ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ГИА-9

ГИА-9

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

ДОПУЩЕНО ФИПИ
с 2008 года

9 КЛАСС

ПОДГОТОВКА
К ГИА-9
2011

ЛЕГИОН ™

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

МАТЕМАТИКА

9-й КЛАСС

ПОДГОТОВКА К ГИА-2011

Учебно-методическое пособие

™

ЛЕГИОН-М
Ростов-на-Дону
2010

ББК 22.14
М 34

Рецензенты: *Л. Л. Иванова* — заслуженный учитель России,
Г. Л. Нужа — учитель высшей категории

Пособия по подготовке к Государственной итоговой аттестации (ГИА) за курс основной школы по алгебре с 2008 года входят в перечень изданий, получивших гриф ФИПИ и допущенных к использованию в образовательных учреждениях РФ.

Авторский коллектив:
Ангельев В. Д., Войта Е. А., Дерезин С. В, Евич Л. Н., Иванов С. О., Ковалевская А. С., Кулабухов С. Ю., Ольховая Л. С., Перетятькин Ф. Г., Тимофеенко И. В., Фофонов А. Е.

М 34 Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2011: учебно-методическое пособие / Под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион-М, 2010. — 224 с. — (ГИА-9)

ISBN 978-5-97824-056-5

В настоящее время ГИА-9 в новой форме проводится во всех регионах России, и наше пособие будет полезным для школьников, готовящихся к ГИА **по математике**, а также для учителей, осуществляющих эту подготовку.

Предлагаемое пособие включает **28 авторских учебно-тренировочных тестов**, составленных по последнему плану государственной итоговой аттестации за курс основной школы (14 вариантов включают задания, относящиеся к разделу **«Элементы теории вероятностей и статистики»**) и **сборник, содержащий более 600 задач**, которые иллюстрируют основные идеи тестов итоговой аттестации прошлых лет. К двум вариантам тестов и ко многим задачам из сборника приведены **решения**, ко всем тестам и задачам — **ответы**.

Вместе с этим пособием выходит в свет «Решебник», куда включены решения всех заданий повышенного уровня сложности тестов ГИА-9 и всех заданий сборника задач.

ББК 22.14

ISBN 978-5-97824-056-5

Оглавление

От авторов

С 2003/2004 учебного года проводится эксперимент по предпрофильной подготовке учащихся выпускных классов основной общеобразовательной школы. С 2005/2006 года итоговая аттестация (ГИА) по алгебре проходит в новой форме, которая, несмотря на очевидную связь с ЕГЭ, обладает некоторыми особенностями.

С учетом возрастных познавательных особенностей учащихся 9-х классов и целей обучения в основной школе контрольно-измерительные материалы экзамена в новой форме проверяют сформированность комплекса умений, связанных с информационно-коммуникативной деятельностью, с получением, анализом, а также применением эмпирических данных.

В связи с тем, что ЕГЭ по математике с 2009 года является обязательным для всех выпускников школ, ГИА-9 за курс основной школы выдержана в идеологии единого подхода к общей математической подготовке школьников.

Экзаменационная работа ГИА-9, по плану которой составлены варианты нашего пособия, состоит из двух частей.

Первая часть предусматривает выполнение тестовых заданий, при этом ответы заданий фиксируются учениками непосредственно на бланке теста. Эта часть заданий направлена на проверку уровня обязательной подготовки учащихся (владение понятиями, знание свойств и алгоритмов, решение стандартных задач) и включает задания по следующим разделам алгебры: числа, буквенные выражения, преобразования выражений, уравнения, неравенства, функции и графики, последовательности и прогрессии.

Вторая часть имеет вид традиционной контрольной работы и состоит из пяти заданий, в которых в соответствии со спецификацией представлены следующие разделы программного материала: выражения и их преобразования, уравнения и системы уравнений, текстовые задачи, неравенства, функции, координаты и графики, последовательности и прогрессии. Эта часть работы направлена на дифференцированную проверку повышенного уровня математической подготовки учащихся: владение формально-оперативным аппаратом, интеграция знаний из различных тем школьного курса, исследовательские навыки. При выполнении второй части работы учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записывать решение, включающее необходимые пояснения и обоснования, из которых должен быть понятен ход рассуждений.

В 2010 году ФИПИ предлагал два различных демонстрационных варианта [1]. Единственное отличие второго варианта от первого заключается в том, что в его первую часть добавлены два задания (в соответствии с планом работы — №№ 17 и 18), относящихся к разделу *Элементы теории вероятностей и статистики*. Таким образом, первая часть работы содержит 18 заданий, а вся работа — 23 задания соответственно. Какой вариант использовался на реальном экзамене (с элементами теории вероятностей и статистики или без), решал региональный орган управления образованием индивидуально для каждого региона. В нашу книгу мы включили 14 тренировочных вариантов, созданных на основе — плана 1-го демоварианта, и 14 вариантов на основе плана 2-го демоварианта.

Авторы благодарят рецензентов за полезные замечания и пожелания, связанные с данным изданием.

Свои замечания и пожелания направляйте по адресу: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550, тел. (863) 248-14-03, 248-14-07, 248-99-03, e-mail: legionrus@legionrus.com. Сайт издательства: www.legionr.ru

На нашем сайте вы можете получить подробную информацию обо всех книгах, выпускаемых издательством.

[1] Источник — официальный сайт ФИПИ: www.fipi.ru

Инструкция по выполнению работы [2]

Работа состоит из двух частей. В первой части содержится 16 (18) заданий, во второй — 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время на выполнение первой части ограничено. Если вы закончите работу над первой частью раньше отведенного времени, то можете сразу приступать ко второй.

При выполнении заданий первой части следует указывать только ответы (непосредственно в тексте экзаменационной работы).

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком номер правильного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо записать в отведенном для этого месте;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то надо вписать в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 32 ~~2)~~ 34 3) 20 4) 41

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~x = 5~~ x = 22

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с развёрнутой записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

---

[2] Разработана специалистами Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки (www.fipi.ru).

Глава I. Учебно-тренировочные тесты

§ 1. По образцу демонстрационного варианта №1

Вариант №1

Часть 1

1. Из чисел $1{,}130 \cdot 10^6$; $5{,}713 \cdot 10^5$; $4{,}011 \cdot 10^6$; $2{,}315 \cdot 10^5$ выберите наибольшее.

1) $1{,}130 \cdot 10^6$ 2) $5{,}713 \cdot 10^5$ 3) $4{,}011 \cdot 10^6$ 4) $2{,}315 \cdot 10^5$

2. Коллекция состоит из почтовых марок «Флора» и почтовых марок «Фауна», собранных в отношении $4 : 5$. Какой примерно процент в этой коллекции составляют почтовые марки «Фауна»?

1) 80% 2) 0,56% 3) 56% 4) 44%

3. На координатной прямой отмечены точки F, E, K, P (см. рис. 1). Одна из них соответствует числу $\sqrt{79}$. Какая это точка?

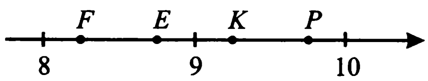

Рис. 1

1) точка F 2) точка E 3) точка K 4) точка P

4. Найдите значение выражения $1{,}4x^3 + 0{,}3x^2 - 2$ при $x = -2$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной t, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{t(t-4)}{5}$ 1) $t \neq 4$

Б) $\dfrac{t}{t-4}$ 2) $t \neq 0,\ t \neq 4$

В) $\dfrac{5}{t(t-4)}$ 3) t — любое число

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно произведению $81 \cdot 3^n$?

1) 3^{4n} 2) 3^{4+n} 3) 9^n 4) 3^{n-4}

7. Упростите выражение $\dfrac{25c^2 - 9d^2}{7c^2} \cdot \dfrac{c}{15d + 25c}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 14x + 49$ 2) $x^2 - 13x + 40$ 3) $x^2 - 2x + 4$ 4) $x^2 - 11x - 17$

9. Решите уравнение $8 - 2(6x + 1) = -2x - 3$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Длина прямоугольного параллелепипеда на 5 см больше ширины, высота на 2 см больше длины, а его объём равен 240 см^3. Чему равны стороны этого параллелепипеда?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину большей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 2, задаётся уравнением $(x-1)^2 + y^2 = 16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

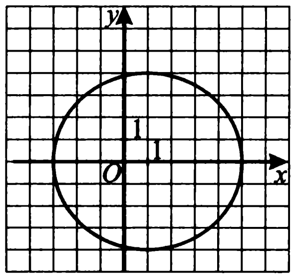

Рис. 2

1) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 16, \\ y = 4x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 16, \\ y = 4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 16, \\ y = x + 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 16, \\ y = -x - 6 \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots, \frac{1}{15}; \frac{1}{5}; x; \frac{9}{5}; \ldots$ Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 3 изображён график функции $y = -x^2 + 2x$. Используя рисунок, решите неравенство $-x^2 \geqslant -2x$.

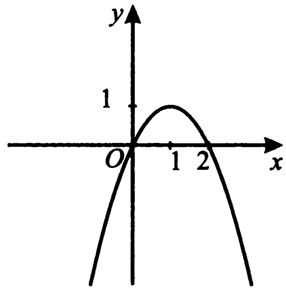

Рис. 3

Ответ: ______

14. О числах S и t известно, что $S > t$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $S + 11 > t + 11$ 2) $5t < 5S$ 3) $-0{,}2S < -0{,}2t$ 4) $\frac{S}{100} < \frac{t}{100}$

15. Функция задана формулами:

А) $y = x^2 - 7x$; Б) $y = x^2 + 4$; В) $y = -3x$; Г) $y = -\frac{5}{x}$.

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А; В 2) Б; В 3) А; В; Г 4) В; Г

16. Фирма приступила к выпуску двух новых моделей автомобилей. На рисунке 4 изображены графики, показывающие, как изменялась цена на автомобили в течение года. Какая из моделей — А или Б — больше поднялась в цене с начала мая по конец октября и на сколько тысяч рублей?

Ответ: ______

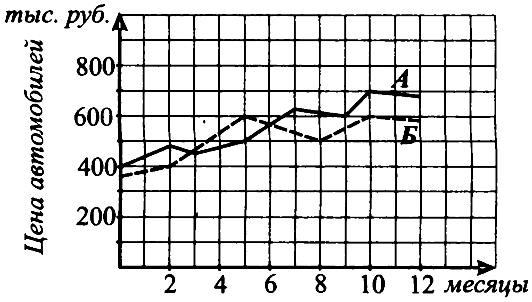

Рис. 4

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{16}{x^2-4}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-10;-7)$ и $B(15;-2)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y?

19. Сократите дробь $\frac{3c+3d-2}{2d-2c+3c^2-3d^2}$.

20. Сахар подорожал на 30%. Сколько килограммов сахара можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 3,9 кг?

21. При каких значениях a прямая $y=a$ имеет две общие точки с графиком функции $y=f(x)$, где $f(x)=\begin{cases} x(x-4), \text{если } x \geqslant 0, \\ x(4-x), \text{если } x<0? \end{cases}$

Вариант №2

Часть 1

1. Из чисел $2{,}374\cdot10^5$; $5{,}840\cdot10^4$; $1{,}998\cdot10^5$; $2{,}011\cdot10^6$ выберите наименьшее.

1) $2{,}374\cdot10^5$ 2) $5{,}840\cdot10^4$ 3) $1{,}998\cdot10^5$ 4) $2{,}011\cdot10^6$

2. Коллекция состоит из серебряных и золотых монет, собранных в отношении 8 : 1. Какой примерно процент в этой коллекции составляют серебряные монеты?

1) 13% 2) 0,89% 3) 89% 4) 11%

3. На координатной прямой отмечены точки M, N, P, T (см. рис. 5). Одна из них соответствует числу $\sqrt{39}$. Какая это точка?

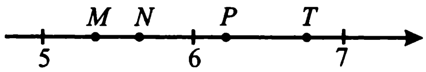

Рис. 5

1) точка M 2) точка N 3) точка P 4) точка T

4. Найдите значение выражения $0{,}7x^3 - 2{,}1x^2 + 4$ при $x = -2$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной t, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{t(t+2)}{7}$ 1) $t \neq 0,\ t \neq -2$;

Б) $\dfrac{t}{t+2}$ 2) $t \neq -2$;

В) $\dfrac{7}{t(t+2)}$ 3) t — любое число.

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\dfrac{7^n}{49}$?

1) $7^n - 7^2$ 2) 7^{n-2} 3) $7^{\frac{n}{2}}$ 4) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2n}$

7. Упростите выражение $\dfrac{9c^2 - d^2}{5cd} \cdot \dfrac{c}{6c - 2d}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 + 15x + 56$ 2) $x^2 - 8x + 16$ 3) $x^2 - 4x + 21$ 4) $x^2 - 5x - 11$

9. Решите уравнение $15 - 3(2x - 4) = 11 - x$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Ширина прямоугольного параллелепипеда меньше длины на 4 см, длина меньше высоты на 3 см, а его объём равен 210 см^3. Чему равны стороны этого параллелепипеда?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 6, задаётся уравнением $(x + 1)^2 + y^2 = 9$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений имеет два решения.

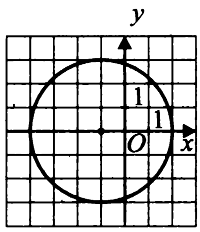

Рис. 6

1) $\begin{cases} (x+1)^2+y^2=9, \\ y=-4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x+1)^2+y^2=9, \\ y=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x+1)^2+y^2=9, \\ y=x-5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x+1)^2+y^2=9, \\ y=2x \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

$\ldots, -5;\ x;\ -\frac{5}{49};\ -\frac{5}{343};\ \ldots$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 7 изображён график функции $y = -x^2 - 4x$. Используя рисунок, решите неравенство $-x^2 \geqslant 4x$.

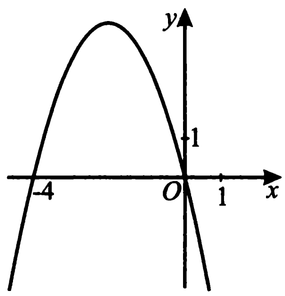

Рис. 7

Ответ: ______

14. О числах c и d известно, что $c < d$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $5c < 5d + 10$ 2) $-3c < -3d$ 3) $\frac{d}{7} > \frac{c}{7}$ 4) $c - 8 < d - 8$

15. Функция задана формулами:

А) $y = \frac{5}{x}$; Б) $y = -2x^2 + x$; В) $y = -x - 1$; Г) $y = 4x$.

Найдите в этом перечне функции, графики которых не проходят через начало координат.

1) А; Б 2) А; В 3) Б; В; Г 4) А; В; Г

16. В городе есть два оператора сотовой связи. На рисунке 8 изображены графики, показывающие, как изменялось количество абонентов, подключившихся к каждому из операторов в течение года. У какого оператора и на сколько тысяч человек было больше подключений, когда до конца года оставалось 5 месяцев?

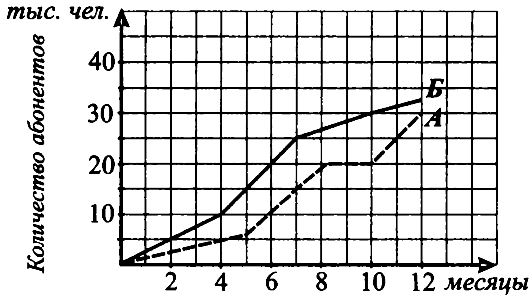

Рис. 8

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x}{x+3} = \frac{72}{x^2-9}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-8; -30)$ и $B(4; 6)$. В какой точке эта прямая пересекает ось x?

19. Сократите дробь $\frac{3a^2 - 3b^2 - 2a + 2b}{2 - 3a - 3b}$.

20. Конфеты подешевели на 20%. Сколько килограммов конфет можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 3,2 кг?

21. При каких значениях a прямая $y = a$ имеет три общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x(x+4), \text{если } x \geqslant 0, \\ -x(x+4), \text{если } x < 0? \end{cases}$

Вариант №3

Часть 1

1. В таблице приведены значения экваториальных радиусов для четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет имеет больший радиус?

Планета	Меркурий	Нептун	Сатурн	Уран
Экв. радиус (м)	$2{,}4397 \cdot 10^6$	$2{,}4764 \cdot 10^7$	$6{,}0268 \cdot 10^7$	$2{,}5559 \cdot 10^7$

1) Меркурий 2) Нептун 3) Сатурн 4) Уран

2. В измельчённую смесь сухих грибов белые грибы и подосиновики входят в отношении 3 : 8. Какой примерно процент этой смеси составляют белые грибы?

1) 73% 2) 0,27% 3) 37% 4) 27%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D (см. рис. 9). Одна из точек соответствует числу $\sqrt{21}$. Какая это точка?

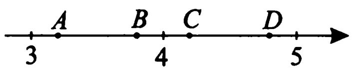

Рис. 9

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $2{,}7 - 4x^2 - 1{,}3x^3$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{2x}{(x+7)(x+2)}$ 1) $x \neq -7,\ x \neq 2$

Б) $\dfrac{x^2-4}{(x-2)(x+7)}$ 2) $x \neq -7,\ x \neq -2$

В) $\dfrac{x+7}{2}$ 3) x — любое число

Ответ:

А	Б	В

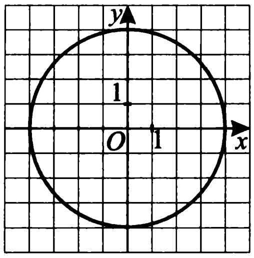

Рис. 10

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\frac{8}{2^n}$?

1) $2^{-\frac{n}{3}}$ 2) $2^3 - 2^n$ 3) 2^{3-n} 4) $2^{\frac{3}{n}}$

7. Упростите выражение $\frac{a^3 - b^3}{ab} \cdot \frac{5a}{3a^2 + 3b^2 + 3ab}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 6x + 7$ 2) $x^2 + 6x - 1$ 3) $-x^2 + 4x + 7$ 4) $x^2 - 4x + 5$

9. Решите уравнение $4x + 17 = 3(2x - 5) + 9$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Один из катетов прямоугольного треугольника на 5 см больше другого, а его площадь равна 88 см^2. Чему равны катеты этого прямоугольного треугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшего катета.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 10, задана уравнением $x^2 + y^2 = 16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x + 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x = 4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 7x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x + 6 \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии.

$\ldots; -15;\ 5;\ x;\ \frac{5}{9}; \ldots$

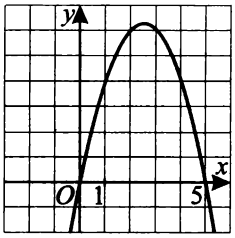

Рис. 11

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 11 изображён график функции $y = -x^2 + 5x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 \leqslant 5x$.

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $\frac{a}{13} + 1 < \frac{b}{13} + 2$ 2) $\frac{a}{4} < \frac{b}{3}$

3) $3 - a > 3 - b$ 4) $-(a - b) < 0$

15. Функции заданы формулами

А) $y = -\dfrac{2}{x + 1{,}5}$ Б) $y = -7x$

В) $y = 3x^3 - x$ Г) $y = x^2 - 17x + 8$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, В 2) Б, В 3) А, Г 4) В, Г

16. Две группы туристов в один день совершили речную прогулку на двух различных катерах. На рисунке 12 изображены графики, показывающие зависимость расстояния S, которое прошёл каждый из катеров, от времени t. Какой из катеров прошёл большее расстояние за первые 3 часа от начала движения и на сколько километров?

Ответ: ______

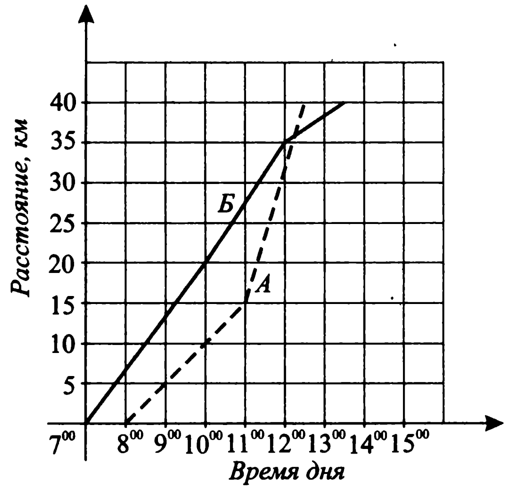

Рис. 12

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x-1}{x-3}+\frac{15-x}{9-x^2}=\frac{1}{x+3}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(30;-3)$ и $B(10;5)$. В какой точке эта прямая пересекает ось x?

19. Сократите дробь $\frac{b-ba-a}{a^2+ab^2+a^2b-b^2}$.

20. Метр обивочной ткани подорожал на 40%. На сколько меньше метров этой ткани можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 3,5 метра?

21. При каких значениях p прямая $y=p$ имеет более одной общей точки с графиком функции $y=f(x)$, где $f(x)=\begin{cases} x(3-x), \text{если } x\geqslant 0,\\ x^2-3, \text{если } x<0?\end{cases}$

Вариант №4

Часть 1

1. В таблице приведены значения радиуса атома для четырёх химических элементов. Какой из этих элементов имеет больший атомный радиус?

Элемент	Водород	Кальций	Хром	Никель
Атомный радиус (м.)	$7{,}9 \cdot 10^{-11}$	$1{,}97 \cdot 10^{-10}$	$1{,}3 \cdot 10^{-10}$	$1{,}24 \cdot 10^{-12}$

1) водород 2) кальций 3) хром 4) никель

2. Для покраски тканей используется смесь двух порошковых красителей белого и зелёного цвета в отношении 6 : 7. Какой примерно процент в этой смеси составляет краситель белого цвета?

1) 54% 2) 36% 3) 46% 4) 0,54%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D (см.рис 13). Одна из точек соответствует числу $\sqrt{71}$. Какая это точка?

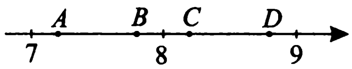

Рис. 13

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $1{,}1x^2 - 2 - 0{,}9x^3$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{x^2-9}{3}$ 1) $x \neq 1{,}5,\ x \neq 3$

Б) $\dfrac{x^3-27}{(x-3)(x-1{,}5)}$ 2) $x \neq 1{,}5,\ x \neq 3,\ x = -3$

В) $\dfrac{2x+6}{(x^2-9)(x-1{,}5)}$ 3) x —любое число

Ответ:

А	Б	В

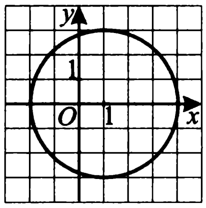

Рис. 14

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\frac{2}{16^n}$?

1) $2^{-\frac{1}{4n}}$ 2) $16^{\frac{1}{4}} - 16^n$ 3) 2^{4n-1} 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4n-1}$

7. Упростите выражение $\frac{2a^2+2ab+2b^2}{7b} \cdot \frac{ab}{a^3-b^3}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 3x - 15$ 2) $-x^2 + 4x - 5$ 3) $x^2 - 3x + 2$ 4) $x^2 + 4x + 3$

9. Решите уравнение $4(2x + 3) + 10 = 3x + 15$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу:

«Один из катетов прямоугольного треугольника на 11 см меньше другого, а его площадь равна 350 см^2. Чему равны катеты треугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину большего катета.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 14, задана уравнением $(x-1)^2 + y^2 = 9$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

1) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 9, \\ y = -x + 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 9, \\ y = 9x. \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 9, \\ y = -x + 6. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 9, \\ x = -2. \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии. Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

$\ldots; 14; x; \frac{2}{7}; \frac{2}{49}; \ldots$

Ответ: ______

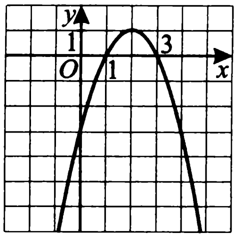

Рис. 15

13. На рисунке изображён график функции $y = -x^2 + 4x - 3$. Используя рисунок 15, решите неравенство $x^2 < 4x - 3$.

Ответ: ______

14. О числах m и n известно, что $m < n$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $2m < n + m$ 2) $\frac{m}{10} < \frac{n}{10}$

3) $5 - m < 5 - n$ 4) $m + 6 < 2n + 7$

15. Функции заданы формулами

А) $y = 5x + 1$ Б) $x = \frac{1}{y+1}$

В) $y = x^2 - 2x$ Г) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) В, Г 2) А, Б 3) А, Г 4) В, А

16. На рисунке 16 изображены графики, показывающие зависимость расстояния S, которое прошли две группы туристов за 12 часов, от времени t. Какая из групп прошла большее расстояние за первые 6 часов пути, и на сколько километров?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x-2}{2(3-2x)} + \frac{2x-4{,}5}{4x^2-9} = \frac{1}{2x+3}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(16; 3)$ и $B(-20; 12)$. В какой точке эта прямая пересекает ось x?

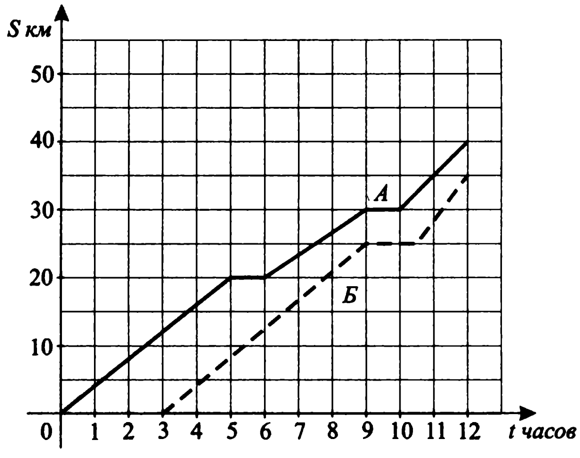

Рис. 16

19. Сократите дробь $\dfrac{(a+b)^2-2ab}{a^3-a^2b+ab^2-b^3}$.

20. Метр подкладочной ткани подешевел на 16%. На сколько больше метров этой ткани можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 10,5 метров?

21. При каких значениях p прямая $y = p$ имеет не менее трёх общих точек с графиком функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x(x-2), \text{если } x \geqslant 0, \\ -x(x+4), \text{если } x < 0? \end{cases}$

Вариант №5

Часть 1

1. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет расположена дальше от Солнца?

Планета	Венера	Земля	Марс	Плутон
Расстояние (в км)	$1{,}077 \cdot 10^8$	$1{,}496 \cdot 10^8$	$2{,}274 \cdot 10^8$	$5{,}912 \cdot 10^9$

1) Венера 2) Земля 3) Марс 4) Плутон

2. В компот кладут яблоки и вишни в отношении 2 : 3. Какой процент в этой смеси составляют яблоки?

1) 0,4% 2) 40% 3) 60% 4) 35%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $\sqrt{47}$ (см. рис. 17). Какая это точка?

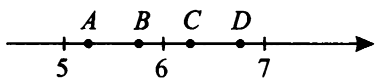

Рис. 17

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $2 + 3{,}1x^3 - 0{,}8x^2$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{2x}{x-1}$ 1) $x \neq 0$ и $x \neq 1$;

Б) $\dfrac{x(x-1)}{2}$ 2) $x \neq 1$;

В) $\dfrac{4}{x(x-1)}$ 3) x — любое число.

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\dfrac{2^n}{8}$?

1) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^n$ 2) $2^{\frac{n}{3}}$ 3) 2^{n-3} 4) $2^n - 2^3$

7. Упростите дробь $\dfrac{2x+2y}{x} \cdot \dfrac{2xy}{x^2-y^2}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 5x + 6$ 2) $x^2 - 2x - 8$ 3) $x^2 - 6x + 5$ 4) $x^2 - 2x + 5$

9. Решите уравнение $12 - 3(2x - 5) = 2x - 1$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Одна из сторон прямоугольника на 8 см больше другой стороны, а его площадь равна 240 см^2. Чему равны стороны этого прямоугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину большей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 18, задана уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

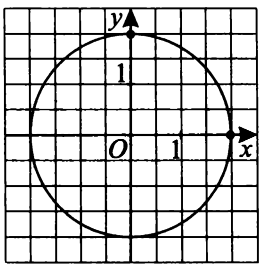

Рис. 18

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = -2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = 4x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = 1 - x \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots; -\frac{1}{16}; \frac{1}{8}; x; \frac{1}{2}; \ldots$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 19 изображён график функции $2x - x^2$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 \leqslant 2x$.

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a + 3 < b + 4$ 2) $a - 7 > b - 7$ 3) $\frac{a}{10} < \frac{b}{10}$ 4) $-a > -b$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = 5 - x$ Б) $y = \frac{2}{x+3}$ В) $y = x^2 - 3x$ Г) $y = 2x$

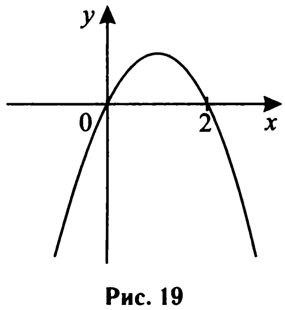

Рис. 19

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, Б 2) В, Г 3) Б, Г 4) Б, В, Г

16. Два автомобиля A и B совершили поездку по одному и тому же маршруту. На рисунке 20 изображены графики, показывающие зависимость расстояния S, которое проехал каждый из них, от времени t. Кто потратил больше времени на преодоление первых 40 км пути и на сколько минут?

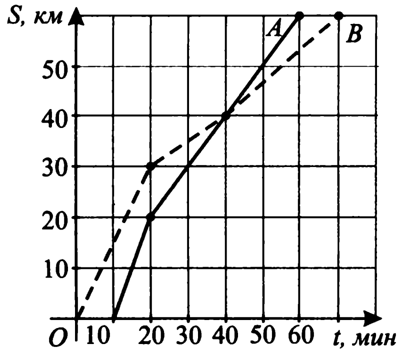

Рис. 20

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x+4}{x-4} - \frac{x}{x+4} = \frac{10}{x^2-16}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(5; -1)$ и $B(-10; 5)$. В какой точке эта прямая пересекает ось x?

19. Сократите дробь $\dfrac{3b - 3a + 1}{3a^2 - 3b^2 - a - b}$.

20. Овощи подорожали на 40%. Сколько килограммов овощей можно было купить раньше на те же деньги, на которые сейчас покупают 5 кг?

21. При каких значениях p прямая $y = p$ имеет более одной общей точки с графиком функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x(x-4), x < 4; \\ x(4-x), x \geqslant 4? \end{cases}$

Вариант №6

Часть 1

1. В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы. Какая из этих планет расположена ближе всех к Солнцу?

Планета	Венера	Земля	Марс	Плутон
Расстояние (в км)	$1{,}077 \cdot 10^8$	$1{,}49 \cdot 10^8$	$2{,}274 \cdot 10^8$	$5{,}912 \cdot 10^9$

1) Венера 2) Земля 3) Марс 4) Плутон

2. В компот кладут яблоки и вишни в отношении 4 : 7. Какой примерно процент в этой смеси составляют вишни?

1) 0,64% 2) 64% 3) 36% 4) 40%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $\sqrt{38}$ (см. рис. 21). Какая это точка?

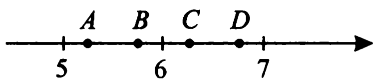

Рис. 21

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $4 - 2{,}3x^2 - 0{,}7x^3$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{3x}{x+2}$ 1) x — любое число;

Б) $\dfrac{x(x+2)}{3}$ 2) $x \neq 0$ и $x \neq -2$;

В) $\dfrac{7}{x(x+2)}$ 3) $x \neq -2$.

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\dfrac{5^n}{25}$?

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^n$ 2) $5^{\frac{n}{2}}$ 3) $5^n - 5^2$ 4) 5^{n-2}

7. Упростите дробь $\dfrac{3c-3d}{2cd} \cdot \dfrac{d}{3c^2-3d^2}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) x^2+x-6 2) x^2+2x+3 3) x^2-3x-4 4) x^2+5x+4

9. Решите уравнение $8-4(3x-2)=3x+4$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу:

«Одна из сторон прямоугольника на 3 см больше другой стороны, а его площадь равна 270 см^2. Чему равны стороны этого прямоугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 22, задана уравнением $x^2+y^2=16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

1) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ y=-4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ y=3-2x \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ y=x+7 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ y=3x \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots; 4; x; 1; -\frac{1}{2}; \ldots;$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

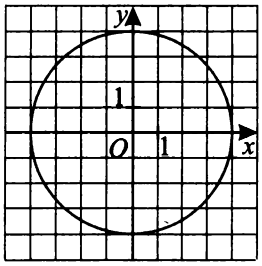

Рис. 22

13. На рисунке 23 схематически изображён график функции $y = x^2 + 4x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 \leqslant -4x$.

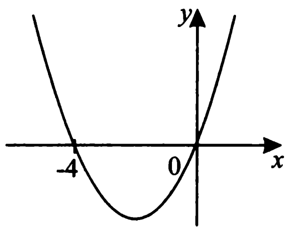

Рис. 23

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $b - a > 0$ 2) $a - 4 < b - 3$ 3) $-\frac{b}{2} < -\frac{a}{2}$ 4) $3a > 3b$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = x^2 - 2x$ Б) $y = -\frac{3}{x}$ В) $y = 3x$ Г) $y = 2 - x^2 + 3x$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, Б, В 2) Б, В 3) А, В 4) В, Г

16. Два автомобиля A и B совершили поездку по одному и тому же маршруту. На рисунке 24 изображены графики, показывающие зависимость расстояния S, которое проехал каждый из них, от времени t. Кто развил наибольшую мгновенную скорость на маршруте? Укажите также величину этой скорости в км/ч.

Ответ: ______

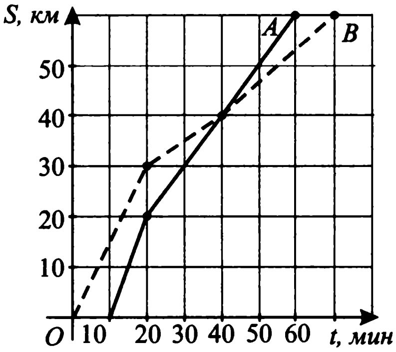

Рис. 24

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x}{x-5} - \frac{x-5}{x+5} = \frac{11}{x^2-25}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(3; -2)$ и $B(-5; 6)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y?

19. Сократите дробь $\frac{4a+4b+1}{4a^2-4b^2+a-b}$.

20. Овощи подорожали на 20%. Сколько килограммов овощей можно было купить раньше на те же деньги, на которые сейчас покупают 5 кг?

21. При каких значениях p уравнение $f(x) = p$ имеет ровно два решения, где $f(x) = \begin{cases} x(6-x), x < 6; \\ x(x-6), x \geqslant 6? \end{cases}$

Вариант №7

Часть 1

1. В таблице приведены значения плотности четырёх металлов. Какой из этих металлов обладает наибольшей плотностью?

Металл	серебро	медь	золото	железо
Плотность (в кг/м^3)	$1{,}05 \cdot 10^4$	$8{,}96 \cdot 10^3$	$1{,}96 \cdot 10^4$	$7{,}87 \cdot 10^3$

1) серебро 2) медь 3) золото 4) железо

2. При изготовлении бетона используют смесь песка и гравия в соотношении 4 : 9. Какой примерно процент в этой смеси составляет песок?

1) 44% 2) 31% 3) 69% 4) 23%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $(-\sqrt{10})$ (см. рис. 25). Какая это точка?

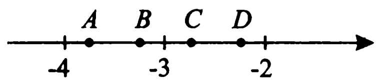

Рис. 25

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $4x^3 + 8x^2 - 3$ при $x = -0{,}5$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной a, при которых оно имеет смысл.

А) $\frac{a+5}{\sqrt{a}}$ 1) $a \geqslant 0$;

Б) $\frac{a}{\sqrt{a}+5}$ 2) $a > 0$;

В) $\frac{\sqrt{a+5}}{a}$ 3) $a \geqslant -5$ и $a \neq 0$.

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\frac{32}{2^n}$?

1) 16^n 2) $2^{\frac{5}{n}}$ 3) $\left(\frac{1}{16}\right)^n$ 4) 2^{5-n}

7. Упростите выражение $\frac{3ab}{a^2 - 25b^2} \cdot \frac{2a - 10b}{b}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов можно разложить на линейные множители?

1) $x^2 + 3x + 4$ 2) $x^2 - x + 1$ 3) $x^2 + 5x + 7$ 4) $x^2 - 7x + 11$

9. Решите уравнение $23 - 4(4 - 5x) = 19 + 10x$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Один из катетов прямоугольного треугольника на 3 см длиннее другого, а его площадь равна 104 см^2. Чему равны катеты этого треугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшего катета.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 26, задана уравнением $(x-1)^2+y^2=16$. Используя рисунок, определите, какая из систем уравнений имеет одно решение.

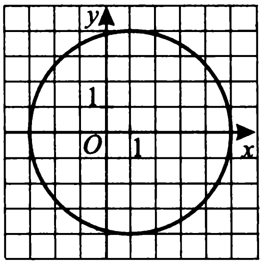

Рис. 26

1) $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=16, \\ x=-5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=16, \\ x=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=16, \\ y=5-x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=16, \\ y=5+x \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots; 21; x; \frac{3}{7}; -\frac{3}{49}; \ldots$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 27 схематически изображён график функции $y = x^2 + 9x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < -9x$.

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b < 0$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $23ab < 0$ 2) $\frac{5b}{7a} > 0$ 3) $1{,}5a + 2{,}3b < 0$ 4) $-\frac{a}{7} > -\frac{b}{7}$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = \frac{3}{x+1}$ Б) $y = x + x^2$ В) $y = 1 - x$ Г) $y = 5x + 5$

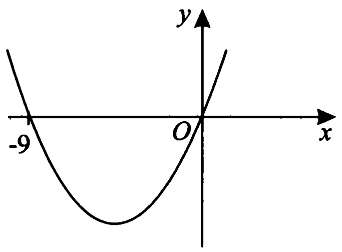

Рис. 27

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через точку $(-1; 0)$.

1) А, Г 2) А, Б, Г 3) А, В 4) Б, Г

16. Ученики Петя и Вася, живущие в одном доме, пошли утром в школу по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость пройденного расстояния S от времени t для каждого из этих учеников. Кто из них потратил на дорогу больше времени и насколько?

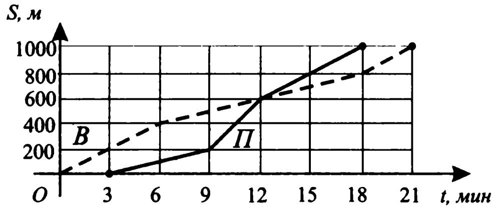

Рис. 28

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x-10}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-5; 7)$ и $B(6; -11)$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

19. Сократите дробь $\frac{10x^2 - 10y^2 + 10x + 10y}{5x - 5y + 5}$.

20. Цену изюма снизили на 16%. Сколько изюма теперь можно купить на те же деньги, на которые раньше покупали 21 кг изюма?

21. При каких значениях параметра a прямая $y = a$ имеет ровно две общие точки с графиком функции $y = |2x^2 - 15x - 27|$?

Вариант №8

Часть 1

1. В таблице приведены значения плотности четырёх металлов. Какой из этих металлов обладает наименьшей плотностью?

Металл	серебро	медь	золото	железо
Плотность (в кг/м^3)	$1{,}05 \cdot 10^4$	$8{,}96 \cdot 10^3$	$1{,}96 \cdot 10^4$	$7{,}87 \cdot 10^3$

1) серебро 2) медь 3) золото 4) железо

2. При изготовлении бетона смешивают цемент и воду в соотношении 7 : 5. Какой примерно процент в этой смеси составляет вода?

1) 42% 2) 71% 3) 58% 4) 14%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D. Одна из них соответствует числу $-\sqrt{23}$ (см. рис.29). Какая это точка?

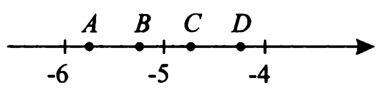

Рис. 29

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $25x^3 - 50x^2 + 10$ при $x = -0{,}2$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной a, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{a+8}{\sqrt{a-1}}$ 1) $a \neq -8$;

Б) $\dfrac{\sqrt{a-1}}{a+8}$ 2) $a \geqslant 1$;

В) $\dfrac{a-1}{a+8}$ 3) $a > 1$.

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\frac{2^n}{64}$?

1) $\left(\frac{1}{32}\right)^n$ 2) 2^{n-6} 3) $2^{\frac{n}{6}}$ 4) 32^n

7. Упростите выражение $\frac{21a+3b}{b} \cdot \frac{5ab}{49a^2-b^2}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов можно разложить на линейные множители?

1) $5x^2+4x+1$ 2) $2x^2-2x+1$ 3) $3x^2-5x+1$ 4) $7x^2+5x+1$

9. Решите уравнение $16-7(3-4x)=27+20x$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу:

«Один из катетов прямоугольного треугольника на 5 см длиннее другого, а его площадь равна 102 см^2. Чему равны катеты этого треугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину большего катета.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 30, задана уравнением $x^2+(y+1)^2=9$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений имеет одно решение.

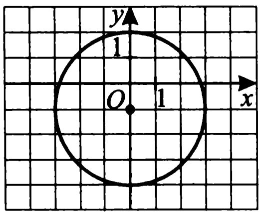

Рис. 30

1) $\begin{cases} x^2+(y+1)^2=9, \\ y=-2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+(y+1)^2=9, \\ y=2-x \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+(y+1)^2=9, \\ y=2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+(y+1)^2=9, \\ y=2+x \end{cases}$

12. Записаны несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots; 44; x; \frac{4}{11}; -\frac{4}{121}; \ldots$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 31 схематически изображён график функции $y = x^2 + 7x$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 > -7x$.

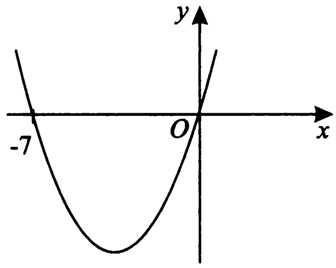

Рис. 31

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < 0 < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$ 2) $\frac{15a}{b} < 0$ 3) $b > 100a$ 4) $1{,}8ab > 0$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = x^2 + 2x$ Б) $y = 3x + 6$ В) $y = 2 - x$ Г) $y = \dfrac{8}{x+2}$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через точку $(-2; 0)$.

1) Б, В 2) А, Б 3) А, Б, Г 4) В, Г

16. Ученики Петя и Вася, живущие в одном доме, пошли утром в школу по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость пройденного расстояния S от времени t для каждого из этих учеников. Кто из них потратил на дорогу меньше времени и насколько?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\dfrac{x-26}{x+5} + \dfrac{x}{x-5} = \dfrac{50}{x^2-25}$.

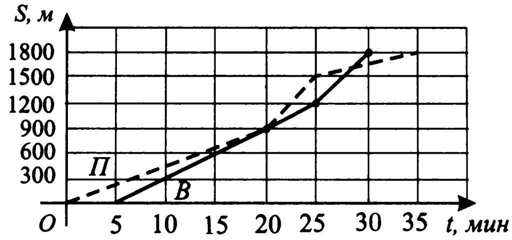

Рис. 32

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-4; 9)$ и $B(5; -13)$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

19. Сократите дробь $\dfrac{12a^2 - 12b^2 + 3a + 3b}{4a - 4b + 1}$.

20. Цену яблок снизили на 12%. Сколько килограммов яблок теперь можно купить на те же деньги, на которые раньше покупали 11 кг яблок?

21. При каких значениях параметра a прямая $y = a$ имеет четыре общие точки с графиком функции $y = |2x^2 - 7x - 72|$?

Вариант №9

Часть 1

1. В таблице приведены количества молочнокислых бактерий на 1 грамм в четырёх типах йогуртов.

Тип	I	II	III	IV
Количество (в КОЕ)	$1{,}1 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^8$	$3{,}5 \cdot 10^6$	$1{,}8 \cdot 10^7$

В каком из йогуртов это количество наибольшее?

1) I 2) II 3) III 4) IV

2. В мультифруктовый сок входят соки апельсина, ананаса и персика в отношении 5 : 4 : 3. Какой примерно процент в этой смеси составляет сок ананаса?

1) 0,33% 2) 33% 3) 40% 4) 12%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D (см. рис. 33). Одна из них соответствует числу $\sqrt{610}$. Какая это точка?

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $17 - 2{,}5x^3 + 4x - 3{,}1x^2$ при $x = -2$.

Ответ: ______

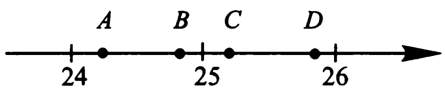

Рис. 33

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\left(\dfrac{x-3}{\sqrt{x+3}}\right)^2$ 1) $x \geqslant -3,\ x \neq 3$

Б) $\dfrac{\sqrt{x+3}}{x-3}$ 2) $x > -3$

В) $\dfrac{\sqrt{(x+3)^2}}{(x-3)^2}$ 3) $x \neq 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\dfrac{4^n}{2^8}$?

1) $\left(\dfrac{4}{2}\right)^{\frac{n}{8}}$ 2) $4^n - 4^4$ 3) 2^{2n-8} 4) 2^{n-8}

7. Упростите выражение $\dfrac{4x^2-9y^2}{3xy} : \dfrac{(2x-3y)^2}{6yx}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) x^2+4x-5 2) x^2-4x+5

3) x^2+5x-4 4) x^2-5x+4

9. Решите уравнение $4+(2x-3)\cdot 5 = 7x-1$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу:

«Одна из сторон прямоугольника на 17 см меньше другой стороны, а его площадь равна 1350 см^2. Чему равны стороны этого прямоугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 34, задана уравнением $x^2+y^2=25$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений имеет решение.

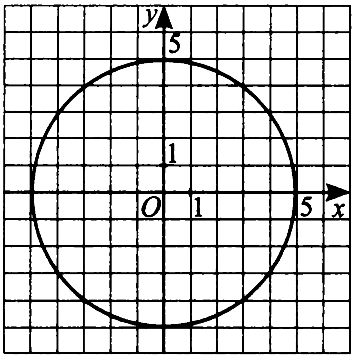

Рис. 34

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = x + 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -3x - 2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 7 - 0{,}1x \end{cases}$

12. Записано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: $\ldots; -\frac{1}{4}; \frac{7}{14}; x; 2; \ldots$

Найдите член прогрессии, обозначенный букой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 35 изображён график функции $y = -x^2 + x + 8{,}75$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < x + 8{,}75$.

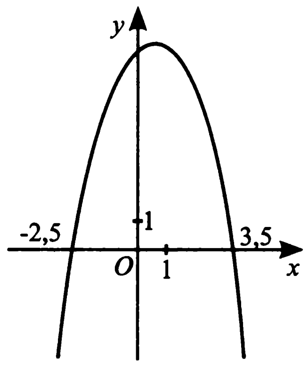

Рис. 35

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств верно?

1) $a + 5 > b + 5$ 2) $7a - 7b < 0$ 3) $-3a < -3b$ 4) $3a > 3b$

15. Функции заданы формулами

А) $y = x^2 - 8x$ Б) $y = \frac{17}{x}$ В) $y = 3x^3 - 8$ Г) $y = 5x$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, Г 2) А, В 3) Б, Г 4) В, Б

16. На конкурсе по складыванию оригами участвовали две команды. На рисунке 36 изображены графики, показывающие зависимость количества собранных фигурок от времени с начала конкурса. Какая из команд потратила больше времени на складывание 20 фигурок и на сколько минут?

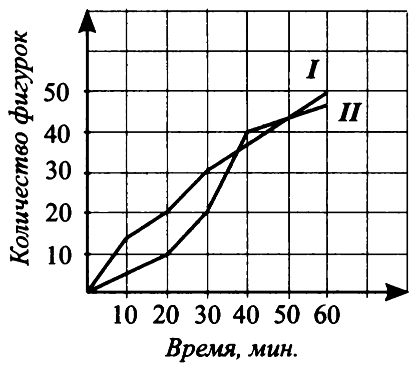

Рис. 36

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{x-3}{x+3} + \frac{x-6}{x-3} = \frac{18}{9-x^2}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(8; 57)$ и $B(-4; -18)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y?

19. Сократите дробь $\frac{2a+3b}{4a^2+4ab-3b^2}$.

20. Телевизоры подорожали на 17%. Сколько таких телевизоров можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 7 штук?

21. При каких значениях a прямая $y = a + 7$ имеет нечётное количество общих точек с графиком функции $y = f(x)$, где
$$f(x) = \begin{cases} x(x-3), & x \leqslant 4, \\ (x-8)(5-x), & x > 4? \end{cases}$$

Вариант №10

Часть 1

1. В таблице приведены объёмы воды в некоторых четырёх естественных прудах. В каком из них наименьшее количество воды?

Пруд	I	II	III	IV
Объём (л)	$8{,}7 \cdot 10^7$	$1{,}2 \cdot 10^8$	$3{,}6 \cdot 10^9$	$2{,}3 \cdot 10^8$

1) I 2) II 3) III 4) IV

2. На клумбе растут ромашки, ландыши и розы в отношении $7 : 5 : 3$. Какой примерно процент составляют ромашки от всех цветов на клумбе?

1) 47% 2) 7% 3) 70% 4) 0,47%

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D (см. рис. 37). Одна из них соответствует числу $\sqrt{118}$. Какая это точка?

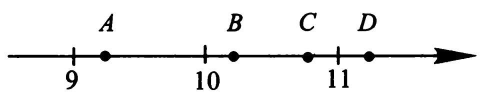

Рис. 37

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $2x^3 + 4{,}7x^2 - 14{,}2 + x$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{\sqrt{(2x+7)^2}}{(2x-7)^2}$ 1) $x \neq 3{,}5$

Б) $\left(\dfrac{2x-7}{\sqrt{2x+7}}\right)^2$ 2) $x \geqslant 3{,}5$

В) $\dfrac{\sqrt{2x-7}}{(2x+7)}$ 3) $x > -3{,}5$

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из следующих выражений равно дроби $\dfrac{5^n}{50^2}$?

1) $\dfrac{1}{4} \cdot 5^{n-4}$ 2) 5^{n-10} 3) $5^n - 50^2$ 4) $\left(\dfrac{1}{10}\right)^{n-2}$

7. Упростите выражение $\dfrac{a^3-b^3}{a^2-b^2} \cdot \dfrac{a+b}{a^2+2ab+b^2}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) x^2-3x+2 2) x^2+2x-3 3) x^2+3x-2 4) x^2-2x+3

9. Решите уравнение $23-(11x+2)\cdot 3 = 15x+8$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу:

«Одна из сторон прямоугольника в 6 раз больше другой стороны, а его площадь равна 980 см^2. Чему равны стороны этого прямоугольника?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x длину меньшей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 38, задана уравнением $x^2+y^2=49$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

1) $\begin{cases} x^2+y^2=49, \\ y=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=49, \\ y=2x+1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=49, \\ y=-x+8 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=49, \\ y=x+15 \end{cases}$

12. Записано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

$\ldots; -18; \dfrac{54}{9}; x; \dfrac{2}{3}; \ldots$

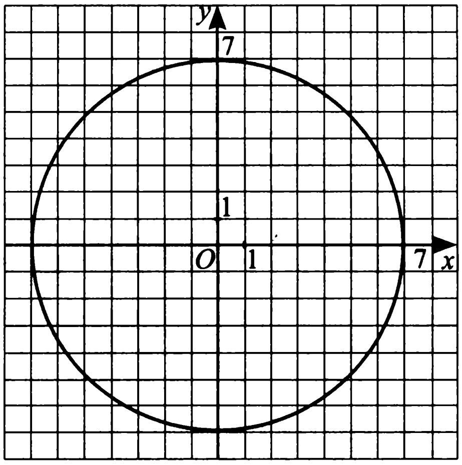

Рис. 38

Найдите член прогрессии, обозначенный букой x.

Ответ: ______

13. На рисунке 39 изображён график функции $y = x^2 - 15{,}3x$. Используя рисунок, решите неравенство $15{,}3x > x^2$.

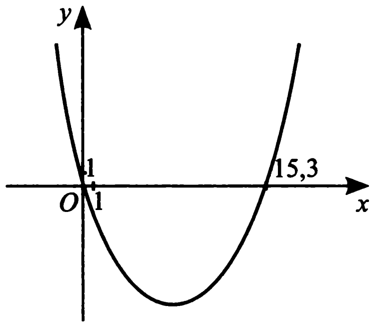

Рис. 39

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a + 23 < b + 23$ 2) $7a < 7b$ 3) $4a - 4b > 0$ 4) $-5a > -5b$

Ответ: ______

15. Функции заданы формулами

А) $y = -3x + 7$ Б) $y = x^2 - 8$ В) $y = 14x^3$ Г) $y = \frac{x}{9}$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, Б 2) Б, В 3) А, Г 4) В, Г

16. На соревнованиях по стрельбе из лука участвовали две команды. На рисунке 40 изображены графики, показывающие зависимость количества попаданий в цель каждой из команд от времени с момента начала соревнований. Какая команда потратила больше времени на первые 50 попаданий и на сколько минут?

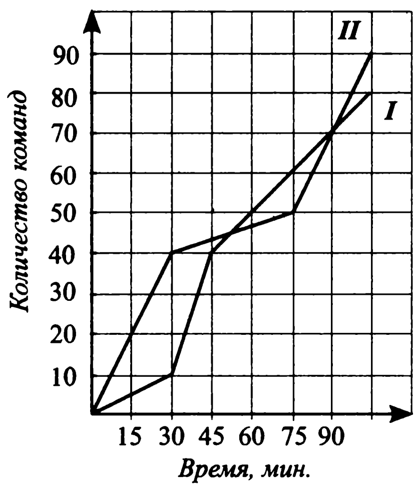

Рис. 40

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{x+1}{2x+1} = \frac{4}{4x^2-1}$.

18. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-12; 82)$ и $B(9; -37)$. В какой точке эта прямая пересекает ось y?

19. Сократите дробь $\frac{8b^2 + 10ab - 3a^2}{64b^3 - a^3}$.

20. Набор инструментов подешевел на 31%. Сколько таких наборов можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 13 таких наборов?

21. При каких значениях a прямая $y = 4 - a$ имеет чётное количество общих точек с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} (x+7)(x+3), & x \leqslant -1, \\ (x+1)(5-x), & x > -1? \end{cases}$$

Вариант №11

Часть 1

1. Капля воды имеет массу в среднем 0,08 г. Сколько капель содержится в 1 дм^3 воды?

1) $1{,}25 \cdot 10^2$ 2) $1{,}25 \cdot 10^3$ 3) $1{,}25 \cdot 10^4$ 4) $1{,}25 \cdot 10^5$

2. В произведении двух сомножителей один из них увеличили на 20%, а другой уменьшили на 20%. Как при этом изменилось произведение?

1) увеличилось на 10% 2) осталось без изменения
3) увеличилось на 4% 4) уменьшилось на 4%

3. Какое из следующих выражений равно $\frac{7^x}{343}$?

1) 7^{x-3} 2) $7^x - 7^3$ 3) $7^{\frac{x}{3}}$ 4) $\frac{1}{49^x}$

4. Найдите значение выражения $\frac{6x - y}{x + y}$ при $x = 0{,}5$, $y = 1{,}5$.

1) 0,66 2) 1,5 3) 1,33 4) 0,75

5. Из формулы $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ для диагонали d прямоугольного параллелепипеда длиной a, шириной b и высотой c выразите высоту c.

Ответ: ______

6. Расположите в порядке возрастания числа 11; $\sqrt{133}$; $8\sqrt{2}$.

1) $8\sqrt{2}; 11; \sqrt{133}$ 2) $\sqrt{133}; 11; 8\sqrt{2}$
3) $11; 8\sqrt{2}; \sqrt{133}$ 4) $11; \sqrt{133}; 8\sqrt{2}$

7. Упростите выражение $\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{12ab} \cdot \frac{3b}{3a + b}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $t^2 + 2t + 1$ 2) $t^2 - 2t + 1$ 3) $t^2 + 2t$ 4) $t^2 + 1$

9. Решите уравнение $3 + (x + 1)^2 = 2x + 5$.

Ответ: ______

10. После того, как пешеход прошёл 1 км и половину оставшегося пути, ему ещё осталось пройти треть всего пути и один километр. Чему равен весь путь (в км)?

Ответ: ______

11. На рисунке 41 изображён график функции $y = |x|$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

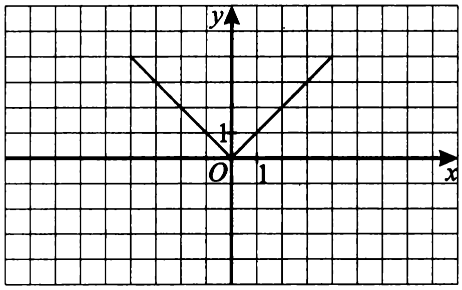

Рис. 41

1) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = 2 - x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = |x|, \\ x = 2 - y \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = x - 5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = 5 \end{cases}$

12. Какое из приведённых ниже чисел является наименьшим членом последовательности $a_n = n^2 - 4n + 3$?

1) -2 2) -1 3) 0 4) 1

13. На рисунке 42 изображён график функции $y = -x^2 - 2x + 8$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 + 2x \leqslant 8$.

Ответ: ______

14. О числах p и q известно, что $p + q > 1$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $3q > 1 - 3p$ 2) $3 - p < 2 + q$

3) $5p - 1 < 4 - 5q$ 4) $-2p - 2q < -2$

15. Укажите множество значений функции $y = 1 + \sqrt{3x + 7}$.

1) $(-\infty; 1]$ 2) $[1; 10]$ 3) $(0; 1]$ 4) $[1; +\infty)$

16. На рисунке 45 изображён график колебаний цены одного барреля нефти в мае. В течение какой недели темп роста цены был наибольшим?

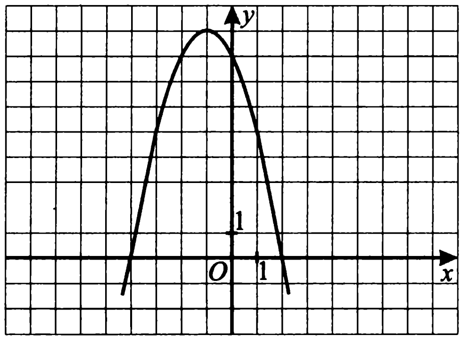

Рис. 42

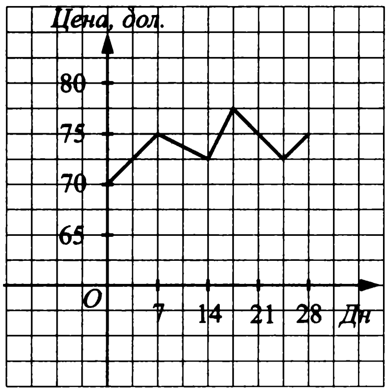

Рис. 43

1) Первой 2) Второй 3) Третьей 4) Четвёртой

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

18. Решите неравенство $(3 - 2\sqrt{2})(20 - 6x) > 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна -12, а сумма второго и третьего членов равна 16. Найдите первых три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $m - n = 2$, выражение $m^2 + 3mn - 5n^2$ принимает наибольшее значение?

21. При каких значениях p прямая $y = p$ имеет две общие точки с графиком функции $y = |x^2 - 4x + 3|$?

Вариант №12

Часть 1

1. В 1 л морской воды содержится в среднем 10^{-5} мг золота. Сколько золота (в мг) содержится в 1 км^3 морской воды?

1) 10^4 2) 10^5 3) 10^6 4) 10^7

2. В произведении двух сомножителей один из них увеличили на 40%, а другой — уменьшили на 40%. Как при этом изменилось произведение?

1) увеличилось на 20% 2) осталось без изменения
3) уменьшилось на 16% 4) уменьшилось на 20%

3. Какое из следующих выражений равно $\frac{243}{3^x}$?

1) $\frac{1}{3^{5-x}}$ 2) $3^5 - 3^x$ 3) $3^{\frac{5}{x}}$ 4) 3^{5-x}

4. Найдите значение выражения $\frac{6x - 5y}{3x + y}$ при $x = 1{,}5$, $y = 0{,}5$.

1) 1,5 2) 1,3 3) 1,33 4) 2,5

5. Из формулы $S = 2(ab+bc+ac)$ площади поверхности S прямоугольного параллелепипеда длиной a, шириной b и высотой c выразите длину a.

Ответ: ______

6. Расположите в порядке убывания числа $7\sqrt{3}$; $\sqrt{141}$; 12.

1) $7\sqrt{3}$; 12; $\sqrt{141}$ 2) $7\sqrt{3}$; $\sqrt{141}$; 12
3) 12; $\sqrt{141}$; $7\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{141}$; 12; $7\sqrt{3}$

7. Упростите выражение $\frac{10c}{25c^2 + 20cd + 4d^2} \cdot \frac{10c + 4d}{15cd}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $-t^2 - 2t + 1$ 2) $-t^2 - 2t - 1$ 3) $-t^2 - 1$ 4) $-t^2 + 1$

9. Решите уравнение $5 - (x - 1)^2 = 3x - 2$.

Ответ: ______

10. На двух деревьях сидели 16 ворон. Со второго дерева улетели 2 вороны, а затем с первого дерева на второе перелетели 5 ворон. После этого на каждом дереве оказалось одно и то же число ворон. Сколько ворон было вначале на первом дереве?

Ответ: ______

11. На рисунке 44 изображён график функции $y = -|x|$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

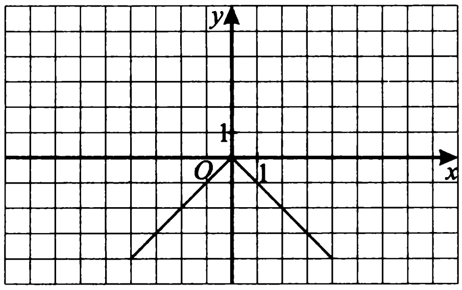

Рис. 44

1) $\begin{cases} y = -|x|, \\ x = 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = -|x|, \\ y = x + 2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = -|x|, \\ y = x - 5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = -|x|, \\ y = -5 \end{cases}$

12. Решите систему уравнений $\begin{cases} y = 2x^2 + 2x - 5, \\ y = 2x - 3. \end{cases}$

Ответ: ______

13. Вера съела в полтора раза больше конфет, чем Валентина, а Александра съела на 2 конфеты меньше, чем Вера. Сколько конфет съела Вера, если всего девочки съели 14 конфет?

Ответ: ______

14. Какое из приведённых ниже чисел является наименьшим членом последовательности $a_n = n^2 - 6n + 7$?

1) -2 2) -1 3) 0 4) 1

15. Решите неравенство $|2x + 1| < 3$.

1) $-2 < x < 1$ 2) $x < -2, x > 1$
3) $x < -2$ 4) $x > 1$

16. На рисунке 45 изображён график функции $y = -x^2+2x+8$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 - 2x \leqslant 8$.

Ответ: ______

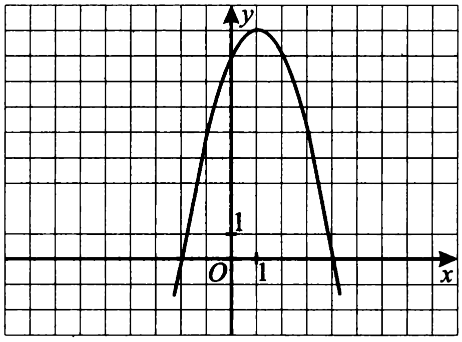

Рис. 45

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите уравнение $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$.

18. Решите неравенство $(2\sqrt{5} - 5)(6 - 4x) < 0$.

19. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 16, а сумма второго и третьего членов равна -20. Найдите первых три члена этой прогрессии.

20. При каких значениях m и n, связанных соотношением $m + n = 1$, выражение $m^2 - 2mn - n^2$ принимает наименьшее значение?

21. При каких значениях p прямая $y = p$ имеет две общие точки с графиком функции $y = x^2 - 4|x| + 3$?

Вариант №13

Часть 1

1. В таблице даны результаты забега девочек 9-го класса на дистанцию 100 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 16,2 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (с)	16,1	16,4	16,8	15,8

Укажите номера дорожек, по которым бежали девочки, получившие зачёт.

1) I, III 2) только III 3) I, IV 4) только IV

2. После завершения шахматного турнира оказалось, что число юношей, принявших участие в турнире, относится к числу девушек как 4 : 1. Сколько процентов всех участников составляли девушки?

1) 40% 2) 20% 3) 80% 4) 10%

3. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{3}{11}$?

1) $[0{,}1; 0{,}2]$ 2) $[0{,}2; 0{,}3]$ 3) $[0{,}3; 0{,}4]$ 4) $[0{,}4; 0{,}5]$

4. Найдите значение выражения $\sqrt{1+7x}$ при $x = -\frac{9}{64}$.

Ответ: ______

5. Выразите из формулы периметра прямоугольника $P = 2(a+b)$ длину b.

Ответ: ______

6. Значение какого выражения является иррациональным числом?

1) $(5\sqrt{7})^2$ 2) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{12}$ 3) $4\sqrt[3]{27}$ 4) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

7. Найдите второй двучлен в разложении на множители квадратного трёхчлена $2x^2 + 9x - 5 = 2(x+5)\cdot(\ldots)$.

1) $2x - 1$ 2) $2x + 1$ 3) $x - 0{,}5$ 4) $x + 0{,}5$

8. Упростите выражение $\left(\frac{b}{d} + \frac{d}{b} - 2\right)\cdot\frac{1}{b-d}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{x}{15} - \frac{x}{3} = \frac{4}{5}$.

Ответ: ______

10. Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ \ldots\ ; \end{cases}$ так, чтобы она имела два решения.

(Используйте графические представления: окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 9$, изображена на рисунке 46.)

1) $y = x^2 + 3$ 2) $y = x^2 - 3$ 3) $y = -x^2$ 4) $y = x^2 + 4$

11. От квадратного листа фанеры отрезали полосу шириной 15 см. Площадь оставшегося куска равна 4500 см^2. Найдите первоначальные размеры куска фанеры.

Обозначьте буквой x длину стороны имевшегося куска фанеры (в см) и составьте уравнение по условию задачи (см. рис. 47).

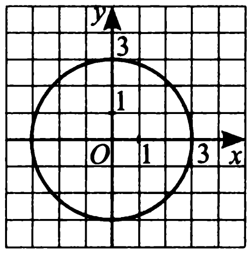

Рис. 46

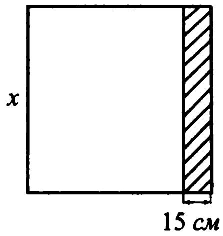

Рис. 47

Ответ: ______

12. Каждой последовательности, заданной формулой n-ого члена, поставьте в соответствие верное утверждение.

А) $x_n = n^4$ 1) последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $x_n = 4n$ 2) последовательность — геометрическая прогрессия

В) $x_n = 4^n$ 3) последовательность не является ни арифметической прогрессией, ни геометрической

Ответ:

А	Б	В

13. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x + 4 \leqslant 3x - 2$?

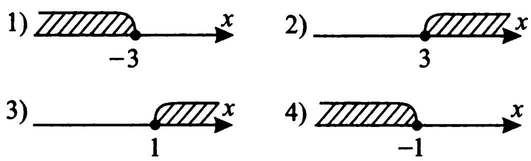

Рис. 48

14. Решите неравенство $3x^2 \leqslant 27$.

Ответ: ______

15. Какая из функций является возрастающей?

1) $y = -5x^2$ 2) $y = x^2 + 5$ 3) $y = -5x$ 4) $y = 5x - 1$

16. Два спортсмена соревновались на дистанции 100 м в 50-метровом бассейне. Графики их заплывов показаны на рисунке 49. Определите, кто быстрее проплыл первую половину дистанции и на сколько секунд.

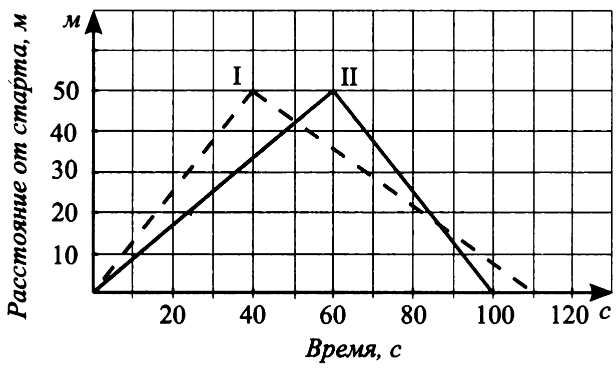

Рис. 49

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите неравенство $\dfrac{5,5x - 1}{5} \geqslant \dfrac{x^2}{2}$.

18. Упростите выражение $\dfrac{49 - a^2}{a - 9} \cdot \left(\dfrac{a}{a - 7} - \dfrac{2a}{a^2 - 14a + 49}\right) + \dfrac{14a}{a - 7}$.

19. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 5, \text{ если } x \geqslant 4 \\ 4 - x, \text{ если } x < 4. \end{cases}$

Укажите промежуток, на котором функция возрастает.

20. При каких значениях b точки $A(6; b)$ и $B(6; -7)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $3x + y = 6$?

21. При смешивании первого раствора сахара, концентрация которого 25%, и второго раствора сахара, концентрация которого 35%, получили раствор, содержащий 32,5% сахара. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Вариант №14

Часть 1

1. В таблице даны результаты забега мальчиков 9-го класса на дистанцию 200 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 35,4 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (с)	35,5	35,3	35,8	34,9

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

1) I, II 2) только II 3) только III 4) II, IV

2. Во время отправления автобуса оказалось, что число свободных мест в автобусе относится к числу занятых как 2 : 3. Сколько процентов всех мест в автобусе занято?

1) 20% 2) 40% 3) 60% 4) 80%

3. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{7}{13}$?

1) $[0{,}2; 0{,}3]$ 2) $[0{,}3; 0{,}4]$ 3) $[0{,}5; 0{,}6]$ 4) $[0{,}6; 0{,}7]$

4. Найдите значение выражения $\sqrt{1+8x}$ при $x = -\frac{3}{25}$.

Ответ: ______

5. Выразите из формулы скорости равноускоренного движения $v = v_0 + at$ ускорение a.

Ответ: ______

6. Значение какого выражения является иррациональным числом?

1) $(7\sqrt{5})^2$ 2) $2\sqrt{3^8}$ 3) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}$ 4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$

7. Найдите второй двучлен в разложении на множители квадратного трёхчлена $2x^2 + 3x - 2 = 2(x+2)\cdot(\ldots)$.

1) $2x - 1$ 2) $2x + 1$ 3) $x - 0{,}5$ 4) $x + 0{,}5$

8. Упростите выражение $\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 2\right)\cdot\frac{1}{m+n}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $\frac{x}{20} - \frac{x}{5} = \frac{3}{4}$.

Ответ: ______

10. Из данных уравнений подберите второе уравнение системы
$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ \quad \dots \quad ; \end{cases}$ так, чтобы она имела два решения.
(Используйте графические представления: окружность, заданная уравнением $x^2 + y^2 = 25$, изображена на рисунке 50.)

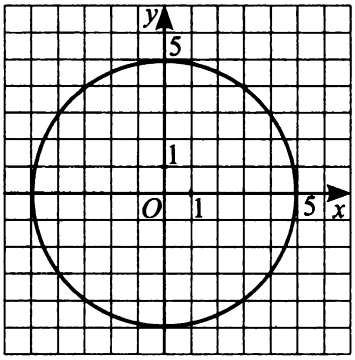

Рис. 50

1) $y = x^2 + 5$ 2) $y = x^2 - 5$ 3) $y = -x^2$ 4) $y = x^2 + 6$

11. От квадратного листа картона отрезали полосу шириной 25 см. Площадь оставшегося куска равна 5100 см^2. Найдите первоначальные размеры куска картона.

Обозначьте буквой x длину стороны имевшегося куска картона (в см) и составьте уравнение по условию задачи (см. рис. 51).

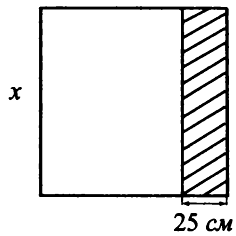

Рис. 51

Ответ: ______

12. Каждой последовательности, заданной формулой n-ого члена, поставьте в соответствие верное утверждение.

А) $x_n = n^3$ 1) последовательность — арифметическая прогрессия

Б) $x_n = 3n$ 2) последовательность — геометрическая прогрессия

В) $x_n = 3^n$ 3) последовательность не является ни арифметической прогрессией, ни геометрической

Ответ:

А	Б	В

13. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $2x + 5 \geqslant 5x - 4$?

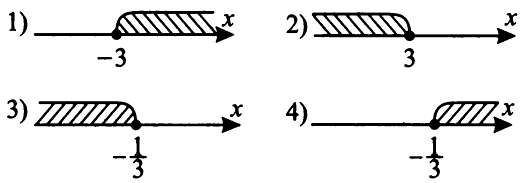

Рис. 52

14. Решите неравенство $4x^2 \geqslant 64$.

Ответ: ______

15. Какая из функций является убывающей?

1) $y = -3x^2$ 2) $y = x^2 + 3$ 3) $y = -3x$ 4) $y = 3x + 1$

16. Два спортсмена соревновались на дистанции 100 м в 50-метровом бассейне. Графики их заплывов показаны на рисунке 53. Определите, кто быстрее проплыл вторую половину дистанции и на сколько секунд.

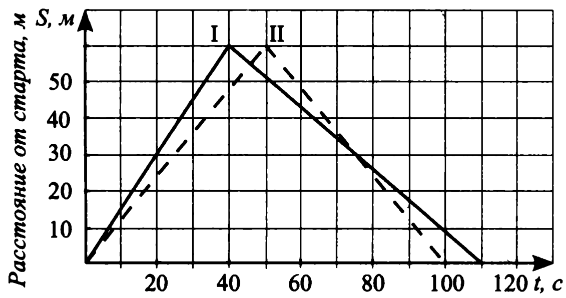

Рис. 53

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

17. Решите неравенство $\frac{7,5x-1}{7} \leqslant \frac{x^2}{2}$.

18. Упростите выражение $\left(\frac{b}{b-5} - \frac{2b}{b^2-10b+25}\right) \cdot \frac{25-b^2}{b-7} + \frac{10b}{b-5}$.

19. Постройте график функции $y = \begin{cases} 3+x, \text{ если } x > -3 \\ -\frac{1}{3}x - 2, \text{ если } x \leqslant -3. \end{cases}$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

20. При каких значениях a точки $A(5;a)$ и $B(5;-9)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $2x+y=4$?

21. При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 10%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 30%, получили раствор, содержащий 24% соли. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

§ 2. По образцу демонстрационного варианта №2

Вариант №15

Часть 1

1. Микропроцессор за секунду совершает 250 тыс. операций. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $250 \cdot 10^3$ операций 2) $25 \cdot 10^4$ операций
3) $2{,}5 \cdot 10^5$ операций 4) $0{,}25 \cdot 10^6$ операций

2. Из 120 автомобилей, приехавших на пункт ГТО, просмотр прошли только 80. Сколько примерно процентов автомобилей прошли техосмотр?

1) 75% 2) 0,75% 3) 0,67% 4) 67%

3. Числа x и $\frac{1}{y}$ изображены на координатной прямой (см. рис. 54). Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{x}$, y и 1.

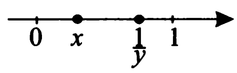

Рис. 54

1) $1,\ y,\ \frac{1}{x}$ 2) $1,\ \frac{1}{x},\ y$ 3) $\frac{1}{x},\ 1,\ y$ 4) $y,\ 1,\ \frac{1}{x}$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{a^2 - b^2}{(a-b)^5(a+b)}$ при $a - b = 2$.

Ответ: ______

5. Из формулы Джоуля-Ленца $Q = I^2Rt$ выразите силу тока I в виде дроби.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{30}}{20}$?

1) $\frac{\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{10}}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{40}}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{10}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. В какое из приведённых ниже выражений можно преобразовать выражение $(7-x)(x-4)$?

1) $-(7-x)(4-x)$ 2) $(7-x)(4-x)$
3) $(x-7)(x-4)$ 4) $-(x-7)(4-x)$

8. Представьте выражение $3a+\frac{4-2a^2}{a}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $x^2+7x-30=0$.

Ответ: ______

10. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+2y=4, \\ 2x+y=2. \end{cases}$

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу: «Длина первого земельного участка в 2 раза больше его ширины, длина второго — на 20 метров больше длины первого, а ширина — на десять метров меньше ширины первого. Площадь второго участка 600 м^2, найдите длину первого участка».

Пусть длина первого участка равна x метров. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $(x+20)(2x-10)=600$ 2) $(x+20)\left(\frac{x}{2}-10\right)=600$

3) $x+20+2x-10=600$ 4) $\frac{x+20}{2x-10}=600$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{27}>9$.

1) $a_n=\frac{n}{3}$ 2) $a_n=-\frac{n}{3}$ 3) $a_n=-\frac{2n}{3}$ 4) $a_n=\frac{2n}{3}$

13. Решите неравенство $\frac{x}{4}\leqslant 3x-(5-x)$.

Ответ: ______

14. На рисунке 55 изображён график функции $y=x^2-8x+12$. Используя график, решите неравенство $8x-x^2>12$.

Ответ: ______

15. График какой из нижеперечисленных функций изображён на рисунке 56?

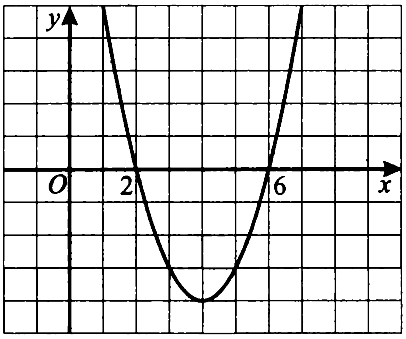

Рис. 55

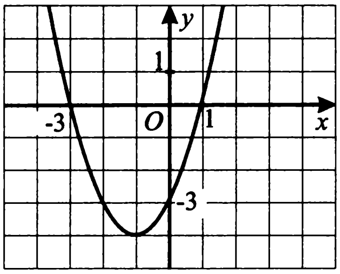

Рис. 56

1) $y = x^2 + 3x$ 2) $y = -x^2 + 3x$

3) $y = x^2 + 2x - 3$ 4) $y = -x^2 + 2x - 3$

16. Для двух бассейнов A и B изображён график зависимости наполнения их водой (см. рис. 57). Через сколько минут бассейн B заполнится на 50 тыс. литров?

Ответ: ______

17. Из 500 деталей на складе 10 оказались бракованными. Какова вероятность взять исправную деталь?

Ответ: ______

18. Имеется 5 бочек с вином объёмом 40, 50, 60, 100, 70 литров соответственно. Насколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: ______

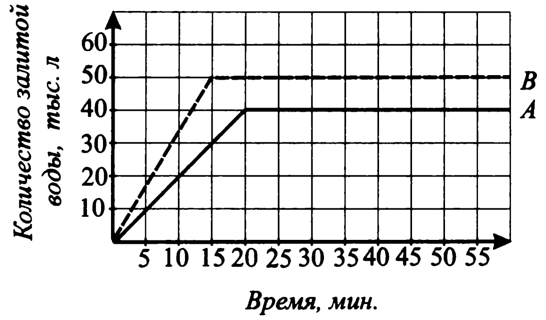

Рис. 57

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$.

20. Решите неравенство $(3{,}8 - \sqrt{10})(2 - 4x) > 0$.

21. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а третьего и четвёртого — 168,75. Найдите первых три члена прогрессии.

22. Прямая $x+y=c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \dfrac{1}{x}$ в точке с положительными координатами. Найдите c.

23. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали маршрутное такси и автобус. За 80 мин. до встречи расстояние между ними было 200 км; маршрутное такси прибыло в B через 2 часа, а автобус — в A через 8 часов после встречи. Найдите скорость автобуса.

Вариант №16

Часть 1

1. Бюджет государства N на 2010 год составил 120 млрд руб. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}2 \cdot 10^{11}$ руб. 2) $1{,}2 \cdot 10^{9}$ руб. 3) $12 \cdot 10^{10}$ руб. 4) $1{,}2 \cdot 10^{8}$ руб.

2. Из 320 тыс. автомобилей города 267 тыс. составляют марки ВАЗ. Сколько примерно процентов ВАЗов в городе?

1) 26,79% 2) 0,267% 3) 83% 4) 0,83%

3. Числа x и $\dfrac{1}{y}$ отмечены точками на координатной прямой (см. рис. 58).

Расположите в порядке убывания числа $\frac{x}{y}$; $\frac{1}{x}$; -1.

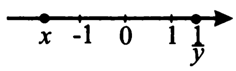

Рис. 58

1) $\frac{x}{y}; -1; \frac{1}{x}$ 2) $\frac{1}{x}; -1; \frac{x}{y}$ 3) $\frac{x}{y}; \frac{1}{x}; -1$ 4) $-1; \frac{x}{y}; \frac{1}{x}$

4. Найдите значение выражения $(a^2 + 2ab + b^2)^2$ при $a + b = 2$.

Ответ: ______

5. Из уравнения периода колебаний маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ выразите длину маятника l.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\sqrt{\frac{35}{10}}$?

1) $\sqrt{\frac{7}{2}}$ 2) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ 4) $\frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{2}}$

7. В какое из приведённых ниже выражений можно преобразовать выражение $\frac{x-5}{4-x}$?

1) $\frac{x-5}{x-4}$ 2) $-\frac{x-5}{4-x}$ 3) $-\frac{5-x}{x-4}$ 4) $-\frac{x-5}{x-4}$

8. Представьте выражение $5b^2 - \frac{3b^3 + 7}{b}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $x^2 + 13x + 30 = 0$.

Ответ: ______

10. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 12, \\ 4x + y = 11. \end{cases}$

Ответ: ______

11. Прочитайте задачу:

«Длина первого земельного участка в 3 раза больше его ширины, длина второго — в 4 раза больше длины первого, а ширина — на 20 метров меньше ширины первого участка, если площадь второго равна 1000 м^2».

Пусть длина первого участка составляет x метров. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $4 \cdot \frac{x}{3}(3x - 20) = 1000$ 2) $4x(3x - 20) = 1000$

3) $4x\left(\frac{x}{3} - 20\right) = 1000$ 4) $4 \cdot \frac{x}{3}(x - 20) = 1000$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполнено условие: $a_{29} < 0$.

1) $a_n = 2n$ 2) $a_n = 2n - 60$ 3) $a_n = 2n + 6$ 4) $a_n = -2n + 58$

13. Решите неравенство $30 + 2(x - 4) > 3x + 2$.

Ответ: ______

14. На рисунке 59 изображён график функции $y = -x^2+2x+8$. Используя график, решите неравенство $x^2 - 2x - 8 \geqslant 0$.

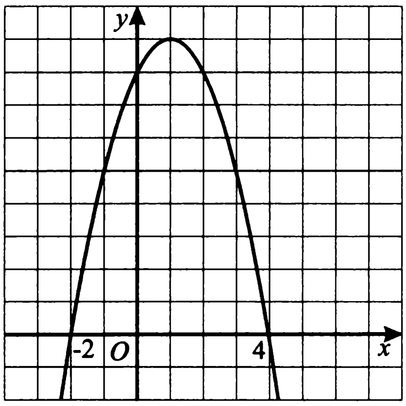

Рис. 59

Ответ: ______

15. График какой из нижеперечисленных функций изображён на рисунке 60?

1) $y = x^2 - 2x + 3$ 2) $y = -x^2 - 2x + 3$

3) $y = -x^2 + 3x$ 4) $y = x^2 + 3x$

16. Для двух бассейнов A и B изображён график зависимости наполнения их водой (см. рис. 61). Сколько литров воды будет в бассейне A через 15 минут?

Ответ: ______

17. В мешке 250 фруктов. Из них 150 груш. Какова вероятность взять не грушу?

Ответ: ______

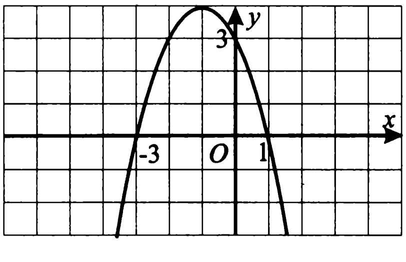

Рис. 60

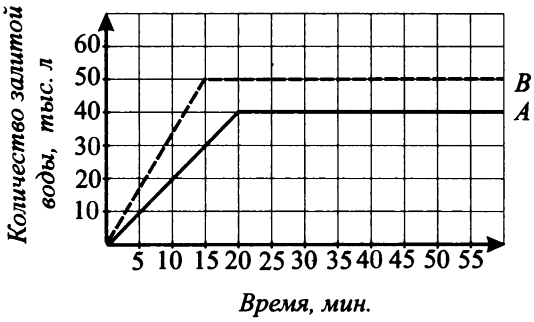

Рис. 61

18. Имеется 5 бочек с вином объёмом 42, 58, 64, 62, 74 литров соответственно. Насколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$.

20. Решите неравенство $(\sqrt{28} - 5{,}6)(3x - 6) \leqslant 0$.

21. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна (-10), а второго и третьего — 5. Найдите первых три члена прогрессии.

22. Прямая $y+x = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{c}{x}$ в точке с положительными координатами. Найдите c.

23. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали машина и автобус. За 75 мин. до встречи расстояние между ними было 200 км;

машина прибыла в B через 1 час, а автобус — в A через 9 часов после встречи. Найдите скорость машины.

Вариант №17

Часть 1

1. Площадь Новой Зеландии составляет 3 млн 660 тыс. км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $3{,}66 \cdot 10^5$ 2) $3{,}66 \cdot 10^6$ 3) $3{,}66 \cdot 10^7$ 4) $3{,}66 \cdot 10^8$

2. Из 148 рабочих цеха только 68 выполняют норму. Сколько примерно процентов рабочих выполняет норму?

1) 0,46 2) 46 3) 3,6 4) 36

3. Числа x, y, z меньше нуля. Расположите в порядке возрастания числа x^2, y^2, z^2, если $x < y < z$.

1) z^2, y^2, x^2 2) y^2, z^2, x^2 3) x^2, z^2, y^2 4) x^2, y^2, z^2

4. Найдите значение выражения $\frac{y^4 + 4y}{5} + 4y$ при $y = 1$.

Ответ: ______

5. Из формулы $S = \frac{at^2}{2}$ выразите a.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}}$?

1) $\frac{3}{\sqrt{12}}$ 2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ 3) $\frac{\sqrt{9}}{2\sqrt{3}}$ 4) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

7. Какое из выражений можно преобразовать к виду $x^2 - y^2$?

1) $-(y + x)(x - y)$ 2) $-(y - x)(x - y)$

3) $(y + x)(x - y)$ 4) $(y - x)(x + y)$

8. Представьте выражение $4t + \frac{8t^2 - 2}{t}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $x^2 - x - 56 = 0$.

Ответ: ______

10. На рисунке 62 изображён график функции. Соотнесите значение функции с количеством абсцисс, соответствующих ему.

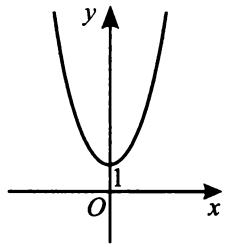

Рис. 62

А) $y = 0$ 1) имеет 2 абсциссы
Б) $y = 1$ 2) имеет 1 абсциссу
В) $y = 2$ 3) не имеет абсцисс

Ответ:

А	Б	В

11. Катеты заштрихованного треугольника равны x и y, а всего треугольника — $2x$ и $2y$ соответственно. Какое выражение соответствует площади незаштрихованной части?

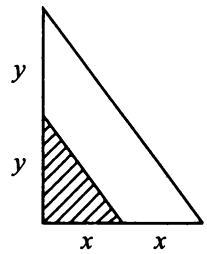

Рис. 63

1) $S = 2xy - \frac{1}{2}xy$ 2) $S = 4x^2y^2 - x^2y^2$
3) $S = 2x^2y^2 - x^2y^2$ 4) $S = 4xy - xy$

12. Из прогрессий, заданных формулой n-ого члена, выберите ту, которая удовлетворяет условию: $20 \leqslant a_{10} < 30$.

1) $a_n = 3n$ 2) $a_n = 2n + 20$
3) $a_n = 3n - 10$ 4) $a_n = 2n - 10$

13. Решите неравенство $12 + 2(x - 2) \geqslant 14 - 4x$.
Ответ: ______

14. На рисунке 64 изображён график функции $y = -(x-1)^2+4$. Используя график, решите неравенство $-(x-1)^2+4 \geqslant 0$.

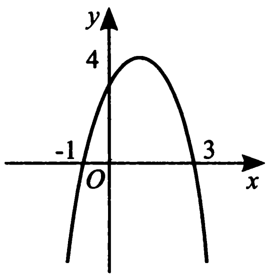

Рис. 64

Ответ: ______

15. График какой функции изображён на рисунке?

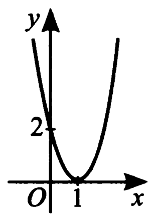

Рис. 65

1) $(x+1)^2$ 2) $2(x+1)^2$ 3) $(x-1)^2$ 4) $2(x-1)^2$

16. Компания предлагает два разных плана (см. рис. 66) по оплате услуг такси: A и Б. Какое наибольшее количество километров может проехать пассажир, имея 120 рублей и пользуясь тарифным планом A?

Ответ: ______

17. Из 2000 ноутбуков 1950 исправны. Какова вероятность купить бракованный ноутбук?

Ответ: ______

18. Даны два числа 15 и 60. Насколько их среднее арифметическое отличается от среднего геометрического?

Ответ: ______

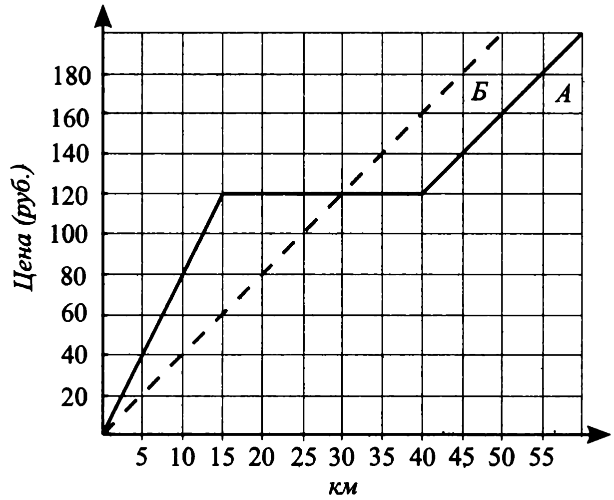

Рис. 66

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 31x + 36 = 0$.

20. Решите неравенство $(4 - 2\sqrt{5})(3x - 5) \leqslant 0$.

21. В геометрической целочисленной прогрессии сумма первых пяти членов равна 242, а второй член последовательности равен 6. Найдите её четвёртый член.

22. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = x^2 - 2x + 8$ и $y = 4 + 4x - x^2$.

23. К 20%-ному раствору добавили 5 килограммов соли, и он стал 36%-ным. Сколько ещё соли надо добавить, чтобы получить 60%-ный раствор?

Вариант №18

Часть 1

1. Население Казахстана составляет 16 млн 500 тыс. человек. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $1{,}65 \cdot 10^5$ 2) $1{,}65 \cdot 10^6$ 3) $1{,}65 \cdot 10^7$ 4) $1{,}65 \cdot 10^8$

2. Из 125 коров только 65 дают больше 20 л молока в день. Сколько примерно процентов от общего числа коров дают больше 20 л молока в день?

1) 52 2) 0,52 3) 42 4) 4,2

3. Числа x, y, z меньше нуля. Расположите в порядке возрастания числа x^3, y^3, z^3, если $x < y < z$.

1) y^3, z^3, x^3 2) x^3, z^3, y^3 3) z^3, y^3, x^3 4) x^3, y^3, z^3

4. Найдите значение выражения $\frac{y^3 + 3y}{2} - 4y$ при $y = -1$.

Ответ: ______

5. Из формулы $S = \frac{gt^2}{2}$ выразите g.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{18}}$?

1) $\frac{5}{\sqrt{18}}$ 2) $\frac{5}{3\sqrt{2}}$ 3) $\frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ 4) $\frac{\sqrt{25}}{3\sqrt{2}}$

7. Какое из выражений можно преобразовать к виду $x^2 - 13x + 40$?

1) $(x-5)(8-x)$ 2) $-(x-5)(8-x)$
3) $(5-x)(x-8)$ 4) $-(5-x)(8-x)$

8. Представьте выражение $8t - \frac{2t^2 + 4}{t}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $x^2 - 10x + 9 = 0$.

Ответ: ______

10. На рисунке 67 изображён график функции. Соотнесите значение функции с количеством абсцисс, соответствующих ему.

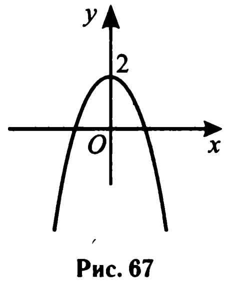

Рис. 67

А) $y = 3$ 1) имеет 2 абсциссы
Б) $y = 2$ 2) имеет 1 абсциссу
В) $y = -2$ 3) не имеет абсцисс

Ответ:

А	Б	В

11. Стороны заштрихованного прямоугольника равны x и y, а всего прямоугольника — $2x$ и $2y$ соответственно. Какое выражение соответствует площади незаштрихованной части?

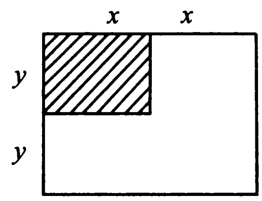

Рис. 68

1) $\frac{1}{2}xy + 2xy$ 2) $4xy - xy$

3) $4x^2y^2 - x^2y^2$ 4) $2xy - \frac{1}{2}xy$

12. Из прогрессий, заданных формулой n-ого члена, выберите ту, которая удовлетворяет условию: $30 < a_{15} \leqslant 40$.

1) $a_n = 2n + 10$ 2) $a_n = 2n$
3) $a_n = 3n + 10$ 4) $a_n = 2n - 10$

13. Решите неравенство $13 - 2x \geqslant 3(x - 2) + 4$.

Ответ: ______

14. На рисунке 69 изображён график функции $y = (x-1)^2 - 4$. Используя график, решите неравенство $(x - 1)^2 - 4 \leqslant 0$.

Ответ: ______

15. График какой функции изображён на рисунке 70?

1) $x^3 + 1$ 2) $x^3 - 1$ 3) $\frac{1}{2}x^3 + 1$ 4) $\frac{1}{2}x^3 - 1$

16. Компания предлагает два разных плана по оплате услуг такси: A и Б. Сколько километров может проехать пассажир, имея 160 рублей и пользуясь тарифом A?

Ответ: ______

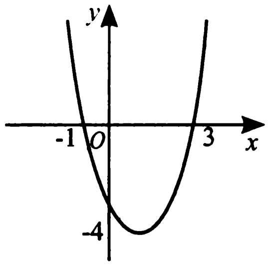

Рис. 69

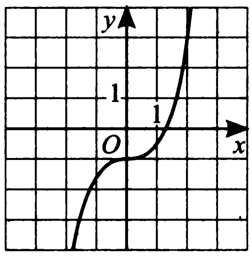

Рис. 70

17. Из 800 автомобилей 8 ломаются в течение первого года эксплуатации. Какова вероятность купить автомобиль, который не поломается в течение первого года?

Ответ: ______

18. Даны два числа 20 и 45. Насколько их среднее арифметическое отличается от среднего геометрического?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = 0$.

20. Решите неравенство $(10 - 2\sqrt{21})(2x + 7) \geqslant 0$.

21. В геометрической целочисленной прогрессии сумма первых четырёх членов равна 255, а третий член равен 48. Найдите второй член.

22. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = x^2 - 4x + 6$ и $y = -2x^2 + 11x - 12$.

23. К 25%-ному раствору добавили 6 литров соли, и он стал 40%-ным. Сколько ещё соли надо добавить, чтобы получить 50%-ный раствор?

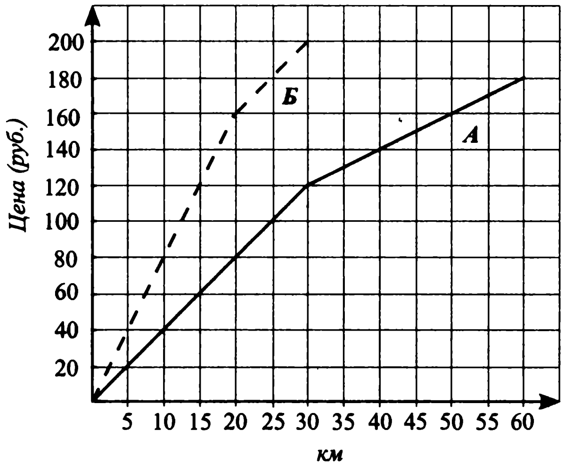

Рис. 71

Вариант №19

Часть 1

1. Средний радиус Земли приблизительно равен 6 млн 371 тыс. метров. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $6{,}371 \cdot 10^3$ м 2) 6371 км 3) $6{,}371 \cdot 10^6$ м 4) $6{,}371 \cdot 10^7$ м

2. На складе находится в наличии 142 стола, 67 из них чёрного цвета. Сколько примерно процентов от общего числа столов составляют столы чёрного цвета?

1) 46 2) 0,47 3) 48 4) 47

3. Числа x, y отмечены точками на координатной прямой (см. рис. 72). Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{x}$; 1; $-\frac{1}{y-1}$.

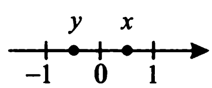

Рис. 72

1) $-\frac{1}{y-1}; 1; \frac{1}{x}$ 2) $-\frac{1}{y-1}; \frac{1}{x}; 1$ 3) $1; \frac{1}{x}; -\frac{1}{y-1}$ 4) $\frac{1}{x}; 1; -\frac{1}{y-1}$

4. Найдите значение выражения $\frac{(a-1)^2}{4} - \frac{3b}{(a-2b)^2}$ при $a = 5$ и $b = 3$.

Ответ: ______

5. Из формулы $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ выразите расстояние R.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{3\sqrt{6}}{11}$?

1) $\frac{18}{11\sqrt{6}}$ 2) $\sqrt{\frac{18}{121}}$ 3) $\frac{6\sqrt{3}}{11\sqrt{2}}$ 4) $\frac{\sqrt{54}}{11}$

7. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно выражению $(x-4)(1-y)$?

1) $-(4-x)(y-1)$ 2) $-(x-4)(1-y)$
3) $-(x-4)(y-1)$ 4) $(4-y)(x-1)$

8. Представьте выражение $\frac{3}{5}n^2 + \frac{3n-5}{n} - 3$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $5x^2 - 34x - 7 = 0$.

Ответ: ______

10. Для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

А) $\begin{cases} \frac{1}{x+1} - y = 0, \\ x = -1 \end{cases}$ 1) система не имеет решений

Б) $\begin{cases} \frac{1}{x+1} - y = 0, \\ x = y \end{cases}$ 2) система имеет 1 решение

В) $\begin{cases} \frac{1}{x+1} - y = 0, \\ x = 5 \end{cases}$ 3) система имеет 2 решения

Ответ:

А	Б	В

11. Из прямоугольного отреза ткани выкроили 2 прямоугольника с одинаковым отступом от края ткани и между прямоугольниками (см. рис. 73). Сколько сантиметров отступили от края, если площадь всей ткани равна 252 см^2, один выкроенный прямоугольник площадью 30 см^2 в три раза меньше другого и равная сторона у двух выкроенных прямоугольников равна 10 см? Обозначим отступ за x. Какое уравнение соответствует условию задачи?

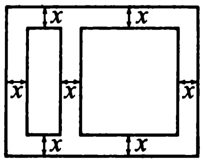

Рис. 73

1) $(10 + 3x)(12 + 2x) = 252$
2) $3(10 + 2x) + 90 = 232$
3) $(12 + 3x)(10 + 2x) = 252$
4) $3(10 + 2x) + 12x = 142$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-ого члена, выберите ту, для которой $|a_6| > 6$.

1) $a_n = 3n - 21$ 2) $a_n = -3n + 15$
3) $a_n = -3n + 12$ 4) $a_n = 3n - 25$

13. Решите неравенство $0{,}2(2x - 1{,}5) - 3{,}5x \leqslant 13 - 5x$.

Ответ: ______

14. На рисунке 74 изображены графики функций $y = -x^2 + 6x - 6$ и $y = -x+4$. Используя графики, решите неравенство $-x^2+6x-6 \geqslant -x+4$.

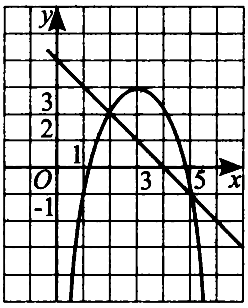

Рис. 74

Ответ: ______

15. График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке 75?

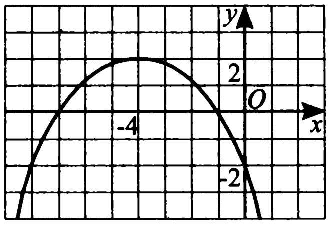

Рис. 75

1) $-\frac{1}{4}x^2 - 4x + 1$ 2) $\frac{1}{4}x^2 + 2x - 2$

3) $-4x^2 - 2x + 2$ 4) $-\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

16. Организация, предоставляющая коммунальные услуги, предлагает два тарифа — A и Б — для оплаты холодного водоснабжения (см. рис. 76). Насколько переплачивает пользователь тарифа Б в сравнении с пользователем тарифа A, если он потребил 35 м^3 воды?

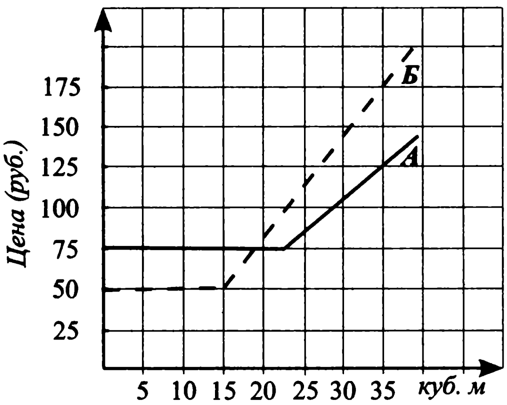

Рис. 76

Ответ: ______

17. В ходе наблюдения за контрольной группой из 64-х человек, 48 из которых привиты вакциной A и остальные — вакциной B, был случайным образом выбран 1 человек. Какова вероятность того, что он привит вакциной B?

Ответ: ______

18. В ходе наблюдения за изменением температуры в течение суток были выписаны значения нескольких замеров: 13, 19, 24, 17, 15, 13, 11. Насколько медиана полученного набора чисел отличается от его среднего арифметического?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 13x^2 - 33x + 45 = 0$.

20. Решите неравенство $(4\sqrt{3} - 7)(3x - 2) \geqslant 0$.

21. Сумма первых 5 членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем и первым членом 2 равна $\frac{211}{8}$. Сумма тех же членов с чередующимися знаками (+, −, +, ...) равна $\frac{55}{8}$. Найдите знаменатель этой геометрической прогрессии.

22. Параболы $y = 6x^2 - cx - 3$ и $y = 5x - 2x^2 - 5$, где c — некоторое число, касаются в точке с положительной абсциссой. Найдите c.

23. Из пункта A одновременно в направлении пункта B выехали велосипедист и мотоциклист. Велосипедист, доехав до пункта B, повернул обратно, а мотоциклист, проехав пункт B, продолжил движение в том же направлении. В момент, когда велосипедист добрался до пункта B, он отставал от мотоциклиста на 28 км. Ещё через час после поворота велосипедиста расстояние между ними увеличилось на 60 км. Чему равно расстояние (в км) между пунктами A и B, если скорость мотоциклиста составляла 37 км/ч?

Вариант №20

Часть 1

1. Температура плавления меди 1356,6 K. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $0{,}13566 \cdot 10^4$K 2) $1{,}3566 \cdot 10^3$K 3) 1тыс. 356K 4) $1{,}3566 \cdot 10^4$K

2. В крабовой ловушке оказалось 237 крабов, из них 43 мелких, которых пришлось отпустить. Сколько примерно процентов от общего числа пойманных составляют отпущенные крабы?

1) 18% 2) 92% 3) 1,7% 4) 17%

3. Числа b и c отмечены точками на координатной прямой (см. рис. 77). Расположите в порядке убывания числа $1 - c$; $\frac{1}{c}$; $\frac{1}{b}$.

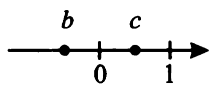

Рис. 77

1) $\frac{1}{b}; 1 - c; \frac{1}{c}$ 2) $\frac{1}{b}; \frac{1}{c}; 1 - c$ 3) $1 - c; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}$ 4) $\frac{1}{c}; 1 - c; \frac{1}{b}$

4. Найдите значение выражения $\frac{a^3}{a+b} + \frac{a-b}{2}$ при $a = 2$ и $b = 4$.

Ответ: ______

5. Из формулы $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ выразите гравитационную постоянную G.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{7}{3\sqrt{27}}$?

1) $\frac{7\sqrt{27}}{81}$ 2) $\frac{7\sqrt{3}}{27}$ 3) $\frac{21}{9\sqrt{3}}$ 4) $\frac{\sqrt{147}}{27}$

7. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно выражению $(3y + 1)(2x - 5)$?

1) $-2(3y + 1)(2,5 - x)$ 2) $-3(y + 1)(5 - 2x)$

3) $-6\left(y + \frac{1}{3}\right)\left(x - 2,5\right)$ 4) $5(3y + 1)(x - 0,4)$

8. Представьте выражение $a - \frac{a^2}{a-b} + b$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $3x^2 + 5x - 28 = 0$.

Ответ: ______

10. Для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

А) $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-3} - y = 0, \\ 2x = y; \end{cases}$ 1) система не имеет решений

Б) $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-3} - y = 0, \\ y = 14; \end{cases}$ 2) система имеет 1 решение

В) $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-3} - y = 0, \\ x = 1{,}5. \end{cases}$ 3) система имеет 2 решения

Ответ:

А	Б	В

11. Из прямоугольного куска картона вырезали 2 прямоугольника с одинаковым отступом от края картона и между прямоугольниками (см. рис. 78). Один вырезанный прямоугольник имеет площадь 5 см^2, а площадь другого — в два раза больше, при этом одинаковая по длине сторона у двух вырезанных прямоугольников равна 5 см. Сколько сантиметров отступили от края, если площадь всего картона равна 42 см^2? Обозначим отступ за x. Какое уравнение соответствует условию задачи?

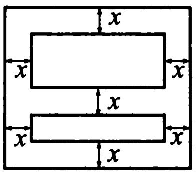

Рис. 78

1) $42 = 15 + 3x(5 + 2x)$ 2) $(x + 1)(5 + 2x) = 14$

3) $(2x + 1)(5 + x) = 14$ 4) $42 = 15 + 3x(5 + 2x) + 4x^2$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-ого члена, выберите ту, для которой $a_1 \cdot a_5 < 0$.

1) $a_n = -\dfrac{n^3}{4} + 31$ 2) $a_n = -\dfrac{n^3}{5} + 32$

3) $a_n = \dfrac{n^2}{2} - 13$ 4) $a_n = \dfrac{n^2}{4} - 7$

13. Решите неравенство $\frac{1}{3}(2x - 6) + \frac{x}{2} > \frac{1}{6} - x$.

Ответ: ______

14. На рисунке 79 изображены графики функций $y = x^2 - 2x - 2$ и $y = \dfrac{4}{x+1}$. Используя графики, решите неравенство $x^2 - 2x - 2 \geqslant \dfrac{4}{x+1}$.

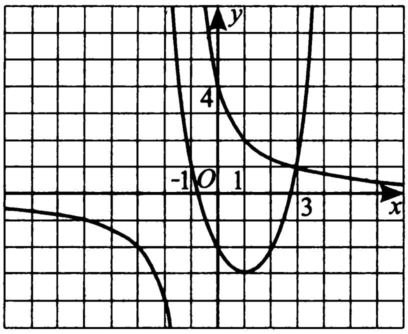

Рис. 79

Ответ: ______

15. График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке 80?

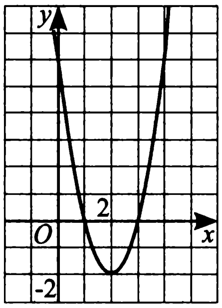

Рис. 80

1) $-\frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ 2) $2x^2 - 8x + 6$

3) $-2x^2 + 8x - 5$ 4) $\frac{1}{2}x^2 - 15x + 10$

16. Организации *А* и Б специализируются на продаже зерна. На рисунке 81 изображены графики зависимости цены товара от количества килограммов купленного зерна. Насколько переплачивает покупатель, приобретающий зерно у организации A, в сравнении с покупателем, приобретающим его у организации Б, если он берёт 200 кг зерна?

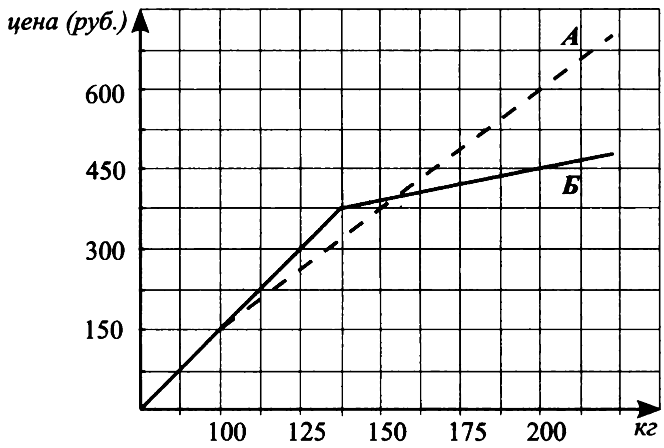

Рис. 81

Ответ: ______

17. Группе из 15 человек, в которой 8 женщин и остальные мужчины, было предложено принять участие в тестировании нового препарата. Двое мужчин отказались, остальные приняли предложение. Какова вероятность того, что любой выбранный наугад мужчина из исходной группы принимает участие в тестировании нового препарата?

Ответ: ______

18. В ходе наблюдения за изменением температуры в течение суток были выписаны значения нескольких замеров: -5; -2; 0; 4; 1; -2; -6. Насколько медиана полученного набора чисел отличается от его моды?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $5x^3 + 2x^2 - 45x - 18 = 0$.

20. Решите неравенство $(7 - 3\sqrt{5})(7x - 3) < 0$.

21. Найдите пятый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если её сумма равна 5,6, а сумма её первых четырёх членов равна 5,25.

22. Параболы $y = 16x^2 - cx + 30$ и $y = 15x^2 - 3x + 5$, где c — некоторое число, пересекаются в точке с отрицательной абсциссой. Найдите c.

23. Из пунктов A и B, расстояние между которыми 48 км, одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Через некоторое время после начала движения велосипедист остановился на 9 минут, после чего продолжил движение. Мотоциклист и велосипедист встретились в 34 км от пункта B. Сколько времени (в минутах) прошло с момента начала движения до момента встречи, если скорость мотоциклиста была в два раза больше скорости велосипедиста?

Вариант №21

Часть 1

1. Численность населения Индии составляет 1166 млн жителей. Как это число записать в стандартном виде?

1) $1{,}166 \cdot 10^7$ чел. 2) $1{,}166 \cdot 10^8$ чел.
3) $1{,}166 \cdot 10^9$ чел. 4) $1{,}166 \cdot 10^{10}$ чел.

2. В обувном магазине проводится акция. При покупке двух пар обуви на каждую из них скидка 20%. Сколько нужно будет заплатить при покупке двух пар обуви стоимостью 1350 рублей и 2740 рублей?

1) 4090 руб. 2) 3272 руб. 3) 2617,6 руб. 4) 4050 руб.

3. На координатной прямой отмечены числа m и n. Какое из следующих утверждений неверно?

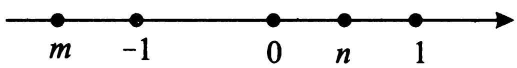

Рис. 82

1) $n + m < 0$ 2) $n - m > 0$ 3) $\frac{n}{m} < -1$ 4) $m - 2n < 0$

4. Найдите значение выражения $3x + 2y^2$ при $x = \frac{5}{6}$, $y = \frac{1}{2}$.

Ответ: ______

5. Из теоремы синусов $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$ выразите $\sin\alpha$.

Ответ: ______

6. Какое из следующих выражений можно преобразовать к виду $\frac{2}{\sqrt{8}}$?

1) $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{12}}$ 2) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3{,}5}\cdot\sqrt{8}}$ 3) $\frac{5\cdot 3}{\sqrt{50}\cdot\sqrt{3}}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{50}}$

7. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно выражению $x(x-2)-(x-1)(1+x)$?

1) $(1-x)(x+1)-x(x-2)$ 2) $-x(2-x)-(x-1)(1-x)$
3) $-x(2-x)+(1-x)(1+x)$ 4) $2x-1$

8. Найдите сумму дробей $\frac{x+5}{x-4}$ и $\frac{1-x}{x+1}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x^2-5x=7$.

Ответ: ______

10. На рисунке 83 изображена гипербола $y=\frac{2}{x-1}$. Используя этот рисунок, для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

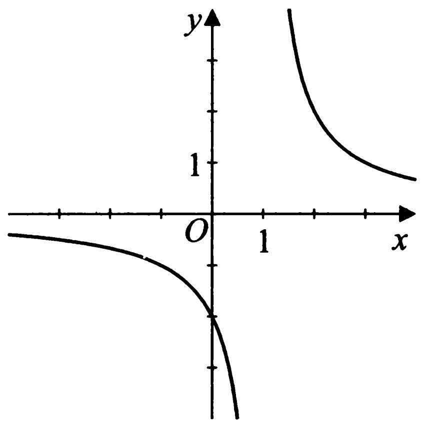

Рис. 83

А) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x-1}, \\ y = x^2 \end{cases}$ 1) система не имеет решений

Б) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x-1}, \\ y = x + 2 \end{cases}$ 2) система имеет одно решение

В) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x-1}, \\ y = -x \end{cases}$ 3) система имеет два решения

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Велосипедист на тренировке проехал 5 км с постоянной скоростью, а потом ещё 3 км со скоростью на 5 км/ч меньше. Весь путь занял 27 минут. Какова первоначальная скорость велосипедиста?»

Пусть x км/ч —первоначальная скорость велосипедиста. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\dfrac{5}{x} + \dfrac{3}{x-5} = 27$ 2) $\dfrac{5}{x+5} + \dfrac{3}{x} = 0{,}45$

3) $\dfrac{5}{x} + \dfrac{3}{x-5} = 0{,}45$ 4) $5x + 3(x-5) = 27$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите убывающую.

1) $a_n = 3n - 1$ 2) $a_n = 1 + \frac{n}{5}$ 3) $a_n = \frac{2}{3}n - 15$ 4) $a_n = 1 - \frac{n}{2}$

13. Решите неравенство $\dfrac{x+3}{2} + \dfrac{x-4}{3} > 4$.

Ответ: ______

14. На рисунке 84 изображён график функции $y = 2x^2 + 5x - 3$. Используя график, решите неравенство $2x^2 + 5x \leqslant 3$.

Ответ: ______

15. Для каждой формулы укажите номер соответствующего ей графика (см. рис. 85).

А) $y = x^2 - 1$

Б) $y = x^2 + 4x + 4$

В) $y = x^2 - 2x + 1$

Ответ:

А	Б	В

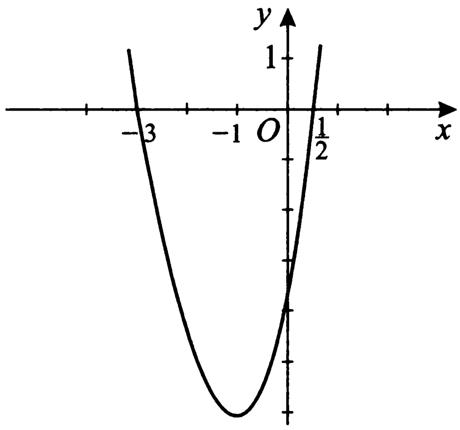

Рис. 84

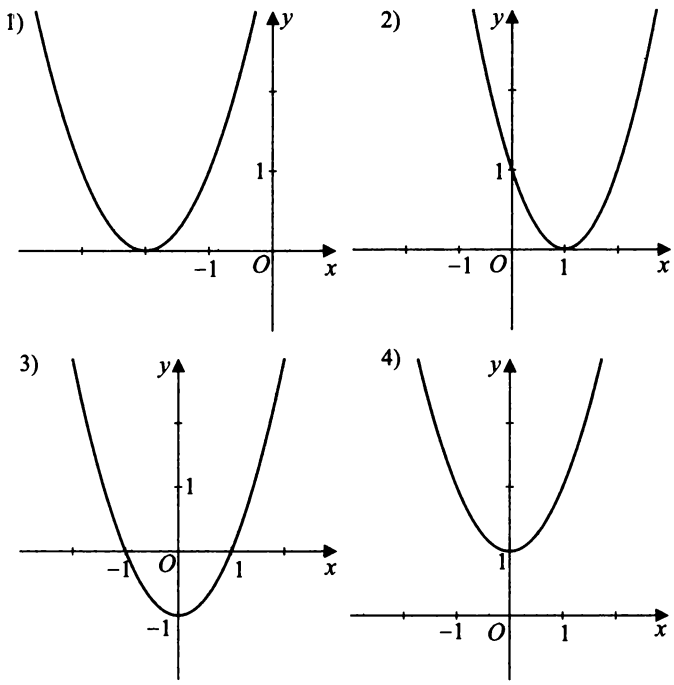

Рис. 85

16. На рисунке 86 изображены графики зависимости расстояния, пройденного каждым из двух автомобилей, от времени. Скорость какого из автомобилей больше в момент времени $t = 3{,}5$ ч и насколько?

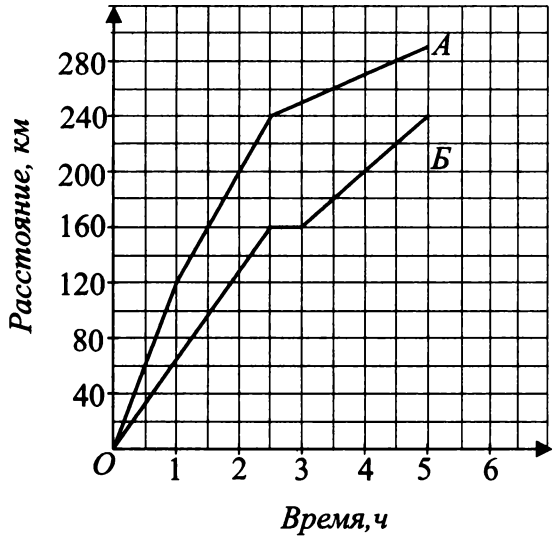

Рис. 86

Ответ: ______

17. В мешке находятся 5 синих карандашей и 35 красных. Какова вероятность наугад вытащить красный карандаш?

Ответ: ______

18. Записаны длины ножек тюльпанов в сантиметрах: 34; 27; 42; 31; x. Найдите x, если известно, что медиана этого набора совпадает с его средним арифметическим и $x \geqslant 34$.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$.

20. Решите неравенство $(7x - 4)(\sqrt{2} - 1{,}4) \leqslant 0$.

21. Произведение первого и четвёртого членов геометрической прогрессии равно 18, а частное от деления десятого члена на двенадцатый равно 4. Найдите второй член этой прогрессии.

22. Прямая $y - 2x + c = 0$ имеет две общие точки с кубической параболой $y = x^3 + x^2 + x - 7$. Найдите c.

23. Из кувшина, доверху наполненного 20%-ным раствором соли, отлили 1 литр и затем долили водой доверху. После этого повторили проделанные действия и получили 5%-ный раствор соли. Какова вместимость кувшина?

Вариант №22

Часть 1

1. Численность населения Эфиопии равна 85,24 млн жителей. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $8{,}524 \cdot 10^7$ чел. 2) $8{,}524 \cdot 10^8$ чел.

3) $8{,}524 \cdot 10^9$ чел. 4) $8{,}524 \cdot 10^{10}$ чел.

2. В продуктовом магазине проводится акция: каждый следующий килограмм яблок после первого стоит на 10% дешевле. Килограмм яблок стоит 28 рублей. Сколько придётся заплатить за два килограмма яблок?

1) 56 руб. 2) 53,2 руб. 3) 50,4 руб. 4) 30,8 руб.

3. На координатной прямой отмечены числа m и n. Какое из следующих утверждений неверно?

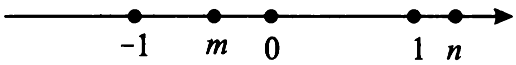

Рис. 87

1) $n + m > 0$ 2) $\frac{n}{m} > -1$ 3) $m - n < 0$ 4) $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} < 0$

4. Найдите значение выражения $5x^3 - 3y^5$ при $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$.

Ответ: ______

5. Из формулы площади треугольника $S = \frac{abc}{4R}$ выразите сторону b.

Ответ: ______

6. Какое из следующих выражений можно преобразовать к виду $1{,}5\sqrt{2}$?

1) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8}}{2}$ 2) $1{,}5 \cdot \frac{2}{\sqrt{8}}$ 3) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} \cdot 6$ 4) $\frac{\sqrt{9} + \sqrt{1}}{4} \cdot \sqrt{2}$

7. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно выражению $(x - 3)(2 + x) - x(1 - x)$?

1) $(3-x)(x+2)+x(x-1)$ 2) $x(x-1)+(x+3)(x+2)$

3) $(x+3)(x-2)+x(x-1)$ 4) $x(x-1)-(x-3)(-2-x)$

8. Найдите произведение дробей $\frac{x+5}{x+1}$ и $\frac{1-x^2}{x^2+10x+25}$.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $4x^2 = 5x - 1$.

Ответ: ______

10. На рисунке 88 изображена гипербола $y = -\frac{2}{x+1}$. Используя этот рисунок, для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

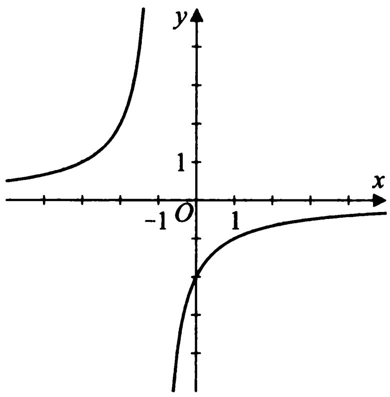

Рис. 88

А) $\begin{cases} y = -\frac{2}{x+1}, \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$ 1) система не имеет решений

Б) $\begin{cases} y + \frac{2}{x+1} = 0, \\ y = 2x \end{cases}$ 2) система имеет одно решение

В) $\begin{cases} y = -\frac{2}{x+1}, \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases}$ 3) система имеет два решения

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Спортсмен на тренировке пробежал 10 км с постоянной скоростью, а потом ещё 6 км со скоростью на 4 км/ч меньшей. Весь путь занял 67,5 минут. Какова первоначальная скорость спортсмена?»

Пусть x км/ч —первоначальная скорость спортсмена. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{10}{x} + \frac{6}{x-4} = 67{,}5$ 2) $\frac{10}{x+4} + \frac{6}{x} = \frac{9}{8}$

3) $\frac{10}{x} + \frac{6}{x-4} = \frac{9}{8}$ 4) $10x + 6(x-4) = 67{,}5$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите возрастающую.

1) $a_n = -3n$ 2) $a_n = 35 - 0{,}5n$ 3) $a_n = n - \frac{5}{3}n$ 4) $a_n = n - 10$

13. Решите неравенство $\frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{5} < 2$.

Ответ: ______

14. На рисунке 89 изображён график функции $y = 2x^2 - 3x - 9$. Используя график, решите неравенство $2x^2 \leqslant 3x + 9$.

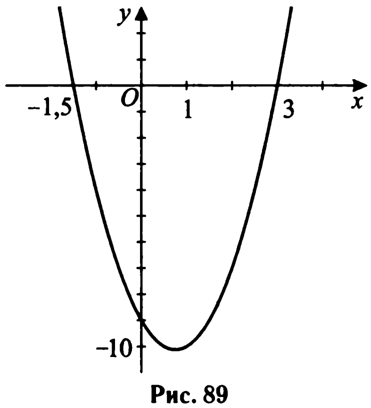

Рис. 89

Ответ: ______

15. Для каждой формулы укажите номер соответствующего графика (см. рис. 90).

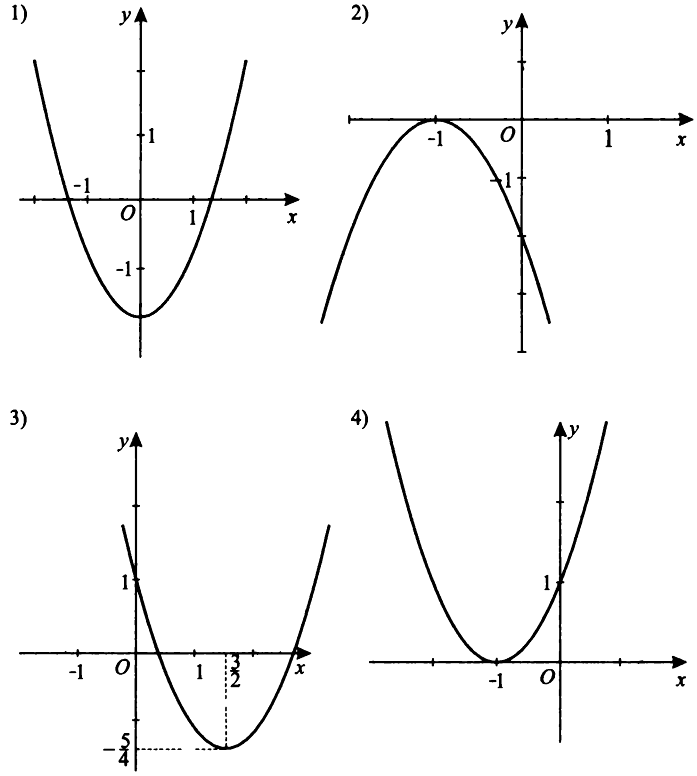

Рис. 90

А) $y = x^2 - 3x + 1$ Б) $y = x^2 + 2x + 1$ В) $y = -x^2 - 2x - 1$

Ответ:

А	Б	В

16. На рисунке 91 изображены графики зависимостей расстояния, пройденного каждым из автомобилей, от времени. Скорость какого из автомобилей меньше в момент времени $t = 0{,}5$ ч и насколько?

Ответ: ______

17. В кастрюле находятся 2 вареника с перцем, 3 — с солью, один — с монетой и 24 обычных вареника без добавок. Какова вероятность вытащить вареник с добавкой?

Ответ: ______

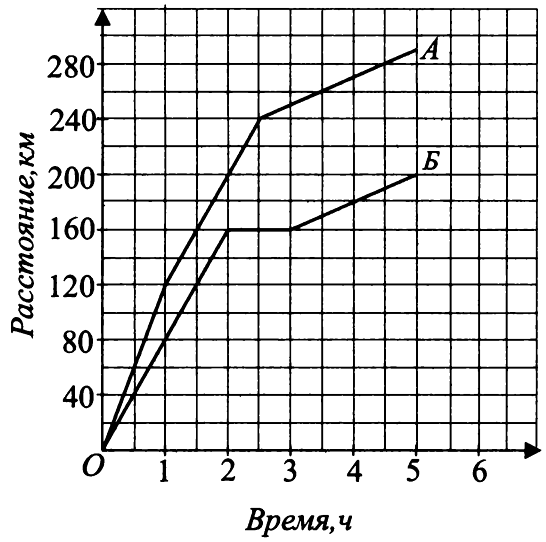

Рис. 91

18. Записано количество присутствующих работников офиса в течение недели: 43; 39; 41; 40; x. Найдите x, если известно, что медиана этого набора совпадает с его средним арифметическим и $x \leqslant 40$.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$.

20. Решите неравенство $(4x + 9)(2\sqrt{3} - 3{,}4) \geqslant 0$.

21. Произведение первого и пятого членов геометрической прогрессии равно 4, а частное от деления пятого члена на седьмой равно 9. Найдите четвёртый член этой прогрессии.

22. Прямая $15x + c = y$ имеет две общие точки с кубической параболой $y = x^3 - 3x^2 - 30x + 18$. Найдите c.

23. Из кувшина, доверху наполненного 20%-ным раствором соли, отлили 1 литр и затем долили водой доверху. После этого повторили проделанные действия и получили 11,25%-ный раствор соли. Какова вместимость кувшина?

Вариант №23

Часть 1

1. Самый большой в мире гобелен «Гобелен века» художника Александра Кищенко выполнен из шерстяных нитей общей длиной 806 тыс. м. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $8{,}06 \cdot 10^2$ м   2) $8{,}06 \cdot 10^3$ м   3) $8{,}06 \cdot 10^4$ м   4) $8{,}06 \cdot 10^5$ м

2. Из 100 куколок при благоприятных условиях на свет появляются 70% бабочек. Сколько бабочек появится из 2100 куколок?

1) 1470   2) 30   3) 630   4) 300

3. Числа a и b отмечены на координатной прямой (см. рис. 92). Расположите в порядке возрастания числа $\frac{a}{b}$, $\frac{1}{a}$, $b-a$.

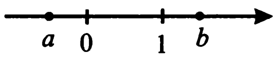

Рис. 92

1) $\frac{a}{b}$, $\frac{1}{a}$, $b-a$ 2) $\frac{1}{a}$, $\frac{a}{b}$, $b-a$

3) $b-a$, $\frac{1}{a}$, $\frac{a}{b}$ 4) $\frac{a}{b}$, $b-a$, $\frac{1}{a}$

4. Найдите значение выражения $\frac{x^2-1}{2} + \frac{x+1}{2}$ при $x=-2$.

Ответ: ______

5. Из формулы мощности тока $P = I^2R$ выразите сопротивление R.

Ответ: ______

6. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно произведению $(x^2-1)(x-1)$?

1) x^3-1 2) $(x-1)^3$ 3) $(x-1)^2(x+1)$ 4) x^3+1

7. Представьте выражение $\frac{a+b}{a} - \frac{a+b}{b}$ в виде дроби.

Ответ: ______

8. Какое из приведённых ниже выражений равно выражению $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}}{3}$?

1) $\frac{2}{3}$ 2) 2 3) $\frac{\sqrt{20}}{3}$ 4) $2\sqrt{2}$

9. Решите уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Ответ: ______

10. Установите соответствие между системами уравнений и множеством их решений.

А) $\begin{cases} x^2 - 2y - 1 = 0, \\ x - y = 1 \end{cases}$ 1) $x = -1;\ y = 0$

Б) $\begin{cases} x^2 + 2y - 1 = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$ 2) $x = 0;\ y = -0{,}5$

В) $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = 0, \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$ 3) $x = 1; y = 0$

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Для отделки помещения из квадратной плитки вырезали угольник, периметр которого равен 52 см. Торцевые стороны угольника равны 7 см (см. рис. 93). Чему равна сторона квадрата, который остаётся после обрезки плитки?»

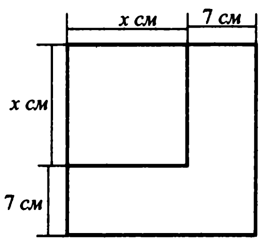

Рис. 93

Пусть сторона искомого квадрата равна x. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $(x+7)^2 = 52$ 2) $4(x+7) = 52$

3) $4(x+7) - 2\cdot 7 = 52$ 4) $(x+7)^2 - x^2 = 52$

12. Решите неравенство $12 - 3x > 2(x-6) - 1$.

Ответ: ______

13. При каких значениях x верно неравенство $-2x^2 + 4x - 2 \geqslant 0$?

Ответ: ______

14. В арифметической прогрессии $a_1 = 3$, $d = -1{,}5$. Укажите наибольшее значение n, для которого выполняется неравенство $a_n > -6$.

1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

15. Какой из графиков, изображённых на рисунке 94, соответствует функции $y = x^2 - 2x - 3$?

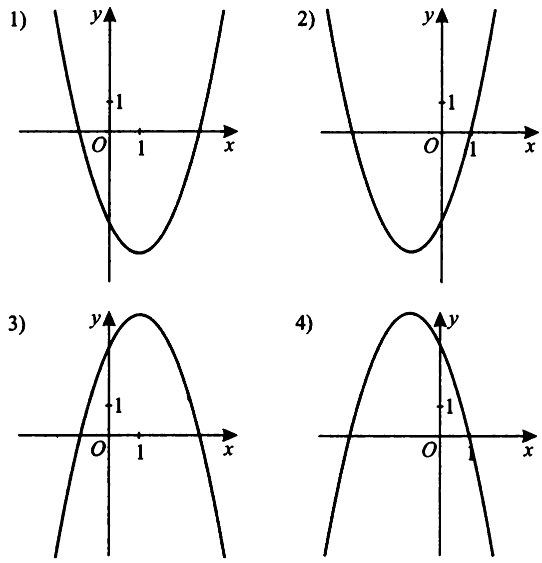

Рис. 94

Ответ: ______

16. На рисунке для двух прямоугольников различной площади представлены графики зависимости изменения длины прямоугольника от его ширины (см. рис. 95).

На сколько сантиметров ширина прямоугольника I отличается от ширины прямоугольника II при длине 2 см?

Ответ: ______

17. Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что в этом числе цифра 3 встречается хотя бы один раз?

Ответ: ______

18. Менеджер бассейна проводил в течение недели статистическое исследование о количестве посетителей бассейна за день. В результате исследований был получен следующий ряд данных: 55, 52, 60, 52, 80, 60, 54.

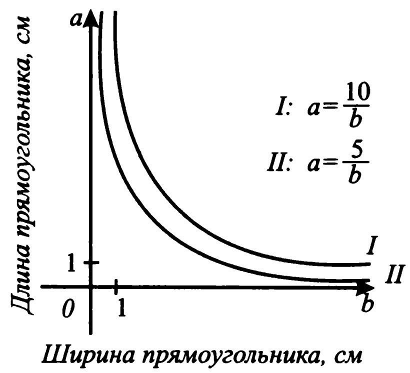

Рис. 95

Определите среднее арифметическое этого ряда.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$.

20. Решите неравенство $(\sqrt{18} - 4{,}2)(4x - 9) < 0$.

21. Найдите восьмой член геометрической прогрессии, если $b_4 = \frac{1}{3}$, $b_6 = 6$.

22. Прямая $cx - y - 6 = 0$ касается параболы $y = x^2 + 3x - 2$ в точке с положительными координатами. Найдите c.

23. Маша и Катя купили в кафе 3 пирожных и 2 стакана сока, заплатив за всё 93 рубля. Через некоторое время они зашли в другое кафе и купили 4 пирожных и 3 стакана сока, заплатив за них 151 рубль 50 коп. При этом во втором кафе пирожное стоило столько же, сколько и в первом, а сок — в 1,5 раза дороже. Определите, сколько рублей стоил сок в первом кафе.

Вариант №24

Часть 1

1. От одной пчелы можно получить 0,085 мг пчелиного яда. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $8{,}5 \cdot 10^{-4}$ мг 2) $8{,}5 \cdot 10^{-3}$ мг 3) $8{,}5 \cdot 10^{-2}$ мг 4) $8{,}5 \cdot 10^{-1}$ мг

2. Содержание эфирного масла в лепестках розы составляет в среднем 4%. Сколько эфирного масла можно получить из 100 кг лепестков розы?

1) 400 г 2) 4000 г 3) 2500 г 4) 5000 г

3. Числа a и b отмечены на координатной прямой (см. рис. 96). Расположите в порядке возрастания числа $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$ и 1.

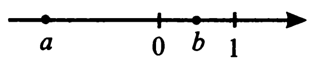

Рис. 96

1) $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}, 1$ 2) $\frac{b}{a}, \frac{a}{b}, 1$

3) $\frac{a}{b}, 1, \frac{b}{a}$ 4) $1, \frac{b}{a}, \frac{a}{b}$

4. Найдите значение выражения $(2y+1)^2 + \frac{1}{y-1}$ при $y = 0{,}5$.

Ответ: ______

5. Из формулы периода колебания маятника $T = \frac{1}{\nu}$ выразите частоту колебаний ν.

Ответ: ______

6. Какое из приведённых ниже выражений тождественно равно произведению $(x-2)^2(x+2)$?

1) $x^2 - 4$ 2) $x^3 - 8$ 3) $(x+2)^2(x-2)$ 4) $(x^2-4)(x-2)$

7. Представьте выражение $\frac{2a-1}{b} - \frac{b}{a}$ в виде дроби.

Ответ: ______

8. Какое из приведённых ниже выражений равно выражению $\dfrac{5}{\sqrt{15}\sqrt{3}}$?

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 3) $\frac{5}{\sqrt{18}}$ 4) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

9. Решите уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$.

Ответ: ______

10. Установите соответствие между системами уравнений и множеством их решений.

А) $\begin{cases} -x + 3y + 1 = 0, \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ 1) $x = -2;\ y = 0$

Б) $\begin{cases} -x - 3y + 4 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases}$ 2) $x = 1;\ y = 0$

В) $\begin{cases} -x - 5y - 2 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases}$ 3) $x = -0{,}5; y = 1{,}5$

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Для отделки помещения из квадратной плитки вырезали угольник площадью 160 см^2. Торцевые стороны угольника равны 8 см (см. рис. 97). Чему равна сторона квадрата, который остаётся после обрезки плитки?»

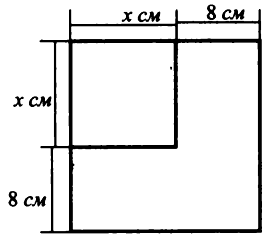

Рис. 97

Пусть сторона искомого квадрата равна x. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $(x+8)^2 = 160$ 2) $(x+8)^2 - x^2 = 160$

3) $x^2 + (x + 8^2) = 160$ 4) $\dfrac{(x+8)^2}{x} = 160$

12. Решите неравенство $12 + 5x > 4(x - 2)$.

Ответ: ______

13. При каких значениях x верно неравенство $x^2 - 5x + 4 \geqslant 0$?

Ответ: ______

14. В арифметической прогрессии $a_1 = -2$, $d = 0{,}3$. Укажите наибольшее значение n, для которого выполняется неравенство $a_n < 4$.

1) $n = 20$ 2) $n = 21$ 3) $n = 22$ 4) $n = 23$

15. Какой из графиков, изображённых на рисунке 98, соответствует функции $y = x^2 - 6x + 5$?

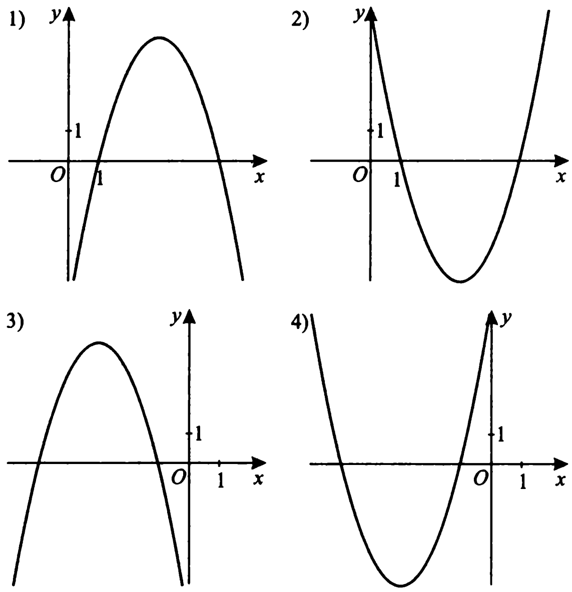

Рис. 98

16. На рисунке для двух прямоугольников различной площади представлены графики зависимости изменения длины прямоугольника от его ширины (см. рис. 99).

На сколько сантиметров отличаются длины этих прямоугольников при ширине 5 см?

Ответ: ______

17. Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что в этом числе на последнем месте окажется цифра 0?

Ответ: ______

18. Менеджер аттракционов проводил в течение трёх летних месяцев ста-

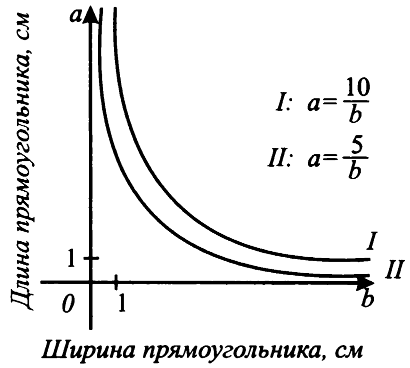

Рис. 99

тистическое исследование о количестве посетителей аттракционов за воскресные дни. В результате исследований был получен следующий ряд данных: 100, 120, 150, 90, 120, 170, 160, 190, 180, 130, 150, 180. Определите среднее арифметическое этого ряда.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$.

20. Решите неравенство $(8{,}2 - \sqrt{70})(15 - 2x) > 0$.

21. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если $b_3 = \frac{1}{5}$, $b_5 = 4$.

22. Прямая $cx + y = 2$ касается параболы $y = -x^2 + 4x + 1$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c.

23. Дима купил для аквариума рыбок: 5 гуппи, 3 скалярии и 2 барбуса, заплатив 470 рублей. Через месяц он пошёл в магазин, но оказалось, что скалярии подорожали в 1,5 раза, а гуппи на 6 рублей стали дешевле, и мальчик купил 2-х скалярий и 6 гуппи, заплатив 360 рублей.

Определите, сколько первоначально стоила одна скалярия, если первоначальная цена двух барбусов и одного гуппи была 150 рублей?

Вариант №25

Часть 1

1. В таблице приведены годовые бюджеты четырёх компаний. У какой из них самый большой бюджет?

Компания	Альфа	Бета	Гамма	Дельта
Бюджет (в руб.)	$7{,}89 \cdot 10^6$	$8{,}85 \cdot 10^6$	$5{,}73 \cdot 10^7$	$4{,}28 \cdot 10^7$

1) Альфа 2) Бета 3) Гамма 4) Дельта

2. В сборной команде города по футболу 4 ростовчанина и 22 легионера. Какой примерно процент легионеров в команде?

1) 15 % 2) 85 % 3) 82 % 4) 0,82 %

3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D (см. рис. 100). Какая из них соответствует числу $\sqrt{127}$?

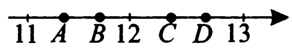

Рис. 100

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4. Найдите значение выражения $5 + 4{,}2x^2 - 2{,}3x^5$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с его областью определения.

А) $\sqrt{(x-2)(x-3)}$ 1) $x \neq 2, x \neq 3$

Б) $\dfrac{2}{(x-2)(x-3)}$ 2) $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$

В) $\sqrt{(2-x)(x-3)}$ 3) $2 \leqslant x \leqslant 3$

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из данных выражений равно дроби $\dfrac{2^{2n}}{16}$?

1) $\dfrac{1}{16^n}$ 2) $2^{\frac{n}{2}}$ 3) 2^{2n-4} 4) $2^{2n} - 2^4$

7. Упростите выражение $\dfrac{a^3 - b^3}{2ab} \cdot \dfrac{a}{7a - 7b}$.

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 + 4x + 1 = 0$ 2) $x^2 - 4x + 1 = 0$

3) $x^2 - 6x + 3 = 0$ 4) $x^2 - 4x + 5 = 0$

9. Решите уравнение $12 - 3(4x + 1) = 12x - 15$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Сторона треугольника на 10 см больше высоты, опущенной на неё, а его площадь равна 40 см^2. Найдите длину данной высоты».

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив длину искомой высоты за x.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 101, задана уравнением $x^2 + y^2 = 16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

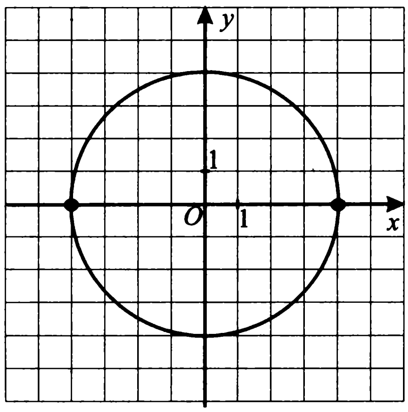

Рис. 101

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x + 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 4x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 2 - x \end{cases}$

12. Записаны несколько членов геометрической прогрессии:

$\ldots; -\frac{1}{9}; 1; t; \ldots$ Найдите член прогрессии, обозначенный буквой t.

Ответ: ______

13. На рисунке 102 изображён график функции $y = 2x + 5$. Используя рисунок, решите неравенство $2x \leqslant 5$.

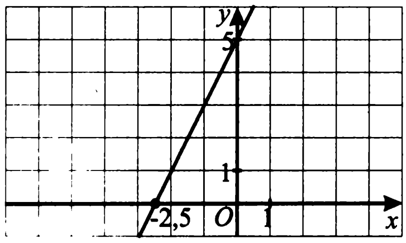

Рис. 102

Ответ: ______

14. О числах a и b известно, что $a > 0$, $b > 0$, $a > 4b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a - 2a > -3b$ 2) $2a > 8b$ 3) $\frac{a}{4} > b - 2$ 4) $a + 3 > b + 1$

15. Функции заданы формулами: А) $y = 7x^2$; Б) $y = x$; В) $y = x^2 - 2x + 2$; Г) $y = \frac{3}{x}$. Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через точку $(1; 1)$.

1) А, Б 2) Б, В 3) А, Г 4) В, Г

16. На рисунке 103 изображены графики, показывающие зависимость S загрузки процессора компьютеров А и Б от времени t. Какой процессор был больше загружен в 3 часа и насколько?

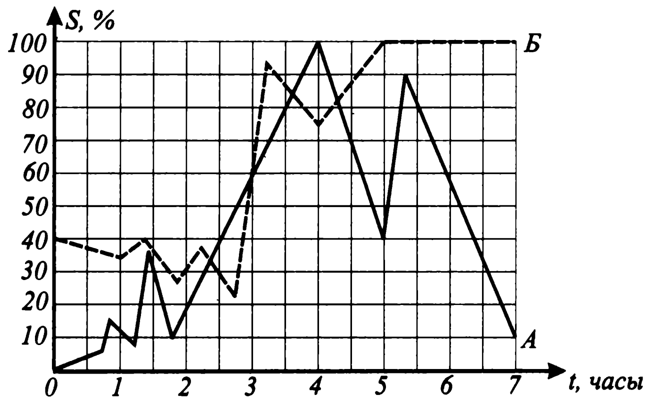

Рис. 103

Ответ: ______

17. В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Какова вероятность того, что взятый наудачу оттуда фрукт окажется яблоком?

Ответ: ______

18. Записана численность населения пяти городов (в тыс. чел.): 1240, 860, 530, 2240, 700. Выясните, насколько среднее арифметическое этих чисел больше их медианы.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x}{x+3}=\frac{36}{x^2-9}$.

20. Составьте квадратный трёхчлен, график которого проходит через точки $A(2;2)$ и $B(3;5)$, а старший коэффициент равен 1. В какой точке график этого трёхчлена пересекает ось абсцисс?

21. Сократите дробь $\frac{3x-3y+1}{3y^2-3x^2-x-y}$.

22. По дисконтной карте на АЗС действует скидка на бензин 5%. Располагая определённой суммой денег, покупатель может приобрести 57 литров бензина. Сколько литров бензина он может купить на ту же сумму, воспользовавшись дисконтной картой?

23. При каких значениях параметра p прямая $y = 2p$ имеет более одной общей точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$f(x) = \begin{cases} x(2-x), \text{ если } x \geqslant 0 \\ x(x-2), \text{ если } x < 0? \end{cases}$

Вариант №26

Часть 1

1. В таблице приведены годовые бюджеты четырёх компаний. У какой из них самый маленький бюджет?

Компания	Орион	Сириус	КБ	Позитрон
Бюджет (в руб.)	$7{,}35 \cdot 10^7$	$5{,}24 \cdot 10^8$	$8{,}54 \cdot 10^7$	$9{,}32 \cdot 10^6$

1) Орион 2) Сириус 3) КБ 4) Позитрон

2. В сборной команде страны по футболу число игроков, оставшихся из прошлогоднего состава, относится к новичкам как 5 : 4. Какой примерно процент новичков в команде?

1) 80% 2) 0,80% 3) 44% 4) 56%

3. Какому отрезку на координатной прямой, изображённой на рисунке 104, принадлежит точка $\sqrt{223}$?

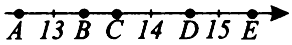

Рис. 104

1) AB 2) BC 3) CD 4) DE

4. Найдите значение выражения $3{,}2 + 4x^2 - 2{,}7x$ при $x = -1$.

Ответ: ______

5. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной x, при которых оно имеет смысл.

А) $\dfrac{x}{2-x}$ 1) $x \neq 2$

Б) $\sqrt{x^2}$ 2) $x \geqslant 0$

В) $\sqrt{x^7}$ 3) x — любое число

Ответ:

А	Б	В

6. Какое из данных выражений равно дроби $\dfrac{2^n}{8}$?

1) 2^{n-3} 2) $2^n - 2^3$ 3) $2^{\frac{n}{3}}$ 4) $\dfrac{1}{2^n}$

7. Упростите выражение $\dfrac{a^3 - b^3}{2ab} \cdot \dfrac{a}{7a - 7b} - \dfrac{a^2}{14b}$.

Ответ: ______

8. Какой из следующих квадратных трёхчленов можно разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 2x - 1 = 0$ 2) $x^2 - 4x + 5 = 0$

3) $x^2 - 2x + 9 = 0$ 4) $x^2 + 2x + 9 = 0$

9. Решите уравнение $-2(3x + 5) = 18 + (10 - x)$.

Ответ: ______

10. Прочитайте задачу: «Один из катетов прямоугольного треугольника на 5 см меньше другого, а его площадь равна 70 см^2. Чему равны его катеты?»

Составьте уравнение по условию задачи, обозначив за x длину меньшей стороны.

Ответ: ______

11. Окружность, изображённая на рисунке 105, задана уравнением $x^2 + y^2 = 16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.

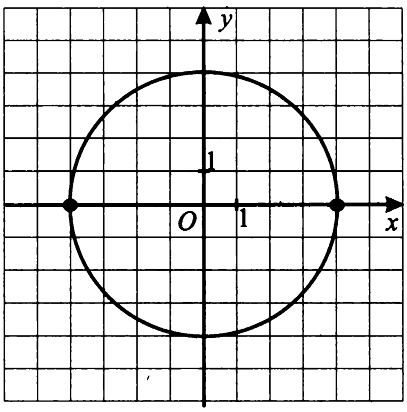

Рис. 105

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x - 6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 80x \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x - 3 \end{cases}$

12. Записаны несколько членов геометрической прогрессии:

$\ldots; \frac{1}{4}; x; 1; \ldots$ Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x, если известно, что $x < \frac{1}{3}$.

Ответ: ______

13. На рисунке 106 изображён график функции $y = x^3 + 1$. Используя рисунок, решите неравенство $x^3 < -1$.

Ответ: ______

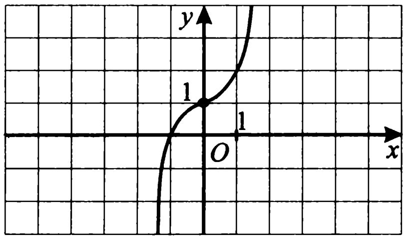

Рис. 106

14. О числах a и b известно, что $a > 0$; $b > 0$; $a > 14b$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $a + 7 > b + 4$ 2) $\frac{a}{2} > 7b$ 3) $-a > -b$ 4) $a - \frac{a}{2} > 3b$

15. Функции заданы формулами:

А) $y = x^3$; Б) $y = x^2$; В) $y = -x$; Г) $y = x^2 - 3x - 3$.

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через точку $(-1; 1)$.

1) А, Б 2) Б, Г 3) Б, В, Г 4) А, В, Г

16. На рисунке 107 изображены графики, показывающие зависимость S загрузки процессора компьютеров А и Б от времени t. Какой из них был раньше загружен на 100% и на сколько часов раньше?

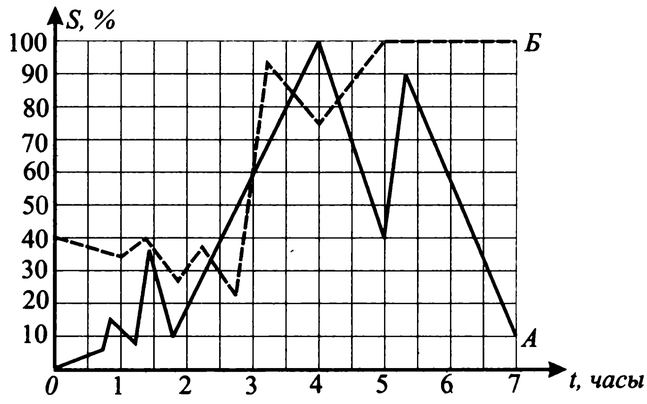

Рис. 107

Ответ: ______

17. В урне лежат 7 белых и 3 красных шара. Какова вероятность того, что наудачу выбранный шар окажется красным?

Ответ: ______

18. Записан вес (в килограммах) пяти человек: 65, 70, 84, 68, 120. Выясните, насколько среднее арифметическое этих чисел больше их медианы.

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x}{x+1}=\frac{2}{x^2-1}$.

20. Составьте квадратный трёхчлен, график которого проходит через точки $A(2;11)$ и $B(1;5)$, а старший коэффициент равен 1. В какой точке график этого трёхчлена пересекает ось ординат?

21. Сократите дробь $\frac{2x^2-2y^2-3x+3y}{2x+2y-3}$.

22. Бензин подорожал на 25%. Сколько бензина можно купить на ту же сумму, на которую раньше покупали 10 л?

23. При каких значениях параметра p прямая $y=p$ имеет ровно одну точку пересечения с графиком функции $y=f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x(4-x), & \text{если } x \geqslant 0 \\ x(x-4), & \text{если } x < 0? \end{cases}$$

Вариант №27

Часть 1

1. Площадь территории Польши составляет 313 тыс. км^2. Как эта величина записывается в стандартном виде?

1) $3{,}13 \cdot 10^4$ км^2 2) $3{,}13 \cdot 10^5$ км^2

3) 313 тыс. км^2 4) $3{,}13 \cdot 10^6$ км^2

2. Из 60 одиннадцатиклассников 20 % учеников выбрали единый государственный экзамен по иностранному языку. Сколько одиннадцатиклассников выбрали ЕГЭ по иностранному языку?

1) 12 2) 14 3) 8 4) 18

3. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой (см. рис. 108). Как расположены в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$ и a?

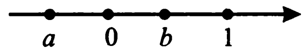

Рис. 108

1) $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; a 2) $\frac{1}{a}$; a; $\frac{1}{b}$ 3) a; $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$ 4) $\frac{1}{b}$; a; $\frac{1}{a}$

4. Найдите значение выражения $\frac{7}{3} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ при $x = 1, y = 3$.

Ответ: ______

5. Из формулы $S = \frac{at^2}{2}$ выразите ускорение a.

Ответ: ______

6. Какое из указанных выражений можно преобразовать к виду $\frac{\sqrt{128}}{4}$?

1) $3\sqrt{2}$ 2) $30\sqrt{2}$ 3) $4\sqrt{2}$ 4) $2\sqrt{2}$

7. В какое из приведённых ниже выражений можно преобразовать произведение $(2 - x)(x + 3)$?

1) $(x - 2)(x + 3)$ 2) $-(x - 2)(-x - 3)$
3) $(2 - x)(-x - 3)$ 4) $-(2 - x)(-x - 3)$

8. Представьте выражение $5a - \frac{4 + 5a^2}{a}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2x^2 + 7x + 5 = 0$.

Ответ: ______

10. Окружность, изображённая на рисунке 109, задаётся уравнением $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

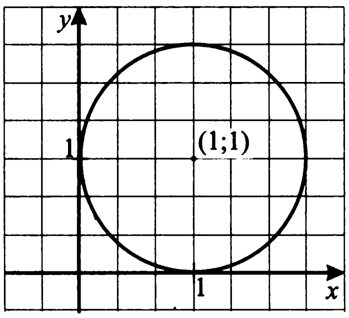

Рис. 109

Используя этот рисунок, для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

А) $\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1, \\ y=-x \end{cases}$ 1) система имеет одно решение

Б) $\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1, \\ y=x \end{cases}$ 2) система имеет два решения

В) $\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1, \\ x=0 \end{cases}$ 3) система не имеет решений

Ответ:

А	Б	В

11. Прочитайте задачу: «Моторная лодка плывёт по озеру в прямом направлении на расстояние, в два раза меньшее, чем обратное, со скоростью на 10 км/ч больше номинальной. В обратном направлении лодка идёт со скоростью на 30 км/ч большей номинальной. Разница во времени, затраченном на преодоление пути в прямом и обратном направлениях, равна 0. Найдите номинальное значение скорости лодки».

Пусть x — номинальное значение скорости лодки. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\dfrac{S}{x+20}=\dfrac{2S}{x+30}$ 2) $\dfrac{S}{x+10}=\dfrac{S}{x+20}$

3) $\dfrac{2}{x+10}=\dfrac{1}{x+30}$ 4) $\dfrac{4}{x+30}=\dfrac{1}{x+20}$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{12}<12$.

1) $a_n=12$ 2) $a_n=3n-39$ 3) $a_n=3n+39$ 4) $a_n=2n+7$

13. Решите неравенство $7+2(x-3)>5x+1$.

Ответ: ______

14. На рисунке 110 изображён график функции $y=x^2-2x-3$.

Используя график, решите неравенство $x^2-2x-3<0$.

Ответ: ______

15. График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке 111?

1) $y=x^2-x-2$ 2) $y=x^2+x-2$

3) $y=x^2+x+2$ 4) $y=x^2-x+2$

16. Компания предлагает на выбор два различных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф A и тариф B. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена гра-

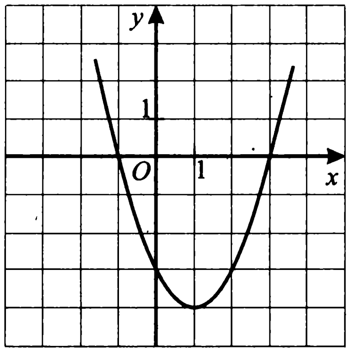

Рис. 110

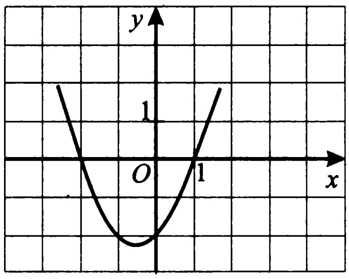

Рис. 111

фически (см. рис. 112). На сколько минут телефонного разговора хватит 450 рублей, если используется тариф A?

Ответ: ______

17. Из 1000 автомобилей, выпущенных компанией ВАЗ, в среднем 8 бракованных. Какова вероятность купить исправную машину?

Ответ: ______

18. Записаны в ряд следующие числа: 166; 162; 174; 158; 150. Насколько отличается среднее арифметическое этих значений от их медианы?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 8x + 16 = 0$.

20. Решите неравенство $(\sqrt{15} - 4)(2x - 4{,}8) < 0$.

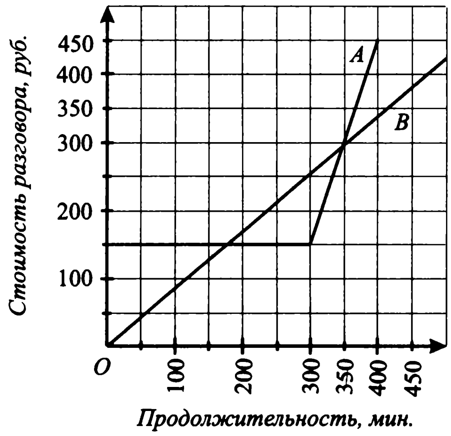

Рис. 112

21. В геометрической прогрессии сумма 1-го и 2-го членов равна 300, а 3-го и 4-го — равна 675. Найдите первых три члена этой прогрессии.

22. Прямая $9x + y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{4}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c.

23. Моторная лодка отправилась вниз по течению реки на 14 км. Затем вверх против течения она проплыла 3 км. На весь путь моторная лодка затратила 1 ч 30 мин. Какова скорость течения реки, если известно, что она больше 3,5 км/ч, а собственная скорость моторной лодки 10 км/ч?

Вариант №28

Часть 1

1. Площадь территории Украины составляет 603,7 тысяч км^2. Как эту величину записать в стандартном виде?

1) $6{,}037 \cdot 10^3$ км^2 2) $6{,}037 \cdot 10^6$ км^2

3) $6{,}037 \cdot 10^4$ км^2 4) $6{,}037 \cdot 10^5$ км^2

2. Из 40 одиннадцатиклассников 10 % выбрали единый экзамен по информатике. Сколько одиннадцатиклассников выбрали единый экзамен по информатике?

1) 1 2) 5 3) 3 4) 4

3. Числа a и b отмечены точками на числовой прямой (см. рис. 113). Расположите числа $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; a в порядке возрастания.

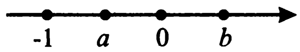

Рис. 113

1) $\frac{1}{b}$; a; $\frac{1}{a}$ 2) a; $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$ 3) a; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{a}$ 4) $\frac{1}{a}$; a; $\frac{1}{b}$

4. Найдите значение выражения $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ при $x = 1$, $y = 4$.

Ответ: ______

5. Из формулы $V = \frac{1}{3}HS$ выразите H.

Ответ: ______

6. Какое из данных выражений можно преобразовать к виду $\frac{\sqrt{75}}{2}$?

1) $\sqrt{5}$ 2) $13{,}5\sqrt{3}$ 3) $2{,}5\sqrt{3}$ 4) $3{,}5\sqrt{5}$

7. В какое из приведённых ниже выражений можно преобразовать произведение $(3 - x)(1 - x)$?

1) $(x - 3)(1 - x)$ 2) $(3 - x)(x - 1)$
3) $(3 - x)(x - 1)$ 4) $(x - 1)(x - 3)$

8. Представьте выражение $2a - \frac{4a^2 - 1}{a}$ в виде дроби.

Ответ: ______

9. Решите уравнение $2a^2 - 5a + 3 = 0$.

Ответ: ______

10. Окружность, изображённая на рисунке 114, задана уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя этот график, для каждой системы уравнений выберите соответствующее ей утверждение.

А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x = 1 \end{cases}$ 1) система не имеет решений

Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x = 2 \end{cases}$ 2) система имеет два решения

В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + 4 = 15 \end{cases}$ 3) система имеет единственное решение

Ответ:

А	Б	В

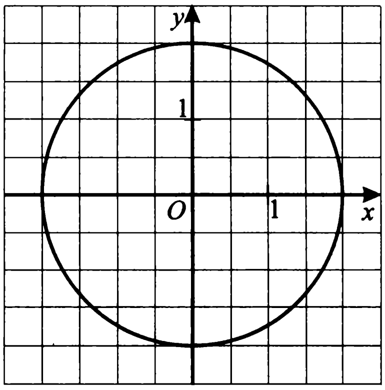

Рис. 114

11. Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 и 12 см. Её площадь вместе с окантовкой равна 500 см^2. Какова ширина окантовки?

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

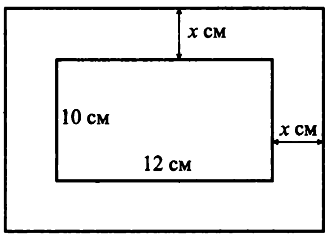

Рис. 115

1) $(5 + 2x)(6 + 2x) = 500$ 2) $(10 + 2x)(12 + x) = 500$

3) $(10 + 2x)(12 + 2x) = 500$ 4) $(10 \cdot 12)(10x + 12x) \cdot 2 = 500$

12. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{17} < 97$.

1) $a_n = 17n$ 2) $a_n = 170n - 17^2$

3) $a_n = 170n + 172$ 4) $a_n = 72n - 17^3 + 17$

13. Решите неравенство $19 - 3(x + 5) < 6 + 2x$.

Ответ: ______

14. На рисунке 116 изображён график функции $y = x^2 - 3x + 2$. Используя его, решите неравенство $x^2 - 3x + 2 > 0$.

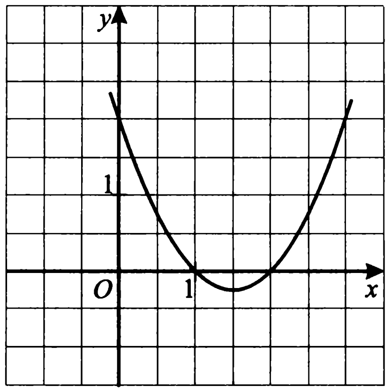

Рис. 116

Ответ: ______

15. График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке 117?

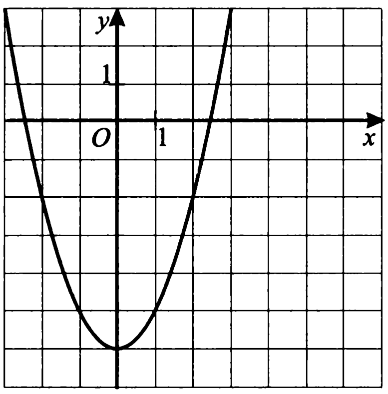

Рис. 117

1) $y = x^2 - 6x$ 2) $y = x^2 - 6$ 3) $y = x^2 - 2x - 6$ 4) $y = x^2 - x - 6$

16. Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф A и тариф B. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически (см. рис. 118). Сколько будет стоить разговор в течение 200 минут, если использовать тариф B?

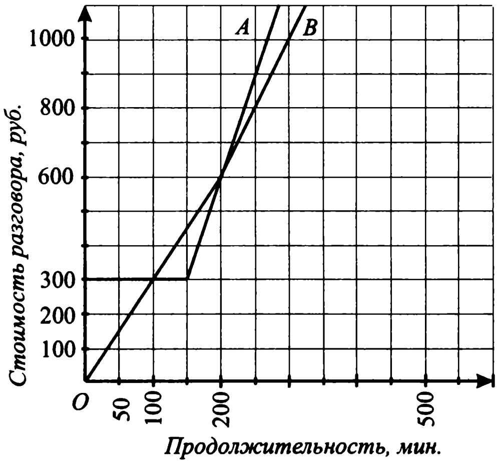

Рис. 118

Ответ: ______

17. На 1000 пустых бутылок в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить годную бутылку?

Ответ: ______

18. Записан рост пяти учащихся: 168, 158, 148, 175, 166. Насколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: ______

Часть 2

Задания этой части выполняйте с записью решения

19. Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 6x + 36 = 0$.

20. Решите уравнение $(\sqrt{17} - 3{,}2)(3 - x) < 0$.

21. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 210, а сумма второго и третьего равна 42. Найдите первых три члена прогрессии.

22. Прямая $x+y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \dfrac{1}{x}$ в точке с положительными координатами. Найдите c.

23. Из пункта на берегу реки вышел катер вниз по течению. Катер прошёл 10 км. Затем он повернул назад и прошёл ещё 6 км. На весь путь он потратил 1 час. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответы к вариантам по образцу демонстрационного варианта №1

Ответы к заданиям части 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	3	3	2	−12	А − 3; Б − 1; В − 2	2	$\frac{5c-3d}{35c}$	3	0,9	$x(x-2)(x-7)=240$	4	$\frac{3}{5}$	$[0;2]$	4	1	А, 200
2	2	3	3	−10	А − 3; Б − 2; В − 1	2	$\frac{3c+d}{10d}$	3	3,2	$x(x+4)(x+7)=210$	4	$-\frac{5}{7}$	$[-4;0]$	2	2	Б, 10
3	3	4	4	0	А − 2; Б − 1; В − 3	3	$\frac{5(a-b)}{3b}$	4	11,5	$\frac{1}{2}x(x+5)=88$	4	$-\frac{5}{3}$	$[0;5]$	4	2	Б, 5
4	2	3	3	0	А − 3; Б − 1; В − 2	4	$\frac{2a}{7(a-b)}$	2	−1,4	$\frac{1}{2}x(x-11)=350$	3	2	$(1;3)$	3	1	Б, 5
5	4	2	4	−1,9	А − 2; Б − 3; В − 1	3	$\frac{4y}{x-y}$	4	3,5	$x(x-8)=240$	1	$-\frac{1}{4}$	$[0;2]$	2	2	*В*, 10
6	1	2	3	2,4	А − 3; Б − 1; В − 2	4	$\frac{1}{2c(c+d)}$	2	0,8	$x(x+3)=270$	3	−2	$[-4;0]$	4	3	*А*, 120
7	3	2	2	−1,5	А − 2; Б − 1; В − 3	4	$\frac{6a}{a+5b}$	4	1,2	$0{,}5x(x+3)=104$	2	−3	$(-9;0)$	1	4	Вася, на 6 минут

Ответы к заданиям части 1 (Продолжение)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	4	1	3	7,8	А – 3; Б – 2; В – 1	2	$\frac{15a}{7a-b}$	3	4	$0{,}5x(x-5) =$ $= 102$	3	-4	$(-\infty; -7)\cup$ $\cup(0; +\infty)$	4	2	Вася, на 10 минут
9	2	2	2	16,6	А – 2; Б – 1; В – 3	3	$\frac{2(2x+3y)}{2x-3y}$	2	$\frac{10}{3}$	$x(x+17) =$ $= 1350$	3	-1	$(-2{,}5; 3{,}5)$	2	1	II, на 10
10	1	1	3	$-12{,}5$	А – 1; Б – 3; В – 2	1	$\frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)^2}$	4	$\frac{3}{16}$	$6x^2 = 980$	4	-2	$(0; 15{,}3)$	3	4	II, на 15
11	3	4	1	4	$c = \sqrt{d^2 - a^2 - b^2}$	3	$\frac{3a+b}{4a}$	4	$-1; 1$	9	3	2	$[-4; 2]$	3	4	3
12	4	3	4	2	$a = \frac{S-2bc}{2(b+c)}$	1	$\frac{4}{3d(5c+2d)}$	3	$-3; 2$	12	2	$(1; -1)$, $(-1; -5)$	6	1	1	$[-2; 4]$

Ответы к заданиям части 1 (Окончание)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	3	2	2	0,125	$0{,}5P - a$	2	3	$\frac{b-d}{bd}$	−3	3	$x^2 - 15x = 4500$	А – 3; Б – 1; В – 2	2	$[-3; 3]$	4	$I, 20$
14	4	3	3	0,2	$a = \frac{v - v_0}{t}$	3	3	$\frac{m+n}{mn}$	−5	3	$x^2 - 25x = 5100$	А – 3; Б – 1; В – 2	2	$(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$	3	$II, 20$

Ответы к заданиям части 2

№	17	18	19	20	21
1	3	$y=\frac{1}{5}x-5;\ (0;-5)$	$\frac{1}{c-d}$	3	$a=-4,\ a=0$
2	7	$y=3x-6;\ (2;0)$	$b-a$	4	$(0;4)$
3	–5	$y=-\frac{2}{5}x+9;\ \left(\frac{45}{2};0\right)$	$-\frac{1}{a+b}$	1	$\left(-3;\frac{9}{4}\right]$
4	–1	$y=-\frac{1}{4}x+7;\ (28;0)$	$\frac{1}{a-b}$	2	$(-1;4)$
5	–0,5	$y=-\frac{2}{5}x+1;\ (2{,}5;0)$	$-\frac{1}{a+b}$	7	$[-4;0]$
6	2,4	$y=-x+1;\ (0;1)$	$\frac{1}{a-b}$	6	$0;9$
7	7	$y=-\frac{18}{11}x-\frac{13}{11};\ \left(-\frac{13}{18};0\right)$	$2x+2y$	25 кг	$\{0\}\cup(55{,}125;+\infty)$
8	8	$y=-\frac{22}{9}x-\frac{7}{9};\ \left(-\frac{7}{22};0\right)$	$3a+3b$	12,5 кг	$(0;78{,}125)$
9	1,5	$y=\frac{25}{4}x+7;\ (0;7)$	$\frac{1}{2a-b}$	5	$(-\infty;-11]\cup\{-9{,}25\}\cup$ $\cup\{-4{,}75\}\cup(-3;+\infty)$

Ответы к заданиям части 2 (Окончание)

№	17	18	19	20	21
10	-2	$y = -\frac{17}{3}x + 14; (0; 14)$	$\frac{3a+2b}{16b^2+4ab+a^2}$	18	$\{8\} \cup [-8; -5) \cup (-5; 4)$
11	$-3; -2; 2$	$x < \frac{10}{3}$	$36; -48; 64$	$m = 7; n = 5$	$\{0\} \cup (1; +\infty)$
12	$-3; 1; 3$	$x < \frac{3}{2}$	$-64; 80; -100$	$m = 0; n = 1$	$\{-1\} \cup (3; +\infty)$
13	$[0,2; 2]$	$-a$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; -12)$	$1:3$
14	$\left(-\infty; \frac{1}{7}\right] \cup \left[2; +\infty\right)$	$-b$	$(-\infty; -3]$	$(-6; +\infty)$	$3:7$

Ответы к вариантам по образцу демонстрационного варианта №2

Ответы к заданиям части 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
15	3	4	1	0,0625	$I = \sqrt{\frac{Q}{Rt}}$	4	1	$\frac{a^2+4}{a}$	−10, 3	$x = 0$, $y = 2$	2	4	$x \geqslant \frac{4}{3}$	(2; 6)	3	15	0,98	4
16	1	3	2	16	$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$	2	4	$\frac{2b^3-7}{b}$	−10; −3	$x = 2$, $y = 3$	3	2	$x < 20$	$(-\infty; -2]\cup$ $\cup[4+\infty)$	2	30	0,4	2
17	2	2	1	5	$a = \frac{2S}{t^2}$	4	3	$\frac{12t^2-2}{t}$	−7, 8	А − 3; Б − 2; В − 1	1	3	$x \geqslant 1$	$-1 \leqslant x \leqslant 3$	4	40	0,025	7,5
18	3	1	4	2	$g = \frac{2S}{t^2}$	3	2	$\frac{6t^2-4}{t}$	1; 9	А − 3; Б − 2; В − 1	2	1	$x \leqslant 3$	$-1 \leqslant x \leqslant 3$	4	50	0,985	2,5
19	3	4	1	−5	$R = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}}$	2	3	$\frac{3n^3-25}{5n}$	−0,2, 7	А − 1; Б − 3, В − 2	3	4	$x \leqslant 7$	$2 \leqslant x \leqslant 5$	4	50	0,25	1
20	2	1	4	$\frac{1}{3}$	$G = \frac{F \cdot R^2}{m_1 \ m_2}$	3	1	$\frac{b^2}{b-a}$	$\frac{7}{3}$, −4	А − 3; Б − 2, В − 1	2	1	$x > 1$	$(-\infty; -1)\cup$ $\cup[3; +\infty)$	2	150	$\frac{5}{7}$	0
21	3	2	3	3	$\sin\alpha = \frac{a}{2R}$	4	3	$\frac{11x+1}{(x-4)(x+1)}$	−1; 3,5	А − 2; Б − 3; В − 1	3	4	$x > 4{,}6$	$-3 \leqslant x \leqslant 0{,}5$	А − 3; Б − 1, В − 2	Б, 20	0,875	36

Ответы к заданиям части 1 (Окончание)

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
22	1	2	2	−2,375	$b = \frac{4RS}{ac}$	1	4	$\frac{1-x}{x+5}$	0,25; 1	А − 2; Б − 1, В − 3	3	4	$x < 20{,}5$	$-1{,}5 \leqslant x \leqslant 3$	А − 3; Б − 4, В − 2	А, 40	0,2	37
23	4	1	2	1	$R = \frac{P}{I^2}$	3	$\frac{b^2-a^2}{ab}$	2	−1; 3	А − 3; Б − 1; В − 2	2	$(-\infty; 5)$	1	2	1	2,5	0,2	59
24	3	2	1	2	$\nu = \frac{1}{T}$	4	$\frac{2a^2-a-b^2}{ab}$	2	2; 4	А − 2; Б − 3; В − 1	2	$(-20, +\infty)$	$(-\infty; 1] \cup [4, +\infty)$	1	2	1	0,1	145
25	3	2	1	11,5	А − 2; Б − 1; В − 3	3	$\frac{a^2+ab+b^2}{14b}$	4	1	$\frac{x(x+10)}{2} = 40$	2	−9	$x \leqslant 2{,}5$	1	2	Одинаково	0,3	254
26	4	3	4	9,9	А − 1; Б − 3, В − 2	1	$\frac{a+b}{14}$	1	−7,6	$\frac{x(x+5)}{2} = 70$	1	$-\frac{1}{2}$	$x < -1$	3	3	А, на 1	0,3	11,4
27	2	1	2	1	$\frac{2S}{t^2}$	4	4	$-\frac{4}{a}$	$-\frac{5}{2}$, −1	А − 3; Б − 2; В − 1	3	2	$x < 0$	$-1 < x < 3$	2	400	0,992	0
28	4	4	4	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3V}{S}$	3	4	$\frac{1-2a^2}{a}$	1; $\frac{3}{2}$	А − 2; Б − 3; В − 1	3	4	$x > -0{,}4$	$(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$	2	600	0,995	3

Ответы к заданиям части 2

№	19	20	21	22	23
15	2, −3, 4	$x < 0{,}5$	48, 60, 75	2	50
16	2; 3, 4	$x \geqslant 2$	−20, 10, −5	4	120
17	−4, 1, 9	$x \geqslant \frac{5}{3}$	54	(1; 7), (2, 8)	15
18	−1, −2, 5	$x \geqslant -3{,}5$	12	(2, 2), (3, 3)	6
19	−3, 1, 15	$x \leqslant \frac{2}{3}$	1,5	3	46
20	−0,4, 3, −3	$x < \frac{3}{7}$	0,175, 0,525	−7	51
21	−2, −0,5, 1	$x \leqslant \frac{4}{7}$	6	$6, 7\frac{5}{27}$	2
22	−1, 0,5, 2	$x \geqslant -2{,}25$	$-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$	99, −157	4
23	±2; 0,5	$(-\infty; 2{,}25)$	108	7	15
24	2; 3; 4	$(7{,}5; +\infty)$	80	−6	56
25	−4,5	$y = x^2 - 2x + 2$, не пересекает	$-\frac{1}{x+y}$	60	[0, 0,5]
26	0,5	$y = x^2 + 3x + 1$, в точке (0; 1)	$x - y$	8 л	$(-\infty; 0) \cup (4, +\infty)$
27	2; $2\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$	$x > 2{,}4$	120; 180; 270	−12	4
28	6	$x > 3$	175; 35; 7	2	16

Решение варианта №23

1. $806000 = 8{,}06 \cdot 10^5$.

Ответ: 4.

2. $\dfrac{2100 \cdot 70}{100} = 1470$.

Ответ: 1.

3. $\dfrac{a}{b} < 0$, $\left|\dfrac{a}{b}\right| < 1$; $\dfrac{1}{a} < 0$, $\left|\dfrac{1}{a}\right| > 1$; $b - a > 0$. Тогда $\dfrac{1}{a} < \dfrac{a}{b} < b - a$.

Ответ: 2.

4. $\dfrac{x^2-1}{2} + \dfrac{x+1}{2}$, при $x = -2$, $\dfrac{4-1}{2} + \dfrac{-2+1}{2} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2} = 1$.

Ответ: 1.

5. $P = I^2 R$, $R = \dfrac{P}{I^2}$.

Ответ: $R = \dfrac{P}{I^2}$.

6. $(x^2-1)(x-1) = (x-1)(x+1)(x-1) = (x-1)^2(x+1)$.

Ответ: 3.

7. $\dfrac{a+b}{a} - \dfrac{a+b}{b} = \dfrac{(a+b)b - a(a+b)}{ab} = \dfrac{(a+b)(b-a)}{ab} = \dfrac{b^2-a^2}{ab}$.

Ответ: $\dfrac{b^2-a^2}{ab}$.

8. $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 3}{3} = 2$.

Ответ: 2.

9. $x^2 - 2x - 3 = 0$. $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

Ответ: -1; 3.

10. А) $\begin{cases} x^2 - 2y - 1 = 0, \\ x - y = 1 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x^2 + 2y - 1 = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$

В) $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = 0, \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$ Установим соответствие между системой уравнений и множеством их решений:

3) $x = 1, y = 0$ — соответствует А;

2) $x = 0, y = -0{,}5$ — соответствует В;

1) $x = -1, y = 0$ — соответствует Б.

Ответ: А – 3; Б – 1; В – 2.

11. Так как периметр угольника можно задать выражением $4(x + 7)$, то $4(x + 7) = 52$ — уравнение, соответствующее условию задачи.

Ответ: 2.

12. $12 - 3x > 2(x - 6) - 1$, $-3x - 2x > -12 - 1 - 12$, $-5x > -25$, $x < 5$.

Ответ: $(-\infty; 5)$.

13. $-2x^2 + 4x - 2 \geqslant 0$, $2x^2 - 4x + 2 \leqslant 0$, $x^2 - 2x + 1 \leqslant 0$, $(x - 1)^2 \leqslant 0$, $x = 1$.

Ответ: 1.

14. $a_1 = 3$; $d = -1{,}5$. $a_n = a_1 + d(n - 1) > -6$, $3 - 1{,}5n + 1{,}5 > -6$, $6 + 4{,}5 > 1{,}5n$, $10{,}5 > 1{,}5n$, $n < 7$, $n = 6$.

Ответ: 2.

15. $y = x^2 - 2x - 3$, ветви вверх, то есть подходят рисунок 1 и рисунок 2. Вершина в точке $(1; -4)$.

Ответ: 1.

16. $2 = \dfrac{10}{b_1}$, $2 = \dfrac{5}{b_2}$, $b_1 = \dfrac{10}{2} = 5$; $b_2 = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$. $b_1 - b_2 = 5 - 2{,}5 = 2{,}5$.

Ответ: 2,5.

17. Цифра 3 может стоять в числе десятков — таких чисел 10, или в числе единиц — их 9. Всего 18 двузначных чисел, в записи которых присутствует цифра 3 ($10 + 9 - 1 = 18$, так как одно число, а именно 33, подсчитано дважды). А всего двузначных чисел 90. Вероятность равна $\dfrac{18}{90} = 0{,}2$.

Ответ: 0,2.

18. $55 + 52 + 60 + 52 + 80 + 60 + 54 = 413$, $413 : 7 = 59$.

Ответ: 59.

19. $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = x^2(2x - 1) - 4(2x - 1) = (x^2 - 4)(2x - 1) =$
$= (x - 2)(x + 2)(2x - 1) = 0$. Следовательно, $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, $x_3 = \dfrac{1}{2}$.

Ответ: −2; 0,5; 2.

20. $(\sqrt{18} - 4{,}2)(4x - 9) < 0$. Так как $\sqrt{18} - 4{,}2 > 0$, то $4x - 9 < 0$, $4x < 9$, $x < 2{,}25$.

Ответ: $(-\infty; 2{,}25)$.

21. $b_4 = \dfrac{1}{3}, b_6 = 6, b_6 = b_4 \cdot q^2, 6 = \dfrac{1}{3} \cdot q^2, q^2 = 18, b_8 = b_6 \cdot q^2 = 6 \cdot 18 = 108$.

Ответ: 108.

22. Прямая $y = cx - 6$ — касательная к параболе $y = x^2 + 3x - 2$ в точке $(x_0; y_0)$, $x_0 > 0$, $y_0 > 0$. Вершина параболы находится в точке

$\left(-\frac{3}{2}; -\frac{17}{4}\right)$. Поэтому $c > 0$, то есть касательная проведена к правой ветви параболы.

Решим уравнение: $cx - 6 = x^2 + 3x - 2$, $x^2 + x(3 - c) + 4 = 0$. Это уравнение имеет единственный корень, когда его дискриминант D равен нулю. $D = (3 - c)^2 - 16 = 0$, $(3 - c)^2 = 16$. Условию $c > 0$ удовлетворяет корень уравнения $c = 7$. Уравнение $x^2 + x(3 - 7) + 4 = 0$, $(x - 2)^2 = 0$ имеет единственный корень $x_0 = 2$. Тогда $y_0 = 8$.

Ответ: 7.

23. Пусть x рублей — сто́ит стакан сока в первом кафе, тогда пирожные в нём стоят $93 - 2x$ рублей, их было 3, значит, одно пирожное стоит $\frac{93 - 2x}{3}$ рублей. Во втором кафе сок стоит $1{,}5x$ рублей и купили его 3 стакана, то есть стоимость сока во втором кафе $3 \cdot 1{,}5x$ рублей. Стоимость пирожных, купленных во втором кафе, равна $151{,}5 - 4{,}5x$ рублей, то есть одно пирожное стоит $\frac{151{,}5 - 4{,}5x}{4}$ рублей. Составляем уравнение из того условия, что стоимость пирожного в первом кафе такая же, как и во втором: $\frac{151{,}5 - 4{,}5x}{4} = \frac{93 - 2x}{3}$, $151{,}5 \cdot 3 - 4{,}5x \cdot 3 = 93 \cdot 4 - 4 \cdot 2x$, $454{,}5 - 372 = 13{,}5x - 8x$, $82{,}5 = 5{,}5x$, $x = 15$.

Ответ: 15.

Решение варианта №24

1. $0{,}085 = 8{,}5 \cdot 10^{-2}$.

Ответ: 3.

2. Из 100 кг лепестков розы можно получить $100 \cdot 0{,}04 = 4$ кг $= 4000$ г масла.

Ответ: 2.

3. $\frac{a}{b} < 0$, $\left|\frac{a}{b}\right| > 1$, $\frac{b}{a} < 0$, $\left|\frac{b}{a}\right| < 1$. $\frac{a}{b} < \frac{b}{a} < 1$.

Ответ: 1.

4. $(2y + 1)^2 + \frac{1}{y - 1}$ при $y = 0{,}5$; $(1 + 1)^2 + \frac{1}{-0{,}5} = 4 - 2 = 2$.

Ответ: 2.

5. $T = \dfrac{1}{\nu}$, $\nu = \dfrac{1}{T}$.

Ответ: $\nu = \dfrac{1}{T}$.

6. $(x-2)^2(x+2) = (x-2)(x-2)(x+2) = (x^2-4)(x-2)$.

Ответ: 4.

7. $\dfrac{2a-1}{b} - \dfrac{b}{a} = \dfrac{2a^2-a-b^2}{ab}$.

Ответ: $\dfrac{2a^2-a-b^2}{ab}$.

8. $\dfrac{5}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{5}{\sqrt{5\cdot3\cdot3}} = \dfrac{5}{3\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{15} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Ответ: 2.

9. $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-8} = 3 \pm 1$, $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

Ответ: 2; 4.

10. А) $\begin{cases} -x + 3y + 1 = 0, \\ x - 3y = 1 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} -x - 3y + 4 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases}$

В) $\begin{cases} -x - 5y - 2 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases}$

1) $x = -2; y = 0$ — соответствует системе В;

2) $x = 1; y = 0$ — соответствует системе А;

3) $x = -0{,}5; y = 1{,}5$ — соответствует системе Б.

Ответ: А – 2; Б – 3; В – 1.

11. С одной стороны, площадь исходного квадрата равна $(x+8)^2$. С другой стороны, он составлен из угольника и остающегося маленького квадрата, то есть его площадь равна $160 + x^2$. Получаем уравнение: $(x+8)^2 = 160 + x^2$, $(x+8)^2 - x^2 = 160$.

Ответ: 2.

12. $12 + 5x > 4(x-2)$, $12 + 5x > 4x - 8$, $5x - 4x > -8 - 12$, $x > -20$.

Ответ: $(-20; +\infty)$.

13. $x^2 - 5x + 4 \geqslant 0$, $x^2 - 5x + 4 = 0$, $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \dfrac{5 \pm 3}{2}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 1$.

Ответ: $(-\infty; 1] \cup [4; \infty)$.

14. $a_1 = -2$, $d = 0{,}3$. $a_n = a_1 + d(n-1) = -2 + 0{,}3(n-1) = 0{,}3n - 2{,}3$; $0{,}3n - 2{,}3 < 4$; $0{,}3n < 6{,}3$; $n < 21$. Наибольшее значение n равно 20.

Ответ: 1.

15. Так как графиком функции $y = x^2 - 6x + 5$ является парабола, ветви которой направлены вверх, то сразу отпадают рисунки 1 и 3. Координаты вершины параболы $(3; -4)$. Тогда подходит рисунок 2.

Ответ: 2.

16. I. $a_1 = \frac{10}{5} = 2.$

II. $a_2 = \frac{5}{5} = 1.$

$a_1 - a_2 = 1.$

Ответ: 1.

17. Двузначных чисел с цифрой 0 на конце 9, а всего двузначных чисел 90. Значит, вероятность равна $\frac{9}{90} = 0{,}1.$

Ответ: 0,1.

18. $100 + 120 + 150 + 90 + 120 + 170 + 160 + 190 + 180 + 130 + 150 + 180 = 1740, \quad 1740 : 12 = 145.$

Ответ: 145.

19. $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$. Проверкой убеждаемся, что $x = 2$ — корень уравнения.

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -9x^2 & +26x & -24 & x-2 \\ \cline{5-5}
\underline{x^3} & \underline{-2x^2} & & & x^2-7x+12 \\
 & -7x^2 & +26x & & \\
 & \underline{-7x^2} & \underline{+14x} & & \\
 & & 12x & -24 & \\
 & & \underline{12x} & \underline{-24} & \\
 & & & 0 &
\end{array}$$

$x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = (x - 2)(x^2 - 7x + 12), \quad x^2 - 7x + 12 = 0.$

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}, \quad x_1 = 3, \ x_2 = 4.$

$x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = (x - 2)(x - 3)(x - 4).$

Ответ: 2; 3; 4.

20. $(8{,}2 - \sqrt{70})(15 - 2x) > 0$. Так как $8{,}2^2 < 70$, то $8{,}2 - \sqrt{70} < 0$. Значит, $15 - 2x < 0, \quad 2x > 15, \quad x > 7{,}5.$

Ответ: $(7{,}5; +\infty)$.

21. $b_3 = \frac{1}{5}, \quad b_5 = 4, \quad b_5 = b_3 \cdot q^2, \quad q^2 = \frac{b_5}{b_3} = \frac{4}{\frac{1}{5}} = 20.$

$b_7 = b_5 \cdot q^2 = 4 \cdot 20 = 80.$

Ответ: 80.

22. Прямая $cx + y = 2$ касается параболы $y = -x^2 + 4x + 1$ в точке с отрицательными координатами.

Прямая $y = -cx+2$ и парабола $y = -x^2+4x+1$ имеют единственную общую точку тогда и только тогда, когда уравнение $-cx+2 = -x^2+4x+1$ имеет единственный корень. Это уравнение равносильно квадратному уравнению $x^2 + x(-4 - c) + 1 = 0$. Его дискриминант D должен быть равен 0. $D = (-4-c)^2 - 4 = 0$, $(-4-c)^2 = 4$, $c_1 = -6$, $c_2 = -2$.

1) Если $c = -6$, то касательная имеет вид $y = 6x + 2$. Уравнение $6x + 2 = -x^2 + 4x + 1$ имеет единственный корень $x_0 = -1$. Так как $y_0 = y(-1) = -4$, то точка касания имеет координаты $(-1; -4)$. Значит, $c = -6$ удовлетворяет условию задачи.

2) Если $c = -2$, то касательная имеет вид $y = 2x + 2$. Уравнение $2x+2 = -x^2+4x+1$ имеет единственный корень $x_0 = 1$. Следовательно, $c = -2$ не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: -6.

23. Пусть x рублей стоила первоначально одна скалярия. Тогда два барбуса и один гуппи стоили 150 рублей, а два барбуса, 3 скалярии и 5 гуппи стоили 470 рублей, то есть 4 гуппи стоили $470 - 150 - 3x$ рублей; 1 гуппи стоил $\dfrac{320-3x}{4}$ рублей. Через месяц 1 гуппи дешевле на 6 рублей, то есть стоит $\dfrac{320-3x}{4} - 6$ рублей. Мальчик купил 2 скалярии за $2 \cdot 1{,}5 \cdot x$ рублей, и ещё 6 гуппи за $6 \cdot \left(\dfrac{320-3x}{4} - 6\right)$ рублей. Вся покупка обошлась в 360 рублей. Составим уравнение:

$$2 \cdot 1{,}5 \cdot x + 6 \cdot \left(\frac{320-3x}{4} - 6\right) = 360, \quad 3x + \frac{320-3x-24}{2} \cdot 3 = 360,$$

$6x + (296 - 3x) \cdot 3 = 720$, $6x - 9x = 720 - 888$, $3x = 168$, $x = 56$.

Ответ: 56.

Глава II. Сборник задач

§ 1. Базовый уровень (часть 1)

1.1. Проценты

1. Средний рост девочек того же возраста, что и Тома, равен 150 см. Рост Томы на 8% выше среднего. Какой рост у Томы?

2. В цветочном магазине цена непроданной розы каждый день снижается на 15%. Сколько будет стоить роза на третий день, если в первый день её продавали по 80 рублей?

3. Детёныш кенгуру может прыгнуть в высоту на 1,44 м, что составляет 75% от высоты прыжка его отца. Какова высота прыжка взрослого кенгуру в сантиметрах?

4. В два магазина завезли одинаковое количество порций мороженого. К концу рабочего дня в первом магазине число порций мороженого уменьшилось на 50%, а во втором — в полтора раза. В каком магазине осталось больше порций мороженого?

5. В двух библиотеках было одинаковое число книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 80%, а во второй — в 1,7 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

6. В зоомагазине в двух аквариумах было одинаковое количество хомячков. Через 2 месяца в первом аквариуме число хомячков увеличилось на 60%, а во втором — в 1,6 раза. В каком аквариуме хомячков стало больше?

7. На первом складе готовой продукции было в 2 раза больше комплектов мебели, чем на втором. Через неделю на обоих складах стало мебели поровну. На сколько процентов увеличилось количество продукции на втором складе, если на первом оно осталось без изменений?

8. В большом аквариуме количество рыб было в два раза больше, чем в маленьком аквариуме. Через год в большом аквариуме число рыб уменьшилось на 25%, а в маленьком — увеличилось в 1,5 раза. В каком аквариуме после этого рыб стало больше?

9. В первом спичечном коробке количество спичек было в 3 раза больше, чем во втором. Через день в первом коробке число спичек уменьшилось в 4 раза, а во втором — на 30%. В каком коробке после этого спичек стало больше?

10. На складе A было на 50% продукции больше, чем на складе B. Через месяц количество продукции на складе A стало в 1,25 раз меньше, а на складе B — на 25% больше, чем было. На каком складе продукции стало больше?

11. Среди учащихся 9-х классов некоторой школы доля отличников составляет 15%, а неуспевающих по какому-либо предмету — в 8 раз меньше, чем школьников, имеющих положительные отметки по всем дисциплинам. Какое наименьшее количество человек может обучаться в школе, если приведённые данные точные (не подвергались округлению)?

12. Среди учеников школы поровну мальчиков и девочек, при этом доля блондинок среди девочек составляет 15%, а блондинов — в 6 раз меньше, чем мальчиков с иным цветом волос. Кого в школе больше, блондинов или блондинок?

13. Спортсмен после серии тренировок улучшил свой результат на 0,25 от исходного результата. На сколько процентов спортсмен улучшил результат?

14. За две недели октября средняя дневная температура воздуха понизилась на 30%. Какой она стала, если была $20°C$?

15. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 г соли приготовить 5%-ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг.)

16. Мотоциклист преодолевает расстояние S км за 10,5 ч. На сколько процентов следует увеличить его скорость, чтобы то же расстояние он преодолел за 8 ч 24 мин?

17. В походе приняли участие 20 девочек и 60 мальчиков. Сколько процентов мальчиков по отношению к общему количеству ребят участвовало в походе?

18. В новом году зарплата рабочего была увеличена на 20%. Сколько рублей теперь выплачивается рабочему в качестве зарплаты, если до увеличения его зарплата составляла 4000 рублей?

19. Цена товара составляет 600 рублей. Сколько будет стоить товар, если его цену поднимут на 15%?

20. По расчётам одной группы физиков, масса барионной материи (нейтроны, протоны и электроны) составляет $\frac{1}{25}$ массы Вселенной, а по расчётам другой группы физиков, масса всех нейтронов, протонов и электронов во Вселенной составляет 4,5% всей её массы. Какая группа физиков отводит массе барионной материи бóльшую долю?

21. Два банковских филиала обслуживали в прошлом году одинаковое количество клиентов. В этом году количество клиентов в первом филиале увеличилось на 150%, а во втором — в 2,5 раза. В каком филиале стало больше клиентов?

§ 2. Повышенный уровень (часть 2)

2.1. Преобразования алгебраических выражений

Упростите выражение (22–61):

22. $\frac{25x^2-9}{x^2+x-12}\cdot\frac{x+4}{5x+3}+\frac{2x}{3-x}$.

23. $\frac{9x^2-49}{2x^2+15x-8}\cdot\frac{x+8}{3x+7}-\frac{1}{1-2x}$.

24. $\left(\frac{x+3y}{x^2y-3xy^2}+\frac{3}{x^2+3xy}\right)\cdot\frac{9y^3-x^2y}{(9y+x)^2}$.

25. $\left(\frac{2x+y}{2x^2y-xy^2}-\frac{2}{y^2+2xy}\right):\frac{(6x+y)^2}{4x^3-y^2x}$.

26. $\left(\frac{a^2-4b^2}{a^2+ab-6b^2}-\frac{a^2-9b^2}{a^2+6ab+9b^2}\right)\cdot\frac{a+3b}{b}$.

27. $\left(\frac{6a+1}{a^2-6a}+\frac{6a-1}{a^2+6a}\right)\cdot\frac{a^4-35a^2-36}{a^4+2a^2+1}$.

28. $\left(\frac{x+7a}{7ax-x^2}+\frac{x-7a}{7ax+x^2}\right):\frac{28a}{x^2-49a^2}$.

29. $\left(\frac{x-4a}{4ax-x^2}+\frac{4a+x}{4xa+x^2}\right):\frac{16a}{x^2-16a^2}$.

30. $\left(\frac{x^2-2ax+4a^2}{x-2a}+\frac{x^2+2ax+4a^2}{2a+x}\right)\cdot\frac{4a^2-x^2}{2x^3}$.

31. $\left(\frac{x+4a}{x-a}-\frac{3-ax}{x+a}-\frac{5a-3-a^2}{x^2-a^2}:\frac{1}{x}\right)\cdot(x^2-a^2)$.

32. $\frac{b^2}{a-b}:\left(\frac{a^2+ab+b^2}{ab+b^2}-\frac{a^2-ab+b^2}{ab-b^2}\right)$.

33. $\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\right)\cdot\frac{ab^3-a^4}{b^5-4a^4b}$.

34. $\left(\frac{2a-4b}{b^2+4ab}-\frac{3a+b}{b^2-4ab}\right)\cdot(b^2-4ab)+\frac{21a^2+6b^2-9ab}{4a+b}$.

35. $\left(\frac{a+b}{a^2-b}-\frac{a-b}{a^2+b}\right):\frac{a+1}{a^2-b}$.

36. $\frac{16}{a+5}-\frac{3-2a}{72a^2+24a+8}\cdot\frac{-8+216a^3}{2a^2+7a-15}$.

37. $\left(\frac{1}{a-1}-\frac{a^2-1}{a+1}\right)^{-1}+\frac{a^2-a-1}{a^2-2a}$.

38. $\left(\dfrac{a}{a+1}+\dfrac{1}{a-1}\right)^{-1}+\dfrac{2}{a^2+1}$.

39. $\dfrac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

40. $\dfrac{(a+b)^3}{a^2-ab+b^2}-3\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{3}{a+b}\right)^{-1}$.

41. $\left(a+\dfrac{b-a}{1+ab}\right):\left(1-\dfrac{a(b-a)}{1+ab}\right)$.

42. $\left(a-\dfrac{4a-9}{a-2}\right):\left(2a-\dfrac{2a}{a-2}\right)$.

43. $\left(x+1-\dfrac{12x-13}{x+3}\right):\left(x-3-\dfrac{7}{x+3}\right)$.

44. $\dfrac{x}{\dfrac{2}{x+1}-1}-\dfrac{2+\dfrac{4x}{1-x}}{x+1}+3$.

45. $\dfrac{18\cdot 12^{3n-1}}{9^{2n+1}\cdot 2^{4n-3}}$.

46. $\left(\dfrac{3}{4a-b}-\dfrac{2}{4a+b}-\dfrac{1}{4a-5b}\right):\dfrac{b^2}{16a^2-b^2}$.

47. $\left(\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+5x+6}\right):\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+3}\right)$.

48. $\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{13}{4-\sqrt{3}}\right)\cdot\dfrac{1}{3+3\sqrt{3}}$.

49. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$.

50. $\left(\dfrac{2m}{m-7}+\dfrac{4m}{m^2-14m+49}\right)\cdot\dfrac{m^2-9m+14}{m-5}+\dfrac{10m}{7-m}$.

51. $\left(\dfrac{m}{m-5}+\dfrac{3m}{2m^2-11m+5}\right)\cdot\dfrac{m^2+m-30}{m+1}-\dfrac{4m}{2m-1}$.

52. $\sqrt{(2-\sqrt[3]{20})^2}+\sqrt{(3-\sqrt[3]{20})^2}$.

53. $\sqrt{(\sqrt[5]{240}-2)^2}+\sqrt{(\sqrt[5]{240}-3)^2}$.

54. $\left(\left(\dfrac{b^2-2b+2}{b^4+4}\right)^{-1}-1\right)\cdot(b+1)^{-1}$.

55. $x^{-8} \cdot \left(\frac{1}{x-1} + (x+1)(x^2+1)(x^4+1)\right)$.

56. $\frac{4 \cdot 36^n}{2^{2n+2} \cdot 3^{2n-3}}$.

57. $\frac{8 \cdot 100^n}{5^{2n-2} \cdot 2^{2n+1}}$.

58. $\frac{\left(5^{1-5n}\right)^2 \cdot \left(4^{2n+1}\right)^3 \cdot (2{,}5)^{11n}}{160}$.

59. $81 \cdot \frac{\left(3 \cdot 3^n\right)^{3n}}{\left(9^n\right)^2} : 27^{n^2-n}$.

60. $\frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}$.

61. $\sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{10}-4\right)^2}$.

Найдите сумму иррациональных чисел (62–63):

62. $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}} + \sqrt{21+12\sqrt{3}}$.

64. Между какими соседними натуральными числами заключено значение выражения $\frac{1}{\sqrt{4}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}$?

65. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}+\sqrt{13}\right)} + \frac{1}{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)} +$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{15}\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)}.$$

Упростите выражение (66–67):

66. $\frac{\sqrt{ab}-a}{\sqrt{-a}}$.

67. $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$ $(a < 0, b < 0)$.

Сократите дробь (68–71):

68. $\frac{2ab - 10a + 5 - b}{2a^2 - 7a + 3}$.

69. $\frac{6 - 9n + 6mn - 4m}{3n^2 + n - 2}$.

70. $\dfrac{3ab+21a+2b+14}{9a^2+9a+2}$.

71. $\dfrac{4ab-16a+b-4}{16a^2-8a-3}$.

Упростите выражение (72–85):

72. $\left(\dfrac{n+1}{n^2+4n+4}-\dfrac{n-1}{n^2-4}\right):\dfrac{2n}{(n+2)^2}$.

73. $\left(\dfrac{x}{x^2-2x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right):\dfrac{5}{(x-1)^2}$.

74. $\left(\dfrac{a(1-a)}{2}+\dfrac{a^2-4a+3}{2a^2-6a}\right):(a-1)^2$.

75. $\left(\dfrac{(b^2-3b+2)(b-1)}{b^2}-\dfrac{b^2-4b+3}{b}\right):(b-1)^2$.

76. $\left(\dfrac{k+2}{k^2+3k-4}-\dfrac{k-8}{k^2+8k+16}\right):\dfrac{5}{(k+4)^2}$.

77. $\left(\dfrac{1}{t^2-4}-\dfrac{1}{t^2+t-6}\right):\dfrac{1}{t^2+5t+6}$.

78. $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$.

79. $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.

80. $\left(\dfrac{m-3}{m^2-4m+3}-\dfrac{2m}{m^2-1}\right):\dfrac{1}{5m+5}$.

81. $\left(\dfrac{m+3}{m^2+4m+4}-\dfrac{2m+6}{m^2+5m+6}\right)\cdot\dfrac{m^2-4}{m+1}$.

82. $\left(\dfrac{x-1}{x^2-6x+8}-\dfrac{3}{x^2-16}\right):\dfrac{2x^2+4}{x^2+2x-8}+\dfrac{1}{8-2x}$.

83. $\left(\dfrac{x+6}{x^2-6x}+\dfrac{x-6}{x^2+6x}\right):\dfrac{x^2+36}{x^2-36}-\dfrac{2}{x}$.

84. $\left(\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}-\dfrac{a^2}{a+b}\right)\left(\dfrac{-1}{b^2}\right)$.

85. $\left(\dfrac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}+\dfrac{b}{a+b}\right)\dfrac{a+b}{3b}$.

86. Докажите тождество: $\left(\dfrac{2a+1}{2a-1}-\dfrac{2a-1}{2a+1}\right)\cdot\left(1-\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{4a^2}\right)=\dfrac{4a-2}{2a^2+a}$.

Упростите выражение (87–95):

87. $\left(a-b+\frac{4ab}{a-b}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{2ab}{b^2-a^2}\right)$.

88. $\frac{1}{3b-1}-\frac{27b^3-3b}{9b^2+1}\cdot\left(\frac{3b}{9b^2-6b+1}-\frac{1}{9b^2-1}\right)$.

89. $\frac{3}{2a-3}-\frac{8a^3-18a}{4a^2+9}\cdot\left(\frac{2a}{4a^2-12a+9}-\frac{3}{4a^2-9}\right)$.

90. $\left(\frac{2x}{x+1}+\frac{3}{x-4}-\frac{6-4x}{x^2-3x-4}\right):\frac{2x-3}{x}$.

91. $\frac{2x-5}{x}:\left(\frac{2x}{x+3}+\frac{2}{x-2}-\frac{21-3x}{x^2+x-6}\right)$.

92. $\left(\frac{1}{a+2}+\frac{5}{a^2-a-6}+\frac{2a}{a-3}\right)\cdot\frac{a}{2a+1}$.

93. $\left(\frac{2}{b+1}+\frac{10}{b^2-3b-4}+\frac{3b}{b-4}\right):\frac{3b+2}{3}$.

94. $\left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m+2}-\frac{m^2-2m}{m^2-2m-3}\right):\frac{1}{m^2-m-6}-\frac{5}{m+1}$.

95. $\left(\frac{m^2+3m}{m^2+3m-4}-\frac{m^2-4m}{m^2-4m+3}\right):\frac{m}{m^2+m-12}$.

96. Разложите многочлен mn^2-n^2+mn-n на линейные множители.

97. Сократите дробь $\frac{3x^2+7x-6}{x^2-9}$ при $x\neq\pm3$.

98. Разложите на множители $\frac{1}{xy}\cdot(x^3y-2xy^3-x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

99. Разложите на множители $\frac{1}{xy}\cdot(x^3y-3xy^3+2x^2y^2)$ при $xy\neq0$.

100. Найдите наименьшее значение выражения
$(2x^2+3y+x+5)^2+(y+3-2x)^2$ и значения x и y, при которых оно достигается.

101. Найдите наименьшее значение выражения
$(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ и значения x и y, при которых оно достигается.

102. Найдите наименьшее значение выражения
$(17-4x-5y)^2+(3x-y-4{,}2)^2+3$ и значения x и y, при которых оно достигается.

103. Найдите все пары чисел $(x_0;y_0)$, при которых верно равенство
$\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

104. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при которых равны значения выражений $2 + \sqrt{2a - 3b - 1}$ и $\sqrt{4 - (a - 2b)^2}$.

2.2. Уравнения и системы уравнений

2.2.1. Уравнения

Решите уравнение (105–117):

105. $\dfrac{2}{x^2 - x - 12} + \dfrac{6}{x^2 + 4x + 3} = \dfrac{1}{x + 3}$.

106. $\dfrac{3}{x^2 + 4x - 5} - \dfrac{5}{x^2 - 8x + 7} = \dfrac{2}{x - 1}$.

107. $\dfrac{3}{x^2 + x - 6} - \dfrac{2}{2x^2 - 5x + 2} = \dfrac{x}{2x^2 + 5x - 3}$.

108. $\dfrac{x}{2 + 3x} - \dfrac{5}{3x - 2} = \dfrac{15x + 10}{4 - 9x^2}$.

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$.

110. $2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x = 0$.

111. $10x^4 - 45x = 30x^2 - 15x^3$.

112. $(x^2 + 3)^2 + 3 = 7x^3 - 7x^2 + 7x$.

113. $5x^3 + 3x^2 - 5x - 3 = 0$.

114. $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$.

115. $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$.

116. $x^6 - 2x^4 + 4x^2 - 8 = 0$.

117. $x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0$.

118. Докажите, что уравнение $\left(x^2 + 8x + 17\right)\left(x^2 - 4x + 7\right) = 3$ не имеет корней.

119. Докажите, что уравнение $\left(x^2 - 6x + 10\right)\left(x^2 - 10x + 32\right) = 7$ не имеет корней.

Решите уравнение (120–121):

120. $\dfrac{3}{x^2 - 2x + 1} + \dfrac{2}{1 - x^2} = \dfrac{1}{x + 1}$.

121. $\dfrac{4}{x^2 + 6x + 9} - \dfrac{6}{9 - x^2} = \dfrac{1}{x - 3}$.

122. Найдите координаты точек пересечения параболы $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ и прямой $2x - y - 5 = 0$.

123. Найдите координаты точек пересечения параболы
$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 7$ и прямой $3x + 2y - 1 = 0$.

124. Найдите все целые решения уравнения $x^2 + \frac{2}{x^2} = 3$.

125. График функции $y = ax^2+bx+c$ со старшим коэффициентом $a = 1$ — парабола с вершиной в точке $(3; 3)$. Найдите её точки пересечения с прямой $y = 2x$.

126. Найдите все решения уравнения $\frac{x^2 - 10}{x^2 + 2} + x^2 - 2 = 1$.

127. Найдите точки пересечения прямой $y - x - 3 = 0$ с окружностью $x^2 + y^2 = 9$.

Решите уравнение (128–131):

128. $(x^2 - 6x + 9)^2 + 2(x - 3)^2 = 3$.

129. $(x^2 + 4x + 4)^2 + 3(x + 2)^2 = 4$.

130. $\left(\frac{(x^2-5)^2}{4} - 3\right)\left(\frac{(x^2-5)^2}{4} + 2\right) - 6 = 0$.

131. $\left(\frac{(x^2-1)^2}{3} - \frac{21}{8}\right)\left(\frac{(x^2-1)^2}{3} + 5\right) - 3 = 0$.

Решите систему уравнений (132–133):

132. $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

133. $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 4x^2 - y^2 = 0. \end{cases}$

134. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 4\sqrt{2}x + 2 = 2x - \sqrt{2}$.

135. Выясните, имеет ли уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ действительные корни.

136. Выясните, имеет ли действительные корни уравнение
$x^2 + 2x\sqrt{2} + 8{,}4 = -3x$.

137. Определите, сколько различных действительных корней имеет уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$.

138. Определите уравнение, имеющее наименьшую сумму корней:
1) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; 2) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$; 3) $\sqrt{2}x^2 - 2x - 1 = 0$.

2.2.2. Системы уравнений

Решите систему уравнений (139–148):

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

140. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ 3x - 7y = -29. \end{cases}$

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ xy = 1. \end{cases}$

142. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ xy = 2. \end{cases}$

143. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 3, \\ \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$

144. $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y+2} - \dfrac{y+4}{x-1} = \dfrac{25}{2}, \\ x - y = 2. \end{cases}$

145. $\begin{cases} y^2 - x^2 = 9, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$

146. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

147. $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ x + y - 6 = 0. \end{cases}$

148. $\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9. \end{cases}$

149. Среднее геометрическое двух чисел на 12 больше меньшего из этих чисел, а среднее арифметическое тех же чисел на 24 меньше большего из чисел. Найдите эти числа.

Решите систему уравнений (150–158):

150. $\begin{cases} 2x - \dfrac{12x + y}{8} = 3, \\ \dfrac{x - y}{2} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{y}{3}. \end{cases}$

151. $\begin{cases} \dfrac{x + y}{5} + 2x = 11, \\ \dfrac{3y}{5} + \dfrac{y - x}{15} = \dfrac{x}{5}. \end{cases}$

152. $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3} + \dfrac{11}{3} = 2x, \\ 2 + \dfrac{y-x}{4} = \dfrac{y}{7}. \end{cases}$

153. $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{4} - \dfrac{15}{2} = -\dfrac{x}{2}, \\ \dfrac{5y}{2} + 3 = -\dfrac{x+y}{5}. \end{cases}$

154. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 7, \\ x + 5xy + y = 1. \end{cases}$

155. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 6, \\ x + 10xy + y = 2. \end{cases}$

156. $\begin{cases} 2(x-3) - 4(y+7) = 1, \\ 3(2-x) + 7(y-1) = 3. \end{cases}$

157. $\begin{cases} \dfrac{5x}{6} + \dfrac{2y-x}{3} = 1, \\ \dfrac{x}{6} - \dfrac{y-2x}{3} = -2\dfrac{2}{3}. \end{cases}$

158. $\begin{cases} x^2 - y = 2, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$

159. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами (x^2, y^2). Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

160. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y^2 = 7, \\ xy^2 = 12. \end{cases}$

161. Координатная плоскость подвергается следующему преобразованию: точка с координатами (x, y) переходит в точку с координатами $(|x|, |y|)$. Найдите точки, которые при этом преобразовании останутся на своих прежних местах.

Решите систему уравнений (162–181):

162. $\begin{cases} \dfrac{9}{x+y} + \dfrac{2}{x-y} = 3, \\ \dfrac{18}{x+y} - \dfrac{5}{x-y} = -3. \end{cases}$

163. $\begin{cases} \dfrac{6}{x+y} + \dfrac{5}{x-y} = 7, \\ \dfrac{3}{x+y} - \dfrac{2}{x-y} = -1. \end{cases}$

164. $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + \dfrac{12}{x+y} = 3, \\ \dfrac{8}{x-y} - \dfrac{18}{x+y} = -1. \end{cases}$

165. $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y} - \dfrac{8}{x+y} = -2, \\ \dfrac{9}{x-y} + \dfrac{10}{x+y} = 8. \end{cases}$

166. $\begin{cases} (2x+y)^2 = 2x+2+y, \\ x-y=7. \end{cases}$

167. $\begin{cases} (3x-y)^2 = 12-3x+y, \\ x+y=5. \end{cases}$

168. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 1 = \dfrac{6y}{x}, \\ x+y=3. \end{cases}$

169. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + 3 = \dfrac{4y}{x}, \\ y-x=5. \end{cases}$

170. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 1, \\ x - 11xy - y = -1. \end{cases}$

171. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 2, \\ x + 10xy - y = 1. \end{cases}$

172. $\begin{cases} 3x^2 + 2xy = 9, \\ |2x+y| = 5. \end{cases}$

173. $\begin{cases} 2xy + y^2 = 15, \\ |x-y| = 6. \end{cases}$

174. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{6y}{x} = 5, \\ x^2 + 4xy - 3y^2 = 18. \end{cases}$

175. $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$

176. $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ (3x + y)(9x^2 - y^2) = 128. \end{cases}$

177. $\begin{cases} (x^2 - 4y^2)(x - 2y) = 640, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$

178. $\begin{cases} (x^2 - y^2)(x - y) = 81, \\ x + y = 9. \end{cases}$

179. $\begin{cases} (y^2 - x^2)(y - x) = 75, \\ x - y = -5. \end{cases}$

180. $\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3. \end{cases}$

181. $\begin{cases} x(x + y) = 15, \\ y(x + y) = 10. \end{cases}$

2.3. Неравенства и системы неравенств

Решите неравенство (182–189):

182. $x - 2 \leqslant \dfrac{-6{,}25}{x + 3}$.

183. $x - 2 \leqslant \dfrac{-2{,}25}{x + 1}$.

184. $\dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{4x + 1} \geqslant \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 20}}{2x + 3}$.

185. $\dfrac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}} \geqslant \dfrac{5x + 1}{\sqrt{-x^2 - 0{,}5x + 0{,}5}}$.

186. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} > 7$.

187. $x^2 + \dfrac{4}{x^2} < 5$.

188. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1 \leqslant 0$.

189. $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4 \leqslant 0$.

Решите систему неравенств (190–193):

190. $\begin{cases} \dfrac{6 - x}{x + 3} \geqslant 0, \\ \dfrac{1}{x} \leqslant -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

191. $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{4}. \end{cases}$

192. $\begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 - \frac{x}{4} < x. \end{cases}$

193. $\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0. \end{cases}$

Найдите область определения выражения (194—201):

194. $\frac{\sqrt{14x^2 - 3x - 5}}{x^3 - x}$.

195. $\frac{\sqrt{3x^2 - 20x - 7}}{2x^2 + 5x} + \frac{2x+1}{3x-21}$.

196. $\frac{\sqrt{x^2 - 4x - 21}}{x^2 - 25}$.

197. $\frac{100 - x^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$.

198. $\frac{\sqrt[6]{x^2 + 2x + 1}}{14 - 3x}$.

199. $\frac{\sqrt[4]{x + 12 - x^2}}{4 - x^2}$.

200. $\frac{\sqrt{x-5} \cdot \sqrt{x^2 - 36}}{x^2 - 49}$.

201. $\frac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7 - x^2}}{5 + x^3}$.

202. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{2x^2 + 9x - 35}$ не имеет смысла?

203. При каких значениях переменной x выражение $\sqrt{16 - 2x - 3x^2}$ имеет смысл?

204. При каких x имеет смысл выражение $\sqrt{\frac{20x - 11x^2 - 3x^3}{x}}$?

205. Найдите все s, при которых выражение $\sqrt{\frac{123}{11s - 6 - 3s^2}}$ имеет смысл.

206. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{x^2-9}{(x+3)\sqrt{2x^2-11x+12}}$.

207. Найдите множество значений x, при которых не определено выражение $\dfrac{\sqrt{4x^2-11x-3}}{1-\dfrac{6}{x+1}}$.

208. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y < 7, \\ y - 2x > 0, \\ x + y > 5. \end{cases}$$

209. Найдите все целочисленные решения (x, y) системы неравенств
$$\begin{cases} y < 1, \\ x - y < 5, \\ 3x + y > 3. \end{cases}$$

210. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6-x}{2} - 4 < \dfrac{2+3x}{5} - 1, \\ x - \dfrac{6-x}{2} < \dfrac{x}{3}. \end{cases}$

211. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств $\begin{cases} \dfrac{6x+1}{3} - \dfrac{5x-1}{2} \leqslant \dfrac{10-x}{5}, \\ 3 - \dfrac{2x}{3} \geqslant 1 - \dfrac{x}{6}. \end{cases}$

Решите систему неравенств (212–221):

212. $\begin{cases} (x^2-3x+2)^4 \leqslant 0, \\ (x^2+4x+1)^2 \geqslant 100. \end{cases}$

213. $\begin{cases} (x^2-13x+42)^2 \leqslant 0, \\ (x^2-6x+2)^2 \leqslant 64. \end{cases}$

214. $\begin{cases} (x^2-16x+63)^2 \leqslant 0, \\ (8x-x^2-9)^2 \leqslant 81. \end{cases}$

215. $\begin{cases} (x^2-4x+3)^2 \leqslant 0, \\ (-x^2-x-3)^2 \geqslant 49. \end{cases}$

216. $\begin{cases} \left(\dfrac{2}{x^2-2x-1} + 2x^2 - 4x - 7\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2-2x-3 \geqslant 0. \end{cases}$

217. $\begin{cases} \left(2x^2 - 10x + 9 - \dfrac{2}{x^2 - 5x + 6}\right)^2 \leqslant 0, \\ x^2 - 7x + 10 \leqslant 0. \end{cases}$

218. $\begin{cases} \left(x^2 + 5x\right)^2 - 12x^2 - 60x + 36 \leqslant 0, \\ \left(x^2 - 2x - 15\right)^2 \leqslant 900. \end{cases}$

219. $\begin{cases} \left(x^2 + 3x - 5\right)^2 - 10x^2 - 30x + 75 \geqslant 0, \\ \left(x^2 - x - 4\right)^2 \leqslant 625. \end{cases}$

220. $\begin{cases} (x-2)^2(x^2 + 2x - 1)^2 \leqslant 0, \\ |x| - 1 < 1. \end{cases}$

221. $\begin{cases} (4x^2 - 4x + 1)(x^2 + 2x - 4)^2 \leqslant 0, \\ |2x + 3| < 4. \end{cases}$

Решите неравенство (222–225):

222. $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 \geqslant 0.$

223. $x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 81 \geqslant 0.$

224. $(2x^2 - x)^2 < 1.$

225. $\left(|x+1| - |x|\right)^2 \cdot \left(|x+1| + |x|\right) < \dfrac{1}{\left(|x+1| + |x|\right)}.$

Решите систему неравенств (226–231):

226. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x + 3} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 5x + 5\right)^2} \leqslant 1. \end{cases}$

227. $\begin{cases} \sqrt{5x + 6 - x^2} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 8x + 11\right)^2} \leqslant 4. \end{cases}$

228. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 + 3{,}5x + 4{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 - 7x + 11\right)^2} \geqslant 1. \end{cases}$

229. $\begin{cases} \sqrt{-x^2 - 4{,}5x + 5{,}5} \geqslant 0, \\ \sqrt{\left(x^2 + 6x + 6{,}5\right)^2} \geqslant 1{,}5. \end{cases}$

230. $\begin{cases} (x^2 - 4x - 3)^2 + \dfrac{16}{(x^2 - 4x - 3)^2} \leqslant 8, \\ x^2 - 4x - 5 \geqslant 0. \end{cases}$

231. $\begin{cases} (x^2 - 3x + 5)^2 + \dfrac{81}{(x^2 - 3x + 5)^2} \leqslant 18, \\ x^2 + x - 2 \leqslant 0. \end{cases}$

Решите неравенство (232–237):

232. $\sqrt{x^2-4}\cdot(x^2+2x-15)\geqslant 0$.

233. $\sqrt{9-x^2}\cdot(x^2+x-2)\leqslant 0$.

234. $\dfrac{x^2}{16}\leqslant\dfrac{3-2x}{3}$.

235. $\dfrac{x^2}{8}\leqslant\dfrac{2-x}{3}$.

236. $\dfrac{x^2}{3}\leqslant\dfrac{5x-3}{4}$.

237. $\dfrac{x^2}{3}\geqslant\dfrac{x+14}{12}$.

238. Найдите наибольшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{58-5x}{3}$ и $\dfrac{2x+12}{2}$ неотрицательна.

239. Найдите наименьшее целое значение x, при котором разность дробей $\dfrac{23-2x}{5}$ и $\dfrac{3x-11}{4}$ неположительна.

Найдите область определения выражения (240–242):

240. $\dfrac{\sqrt{-15+13x-2x^2}}{x^2-4}$.

241. $\dfrac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x^2-16}$.

242. $\dfrac{\sqrt{12-x-x^2}}{9-x^2}$.

2.4. Последовательности и прогрессии

2.4.1. Арифметическая прогрессия

243. Найдите ближайший к нулю положительный член арифметической прогрессии 49,5; 47,7; ...

244. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии −41,4; −40,2; ...

245. Найдите наиболее близкий к нулю отрицательный член арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3; ...

246. Турист, поднимаясь в гору, достиг в первый час высоты 580 м, а каждый следующий час поднимался на высоту на 40 м меньшую, чем в предыдущий. За сколько часов он достигнет высоты 2500 м, поднимаясь от подножия горы?

247. Стрелок сделал 30 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 0,75 балла, а за каждое следующее попадание на 0,5 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 99,75 балла?

248. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

249. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8.

250. Машина выехала из города со скоростью 40 км/ч. Каждые 20 секунд она увеличивала скорость на 5 км/ч. Какую скорость она имела через 7 минут после выезда из города?

251. В первый день строитель выложил 5 рядов кирпичей. В каждый следующий день он выкладывал на 2 ряда больше, чем в предыдущий день. Сколько дней работал строитель, если всего он выложил 140 рядов?

252. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 7 и не превосходят 370.

253. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

254. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся и на 2, и на 3.

255. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 7.

256. Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии $84{,}1; 78{,}3; \ldots$

257. Три положительных числа образуют арифметическую прогрессию с разностью d, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Найдите все возможные значения d.

258. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 27 и при уменьшении первого числа на 1, второго — на 3 и третьего — на 2 они составляют геометрическую прогрессию.

259. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что их сумма равна 12 и при увеличении первого числа на 1, второго — на 2 и третьего — на 11 они составляют геометрическую прогрессию.

260. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 1 и 4, то они образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

261. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Известно, что если первое число оставить без изменения, а от второго и третьего отнять соответственно 4 и 5, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

262. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой совпадает со знаменателем. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

263. Три положительных числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если второе из них уменьшить на 1,5, а первое и третье оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия, первый член которой в 1,5 раза больше знаменателя. Найдите разность данной арифметической прогрессии.

264. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и пятый её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз четвёртый член данной арифметической прогрессии больше первого.

265. Дана возрастающая арифметическая прогрессия. Первый, второй и седьмой её члены образуют геометрическую прогрессию. Найдите, во сколько раз пятый член данной арифметической прогрессии больше первого.

266. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = 7$, $a_6 = 13$, $a_8 = 17$?

267. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 8$, $a_9 = -7, a_{12} = -17$?

268. Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_3 = -5$, $a_8 = 5, a_{11} = 12$?

269. Три числа образуют арифметическую прогрессию, а их сумма равна 24. Если первое число оставить без изменения, из второго числа вычесть 2, а к третьему прибавить 4, то получим геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что первое из них больше трёх.

270. Три числа образуют арифметическую прогрессию, а их сумма равна 18. Если к первому числу прибавить 2, к третьему — 1, а второе оставить без изменения, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа, если известно, что последнее из них меньше трёх.

271. Могут ли числа $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{8}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

272. Могут ли числа $\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{12}$ быть членами (необязательно последовательными) арифметической прогрессии?

273. Составляют ли первый, второй и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 7, а пятый равен 13?

274. Составляют ли второй, четвёртый и шестой члены арифметической прогрессии геометрическую прогрессию, если её третий член равен 8, а восьмой равен 33?

275. Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

276. Является ли число 4 членом арифметической прогрессии, первые два члена которой соответственно равны -8 и -5?

277. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии в 3 раза меньше суммы последующих пяти её членов. Найдите третий член этой прогрессии, если седьмой член равен 26.

278. Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии в 2 раза меньше суммы последующих трёх её членов. Найдите второй член этой прогрессии, если восьмой член равен 38.

279. Найдите сумму всех натуральных чисел от 100 до 150 включительно, которые не делятся на 6.

280. Третий член арифметической прогрессии в 2 раза больше первого. Найдите отношение суммы первых трёх членов этой прогрессии к её третьему члену.

281. Восьмой член арифметической прогрессии в 3 раза больше шестого. Найдите сумму первых девяти членов этой прогрессии.

282. Ученик 9-го класса Петя решил делать по утрам зарядку с начала месяца. Каждый день он делал на 2 отжимания больше, чем в предыдущий. Сколько отжиманий сделал Петя в период с 19-го по 31-й день месяца, если в первый день он уже сделал 10 отжиманий?

283. Предприятие поставило себе цель выпускать каждый год продукции на 15 единиц больше, чем в предыдущий. Сколько единиц продукции произведёт предприятие за 13 лет, начиная с 8-го года, если в первый год было произведено 50 единиц продукции?

284. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 3n + 2$. Найдите сумму членов этой прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.

285. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n - 3$. Найдите сумму членов этой прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50.

286. Гусеница проползла за первую минуту 39 см, а за каждую следующую минуту на 2 см меньше, чем в предыдущую. Через сколько минут она проползёт 4 м?

287. Стрелок сделал 20 выстрелов в мишень. За первое попадание ему начислили 4 балла, а за каждое следующее попадание на 2 балла больше, чем за предыдущее. Сколько раз промахнулся стрелок, если он набрал 180 баллов?

288. Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью $3d$ на 153 больше суммы членов с седьмого по двадцать третий прогрессии с первым членом a_1 и разностью d. Найдите d.

289. Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

290. Найдите сумму всех нечётных натуральных чисел, не превосходящих 130, которые не делятся на 17.

291. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = \dfrac{n-18}{0{,}25}$. Найдите сумму первых тридцати её членов с чётными номерами: $a_2 + a_4 + \ldots + a_{60}$.

2.4.2. Геометрическая прогрессия

292. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $b_n = 16 \cdot (-0{,}5)^n$ зачеркнули все члены, имеющие чётные номера. Найдите сумму оставшихся членов.

293. Сумма первого, третьего и четвёртого членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем равна 279, а сумма третьего, пятого и шестого членов этой прогрессии равна 31. Найдите восьмой член данной прогрессии.

294. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна -72. Найдите восьмой член этой прогрессии.

295. Найдите сумму 10 первых членов возрастающей геометрической прогрессии, если третий её член больше второго на 6, а пятый — больше третьего на 36.

296. Найдите, чему равен седьмой член геометрической прогрессии, если пятый её член больше третьего на 8, а девятый — больше третьего на 728.

297. Положительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. При этом x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$; x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$. Найдите a и b.

298. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, наименьшее — утроить, а наибольшее — оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

299. Три числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 5 раз, наименьшее — удвоить, а наибольшее — оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель такой геометрической прогрессии?

300. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наибольшее из них уменьшить втрое, а два других оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

301. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если наименьшее из них уменьшить втрое, наибольшее уменьшить вдвое, а среднее оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель такой геометрической прогрессии.

302. Три числа, сумма которых равна 18, образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе — на 2, а третье — на 7, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

303. Три числа, сумма которых равна 33, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Если первое число оставить без изменения, второе число уменьшить на 3, а третье — на 2, то получится геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

304. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если первое из них уменьшить в 1,5 раза, а второе и третье оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель данной геометрической прогрессии.

305. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если среднее из них увеличить в 1,5 раза, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

306. При каком целом значении x последовательность x, $x+2$, $5x-2$ является геометрической прогрессией?

307. При каком целом значении x последовательность $-x$, $x+1$, $x-5$ является геометрической прогрессией?

308. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $a+b$, $b+c$, $c+a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

309. Три различных числа a, b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $c+a$, $a+b$, $b+c$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

310. Три положительных числа образуют геометрическую прогрессию со знаменателем q, а квадраты этих чисел, взятые в том же порядке, образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные значения q.

311. Первый, второй и четвёртый члены возрастающей арифметической прогрессии образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

312. Квадраты первого, второго и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии, все члены которой положительны, образуют геометрическую прогрессию. Найдите её знаменатель.

313. Три числа, сумма которых равна 28, образуют геометрическую прогрессию. Если первое число увеличить на 1, второе число — на 2, а третье уменьшить на 1, то получится возрастающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

314. Три числа, сумма которых равна 21, образуют геометрическую прогрессию. Если первое и второе числа увеличить на 1, а третье — уменьшить на 2, то получится убывающая арифметическая прогрессия. Найдите эти числа.

315. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить в 5 раз, а первые два оставить без изменения, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

316. Три положительных числа образуют убывающую геометрическую прогрессию. Если от последнего из них оставить 80%, а первые два числа не изменять, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

317. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 4$; $b_5 = 12$; $b_8 = 32$?

318. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = 1 - \sqrt{2}$, $b_4 = 4 - 2\sqrt{2}$, $b_6 = 8 - 4\sqrt{2}$?

319. Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_1 = -7$, $b_4 = 21\sqrt{3}$, $b_6 = 63\sqrt{3}$?

320. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 - b_4 = 3$ и $b_1 - b_3 = 6$.

321. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_n, если $b_2 + b_4 = \dfrac{20}{3}$ и $b_1 + b_3 = 20$.

322. Найдите сумму первых трёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_3 = -18, b_6 = 486$.

323. Найдите сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, в которой $b_4 = -32, b_9 = 1024$.

324. Является ли число $\dfrac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии 3; 1;... ?

325. Является ли число 64 членом геометрической прогрессии 0,5; 1;... ?

326. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 21, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{12}$. Найдите b_2.

327. Три положительных числа b_1, b_2, b_3 образуют геометрическую прогрессию. Их сумма равна 14, а сумма обратных им величин равна $\dfrac{7}{8}$. Найдите $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3$.

2.5. Функции и графики

2.5.1. Графики функций

Постройте график функции (328–339):

328. $y = -\dfrac{9x + x^3}{3x}$.

329. $y = \dfrac{8x - x^3}{4x}$.

330. $y = \dfrac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{2x + 6}$.

331. $y = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -(x-1)^2 + 1, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

332. $y = \begin{cases} -(x-1)^2, \text{ если } x \geqslant 0, \\ x^2 + 2x - 1, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

333. $y = \begin{cases} (x-3)^2 - 2, \text{ если } x \geqslant 1, \\ -2x^2 + 4, \text{ если } x < 1. \end{cases}$

334. $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$.

335. $y = \dfrac{x-4}{x^2-4x}$.

336. $y = x + \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{9-12x+4x^2}$.

337. $y = \sqrt{16x^2+56x+49} + \sqrt{x^2-4x+4} - 5x$.

338. $y = \dfrac{(x^2-5x+6)(x^2-5x+4)}{(x-4)(2-x)}$.

339. $y = \dfrac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)}{(3-x)(x-2)}$.

340. На рисунке 118 изображён график функции вида $y = |ax+b| + c$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

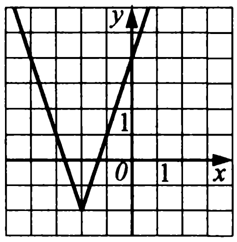

Рис. 118

341. На рисунке 119 изображён график функции вида $y = \left|ax^2+bx+c\right|$. Определите по рисунку значения коэффициентов a, b, c, считая, что $a > 0$.

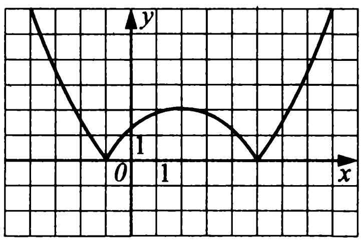

Рис. 119

342. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}125x$, касается параболы $y = x^2 - 1$. Вычислите координаты точки касания.

343. Известно, что прямая, перпендикулярная прямой $y = 0{,}25x$, касается параболы $y = 4x^2 + 8x + 7$. Вычислите координаты точки касания.

344. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 3x - 2$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 5$. Вычислите координаты точки касания.

345. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = x + 3$, касается параболы $y = 2x^2 - 3x + 6$. Вычислите координаты точки касания.

346. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2 + 5$. Вычислите координаты точки касания.

347. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 14x$, касается параболы $y = x^2 + 9$. Вычислите координаты точки касания.

348. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 4x$, касается параболы $y = x^2 + 3$. Вычислите координаты точки касания.

349. Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 2x$, касается параболы $y = x^2 - 14$. Вычислите координаты точки касания.

350. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным 1, касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$. Определите уравнение этой параболы.

351. Известно, что парабола со старшим коэффициентом, равным -1, касается прямых $y = x + 1$ и $y = 5 - 3x$. Определите уравнение этой параболы.

352. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 2|x| + 1$ и параболы $y = 4x^2 + 2x - 1$.

353. Найдите координаты середины отрезка, концами которого являются точки пересечения линии $y = 1 - |x|$ и параболы $y = 2x^2 + x - 1$.

354. Найдите координаты вершины параболы, если известно, что точки $(-1; -5)$, $(0; -4)$ и $(1; 1)$ лежат на этой параболе.

355. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осями координат.

356. Найдите координаты точек пересечения графика функции $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ с осями координат.

357. Найдите точки, симметричные относительно оси Ox, одна из которых лежит на прямой $y = 2x + 5$, а другая — на параболе $y = 16x^2 + 12x - 2$.

358. Найдите точки, симметричные относительно оси Oy, одна из которых лежит на прямой $y = 6x + 5$, а другая — на параболе $y = 18x^2 - 33x$.

359. На рисунке 120 изображён график функции $y = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Найдите координаты точек A, B и C.

360. Постройте график функции $y = \big| |x + 1| - 2 \big|$.

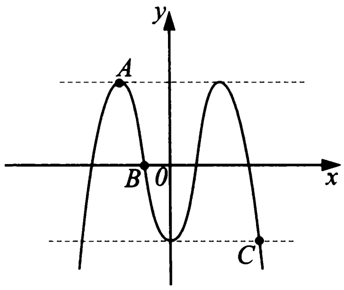

Рис. 120

361. Парабола с вершиной в точке $(0;4)$ проходит через точку $(3;-14)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

362. Парабола с вершиной в точке $(0;-12)$ проходит через точку $(-1;-9)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

363. Парабола с вершиной в точке $(4;-28)$ проходит через точку $(0;4)$ В каких точках она пересекает ось Ox?

364. Парабола с вершиной в точке $(6;33)$ проходит через точку $(0;-3)$. В каких точках она пересекает ось Ox?

365. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1=-6$ и $x_2=2$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3=24$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

366. Парабола пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1=-2$ и $x_2=6$, а ось Oy в точке с ординатой $y_3=-9$. Напишите уравнение прямой, параллельной оси Ox и касающейся данной параболы.

367. Известно, что прямая $y=2x-1$ касается параболы $y=x^2$ в точке с координатами $x=1, y=1$. Напишите уравнение прямой, касательной к кривой $x=y^2$ в точке с координатами $x=1, y=1$.

368. Известно, что прямая $y=-2x-1$ касается параболы $y=x^2$ в точке с координатами $x=-1, y=1$. Напишите уравнение прямой, касательной к кривой $x=y^2$ в точке с координатами $x=1, y=-1$.

369. Окружность с центром в точке $O(4;3)$ проходит через точку $A(8;6)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

370. Окружность с центром в точке $O(2;2)$ проходит через точку $A(3;4)$. В каких точках эта окружность пересекает оси координат?

371. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 25}{10 - 2x}$.

372. Найдите область значений функции $y = \dfrac{25 - x^2}{2x - 10}$.

373. Парабола касается прямой $y = -18$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -2$ и $x_2 = 4$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

374. Парабола касается прямой $y = 32$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами $x_1 = -5$ и $x_2 = 3$. В какой точке эта парабола пересекает ось Oy?

375. Постройте график функции $y = 6 - 3x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 9$?

376. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

377. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{2 - x}{4}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y < 1$?

378. Постройте график функции $y = \left|\dfrac{3 + x}{6}\right|$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 \leqslant y \leqslant 2$?

379. Постройте график функции $y = 3 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-2 < x < 5$?

380. Постройте график функции $y = 5 - 2x$. При каких значениях функции выполняется неравенство $-1 < x < 3$?

381. Постройте график функции $y = \dfrac{5 - x}{4}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 0{,}25$?

382. Постройте график функции $y = \dfrac{3x - 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-1 < y < 2$?

383. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 2}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $1{,}5 \leqslant y \leqslant 3$?

384. Постройте график функции $y = \dfrac{x + 5}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-4 < y < -1{,}5$?

385. Постройте график функции $y = 2x + 3 - x^2$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $3 \leqslant y \leqslant 4$?

386. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-9 \leqslant y \leqslant -5$?

387. Постройте график функции $y = \dfrac{5-2x}{3}$. При каких значениях функции выполняется неравенство $2 < x \leqslant 3\frac{2}{3}$?

388. Постройте график функции $y = 3 \cdot x^{-1}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $y \geqslant 3{,}3$?

389. Постройте график функции $y = 7x-5$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -40.

390. Постройте график функции $y = 6x-7$ и найдите, при каких значениях x значение y не меньше -49.

391. Постройте график функции $y = \dfrac{5+x}{2}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

392. Постройте график функции $y = \dfrac{6-2x}{3}$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 4$?

393. Постройте график функции $y = 3{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 3{,}5$?

394. Постройте график функции $y = 2{,}5 - 0{,}5x$. При каких значениях аргумента выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 2{,}5$?

395. Постройте график функции $y = -\dfrac{x+3}{4}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-5 \leqslant x \leqslant 4$?

396. Постройте график функции $y = \dfrac{7-x}{3}$. Сколько целых значений принимает данная функция, если $-4 \leqslant x \leqslant 6$?

2.5.2. Область определения функции

Найдите область определения функции (397—401):

397. $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^3}}{x^4 - 3x^2 + 1}$.

398. $y = \dfrac{\sqrt{x^3 - 7x}}{x^4 - 5x^2 + 4}$.

399. $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

400. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x}$.

401. $y = \sqrt{7x - x^2 - 10} + \dfrac{1}{\sqrt{4x^2 - 20x + 25}}$.

2.5.3. Наибольшее и наименьшее значения функции

Найдите наименьшее значение функции (402—403):

402. $y = 4\sqrt{-x} - 10x + 2$.

403. $y = -x + 2\sqrt{-x} + 1$.

Найдите наибольшее значение функции (404—405):

404. $y = 3x + 5 - 3\sqrt[4]{-x}$.

405. $y = x - 2\sqrt{-x} - 1$.

406. Найдите область значений функции $y = \dfrac{x^2 - 9}{6 - 2x}$.

407. Найдите область значений функции $y = \dfrac{9 - x^2}{2x - 6}$.

408. Постройте график функции $y = x^2 - 3x - 10$. Укажите наименьшее значение этой функции.

409. Постройте график функции $y = \dfrac{4x - 2x^2}{3} + 2$. Укажите наибольшее значение этой функции.

410. Постройте график функции $y = \dfrac{4}{9}x^2 - \dfrac{2}{3}x + 1$. Укажите наименьшее значение этой функции.

411. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x$ и определите по графику промежуток, на котором функция возрастает.

412. Постройте график функции $y = -0{,}5x^2 - x + 4$ и определите все значения аргумента, при которых функция принимает неотрицательные значения.

2.6. Текстовые задачи

413. Покрасив 2 метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $\dfrac{1}{5}$ и $\dfrac{1}{6}$ всего забора, а третий — 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

414. Находясь в гостях у Кролика, Винни-Пух за первые три часа съел 40% всего запаса мёда Кролика. Пятачок и Кролик вместе за это же время съели 300 граммов мёда. За следующие три часа Винни-Пух съел $\frac{2}{3}$ оставшегося мёда, а Пятачок и Кролик съели 100 граммов мёда на двоих, после чего у Кролика осталось 1,6 кг мёда. Сколько мёда было у Кролика до визита Винни-Пуха?

415. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 325 км. Если первый выедет на 3,5 часа раньше второго, то он встретит второго велосипедиста через 7,5 часов после своего выезда. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого велосипедиста через 7 часов после своего выезда. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

416. Два автомобиля выезжают навстречу друг другу из двух пунктов. Если первый выедет на 1 час раньше второго, то он встретит второго через 4 часа после своего выезда. Если второй выедет на 1 час 50 минут раньше первого, то он встретит первого через 4,5 часа после своего выезда. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч больше скорости второго автомобиля. Найдите расстояние между пунктами.

417. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 400 км. Если первый выедет на 5 часов раньше второго, то они встретятся через 5 часов после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого через 6 часов после своего выезда. Найдите скорости велосипедистов.

418. Две черепахи выползают навстречу друг другу из своих нор. Если бы первая ползла на 40 м/ч быстрее, то они бы встретились на полпути, если бы вторая ползла на 50 м/ч быстрее, она бы проползла в два раза большее расстояние до встречи, чем первая. Найдите скорости черепах.

419. Токари выходят на работу с интервалом в 1 час. Производительность труда первого токаря равна шести деталям в час, а второго — пяти деталям в час. Третий токарь догоняет второго по числу изготовленных деталей, а ещё через два часа догоняет первого. Какова производительность труда третьего токаря?

420. Из города N в одном направлении выезжают два велосипедиста с интервалом в два часа, причём скорость первого равна 30 км/ч, а скорость второго — 20 км/ч. Через два часа после выезда второго велосипедиста из того же города выезжает мотоциклист, догоняет второго велосипедиста, а ещё через три часа догоняет первого. Какова скорость мотоциклиста?

421. Из гавани вышли три катера с интервалом в 1 час. Скорость первого равна 30 км/ч, второго — 40 км/ч. Известно, что после того, как третий догонит второго за некоторое время, потребуется ещё столько же времени, чтобы второй догнал первый катер. Найдите скорость третьего катера.

422. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а её себестоимость, которая до этого составляла 3/4 отпускной цены, увеличилась на 20%?

423. Завод по производству нефтепродуктов увеличил ежесуточный объём переработки нефти на 30%. На сколько процентов увеличится прибыль, получаемая заводом, если отпускная цена его продукции возросла на 25%, а стоимость переработки 1 тонны нефти возросла на треть и стала составлять 80% отпускной цены полученного из неё продукта?

424. Четыре бригады должны разгрузить вагоны с продуктами. Первая, вторая и третья бригады вместе могут выполнить эту работу за 8 часов; вторая, третья и четвёртая — за 6 часов 40 минут. Если же будут работать все четыре бригады, то вагон разгрузят за 5 часов. За какое время могут разгрузить вагон первая и четвёртая бригады?

425. Завод получил заказ на выполнение партии деталей. Первая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить заказ в три раза быстрее, чем вторая бригада, а вторая, третья и четвёртая бригады — в четыре раза быстрее, чем первая бригада. За сколько дней смогут выполнить заказ третья и четвёртая бригады, работая вместе, если первой и второй бригадам на это понадобится 11 дней?

426. Четыре класса должны покрасить забор вокруг школы. Классы Б, В, Г могут выполнить эту работу за 3 часа. Классы А, В, Г могут выполнить эту работу за 2 часа. Если же будут работать классы А и Б, то работа будет выполнена за 5 часов. За какое время могут покрасить забор все четыре класса работая вместе?

427. Для того чтобы убрать поле, работают четыре комбайна. Если будут работать 1-й, 2-й и 3-й комбайны, то работа будет сделана за 1 ч 20 мин; если 1-й, 2-ой и 4-й, то поле будет убрано за 2 часа. Если будут работать только 3-й и 4-й комбайны, поле будет убрано за 1 ч 20 мин. За какое время работа будет выполнена, если будут работать все четыре комбайна?

428. Два студента и два школьника решают 10 задач. Первый студент и два школьника решают их за 7 минут. Второй студент и два школьника решают их за 10 минут. Два студента решают эти задачи за 12 минут. За какое время решат все задачи два школьника и два студента?

429. Четыре садовника высаживают цветочную рассаду на клумбу. Первый и второй садовники справляются со всей работой за $\frac{120}{7}$ часа. Второй, третий и четвёртый — за $\frac{200}{9}$ часа. Третий, первый и четвёртый — за $\frac{75}{4}$ часа. За какое время высадят всю рассаду четыре садовника?

430. Маршрутное такси ехало из города A в город B, расстояние между которыми 200 км, с некоторой постоянной скоростью. На обратном пути водитель уменьшил скорость на 20 км/ч спустя 1 час после выезда из города B. Какова была первоначальная скорость маршрутного такси, если на обратную дорогу ушло на 15 мин больше?

431. Автобус ехал от пункта A до пункта B со скоростью 80 км/ч. Выехав обратно, он 30 км ехал со скоростью, вдвое меньшей первоначальной. Затем он увеличил скорость на 50 км/ч и доехал до пункта A, не меняя более скорости. Найдите расстояние от пункта A до пункта B, если на обратный путь водитель затратил на $\frac{5}{18}$ часа меньше.

432. Два поезда выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 50 часов, а второй — в пункт A через 8 часов. Сколько времени прошло от начала движения поездов до их встречи, если они двигались с постоянными скоростями?

433. Два велосипедиста выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в пункт B через 48 минут, а второй — в пункт A через 27 минут. Сколько времени прошло от начала движения велосипедистов до их встречи, если велосипедисты двигались с постоянными скоростями?

434. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 8 человек. На первой остановке из трамвая вышло 2 человека, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 25 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

435. Трамвайный маршрут состоит из 10 остановок (включая конечные). В начале пути в трамвай село несколько пассажиров, а затем на каждой следующей остановке (кроме конечной) садилось по 10 человек. На первой остановке из трамвая вышло 6 человек, а затем на каждой следующей сходило на 2 человека больше, чем на предыдущей. На конечную остановку приехало 10 человек. Какое наибольшее количество пассажиров ехало в трамвае за всё время пути?

436. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 1? (Ответ выразите в часах.)

437. Сколько времени в сутки на табло электронных часов (без секунд) светится хотя бы одна цифра 3? (Ответ выразите в часах.)

438. Моторная лодка прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения реки за то же время, за которое она могла пройти в озере 70 км. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

439. Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за столько же времени, за сколько он проплыл бы по течению той же реки 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

440. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Какой могла быть первоначальная масса сплава?

441. Сплав золота с серебром, содержащий 80 г золота, сплавлен со 100 г чистого золота. В результате содержание золота в сплаве повысилось по сравнению с первоначальным на 20%. Сколько серебра в сплаве?

442. Расстояние между двумя городами A и B равно 420 км. Пройдя $\frac{4}{7}$ всего расстояния, поезд был задержан в пути на 15 минут. Затем машинист увеличил скорость на 10 км/ч и прибыл в город B без опоздания. Сколько времени потратил поезд на весь путь?

443. Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Сколько времени остаётся до начала матча?

444. Из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км, отправляются навстречу друг другу велосипедист и пешеход. Если велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше пешехода, то они встретятся через 2 ч после выезда велосипедиста. Если пешеход выйдет на 1 ч раньше велосипедиста, то через 2 ч после выхода пешехода расстояние между ними сократится в 3,5 раза. Найдите скорости велосипедиста и пешехода.

445. Смешали 30%-ный и 50%-ный растворы азотной кислоты и получили 45%-ный раствор. Найдите отношение массы 30%-го раствора к массе 50%-го раствора.

446. Соединили два сплава с содержанием меди 40% и 60% и получили сплав, содержащий 45% меди. Найдите отношение массы сплава с 40%-ным содержанием меди к массе сплава с 60%-ным содержанием меди.

447. Катер должен проплыть 87,5 км за определённое время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут и, чтобы прийти вовремя в место назначения, увеличил скорость на 2 км/ч. Определите первоначальную скорость катера в км/ч.

448. Два пешехода выходят одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. После их встречи первый прибывает в B через 27 минут, а второй — в A через 12 минут. Найдите время в пути каждого пешехода.

449. В куске сплава меди и цинка количество меди увеличили на 40%, а количество цинка уменьшили на 40%. В результате общая масса куска сплава увеличилась на 20%. Определите процентное содержание меди и цинка в первоначальном куске сплава.

450. В прошлом театральном сезоне абонемент стоил 8000 рублей. В новом сезоне стоимость абонемента увеличили, в результате чего число проданных абонементов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 2,5%. На сколько рублей увеличили стоимость абонемента?

451. Сумма первых 12 членов арифметической прогрессии равна 354. Отношение суммы членов, стоящих на чётных местах среди первых 12-ти, к сумме членов, стоящих на нечётных местах среди первых 12-ти, равно 32 : 27. Найдите разность этой прогрессии.

452. Два поезда одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми 180 км. Через два часа они встретились и, не останавливаясь, продолжали ехать с той же скоростью. Второй поезд прибыл в пункт A на 54 минуты раньше, чем первый поезд в пункт B. Вычислите скорость каждого поезда.

453. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B. Через 3 часа 45 минут они встретились и, не останавливаясь, продолжали идти с той же скоростью. За какое время проходит всё расстояние каждый из них, если первый пешеход пришёл в пункт B на 4 часа позже, чем второй пришёл в пункт A?

454. Поезд вышел со станции A по направлению к станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите скорость поезда, с которой он прибыл на станцию B.

455. Двум швеям был поручен заказ; после того, как первая швея проработала 6 дней, а вторая — 10 дней, оказалось, что они выполнили половину всей работы. Проработав совместно ещё 6 дней, они установили, что им осталось выполнить ещё $\frac{1}{10}$ часть заказа. За сколько дней каждая из них, работая отдельно, выполнит весь заказ?

456. Две машинистки вместе могут перепечатать рукопись за 6 часов. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила её за 3 часа. За какое время каждая машинистка сможет перепечатать рукопись?

457. Два мотоциклиста одновременно выехали из пункта N в пункт M, расстояние между которыми 30 км. Во время пути второй мотоциклист сделал остановку на 4 минуты, но в пункт M прибыл на 2 минуты раньше первого. Найдите скорости обоих мотоциклистов, если известно, что скорость второго в 1,25 раза больше скорости первого.

458. Два пешехода одновременно вышли из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км. Во время пути второй пешеход сделал остановку на 20 минут, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько времени (в минутах) потратил на дорогу из пункта A в пункт B первый пешеход, если известно, что скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго?

459. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 150 км, одновременно выехали два грузовика. Скорость первого грузовика составляет $\frac{5}{6}$ от скорости второго. Во время пути второй грузовик сделал остановку на полчаса, но в пункт B оба прибыли одновременно. Сколько часов потратил первый грузовик на поездку?

460. Два автомобиля одновременно выехали из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 250 км. Скорость первого была в полтора раза выше скорости второго. Во время пути первый автомобиль сделал остановку на 20 минут, но в пункт B прибыл на полчаса раньше второго. Сколько часов потратил второй автомобиль на поездку?

461. Из города A в город B, расстояние между которыми равно 300 км, выехал мотоциклист. Проехав 64% всего пути, он остановился на 18 минут для заправки горючим. Чтобы наверстать потерянное время, оставшуюся часть пути он проехал, увеличив скорость на 12 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист после остановки?

462. Поезд вышел со станции A в направлении станции B. Пройдя 420 км, что составляло 60% всего пути AB, поезд остановился из-за снежного заноса. Через полчаса путь был расчищен, и машинист, увеличив скорость поезда на 10 км/ч, привёл его на станцию B без опоздания. Найдите начальную скорость поезда.

463. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 200 км, одновременно выехали автомобиль и автобус. В пути автомобиль сделал две остановки на $\frac{1}{2}$ часа и на 25 минут, но в пункт B прибыл на 25 минут раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса составляла 0,6 скорости автомобиля.

464. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 64 км, одновременно выехали автомобиль и велосипедист. В пути автомобиль сделал остановку на 25 минут, но в пункт B прибыл на 26 минут раньше велосипедиста. Велосипедист останавливался на 3 минуты, и его скорость в 2,5 раза меньше скорости автомобиля. Найдите скорости автомобиля и велосипедиста.

465. Из города A в город B выезжает велосипедист, а через 3 часа после его выезда из города B навстречу ему выезжает мотоциклист, скорость которого в три раза больше, чем скорость велосипедиста. Велосипедист и мотоциклист встречаются посередине между A и B. Если бы мотоциклист выехал не через 3, а через 2 часа после велосипедиста, то встреча произошла бы на 15 км ближе к A. Найдите расстояние между городами A и B.

466. Расстояние между двумя станциями железной дороги 96 км. Первый поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее, чем второй. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Определите скорости обоих поездов.

467. Расстояние, равное 720 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. За время, которое требуется первому поезду на прохождение 60 км, второй поезд успевает пройти 50 км. Найдите скорости обоих поездов.

468. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч быстрее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд проходит 250 км за то же время, за которое второй проходит 200 км.

469. Как-то раз, прилетев в гости к Малышу, Карлсон съел 30% всего варенья, что было в доме Малыша, при этом сам Малыш съел 200 г варенья. Затем Малыш с Карлсоном отправились гулять на крышу, взяв с собой ещё некоторое количество варенья, в результате чего в доме Малыша осталось 1,7 кг варенья. Определите, сколько варенья первоначально было у Малыша, если известно, что взятое с собой варенье Малыш с Карлсоном съели в следующей пропорции: Малыш — 300 г, Карлсон — $\frac{1}{3}$ от общего количества съеденного им варенья.

470. Выйдя с турбазы, группа туристов за первый день похода прошла 20 км. За второй день туристы прошли 30% оставшейся части маршрута, а за третий и четвёртый дни — соответственно $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ части пути всего намеченного маршрута. На пятый день, пройдя 80% оставшегося пути, туристы вышли на морское побережье. Найдите протяжённость всего выбранного туристами маршрута, если после выхода к морю туристам осталось пройти 2 км.

471. Из первого крана вода течёт со скоростью 5 литров в минуту, а из другого — со скоростью 7 литров в минуту. Известно, что для того, чтобы набрать два ведра из первого крана, нужно вдвое больше времени, чем для того, чтобы набрать первое ведро из второго крана. Во сколько раз объём первого ведра больше объёма второго ведра?

472. Лодка плывёт в четыре раза медленнее катера, при этом 16 километров катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

473. Двое рабочих, работая вместе, могут оклеить комнату обоями за 6 ч. За сколько часов может оклеить комнату каждый из них в отдельности, если первый это сделает на 5 ч быстрее второго?

474. Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это требуется на 12 ч больше, чем первой?

475. Двое токарей, работая вместе, выполнили задание за 12 ч. За какое время каждый токарь может выполнить это задание, работая самостоятельно, если один из них может его выполнить на 7 ч быстрее другого?

476. Две машинистки должны были напечатать по 60 страниц каждая. Вторая машинистка печатала за 1 ч на 2 страницы меньше, поэтому закончила работу на 1 ч позже. Сколько страниц в час печатала первая машинистка?

477. Петя вышел из школы и пошёл домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 минут по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12 км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю?

478. Нина поехала на велосипеде на рынок со скоростью 15 км/ч. Через 6 минут по той же дороге поехал на мопеде её брат со скоростью 40 км/ч. На каком расстоянии от дома брат догонит Нину?

479. Расстояние между двумя городами автобус проходит по расписанию за 8 часов. Через 5 часов после отправления он снизил скорость на 10 км/ч, из-за чего приехал на 20 минут позже. Какова первоначальная скорость автобуса?

480. Некоторое расстояние велосипедист обычно проезжает за 2 часа. Через 1,5 часа после начала движения он снизил скорость на 3 км/ч, из-за чего приехал на 10 минут позже обычного времени. Какова первоначальная скорость велосипедиста?

481. Расстояние между станциями A и B равно 78 км. Из A в B вышел поезд и, пройдя некоторое расстояние, был задержан, а потому оставшийся путь до B проходил со скоростью на 6 км/ч больше прежней. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что оставшийся путь до B был на 12 км короче пройденного до задержки и на прохождение пути после задержки было затрачено на 15 минут меньше, чем на прохождение пути до задержки.

482. Одновременно из пункта A в одном направлении выехали два мотоциклиста: один со скоростью 75 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через 20 минут вслед за ними из пункта A выехал третий мотоциклист. Найдите скорость третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста на 1 час позже, чем второго.

483. Пароход плывёт от A до B по реке 5 суток, а от B до A — 7 суток. Определите, сколько суток плывут плоты от A до B, если известно, что собственная скорость теплохода постоянна в течение всего пути.

484. Моторная лодка плывёт от A до B по реке четверо суток, а от B до A — 5 суток. Во сколько раз скорость движения моторной лодки по течению больше скорости течения реки?

485. Первый насос должен наполнить водой бассейн объёмом 360 $м^3$, а второй — объёмом 480 $м^3$. Первый насос перекачивал ежечасно на 10 $м^3$ воды меньше, чем второй, и работал на 2 ч дольше, чем второй. Какой объём воды перекачивает каждый насос за час?

486. Первый насос перекачивает 90 $м^3$ воды на 1 час быстрее, чем второй 100 $м^3$. Сколько воды ежечасно перекачивает каждый насос, если первый перекачивает за час на 5 $м^3$ воды больше, чем второй?

487. При смешивании двух растворов одной и той же кислоты с концентрациями 40% и 70% соответственно получили раствор, содержащий 60% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

488. В первом сплаве содержится 25% меди, а во втором — 45%. В каком отношении нужно взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 30% меди?

489. Имеются два сплава с разным содержанием железа: в первом содержится 75%, а во втором — 25% железа. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% железа?

490. При смешивании раствора соли, концентрация которого 64%, и другого раствора этой же соли, концентрация которого 36%, получился раствор с концентрацией 48%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

491. Пристань C находится между пристанями A и B. Маршрут пассажирского парохода такой: пароход отходит от пристани A и следует без остановки до пристани B по течению реки. Затем из B он идёт в C. Обратный маршрут — в обратной последовательности: C — B — A. На путь из A в B и из B в C пароход затрачивает по 2 часа. На обратную дорогу пароход затрачивает 5 часов. Во сколько раз скорость движения парохода по течению реки больше, чем скорость его движения против течения?

492. Грузовик едет сначала 3 минуты с горы, а затем 7 минут в гору. На обратный путь он тратит 22 минуты. Во сколько раз скорость грузовика при движении с горы больше, чем его скорость при движении в гору? (Считайте, что скорость движения с горы одинакова в обоих направлениях; это же относится и к скорости движения в гору.)

493. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 9 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Во сколько раз средняя скорость автомобиля больше средней скорости автобуса?

494. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а навстречу ему из пункта B одновременно с автомобилем выехал автобус. Через некоторое время они встретились, а потом продолжали путь. Автобус через 16 часов после встречи приехал в пункт A, а автомобиль через 4 часа после встречи — в пункт B. Сколько времени провёл в пути автобус?

495. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие или только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за три дня. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за шесть дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

496. Трое рабочих выполняют некоторую работу. Если бы работали только первый и второй рабочие, то работа была бы выполнена за 18 дней. Если бы работали только первый и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 12 дней. Если бы работали только второй и третий рабочие, то работа была бы выполнена за 9 дней. За сколько дней рабочие выполнят всю работу, если будут трудиться втроём?

497. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 руб. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй — подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 182 руб. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

498. Имеются два раствора одной и той же соли в воде. Для получения смеси, содержащей 10 г соли и 90 г воды, берут первого раствора вдвое больше по массе, чем второго. Через неделю из каждого килограмма первого и второго раствора испарилось по 200 г воды, и для получения такой же смеси, как и раньше, требуется первого раствора уже вчетверо больше по массе, чем второго. Сколько граммов соли содержалось первоначально в 100 г каждого раствора?

499. Два поезда отправляются из пунктов A и B навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из A выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из B. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 часа расстояние между ними составит четверть расстояния между пунктами A и B. За сколько часов каждый поезд проходит весь путь?

500. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 120 км он затрачивает на 2 ч больше, чем мотоциклист. Чему равна скорость (в км/ч) каждого из них?

501. Имеется 200 г 30%-го раствора уксусной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 6%-ный раствор уксусной кислоты?

502. Имеется 300 г 20%-го раствора серной кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить к этому раствору, чтобы получить 16%-ный раствор серной кислоты?

503. Два экскаватора разной мощности рыли яму. Вдвоём они вырыли яму объёмом 49 м^3 за 1,5 часа. Если бы первый работал один, то он вырыл бы её в 3 раза быстрее, чем второй. За сколько часов они вырыли бы эту яму, если бы каждый по очереди вырыл бы по пол-ямы?

504. Два грузовика разной вместимости возили зерно. Вдвоём они за 3 часа перевезли 31,5 т зерна. Если бы первый возил зерно один, то он перевёз бы его в 2,5 раза быстрее, чем второй.

За сколько часов они перевезли бы всё зерно, если бы, работая по очереди, первый перевёз 21 т, а второй — 10,5 т?

505. Расстояние, равное 840 км, один из поездов проходит на 2 ч быстрее другого. В то время как первый поезд проходит 63 км, второй проходит 54 км. На сколько км/ч скорость первого поезда больше скорости второго?

506. Из двух лодочных станций, расположенных на реке, одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки с одинаковой собственной скоростью. Началась гроза, и одна из них вернулась на станцию, пройдя по течению 12 минут, другая повернула обратно против течения через 40 минут. Обратный путь обеих лодок в сумме занял 52 минуты. Во сколько раз скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения?

507. В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

508. В лаборатории имеется 2 кг раствора, содержащего 28% некоторой кислоты, и 4 кг раствора, содержащего 36% этой же кислоты. Найдите наибольшее количество 30%-го раствора кислоты, который можно получить из этих растворов.

509. Красный грузовик вывезет груз с первого склада за 3 часа, синий грузовик вывезет груз со второго склада за 6 часов. Во сколько раз быстрее синий грузовик может вывести груз с первого склада, чем это сделает красный, если красный может вывезти груз со второго склада на 7 часов быстрее, чем синий с первого?

510. Первый кран разгрузит баржу за 3 часа, второй кран разгрузит сухогруз за 8 часов. Во сколько раз производительность первого крана больше производительности второго, если первый кран разгрузит сухогруз на 10 часов быстрее, чем второй кран баржу?

511. Моторная лодка, проехав по течению реки 6 км, вернулась назад, затратив на весь путь 35 минут. Найдите собственную скорость лодки, если известно, что 18 км по течению реки она проплывает на 15 минут быстрее, чем против течения.

512. Катер спустился вниз по реке на 36 км, а затем вернулся обратно, затратив на весь путь 3 ч 30 мин. Найдите собственную скорость катера, если известно, что 12 км по течению реки он проплывает на 10 минут быстрее, чем против течения.

513. Один турист вышел в 6 ч из пункта A в пункт B, а второй — навстречу ему из пункта B в пункт A в 7 ч. Они встретились в 9 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Во сколько раз скорость первого туриста больше скорости второго туриста, если первый пришёл в пункт B на 5 часов раньше, чем второй пришёл в пункт A? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью.

514. Велосипедист выехал в 5 ч из пункта A в пункт B, а в 9 ч из пункта B в пункт A выехал автомобиль. Они встретились в 11 ч и, не останавливаясь, продолжили движение. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости велосипедиста, если автомобиль приехал в пункт A на 11 часов раньше, чем велосипедист в пункт B? Считается, что автомобиль и велосипедист двигались без остановок с постоянной скоростью.

515. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 4 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда второй группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется на полгода больше времени, чем совместно работающим второй и третьей группам?

516. Три группы программистов, работая вместе, могут выполнить проект за 2 месяца. За сколько месяцев может выполнить этот проект каждая группа в отдельности, если известно, что производительность труда первой группы в три раза больше производительности третьей и, кроме того, известно, что первой группе для выполнения всего проекта требуется столько же времени, сколько совместно работающим второй и третьей группам?

517. Поезд проходит мимо столба за 5 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга поезд и электричка, если скорость поезда в 2 раза больше скорости электрички, а длина поезда в 3 раза больше длины электрички?

518. Электричка проходит мимо столба за 8 с. За какое время (в секундах) пройдут мимо друг друга пассажирский поезд и электричка, если скорость пассажирского поезда равна скорости электрички, а длина пассажирского поезда в полтора раза больше длины электрички?

519. На фабрике изготавливают два сорта стекла. Стекло I сорта пропускает 45% света, а II сорта — 80%. В каком отношении нужно сплавить первый и второй сорта стекла, чтобы получилось стекло, пропускающее 60% света?

520. Кондитерская производит два вида шоколада с содержанием какао-бобов 25% (молочный) и 70% (горький). В каком отношении надо смешать молочный и горький шоколад, чтобы получился шоколад, содержащий 45% какао-бобов?

521. За четыре дня совместной работы двух тракторов различной мощности было вспахано 0,9 поля. За сколько дней можно было бы вспахать всё поле каждым трактором отдельно, если первым трактором это можно сделать на два дня быстрее, чем вторым?

522. Для перевозки груза было выделено два грузовика различной грузоподъемности. Второй грузовик, работая отдельно, может перевезти весь груз на три дня быстрее, чем первый. За сколько дней может перевезти весь груз каждый грузовик, работая отдельно, если за пять дней совместной работы грузовиками перевезено 0,75 всего груза?

2.7. Задания с параметром

523. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x - 3| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

524. Определите количество корней уравнения $|2x^2 + 4x - 7| = a$ при всех положительных значениях параметра a.

525. Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx + 1$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями: $\begin{cases} -3x - 4, \text{ если } x < -2, \\ 2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ 3x - 4, \text{ если } x > 2. \end{cases}$

526. Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух различных точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} x + 1, \text{ если } x < -2, \\ -1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ -x + 1, \text{ если } x > 2. \end{cases}$$

527. При каких значениях p прямая $y = 0{,}3x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 60 кв. ед.?

528. При каких значениях p прямая $y = -2x + p$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 49 кв. ед.?

529. При каких значениях n прямая $y = -1{,}5x + n$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 75?

530. При каких значениях m прямая $y = 7x - 2m$ образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 14 ?

531. При каких значениях k число 2 находится между корнями уравнения $2x^2 - \frac{1}{2}x + (k-3)(k+5) = 0$?

532. При каких значениях k число 3 находится между корнями уравнения $x^2 + x + (k-1)(k+7) = 0$?

533. Найдите множество значений параметра l, при которых число 2 находится между корнями уравнения $9x^2 - 6x - (l-2)(l+2) = 3$.

534. Найдите все k, при которых прямая $y = kx + 1$ имела бы ровно две общие точки с параболой $y = kx^2 - (k-3)x + k$ и при этом не пересекала бы параболу $y = (2k-1)x^2 - 2kx + k + \frac{9}{4}$.

535. Докажите, что уравнение $3 \cdot (4x^2 - 12x + 11)(x^2 + 22x + 125) = 24 - a^2$ не имеет корней ни при каких значениях параметра a.

536. Докажите, что уравнение $(49x^2 - 112x + 65)(x^2 + 26x + 171) = 2 - x^2$ не имеет корней.

537. Найдите значения параметров k и $a \neq 0$, при которых прямая $y = k(x-a)$ касается параболы $y = ax^2$ и ордината точки касания равна 4.

538. Найдите значения параметров k и b, при которых прямая $y = kx + b$ касается параболы $y = x^2 + bx$ и абсцисса точки касания равна 2.

539. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2 - (a+4)x + 2a + 5 = 0$ имеет два различных корня, а сумма величин, обратных к его корням, не меньше -2.

540. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $ax^2 - (2a+3)x + a + 2 = 0$ имеет два различных корня, а сумма квадратов его корней больше 3.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, а среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7. Найдите среднее арифметическое всех двадцати чисел.

542. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 15.

543. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, кратных 14.

544. Среднее геометрическое двух чисел равно 243, а среднее геометрическое трёх других чисел равно 32. Найдите среднее геометрическое всех пяти чисел (средним геометрическим n положительных чисел называется арифметический корень n-ой степени из произведения этих чисел).

545. Найдите все значения a, при которых множество значений функции $y = x^2 - (2a-1)x + 3a$ совпадает с промежутком $[1{,}5; +\infty)$.

546. Найдите все значения m, при которых окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$.
547. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = 2x^2 + ax + 1$ лежит выше прямой $y = x$.
548. Найдите все целые значения a, при которых вершина параболы $y = x^2 + ax - 2$ лежит ниже прямой $y = 2x$.
549. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку.
550. Найдите все значения m, при которых парабола $y = x^2 + x + 1$ имеет с прямой $my - x - 1 = 0$ единственную общую точку.
551. При каких a наименьшее значение функции $y = x^2 - 2ax + 43$ на $[-2; +\infty)$ равно 7?
552. При каких a наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2ax - 71$ на $[-3; +\infty)$ равно 10?
553. При каких a число 3 заключено между корнями уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$?
554. При каких a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?
555. При каких значениях m вершина параболы $y = mx^2 - 7x + 4m$ лежит во второй координатной четверти?
556. При каких целых значениях параметра c уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{7-x} = c$ имеет хотя бы один корень?
557. При каких целых значениях параметра c уравнение $2\sqrt{x+3} + \sqrt{11-4x} = c$ имеет хотя бы один корень?
558. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $3x + ay + 1 = 0$ и $2x - 3y - 4 = 0$ находится в третьей координатной четверти.
559. Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $x + 5y - 3 = 0$ и $ax - 2y - 1 = 0$ находится в четвёртой координатной четверти.
560. Найдите число b, при котором один из корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 3x + b = 0$ равен $2 + \sqrt{5}$.
561. Определите уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 5$, проходящих через точку $M(3; 1)$.
562. Найдите все значения параметра a, при которых график функции $y = ax^2 + 2x - a + 2$ пересекает ось Ox в одной точке.
563. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 3$ и $y = 2a - 3x$ лежит выше прямой $y = x$.
564. Найдите все значения параметра a, при которых точки $A(1, 2)$, $B(3, a + 1)$, $C(a, 4)$ лежат на одной прямой.

565. Найдите все значения параметра a, при которых точка пересечения прямых $y = 5x - 3$ и $y = a + 1 - 2x$ лежит ниже прямой $y = -x$.

566. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 6x + 4| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

567. Определите количество корней уравнения $|x^2 - 4x| = a$ при всех неотрицательных значениях параметра a.

568. При каких целых значениях n решение системы

$\begin{cases} nx - y = 5, \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0, y < 0$?

569. При каких целых значениях n решение системы

$\begin{cases} 2nx + y = 4, \\ 3x - 2ny = 5 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 0, y > 0$?

570. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 6x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

571. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 2ax + 3$ расположен выше оси абсцисс.

572. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 4x + a$ расположен выше оси абсцисс.

573. Найдите все значения a, при которых график функции $y = ax^2 - 8x + a$ расположен ниже оси абсцисс.

574. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + kx + l$ и одна из точек их пересечения $A(1; 2)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 1 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и первая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 2$. Найдите коэффициенты k, l.

575. Даны две параболы $y_1 = x^2 + bx + c$, $y_2 = -x^2 + dx + f$ и одна из точек их пересечения $A(2; 3)$. Проекция вершины второй параболы на ось Ox на 2 ед. правее, чем проекция вершины первой параболы на эту же ось, и вторая парабола пересекает ось Ox в точке $x = 3$. Найдите коэффициенты b, c.

576. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = -2$, касается прямой $y = 2x + 3$. Найдите коэффициенты b, c.

577. Парабола $y = x^2 + bx + c$, симметричная относительно прямой $x = 3$, касается прямой $y = 2x - 5$. Найдите коэффициенты b, c.

578. Найдите все значения параметра b, для которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет отрицательные корни.

579. Найдите все значения параметра b, для которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет положительные корни.

580. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x}, \text{если } x < -2, \\ \dfrac{x}{2} - 1, \text{если } -2 \leqslant x \leqslant 2, \\ x^2 - 6x + 8, \text{если } x > 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

581. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 8, \text{ если } x < -1, \\ |x| + 1, \text{ если } -1 \leqslant x \leqslant 3, \\ \dfrac{12}{x}, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

582. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x}, \text{ если } x \leqslant -3, \\ x + 1, \text{ если } -3 < x \leqslant 3, \\ 4x^2 - 32x + 64, \text{ если } x > 3. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции одну общую точку?

583. Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x}, \text{ если } x \leqslant -1, \\ -x, \text{ если } -1 < x \leqslant 1, \\ -x^2 + 4x - 4, \text{ если } x > 1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

584. При каком наибольшем целом значении k прямая $y = kx + 4$ не пересекает параболу $y = 3 - 2x - x^2$?

585. При каком значении k прямая $y = kx - 3$ имеет с параболой $y = x^2 - 2x + 1$ одну общую точку?

586. При каких неотрицательных значениях k прямая $y = kx - 2$ не пересекает параболу $y = x^2 - x - 1$?

587. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - \dfrac{41}{4}$ имеет с параболой $y = x^2 + 3x - 4$ не более одной точки пересечения?

588. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 5$ имеет с параболой $y = x^2 - 4x + 14$ единственную общую точку (касается)?

589. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx - 1$ имеет с параболой $y = x^2 + 2x + 3$ единственную общую точку (касается)?

590. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 13$ пересекает параболу $y = x^2 + 3x - 4$ в двух точках?

591. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 5$ пересекает параболу $y = x^2 - 2x - 1$ в двух точках?

592. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 8$ и парабола $y = x^2 + 5x + 1$ не имеют общих точек?

593. При каких положительных значениях k прямая $y = kx - 11$ и парабола $y = x^2 + 6x + 25$ не имеют общих точек?

594. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 8 - 6x > 4x - 12, \\ 3x + 16 < 5x + 4a \end{cases}$ имеет ровно одно целое решение.

595. Найдите все значения параметра a, при которых система неравенств $\begin{cases} 12 + 7x < 9x - 6, \\ x - 9 < 6a - 2x \end{cases}$ имеет ровно два целых решения.

596. При каких отрицательных значениях c парабола $y = x^2 + 3x - 2c$ имеет с осью Ox не менее одной общей точки?

597. При каких значениях p парабола $y = px^2 - 4x + 3$ не имеет с осью Ox ни одной общей точки?

598. При каких значениях p графики функций $y = px^2 - 24x + 1$ и $y = 12x^2 - 2px - 1$ пересекаются в двух точках?

599. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 10$ и парабола $y = -x^2 - 3x + 6$ не имеют общих точек?

600. Определите наибольшее целое значение a, при котором корни уравнения $ax^2 - 4x + 2 = 0$ имеют разные знаки.

601. При каких значениях b и c вершина параболы $y = x^2 + bx + c$ находится в точке $(-4; 7)$?

602. При каких отрицательных значениях k прямая $y = kx + 2$ пересекает окружность $x^2 + (y - 4)^2 = 2$ в двух точках?

603. При каких неположительных значениях k прямая $y = x + k + 1$ пересекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ в двух точках?

604. При каких значениях a парабола $y = 3x^2 - 2ax + 4$ и прямая $y = a - 2$ не имеют общих точек?

605. При каких значениях k парабола $y = 2x^2 + 2kx + 6$ и прямая $y = -k - 6$ не имеют общих точек?

606. При каких значениях k прямая $y = kx - 2$ не имеет общих точек ни с параболой $y = x^2 + 3x - 1$, ни с параболой $y = x^2 - x + 2$?

607. При каких значениях k прямая $y = kx + 5$ не имеет общих точек ни с параболой $y = -2x^2 - 2x + 3$, ни с параболой $y = x^2 + 5x + 21$?

608. Найдите все значения a, при которых прямая $y = ax$ пересекает в трёх различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 4, \text{ при } x < -4, \\ -4, \text{ при } -4 \leqslant x \leqslant 4, \\ 2x - 12, \text{ при } x > 4. \end{cases}$$

609. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a+2)x + a + 6 < 0$ являются положительными числами?

610. При каких значениях параметра a все решения неравенства $2x^2 + 2(a-2)x + 6 - a < 0$ являются отрицательными числами?

611. Найдите все значения a, при которых неравенство $x^2 - (6a+2)x + 9a + 3 \leqslant 0$ не имеет решений.

612. Найдите все значения a, при которых неравенство $-x^2 + (3 - 4a)x + 3a - 1{,}75 \geqslant 0$ не имеет решений.

613. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a-3)x + a > 0$ выполняется при любых x.

614. Найдите все отрицательные значения параметра a, при которых неравенство $ax^2 + (a-6)x + a \geqslant 0$ не имеет решений.

615. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 4$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||4x - 5| - 1\big|$.

616. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \big||3x - 2| - 4\big|$.

617. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = y(x)$ ровно в двух точках, где

$$y = \begin{cases} 2x + 3, & \text{если } x < -2, \\ x^2 - 5, & \text{если } -2 \leqslant x < 2, \\ -0{,}5x, & \text{если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

618. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух различных точках график функции, заданной условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -2, \\ -x + 2, & \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x - 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

619. Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает ровно в двух точках график функции, заданной условиями:

$$y=\begin{cases}3x+3, & \text{если } x<0,\\ x-2, & \text{если } 0\leqslant x<1,\\ -2x+1, & \text{если } x\geqslant 1.\end{cases}$$

620. В окружности с центром в точке $(6;4)$ и радиусом 4 проведены два диаметра, параллельные осям координат. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами.

621. На координатной плоскости прямые $x=2$, $x=12$, $y=4$ и $y=8$ ограничивают прямоугольник. Найдите все значения k, при которых прямая $y=kx$ имеет ровно две общие точки с множеством точек, принадлежащих диагоналям этого прямоугольника.

§ 3. Решения задач из сборника

60. Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на число, сопряжённое знаменателю.

$$\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}=$$
$$=\frac{\sqrt{4}-1}{4-1}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{7-4}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{10-7}+\dots+\frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{n+3-n}=$$
$$=\frac{\sqrt{4}-1}{3}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{4}}{3}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{7}}{3}+\dots+\frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}{3}=$$
$$=\frac{-1+\sqrt{n+3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$.

61. $\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}=|\sqrt{10}-3|+|\sqrt{10}-4|=$
$=(\sqrt{10}-3)-(\sqrt{10}-4)=\sqrt{10}-3-\sqrt{10}+4=1.$

Ответ: 1.

63. $\sqrt{21-12\sqrt{3}}+\sqrt{21+12\sqrt{3}}=$
$=\sqrt{12-12\sqrt{3}+9}+\sqrt{12+12\sqrt{3}+9}=$
$=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-3\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{3}+3\right)^2}=$
$=\left|2\sqrt{3}-3\right|+2\sqrt{3}+3=2\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}+3=4\sqrt{3}.$

Ответ: $4\sqrt{3}$.

64. $\frac{1}{\sqrt{4}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{22}}=$

$$= \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} + \dots + \frac{5-\sqrt{22}}{3} =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(1+\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-2+\sqrt{8}-\sqrt{5}+\dots+\right.$$

$$\left.+\sqrt{22}-\sqrt{19}+\sqrt{23}-\sqrt{20}+\sqrt{24}-\sqrt{21}+5-\sqrt{22}\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(-1-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}+5\right) = \frac{1}{3}\cdot\left(4-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}\right).$$

С избытком:

$$\frac{1}{3}\cdot\left(4-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}\right) \approx \frac{1}{3}\cdot(4-1{,}4-1{,}7+4{,}8+4{,}9) \approx 3{,}53.$$

С недостатком:

$$\frac{1}{3}\cdot\left(4-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{23}+\sqrt{24}\right) \approx \frac{1}{3}\cdot(4-1{,}5-1{,}8+4{,}7+4{,}8) = \frac{1}{3}\cdot 10{,}2 = 3{,}4.$$

Искомое число обозначим A. $3{,}4 < A < 3{,}5$, то есть оно лежит между 3 и 4.

Ответ: 3, 4.

65. $$\frac{1}{\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot\left(\sqrt{15}+\sqrt{13}\right)} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)} =$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)} + \frac{1}{\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)}\right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} + \frac{1}{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}\right) +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{7}\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)} + \frac{1}{\sqrt{7}\cdot\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}\right) + \dots +$$

$$+ \left(\frac{1}{\sqrt{15}\cdot\left(\sqrt{15}+\sqrt{13}\right)} + \frac{1}{\sqrt{15}\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} + \dots +$$

$$+ \frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}+\sqrt{15}+\sqrt{13}}{2\sqrt{15}} = 1+1+\dots+1 = 7.$$

Ответ: 7.

96. $mn^2 - n^2 + mn - n = n^2(m-1) + n(m-1) = (n^2+n)(m-1) =$
$= n(n+1)(m-1)$.

Ответ: $n(n+1)(m-1)$.

97. $\dfrac{3x^2+7x-6}{x^2-9} = \dfrac{3\left(x-\frac{2}{3}\right)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \dfrac{3x-2}{x-3}.$

Ответ: $\dfrac{3x-2}{x-3}.$

98. $\dfrac{1}{xy}\cdot\left(x^3y-2xy^3-x^2y^2\right) = \dfrac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2-xy-2y^2\right) = x^2-xy-2y^2 =$
$= x^2-2xy+xy-2y^2 = x(x-2y)+y(x-2y) = (x+y)(x-2y).$

Ответ: $(x+y)(x-2y)$.

99. $\dfrac{1}{xy}\cdot\left(x^3y-3xy^3+2x^2y^2\right) = \dfrac{1}{xy}\cdot xy\left(x^2-3y^2+2xy\right) = x^2+2xy-3y^2 =$
$= x^2+3xy-xy-3y^2 = x(x+3y)-y(x+3y) = (x-y)(x+3y).$

Ответ: $(x-y)(x+3y)$.

101. При любых значениях x и y $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2 \geqslant 0$. Значит, наименьшее значение выражения $(7x-3y+11)^2+(2x+6y-14)^2-5$ равно -5. Оно достигается только в том случае, когда $7x-3y+11$ и $2x+6y-14$ равны нулю одновременно.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x-3y+11=0, \\ 2x+6y-14=0; \end{cases} \Leftrightarrow x=-0{,}5,\ y=2{,}5.$$

Таким образом, наименьшее значение выражения равно -5, оно достигается при $x=-0{,}5$ и $y=2{,}5$.

Ответ: -5; $x=-0{,}5$, $y=2{,}5$.

103. В силу того, что каждое слагаемое суммы — неотрицательное число, то сумма равна нулю только в том случае, когда $3x-5y-1$ и $x+4y-6$ равны нулю одновременно.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x-5y-1=0, \\ x+4y-6=0; \end{cases} \Leftrightarrow x=2,\ y=1.$$

Пара чисел $(2;1)$ — единственная, удовлетворяющая равенству $\sqrt{3x-5y-1}+\sqrt{x+4y-6}=0$.

Ответ: $(2;1)$.

105. $\dfrac{2}{x^2-x-12}+\dfrac{6}{x^2+4x+3}=\dfrac{1}{x+3},$

$\dfrac{2}{(x+3)(x-4)}+\dfrac{6}{(x+1)(x+3)}=\dfrac{1}{x+3}.$

1) ОДЗ $x\neq-3$, $x\neq4$, $x\neq-1$.

2) $2x + 2 + 6x - 24 = x^2 - 3x - 4$, $x^2 - 11x + 18 = 0$, $x_1 = 9$, $x_2 = 2$.
Оба корня принадлежат ОДЗ.

Ответ: 9, 2.

109. $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 5x = 0$, $x(2x^3 - 5x^2 + 2x - 5) = 0$, $x_1 = 0$, $2x^3 - 5x^2 + 2x - 5 = 0$, $x^2(2x-5) + (2x-5) = 0$, $(x^2+1)(2x-5) = 0$, $x^2 + 1 > 0$ при всех $x \in R$; $2x - 5 = 0$, $x_2 = 2{,}5$.

Ответ: 0; 2,5.

117. $x^6 - 14x^4 + 56x^2 - 64 = 0$. Замена $x^2 = t$, $t \geqslant 0$.
$t^3 - 14t^2 + 56t - 64 = 0$,
$t^3 - 64 - 14t \cdot (t-4) = 0$, $(t-4) \cdot (t^2 + 4t + 16) - 14t \cdot (t-4) = 0$,
$(t-4) \cdot (t^2 + 4t + 16 - 14t) = 0$, $(t-4) \cdot (t^2 - 10t + 16) = 0$,
$(t-4) \cdot (t-8) \cdot (t-2) = 0$, $t_1 = 4$, $t_2 = 8$, $t_3 = 2$.
Вернёмся к замене:
$x^2 = 4$, $x_{1,2} = \pm 2$; $x^2 = 8$, $x_{3,4} = \pm 2\sqrt{2}$; $x^2 = 2$, $x_{5,6} = \pm\sqrt{2}$.

Ответ: $\pm\sqrt{2}$; ± 2; $\pm 2\sqrt{2}$.

132. Второе уравнение системы равносильно уравнению $(x-y)(x+y) = 0$. Поэтому исходная система уравнений равносильна двум системам уравнений:

1) $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ x = y; \end{cases} \Rightarrow x^2 + x - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0, D < 0$

$\Rightarrow$ действительных корней нет $\Rightarrow$ система не имеет решений.

2) $\begin{cases} x^2 + x - 2y + 2 = 0, \\ y = -x; \end{cases} \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0; x_1 = -1, x_2 = -2.$

Из второго уравнения системы получим $y_1 = 1$, $y_2 = 2$.
$(-1; 1)$ и $(-2; 2)$ — решения исходной системы.

Ответ: $(-1; 1)$, $(-2; 2)$.

133. Второе уравнение системы равносильно уравнению $(2x - y)(2x + y) = 0$. Поэтому исходная система уравнений равносильна двум системам уравнений:

1) $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 2x - y = 0; \end{cases} x^2 - 4x + 2x + 8 = 0; x^2 - 2x + 8 = 0. D < 0,$

действительных корней нет $\Rightarrow$ система не имеет решений.

2) $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 8 = 0, \\ 2x + y = 0; \end{cases} x^2 - 4x - 2x + 8 = 0; x^2 - 6x + 8 = 0; x_1 = 2,$

$x_2 = 4$. Из второго уравнения системы получим: $y_1 = -4$, $y_2 = -8$. Таким образом, $(2; -4)$ и $(4; -8)$ — решения исходной системы.

Ответ: $(2; -4)$, $(4; -8)$.

135. Представим данное уравнение в виде: $x^2 + 2(1 - 2\sqrt{3})x + 7 = 0$. Определим знак дискриминанта:

$\frac{D}{4} = (1-2\sqrt{3})^2 - 7 = 1 - 4\sqrt{3} + 12 - 7 = 6 - 4\sqrt{3}$. Так как $6 - 4\sqrt{3} =$ $= \sqrt{36} - \sqrt{48} < 0$, то $D < 0$. Уравнение $4x\sqrt{3} - x^2 = 7 + 2x$ не имеет действительных корней.

Ответ: не имеет.

137. Представим данное уравнение в виде: $(2-\sqrt{3})x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$.

Определим знак дискриминанта:
$D = 3 - 4\sqrt{3}(2-\sqrt{3}) = 3 - 8\sqrt{3} + 12 = 15 - 8\sqrt{3}$. Так как $15 - 8\sqrt{3} =$ $= \sqrt{225} - \sqrt{192} > 0$, то $D > 0$.
Уравнение $2x^2 = \sqrt{3}(x^2 + x - 1)$ имеет два различных действительных корня.

Ответ: 2.

139. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$

Решим систему способом подстановки:
$y = 1-2x, x^2-(1-2x)^2 = -5, x^2-1+4x-4x^2+5 = 0, -3x^2+4x+4 = 0.$

$\frac{D}{4} = 4 + 12 = 16, D > 0.$

$x_1 = \frac{-2+4}{-3} = -\frac{2}{3}, y_1 = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}; x_2 = \frac{-2-4}{-3} = 2, y_2 = 1 - 4 = -3.$

Ответ: $(2;-3)$, $\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$.

141. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, & (1) \\ xy = 1. & (2) \end{cases}$

Прибавим к первому уравнению системы второе, умноженное на 2:
$x^2 + 2xy + y^2 = 4, (x+y)^2 = 4, \left[\begin{array}{l} x + y = 2, \\ x + y = -2. \end{array}\right.$

Решение исходной системы свелось к решению двух систем уравнений:
$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = 1, \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = -2, \\ xy = 1. \end{cases}$

Решая каждую из этих систем способом постановки, получим: $x_1 = 1$, $y_1 = 1, x_2 = -1, y_2 = -1$.

Ответ: $(1;1)$, $(-1;-1)$.

144. Выразим из второго уравнения системы $y = x - 2$ и подставим в первое, получим уравнение

$$\frac{x+3}{x} - \frac{x+2}{x-1} = \frac{25}{2}.$$

Его ОДЗ: $x \neq 0$ и $x - 1 \neq 0$, то есть $x \neq 0$, $x \neq 1$. Умножив обе части полученного уравнения на $2x(x-1)$, будем иметь:

$$2(x+3)(x-1) - 2x(x+2) = 25x(x-1),$$
$$2x^2 + 4x - 6 - 2x^2 - 4x = 25x^2 - 25x,\ 25x^2 - 25x + 6 = 0,$$
$$x_{1,2} = \frac{25 \pm \sqrt{625-600}}{50} = \frac{25 \pm 5}{50},\ x_1 = \frac{2}{5} = 0{,}4,\ x_2 = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

Найденные корни удовлетворяют ОДЗ.

Далее находим $y_1 = x_1 - 2 = -1{,}6$ и $y_2 = x_2 - 2 = -1{,}4$. Таким образом, решением исходной системы будут две пары чисел: $(0{,}4; -1{,}6)$ и $(0{,}6; -1{,}4)$.

Ответ: $(0{,}4; -1{,}6)$, $(0{,}6; -1{,}4)$.

148. $\begin{cases} x^2 - 6x + y = 2, \\ y - \sqrt{x-3} = 9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + 6x - x^2, \\ y = 9 + \sqrt{x-3}; \end{cases}$
$2 + 6x - x^2 = 9 + \sqrt{x-3}$, $6x - x^2 = 7 + \sqrt{x-3}$. (1)
Очевидно, что $\begin{cases} x - 3 \geqslant 0, \\ 6x - x^2 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leqslant x < 6$. Подбором находим, что $x = 4$ является корнем уравнения (1).
Функция $y = 7 + \sqrt{x-3}$ возрастает при $x \geqslant 3$. $y = 6x - x^2$ — график параболы с вершиной $(3; 9)$. При $x \geqslant 3$ $y = 6x - x^2$ убывает. Следовательно, на промежутке $3 \leqslant x < 6$ уравнение (1) имеет только один корень $x = 4$. Подставим $x = 4$ во второе уравнение системы и найдём y: $y = 10$.

Ответ: $(4; 10)$.

180. Первое уравнение системы выполняется только в том случае, когда $x - 2 = 0$ или $y + 1 = 0$. Получаем:

$$1)\begin{cases} x - 2 = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ 6y^2 - y - 1 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ \left[\begin{array}{l} y = \frac{1}{2}, \\ y = -\frac{1}{3}. \end{array}\right. \end{cases}$$

Решением этой системы являются значения $x_1 = 2$; $y_1 = \dfrac{1}{2}$ и $x_2 = 2$; $y_2 = -\dfrac{1}{3}$.

$$2)\begin{cases} y + 1 = 0, \\ 6y^2 + x - y = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ 7 + x = 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1, \\ x = -4. \end{cases}$$

Следовательно, решением исходной системы являются значения

$x_1 = 2, y_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2, y_2 = -\frac{1}{3}; x_3 = -4, y_3 = -1.$

Ответ: $\left(2; \frac{1}{2}\right), \left(2; -\frac{1}{3}\right), (-4; -1).$

181. $\begin{cases} x(x+y) = 15, \\ y(x+y) = 10; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy = 15, \\ y^2 + xy = 10. \end{cases}$

Суммируя уравнения системы, получим: $x^2+2xy+y^2 = 25$, $(x+y)^2 = 25$. Тогда $x+y = 5$ или $x+y = -5$.

1) $x+y = 5$, $x = 5-y$. Подставив в первое уравнение системы, получим: $(5-y)(5-y+y) = 15$, $5-y = 3$, $y = 2$. Тогда $x = 5-2 = 3$.

2) $x+y = -5$, $x = -y-5$. Подставив в первое уравнение системы, получим: $(-y-5)(-y-5+y) = 15$, $-y-5 = -3$, $y = -2$. Тогда $x = -(-2)-5 = -3$.

Ответ: $(3; 2), (-3; -2)$.

182. $x - 2 + \frac{6{,}25}{x+3} \leqslant 0$, $\frac{x^2+x+0{,}25}{x+3} \leqslant 0$, $\frac{(x+0{,}5)^2}{x+3} \leqslant 0$,

$\left[\begin{array}{l} x + 0{,}5 = 0, \\ x + 3 < 0, \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = -0{,}5, \\ x < -3. \end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup \{-0{,}5\}$.

188. $(x^4-4x^3+4x^2)-1 \leqslant 0$; $(x^2-2x)^2 \leqslant 1$; $|x^2-2x| \leqslant 1$; $\begin{cases} x^2 - 2x \geqslant -1, \\ x^2 - 2x \leqslant 1; \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)^2 \geqslant 0, \\ x^2 - 2x - 1 \leqslant 0; \end{cases} \quad 1 - \sqrt{2} \leqslant x \leqslant 1 + \sqrt{2}.$

Ответ: $\left[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\right]$.

189. $(x^4-6x^3+9x^2)-4 \leqslant 0$; $(x^2-3x)^2 \leqslant 4$; $|x^2-3x| \leqslant 2$; $\begin{cases} x^2 - 3x \geqslant -2, \\ x^2 - 3x \leqslant 2; \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leqslant 1, \\ x \geqslant 2, \end{array}\right. \\ \frac{3-\sqrt{17}}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3+\sqrt{17}}{2}; \end{cases} \quad \left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$ (см. рис. 121).

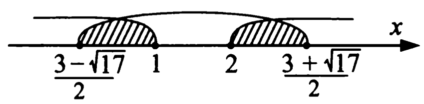

Рис. 121

Ответ: $\left[\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 1\right] \cup \left[2; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$.

194. Выражение имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям: $\begin{cases} 14x^2 - 3x - 5 \geqslant 0, \\ x^3 - x \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -\frac{1}{2}; x \geqslant \frac{5}{7}, \\ x \neq -1; x \neq 0; x \neq 1. \end{cases}$

Ответ: $\left(-\infty; -1\right) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7}; 1\right) \cup \left(1; +\infty\right)$.

201. Выражение $\dfrac{\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{7-x^2}}{5+x^3}$ имеет смысл при x, удовлетворяющих следующим условиям:

$\begin{cases} 2 - x \geqslant 0, \\ 7 - x^2 \geqslant 0, \\ 5 + x^3 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leqslant 2, \\ (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) \leqslant 0, \\ x \neq -\sqrt[3]{5}. \end{cases}$

$-\sqrt{7} \leqslant x < -\sqrt[3]{5}$, $-\sqrt[3]{5} < x \leqslant 2$ (см. рис. 122).

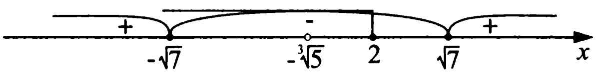

Рис. 122

Ответ: $[-\sqrt{7}; -\sqrt[3]{5}) \cup (-\sqrt[3]{5}; 2]$.

205. Выражение имеет смысл при s, удовлетворяющих условию $11s - 6 - 3s^2 > 0$, $3s^2 - 11s + 6 < 0$.

Найдём корни уравнения:

$3s^2 - 11s + 6 = 0$, $D = 121 - 72 = 49$, $D > 0$, $s_1 = \dfrac{11+7}{6} = 3$, $s_2 = \dfrac{11-7}{6} = \dfrac{2}{3}$, $3 \cdot \left(s - \frac{2}{3}\right) \cdot (s - 3) < 0$, $\frac{2}{3} < s < 3$ (см. рис. 123).

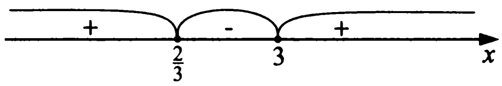

Рис. 123

Ответ: $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$.

207. Множеством значений x, при которых не определено данное в условии выражение, является решение совокупности $\left[\begin{array}{l} 4x^2 - 11x - 3 < 0, \\ x + 1 = 0, \\ 1 - \dfrac{6}{x+1} = 0. \end{array}\right.$

$4x^2 - 11x - 3 = 0$, $x_{1,2} = \dfrac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{8} =$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{121 + 48}}{8} = \dfrac{11 \pm 13}{8}$, $x_1 = -0{,}25$, $x_2 = 3$. Таким образом, полученная совокупность записывается в виде:

$$\left[\begin{array}{l} (x + 0{,}25)(x - 3) < 0, \\ x = -1, \\ \dfrac{x-5}{x+1} = 0; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x \in (-0{,}25; 3), \\ x = -1, \\ x = 5; \end{array}\right.$$

$x \in \{-1\} \cup (-0{,}25; 3) \cup \{5\}$.

Ответ: $\{-1\} \cup (-0{,}25; 3) \cup \{5\}$.

208. Умножив третье неравенство системы на 2 и прибавив результат ко второму неравенству, получим: $3y > 10$, $y > \dfrac{10}{3}$. Поскольку y должно быть целым, то $y \geqslant 4$. Аналогично из 1-ого неравенства системы следует условие $y \leqslant 6$. То есть достаточно рассмотреть случаи $y = 4, y = 5, y = 6$.

1) При $y = 4$ из неравенства $x + y > 5 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \geqslant 2$. Но тогда $y - 2x \leqslant 4 - 2 \cdot 2 = 0$, то есть не выполнено второе неравенство системы. Следовательно, решений $(x; y)$ с ординатой $y = 4$ не существует.

2) При $y = 5$ из неравенства $x + y > 5 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow x \geqslant 1$. При $x = 1$ и $x = 2$ неравенство $y - 2x > 0$ выполнено, то есть точки $(1, 5)$, $(2, 5)$ являются решениями данной системы. При $x \geqslant 3$ неравенство $y - 2x > 0$ перестаёт выполняться, решений $(x; y)$ с ординатой $y = 5$ и абсциссой $x \geqslant 3$ не существует.

3) Случай $y = 6$ рассматривается аналогично:
$x + y > 5 \Rightarrow x \geqslant 0$, неравенство $y - 2x > 0$ выполнено при $x = 0, 1, 2$ и перестаёт выполняться при $x \geqslant 3$. То есть все решения системы с ординатой $y = 6$ — это точки $(0, 6)$, $(1, 6)$, $(2, 6)$.

Поскольку все возможные случаи были рассмотрены, то других решений, кроме найденных, не существует.

Замечание. Для решения данной задачи можно было воспользоваться графическим методом. А именно: выполнив чертёж, содержащий в одной координатной плоскости прямые $y = 7$, $y - 2x = 0$, $x + y = 5$, отметить ту часть плоскости, точки которой удовлетворяют всем трём неравенствам системы (каждое из неравенств задаёт часть плоскости, расположенную по одну сторону от соответствующей прямой). При этом получится ограниченная область (треугольник), и все целочисленные решения (узлы координатной решётки) можно перечислить.

Во всяком случае, геометрические соображения будут полезны для нахождения ограничений на переменные x, y в случае более сложной системы такого типа.

Ответ: $(1,5), (2,5), (0,6), (1,6), (2,6)$.

240. Данное выражение определено, когда одновременно определены выражения $\sqrt{-15+13x-2x^2}$ и $\frac{1}{x^2-4}$.

Обозначим $-15+13x-2x^2=t$. Так как $\sqrt{t}$ имеет смысл при $t \geqslant 0$, то $-15+13x-2x^2 \geqslant 0$; $-2(x-1{,}5)(x-5) \geqslant 0$; $(x-1{,}5)(x-5) \leqslant 0$; $x \in [1{,}5; 5]$.

Дробь $\frac{1}{x^2-4}$ определена, если $x^2-4 \neq 0$. $x^2 \neq 4$; $x \neq -2$; $x \neq 2$. Следовательно, областью определения исходного выражения являются все значения $x \in [1{,}5; 2) \cup (2; 5]$.

Ответ: $[1{,}5; 2) \cup (2; 5]$.

241. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$$\begin{cases} 24-2x-x^2 \geqslant 0, \\ x^2-16 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+2x-24 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 16; \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leqslant x \leqslant 4, \\ x \neq \pm 4. \end{cases}$$

Получаем: $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

Ответ: $-6 \leqslant x < -4$, $-4 < x < 4$.

242. Данное выражение определено, когда выполняется следующая система:

$$\begin{cases} 12-x-x^2 \geqslant 0, \\ 9-x^2 \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+x-12 \leqslant 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases} \quad \begin{cases} -4 \leqslant x \leqslant 3, \\ x \neq \pm 3. \end{cases}$$

Получаем: $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

Ответ: $-4 \leqslant x < -3$, $-3 < x < 3$.

243. $49{,}5; 47{,}7; \ldots$ Найти ближайший к нулю положительный член прогрессии.

$a_1 = 49{,}5$, $d = -1{,}8$.

1) Пусть n — номер искомого члена прогрессии. Тогда $a_n = a_1 + d(n-1)$; $49{,}5 - 1{,}8 \cdot (n-1) = 0$; $1{,}8 \cdot (n-1) = 49{,}5$; $n-1 = 27{,}5$; $n = 28{,}5$. Так как $n \in N$, то $n = 28$.

2) $a_{28} = 49{,}5 - 27 \cdot 1{,}8 = 0{,}9$.

Ответ: 0,9.

244. Определим разность прогрессии: $d = -40{,}2 + 41{,}4 = 1{,}2$. Возьмём $a_1 = -41{,}4$. Пусть a_n — наиболее близкий к нулю отрицательный член прогрессии. Тогда: $\begin{cases} a_n < 0, \\ a_{n+1} \geqslant 0. \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + d(n-1) < 0, \\ a_1 + dn \geqslant 0; \end{cases}$ $\begin{cases} -41{,}4 + 1{,}2n - 1{,}2 < 0, \\ -41{,}4 + 1{,}2n \geqslant 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 1{,}2n < 42{,}6, \\ 1{,}2n \geqslant 41{,}4; \end{cases}$

$\begin{cases} n < 35{,}5, \\ n \geqslant 34{,}5. \end{cases}$

Так как n — натуральное число, то $n = 35$. По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$ находим $a_{35} = -41{,}4 + 1{,}2 \cdot 34 = -0{,}6$.

Ответ: $-0{,}6$.

245. Определим разность арифметической прогрессии 101,1; 97,2; 93,3;... $d = 97{,}2 - 101{,}1 = -3{,}9$. Возьмём $a_1 = 101{,}1$.

Пусть a_n — наиболее близкий к нулю отрицательный член прогрессии, тогда, если $a_{n-1} \geqslant 0$, то $a_n < 0$ (учитывая, что арифметическая прогрессия убывающая).

$a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_n = 101{,}1 + 3{,}9 - 3{,}9n = 105 - 3{,}9n$;

$a_{n-1} = a_1 + d(n-2)$; $a_{n-1} = 101{,}1 + 7{,}8 - 3{,}9n = 108{,}9 - 3{,}9n$.

Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} a_n < 0, \\ a_{n-1} \geqslant 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 105 - 3{,}9n < 0, \\ 108{,}9 - 3{,}9n \geqslant 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3{,}9n > 105, \\ 3{,}9n \leqslant 108{,}9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n > 26\dfrac{12}{13}, \\ n \leqslant 27\dfrac{12}{13}. \end{cases}$$

Так как n — натуральное число, то $n = 27$.

$a_{27} = 105 - 3{,}9 \cdot 27 = 105 - 105{,}3 = -0{,}3$.

Ответ: $-0{,}3$.

246. Высóты, на которые поднимался турист каждый час, образуют арифметическую прогрессию с первым членом, равным 580, и разностью -40. Пусть n — количество часов, через которое он достигнет высоты 2500 м, тогда по формуле суммы первых n членов арифметической прогрессии получаем: $\dfrac{(2 \cdot 580 - 40(n-1))n}{2} = 2500$. В результате получаем квадратное уравнение $20n^2 - 600n + 2500 = 0$. Решаем уравнение и находим корни $n = 5$ и $n = 25$. Второй корень не удовлетворяет условию задачи, так как

$a_{25} = 580 - 40 \cdot 24 < 0$.

Замечание. Отметим, что эту задачу можно легко решить прикидкой.

Ответ: 5.

247. По условию имеем арифметическую прогрессию, в которой $a_1 = 0{,}75$; $d = 0{,}5$. Пусть n — количество выстрелов, при которых произошло попадание в мишень. Так как стрелок набрал 99,75 баллов, то

$S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} = 99{,}75$; $\dfrac{2 \cdot 0{,}75 + 0{,}5(n-1)}{2} = 99{,}75$;

$n^2 + 2n - 399 = 0$; $n_1 = 19$, $n_2 = -21$.

Второй корень очевидно не удовлетворяет условию задачи. Следовательно, 19 выстрелов увенчались попаданиями. Так как всего было 30 выстрелов, то неудачными оказались $30 - 19 = 11$ из них.

Ответ: 11.

249. По условию $a_n = 8n$, $a_n \leqslant 200$, $8n \leqslant 200$, $n \leqslant 25$.
Найдём сумму 25 натуральных чисел, кратных 8:

$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$, где $a_1 = 8$, $a_{25} = 200$.

$$S_{25} = \frac{8 + 200}{2} \cdot 25 = \frac{208}{2} \cdot 25 = 104 \cdot 25 = 2600.$$

Ответ: 2600.

255. Найдём сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, и вычтем из неё сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые делятся на 7. Так как все натуральные числа от 1 по 160 представляют собой арифметическую прогрессию с разностью 1, то сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160, равна

$S_1 = \dfrac{1 + 160}{2} \cdot 160 = 12880$. Натуральные числа, делящиеся на 7, образуют арифметическую прогрессию с разностью 7. Первый член этой прогрессии равен 7, а последний, не превосходящий 160, равен 154. Таким образом, среди первых 160 натуральных чисел $\dfrac{154}{7} = 22$ числа, делящихся на 7. Поэтому сумма таких чисел равна

$S_2 = \dfrac{7 + 154}{2} \cdot 22 = 161 \cdot 11 = 1771$. Искомая сумма равна

$S_1 - S_2 = 12880 - 1771 = 11109$.

Ответ: 11109.

279. Для решения задачи найдём сумму натуральных чисел от 100 до 150 включительно, затем сумму чисел в этом же диапазоне, делящихся на 6. Затем из первой суммы вычтем вторую.

Натуральные числа из диапазона от 100 до 150 включительно представляют собой арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 100$; $d = 1$. Число членов этой прогрессии равно $150 - 100 + 1 = 51$. Сумма первых 51 членов этой прогрессии $S_1 = \dfrac{(100+150)\cdot 51}{2} = 6375$.

Натуральные числа из диапазона от 100 до 150 включительно, которые делятся на 6, представляют собой арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 102$; $d = 6$, $a_n = 150$. Определим число членов этой прогрессии: $n - 1 = \dfrac{150-102}{6} = 8$; $n = 9$. Сумма первых 9 членов рассматриваемой прогрессии $S_2 = \dfrac{(102+150)\cdot 9}{2} = 1134$. Разность сумм прогрессий равна $6375 - 1134 = 5241$.

Ответ: 5241.

280. $$\frac{a_1+a_2+a_3}{a_3} = \frac{a_1 + \frac{a_1+a_3}{2} + 2a_1}{2a_1} = \frac{a_1 + \frac{a_1+2a_1}{2} + 2a_1}{2a_1} =$$
$$= \frac{1+\frac{3}{2}+2}{2} = 2{,}25.$$

Ответ: 2,25.

281. По условию задачи $a_8 = 3a_6$. Тогда $a_7 = \dfrac{a_6+a_8}{2} = 2a_6$, $d = a_8 - a_7 = a_6$. Так как, с другой стороны, $a_6 = a_1 + 5d$, то получим: $d = a_1 + 5d$, $a_1 = -4d$.

Итак, $S_9 = \dfrac{9\cdot(2a_1+8d)}{2} = \dfrac{9\cdot(2(-4d)+8d)}{2} = 0$.

Ответ: 0.

282. Это задача на арифметическую прогрессию. По условию число отжиманий в первый день $a_1 = 10$, разность прогрессии $d = 2$. Наша задача найти сумму членов этой прогрессии с 19-го по 31-й, то есть $S_{31} - S_{18}$. Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}$. Имеем:

$$S_{31} = \frac{(2\cdot 10 + 2(31-1))\cdot 31}{2} = 1240; \; S_{18} = \frac{(20+2\cdot 17)\cdot 18}{2} = 486.$$

Искомая величина $S_{31} - S_{18} = 1240 - 486 = 754$.

Ответ: 754.

283. Это задача на арифметическую прогрессию. По условию количество единиц продукции, произведённой в первом году, $a_1 = 50$, разность прогрессии $d = 15$. Необходимо найти сумму членов прогрессии с 8-го по 20-й включительно, то есть $S_{20} - S_7$. Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{(2a_1 + d(n-1))n}{2}$. Имеем: $S_{20} = \dfrac{(2 \cdot 50 + 15(20-1)) \cdot 20}{2} = 3850$; $S_7 = \dfrac{(2 \cdot 50 + 15 \cdot 6) \cdot 7}{2} = 665$.

Искомая величина $S_{20} - S_7 = 3850 - 665 = 3185$.

Ответ: 3185.

284. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n = 3n+2$; $a_1 = 5$, $d = 3$.

Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с нечётными номерами. Для новой прогрессии получим, $b_1 = a_1 = 5$, $d_b = 6$. Сумма членов исходной прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

Сумма 25 членов новой прогрессии:

$$S_{25} = \frac{(b_1 + b_{25}) \cdot 25}{2} = \frac{(5 + 5 + 6 \cdot 24) \cdot 25}{2} = 1925.$$

Ответ: 1925.

285. По условию имеем арифметическую прогрессию $a_n = 4n-3$; $a_1 = 1$, $d = 4$.

Составим новую арифметическую прогрессию из членов прогрессии a_n с чётными номерами. Для новой прогрессии получим: $b_1 = a_2 = 5$, $d_b = 8$. Сумма членов исходной прогрессии с чётными номерами, не превосходящими 50, равна сумме первых 25 членов полученной прогрессии.

$$S_{25} = \frac{(b_1 + b_{25}) \cdot 25}{2} = \frac{(5 + 5 + 8 \cdot 24) \cdot 25}{2} = 2525.$$

Ответ: 2525.

286. Пусть a_1 — количество сантиметров, которое проползла гусеница за первую минуту, a_2 — за вторую и т. д. Тогда числа $a_1, a_2, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 39$ и $d = -2$.

$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ — количество сантиметров, которое проползла гусеница за первые n минут. Требуется найти число n, при котором $S_n = 400$ см. Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{\big(2a_1 + d(n-1)\big)n}{2}$. Полу-

чим $400 = \dfrac{\big(2\cdot 39 - 2(n-1)\big)n}{2}$; $n^2 - 40n + 400 = 0$;
$(n-20)^2 = 0$; $n = 20$.

Ответ: 20.

287. Пусть a_1 — количество очков, которое начислили стрелку за первое попадание, a_2 — за второе, и т. д. Числа $a_1, a_2, \ldots$ образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 4$ и $d = 2$. $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ — количество начисленных очков за n попаданий. По условию $S_n = 180$, $n \leqslant 20$. Требуется найти $20 - n$.

Воспользуемся формулой $S_n = \dfrac{\big(2a_1 + d(n-1)\big)n}{2}$. Получим:

$180 = \dfrac{\big(2\cdot 4 + 2(n-1)\big)n}{2}$; $n^2 + 3n - 180 = 0$; $n_{1,2} = \dfrac{-3 \pm 27}{2}$, $n \in N$, $n = 12$; $20 - n = 20 - 12 = 8$.

Ответ: 8.

289. Пусть S — искомая сумма, S_1 — сумма всех чётных натуральных чисел, которые не превосходят 241, S_2 — сумма всех чётных натуральных чисел, которые делятся на 10 и не превосходят 241, тогда $S = S_1 - S_2$.

Найдём S_1: $S_1 = \dfrac{2+240}{2}\cdot 120 = 14520$. Последовательность чисел, кратных 10 и не превосходящих 241, представляет арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = 10$, $a_n = 240$. Найдём число членов этой прогрессии. Так как она задаётся формулой $a_n = 10n$, то $10n = 240$, $n = 24$.

Итак, $S_2 = \dfrac{10+240}{2}\cdot 24 = 3000$.

Получаем: $S = 14520 - 3000 = 11520$.

Ответ: 11520.

291. Тридцать первых членов с чётными номерами прогрессии a_n составляют арифметическую прогрессию b_n такую, что $b_1 = a_2$, $b_2 = a_4, \ldots,$ $b_{30} = a_{60}$. Найдём a_2 и a_{60}.

$a_2 = \dfrac{2-18}{0{,}25} = -64$, $a_{60} = \dfrac{60-18}{0{,}25} = 168$.

Переформулируем задачу: найти сумму тридцати членов арифметической прогрессии, если $b_1 = -64$, $b_{30} = 168$.

Получаем $S_{30} = \dfrac{-64+168}{2}\cdot 30 = 1560$.

Ответ: 1560.

293. $\begin{cases} b_1 + b_3 + b_4 = 279, \\ b_3 + b_5 + b_6 = 31, \\ q > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^3 = 279, \\ b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^5 = 31, \\ q > 0; \end{cases}$

$\begin{cases} b_1 \cdot \left(1 + q^2 + q^3\right) = 279, \\ b_1 \cdot q^2\left(1 + q^2 + q^3\right) = 31, \\ q > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} q^2 = \dfrac{1}{9}, \\ q > 0; \end{cases}$ $q = \dfrac{1}{3}$.

$b_1 = \dfrac{279}{1 + q^2 + q^3}$, $b_1 = \dfrac{279 \cdot 27}{31}$, $b_1 = 3^5$. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, $b_8 = 3^5 \cdot \dfrac{1}{3^7} = \dfrac{1}{9}$.

Ответ: $\dfrac{1}{9}$.

294. Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_6$ — члены данной геометрической прогрессии, q — её знаменатель. По условию $b_1 + b_2 + b_3 = 9$; $b_4 + b_5 + b_6 = -72$.
Найдём b_1 и q из системы уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 = 9, \\ b_1 \cdot q^3 + b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^5 = -72; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot (1 + q + q^2) = 9, \\ b_1 \cdot q^3 \cdot (1 + q + q^2) = -72; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{9}{1 + q + q^2}, \\ q^3 = -8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3, \\ q = -2. \end{cases}$$

Следовательно, $b_8 = b_1 \cdot q^7 = 3 \cdot (-2)^7 = 3 \cdot (-128) = -384$.

Ответ: -384.

296. Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_9$ — члены данной геометрической прогрессии, q — её знаменатель. По условию $b_5 = b_3 + 8$; $b_9 = b_3 + 728$.
Найдём значения b_1 и q из системы уравнений:

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^4 = b_1 \cdot q^2 + 8, \\ b_1 \cdot q^8 = b_1 \cdot q^2 + 728; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q^2 \cdot \left(q^2 - 1\right) = 8, \\ b_1 \cdot q^2 \cdot \left(q^6 - 1\right) = 728; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ \dfrac{q^6 - 1}{q^2 - 1} = 91; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ \dfrac{\left(q^2 - 1\right)\left(q^4 + q^2 + 1\right)}{q^2 - 1} = 91; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{8}{q^2\left(q^2 - 1\right)}, \\ q \neq \pm 1, \\ q^4 + q^2 - 90 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \dfrac{1}{9}, \\ \left[\begin{array}{l} q = 3, \\ q = -3. \end{array}\right. \end{cases}$$

Следовательно, $b_7 = b_1 \cdot q^6 = \dfrac{1}{9} \cdot 3^6 = 3^4 = 81$.

Ответ: 81.

297. Так как по условию x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 - 12x + a = 0$, то по теореме, обратной теореме Виета, имеем:
$x_1 + x_2 = 12$, $x_1 \cdot x_2 = a$.
Так как по условию x_3 и x_4 — корни уравнения $x^2 - 3x + b = 0$, то по теореме, обратной теореме Виета, имеем: $x_3 + x_4 = 3$, $x_3 \cdot x_4 = b$.
Решим систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$
Учитывая условие, что числа x_1, x_2, x_3, x_4 положительные и образуют геометрическую прогрессию ($x_1 > 0$; $q > 0$), получим:
$\begin{cases} x_1 + x_1 \cdot q = 12, \\ x_1 \cdot q^2 + x_1 \cdot q^3 = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 \cdot (1 + q) = 12, \\ x_1 \cdot q^2 \cdot (1 + q) = 3. \end{cases}$
Разделим второе уравнение системы на первое, получим:

$q^2 = \frac{1}{4}$, $q_1 = \frac{1}{2}$, $q_2 = -\frac{1}{2}$ — не удовлетворяет условию $q > 0$, значит,

$q = \frac{1}{2}$, тогда из 1-го уравнения системы получим:

$$x_1 = \frac{12}{1 + \frac{1}{2}} = 8,\ x_2 = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4,\ a = x_1 \cdot x_2 = 8 \cdot 4 = 32,$$

$$b = x_3 \cdot x_4 = x_1 \cdot q^2 \cdot x_1 \cdot q^3 = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot \frac{1}{8} = 2.$$

Ответ: $a = 32$, $b = 2$.

326. Согласно условию, имеем систему уравнений:
$$\begin{cases} b_1 + b_2 + b_3 = 21, \\ \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} = \frac{7}{12}; \end{cases} \text{где } b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0.$$

Так как числа b_1, b_2 и b_3 образуют геометрическую прогрессию, то $b_2 = qb_1$; $b_1 = \frac{b_2}{q}$; $b_3 = qb_2$, где $q \neq 0$. Подставляя значения b_1 и b_3 в систему уравнений, получаем:

$$\begin{cases} \frac{b_2}{q} + b_2 + b_2q = 21, \\ \frac{q}{b_2} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_2q} = \frac{7}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_2(1 + q + q^2) = 21q, \\ q^2 + q + 1 = \frac{7b_2q}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{7b_2^2q}{12} = 21q, \\ q^2 + q + 1 = \dfrac{7b_2q}{12}. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы получаем $b_2^2 = 36$; $b_2 = -6$ или $b_2 = 6$. Так как $b_2 > 0$, то $b_2 = 6$.

Ответ: 6.

340. $y = |ax + b| + c$, $a > 0$.

Из рисунка видно, что график функции $y = |ax + b|$ опущен на 2 единицы вниз, значит, $c = -2$. Пусть $\operatorname{tg}\alpha$ — угол наклона прямой к положительному направлению оси Ox. Тогда $a = \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{6}{2} = 3$ (по условию $a > 0$).

Если $x > -2$, то $y = ax + (b + c)$. Так как $y(0) = 4$, то $b + c = 4$; $b = 6$.

Ответ: $a = 3$; $b = 6$; $c = -2$.

350. Запишем уравнение параболы со старшим коэффициентом, равным 1: $y = x^2 + bx + c$.

По условию парабола касается прямых $y = x$ и $y = 1 - x$, тогда уравнения $x^2 + bx + c = x$ и $x^2 + bx + c = 1 - x$ имеют по одному решению:

$$\begin{cases} x^2 + (b-1)x + c = 0, \\ x^2 + (b+1)x + c = 1. \end{cases}$$

Значит, дискриминант каждого квадратного уравнения равен 0.

1) $D = (b-1)^2 - 4c = 0$; 2) $D = (b+1)^2 - 4(c-1) = 0$;

$$\begin{cases} (b-1)^2 = 4c, \\ (b+1)^2 + 4 = 4c, \end{cases} \quad (b-1)^2 = (b+1)^2 + 4,\ b^2 - 2b + 1 = b^2 + 2b + 1 + 4,$$

$b = -1$, тогда $c = 1$.

Таким образом, $y = x^2 - x + 1$.

Ответ: $y = x^2 - x + 1$.

353. 1. Найдём координаты концов отрезка, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 1 - |x|, \\ y = 2x^2 + x - 1. \end{cases}$$

1) $x \geqslant 0$, $\begin{cases} y = 1 - x, \\ y = 2x^2 + x - 1, \end{cases}$ $2x^2 + x - 1 = 1 - x$, $2x^2 + 2x - 2 = 0$,

$x^2 + x - 1 = 0$, $D = 1 + 4 = 5$, $x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ не удовлетворяет условию $x \geqslant 0$;

$y_1 = \dfrac{2 + 1 - \sqrt{5}}{2} = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}$, $A\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}; \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$.

2) $x < 0$, $\begin{cases} y = 1 + x, \\ y = 2x^2 + x - 1, \end{cases}$ $2x^2 + x - 1 = 1 + x$, $2x^2 - 2 = 0$, $x^2 - 1 = 0$,
$(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$ не удовлетворяет условию $x < 0$;
$y_3 = 1 - 1 = 0$, $B(-1; 0)$.

2. Найдём координаты середины отрезка:

$$x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + \sqrt{5} - 2}{4} = \frac{\sqrt{5} - 3}{4}, \; y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{4}.$$

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{5} - 3}{4}; \frac{3 - \sqrt{5}}{4}\right)$.

355. $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

1) С осью Ox:
$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2(x - 1) - 4(x - 1) = 0$, $(x - 1)(x^2 - 4) = 0$; $x - 1 = 0$, $x_1 = 1$; $x^2 - 4 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.
$(1; 0)$, $(2; 0)$, $(-2; 0)$ — координаты точек пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Ox.

2) С осью Oy:
$(0; 4)$ — координаты точки пересечения графика функции $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ с осью Oy.

Ответ: $(-2; 0)$, $(1; 0)$, $(2; 0)$, $(0; 4)$.

359. Обозначим $f(x) = -4x^4 + 10x^2 - 3$. Точка B является одной из точек

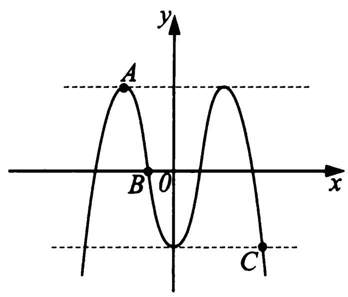

Рис. 124

пересечения графика функции $y = f(x)$ и оси Ox. Значит, $y_B = 0$. Для нахождения x_B решим уравнение $f(x) = 0$. Сделаем замену $t = x^2 \geqslant 0$, тогда уравнение $f(x) = 0$ примет вид:

$$-4t^2 + 10t - 3 = 0, \; 4t^2 - 10t + 3 = 0, \; t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4},$$

$t_1 = \dfrac{5+\sqrt{13}}{4} \geqslant 0, t_2 = \dfrac{5-\sqrt{13}}{4} \geqslant 0.$

Поэтому $x_{1,2} = \pm\dfrac{\sqrt{5+\sqrt{13}}}{2}$, $x_{3,4} = \pm\dfrac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2}$. В силу расположения точки B следует, что x_B — наибольшее отрицательное число среди чисел x_1, x_2, x_3, x_4. Значит, $x_B = -\dfrac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2}$.

Заметим, что y_A соответствует наибольшему значению функции $y = f(x)$. Для нахождения этого значения выделим полный квадрат в представлении функции:

$$-4x^4 + 10x^2 - 3 = -4\left(x^4 - 2\cdot x^2\cdot\frac{5}{4}\right) - 3 =$$

$$-4\left(x^4 - 2\cdot x^2\cdot\frac{5}{4} + \frac{25}{16}\right) + 4\cdot\frac{25}{16} - 3 =$$

$$= -4\left(x^2 - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{13}{4}.$$

Следовательно, $f(x) = -4\left(x^2 - \dfrac{5}{4}\right)^2 + \dfrac{13}{4}$. Из полученного представления вытекает, что наибольшее значение функции $y = f(x)$ равно $\dfrac{13}{4}$, так как для всех действительных x справедливо неравенство $-4\left(x^2 - \dfrac{5}{4}\right)^2 \leqslant 0$. Причём это наибольшее значение достигается в том случае, когда $x^2 - \dfrac{5}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Тогда из расположения точки A в левой полуплоскости следует, что $x_A = -\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ и соответственно $y_A = \dfrac{13}{4}$.

Определим координаты точки C. Из рисунка 124 следует, что $y_C = f(0) = -3$. Тогда опять же из рисунка 124 вытекает, что x_C равняется положительному корню уравнения $f(x) = -3$. Решим его.

$-4x^4 + 10x^2 - 3 = -3,\ -4x^4 + 10x^2 = 0,\ x^2(4x^2 - 10) = 0,\ x_1 = 0,$

$x_{2,3} = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}$. Значит, $x_C = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Ответ: $A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{13}{4}\right)$, $B\left(-\frac{\sqrt{5-\sqrt{13}}}{2}; 0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; -3\right)$.

411. График функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ — парабола, ветви которой направлены вверх (см. рис. 125). Найдём координаты вершины: $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $x_0 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$, $y_0 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 = -3$. $(3; -3)$ — координаты вершины параболы. Нули функции: $\frac{1}{3}x^2 - 2x = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, следовательно, $(0; 0)$ и $(6; 0)$ — координаты точек пересечения графика функции с осью Ox.

Дополнительные точки:

x	1	5	-1	7
y	$-1\frac{2}{3}$	$-1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$

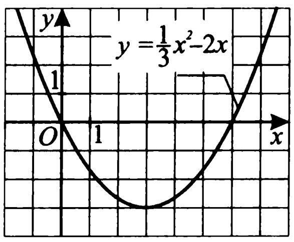

Рис. 125

Функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$.

Ответ: $[3; +\infty)$.

413. Пусть x — длина всего забора, тогда $0{,}3(x - 2)$ — длина части забора, которую покрасил мальчик, красивший сразу за Томом, а из следующих трёх мальчиков первый и второй покрасили $\frac{1}{5}x$ и $\frac{1}{6}x$ метров. Пусть y — длина части забора, оставшейся непокрашенной после этого. Из условия следует, что 1 метр (который в конце красил Том) составляет

$100\% - 85\% = 15\%$ от y. То есть $0{,}15y = 1$, $y = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$. Так как сумма всех покрашенных частей равна длине всего забора, получаем уравнение: $2 + 0{,}3(x-2) + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + y = x$; $2 + \frac{3}{10}x - 0{,}6 + \frac{11}{30}x + \frac{20}{3} = x$;

$\frac{20}{30}x + 1{,}4 + \frac{20}{3} = x$; $\frac{24{,}2}{3} = \frac{1}{3}x$; $x = 24{,}2$ (м).

Ответ: 24,2.

415. Пусть скорость первого велосипедиста x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второго — y $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

1) первый до встречи прошёл $7{,}5x$ км, а второй — $4y$ км. Составим первое уравнение: $7{,}5x + 4y = 325$;

2) первый до встречи прошёл $5x$ км, а второй — $7y$ км. Составим второе уравнение: $5x + 7y = 325$.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} 7{,}5x + 4y = 325, \\ 5x + 7y = 325. \end{cases}$

$7{,}5x + 4y = 5x + 7y$, $2{,}5x = 3y$, $5x = 6y$, $x = \frac{6}{5}y$;

$6y + 7y = 325$, $13y = 325$, $y = 25$, $x = 30$.

Ответ: 30; 25.

416. Обозначим скорость II-го автомобиля — x км/ч, тогда I-го — $(x + 10)$ км/ч.

Первый случай: первый автомобиль прошёл $4(x + 10)$ км до встречи, а второй — $3x$ км. Весь путь — $(4(x + 10) + 3x)$ км.

Второй случай: первый до встречи шёл $4{,}5 - 1\frac{5}{6} = 2\frac{2}{3}$ (ч) и прошёл

$2\frac{2}{3}(x+10)$ км. Второй прошёл $4\frac{1}{2}x$ км. Весь путь: $\left(2\frac{2}{3}(x+10)+4\frac{1}{2}x\right)$ км.

Зная, что в обоих случаях автомобили проехали один и тот же путь, составим уравнение:

$4(x + 10) + 3x = \frac{8}{3}(x + 10) + 4\frac{1}{2}x$; $4x + 40 + 3x = \frac{8}{3}x + \frac{80}{3} + 4\frac{1}{2}x$;

$7x - \frac{8}{3}x - 4\frac{1}{2}x = \frac{80}{3} - 40$; $-\frac{1}{6}x = -\frac{40}{3}$; $x = 80$.

Скорость II-го автомобиля — 80 км/ч. Расстояние между пунктами $4(80 + 10) + 3 \cdot 80 = 600$ (км).

Ответ: 600.

417. Пусть x км/ч — скорость I велосипедиста, а y км/ч — скорость II велосипедиста.

Если I велосипедист выедет на 5 ч раньше второго и они встретятся через 5 ч после выезда второго, то к моменту встречи I велосипедист проедет $10x$ км, а второй — $5y$ км.

Если II велосипедист выедет на 2 ч раньше первого и они встретятся через 6 ч после выезда первого, то к моменту встречи I велосипедист проедет $6x$ км, а второй — $8y$ км.

Зная, что расстояние между пунктами 400 км, составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 10x + 5y = 400, \\ 6x + 8y = 400, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 80, \ (1) \\ 3x + 4y = 200. \ (2) \end{cases}$$

Выразим из уравнения (1) y и подставим его во второе уравнение. Получим:

$y = 80 - 2x$, $3x + 4(80 - 2x) = 200$, $3x + 320 - 8x = 200$, $-5x = -120$, $x = 24$, $y = 80 - 2 \cdot 24 = 32$.

Таким образом скорость I велосипедиста — 24 км/ч, скорость II велосипедиста — 32 км/ч.

Ответ: 24; 32.

421. Пусть x км/ч — скорость третьего катера, а t ч — время, за которое третий катер догонит второй. Расстояние, которое проплыл второй катер до встречи с третьим, равно $40 \cdot (t + 1)$ км, а третий катер проплыл xt км.

К моменту встречи второго катера с первым второй катер проплыл $(2t + 1) \cdot 40$ км, а первый катер — $(2t + 2) \cdot 30$ км.

По условию $xt = 40 \cdot (t + 1)$ и $(2t + 1) \cdot 40 = (2t + 2) \cdot 30$.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} xt = 40 \cdot (t + 1), \\ (2t + 1) \cdot 40 = (2t + 2) \cdot 30, \end{cases} \quad \begin{cases} xt = 40 \cdot (t + 1), \\ 80t + 40 = 60t + 60, \end{cases}$$

$$\begin{cases} xt = 40(t + 1), \\ 20t = 20, \end{cases} \quad t = 1, x = 80.$$

Скорость третьего катера равна 80 км/ч.

Ответ: 80.

422. Пусть выпуск продукции составлял x, отпускная цена — y. Себестоимость — $\frac{3}{4}y$. Прибыль составляла $y - \frac{3}{4}y = \frac{1}{4}y$ (на отпускной цене).

Вся прибыль была $\frac{xy}{4}$.

После изменений: выпуск продукции составил $1{,}5x$, отпускная цена —

1,1y, себестоимость — $\frac{3}{4} \cdot 1{,}2y = 0{,}9y$. Прибыль на отпускной цене — $1{,}1y - 0{,}9y = 0{,}2y$. Вся прибыль стала $1{,}5x \cdot 0{,}2y = 0{,}3xy$.

Прибыль увеличилась на $0{,}3xy - 0{,}25xy = 0{,}05xy$, что в процентах составило $\frac{0{,}05xy \cdot 4}{xy} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20%.

425. Пусть производительность I бригады — x, II бригады — y, III бригады —z, IV бригады — t. Найти $\frac{1}{z+t}$.

По условию: $\begin{cases} y+z+t=4x, \\ x+z+t=3y, \\ x+y=\frac{1}{11}. \end{cases}$

Найдём $z+t$ — производительность III и IV бригад:

$\begin{cases} z+t=4x-y, \\ z+t=3y-x, \\ x+y=\frac{1}{11}; \end{cases}$ $4x-y=3y-x$; $5x=4y$; $x=\frac{4}{5}y$. Подставим в третье уравнение: $\frac{4}{5}y+y=\frac{1}{11}$, $\frac{9}{5}y=\frac{1}{11}$, $y=\frac{5}{99}$, $x=\frac{4}{99}$. Тогда $z+t=4\cdot\frac{4}{99}-\frac{5}{99}$, $z+t=\frac{1}{9}$. Тогда III и IV бригадам понадобится $1:\frac{1}{9}=9$ (дней).

Ответ: 9.

426. Пусть производительность классов: А — a, Б — b, В — c, Г — d. Необходимо найти время, за которое могут покрасить забор все четыре класса, то есть $\frac{1}{a+b+c+d}$.

По условию: $b+c+d=\frac{1}{3}$, $a+c+d=\frac{1}{2}$, $a+b=\frac{1}{5}$;

сложим: $2a+2b+2c+2d=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$, $a+b+c+d=\frac{31}{60}$, $\frac{1}{a+b+c+d}=\frac{60}{31}$.

Все четыре класса могут покрасить забор за $1\frac{29}{31}$ часа.

Ответ: $1\frac{29}{31}$.

429. Пусть производительность I садовника — x, производительность II садовника — y, производительность III садовника — z, производительность IV садовника — t.

По условию: $\begin{cases} x + y = \dfrac{7}{120}, \\ y + z + t = \dfrac{9}{200}, \\ z + x + t = \dfrac{4}{75}. \end{cases}$

Найти $\dfrac{1}{x+y+z+t}$.

Сложим уравнения системы: $2x + 2y + 2z + 2t = \dfrac{7}{120} + \dfrac{9}{200} + \dfrac{4}{75}$,

$2(x+y+z+t) = \dfrac{94}{600}$, $x+y+z+t = \dfrac{47}{600}$, $\dfrac{1}{x+y+z+t} = \dfrac{600}{47}$ часа.

Ответ: $\dfrac{600}{47}$.

430. Пусть первоначальная скорость такси x $\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$, тогда на путь из A в B было потрачено $\dfrac{200}{x}$ часов, а обратный путь водитель прошёл за $1 + \dfrac{200-x}{x-20}$ часов. Зная, что обратный путь занял на $\dfrac{1}{4}$ часа больше, составим уравнение:

$1 + \dfrac{200-x}{x-20} = \dfrac{200}{x} + \dfrac{1}{4}$, $\dfrac{200-x}{x-20} - \dfrac{200}{x} = -\dfrac{3}{4}$,

$\dfrac{200x - x^2 - 200x + 4000}{x(x-20)} = -\dfrac{3}{4}$, $x \neq 0$, $x \neq 20$.

$4(-x^2 + 4000) = -3(x^2 - 20x)$, $-4x^2 + 16000 = -3x^2 + 60x$,
$x^2 + 60x - 16000 = 0$, по теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = 100$, $x_2 = -160$ (не удовлетворяет условию задачи).

Ответ: 100.

433. Пусть C — место встречи двух велосипедистов. Тогда первый велосипедист проехал расстояние $S_2 = CB$ за 48 минут, а второй проехал расстояние $S_1 = AC$ за 27 минут. Так как скорости велосипедистов постоянны, то скорость первого велосипедиста равна $v_1 = \dfrac{S_2}{48}$, а скорость второго — $v_2 = \frac{S_1}{27}$. Тогда первый затратил на дорогу до встречи $\frac{S_1}{v_1}$ минут, а второй — $\frac{S_2}{v_2}$ минут. Однако каждый из велосипедистов доехал до места встречи от пункта своего отправления за одно и то же время. Поэтому $\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2}$, откуда $\frac{S_1}{\frac{S_2}{48}} = \frac{S_2}{\frac{S_1}{27}} \Rightarrow \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \frac{27}{48}, \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \frac{9}{16}, \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{4}$.

Следовательно, время от начала движения велосипедистов до их встречи равно $\frac{S_1}{v_1} = 48 \cdot \frac{S_1}{S_2} = 48 \cdot \frac{3}{4} = 36$ минут.

Ответ: 36.

438. Пусть x км/ч — скорость лодки в стоячей воде, по условию $x > 3$.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	$x + 3$	$\frac{39}{x+3}$	39
против течения	$x - 3$	$\frac{28}{x-3}$	28
в озере	x	$\frac{70}{x}$	70

Зная, что моторная лодка прошла путь по течению реки и против течения реки за то же время, за которое она могла пройти путь по озеру, составим и решим уравнение:

$\frac{39}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{70}{x}$, $39x \cdot (x - 3) + 28x \cdot (x + 3) = 70 \cdot (x^2 - 9)$,
$39x^2 - 117x + 28x^2 + 84x = 70x^2 - 630$, $3x^2 + 33x - 630 = 0$,
$x^2 + 11x - 210 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = 10$, $x_2 = -21$ — не удовлетворяет условию $x > 3$. 10 км/ч — скорость лодки в стоячей воде.

Ответ: 10.

439. Пусть x км/ч — скорость байдарки в стоячей воде, тогда $(x+2)$ км/ч составит скорость байдарки по течению, а $(x - 2)$ км/ч — скорость против течения реки. $\frac{25}{x}$ ч — время, которое затратил турист, плывя по озеру, $\frac{9}{x-2}$ ч — время плавания против течения реки, $\frac{56}{x+2}$ ч — время плавания по течению. По условию задачи турист плыл по озеру и против течения реки столько же времени, сколько плыл по течению. Составим и решим уравнение:

$\frac{25}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{56}{x+2}$, $x > 2$, $25(x^2 - 4) + 9x(x + 2) = 56x(x - 2)$,

$25x^2 - 100 + 9x^2 + 18x = 56x^2 - 112x$, $22x^2 - 130x + 100 = 0$,

$11x^2 - 65x + 50 = 0$, $D = 65^2 - 44 \cdot 50 = 4225 - 2200 = 2025$, $x_{1,2} = \frac{65 \pm 45}{22}$,

$x_1 = \frac{110}{22} = 5$, $x_2 = \frac{20}{22} = \frac{10}{11}$ — не удовлетворяет условию $x > 2$.

5 км/ч — скорость байдарки в стоячей воде.

Ответ: 5.

440. Пусть x кг — масса меди в сплаве, тогда $(x + 5)$ кг — первоначальная масса сплава; $\frac{x}{x+5} \cdot 100\%$ — процентное содержание меди в первоначальном сплаве; $(x + 20)$ кг — масса нового сплава; $\frac{x}{x+20} \cdot 100\%$ — процентное содержание меди в новом сплаве.

По условию содержание меди понизилось на 30%. Составим и решим уравнение:

$\frac{x}{x+5} \cdot 100 - \frac{x}{x+20} \cdot 100 = 30$, $x > 0$; $\frac{10x}{x+5} - \frac{10x}{x+20} = 3$;

$10x^2 + 200x - 10x^2 - 50x = 3(x + 5)(x + 20)$; $150x = 3(x + 5)(x + 20)$; $x^2 + 25x - 50x + 100 = 0$; $x^2 - 25x + 100 = 0$; $x_1 = 5$, $x_2 = 20$. Оба числа удовлетворяют условию $x > 0$. Первоначальная масса сплава могла быть либо 10 кг, либо 25 кг.

Ответ: 10, 25.

442. $420 \cdot \frac{4}{7} = 240$ км было пройдено за изначально намеченное время со скоростью x км/ч. С увеличенной скоростью $(x + 10)$ км/ч было пройдено $420 - 240 = 180$ км.

Планируемое время $\frac{180}{x}$ на $\frac{1}{4}$ больше реального времени $\frac{180}{x+10}$. Составляем уравнение: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+10} = \frac{1}{4}$. Умножим обе части на $4x^2 + 40$.

$720x + 7200 - 720x = x^2 + 10x$,

$x^2 + 10x - 7200 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета, $x_1 = -90$, $x_2 = 80$.

По смыслу задачи $x = 80$ км/ч — исходная скорость. Тогда общее время движения $420 : 80 = 5{,}25$ ч.

Ответ: 5,25.

516. Пусть p_i — производительность i-ой группы программистов, $i = 1$, 2, 3. Тогда из условия задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(p_1 + p_2 + p_3) = 1, \\ p_1 = 3p_3, \\ p_1 = p_2 + p_3. \end{cases}$$

Из первого и третьего уравнений системы следует, что $4p_1 = 1, p_1 = \frac{1}{4}$.

Подставляя во второе уравнение системы p_1, получаем $p_3 = \frac{1}{12}$. Тогда, подставляя p_1 и p_3 в третье уравнение, найдём $p_2 = p_1 - p_3 = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$.

Ответ: 4; 6; 12.

517. Пусть v_1 , l_1 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) поезда; v_2, l_2 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) электрички. Согласно условию задачи $v_2 = \frac{1}{2}v_1$; $l_2 = \frac{1}{3}l_1$. Зная, что поезд проходит мимо столба за 5 секунд, имеем $\frac{l_1}{v_1} = 5$. Чтобы определить время, за которое мимо друг друга пройдут поезд и электричка, нужно их общую длину разделить на суммарную скорость (из условия задачи ясно, что поезд и электричка движутся навстречу друг другу), то есть это время равно

$$\frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{l_1 + \frac{1}{3}l_1}{v_1 + \frac{1}{2}v_1} = \frac{8l_1}{9v_1} = \frac{8 \cdot 5}{9} = \frac{40}{9} \text{ (с)}.$$

Ответ: $\frac{40}{9}$.

518. Пусть v_1, l_1 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) поезда, v_2, l_2 — соответственно скорость (в м/с) и длина (в м) электрички. Согласно условию задачи $v_1 = v_2$; $l_1 = 1{,}5l_2$. Зная, что электричка проходит мимо столба за 8 секунд, имеем $\frac{l_2}{v_2} = 8$. Чтобы определить время, за которое мимо друг друга пройдут поезд и электричка, нужно их общую длину разделить на суммарную скорость (из условия задачи ясно, что поезд и электричка движутся навстречу друг другу), то есть это время равно

$$\frac{l_1+l_2}{v_1+v_2}=\frac{1{,}5l_2+l_2}{v_2+v_2}=\frac{2{,}5l_2}{2v_2}=\frac{2{,}5\cdot 8}{2}=10\,(\text{c}).$$

Ответ: 10.

519. Пусть x — количество стекла первого сорта, y — количество стекла второго сорта, которые надо взять, чтобы получить стекло, пропускающее 60% света. Из условия задачи имеем:

$$\frac{0{,}45x+0{,}8y}{x+y}=0{,}6;\ 0{,}45x+0{,}8y=0{,}6x+0{,}6y;\ 0{,}15x=0{,}2y;\ \frac{x}{y}=\frac{4}{3}.$$

Ответ: 4 : 3.

520. Пусть x — количество шоколада с содержанием 25% какао-бобов, y — количество шоколада с содержанием 70% какао-бобов, которые нужно взять, чтобы получить шоколад, содержащий 45% какао-бобов. Из условия задачи следует, что $\frac{0{,}25x+0{,}7y}{x+y}=0{,}45$; $0{,}25x+0{,}7y=$

$=0{,}45x+0{,}45y$; $0{,}2x=0{,}25y$; $\frac{x}{y}=\frac{5}{4}$.

Ответ: 5 : 4.

522. Пусть за x дней может перевезти весь груз первый грузовик. Тогда за $(x-3)$ дня может перевезти весь груз второй грузовик; $\frac{1}{x}$ — производительность первого грузовика, $\frac{1}{x-3}$ — производительность второго грузовика (часть груза, которую он перевозит за один день).

По условию за 5 дней совместной работы грузовики перевезли 0,75 всего груза. Следовательно, $5\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-3}\right)=0{,}75$, где $x>3$; $\frac{x-3+x}{x(x-3)}=0{,}15$; $0{,}15x^2-2{,}45x+3=0$. Решением этого уравнения являются $x_1=15$, $x_2=\frac{4}{3}$. Так как должно выполняться неравенство $x>3$, то $x_2=\frac{4}{3}$ не удовлетворяет условию задачи. Получаем: первый грузовик весь груз может перевезти за 15 дней, второй — за 12 дней.

Ответ: 15; 12.

528. $y=-2x+p$, $S_{\triangle AOB}=49$, $S_{\triangle AOB}=\frac{|AO|\cdot|BO|}{2}$ (см. рис. 126).

Найдём координаты точек:

а) A: $A(0;y)$. $y=-2x+p$, $x=0$, $y=p$, $A(0;p)$.

б) B: $B(x;0)$. $y=-2x+p$, $-2x+p=0$, $x=\frac{1}{2}p$, $B\left(\frac{1}{2}p;0\right)$.

$S_{OAB}=\frac{|OA|\cdot|OB|}{2}$, $S_{OAB}=\frac{|p|\cdot\frac{1}{2}\cdot|p|}{2}$, $\frac{1}{4}p^2=49$, $p^2=4\cdot49$, $p=\pm14$.

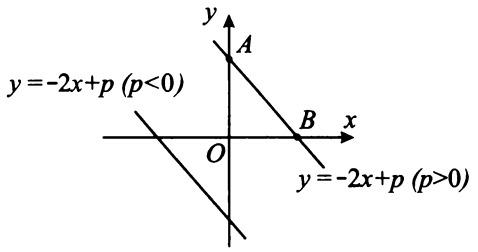

Рис. 126

Ответ: -14; 14.

532. Введём обозначение: $f(x)=x^2+x+(k-1)(k+7)$. Учитывая, что старший коэффициент квадратного трёхчлена $f(x)$ положителен, можно сделать вывод, что число 3 находится между корнями уравнения $f(x)=0$ тогда и только тогда, когда $f(3)<0$.
Решим неравенство: $f(3)<0$, $3^2+3+(k-1)(k+7)<0$,
$k^2+6k-7+12<0$, $(k+1)(k+5)<0$, $-5<k<-1$.

Ответ: $k\in(-5;-1)$.

538. По условию прямая $y=kx+b$ касается параболы $y=x^2+bx$, абсцисса точки касания $x=2$.
а) Выразим b через k из уравнения $x^2+bx=kx+b$, зная, что $x=2$: $4+2b=2k+b$, $b=2k-4$.
б) Уравнение $x^2+bx=kx+b$, $x^2+(b-k)x-b=0$ имеет 1 корень, тогда $D=0$. $D=(b-k)^2+4b$, $b^2-2bk+k^2+4b=0$.
в) Найдём b и k из условий а) и б):

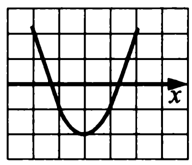

Рис. 127

$$\begin{cases} b = 2k - 4, \\ b^2 - 2bk + k^2 + 4b = 0, \end{cases}$$

$(2k-4)^2 - 2k \cdot (2k-4) + k^2 + 4 \cdot (2k-4) = 0,$

$4k^2 - 16k + 16 - 4k^2 + 8k + k^2 + 8k - 16 = 0$, $k = 0$, тогда $b = 2 \cdot 0 - 4 = -4$.

Ответ: $k = 0$; $b = -4$.

541. Среднее арифметическое девяти чисел равно 17, значит, сумма этих девяти чисел равна $17 \cdot 9 = 153$.

Среднее арифметическое других одиннадцати чисел равно 7, значит, сумма этих одиннадцати чисел равна $7 \cdot 11 = 77$.

Тогда сумма всех двадцати чисел равна $153 + 77 = 230$, а их среднее арифметическое равно $230 : 20 = 11{,}5$.

Ответ: 11,5.

542. Наименьшее трёхзначное число, кратное 15, — это 105, наибольшее — 990. Задача сводится к нахождению суммы членов арифметической прогрессии, у которой $a_1 = 105$, $a_n = 990$, $d = 15$.

Найдём число членов этой прогрессии, применив формулу общего члена: $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$, $105 + 15 \cdot (n-1) = 990$, $7 + n - 1 = 66$, $n = 60$.

Сумму членов найдём по формуле:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n,\ S_{60} = \frac{105 + 990}{2} \cdot 60 = 32850.$$

Ответ: 32850.

546. По условию задачи окружность $x^2 + y^2 = 10$ не имеет общих точек с прямой $mx + y = 10$, значит, система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ mx + y = 10 \end{cases}$ должна быть несовместной.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ y = 10 - mx; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (10 - mx)^2 = 10, \\ y = 10 - mx. \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение этой системы:

$x^2 + 100 - 20mx + m^2x^2 - 10 = 0$, $(1 + m^2)x^2 - 20mx + 90 = 0$. $1 + m^2 \neq 0$, поэтому уравнение квадратное. Оно не должно иметь действительных корней, следовательно, $D < 0$.

$(20m)^2 - 4 \cdot 90 \cdot (1 + m^2) < 0$, $400m^2 - 360m^2 < 360$, $40m^2 < 360$, $m^2 < 9$, $|m| < 3$.

Ответ: $(-3; 3)$.

549. $y = x^2 - x + 1$, $x + my - 1 = 0$.

По условию задачи парабола $y = x^2 - x + 1$ имеет с прямой $x + my - 1 = 0$ единственную общую точку, значит, система уравнений

$\begin{cases} y = x^2 - x + 1, \ (1) \\ x + my - 1 = 0 \ (2) \end{cases}$ должна иметь единственное решение.

Из второго уравнения системы выразим x через y и подставим в первое уравнение:
$x = 1-my, y = (1-my)^2-(1-my)+1, 1-2my+m^2y^2-1+my-y+1 = 0,$
$m^2y^2 - (m+1) \cdot y + 1 = 0.$
1) $m = 0$, $-y + 1 = 0$, $y = 1$, уравнение имеет единственный корень, значит, система имеет единственное решение, что удовлетворяет условию задачи.
2) $m \neq 0$, уравнение квадратное, оно должно иметь единственный корень, следовательно, $D = 0$.
$(m+1)^2 - 4m^2 = 0, m^2 + 2m + 1 - 4m^2 = 0, 3m^2 - 2m - 1 = 0, m_1 = 1,$
$m_2 = -\frac{1}{3}.$

При $m_1 = 1$ и $m_2 = -\frac{1}{3}$ система имеет единственное решение.

Ответ: $0, 1, -\frac{1}{3}.$

608. Построим график данной функции (см.рис. 128).

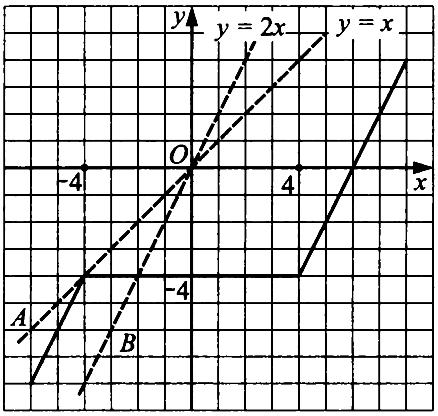

Рис. 128

Проведём прямую OA, проходящую через начало координат и точку с координатами $(-4; -4)$, и прямую OB, проходящую через начало координат и параллельную прямым $y = 2x + 4$ и $y = 2x - 12$. Прямая $y = ax$ имеет три общие точки с графиком данной функции тогда и только тогда, когда она лежит внутри угла $\angle AOB$, следовательно, $1 < a < 2$.

Ответ: $1 < a < 2$.

609. Рассмотрим функцию $y(x) = 2x^2+2(a+2)x+a+6$. Её графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Значения параметра a, при которых все решения неравенства $y(x) < 0$ являются положительными числами, можно найти из условий:

$$\left[\begin{array}{l} D < 0, \\ \begin{cases} D \geqslant 0, \\ y(0) \geqslant 0, \\ x_0 \geqslant 0, \end{cases} \end{array}\right.$$

где D — дискриминант уравнения $y(x) = 0$, x_0 — абсцисса вершины параболы $y(x)$.

Решаем полученную совокупность неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} 4a^2+8a-32 < 0, \\ \begin{cases} 4a^2+8a-32 \geqslant 0, \\ a+6 \geqslant 0, \\ -\dfrac{2(a+2)}{4} \geqslant 0; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < a < 2, \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a \leqslant -4, \\ a \geqslant 2, \end{array}\right. \\ a \geqslant -6, \\ a \leqslant -2; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < a < 2, \\ -6 \leqslant a \leqslant -4; \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -6 \leqslant a < 2$.

Ответ: $-6 \leqslant a < 2$.

Замечание. При $D < 0$ неравенство $y(x) < 0$ не имеет решений. Это означает, что множество решений неравенства не содержит неположительных чисел, то есть выполняется условие задачи.

610. Рассмотрим функцию $y(x) = 2x^2+2(a-2)x+6-a$. Её графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Значения параметра a, при которых все решения неравенства $y(x) < 0$ являются отрицательными числами, можно найти из условий: $\left[\begin{array}{l} D < 0, \\ \begin{cases} D \geqslant 0, \\ y(0) \geqslant 0, \\ x_0 \leqslant 0, \end{cases} \end{array}\right.$

где D — дискриминант уравнения $y(x) = 0$, x_0 — абсцисса вершины параболы $y(x)$. Решаем полученную совокупность неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} 4a^2-8a-32 < 0, \\ \begin{cases} 4a^2-8a-32 \geqslant 0, \\ 6-a \geqslant 0, \\ -\dfrac{2(a-2)}{4} \leqslant 0; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < a < 4, \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a \geqslant 4, \\ a \leqslant -2, \end{array}\right. \\ a \leqslant 6, \\ a \geqslant 2; \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < a < 4, \\ 4 \leqslant a \leqslant 6; \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -2 < a \leqslant 6$.

Ответ: $-2 < a \leqslant 6$.

Замечание. При $D < 0$ неравенство $y(x) < 0$ не имеет решений. Это означает, что множество решений неравенства не содержит неотрицательных чисел, то есть выполняется условие задачи.

611. Указанное неравенство не имеет решений, если дискриминант D квадратного уравнения $x^2-(6a+2)x+9a+3=0$ меньше нуля. Вычислим $D=(6a+2)^2-4\cdot(9a+3)=36a^2-12a-8=4(9a^2-3a-2)$ и решим неравенство $9a^2-3a-2<0$. Для этого решим уравнение $9a^2-3a-2=0$. Корни его $a_1=-\frac{1}{3}$; $a_2=\frac{2}{3}$, а решение неравенства $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

Ответ: $-\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$.

614. Неравенство $ax^2+(a-6)x+a\geqslant 0$ не имеет решений при отрицательных a, если дискриминант уравнения $ax^2+(a-6)x+a=0$ $D=(a-6)^2-4a\cdot a<0$. Получаем:

$$\begin{cases} a^2-12a+36-4a^2<0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+4a-12>0, \\ a<0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)(a+6)>0, \\ a>0. \end{cases}$$

Решая методом интервалов (см. рис. 129), получим $a<-6$.

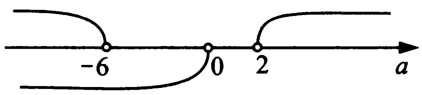

Рис. 129

Ответ: $a<-6$.

615. Построим график функции $y=\big||4x-5|-1\big|$ (см. рис. 130).

Прямая $y=kx+4$ проходит через точку $(0;4)$ при любом значении параметра k. При $k=-4$ прямая $y=kx+4$ имеет бесконечное множество общих точек с графиком данной функции. При $k\neq-4$ для выполнения условия задачи необходимо, чтобы прямая $y=kx+4$ лежала «не выше» точки $\left(\frac{5}{4};1\right)$ и «не ниже» точки $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ (см. рис. 130). Запишем уравнения прямых, проходящих через точки $(0;4)$, $\left(\frac{3}{2};0\right)$ и $(0;4)$, $\left(\frac{5}{4};1\right)$:

$$1)\begin{cases} 4=0\cdot k+b, \\ 0=\frac{3}{2}k+b; \end{cases} \quad k=-\frac{8}{3},\, b=4;\, y=-\frac{8}{3}x+4;$$

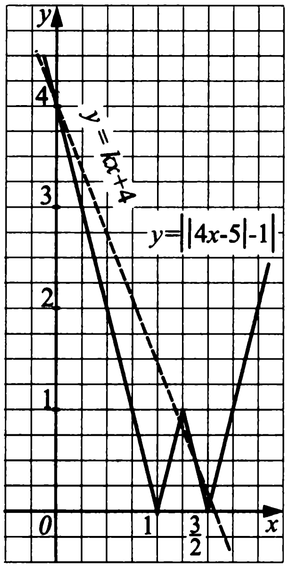

Рис. 130

2) $\begin{cases} 4 = 0 \cdot k + b, \\ 1 = \frac{5}{4}k + b; \end{cases}$ $k = -\frac{12}{5}$, $b = 4$; $y = -\frac{12}{5}x + 4$.

Из вышесказанного следует, что условие задачи выполняется при $-\frac{12}{5} \leqslant k \leqslant -\frac{8}{3}$ и $k = -4$.

Ответ: $k = -4$, $-\frac{12}{5} \leqslant k \leqslant -\frac{8}{3}$.

616. Построим график функции $y = \big||3x - 2| - 4\big|$ (см. рис. 131).

Прямая $y = kx + 2$ проходит через точку $(0; 2)$ при любом значении параметра k. При $k = 3$ прямая $y = kx + 2$ имеет бесконечное множество общих точек с графиком данной функции. При $k > 3$ $y = kx + 2$ имеет единственную общую точку с графиком данной функции, значит, $k \leqslant 3$. При $k = -1$ $y = kx+2$ имеет три общие точки с графиком данной функции, а при $k < -1$ графики функций $y = kx + 2$ и $y = \big||3x - 2| - 4\big|$ имеют менее трёх общих точек, значит, $k \geqslant -1$. При $-1 \leqslant k \leqslant 3$ условие задачи выполняется (см. рис. 131).

Ответ: $-1 \leqslant k \leqslant 3$.

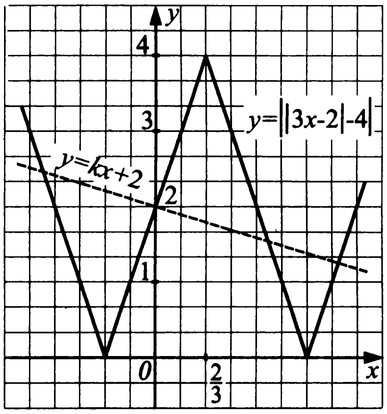

Рис. 131

618. Построим график данной функции $y = \begin{cases} 3x+5, \text{ если } x < -2, \\ -x+2, \text{если } -2 < x \leqslant 2, \\ x-2, \quad \text{если } x > 2 \end{cases}$ (см. рис. 132).

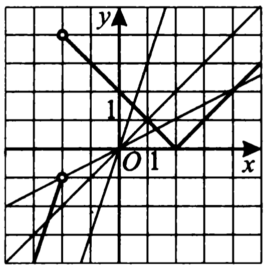

Рис. 132

Прямая $y = kx$ пересекает график функции в двух различных точках, если:

1) угловой коэффициент прямой больше углового коэффициента прямой $y = 0$ и меньше либо равен угловому коэффициенту прямой, проходящей через точку с координатами $(-2; -1)$;

2) угловой коэффициент прямой больше либо равен угловому коэффициенту прямой, параллельной прямой $y = x - 2$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 3x + 5$.

1. Найдём угловой коэффициент прямой, проходящей через точку с координатами $(-2; -1)$: $-1 = -2k$, $k = 0{,}5$.

Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 < k \leqslant 0{,}5$.

2. Угловой коэффициент прямой, параллельной прямой $y = x - 2$, равен 1, а прямой, параллельной прямой $y = 3x + 5$, равен 3. Получаем: $1 \leqslant k < 3$. Прямая $y = kx$ имеет две общие точки с графиком заданной функции, если $0 < k \leqslant 0{,}5$ и $1 \leqslant k < 3$.

Ответ: $(0; 0{,}5] \cup [1; 3)$.

620. Построим окружность с центром в точке $E(6; 4)$ радиусом 4 и проведём диаметры BF и AC, параллельные осям координат (см. рис. 133).

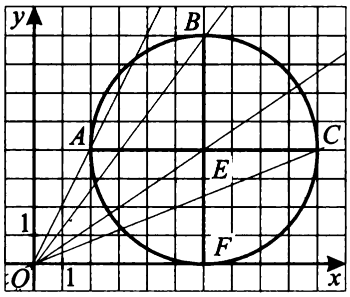

Рис. 133

По рисунку видно, что прямая $y = kx$ имеет ровно одну общую точку с диаметрами AC и BF в трёх случаях.

1. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше либо равен угловому коэффициенту прямой $y = 0$ и меньше углового коэффициента прямой OC. Найдём угловой коэффициент прямой OC как прямой, проходящей через точку $C(10; 4)$: $4 = 10k$, $k = \frac{2}{5}$. Угловой коэффициент прямой $y = 0$ равен 0. Получаем: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$.

2. Условию задачи удовлетворяет прямая $y = kx$, проходящая через центр окружности — точку $E(6; 4)$. Найдём угловой коэффициент прямой OE: $4 = 6k$, $k = \frac{2}{3}$.

3. Угловой коэффициент прямой $y = kx$ больше углового коэффициента прямой OB, но меньше либо равен угловому коэффициенту прямой OA. Найдём угловой коэффициент прямой OB как прямой, проходя-

щей через точку $B(6;8)$: $8 = 6k$, $k = \frac{4}{3}$. Найдём угловой коэффициент прямой OA как прямой, проходящей через точку $A(2;4)$: $4 = 2k$, $k = 2$. Получаем: $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

Ответ: $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$, $k = \frac{2}{3}$, $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$.

§ 4. Ответы к сборнику задач

1. 162. **2.** 57,8. **3.** 192. **4.** Во втором. **5.** В первой библиотеке. **6.** Хомячков осталось поровну. **7.** 100. **8.** Рыб стало поровну. **9.** В первом коробке. **10.** B. **11.** 180. **12.** Блондинок. **13.** 25. **14.** 14. **15.** 3,8. **16.** 25. **17.** 75. **18.** 4800. **19.** 690 руб. **20.** Вторая. **21.** Количество клиентов в обоих филиалах осталось одинаковым. **22.** $\frac{3(x-1)}{x-3}$. **23.** $\frac{3(x-2)}{2x-1}$. **24.** $-\frac{1}{x+9y}$. **25.** $\frac{1}{6x+y}$. **26.** 5. **27.** $\frac{12}{a}$. **28.** -1. **29.** 0. **30.** -1. **31.** $x^2+ax^2+4a^2+3a$. **32.** $-\frac{a+b}{2}$. **33.** $\frac{2a}{2a^2-b^2}$. **34.** $\frac{(a+b)^2}{4a+b}$. **35.** $\frac{2ab}{a^2+b}$. **36.** 3. **37.** 1. **38.** 1. **39.** $2(a+b)$. **40.** $a+b$. **41.** b. **42.** $\frac{a-3}{2a}$. **43.** $\frac{x-4}{x+4}$. **44.** $1-x$. **45.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$. **46.** $\frac{24}{5b-4a}$. **47.** $\frac{1}{x+2}$. **48.** 1. **49.** $2\sqrt{3}$. **50.** $2m$. **51.** $\frac{2m(m+4)}{2m-1}$. **52.** 1. **53.** 1. **54.** $b+1$. **55.** $\frac{1}{x-1}$. **56.** 27. **57.** 100. **58.** 10^{n+1}. **59.** 9^{n+2}. **60.** $\frac{\sqrt{n+3}-1}{3}$. **61.** 1. **62.** 4. **63.** $4\sqrt{3}$. **64.** 3 и 4. **65.** 7. **66.** $\sqrt{-a}+\sqrt{-b}$. **67.** $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. **68.** $\frac{b-5}{a-3}$. **69.** $\frac{2m-3}{n+1}$. **70.** $\frac{b+7}{3a+1}$. **71.** $\frac{b-4}{4a-3}$. **72.** $\frac{1}{2-n}$. **73.** 0,2. **74.** $-\frac{a+1}{2a}$. **75.** $\frac{2}{b^2(b-1)}$. **76.** $\frac{3k}{k-1}$. **77.** $\frac{1}{t-2}$. **78.** 0. **79.** 1. **80.** -5. **81.** $\frac{2-m}{2+m}$. **82.** 0. **83.** 0. **84.** $\frac{1}{a+b}$. **85.** $\frac{a}{3b}$. **87.** $\frac{(a+b)^2}{a}$. **88.** -1. **89.** -1. **90.** $\frac{x}{x-4}$. **91.** $\frac{x-2}{x}$. **92.** $\frac{a}{a-3}$. **93.** $\frac{3}{b-4}$. **94.** -5. **95.** $\frac{7}{m-1}$. **96.** $n(n+1)(m-1)$. **97.** $\frac{3x-2}{x-3}$. **98.** $(x+y)(x-2y)$. **99.** $(x-y)(x+3y)$. **100.** 0; $x_1=0{,}5$; $y_1=-2$; $x_2=-4$; $y_2=-11$. **101.** -5; $x=-0{,}5$; $y=2{,}5$. **102.** 3; $x=2$; $y=1{,}8$. **103.** $(2;1)$. **104.** $(2;1)$. **105.** 2; 9. **106.** 4; -3. **107.** 3. **108.** $x=0$. **109.** $x_1=0, x_2=2{,}5$. **110.** 0; 2; -2; $-1{,}5$. **111.** 0; $-1{,}5$; $\pm\sqrt{3}$. **112.** $x_1=3, x_2=4$. **113.** $x_1=-1, x_2=-\frac{3}{5}, x_3=1$. **114.** $x=-1$. **115.** $x_1=-2, x_2=-1$. **116.** $\pm\sqrt{2}$. **117.** $\pm\sqrt{2}$; ±2; $\pm2\sqrt{2}$.

120. $x = 4$. **121.** $x = 1$. **122.** $(3;1)$, $(9;13)$. **123.** $(-3;5)$, $(5;-7)$. **124.** -1; 1. **125.** $(2;4)$; $(6;12)$. **126.** -2; 2. **127.** $(0;3)$; $(-3;0)$. **128.** 2; 4. **129.** -1 и -3. **130.** ± 1; ± 3. **131.** ± 2. **132.** $(-1;1)$; $(-2;2)$. **133.** $(2;-4)$; $(4;-8)$. **134.** Нет. **135.** Нет. **136.** Да. **137.** 2. **138.** 3. **139.** $(2;-3)$, $\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$. **140.** $(-5;2),(2;5)$. **141.** $(1;1),(-1;-1)$. **142.** $(2;1),(-2;-1)$. **143.** $(0{,}4;2)$. **144.** $(0{,}6;-1{,}4);(0{,}4;-1{,}6)$. **145.** $(0;-3),(4;5)$. **146.** $(3;4)$, $(4;3)$, $(-3;-4)$, $(-4;-3)$. **147.** $(2;4),(-3;9)$. **148.** $(4;10)$. **149.** 6; 54. **150.** $x = \frac{963}{136}$, $y = \frac{147}{34}$. **151.** $x = \frac{275}{57}$, $y = \frac{110}{57}$. **152.** $x = 5$, $y = -7$. **153.** $x = 12$, $y = -2$. **154.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **155.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **156.** $(130{,}5;56{,}5)$. **157.** $(-2;3)$. **158.** $(0;-2),(-2;2)$. **159.** $(0;0)$, $(0;1)$, $(1;0)$, $(1;1)$. **160.** $(3;2)$, $(3;-2)$, $(4;\sqrt{3}),(4;-\sqrt{3})$. **161.** $x \geqslant 0, y \geqslant 0$. **162.** $(5;4)$. **163.** $(2;1)$. **164.** $(5;1)$. **165.** $(2{,}5;-0{,}5)$. **166.** $(2;-5)$, $(3;-4)$. **167.** $(0{,}25;4{,}75)$, $(2;3)$. **168.** $(2;1)$, $(4{,}5;-1{,}5)$. **169.** $(-4;1)$. **170.** $\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right)$. **171.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right),\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **172.** $(-9;13)$, $(-1;-3)$, $(1;3)$, $(9;-13)$. **173.** $(-7;-1)$, $(-1;5)$, $(1;-5)$, $(7;1)$. **174.** $(-3;-1)$, $(3;1)$, $(2\sqrt{2};\ \sqrt{2})$, $(-2\sqrt{2};\ -\sqrt{2})$. **175.** $(2;-2)$, $(-2;2)$. **176.** $(2;-2)$, $\left(\frac{2}{3};-6\right)$. **177.** $(9;0{,}5)$, $(1;4{,}5)$. **178.** $(6;3),(3;6)$. **179.** $(-1;4)$.

180. $\left(2;\frac{1}{2}\right)$, $\left(2;-\frac{1}{3}\right)$, $(-4;-1)$. **181.** $(3;2);(-3;-2)$.

182. $(-\infty;-3) \cup \{-0{,}5\}$. **183.** $(-\infty;-1) \cup \{0{,}5\}$. **184.** $(-\infty;-5] \cup \{4\}$. **185.** $\left(-1;-\frac{2}{3}\right]$. **186.** $\left(-\infty;\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2};0\right) \cup \left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup$ $\cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$. **187.** $(-2;-1) \cup (1;2)$. **188.** $[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$.

189. $\left[\frac{3-\sqrt{17}}{2};1\right] \cup \left[2;\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right]$. **190.** $[-2;0)$. **191.** $(0;4]$. **192.** $\left(\frac{12}{5};18\right)$. **193.** $(-\infty;0)$. **194.** $\left(-\infty;-1\right) \cup \left(-1;-\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{7};1\right) \cup \left(1;+\infty\right)$. **195.** $\left(-\infty;-2{,}5\right) \cup \left(-2{,}5;-\frac{1}{3}\right] \cup (7;+\infty)$. **196.** $(-\infty;-5) \cup (-5;-3] \cup$ $\cup\ [7;+\infty)$. **197.** $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **198.** $\left(-\infty;\frac{14}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{3};+\infty\right)$.

199. $[-3;-2)\cup(-2;2)\cup(2;4]$. **200.** $[6;7)\cup(7;+\infty)$. **201.** $[-\sqrt{7};-\sqrt[3]{5})\cup$ $\cup(-\sqrt[3]{5};2]$. **202.** $(-7;\ 2{,}5)$. **203.** $\left[-2\frac{2}{3};\ 2\right]$. **204.** $[-5;0)\cup\left(0;\frac{4}{3}\right]$. **205.** $\left(\frac{2}{3};3\right)$. **206.** $\{-3\}\cup[1{,}5;4]$. **207.** $\{-1\}\cup(-0{,}25;3)\cup\{5\}$. **208.** $(1;5)$, $(2;5)$, $(0;6)$, $(1;6)$, $(2,6)$. **209.** $(2;-2)$, $(2;-1)$, $(2;0)$, $(3;-1)$, $(3;0)$, $(4;0)$. **210.** $0;1;2$. **211.** $-3;-2;-1;0;1;2;3;4$. **212.** $\{2\}$. **213.** $\{6\}$. **214.** $\{7\}$. **215.** $\{3\}$. **216.** $\{-1;3\}$. **217.** $\{4\}$. **218.** $\{1\}$. **219.** $\{2\}$. **220.** $\{-1+\sqrt{2}\}$. **221.** $\{-1-\sqrt{5}\}$. **222.** $(-\infty;1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3};+\infty)$. **223.** $(-\infty;3-3\sqrt{2}]\cup$ $\cup\{3\}\cup[3+3\sqrt{2};+\infty)$. **224.** $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **225.** $(-1;0)$. **226.** $[1;2]\cup[3;4]$. **227.** $[1;3]\cup[5;6]$. **228.** $[-1;2]\cup[3;4]$. **229.** $[-5{,}5;-5]\cup[-4;-2]\cup[-1;1]$. **230.** $\{-1;5\}$. **231.** $\{1\}$. **232.** $(-\infty;-5]\cup\{-2;2\}\cup[3;+\infty)$. **233.** $\{-3;3\}\cup$ $\cup[-2;1]$. **234.** $-12\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **235.** $-4\leqslant x\leqslant\frac{4}{3}$. **236.** $0{,}75\leqslant x\leqslant 3$. **237.** $(-\infty;-1{,}75]\cup[2;+\infty)$. **238.** 5. **239.** 7. **240.** $[1{,}5;2)\cup(2;5]$. **241.** $-6\leqslant x<-4, -4<x<4$. **242.** $-4\leqslant x<-3, -3<x<3$. **243.** 0,9. **244.** −0,6. **245.** −0,3. **246.** 5 ч. **247.** 11. **248.** 2436. **249.** 2600. **250.** 145 км/ч. **251.** 10 дней. **252.** 9646. **253.** 8910. **254.** 2436. **255.** 11109. **256.** 15. **257.** 0. **258.** $\{4, 9, 14\}$ и $\{13, 9, 5\}$. **259.** $\{1, 4, 7\}$ и $\{17, 4, -9\}$. **260.** $\{11, 5, -1\}$ и $\{2, 5, 8\}$. **261.** $\{3, 10, 17\}$ и $\{12, 10, 8\}$. **262.** 3. **263.** 4,5. **264.** 7. **265.** 17. **266.** Да. **267.** Нет. **268.** Нет. **269.** 18; 8; −2. **270.** 10; 6; 2. **271.** Нет. **272.** Нет. **273.** Да. **274.** Нет. **275.** 0; 12. **276.** Да. **277.** 10. **278.** 8. **279.** 5241. **280.** 2,25. **281.** 0. **282.** 754. **283.** 3185. **284.** 1925. **285.** 2525. **286.** 20. **287.** 8. **288.** 0,9. **289.** 11520. **290.** 3953. **291.** 1560. **292.** $-10\frac{2}{3}$. **293.** $b_8=\frac{1}{9}$. **294.** $b_8=-384$. **295.** 3069. **296.** 81. **297.** $a=32$; $b=2$. **298.** $\frac{1}{3}$. **299.** $\frac{5-\sqrt{23}}{2}$. **300.** $3+\sqrt{6}$. **301.** $2+\sqrt{\frac{10}{3}}$. **302.** 3; 6; 9. **303.** 16; 11; 6. **304.** $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$. **305.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **306.** 2. **307.** 1. **308.** −2. **309.** $-\frac{1}{2}$. **310.** 1. **311.** 2. **312.** 9. **313.** 4; 8; 16. **314.** 12; 6; 3. **315.** $5+2\sqrt{5}$. **316.** $\frac{5-\sqrt{5}}{4}$. **317.** Нет. **318.** Да. **319.** Да. **320.** 16. **321.** 27. **322.** −14. **323.** −20. **324.** Да. **325.** Да. **326.** 6. **327.** 64.

334. Прямая $y = x - 1$ без точки $(3; 2)$. **335.** Гипербола $y = \frac{1}{x}$ без точки $\left(4; \frac{1}{4}\right)$. **336.** $y = \begin{cases} 6 - 2x, \text{ если } x < 1{,}5; \\ 2x, \text{ если } 1{,}5 \leqslant x < 3; \\ 4x - 6, \text{ если } x \geqslant 3. \end{cases}$

337. $y = \begin{cases} -10x - 5, \text{ если } x < -1{,}75; \\ 9 - 2x, \text{ если } -1{,}75 \leqslant x < 2; \\ 5, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$

338. Парабола $y = -x^2 + 4x - 3$ без точек $(2; 1)$ и $(4; -3)$. **339.** Парабола $y = -x^2 + 5x - 4$ без точек $(2; 2)$ и $(3; 2)$. **340.** $a = 3, b = 6, c = -2$. **341.** $a = \frac{2}{9}$, $b = -\frac{8}{9}$, $c = -\frac{10}{9}$. **342.** $(-4;\ 15)$. **343.** $\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$. **344.** $(1{,}5; 5)$. **345.** $(1; 5)$. **346.** $(3; 14)$. **347.** $(7; 58)$. **348.** $(2; 7)$. **349.** $(1; -13)$. **350.** $y = x^2 - x + 1$. **351.** $y = -x^2 + x + 1$.

352. $\left(\frac{-1 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}; \frac{3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}\right)$. **353.** $\left(\frac{\sqrt{5} - 3}{4}; \frac{3 - \sqrt{5}}{4}\right)$.

354. $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{41}{8}\right)$. **355.** $(-2; 0), (1; 0), (2; 0), (0; 4)$. **356.** $(-2; 0)$, $(-1; 0)$, $(1; 0)$, $(0; 2)$. **357.** 1) $(-0{,}5; 4), (-0{,}5; -4)$; 2) $(-0{,}375; 4{,}25)$, $(-0{,}375; -4{,}25)$. **358.** 1) $\left(-\frac{1}{6}; 6\right)$, $\left(\frac{1}{6}; 6\right)$; 2) $\left(-\frac{5}{3}; -5\right)$, $\left(\frac{5}{3}; -5\right)$.

359. $A\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{13}{4}\right), B\left(-\frac{\sqrt{5 - \sqrt{13}}}{2}; 0\right), C\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; -3\right)$. **361.** $(\sqrt{2}; 0)$, $(-\sqrt{2}; 0)$. **362.** $(2; 0)$, $(-2; 0)$. **363.** $(4 + \sqrt{14}; 0)$, $(4 - \sqrt{14}; 0)$. **364.** $(6 + \sqrt{33}; 0)$, $(6 - \sqrt{33}; 0)$. **365.** $y = 32$. **366.** $y = -12$.

367. $y = \frac{1}{2}(x + 1)$. **368.** $y = -\frac{1}{2}(x + 1)$. **369.** $(0; 0), (8; 0), (0; 6)$.

370. $(1; 0), (3; 0), (0; 1), (0; 3)$. **371.** $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$. **372.** $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$. **373.** $(0; -16)$. **374.** $(0; 30)$. **375.** $-1 \leqslant x \leqslant 1{,}5$. **376.** $0 \leqslant x \leqslant 2$. **377.** $-2 < x < 6$. **378.** $-15 \leqslant x \leqslant 9$. **379.** $-7 < y < 7$. **380.** $-1 < y < 7$. **381.** $4 \leqslant x \leqslant 5$. **382.** $0 < x < 2$. **383.** $1 \leqslant x \leqslant 4$. **384.** $-13 < x < -8$. **385.** $0 \leqslant x \leqslant 2$. **386.** $-4 \leqslant x \leqslant 0$. **387.** $-\frac{7}{9} \leqslant y < \frac{1}{3}$.

388. $0 < x \leqslant \frac{10}{11}$. **389.** $x \geqslant -5$. **390.** $x \geqslant -7$. **391.** $-5 \leqslant x \leqslant 2$. **392.** $-3 \leqslant x \leqslant 6$. **393.** $0 \leqslant x \leqslant 7$. **394.** $0 \leqslant x \leqslant 5$. **395.** 2. **396.** 3.

397. $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -\sqrt{2}\right] \cup \left[0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \sqrt{2}\right]$.
398. $[-\sqrt{7}; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0] \cup [\sqrt{7}; +\infty)$. **399.** $[11; +\infty)$. **400.** $[4; +\infty)$. **401.** $[2; 2{,}5) \cup (2{,}5; 5]$. **402.** 2. **403.** 1. **404.** 5. **405.** -1. **406.** $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. **407.** $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$. **408.** $-12{,}25$. **409.** $2\frac{2}{3}$. **410.** $\frac{3}{4}$. **411.** $[3; +\infty)$. **412.** $-4 \leqslant x \leqslant 2$. **413.** 24,2 м. **414.** 9 кг. **415.** $v_1 = 30$ км/ч; $v_2 = 25$ км/ч. **416.** 600 км. **417.** 24 км/ч, 32 км/ч. **418.** 90; 130. **419.** 10 деталей в час. **420.** 60 км/ч. **421.** 80 км/ч. **422.** 20. **423.** 30. **424.** 8 ч. **425.** 9 дней. **426.** за $1\frac{29}{31}$ ч. **427.** 1ч. **428.** $\frac{840}{137}$ мин. **429.** $\frac{600}{47}$ часа. **430.** 100 км/ч. **431.** 500 км. **432.** 20. **433.** 36. **434.** 45. **435.** 40. **436.** 15. **437.** 8,25. **438.** 10 км/ч. **439.** 5 км/ч. **440.** 10 кг; 25 кг. **441.** 120 г. **442.** 5,25 ч. **443.** 2 ч. **444.** 12 км/ч, 4 км/ч. **445.** 1 : 3. **446.** 3 : 1. **447.** 15 км/ч. **448.** 30 мин, 45 мин. **449.** Медь — 75%, цинк — 25%. **450.** 2400. **451.** 5. **452.** 40 км/ч, 50 км/ч. **453.** 10 ч, 6 ч. **454.** 80 км/ч. **455.** 24; 40. **456.** 9 ч, 18 ч. **457.** 60 км/ч, 75 км/ч. **458.** 120. **459.** 3. **460.** 2,5. **461.** 72 км/ч. **462.** 70 км/ч. **463.** 100, 60. **464.** 120, 48. **465.** 180 км. **466.** 36 км/ч, 48 км/ч. **467.** 72 км/ч, 60 км/ч. **468.** 75 км/ч, 60 км/ч. **469.** 4 кг. **470.** 96 км. **471.** $\frac{7}{3}$. **472.** 4 км/ч. **473.** 10 ч, 15 ч. **474.** 12 ч, 24 ч. **475.** 28 ч, 21 ч. **476.** 12. **477.** 2,4 км. **478.** 2,4. **479.** 100. **480.** 12. **481.** 60 км/ч. **482.** 90 км/ч. **483.** 35. **484.** 10. **485.** 20 и 30. **486.** 30 и 25. **487.** 1 : 2. **488.** 3 : 1. **489.** 3 : 7. **490.** 3 : 4. **491.** 2. **492.** 7. **493.** 1,5. **494.** 24. **495.** 2,4. **496.** 8. **497.** 80 и 12. **498.** 5 и 20. **499.** 8 и 4. **500.** 30 и 60. **501.** 800. **502.** 75. **503.** 4. **504.** 6,3. **505.** 10. **506.** $\frac{10}{3}$. **507.** 24 и 40. **508.** $2\frac{2}{3}$. **509.** 3. **510.** 4. **511.** 21. **512.** 21. **513.** 2. **514.** 6. **515.** 12, 8 и 24 месяца. **516.** 4, 6 и 12 месяцев. **517.** $\frac{40}{9}$. **518.** 10. **519.** 4 : 3. **520.** 5 : 4. **521.** 8 и 10 дней. **522.** 15 и 12 дней. **523.** 4 при $0 < a < 7$; 3 при $a = 7$; 2 при $a > 7$. **524.** 4 при $0 < a < 9$; 3 при $a = 9$; 2 при $a > 9$. **525.** $(0{,}5; 3)$. **526.** $(-1; -0{,}5)$. **527.** $-6; 6$. **528.** $-14; 14$. **529.** ± 15. **530.** ± 7. **531.** $(-4; 2)$. **532.** $(-5; -1)$. **533.** $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$. **534.** $\left(1; \frac{9}{8}\right)$. **537.** $k = 4, a = 1$. **538.** $k = 0, b = -4$. **539.** $(-\infty; -2{,}8] \cup$ $\cup (-2{,}5; -2) \cup (2; +\infty)$. **540.** $(-1; 0) \cup (0; 9)$. **541.** 11,5. **542.** 32850.

543. 35392. **544.** 72. **545.** 0,5, 3,5. **546.** $(-3;3)$. **547.** $-1;0;1;2;3$. **548.** $a \in Z$. **549.** $0;1;-\frac{1}{3}$. **550.** $0;1;-\frac{1}{3}$. **551.** $-10;6$. **552.** $-15;9$. **553.** $a \in (2;4)$. **554.** $a \in \left(\frac{11}{9};+\infty\right)$. **555.** $m \in (-1{,}75;0)$. **556.** 3. **557.** 5; 6. **558.** $-4{,}5 < a < 0{,}75$. **559.** $-0{,}4 < a < \frac{1}{3}$. **560.** 1. **561.** $y = -0{,}5x + 2{,}5$; $y = 2x - 5$. **562.** 0; 1. **563.** $a \in (-6;+\infty)$. **564.** $-1;3$. **565.** $a \in (-\infty;-0{,}5)$. **566.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0;5)$; 3 при $a = 5$; 2 при $a > 5$. **567.** 2 при $a = 0$; 4 при $a \in (0;4)$; 3 при $a = 4$; 2 при $a > 4$. **568.** $0;1$. **569.** $0;1$. **570.** $(-\infty;-3)$. **571.** $(0;3)$. **572.** $(2;+\infty)$. **573.** $(-\infty;-4)$. **574.** 7; -4. **575.** 2; -5. **576.** $b = 4$; $c = 4$. **577.** $b = -6$; $c = 11$. **578.** $(-6;-2]$. **579.** $[3;+\infty)$. **580.** $m \in (-2;-1) \cup \{0\}$. **581.** $m \in (0;1) \cup (2;4)$. **582.** $\{-2\} \cup (4;+\infty)$. **583.** $(-1;0)$. **584.** -1. **585.** -6, 2. **586.** $0 \leqslant k < 1$. **587.** $-2 \leqslant k < 0$. **588.** -10. **589.** -2. **590.** $k > 9$. **591.** $k > 2$. **592.** $0 < k < 11$. **593.** $0 < k < 18$. **594.** $3{,}5 < a \leqslant 4$. **595.** $4 < a \leqslant 4{,}5$. **596.** $-\frac{9}{8} \leqslant c < 0$. **597.** $p > \frac{4}{3}$. **598.** $p < 12$, $p > 14$. **599.** $-7 < k < 0$. **600.** -1. **601.** $b = 8$; $c = 23$. **602.** $k < -1$. **603.** $-1 < k \leqslant 0$. **604.** $-6 < a < 3$. **605.** $-4 < k < 6$. **606.** $1 < k < 3$. **607.** $-3 < k < 2$. **608.** $(1;2)$. **609.** $-6 \leqslant a < 2$. **610.** $-2 < a \leqslant 6$. **611.** $-\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$. **612.** $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$. **613.** $a > 1$. **614.** $a < -6$. **615.** $k \in \{-4\} \cup \left[-\frac{12}{5};-\frac{8}{3}\right]$. **616.** $k \in [-1;3]$. **617.** $0{,}5 < k < 2$. **618.** $(0;\ 0{,}5] \cup [1;\ 3)$. **619.** $(-\infty;-2] \cup \{-1\}$. **620.** $0 \leqslant k < \frac{2}{5}$; $k = \frac{2}{3}$; $\frac{4}{3} < k \leqslant 2$. **621.** $\frac{2}{3} \leqslant k < \frac{6}{7}$; $\frac{6}{7} < k \leqslant 2$.

Литература

1. Обязательный минимум содержания основного общего образования по математике (Приказ МО РФ от 19.05.98 №1276).
2. Обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по математике (Приказ МО РФ от 30.06.99 №56).
3. Программы для общеобразовательных учреждений (школ, гимназий, лицеев): Математика, 5—11 кл. / Составители: Г. М. Кузнецова, Н. Г. Миндюк. — М.: Дрофа, 2000, 2002.
4. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Математика. Основное общее образование; 2004 г. (Приказ МО РФ от 05.03.04 №1089).
5. Государственная итоговая аттестация учащихся 9 класса: принципы и особенности организации. Сборник нормативно-правовых и инструктивно-методических материалов / Сост. Л. О. Рослова. — М.: Просвещение, 2005.
6. *Дорофеев В. Г. и др.* Оценка качества подготовки выпускников основной школы по математике. — М.: Дрофа, 2000.
7. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Алгебра. 9 класс. Подготовка к государственной итоговой аттестации-2010. Учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион-М, 2010. — 240 с.
8. *Лысенко Ф. Ф. и др.* Алгебра. 9 класс. Подготовка к государственной итоговой аттестации-2010. Учебно-тренировочные тесты. Учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. —Ростов-на-Дону: Легион-М, 2010. — 112 с.
9. Спецификация экзаменационной работы для проведения государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений в 2010 году (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРЕ) [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2009. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.
10. Кодификаторы элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников IX классов общеобразовательных учреждений для проведения государственной (итоговой) аттестации в 2010 году (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2009. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.

11. Экзаменационная работа для проведения государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений в 2010 году (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРЕ). Демонстрационный вариант 1. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2009. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.

12. Экзаменационная работа для проведения государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений в 2010 году (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРЕ). Демонстрационный вариант 2. [Электронный ресурс]. — Электрон. текст. дан. — Москва: ФИПИ. — 2009. — Режим доступа: www.fipi.ru, свободный.

ГИА-9

Учебное издание

МАТЕМАТИКА. 9-й КЛАСС
ПОДГОТОВКА К ГИА-2011

Учебно-методическое пособие

Под редакцией ***Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова***

Художественное оформление,
разработка серии *И. Лойкова*
Компьютерная верстка *Л. Шверида*
Корректор *Н. Пимонова*

Подписано в печать 15.07.2010.
Формат 60х84$^{1}/_{16}$. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 13.
Тираж 50 000 экз. Заказ № 2543.

ООО «ЛЕГИОН-М»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344011, г. Ростов-на-Дону, пер. Доломановский, 55.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано с электронного файла издательства
в ОАО «Облтипография «Печатный двор».
432049, г. Ульяновск, ул. Пушкарева, 27.

344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550
Тел. (863) 303-05-50, 248-14-03

e-mail: legionrus@legionrus.com
www.legionr.ru

ISBN 978-5-91724-056-5

ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕГИОН ™