ctg}\alpha}=\dfrac{1-\text{ctg}\alpha-1-\text{ctg}\alpha}{1-\text{ctg}^2\alpha}=-\dfrac{2\text{ctg}\alpha}{1-\text{ctg}^2\alpha}=$

$=\dfrac{-\dfrac{2}{tg\alpha}}{1-\dfrac{1}{tg^2\alpha}}=-\dfrac{2}{\text{tg}\alpha}:\dfrac{\text{tg}^2\alpha-1}{\text{tg}^2\alpha}=\dfrac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}=\text{tg}2\alpha.$

б) $\dfrac{1-\text{tg}^2\alpha}{1+\text{tg}^2\alpha}=\dfrac{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{1+\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}:\dfrac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=$

$=\dfrac{(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha\cdot(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)}=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{1}=\cos2\alpha$

в) $\dfrac{\text{tg}^2(45°+\alpha)-1}{\text{tg}^2(45°+\alpha)+1}=\dfrac{\dfrac{\sin^2(45°+\alpha)}{\cos^2(45°+\alpha)}-1}{\dfrac{\sin^2(45°+\alpha)}{\cos^2(45°+\alpha)}+1}=\dfrac{\dfrac{\sin^2(45°+\alpha)-\cos^2(45°+\alpha)}{\cos^2(45°+\alpha)}}{\dfrac{\sin^2(45°+\alpha)+\cos^2(45°+\alpha)}{\cos^2(45°+\alpha)}}$

$=\dfrac{(\sin^2(45°+\alpha)-\cos^2(45°+\alpha))\cos^2(45°+\alpha)}{(\sin^2(45°+\alpha)+\cos^2(45°+\alpha))\cos^2(45°+\alpha)}=-\cos(90°+2\alpha)=\sin2\alpha.$

г) $(\text{tg}2\alpha-2\text{tg}\alpha)\cdot(\text{ctg}\alpha-\text{tg}\alpha)=$

$\left(\dfrac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}-2\text{tg}\alpha\right)\cdot(\text{ctg}\alpha-\text{tg}\alpha)=\dfrac{(2\text{tg}\alpha-2\text{tg}\alpha+2\text{tg}^3\alpha)\cdot(\text{ctg}\alpha-\text{tg}\alpha)}{1-\text{tg}^2\alpha}$

$=\dfrac{2\text{tg}^3\alpha\cdot\text{ctg}\alpha-2\text{tg}^4\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}=\dfrac{2\text{tg}^2\alpha-2\text{tg}^4\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}=\dfrac{2\text{tg}^2\alpha(1-\text{tg}^2\alpha)}{1-\text{tg}^2\alpha}=2\text{tg}^2\alpha.$

д) $\dfrac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}2\alpha-\text{tg}\alpha}=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}:\dfrac{1}{\dfrac{\sin2\alpha}{\cos2\alpha}-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}=$

$=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\dfrac{1}{1}}{\dfrac{\sin2\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\cos2\alpha}{\cos2\alpha\cdot\cos\alpha}}=$

$=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha\cos2\alpha}{\sin2\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\cos2\alpha}=\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos2\alpha}{\sin\alpha}=\cos2\alpha;$

е) 1) Рассмотрим

$$\text{tg}\alpha - \text{ctg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -2\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = -2\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = -2\text{ctg}2\alpha$$

2) Рассмотрим $\text{tg}\alpha - \text{ctg}\alpha + 2\text{tg}2\alpha + 4\text{ctg}4\alpha = -2\text{ctg}2\alpha + 2\text{tg}2\alpha + 4\text{ctg}4\alpha =$
$= 2(\text{tg}2\alpha - \text{ctg}2\alpha) + 4\text{ctg}4\alpha = 2(-2\text{ctg}4\alpha) + 4\text{ctg}4\alpha = 0;$

Следовательно, $\text{tg}\alpha + 2\text{tg}2\alpha + 4\text{ctg}4\alpha = \text{ctg}\alpha$.

972. Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

а) $$\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \frac{2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}} = \text{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

б) $$\frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\cos\alpha - \cos\beta} = \frac{2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}{-\sin\frac{\alpha+\beta}{2}} = -\text{ctg}\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

в) $$\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos\alpha - \cos\alpha} = \frac{\sin\alpha + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin\alpha - \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{2\sin\frac{\pi}{4}\cos(\alpha - \frac{\pi}{4})}{2\cos\frac{\pi}{4}\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = \text{ctg}(\alpha - \frac{\pi}{4}).$$

973. По формулам суммы косинусов и синусов:

$$\cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos\alpha = \cos 2\alpha + 2\cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = 2\cos 2\alpha(\frac{1}{2} + \cos 3\alpha) =$$

$$= 2\cos 2\alpha(\cos\frac{\pi}{3} + \cos 3\alpha) = 4\cos 2\alpha\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{3}{2}\alpha)\cos(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{2}\alpha);$$

$$\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha = \sin 2\alpha + 2\sin 2\alpha\cos\alpha = 2\sin 2\alpha(\frac{1}{2} + \cos\alpha) =$$

$$= 2\sin 2\alpha(\cos\frac{\pi}{3} + \cos\alpha) = 4\sin 2\alpha\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2})\cos(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}).$$

974. а) $$\sin 19° + \sin 25° + \sin 31° = 2\sin\frac{19° + 31°}{2}\cos\frac{19° - 31°}{2} + \sin 25° =$$

$$= 2\sin 25°\cos(-6°) + \sin 25° = 2\sin 25°(\cos 6° + \frac{1}{2}) =$$

$$= 2\sin 25°(\cos 6° + \cos 60°) = 2\sin 25° \cdot 2\cos\frac{6° + 60°}{2} \cdot \cos\frac{6° - 60°}{2} =$$

$$= 4\sin 25°\cos 33°\cos(-27°) = 4\sin 25°\cos 33°\cos 27°.$$

б) $\sin16°+\sin24°+\sin40°=2\sin\dfrac{16°+24°}{2}\cos\dfrac{16°-24°}{2}+\sin40°=$
$=2\sin20°\cos4°+2\sin20°\cos20°=2\sin20°(\cos4°+\cos20°)=$
$=2\sin20°\cdot2\cos\dfrac{4°+20°}{2}\cos\dfrac{4°-20°}{2}=4\sin20°\cos12°\cdot\cos8°.$

975. а) $\dfrac{\sin22°+\sin8°}{\sin30°}=\dfrac{2\sin\dfrac{22°+8°}{2}\cos\dfrac{22°-8°}{2}}{2\sin\dfrac{30°}{2}\cos\dfrac{30°}{2}}=$
$=\dfrac{2\sin15°\cos7°}{2\sin15°\cos15°}=\dfrac{\cos7°}{\cos15°};$

$\dfrac{\sin12°-\sin2°}{\cos70°-\cos80°}=\dfrac{2\sin5°\cos7°}{2\sin75°\cdot\sin5°}=\dfrac{\cos7°}{\cos(90°-75°)}=\dfrac{\cos7°}{\sin15°}.$

б) $\dfrac{\cos20°-\cos50°}{\cos31°+\sin11°}=\dfrac{2\sin\dfrac{20°-50°}{2}\cdot\sin\dfrac{20°+50°}{2}}{2\sin59°+\sin11°}=$
$=\dfrac{2\sin(-15°)\sin35°}{2\sin35°\cos24°}=\dfrac{\sin15°}{\cos24°};$

$\dfrac{\sin80-\sin70}{\sin29-\sin19}=\dfrac{2\sin5°\cos75°}{2\sin5°\cos24°}=\dfrac{\cos75°}{\cos24°}=\dfrac{\sin15°}{\cos24°}.$

976. а) $\dfrac{\sin(\frac{\pi}{4}+\alpha)+\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{4}+\alpha)-\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)}=$

$=\dfrac{\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha+\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha}{\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha}=\dfrac{2\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha}{2\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}}=$
$=\text{ctg}\alpha$

б) $\dfrac{\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})-\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})}{\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})+\cos(\alpha-\frac{\pi}{3})}=\dfrac{-2\sin\alpha\sin\frac{\pi}{3}}{2\cos\alpha\cos\frac{\pi}{3}}=-\text{tg}\,\dfrac{\pi}{3}\text{tg}\alpha=$
$=-\sqrt{3}\,\text{tg}\alpha$

977. а) $\sin\alpha+\cos\alpha-\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})+\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})=(\sin\alpha-\sin(\alpha-\frac{\pi}{6}))+(\cos\alpha+$

$+\cos(\alpha-\frac{\pi}{6}))=2\cos\frac{\alpha+\alpha-\frac{\pi}{6}}{2}\sin\frac{\alpha-\alpha+\frac{\pi}{6}}{2}+$

$+2\cos\frac{\alpha+\alpha-\frac{\pi}{6}}{2}\cos\frac{\alpha-\alpha+\frac{\pi}{6}}{2}=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})\sin\frac{\pi}{12}+$

$+2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})\cos\frac{\pi}{12}=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})(\sin\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12})=$

$2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})\cdot(\sin\frac{\pi}{12}+\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12}))=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})2\sin\frac{\pi}{4}\cos(\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4})=$

$=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})\,2\sin\frac{\pi}{4}\cos(-\frac{\pi}{6})=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}\cos(\alpha-\frac{\pi}{12})$;

б) $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)+\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)=(\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)-$

$-\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha))-(\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)-\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha))=$

$=2\sin\frac{\frac{\pi}{6}+\alpha+\frac{\pi}{6}-\alpha}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{6}+\alpha-\frac{\pi}{6}+\alpha}{2}+2\sin\frac{\frac{\pi}{3}+\alpha+\frac{\pi}{3}-\alpha}{2}\times$

$\times\sin\frac{\frac{\pi}{3}+\alpha-\frac{\pi}{3}+\alpha}{2}=2\sin\frac{\pi}{6}\sin\alpha+2\sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha=-\sin\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha=\sin\alpha(\sqrt{3}-1)$.

978. $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)\cdot(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=$
$=\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta=\cos^2\alpha(1-\sin^2\beta)-\sin^2\beta\cdot(1-\cos^2\alpha)=$
$=\cos^2\alpha-\sin^2\beta\cos^2\alpha-\sin^2\beta+\cos^2\alpha\cdot\sin^2\beta=\cos^2\alpha-\sin^2\beta$.

979.

$$\sqrt{1+\cos 2\alpha}-\sqrt{1-\cos 2\alpha}=\sqrt{2\cos^2\alpha}-\sqrt{2\sin^2\alpha}=\sqrt{2}(\cos\alpha-\sin\alpha),$$

980. $\frac{1+\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha}{2\cos^2\alpha+\cos\alpha-1}=\frac{(1+\cos 2\alpha)+(\cos 3\alpha+\cos\alpha)}{1+\cos 2\alpha+\cos\alpha-1}=$

$$=\frac{(1+\cos 2\alpha)+2\cos\frac{3\alpha+\alpha}{2}\cos\frac{3\alpha-\alpha}{2}}{1+\cos 2\alpha+\cos\alpha-1}=\frac{2\cos^2\alpha+2\cos 2\alpha\cos\alpha}{\cos 2\alpha+\cos\alpha}=$$

$$=\frac{2\cos\alpha(\cos\alpha+\cos 2\alpha)}{\cos\alpha+\cos 2\alpha}=2\cos\alpha.$$

981. а) $\dfrac{\cos\alpha - 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin\alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha} =$

$= \dfrac{(\cos 3\alpha + \cos\alpha) + 2\cos 2\alpha}{(\sin 3\alpha + \sin\alpha) + 2\sin 2\alpha} =$

$= \dfrac{2\cos\dfrac{3\alpha+\alpha}{2}\cos\dfrac{3\alpha-\alpha}{2} + 2\cos\alpha}{2\sin\dfrac{3\alpha+\alpha}{2}\sin\dfrac{3\alpha-\alpha}{2} + 2\sin\alpha} =$

$= \dfrac{2\cos 2\alpha\cos\alpha + 2\cos 2\alpha}{2\sin 2\alpha\sin\alpha + 2\sin 2\alpha} =$

$= \dfrac{2\cos 2\alpha(\cos\alpha + 1)}{2\sin 2\alpha(\cos\alpha + 1)} = \dfrac{2\cos 2\alpha}{2\sin 2\alpha} = \text{ctg}2\alpha.$

б) $\dfrac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = \dfrac{(\sin 4\alpha - \sin 2\alpha) + 2\cos 3\alpha}{(\cos 4\alpha - \cos 3\alpha) - 2\sin 3\alpha} =$

$= \dfrac{2\cos\dfrac{4\alpha+2\alpha}{2}\sin\dfrac{4\alpha-2\alpha}{2} + 2\cos 3\alpha}{-2\sin\dfrac{4\alpha+2\alpha}{2}\sin\dfrac{4\alpha+\alpha}{2} - 2\sin 3\alpha} = \dfrac{2\cos 3\sin\alpha + 2\cos 3\alpha}{-2\sin 3\alpha\sin\alpha - 2\sin 3\alpha} =$

$= \dfrac{2\cos 3\alpha(\sin\alpha + 1)}{-2\sin 3\alpha(\sin\alpha + 1)} = -\dfrac{\cos 3\alpha}{\sin 3\alpha} = -\text{ctg}3\,\alpha.$

982. а) $\dfrac{\cos\alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha}{\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha} =$

$= \dfrac{(\cos 5\alpha + \cos\alpha) - (\cos 7\alpha + \cos 3\alpha)}{(\sin 5\alpha + \sin\alpha) + (\sin 7\alpha + \sin 3\alpha)} =$

$= \dfrac{2\cos\dfrac{5\alpha+\alpha}{2}\cos\dfrac{5\alpha-\alpha}{2} - 2\cos\dfrac{7\alpha+3\alpha}{2}\cos\dfrac{7\alpha-3\alpha}{2}}{2\sin\dfrac{5\alpha+\alpha}{2}\cos\dfrac{5\alpha-\alpha}{2} + 2\sin\dfrac{7\alpha+3\alpha}{2}\cos\dfrac{7\alpha-3\alpha}{2}} =$

$= \dfrac{2\cos 3\alpha\cos 2\alpha - 2\cos 5\alpha\cos 2\alpha}{2\sin 3\alpha\cos 2\alpha + 2\sin 5\alpha\cos 2\alpha} = \dfrac{2\cos 2\alpha(\cos 3\alpha - \cos 5\alpha)}{2\cos 2\alpha(\sin 3\alpha + \sin 5\alpha)} =$

$= \dfrac{\cos 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha} = -2\dfrac{\sin 4\alpha\sin(-\alpha)}{2\sin 4\alpha\cos(-\alpha)} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\,\alpha$

б) $\dfrac{\cos\alpha-\cos2\alpha-\cos4\alpha+\cos5\alpha}{\sin\alpha-\sin2\alpha-\sin4\alpha+\sin5\alpha}=$

$$=\frac{(\cos5\alpha+\cos\alpha)-(\cos4\alpha+\cos2\alpha)}{(\sin5\alpha+\sin\alpha)-(\sin4\alpha+\sin2\alpha)}=$$

$$=\frac{2\cos\frac{5\alpha+\alpha}{2}\cos\frac{5\alpha-\alpha}{2}-2\cos\frac{4\alpha+2\alpha}{2}\cos\frac{4\alpha-2\alpha}{2}}{2\sin\frac{5\alpha+\alpha}{2}\cos\frac{5\alpha-\alpha}{2}-2\sin\frac{4\alpha+2\alpha}{2}\cos\frac{4\alpha-2\alpha}{2}}=$$

$$=\frac{2\cos3\alpha\cos2\alpha-2\cos3\alpha\cos\alpha}{2\sin3\alpha\cos2\alpha-2\sin3\alpha\cos\alpha}=\frac{2\cos3\alpha(\cos2\alpha-\cos\alpha)}{2\sin3\alpha(\cos2\alpha-\cos\alpha)}=$$

$$=\frac{\cos3\alpha}{\sin3\alpha}=\mathrm{ctg}3\alpha.$$

983. $\sin A+\sin B+\sin C=\sin A+\sin B+\sin(\pi-A-B)=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}+$

$+2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A+B}{2}=2\sin\frac{A+B}{2}\left(\cos\frac{A-B}{2}+\cos\frac{A+B}{2}\right)=$

$=2\sin\frac{\pi-C}{2}\cdot2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}=4\cos\frac{C}{2}\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}.$

Учебно-методическое издание

Бачурин Владимир Евгеньевич

Домашняя работа по алгебре за 9 класс

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.013269.11.07 от 13.11.2007 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *И.Ю. Иванова, Е.Ю. Лысова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры,
литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).**