

А.Г. Мерзляк,
В.Б. Полонский,
Е.М. Рабинович,
М.С. Якир

Сборник
задач и контрольных работ
по геометрии
для 8 класса

*Рекомендовано
Министерством науки и образования Украины*

Харьков
«Гимназия»
2009

ББК 22.151.0я721
МЗ-41

*Рекомендовано
Министерством науки и образования Украины*

Пособие является дидактическим материалом по геометрии для 8 класса общеобразовательных школ. Оно содержит более 1000 задач. Первая часть «Тренировочные упражнения» разделена на три однотипных варианта по 337 задач в каждом. Вторая часть содержит контрольные работы (два варианта) для оценивания учебных достижений учащихся по двенадцатибалльной шкале в соответствии с государственной программой по математике, принятой в 2005 году.

Для учителей средних школ и учащихся 8 классов.

Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С.
МЗ-41 Сборник задач и контрольных работ по геометрии для 8 класса.
— Харьков: Гимназия, 2009. — 112 с.: илл.

ISBN 978-966-474-015-6

ББК 22.151.0я721

© А.Г. Мерзляк,
В.Б. Полонский,
Е.М. Рабинович,
М.С. Якир, 2008

ISBN 978-966-474-015-6

© Гимназия, 2008

ОТ АВТОРОВ

Ученикам

Дорогие дети! В этом году вы продолжите захватывающее путешествие по волшебной стране Геометрии. Мы уверены, что преодоление трудностей, возникающих на вашем пути, не только поможет вам окрепнуть, а и принесет радость от достигнутых побед.

Учителю

Мы очень надеемся, что, приобретя эту книгу не только для себя, а и «на класс», Вы не пожалеете. Даже тогда, когда Вам повезло и Вы работаете по учебнику, который нравится, все равно задач, как и денег, бывает или мало, или совсем мало. Мы надеемся, что это пособие поможет ликвидировать «задачный дефицит».

Первая часть — «Тренировочные упражнения» — разделена на три однотипных варианта по 337 задач в каждом. На стр. 4 приведена таблица тематического распределения тренировочных упражнений.

Вторая часть пособия содержит 6 контрольных работ (два варианта). Содержание заданий для контрольных работ разделим условно на две части. Первая соответствует начальному и среднему уровням учебных достижений учащихся. Задания этой части отмечены символом n° (n — номер задания). Вторая часть соответствует достаточному и высокому уровням. Задания каждого из этих уровней отмечены символами n^{\cdot} и n^{**} соответственно. Выполнение первой части максимально оценивается в 6 баллов. Правильно решенные задачи уровня n^{\cdot} добавляют еще 4 балла, т.е. учащийся имеет возможность получить отличную оценку 10 баллов. Если учащемуся удалось еще решить задачу n^{**} , то он получает оценку 12 баллов.

Тематическое распределение тренировочных упражнений

Тема	Номера упражнений
Четырехугольник и его элементы	1 – 4
Параллелограмм. Свойства параллелограмма	5 – 22
Признаки параллелограмма	23 – 30
Прямоугольник	31 – 45
Ромб	46 – 60
Квадрат	61 – 69
Средняя линия треугольника	70 – 81
Трапеция	82 – 102
Средняя линия трапеции	103 – 111
Центральные и вписанные углы	112 – 129
Вписанные и описанные четырехугольники	130 – 137
Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках	138 – 158
Подобные треугольники	159 – 168
Первый признак подобия треугольников	169 – 181
Второй и третий признаки подобия треугольников	182 – 189
Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике	190 – 197
Теорема Пифагора	198 – 229
Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника	230 – 238
Решение прямоугольных треугольников	239 – 252
Многоугольники	253 – 261
Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника	262 – 276
Площадь параллелограмма	277 – 286
Площадь треугольника	287 – 317
Площадь трапеции	318 – 337

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Четырехугольник и его элементы

1. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 1) $AB = BC$, $AD = DC$. Докажите, что углы A и C равны.

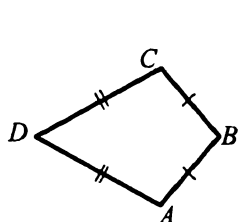


Рис. 1

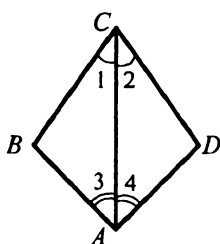


Рис. 2

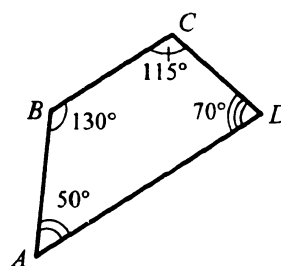


Рис. 3

2. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 2) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $AB = AD$ и $CB = CD$.
3. Можно ли начертить выпуклый четырехугольник, у которого три угла прямые, а четвертый — острый?
4. В четырехугольнике $ABCD$ стороны BC и AD параллельны (рис. 3). Правильно ли определены его углы?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

5. Найдите углы параллелограмма, если:

- 1) один из его углов равен 46° ;
- 2) сумма двух его углов равна 186° ;
- 3) один из его углов на 56° больше другого;
- 4) один из его углов в 3 раза меньше другого;
- 5) два угла параллелограмма относятся как 5 : 7.

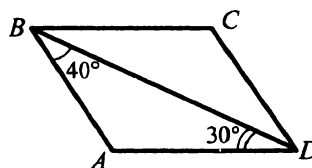


Рис. 4

6. Найдите углы параллелограмма $ABCD$ (рис. 4).
7. Даны параллелограмм $ABCD$ и треугольник PEF . Могут ли одновременно выполняться равенства: $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$? Ответ обоснуйте.

8. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см больше другой.
9. Периметр параллелограмма равен 126 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 5.
10. Какие ошибки допущены в изображении параллелограмма $ABCD$ на рисунке 5?

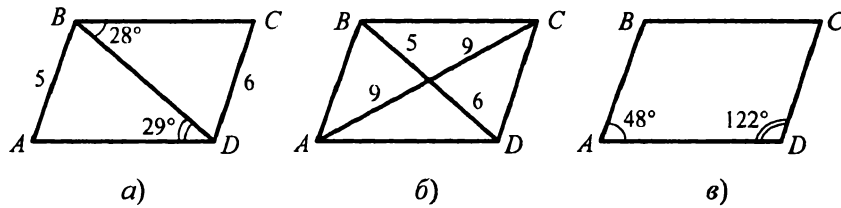


Рис. 5

11. Докажите, что биссектрисы углов параллелограмма, прилегающих к одной стороне, пересекаются под прямым углом.
12. В параллелограмме $ABCD$ $AB = 7$ см, $AD = 12$ см. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E . Найдите отрезки BE и EC .
13. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит его сторону в отношении 1 : 3, считая от вершины тупого угла. Периметр параллелограмма равен 84 см. Найдите его стороны.
14. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 60° . Высота BE делит сторону AD на две равные части. Найдите длину диагонали BD , если периметр параллелограмма равен 48 см.
15. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BK . Докажите, что углы MBK и BAD равны.
16. Два угла параллелограмма относятся как 1 : 5. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины: 1) тупого угла; 2) острого угла.
17. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что $OE = OF$.
18. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 6 см. На основании треугольника взята произвольная точка и через нее проведены две прямые, параллельные боковым сторонам треугольника. Найдите периметр полученного параллелограмма.
19. Постройте параллелограмм:
 1) по двум сторонам и углу между ними;
 2) по стороне и двум диагоналям.

20. Даны отрезок DE и точка M , не лежащая на прямой DE . Постройте параллелограмм так, чтобы одной из его сторон был отрезок DE , а точка M была точкой пересечения его диагоналей.
21. Через точку внутри угла проведите прямую так, чтобы отрезок этой прямой, лежащий между сторонами угла, делился этой точкой пополам.
22. Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

Признаки параллелограмма

23. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 6) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

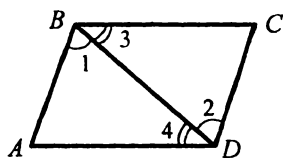


Рис. 6

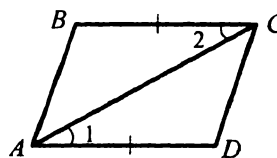


Рис. 7

24. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 7) $AD = BC$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.
25. На сторонах BC и AD параллелограмма $ABCD$ отметили точки K и E такие, что $\angle AKC = \angle AEC$ (рис. 8). Докажите, что четырехугольник $AKCE$ — параллелограмм.

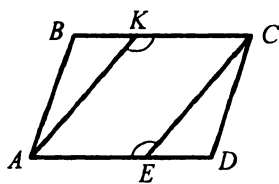


Рис. 8

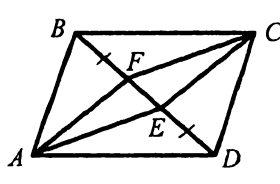


Рис. 9

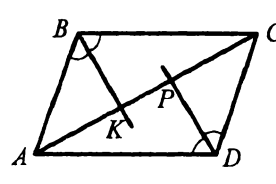


Рис. 10

26. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки BF и DE (рис. 9). Докажите, что четырехугольник $AFCE$ — параллелограмм.
27. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов B и D пересекают диагональ AC в точках K и P соответственно (рис. 10). Докажите, что четырехугольник BPK — параллелограмм.

28. На рисунке 11 точка O — общая середина отрезков AD , BE и CF . Какие четырехугольники на этом рисунке являются параллелограммами?

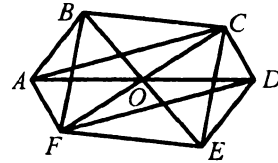


Рис. 11

29. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 12) $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = 180^\circ$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

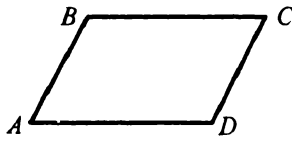


Рис. 12

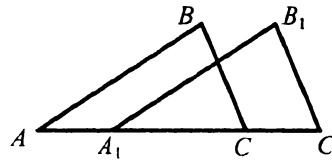


Рис. 13

30. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны (рис. 13), $AC_1 = 18$ см, $A_1C = 10$ см. Найдите расстояние между точками B и B_1 .

Прямоугольник

31. Известно, что ни один из углов параллелограмма не является острым. Что можно сказать о виде этого параллелограмма?

32. В прямоугольнике $ABCD$ (рис. 14) O — точка пересечения диагоналей, $\angle AOD = 70^\circ$. Найдите угол OCD .

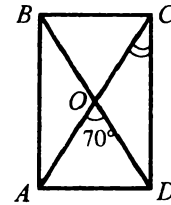


Рис. 14

33. В прямоугольнике диагональ образует с большей стороной угол, равный 32° . Найдите угол между диагоналями прямоугольника, лежащий против его меньшей стороны.

34. Найдите угол между меньшей стороной и диагональю прямоугольника, если он на 30° меньше угла между диагоналями, лежащего против меньшей стороны.

35. В окружности с центром O проведены диаметры AC и BD (рис. 15). Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник.

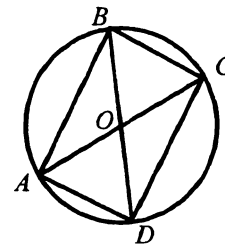


Рис. 15

36. В прямоугольнике $ABCD$ точка K — середина стороны AD . Точки M и N принадлежат сторонам AB и CD соответственно, причем $BM = CN$. Докажите, что $KM = KN$.

37. Диагонали параллелограмма образуют равные углы с одной из его сторон. Докажите, что этот параллелограмм — прямоугольник.

38. В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону CD в точке E — середине CD . Докажите, что луч BE — биссектриса угла B .
39. Перпендикуляры, опущенные из точки пересечения диагоналей прямоугольника на две его соседние стороны, равны 5 см и 7 см. Найдите периметр прямоугольника.
40. Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его большей стороны на 5 см меньше, чем до меньшей стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 44 см.
41. В прямоугольнике $ABCD$ точка K — середина стороны AB , угол CKD равен 90° . Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 36 см.
42. Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
43. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Через точку K , являющуюся серединой гипотенузы, проведены прямые, параллельные катетам треугольника и пересекающие их в точках D и E . Определите длину отрезка DE .
44. В равнобедренный прямоугольный треугольник, катет которого равен 12 см, вписан прямоугольник, имеющий с треугольником общий прямой угол. Найдите периметр прямоугольника.
45. Перпендикуляр, опущенный из вершины прямоугольника на его диагональ, делит ее в отношении 3 : 1. Найдите диагонали прямоугольника, если точка их пересечения удалена от большей стороны на 6 см.

Ромб

46. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC делит угол A пополам. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — ромб.
47. На рисунке 16 четырехугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

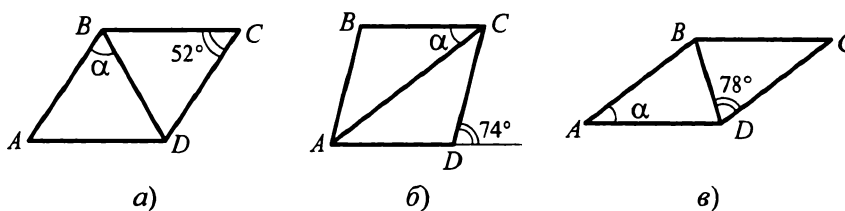


Рис. 16

48. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 20° .

49. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $2 : 7$.

50. Отрезки BF и DE — высоты ромба $ABCD$ (рис. 17). Докажите, что $BF = DE$.

51. Высоты, проведенные из вершины тупого угла ромба, образуют угол 48° . Найдите углы, которые образуют диагонали ромба с его сторонами.

52. В ромбе $ABCD$ точки E и F — середины сторон BC и CD соответственно. Докажите, что $AE = AF$.

53. На сторонах AB и AD ромба $ABCD$ отложены равные отрезки AE и AF соответственно. Докажите, что отрезки EF и AC перпендикулярны.

54. Угол между высотой и диагональю ромба, проведенными из одной вершины, равен 42° . Найдите углы ромба.

55. Высота, проведенная из вершины тупого угла ромба, делит его сторону пополам. Найдите: 1) углы ромба; 2) сторону ромба, если его меньшая диагональ равна 16 см.

56. Два равных ромба расположены так, как показано на рисунке 18. Определите вид четырехугольника $OMCT$.

57. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекают стороны BC и AD в точках E и F соответственно. Докажите, что четырехугольник $ABEF$ — ромб.

58. В треугольнике ABC через середину его биссектрисы AK проведена прямая, перпендикулярная ей. Эта прямая пересекает стороны AB и AC в точках E и F соответственно. Докажите, что четырехугольник $AЕКF$ — ромб.

59. Постройте ромб:

- 1) по стороне и диагонали;
- 2) по высоте и диагонали.

60. Пользуясь только линейкой с параллельными краями, проведите через середину отрезка AB прямую, ему перпендикулярную.

Квадрат

61. Докажите, что прямоугольник, диагонали которого перпендикулярны, является квадратом.

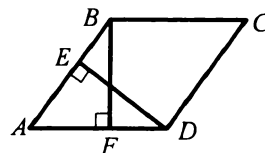


Рис. 17

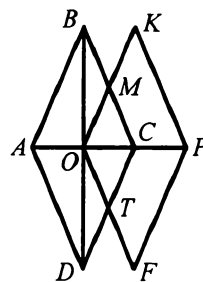


Рис. 18

62. Периметр квадрата равен 36 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей квадрата до его сторон.
63. На диагонали AC квадрата $ABCD$ выбраны точки K и M так, что $AK = CM$ (рис. 19). Докажите, что четырехугольник $BMDK$ — ромб.
64. Диагональ квадрата равна 4 см. Его сторона является диагональю второго квадрата. Найдите сторону второго квадрата.
65. В равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой 18 см вписан квадрат, две вершины которого лежат на гипотенузе треугольника, а две другие — на катетах. Найдите периметр квадрата.
66. В прямоугольнике $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекают стороны BC и AD в точках E и K соответственно. Докажите, что четырехугольник $ABEK$ — квадрат.
67. На продолжении стороны AD квадрата $ABCD$ за точку D взяли точку E такую, что луч BE делит угол ABC в отношении $1 : 2$. Найдите периметр квадрата, если $BE = 6$ см.
68. Постройте квадрат по его периметру.
69. Постройте квадрат по разности его диагонали и стороны.

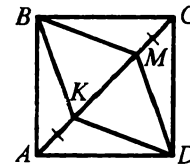


Рис. 19

Средняя линия треугольника

70. Найдите стороны треугольника, если его средние линии равны 6 см, 7 см и 9 см.
71. Периметр треугольника равен 18 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
72. Стороны треугольника относятся как $3 : 5 : 7$, а его периметр равен 60 см. Найдите периметр и стороны треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.

73. Определите вид треугольника, если две его средние линии равны между собой.
74. Стороны параллелограмма $ABCD$ равны 4 см и 6 см. Точки A_1, B_1, C_1, D_1 — середины отрезков OA, OB, OC

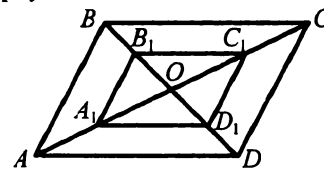


Рис. 20

и OD соответственно (рис. 20), где точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма. Определите вид четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$ и вычислите его периметр.

75. Точки E , F , P и K — середины сторон AB , BC , CD и AD четырехугольника $ABCD$ соответственно (рис. 21). Докажите, что $EF \parallel KP$.

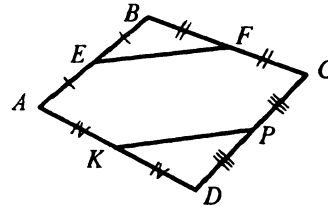


Рис. 21

76. Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон:

- 1) произвольного четырехугольника;
- 2) четырехугольника, у которого диагонали равны.

77. Диагонали четырехугольника равны 2 см и 5 см, а угол между ними — 42° . Найдите стороны и углы четырехугольника, вершины которого являются серединами сторон данного.

78. Меньшая сторона прямоугольника равна 16 см и образует с диагональю угол, равный 60° . Середины сторон прямоугольника последовательно соединены. Определите вид образовавшегося четырехугольника и найдите его периметр.

79. Через вершины треугольника ABC проведены прямые, параллельные его сторонам. Эти прямые пересекаются в точках A_1 , B_1 и C_1 . Докажите, что точки A , B , C делят стороны треугольника $A_1B_1C_1$ пополам.

80. Постройте треугольник по трем точкам — серединам его сторон.

81. Через точку A , заданную внутри угла COD , проведите прямую, отрезок которой, лежащий между сторонами угла, делится этой точкой пополам.

Трапеция

82. Два угла трапеции равны 32° и 143° . Найдите два других ее угла.

83. Существует ли трапеция, два противолежащих угла которой острые? Если ответ положительный, выполните рисунок.

84. Существует ли трапеция, два противолежащих угла которой равны? Если ответ положительный, выполните рисунок.

85. Могут ли углы трапеции, взятые последовательно, относиться как $7 : 3 : 5 : 2$?

86. Боковая сторона равнобокой трапеции и высота, проведенная из вершины тупого угла, образуют угол 17° . Найдите углы трапеции.

87. В прямоугольной трапеции тупой угол больше острого в 5 раз. Найдите углы трапеции.

88. Диагональ равнобокой трапеции образует с основанием угол 32° , а ее боковая сторона равна меньшему основанию. Найдите углы трапеции.
89. Найдите углы равнобокой трапеции, если разность ее противоположных углов равна 86° .

90. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 22). Докажите, что $\angle AOB = 90^\circ$.

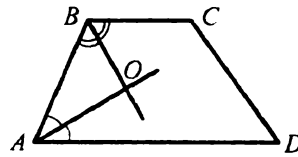


Рис. 22

91. Диагональ трапеции перпендикулярна боковой стороне, а острый угол, лежащий против этой диагонали, равен 52° .

Найдите остальные углы трапеции, если ее меньшее основание равно другой боковой стороне.

92. Меньшее основание равнобокой трапеции равно боковой стороне, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам. Найдите углы трапеции.

93. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 23). Отрезки OA и OD равны. Докажите, что $AB = CD$.

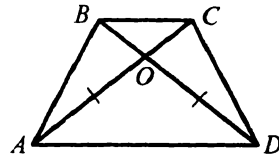


Рис. 23

94. Докажите, что высота равнобокой трапеции, проведенная из вершины тупого угла, делит большее ее основание на отрезки, один из которых равен полусумме ее оснований, а другой — их полуразности.
95. Высота равнобокой трапеции, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание трапеции на отрезки длиной 3 см и 11 см. Найдите основания трапеции.
96. В равнобокой трапеции острый угол равен 60° , а боковая сторона — 16 см. Найдите основания трапеции, если их сумма равна 38 см.
97. В равнобокой трапеции биссектриса тупого угла параллельна боковой стороне. Найдите основания трапеции, если ее периметр равен 60 см, а боковая сторона — 14 см.
98. Большее основание равнобокой трапеции равно 18 см, а ее диагональ является биссектрисой острого угла трапеции. Найдите меньшее основание трапеции, если ее периметр равен 54 см.

99. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) через вершину B проведена прямая, пересекающая основание AD и параллельная CD . Периметр образовавшегося треугольника равен 16 см. Найдите периметр трапеции, если ее меньшее основание BC равно 7 см.
100. Основания равнобокой трапеции равны 10 см и 16 см, а ее диагонали перпендикулярны. Найдите высоту трапеции.
101. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой тупого угла, а ее основания равны 8 см и 14 см. Найдите периметр трапеции.
102. Постройте трапецию по четырем ее сторонам.

Средняя линия трапеции

103. Найдите среднюю линию трапеции, если ее основания равны:
1) 6 см и 11 см; 2) $3a$ и $4a$.
104. Найдите основание трапеции, если ее второе основание и средняя линия соответственно равны: 1) 7 см и 11 см; 2) a и $5a$.
105. Может ли средняя линия трапеции быть меньше меньшего из оснований? Ответ обоснуйте.
106. Средняя линия трапеции равна 19 см, а одно из оснований меньше другого на 6 см. Найдите основания трапеции.
107. Средняя линия трапеции в 2 раза больше меньшего основания и на 8 см меньше большего основания. Найдите основания трапеции.
108. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 12 см, а высота, проведенная из вершины тупого угла трапеции, делит ее основание на отрезки, длины которых относятся как 3 : 2, считая от вершины прямого угла. Найдите основания трапеции.
109. В равнобокой трапеции диагональ делит острый угол пополам, а ее основания относятся как 3 : 5. Найдите среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 168 см.
110. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Докажите, что ее высота равна средней линии трапеции.
111. Диагональ AC трапеции $ABCD$ перпендикулярна ее основаниям. Длина большего основания AD равна 14 см, $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = 6$ см. Найдите среднюю линию трапеции.

Центральные и вписанные углы

112. Сколько градусов содержит центральный угол окружности, опирающийся на дугу, составляющую: 1) $\frac{1}{4}$ окружности; 2) $\frac{5}{6}$ окружности; 3) $\frac{7}{12}$ окружности?
113. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые ее делят две точки, если градусная мера одной из дуг на 100° больше градусной меры другой.
114. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 48° ; 2) 126° ; 3) 180° ; 4) 254° ; 5) α .
115. Точка B окружности и ее центр O лежат по разные стороны от хорды AC . Найдите: 1) угол ABC , если $\angle AOC = 124^\circ$; 2) угол AOC , если $\angle ABC = 94^\circ$.
116. Точки B и D лежат на окружности по одну сторону от хорды AC , $\angle ABC = 42^\circ$. Найдите угол ADC .
117. Точки B и D лежат на окружности по разные стороны от хорды AC , $\angle ABC = 78^\circ$. Найдите угол ADC .
118. Около треугольника ABC описана окружность с центром в точке O . Найдите угол BOC , если: 1) $\angle A = 78^\circ$; 2) $\angle A = 128^\circ$.
119. В треугольнике ABC $\angle A = 36^\circ$, $\angle B = 78^\circ$, точка O — центр описанной окружности. Найдите $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$.
120. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, боковая сторона которого стягивает дугу, градусная мера которой 38° .
121. Концы хорды делят окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5 : 7$. Найдите вписанные углы, опирающиеся на эту хорду.
122. Концы хорды MN делят окружность на две дуги. Градусная мера меньшей из них равна 140° , а большую точка K делит в отношении $5 : 6$, считая от точки M . Найдите $\angle NMK$.
123. Точки A , B и C делят окружность на три дуги так, что $\cup AB : \cup BC : \cup AC = 3 : 5 : 7$. Найдите углы треугольника ABC .
124. Точки C и D окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 24). Найдите угол DCB , если $\angle ACD = 41^\circ$.

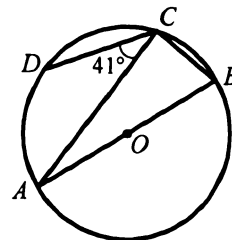


Рис. 24

125. Точки M и K окружности лежат по одну сторону от диаметра CD (рис. 25). Найдите угол CDK , если $\angle DMK = 53^\circ$.

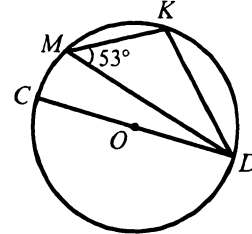


Рис. 25

126. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 78° . Полуокружность, построенная на боковой стороне треугольника как на диаметре, делится другими сторонами на три дуги. Найдите градусные меры этих дуг.

127. Продолжение высоты CD треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке E . Эта точка соединена с точкой F , диаметрально противоположной точке C . Докажите, что $EF \parallel AB$.

128. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведены диаметры AD и AC . Докажите, что точки B , C и D лежат на одной прямой.

129. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника ABC . Найдите углы треугольника ABC , если $\angle AOB = 128^\circ$. Сколько решений имеет задача?

Вписанные и описанные четырехугольники

130. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, если:

- 1) $\angle A = 33^\circ$, $\angle C = 137^\circ$; 2) $\angle B = 69^\circ$, $\angle D = 111^\circ$?

131. Найдите углы C и D четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle A = 119^\circ$, $\angle B = 84^\circ$.

132. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, углы которого A , B , C и D соответственно пропорциональны числам: 1) 5, 7, 8, 4; 2) 3, 5, 8, 6?

133. Три угла четырехугольника, вписанного в окружность, взятые в порядке следования, относятся как 2 : 6 : 7. Найдите углы четырехугольника.

134. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC этого четырехугольника является диаметром окружности. Найдите угол между диагоналями четырехугольника, лежащий против стороны AD , если $\angle BAC = 23^\circ$, $\angle DAC = 52^\circ$.

135. Равнобокая трапеция, один из углов которой равен 54° , вписана в окружность. Угол между диагоналями трапеции, лежащий против

боковой стороны, равен 36° . Найдите положение центра окружности, описанной около трапеции, относительно трапеции.

136. Основания трапеции, в которую можно вписать окружность, равны 7 см и 9 см. Найдите периметр трапеции.
137. Окружность, вписанная в равнобокую трапецию, делит точку касания боковую сторону на отрезки, длина большего из которых равна 8 см. Найдите меньшее основание трапеции, если ее периметр равен 60 см.

Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

138. Разделите данный отрезок на семь равных частей.

139. Точки M и N — середины сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$ (рис. 26). Отрезки BM и DN пересекают диагональ AC в точках E и F . Докажите, что точки E и F делят отрезок AC на три равные части.

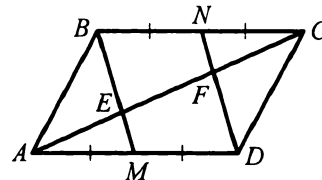


Рис. 26

140. Точки A и B лежат по разные стороны от прямой l на расстоянии 5 см и 9 см от нее соответственно. Найдите расстояние от середины C отрезка AB до прямой l .
141. Точка M — середина катета AC равнобедренного прямоугольного треугольника ABC , гипотенуза которого AB равна 12 см. Найдите расстояние от точки M до прямой AB .

142. В трапеции $ABCD$ (рис. 27) отрезок EF параллелен стороне CD , а точка E — середина AB . Докажите, что $EF = \frac{1}{2}CD$.

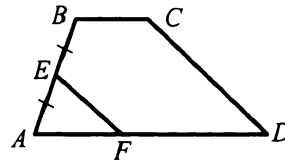


Рис. 27

143. Основания трапеции равны 10 см и 6 см. Ее боковая сторона разделена на 4 равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные основаниям. Найдите длины отрезков этих прямых, содержащихся между сторонами трапеции.
144. Сторона AB треугольника ABC равна 12 см. Сторона BC разделена на 3 равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные стороне AB . Найдите длины отрезков этих прямых, содержащихся между сторонами треугольника.
145. Диагональ трапеции делит ее среднюю линию на отрезки длиной 8 см и 15 см. Найдите основания трапеции.

146. Найдите основания трапеции, если ее средняя линия длиной 15 см делится диагональю на отрезки, разность которых равна 3 см.
147. Основания трапеции равны 8 см и 12 см. Найдите длину отрезка ее средней линии, содержащегося между диагоналями трапеции.
148. Диагонали равнобокой трапеции являются биссектрисами ее тупых углов, а одна из диагоналей делит среднюю линию трапеции на отрезки длиной 7 см и 9 см. Найдите периметр трапеции.
149. Параллельные прямые a и b пересекают стороны угла AOF (рис. 28). Найдите длину отрезка OD , если $OC = 4$ см, $BC = 6$ см, $DE = 9$ см.

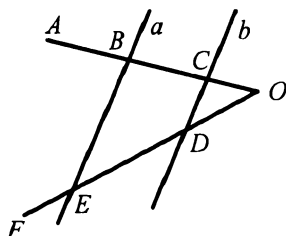


Рис. 28

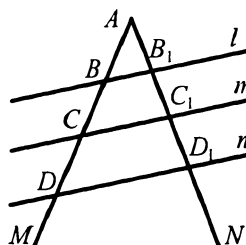


Рис. 29

150. Параллельные прямые l , m и n пересекают стороны угла MAN (рис. 29). Найдите длины отрезков AB_1 и BD , если $AB = 4$ см, $CD = 8$ см, $B_1C_1 = 5$ см, $C_1D_1 = 6$ см.
151. Параллельные прямые c и d пересекают стороны угла BAC (рис. 30). Найдите длину отрезка DE , если $AD = 4$ см, $D_1E_1 = 16$ см и $DE = AD_1$.

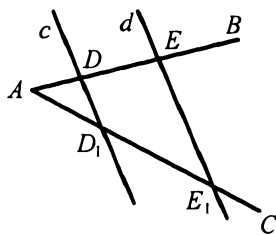


Рис. 30

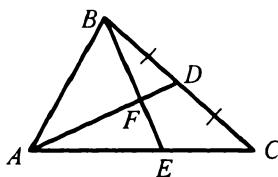


Рис. 31

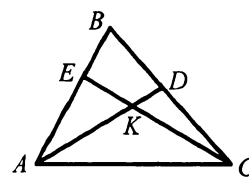


Рис. 32

152. Точка D — середина стороны BC треугольника ABC , а отрезок BE делит отрезок AD в отношении $8 : 3$, считая от точки A (рис. 31). Найдите отношение отрезков AE и EC .
153. На рисунке 32 $BE : EA = 4 : 5$, $BD : DC = 6 : 7$. Найдите отношение $CK : KE$.

154. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка M пересечения медиан удалена от основания на 4 см. Найдите расстояние от точки M до вершины B .
155. Середина боковой стороны равнобедренного треугольника удалена от его основания на 6 см. Найдите расстояние от точки пересечения медиан треугольника до его основания.
156. Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC . Найдите:
- 1) отрезки AD и DC , если $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $AC = 11$ см;
 - 2) сторону AC , если $AB : BC = 2 : 3$, $CD - AD = 3$ см;
 - 3) стороны AB , BC и AC , если $AB + BC = 56$ см, $AD = 9$ см, $DC = 15$ см.
157. В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E принадлежит стороне BC . Найдите длины отрезков BE и EC , если $AB = 21$ см, $BC = 18$ см, $AC = 15$ см.
158. В треугольнике, стороны которого равны 13 см, 18 см и 21 см, проведена полуокружность, центр которой принадлежит меньшей стороне треугольника и которая касается двух других сторон. На какие отрезки центр полуокружности делит меньшую сторону треугольника?

Подобные треугольники

159. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причем сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 (рис. 33). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

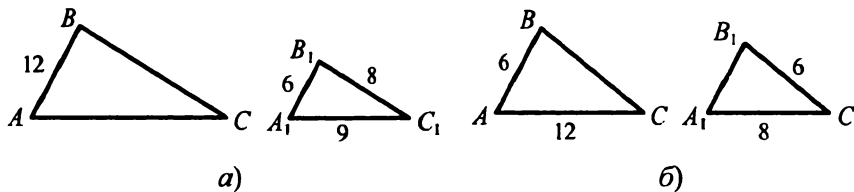


Рис. 33

160. Стороны треугольника относятся как $7 : 6 : 3$. Найдите стороны подобного ему треугольника, если у него:
- 1) периметр равен 8 см;
 - 2) меньшая сторона равна 6 см;
 - 3) большая сторона равна 28 см;
 - 4) разность большей и меньшей сторон равна 20 см.

161. Стороны треугольника относятся как $4 : 6 : 7$, а средняя по длине сторона подобного ему треугольника равна 18 см. Найдите остальные стороны второго треугольника.
162. Периметры подобных треугольников относятся как $7 : 5$, а сумма их меньших сторон равна 36 см. Найдите стороны обоих треугольников, если стороны одного из них относятся как $3 : 7 : 8$.
163. На рисунке 34 $BD \parallel CE$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения:

1) $\frac{AC}{CE}$; 2) $\frac{BD}{CE}$; 3) $\frac{AE}{AD}$; 4) $\frac{AB}{BC}$.

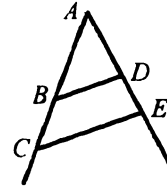


Рис. 34

164. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Большее основание AD трапеции равно 12 см, $AE = 15$ см, $BE = 5$ см. Найдите меньшее основание трапеции.
165. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 10$ см и $BC : AD = 2 : 5$.

166. В треугольник ABC вписан параллелограмм $ADEF$ (рис. 35). Найдите AC , если $AB = 16$ см, $AD = 12$ см, $DE = 5$ см.

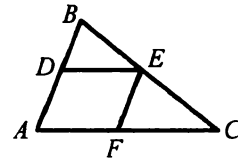
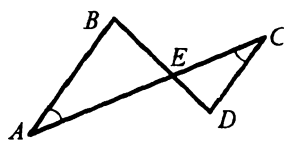


Рис. 35

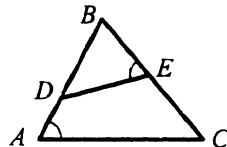
167. В треугольник ABC вписан ромб $AKPE$ так, что угол A у них общий, а вершина P принадлежит стороне BC . Найдите сторону ромба, если $AB = 6$ см, $AC = 3$ см.
168. В треугольник со стороной 12 см и высотой 4 см, проведенной к данной стороне, вписан прямоугольник, стороны которого относятся как $5 : 9$, причем большая сторона прямоугольника принадлежит данной стороне треугольника. Найдите стороны прямоугольника.

Первый признак подобия треугольников

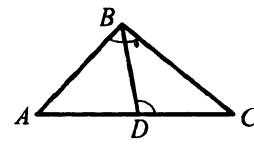
169. Укажите пары подобных треугольников и докажите их подобие (рис. 36).



а)



б)



в)

Рис. 36

170. Докажите, что равнобедренные треугольники подобны, если равны их углы при вершине.

171. Углы одного треугольника относятся как $3 : 5 : 7$, а в другом треугольнике один из углов на 24° больше второго и на 24° меньше третьего угла. Подобны ли эти треугольники?

172. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF (рис. 37). Докажите подобие треугольников ABE и CBF .

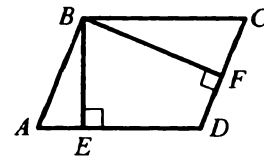


Рис. 37

173. Стороны параллелограмма равны 15 см и 30 см, а расстояние между меньшими сторонами равно 20 см. Найдите расстояние между большими сторонами параллелограмма.

174. Периметр параллелограмма равен 70 см, а его высоты — 3 см и 4 см. Найдите стороны параллелограмма.

175. Одна из диагоналей трапеции равна 28 см и делит другую диагональ на отрезки длиной 5 см и 9 см. Найдите большее основание трапеции и отрезки, на которые точка пересечения диагоналей делит первую диагональ, если меньшее основание равно 6 см.

176. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) O — точка пересечения диагоналей, $AO : OC = 5 : 2$, а средняя линия трапеции равна 7 см. Найдите основания трапеции.

177. На стороне AC треугольника ABC отметили точку D так, что $\angle ABD = \angle BCA$. Найдите отрезки, на которые точка D делит сторону AC , если $AB = 3$ см, $AC = 6$ см.

178. Хорды MK и PF окружности пересекаются в точке E . Найдите длину отрезка EF , если $ME = 4$ см, $EK = 3$ см, $PE = 2$ см.

179. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M , которая делит хорду AB на отрезки длиной 2 см и 9 см. На какие отрезки делит точка M хорду CD , если один из них больше другого в 2 раза?

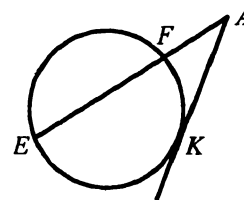


Рис. 38

180. Через точку A проведены к окружности касательная AK (K — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках E и F (рис. 38). Найдите AF , если $AK = 4$ см, $AE = 8$ см.

181. Через точку M проведены к окружности касательная MA (A — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках B и C (точка B лежит между точками M и C). Найдите MB , если $BC = 5$ см, $AM = 6$ см.

Второй и третий признаки подобия треугольников

182. Докажите подобие треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, изображенных на рисунке 39 (длины отрезков даны в сантиметрах).

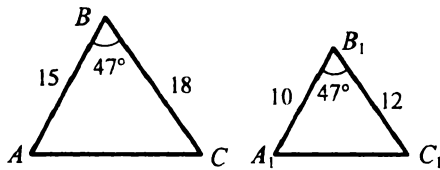


Рис. 39

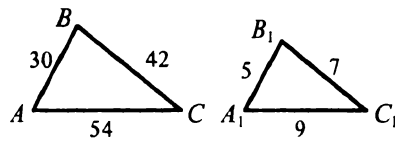


Рис. 40

183. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, а стороны треугольника ABC , образующие угол A , в 3,5 раза больше сторон, образующих угол A_1 . Найдите стороны BC и B_1C_1 , если их сумма равна 18 см.
184. В треугольнике ABC $AB = 16$ см, $AC = 20$ см. На стороне AB отложили отрезок $AD = 12$ см, а на стороне AC — отрезок $AE = 15$ см. Подобны ли треугольники ABC и ADE ?
185. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображенные на рисунке 40, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).
186. Подобны ли треугольники ABC и ADC , изображенные на рисунке 41 (длины отрезков даны в сантиметрах)?
187. Определите, подобны ли треугольники, если их стороны равны:
- 1) 5 см, 8 см, 9 см и 15 см, 24 см, 27 см;
 - 2) 2 см, 5 см, 6 см и 8 см, 18 см, 20 см.
188. Стороны одного треугольника относятся как $5 : 7 : 9$, а стороны другого треугольника равны 25 см, 35 см и 45 см. Подобны ли треугольники?
189. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AC и BC треугольника в точках D и E соответственно. Докажите, что треугольники ABC и EDC подобны. Найдите CD и CE , если $AC = 5$ см, $BC = 6$ см, $AB = 8$ см, $DE = 2$ см.

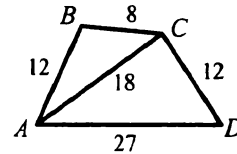


Рис. 41

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике

190. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 4 см и 16 см.
191. Катет прямоугольного треугольника равен 8 см, а его проекция на гипотенузу — 4 см. Найдите гипотенузу.
192. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит ее на отрезки длиной 18 см и 32 см. Найдите катеты треугольника.
193. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 4 см, а проекция второго катета на гипотенузу — 6 см. Найдите второй катет и гипотенузу.
194. Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 5 см и 13 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
195. Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне и равна $3\sqrt{5}$ см, а проекция боковой стороны на большее основание равна 4 см. Найдите основания трапеции и ее боковую сторону.
196. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей ромба на его сторону, делит ее на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите диагонали ромба.
197. Окружность, вписанная в равнобокую трапецию, делит точкой касания боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 18 см. Найдите основания трапеции и радиус вписанной окружности.

Теорема Пифагора

198. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 1) 6 см и 8 см; 2) 4 см и 7 см.
199. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны: 1) 15 см и 9 см; 2) 8 см и 4 см.
200. Сторона квадрата равна 5 см. Найдите его диагональ.
201. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 7$ см, $AC = 6$ см. Найдите высоту BD треугольника.
202. Сторона ромба равна 13 см, а одна из его диагоналей — 10 см. Найдите вторую диагональ ромба.

203. Две стороны прямоугольного треугольника равны 5 см и 8 см. Найдите третью сторону треугольника. Рассмотрите все возможные случаи.
204. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 42 (длины отрезков даны в сантиметрах).

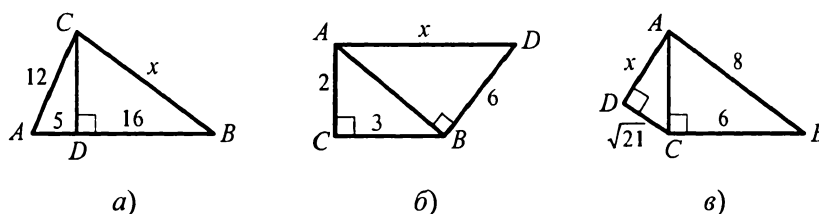


Рис. 42

205. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а его гипотенуза равна 20 см. Найдите катеты треугольника.
206. Разность между гипотенузой и катетом прямоугольного треугольника равна 2 см, а длина второго катета — 6 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.
207. Катет прямоугольного треугольника равен 6 см, а медиана, проведенная к нему, — 5 см. Найдите гипотенузу треугольника.
208. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна 13 см. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 60 см.
209. В остроугольном треугольнике ABC $AB = 10$ см, $BC = 15$ см, а высота $BD = 8$ см. Найдите сторону AC .
210. Высота равнобедренного треугольника, опущенная на боковую сторону, делит ее на отрезки длиной 4 см и 16 см, считая от вершины угла при основании. Найдите основание треугольника.
211. Отношение боковой стороны к основанию равнобедренного треугольника равно 5 : 6, а высота треугольника, проведенная к основанию, равна 12 см. Найдите стороны треугольника.
212. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 54 см, а высота, проведенная к основанию, — 9 см.
213. Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 25 см, а длина ее проекции на эту прямую — 15 см. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол 30° .

214. Из точки, находящейся на расстоянии 5 см от прямой, проведены к ней две наклонные. Длина одной из них равна 13 см, а вторая образует с прямой угол 45° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?
215. Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на эту прямую равны 5 см и 9 см. Найдите длины наклонных, если их разность равна 2 см.
216. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых равны 10 см и 6 см, а длины их проекций на эту прямую относятся как 5 : 2. Найдите расстояние от точки до данной прямой.
217. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит один из катетов на отрезки длиной 3 см и 9 см, считая от вершины прямого угла. Найдите второй катет и гипотенузу треугольника.
218. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 17 см, а медиана, проведенная к одному из катетов, — 15 см. Найдите катеты треугольника.
219. Высота равностороннего треугольника на 4 см меньше его стороны. Найдите сторону треугольника.
220. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см. Найдите катеты треугольника.
221. Боковая сторона равнобедренного треугольника меньше основания на 9 см, а отрезки, на которые биссектриса угла при основании делит высоту, проведенную к основанию, относятся как 5 : 4. Найдите высоту треугольника, проведенную к основанию.
222. Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его основание равно 24 см, а медиана, проведенная к боковой стороне, — 30 см.
223. В равнобокой трапеции диагональ равна 17 см, а высота трапеции — 8 см. Найдите среднюю линию трапеции.
224. Высота BE делит основание AD равнобокой трапеции $ABCD$ на отрезки длиной 5 см и 16 см, а боковая сторона трапеции равна 13 см. Найдите диагонали трапеции.
225. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к его средней стороне.

226. В равнобокую трапецию вписана окружность, радиус которой равен 12 см. Найдите основания трапеции, если боковая сторона равна 25 см.
227. В окружности с центром O и радиусом 10 см проведена хорда AB длиной 16 см. Радиус OF перпендикулярен данной хорде и пересекает ее в точке E . Найдите отрезок EF .
228. Радиусы двух окружностей равны 8 см и 3 см, а расстояние между их центрами — 13 см. Найдите длину их общей внешней касательной.
229. Точки M и N лежат по разные стороны от прямой a на расстоянии 2 см и 3 см от нее соответственно. Найдите расстояние между проекциями этих точек на прямую a , если $MN = 13$ см.

**Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного
треугольника**

230. Постройте угол, косинус которого равен: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{6}{7}$.
231. Постройте угол, тангенс которого равен: 1) $\frac{4}{7}$; 2) 3.
232. Постройте угол, синус которого равен: 1) $\frac{2}{3}$; 2) 0,3.
233. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 5 см и 13 см. Найдите:
- 1) синус острого угла, лежащего против меньшего катета;
 - 2) косинус острого угла, прилежащего к большему катету;
 - 3) тангенс острого угла, лежащего против меньшего катета.
234. В прямоугольном треугольнике катеты равны 3 см и 8 см. Найдите:
- 1) тангенс острого угла, лежащего против меньшего катета;
 - 2) синус острого угла, прилежащего к большему катету;
 - 3) косинус острого угла, лежащего против большего катета.
235. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.
236. Найдите значение выражения:
- 1) $\sin^2 45^\circ - \cos 60^\circ$;
 - 2) $2 \sin^2 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$.
237. Основание равнобедренного треугольника равно 6 см, а боковая сторона — 5 см. Найдите синус, косинус и тангенс угла при основании треугольника.
238. В равнобокой трапеции $ABCD$ $AB = CD = 4$ см, $BC = 6$ см, $AD = 10$ см. Найдите углы трапеции.

Решение прямоугольных треугольников

239. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

1) $BC = 2$ см, $\cos B = \frac{2}{3}$;

2) $AC = 3$ см, $\sin B = \frac{1}{4}$;

3) $AC = 4$ см, $\operatorname{tg} B = 2$;

4) $AB = 8$ см, $\cos A = \frac{5}{8}$;

5) $AC = 2$ см, $\sin A = \frac{3}{5}$;

6) $AB = 6$ см, $\operatorname{tg} A = \frac{12}{13}$.

240. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:

1) $AB = 10$ см, $\angle A = 47^\circ$;

2) $AC = 9$ см, $\angle A = 43^\circ$;

3) $BC = 7$ см, $\angle A = 37^\circ$;

4) $AB = 8$ см, $AC = 5$ см;

5) $AC = 8$ см, $BC = 5$ см.

241. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 6$ см, $\angle A = 58^\circ$.

Найдите сторону AC и высоту BD треугольника.

242. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $AB = 8$ см,

$\angle B = 46^\circ$. Найдите сторону AC и высоту BD треугольника.

243. Из точки, находящейся на расстоянии 12 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 45° и 60° .

Найдите длины наклонных и их проекций на прямую.

244. Из точки, находящейся на расстоянии 8 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 30° и 45° .

Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?

245. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

1) $AB = c$, $\angle A = \alpha$;

2) $AC = b$, $\angle B = \beta$;

3) $BC = a$, $\angle B = \beta$.

246. По рисунку 43 найдите отрезки AD и CD .

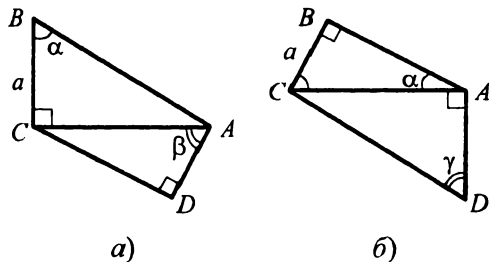


Рис. 43

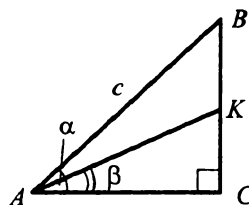


Рис. 44

247. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 44) $AB = c$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle KAC = \beta$. Найдите отрезок BK .

248. Сторона AB прямоугольника $ABCD$ равна a , а диагональ AC образует со стороной AD угол α . Найдите сторону AD и диагональ AC прямоугольника.

249. Большая диагональ ромба равна m , а острый угол ромба равен α . Найдите сторону ромба и его меньшую диагональ.

250. В равнобокой трапеции $ABCD$ основание BC равно 4 см, высота CE — $2\sqrt{3}$ см, а боковая сторона образует с основанием AD угол 60° . Найдите основание AD трапеции.

251. В прямоугольной трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $BC = 8$ см, $CD = 4$ см, $\angle BCD = 135^\circ$. Найдите стороны AB и AD трапеции.

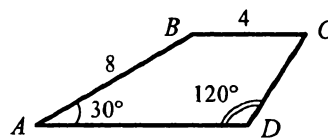


Рис. 45

252. В трапеции $ABCD$ (рис. 45) $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle D = 120^\circ$. Найдите основание AD трапеции.

Многоугольники

253. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого семиугольника? Найдите общее количество диагоналей выпуклого семиугольника.

254. Можно ли построить выпуклый пятиугольник, все углы которого прямые?

255. Может ли наименьший угол выпуклого девятиугольника быть равным 141° ?

256. Как изменится сумма углов выпуклого многоугольника, если количество его сторон увеличится на три?

257. Найдите углы выпуклого семиугольника, если их градусные меры относятся как $4 : 5 : 6 : 7 : 7 : 8 : 8$.
258. Один из углов выпуклого четырехугольника равен 60° , второй и третий относятся как $7 : 3$, а четвертый равен полусумме второго и третьего. Найдите неизвестные углы четырехугольника.
259. Может ли один из углов выпуклого пятиугольника быть большим, чем сумма четырех других?
260. В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 1620° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
261. В выпуклом многоугольнике 77 диагоналей. Найдите количество его сторон и сумму углов.

Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника

262. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна: 1) 4 см; 2) m .
263. Сторона прямоугольника равна 8 см и образует с диагональю угол 30° . Найдите площадь прямоугольника.
264. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как $4 : 7$, а площадь прямоугольника равна 112 см^2 .
265. Площадь прямоугольника равна 21 см^2 . Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 4 см больше другой.
266. Квадрат и прямоугольник равновелики. Сторона квадрата равна 8 см, а одна из сторон прямоугольника — 16 см. Найдите вторую сторону прямоугольника.
267. Найдите площадь квадрата, если радиус окружности, описанной около него, равен R .
268. Четырехугольник $ABCD$ — квадрат (рис. 46). Отрезки MK и PE параллельны его сторонам. Пользуясь рисунком, докажите формулу:

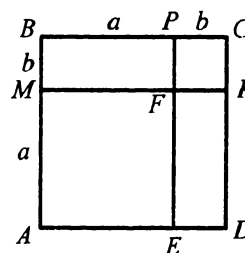


Рис. 46

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

269. Могут ли два неравных квадрата иметь равные площади?
270. Как изменится площадь квадрата, если его сторону: 1) уменьшить в 4 раза; 2) увеличить в m раз?
271. Как изменится площадь квадрата, если его диагональ увеличить в 4 раза? Как изменится при этом периметр квадрата?

272. Как изменится площадь прямоугольника, если:

- 1) одну из его сторон увеличить в 3 раза;
- 2) одну из его сторон уменьшить в 5 раз;
- 3) обе стороны увеличить в 7 раз;
- 4) одну сторону увеличить в 4 раза, а другую — в 6 раз;
- 5) одну сторону увеличить в 8 раз, а другую уменьшить в 2 раза?

273. Отношение площадей двух квадратов равно 3. Найдите отношение их периметров.

274. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписан квадрат $MKPC$ (рис. 47). Найдите площадь квадрата, если $AC = 6$ см, $BC = 4$ см.

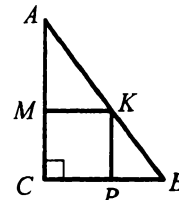


Рис. 47

275. Постройте квадрат, площадь которого равна сумме площадей двух данных квадратов.

276. Стороны прямоугольника равны a и b . Постройте квадрат, площадь которого равна площади данного прямоугольника.

Площадь параллелограмма

277. Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 18 см, а высота, проведенная к ней, — 7 см.

278. Какие из параллелограммов, изображенных на рисунке 48, равновелики?

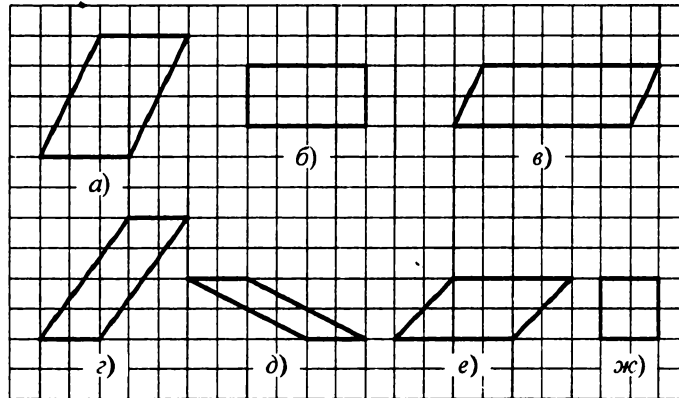


Рис. 48

279. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 9 см и 12 см, а угол между ними — 60° .

280. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $5\sqrt{3}$ см, а один из углов — 120° .

281. Площадь параллелограмма равна 48 см^2 . Найдите расстояние между сторонами параллелограмма, длины которых равны 6 см.
282. Одна из сторон параллелограмма равна 4 см, а высота, проведенная к другой стороне, — 8 см. Найдите неизвестные сторону и высоту параллелограмма, если его площадь равна 96 см^2 .
283. Стороны параллелограмма равны 9 см и 12 см, а одна из высот — 4 см. Найдите вторую высоту параллелограмма. Сколько решений имеет задача?
284. Площадь параллелограмма равна 54 см^2 , а его высота на 3 см больше стороны, к которой она проведена. Найдите эту сторону параллелограмма и высоту, проведенную к ней.
285. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 9 см и 15 см, а одна из диагоналей перпендикулярна его стороне.
286. Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллелограмма, делит его на две равновеликие фигуры.

Площадь треугольника

287. Сторона треугольника равна 8 см, а высота, проведенная к ней, — 4,5 см. Найдите площадь треугольника.
288. Площадь треугольника равна 84 см^2 , а одна из сторон — 8 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к этой стороне.
289. Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 6 см и 9 см.
290. Какие из треугольников, изображенных на рисунке 49, равновелики?

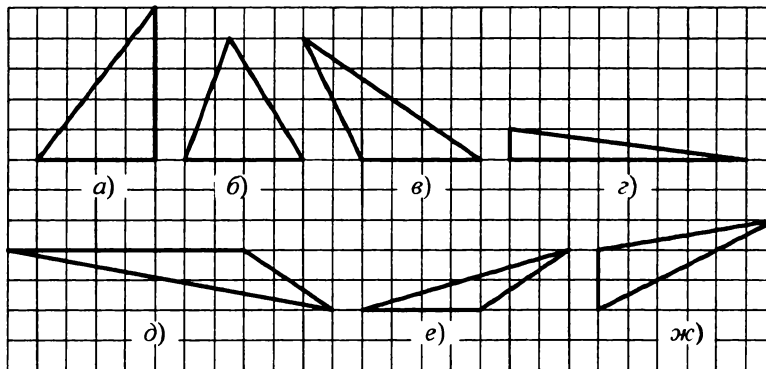


Рис. 49

291. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 см и 7 см, а угол между ними: 1) 30° ; 2) 120° .
292. Найдите площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 6 см, а боковая сторона — 5 см.
293. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 см и 12 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к гипотенузе.
294. В треугольнике ABC $AB : BC = 2 : 3$. Найдите отношение высот треугольника, проведенных из вершин C и A .
295. Докажите, что большей стороне треугольника соответствует меньшая высота.
296. Докажите, что медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.
297. Диагонали трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOB и COD равновелики.
298. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к боковой стороне, делит ее на отрезки длиной 8 см и 5 см, считая от вершины угла при основании. Найдите площадь треугольника.
299. Высота, опущенная на основание равнобедренного треугольника, равна 12 см. Найдите площадь треугольника, если отношение его боковой стороны к основанию равно $\frac{5}{6}$.
300. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 26 см, а разность катетов — 14 см.
301. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если высота, проведенная к гипотенузе, делит ее на отрезки длиной 6 см и 24 см.
302. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки длиной 30 см и 40 см.
303. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 26 см, а радиус вписанной окружности — 4 см.
304. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписана окружность с центром O и радиусом $\sqrt{3}$ см (рис. 50). Найдите площадь треугольника, если $\angle OBC = 30^\circ$.

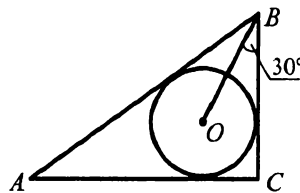


Рис. 50

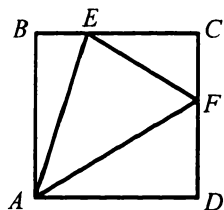


Рис. 51

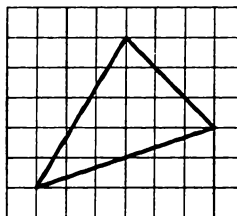


Рис. 52

305. Сторона квадрата $ABCD$ равна 14 см. На сторонах BC и CD отмечены такие точки E и F соответственно, что $BE = 4$ см, $DF = 9$ см (рис. 51). Найдите площадь треугольника AEF .
306. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке 52, если сторона клеточки равна 1 см.
307. Площадь треугольника ABC равна 28 см^2 . Точка D делит сторону BC в отношении $3 : 1$, считая от точки B . Найдите площади треугольников ABD и ACD .
308. В треугольнике ABC $AB = 14$ см, $BC = 8$ см, отрезок BK — биссектриса треугольника. Найдите отношение площадей треугольников ABK и CBK .
309. Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как:
1) $2 : 1$; 2) $2 : 3$.
310. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 8 см и 5 см.
311. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 15 см, а сумма диагоналей — 42 см.
312. Найдите площадь ромба, если его диагонали относятся как $5 : 12$, а высота равна 60 см.
313. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей ромба на его сторону, делит ее на отрезки длиной 4 см и 9 см. Найдите площадь ромба.
314. Через вершину B параллелограмма $ABCD$ проведите прямую так, чтобы она разбила его на две фигуры, площади которых относятся как $2 : 3$.
315. Постройте равнобедренный треугольник, равновеликий данному треугольнику, так, чтобы боковая сторона равнобедренного треугольника была равна одной из сторон данного треугольника.
316. Сторона квадрата $ABCD$ равна 1 см. На сторонах AB и BC отмечены такие точки E и F , что треугольник DEF — равносторонний. Найдите его площадь.

317. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см.

Площадь трапеции

318. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 11 см, а высота — 4 см.
319. Площадь трапеции равна 168 см^2 , одно из ее оснований — 15 см, а высота — 9 см. Найдите второе основание трапеции.
320. Площадь трапеции равна 24 см^2 , а ее высота — 4 см. Найдите основания трапеции, если они относятся как 1 : 5.
321. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 6 см и 12 см, а боковая сторона длиной 8 см образует с меньшим основанием угол 120° .
322. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке 53 (длины отрезков даны в сантиметрах).

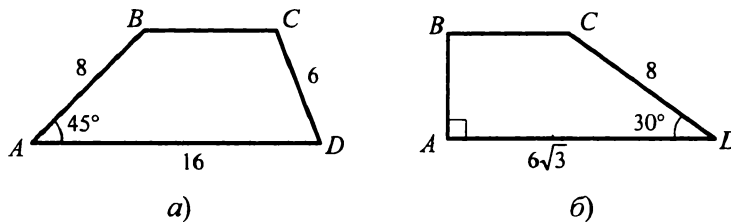


Рис. 53

323. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 27 см, а диагональ — 45 см. Найдите площадь трапеции.
324. Найдите площадь равнобокой трапеции, большее основание которой равно 9 см, боковая сторона — 8 см, а тупой угол равен 135° .
325. Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а основания равны 14 см и 18 см.
326. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 10 см и 12 см, а диагонали делят ее острые углы пополам.
327. Меньшее основание прямоугольной трапеции равно 28 см, а разность оснований — 9 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшая диагональ делит прямой угол трапеции пополам.
328. Найдите площадь прямоугольной трапеции, большее основание которой равно 14 см, боковая сторона — 12 см, а острый угол равен 60° .

329. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 10 см, а разность боковых сторон — 2 см. Найдите площадь трапеции, если ее бóльшая диагональ равна 30 см.
330. Периметр равнобокой трапеции равен 50 см, а острый угол — 60° . Найдите площадь трапеции, если ее диагональ делит острый угол трапеции пополам.
331. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если проекция диагонали на большее основание трапеции равна 6 см.
332. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 6 см и 8 см, а углы при большем основании — 30° и 45° .
333. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 15 см и 29 см, а боковые стороны — 13 см и 15 см.
334. В равнобокую трапецию вписана окружность, точка касания которой с боковой стороной трапеции делит ее на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите площадь трапеции.
335. Радиус окружности, вписанной в равнобокую трапецию, равен 4 см, а острый угол трапеции — 30° . Найдите площадь трапеции.
336. Боковые стороны трапеции равны 20 см и 13 см, а разность оснований — 21 см. Найдите площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.
337. Периметр трапеции равен 66 см, а точка касания вписанной окружности с боковой стороной делит ее на отрезки длиной 4 см и 9 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант 2

Четырехугольник и его элементы

1. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 54) $AB = AD$, $\angle BAC = \angle CAD$. Докажите, что углы B и D равны.

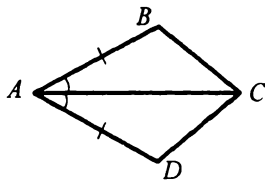


Рис. 54

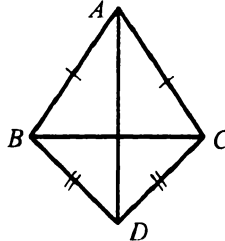


Рис. 55

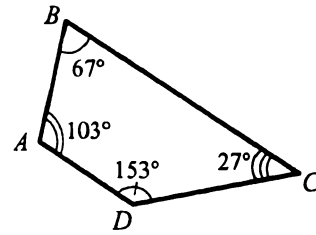


Рис. 56

2. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 55) $AB = AC$, $BD = DC$. Докажите, что $AD \perp BC$.
3. Можно ли начертить выпуклый четырехугольник, у которого все углы острые?
4. В четырехугольнике $ABCD$ стороны BC и AD параллельны (рис. 56). Правильно ли указаны его углы?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

5. Найдите углы параллелограмма, если:
- 1) один из его углов равен 52° ;
 - 2) сумма двух его углов равна 174° ;
 - 3) один из его углов на 28° больше другого;
 - 4) один из его углов в 4 раза меньше другого;
 - 5) два угла параллелограмма относятся как 4 : 5.

6. В параллелограмме $ABCD$ (рис. 57) $\angle ABC = 102^\circ$, $\angle BDC = 54^\circ$. Найдите углы ADB и BAD .

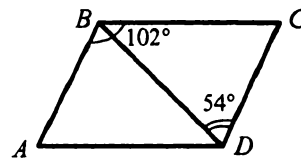


Рис. 57

7. Даны параллелограмм $ABCD$ и треугольник MNP . Могут ли одновременно выполняться равенства: $\angle A = \angle M$, $\angle D = \angle N$, $\angle C = \angle P$? Ответ обоснуйте.

8. Периметр параллелограмма равен 84 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них на 12 см меньше другой.

9. Периметр параллелограмма равен 90 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 2 : 3.
10. Какие ошибки допущены в изображении параллелограмма $ABCD$ на рисунке 58?

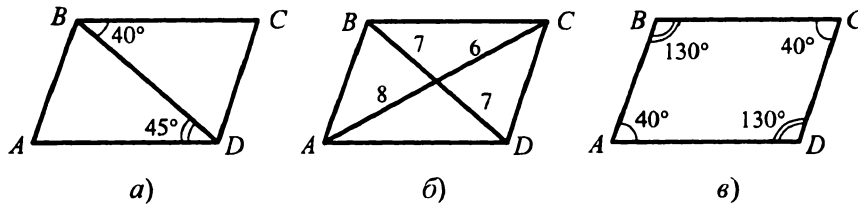


Рис. 58

11. Докажите, что биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны или лежат на одной прямой.
12. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A делит сторону BC на отрезки $BK = 4$ см и $KC = 3$ см. Найдите периметр параллелограмма.
13. Биссектриса острого угла параллелограмма делит его сторону в отношении 2 : 3, считая от вершины тупого угла. Периметр параллелограмма равен 42 см. Найдите его стороны.
14. Углы параллелограмма относятся как 1 : 2. Высота, проведенная из вершины тупого угла, делит сторону параллелограмма на отрезки длиной 4 см и 7 см, считая от вершины тупого угла. Найдите периметр параллелограмма.
15. В параллелограмме $ABCD$ из вершины острого угла A проведены высоты AM и AN . Докажите, что углы MAN и ADC равны.
16. Два угла параллелограмма относятся как 3 : 7. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины: 1) острого угла; 2) тупого угла.
17. Докажите, что противоположные вершины параллелограмма находятся на одинаковом расстоянии от диагонали, соединяющей две другие вершины.
18. На основании равнобедренного треугольника выбрана произвольная точка, через которую проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Периметр полученного параллелограмма равен 24 см. Найдите периметр данного треугольника, если его основание равно 8 см.
19. Постройте параллелограмм:
 1) по двум сторонам и диагонали;
 2) по стороне, диагонали и углу между ними.

20. Даны точки A , B и C , не лежащие на одной прямой. Постройте параллелограмм, для которого данные точки были бы в указанном порядке последовательными вершинами.
21. Даны угол и точка внутри него. Постройте параллелограмм, две стороны которого лежат на сторонах данного угла, а точка пересечения диагоналей совпадает с данной точкой.
22. Докажите, что если две стороны и медиана, проведенная к третьей стороне, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Признаки параллелограмма

23. Диагональ AC делит четырехугольник $ABCD$ на равные треугольники ABC и CDA (рис. 59). Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

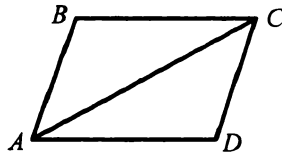


Рис. 59

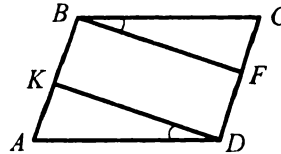


Рис. 60

24. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ (рис. 60) отметили точки K и F такие, что $\angle ADK = \angle CBF$. Докажите, что четырехугольник $KBFD$ — параллелограмм.
25. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ отложены равные отрезки MB и DN (рис. 61). Докажите, что четырехугольник $AMCN$ — параллелограмм.

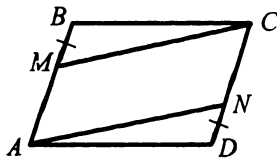


Рис. 61

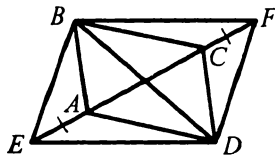


Рис. 62

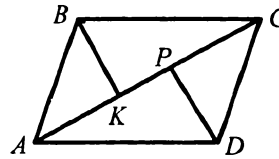


Рис. 63

26. На прямой AC , содержащей диагональ параллелограмма $ABCD$, отложены равные отрезки AE и FC (рис. 62). Докажите, что четырехугольник $EBFD$ — параллелограмм.
27. В параллелограмме $ABCD$ $BK \perp AC$ и $DP \perp AC$ (рис. 63). Докажите, что четырехугольник $KBPD$ — параллелограмм.

28. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведен отрезок EF так, что $EO = OF$ (рис. 64). Какие из четырехугольников на этом рисунке являются параллелограммами?

29. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 65) $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

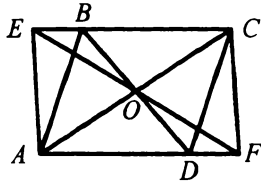


Рис. 64

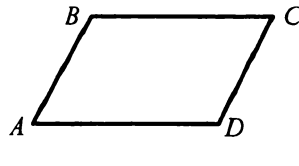


Рис. 65

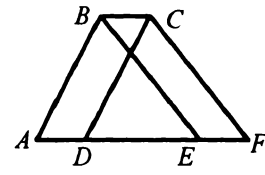


Рис. 66

30. Четырехугольники $ABCD$ и $BCFE$ — параллелограммы (рис. 66). Докажите, что $\triangle ABE = \triangle DCF$.

Прямоугольник

31. Известно, что ни один из углов параллелограмма не является тупым. Что можно сказать о виде этого параллелограмма?

32. В прямоугольнике $ABCD$ (рис. 67) O — точка пересечения диагоналей, $\angle AOD = 140^\circ$. Найдите угол ACD .

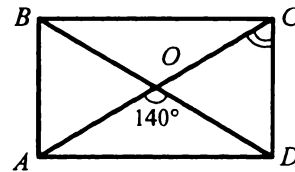


Рис. 67

33. В прямоугольнике диагональ образует с меньшей стороной угол, равный 46° . Найдите угол между диагоналями прямоугольника, лежащий против его большей стороны.

34. Найдите угол между большей стороной и диагональю прямоугольника, если он на 20° меньше угла между диагоналями, лежащего против его большей стороны.

35. В окружности с центром O проведены диаметр AC и равные хорды AD и BC (рис. 68). Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник.

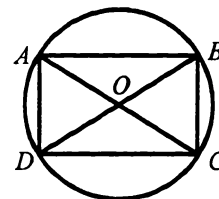


Рис. 68

36. В прямоугольнике $ABCD$ на сторонах AB и CD взяты соответственно точки M и N так, что $BM = CN$. Докажите, что $AN = DM$.

37. В параллелограмме отрезок, соединяющий точку пересечения диагоналей с серединой стороны, перпендикулярен этой стороне. Докажите, что этот параллелограмм является прямоугольником.

38. Биссектрисы углов A и B прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке E , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка E — середина CD .
39. Стороны прямоугольника равны 12 см и 8 см. Найдите расстояния от точки пересечения диагоналей до соседних сторон прямоугольника.
40. Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его соседних сторон равна 24 см. Одна из сторон прямоугольника на 6 см меньше другой. Найдите эти стороны.
41. В прямоугольнике $ABCD$ сторона AB в 2 раза больше стороны AD , точка K — середина стороны AB . Найдите угол CKD .
42. В треугольнике ABC $AC = 10$ см, $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 70^\circ$. Найдите медиану треугольника, проведенную из вершины B .
43. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 8$ см. Через точку D , лежащую на гипотенузе треугольника, проведены прямые, параллельные его катетам. Найдите периметр четырехугольника, образовавшегося при этом.
44. В прямоугольный треугольник ABC вписан прямоугольник $CMXN$ (рис. 69). Найдите положение точки X на гипотенузе AB , при котором длина отрезка MN будет наименьшей.
45. Угол между диагоналями прямоугольника равен 60° . В каком отношении перпендикуляр, опущенный из вершины прямоугольника на его диагональ, делит эту диагональ?

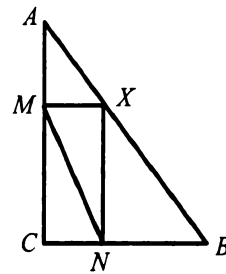


Рис. 69

Ромб

46. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD являются биссектрисами его углов. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — ромб.
47. На рисунке 70 четырехугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

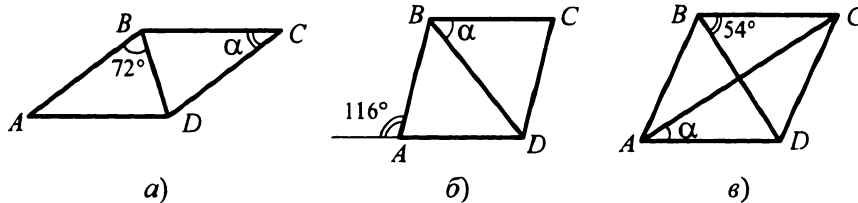


Рис. 70

48. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 30° .

49. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $3 : 7$.

50. Отрезки CM и CN — высоты ромба $ABCD$ (рис. 71). Докажите, что $BM = DN$.

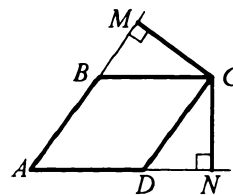


Рис. 71

51. Угол между высотами, проведенными из вершины острого угла ромба, равен 140° . Найдите углы ромба.

52. На сторонах BC и CD ромба $ABCD$ выбраны соответственно точки E и F так, что $BE = DF$. Докажите, что $AE = AF$.

53. На сторонах AB и BC ромба $ABCD$ выбраны соответственно точки K и E так, что $BK = BE$. Докажите, что отрезок KE параллелен диагонали AC .

54. Угол между продолжением высоты ромба, проведенной из вершины острого угла, и продолжением диагонали, соединяющей вершины тупых углов, равен 34° . Найдите углы ромба.

55. Найдите углы ромба, высота которого равна 2 см, а периметр — 16 см.

56. Два равных ромба расположены так, как показано на рисунке 72. Определите вид четырехугольника $OEBF$.

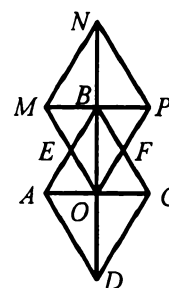


Рис. 72

57. В параллелограмме $ABCD$ через точку пересечения диагоналей проведена прямая, перпендикулярная диагонали AC и пересекающая стороны BC и AD в точках E и F соответственно. Докажите, что четырехугольник $AECF$ — ромб.

58. Отрезок AE — биссектриса треугольника ABC . Через точку E проведены прямые, которые параллельны сторонам AB и AC и пересекают стороны AC и AB в точках K и M соответственно. Докажите, что четырехугольник $AKEM$ — ромб.

59. Постройте ромб:

- 1) по двум диагоналям;
- 2) по углу и диагонали, выходящей из вершины данного угла.

60. Постройте ромб, если заданы три точки, являющиеся серединами его сторон.

Квадрат

61. Докажите, что ромб, диагонали которого равны, является квадратом.
62. Точка пересечения диагоналей квадрата удалена от его стороны на 8 см. Найдите периметр квадрата.
63. На сторонах AB , BC , CD , AD квадрата $ABCD$ выбраны соответственно точки A_1 , B_1 , C_1 , D_1 так, что $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Докажите, что четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.
64. Диагональ квадрата равна 8 см. Через каждую из вершин квадрата проведена прямая, параллельная соответствующей диагонали. Определите периметр и вид полученного четырехугольника.
65. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат, имеющий с ним общий угол. Найдите периметр квадрата, если катет треугольника равен 4 см.
66. Докажите, что точки пересечения биссектрис углов прямоугольника являются вершинами квадрата.
67. В квадрате $ABCD$ на продолжении стороны BC за точку C выбрана точка K так, что $\angle KAD = 2\angle CAK$. Найдите периметр квадрата, если $AK = 8$ см.
68. Постройте квадрат по его диагонали.
69. Постройте квадрат по сумме диагонали и стороны.

Средняя линия треугольника

70. Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 12 см. Найдите периметр данного треугольника.
71. Стороны треугольника равны 16 см, 8 см, 12 см. Найдите стороны треугольника, вершины которого являются серединами средних линий данного треугольника.
72. Периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника, равен 54 см, а стороны данного треугольника относятся как 3 : 7 : 8. Найдите стороны данного треугольника.
73. Определите вид треугольника, если две его средние линии перпендикулярны и равны.
74. Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 56 см и 8 см. Точки A_1 , B_1 , C_1 , D_1 — середины отрезков OA , OB , OC и OD соответственно, где точка O — точка пересечения диагоналей прямоугольника

(рис. 73). Определите вид четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$ и вычислите его периметр.

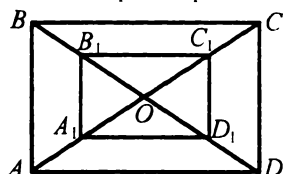


Рис. 73

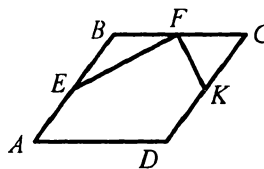


Рис. 74

75. В ромбе $ABCD$ точки E, F, K — середины сторон AB, BC и CD соответственно (рис. 74). Докажите, что $EF \perp FK$.
76. Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон: 1) прямоугольника; 2) ромба.
77. Диагонали четырехугольника перпендикулярны и равны по 8 см. Найдите периметр четырехугольника, вершины которого являются серединами сторон данного четырехугольника, и определите его вид.
78. Меньшая сторона прямоугольника равна 6 см, а периметр четырехугольника, вершины которого — середины сторон данного прямоугольника, равен 24 см. Определите вид образовавшегося четырехугольника и найдите угол, который образует диагональ прямоугольника с большей стороной.
79. Через вершины треугольника ABC проведены прямые, параллельные противоположным сторонам. Эти прямые при пересечении образовали треугольник $A_1B_1C_1$. Докажите, что высоты треугольника ABC являются серединными перпендикулярами сторон треугольника $A_1B_1C_1$.
80. Постройте треугольник по двум точкам — серединам двух сторон треугольника и углом, которые эти стороны образуют с третьей стороной треугольника.
81. Постройте ромб, серединами двух соседних сторон которого являются две данные точки и диагональ которого принадлежит данной прямой, причем эта прямая не пересекает отрезок, соединяющий данные точки.

Трапеция

82. Два угла трапеции равны 37° и 126° . Найдите два других ее угла.
83. Существует ли трапеция, два противоположных угла которой тупые? Если ответ положительный, сделайте рисунок.

84. Существует ли трапеция, три угла которой прямые? Если ответ положительный, сделайте рисунок.
85. Могут ли углы трапеции, взятые последовательно, относиться как $5 : 4 : 6 : 3$?
86. Высота равнобокой трапеции, проведенная из вершины острого угла, образует с боковой стороной угол 24° . Найдите углы трапеции.
87. В прямоугольной трапеции острый угол в 4 раза меньше тупого. Найдите углы трапеции.
88. В равнобокой трапеции диагональ равна большему основанию и образует с ним угол 38° . Найдите углы трапеции.
89. Найдите углы равнобокой трапеции, если ее противолежащие углы относятся как $1 : 3$.
90. Внутри трапеции $ABCD$ отметили точку O , равноудаленную от оснований трапеции и боковой стороны AB . Докажите, что угол AOB равен 90° .
91. В равнобокой трапеции боковая сторона равна меньшему основанию, а угол между диагоналями, противолежащий основанию, равен 110° . Найдите углы трапеции.
92. В равнобокой трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне и является биссектрисой острого угла. Найдите углы трапеции.
93. Диагонали равнобокой трапеции $ABCD$ ($AB = CD$) пересекаются в точке O . Докажите, что $AO = OD$.
94. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 15 см. Найдите отрезки, на которые делит большее основание высота, проведенная из вершины тупого угла.
95. Меньшее основание равнобокой трапеции равно 5 см. Высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки, один из которых равен 2 см. Найдите большее основание трапеции.
96. В равнобокой трапеции большее основание равно 12 см, а боковая сторона — 4 см. Острый угол трапеции равен 60° . Найдите меньшее основание трапеции.
97. В равнобокой трапеции с тупым углом 120° через вершину тупого угла проведена прямая, которая параллельна боковой стороне и отсекает от большего основания отрезок длиной 12 см. Найдите периметр трапеции, если ее меньшее основание равно 16 см.

98. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой угла при большем основании. Большее основание трапеции равно 26 см, а периметр 50 см. Найдите меньшее основание трапеции.
99. Периметр трапеции равен 36 см, а ее меньшее основание — 5 см. Через вершину тупого угла трапеции проведена прямая, пересекающая большее основание и параллельная боковой стороне. Найдите периметр треугольника, который эта прямая отсекает от данной трапеции.
100. В равнобокой трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 8 см. Найдите периметр трапеции, если ее боковая сторона равна 12 см.
101. В прямоугольной трапеции диагональ является биссектрисой тупого угла. Основания трапеции равны 18 см и 12 см. Найдите периметр трапеции, если ее острый угол равен 30° .
102. Постройте трапецию по основаниям и диагоналям.

Средняя линия трапеции

103. Найдите среднюю линию трапеции, если ее основания равны:
1) 7 см и 9 см; 2) a и $7a$.
104. Найдите основание трапеции, если ее второе основание и средняя линия соответственно равны: 1) 9 см и 5 см; 2) a и b .
105. Может ли средняя линия трапеции быть равной одному из оснований? Ответ обоснуйте.
106. Средняя линия трапеции равна 24 см, а ее основания относятся как 3 : 5. Найдите основания трапеции.
107. Отрезки, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию, относятся как 5 : 9, а их разность равна 12 см. Найдите основания трапеции.
108. Высота прямоугольной трапеции, проведенная из вершины тупого угла, делит ее основание на отрезки, первый из которых, считая от вершины прямого угла, на 4 см больше второго. Найдите основания трапеции, если ее средняя линия равна 13 см.
109. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла, а одно из оснований на 6 см больше другого. Найдите среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 74 см.
110. Средняя линия равнобокой трапеции равна ее высоте. Докажите, что диагонали этой трапеции перпендикулярны.

111. Боковая сторона равнобокой трапеции равна 18 см, а большее основание — 32 см. Угол между ними равен 60° . Найдите среднюю линию трапеции.

Центральные и вписанные углы

112. Сколько градусов содержит центральный угол окружности, опирающийся на дугу, составляющую: 1) $\frac{1}{3}$ окружности; 2) $\frac{7}{9}$ окружности; 3) $\frac{5}{18}$ окружности?
113. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые ее делят две точки, если градусная мера одной из дуг в 4 раза больше градусной меры другой.
114. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 32° ; 2) 134° ; 3) 270° ; 4) 320° ; 5) 2β .
115. Точка A окружности и ее центр O лежат по разные стороны от хорды MN . Найдите: 1) угол MAN , если $\angle MON = 136^\circ$; 2) угол MON , если $\angle MAN = 129^\circ$.
116. Точки K и D лежат на окружности по одну сторону от хорды AB . Найдите угол AKB , если $\angle ADB = 129^\circ$.
117. Точки K и D лежат на окружности по разные стороны от хорды AB , $\angle AKB = 107^\circ$. Найдите угол ADB .
118. Около треугольника DEF описана окружность с центром в точке O . Найдите угол DOF , если: 1) $\angle E = 38^\circ$; 2) $\angle E = 148^\circ$.
119. Хорды CD и CE лежат по разные стороны от центра O окружности, $\angle ECD = 84^\circ$, $\angle COE : \angle DOE = 9 : 14$. Найдите углы COE и DOE .
120. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, основание которого стягивает дугу, градусная мера которой 192° .
121. Концы хорды делят окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $8 : 7$. Найдите вписанные углы, опирающиеся на эту хорду.
122. В окружности проведена хорда AB . Через точку A проведена прямая, которая перпендикулярна хорде AB и делит большую из дуг окружности в отношении $5 : 2$. Найдите градусные меры дуг, на которые точки A и B делят окружность.

123. Точки A, B, C и D делят окружность на 4 дуги так, что $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup AD = 3 : 5 : 7 : 9$. Найдите углы четырехугольника $ABCD$.
124. Точки D и B окружности лежат по одну сторону от диаметра AC (рис. 75). Найдите угол ABD , если $\angle DAC = 52^\circ$.

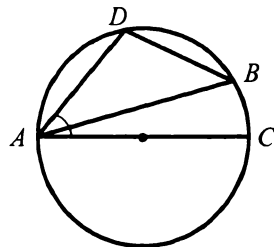


Рис. 75

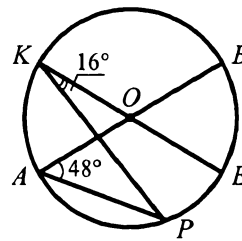


Рис. 76

125. В окружности с центром O проведены диаметры AB и KE . Точки P и E окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 76). Найдите угол ABE , если $\angle PKE = 16^\circ$, $\angle BAP = 48^\circ$.
126. На основании AB равнобедренного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность с центром O , пересекающая стороны AC и BC в точках D и E соответственно. Найдите градусные меры дуг AD, DE и BE , если $\angle ACB = 86^\circ$.
127. Продолжение высоты BD остроугольного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке F, H — точка пересечения высот треугольника. Докажите, что $HD = DF$.
128. Две окружности пересекаются в точках D и C . Через точку D проведена секущая, пересекающая окружности в точках E и F . Докажите, что величина угла FCE является постоянной для каждой секущей, проходящей через точку D .
129. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника DEF . Найдите углы треугольника DEF , если $\angle DOE = 116^\circ$. Сколько решений имеет задача?

Вписанные и описанные четырехугольники

130. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, если:
- 1) $\angle B = 82^\circ, \angle D = 108^\circ$; 2) $\angle A = 64^\circ, \angle B = 116^\circ$?
131. Найдите углы A и B четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle C = 37^\circ, \angle D = 106^\circ$.

132. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, углы которого A , B , C и D соответственно пропорциональны числам:
 1) 3, 7, 6, 2; 2) 5, 9, 10, 7?
133. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол A больше угла B на 58° и в 4 раза больше угла C . Найдите углы четырехугольника.
134. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAD = 74^\circ$, $\angle BCD = 106^\circ$, $\angle ABD = 47^\circ$, $\angle CBD = 58^\circ$. Найдите угол между диагоналями четырехугольника, лежащий против стороны BC .
135. Диагонали равнобокой трапеции пересекаются под прямым углом. Найдите положение центра окружности, описанной около трапеции, относительно трапеции.
136. Боковая сторона равнобокой трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 12 см. Найдите периметр трапеции.
137. Окружность, вписанная в прямоугольную трапецию, делит точку касания большую боковую сторону на отрезки длиной 6 см и 14 см. Найдите высоту трапеции, если ее периметр равен 64 см.

Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

138. Разделите данный отрезок на пять равных частей.
139. На стороне AB параллелограмма $ABCD$ (рис. 77) отметили точки M и N , а на стороне CD — точки E и F так, что $BN = NM = MA = CE = EF = FD$. Отрезки BE , NF , MD пересекают диагональ AC в точках R , Q , P соответственно. Докажите, что $AP = PQ = QR = RC$.
140. Точки A и B лежат по разные стороны от прямой l , точка M — середина отрезка AB . Точки A и M удалены от прямой l на 6 см и 1 см соответственно. Найдите расстояние от точки B до прямой l .
141. Точка K — середина катета BC равнобедренного прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$). Расстояние от точки K до гипотенузы AB равно 3 см. Найдите гипотенузу треугольника.

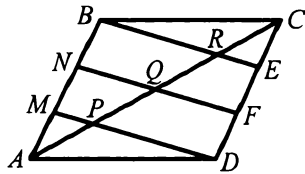


Рис. 77

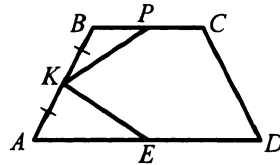


Рис. 78

142. Точка K — середина боковой стороны AB равнобокой трапеции $ABCD$ (рис. 78), отрезки KP и KE параллельны диагоналям AC и BD трапеции соответственно. Докажите, что $KP = KE$.
143. Боковую сторону трапеции разделили на 4 равные части. Через точки деления провели прямые, параллельные основаниям. Два первых отрезка этих прямых, считая от меньшего основания, содержащиеся между боковыми сторонами трапеции, соответственно равны 4 см и 7 см. Найдите основания трапеции.
144. Сторону AB треугольника ABC разделили на три равные части. Через точки деления провели прямые, параллельные стороне BC . Наименьший из отрезков этих прямых, содержащихся между сторонами треугольника, равен 3 см. Найдите сторону BC .
145. Основания трапеции равны 8 см и 14 см. Найдите отрезки, на которые диагональ делит среднюю линию трапеции.
146. Диагональ трапеции делит среднюю линию на отрезки, один из которых на 5 см больше другого. Найдите большее основание трапеции, если меньшее равно 6 см.
147. Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Найдите большее основание трапеции, если ее меньшее основание равно 6 см.
148. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла и делит среднюю линию трапеции на отрезки длиной 6 см и 8 см. Найдите периметр трапеции.
149. Параллельные прямые m и n пересекают стороны угла ABC (рис. 79). Найдите длину отрезка MN , если $BE = 4$ см, $EF = 12$ см, $BM = 5$ см.

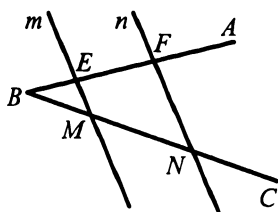


Рис. 79

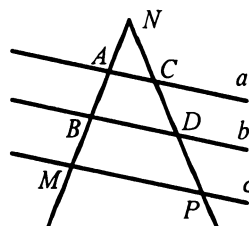


Рис. 80

150. Параллельные прямые a , b и c пересекают стороны угла MNP (рис. 80). Найдите длины отрезков CD и MB , если $AN = 2$ см, $NC = 3$ см, $DP = 9$ см, $AB = 4$ см.

151. Параллельные прямые c и d пересекают стороны угла ABC (рис. 81). Найдите длину отрезка EF , если $BE = 4$ см, $MN = 9$ см, $BN = EF$.

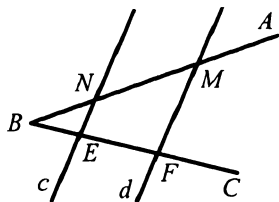


Рис. 81

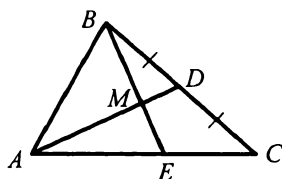


Рис. 82

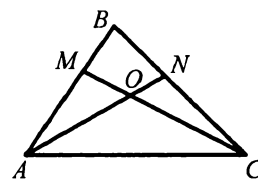


Рис. 83

152. На стороне AC треугольника ABC отметили точку E так, что $AE : EC = 5 : 4$ (рис. 82). В каком отношении отрезок BE делит медиану AD ?
153. На рисунке 83 $BN : NC = 5 : 9$, $CO : OM = 3 : 1$. Найдите отношение $AM : MB$.
154. Медиана равностороннего треугольника равна 12 см. Найдите расстояние от точки пересечения медиан до сторон треугольника.
155. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка M пересечения медиан удалена от вершины B на 4 см. Найдите расстояние от середины боковой стороны треугольника до его основания.
156. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . Найдите:
 1) отрезки BK и KC , если $AB = 8$ см, $AC = 12$ см, $BC = 10$ см;
 2) сторону AB , если $BK : KC = 3 : 7$, $AC = 28$ см;
 3) стороны AB и AC , если $AC - AB = 9$ см, $BK : KC = 4 : 7$.
157. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписан квадрат $MKDC$ так, что точка K лежит на гипотенузе AB . Найдите длины отрезков AK и BK , если $AC = 21$ см, $BC = 28$ см, $AB = 35$ см.
158. Окружность, центр которой лежит на гипотенузе прямоугольного треугольника, касается его катетов. Найдите отношение катетов, если центр окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см.

Подобные треугольники

159. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причем сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 (рис. 84). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

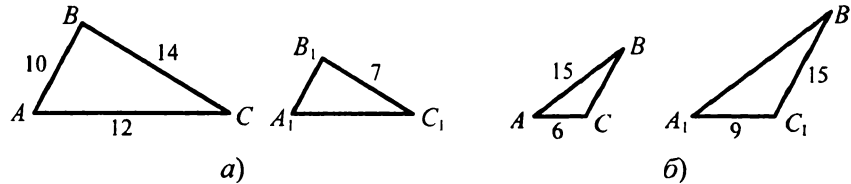


Рис. 84

160. Стороны треугольника относятся как 5 : 11 : 14. Найдите стороны подобного ему треугольника, если у него:
- 1) периметр равен 120 см;
 - 2) средняя по длине сторона равна 55 см;
 - 3) меньшая сторона равна 15 см;
 - 4) сумма наибольшей и средней по длине сторон равна 50 см.
161. Стороны треугольника относятся как 5 : 9 : 12, а большая сторона подобного ему треугольника равна 48 см. Найдите остальные стороны второго треугольника.

162. Периметры подобных треугольников относятся как 3 : 4, а сумма их средних по длине сторон равна 112 см. Найдите стороны обоих треугольников, если стороны одного из них относятся как 4 : 8 : 7.

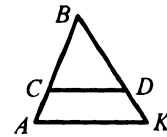


Рис. 85

163. На рисунке 85 $CD \parallel AK$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения: 1) $\frac{BC}{BA}$; 2) $\frac{AK}{CD}$; 3) $\frac{BC}{CD}$; 4) $\frac{AB}{BK}$.
164. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M . Большее основание AD трапеции равно 26 см, $MC = 9$ см, $CD = 4$ см. Найдите меньшее основание трапеции.
165. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке N , $DN = 36$ см. Найдите CD , если $AB : BN = 5 : 7$ и $AD > BC$.

166. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DQCM$ (рис. 86), $AC = 10$ см, $MC = 4$ см, $QC = 9$ см. Найдите BC .

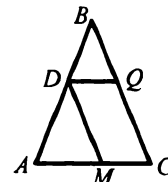


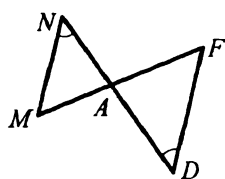
Рис. 86

167. В треугольник ABC вписан ромб $DMNA$ так, что угол A у них общий, а вершина M принадлежит стороне BC . Найдите сторону ромба, если $CM = 6$ см, $BM = 4$ см, $AB = 20$ см.

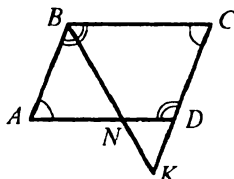
168. В треугольник со стороной 12 см вписан прямоугольник, стороны которого равны 8 см и 5 см. Большая сторона прямоугольника принадлежит данной стороне. Найдите высоту треугольника, проведенную к данной стороне.

Первый признак подобия треугольников

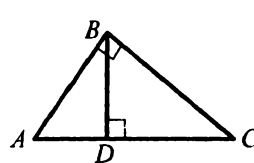
169. Укажите пары подобных треугольников и докажите их подобие (рис. 87).



а)



б)



в)

Рис. 87

170. Докажите, что любые два равносторонних треугольника подобны.
171. Углы одного треугольника относятся как $1 : 3 : 5$, а в другом треугольнике один из углов на 40° больше второго и на 40° меньше третьего угла. Подобны ли эти треугольники?
172. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BM и CN (рис. 88). Докажите подобие треугольников ABM и BCN .
173. Высоты параллелограмма равны 12 см и 18 см, а меньшая сторона параллелограмма равна 6 см. Найдите его большую сторону.

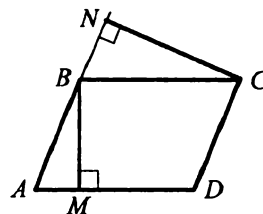


Рис. 88

174. Периметр параллелограмма равен 64 см, а его высоты — 7 см и 9 см. Найдите стороны параллелограмма.
175. Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из диагоналей на отрезки длиной 7 см и 11 см. Найдите основания трапеции, если их разность равна 16 см.
176. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) K — точка пересечения диагоналей, $AK : KC = 9 : 4$, а $KD - BK = 10$ см. Найдите BD .
177. На стороне AB треугольника ABC отметили точку M так, что $\angle ACM = \angle ABC$, $AM = 9$ см, $BM = 7$ см. Найдите AC .
178. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K . Найдите длину отрезка AK , если $KB = 8$ см, $CK = 6$ см, $KD = 4$ см.

179. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E , делящей хорду AB на отрезки длиной 4 см и 9 см. На какие отрезки делит точка E хорду CD , если один из них в 4 раза меньше другого?

180. Через точку M проведены к окружности касательная ME (E — точка касания) и секущая MK , отрезок DM которой, лежащий вне окружности, равен 4 см (рис. 89). Найдите длину отрезка секущей, содержащегося внутри окружности, если $ME = 6$ см.

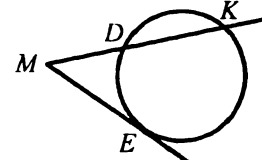


Рис. 89

181. Радиус окружности равен 10 см. Через точку A проведены к ней касательная AB (B — точка касания) и секущая, проходящая через центр окружности. Найдите длину отрезка секущей, содержащегося между окружностью и точкой A , если $AB = 24$ см.

Второй и третий признаки подобия треугольников

182. Докажите подобие треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, изображенных на рисунке 90 (длины отрезков даны в сантиметрах).

183. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle C = \angle C_1$, а стороны треугольника ABC , образующие угол C , в 1,5 раза больше сторон, образующих угол C_1 . Найдите стороны AB и A_1B_1 , если их разность равна 3 см.

184. В треугольнике ABC $AC = 54$ см, $BC = 42$ см. На стороне CB отложили отрезок $BD = 35$ см, а на стороне AC — отрезок $CN = 9$ см. Подобны ли треугольники ABC и NDC ?

185. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображенные на рисунке 91, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).

186. Подобны ли треугольники ABC и ADM , изображенные на рисунке 92 (длины отрезков даны в сантиметрах)?

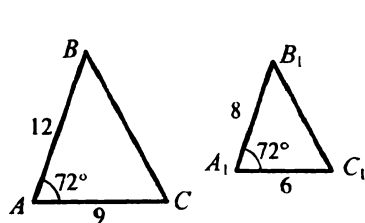


Рис. 90

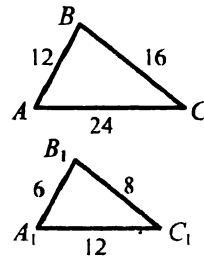


Рис. 91

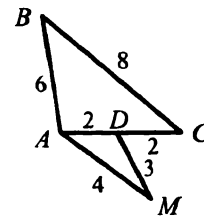


Рис. 92

187. Определите, подобны ли треугольники, если их стороны равны:
 1) 9 см, 10 см, 14 см и 36 см, 40 см, 56 см;
 2) 7 см, 11 см, 13 см и 22 см, 33 см, 39 см.
188. Стороны одного треугольника равны 27 см, 33 см и 48 см, а стороны другого треугольника относятся как 9 : 11 : 16. Подобны ли эти треугольники?

189. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точки пересечения окружностей проведены прямые, которые пересекаются в точке C и пересекают окружности в точках M , K , P и E (рис. 93). Докажите, что треугольники $СКР$ и $СМЕ$ подобны. Найдите $СК$ и $СР$, если $ME = 9$ см, $KP = 6$ см, $CM = 12$ см, $CE = 15$ см.

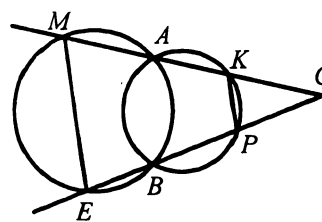


Рис. 93

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике

190. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 12 см и 27 см.
191. Катет прямоугольного треугольника равен 15 см, а его проекция на гипотенузу — 9 см. Найдите гипотенузу.
192. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит ее на отрезки длиной 40 см и 10 см. Найдите катеты треугольника.
193. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 18 см, а проекция второго катета на гипотенузу — 9 см. Найдите второй катет и гипотенузу.
194. Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 10 см и 8 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
195. Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне. Основания трапеции равны 10 см и 26 см. Найдите высоту, боковую сторону и диагональ трапеции.
196. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей ромба на его сторону, делит ее на отрезки длиной 4 см и 25 см. Найдите диагонали ромба.
197. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 2 см. Найдите радиус вписанной окружности и основания трапеции.

Теорема Пифагора

198. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 1) 5 см и 12 см; 2) 25 см и 60 см.
199. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны: 1) 17 см и 15 см; 2) 9 см и 5 см.
200. Диагональ квадрата равна $2\sqrt{2}$ см. Найдите его сторону.
201. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 37$ см, $AC = 24$ см. Найдите высоту BD треугольника.
202. Сторона ромба равна 41 см, а одна из его диагоналей — 18 см. Найдите вторую диагональ ромба.
203. Две стороны прямоугольного треугольника равны 4 см и 7 см. Найдите третью сторону треугольника. Рассмотрите все возможные случаи.
204. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 94 (длины отрезков даны в сантиметрах).

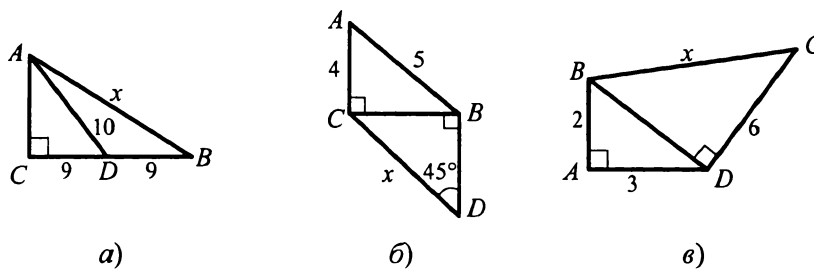


Рис. 94

205. Периметр прямоугольного треугольника равен 80 см, а катеты относятся как 8 : 15. Найдите стороны треугольника.
206. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 8 см, а второй меньше гипотенузы на 4 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.
207. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) катет AC равен 5 см, а медиана AM — 13 см. Найдите гипотенузу AB .
208. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна 75 см, а катеты относятся как 3 : 4. Найдите периметр треугольника.
209. В треугольнике ABC угол C тупой, $AC = 13$ см, $AB = 15$ см, а высота AE равна 12 см. Найдите сторону BC .

210. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) высота AD равна 8 см. Найдите боковую сторону треугольника, если $BD - DC = 2$ см.
211. Основание равнобедренного треугольника на 2 см больше боковой стороны. Найдите стороны треугольника, если его высота, проведенная к основанию, равна 8 см.
212. Боковая сторона равнобедренного треугольника относится к основанию как 5 : 8. Периметр треугольника равен 36 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к основанию.
213. Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 15 см, а ее проекция на эту прямую — 12 см. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол 45° .
214. Из точки, находящейся на расстоянии 10 см от прямой, проведены к ней две наклонные, длины которых равны 26 см и 20 см. Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?
215. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых равны 5 см и 7 см, а разность их проекций на эту прямую — 4 см. Найдите расстояние от точки до данной прямой.
216. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых относятся как 2 : 3, а длины их проекций на эту прямую равны 2 см и 7 см. Найдите длины наклонных.
217. В прямоугольный треугольник вписана окружность радиусом 4 см. Точка касания делит гипотенузу на отрезки, длины которых относятся как 10 : 3. Найдите стороны треугольника.
218. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит один из катетов на отрезки длиной 3 см и 5 см, считая от вершины прямого угла. Найдите гипотенузу и второй катет треугольника.
219. Найдите диагональ квадрата, если она больше его стороны на 3 см.
220. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а разность отрезков, на которые делит гипотенузу биссектриса прямого угла, равна 10 см. Найдите периметр треугольника.
221. Отношение боковой стороны к основанию равнобедренного треугольника равно 5 : 6, а разность отрезков, на которые биссектриса угла при основании делит высоту, проведенную к основанию, равна 6 см. Найдите стороны треугольника.

222. В треугольнике ABC $AB = BC = \sqrt{97}$ см. Точка пересечения медиан удалена от вершины B на 6 см. Найдите медиану данного треугольника, проведенную к боковой стороне.
223. Высота равнобокой трапеции равна 9 см, а боковая сторона — 15 см. Чему равна разность оснований трапеции?
224. В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна 17 см, а высота BE делит сторону AD на отрезки $AE = 8$ см и $ED = 20$ см. Найдите диагональ BD параллелограмма.
225. Основания трапеции равны 9 см и 11 см, а диагонали — 12 см и 16 см. Найдите высоту трапеции.
226. Основания равнобокой трапеции относятся как 1 : 5, а радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 7,5 см. Найдите стороны трапеции.
227. Хорда AB окружности перпендикулярна радиусу ON (точка O — центр окружности) и делит его на отрезки $OM = 9$ см и $MN = 6$ см. Найдите длину хорды AB .
228. Радиусы двух окружностей, касающихся внешним образом, равны 2 см и 8 см. Найдите длину их общей внешней касательной.
229. Точки A и B лежат по одну сторону от прямой a на расстоянии 3 см и 9 см от нее соответственно. Найдите расстояние между проекциями этих точек на прямую a , если $AB = 10$ см.

**Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного
треугольника**

230. Постройте угол, косинус которого равен: 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{3}{5}$.
231. Постройте угол, тангенс которого равен: 1) $\frac{3}{5}$; 2) 2.
232. Постройте угол, синус которого равен: 1) $\frac{2}{9}$; 2) 0,5.
233. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 6 см и 10 см. Найдите:
- 1) синус острого угла, лежащего против большего катета;
 - 2) косинус острого угла, прилежащего к меньшему катету;
 - 3) тангенс острого угла, лежащего против большего катета.
234. В прямоугольном треугольнике катеты равны 5 см и 12 см. Найдите:
- 1) тангенс острого угла, лежащего против большего катета;
 - 2) косинус острого угла, прилежащего к меньшему катету;
 - 3) синус острого угла, прилежащего к большему катету.

235. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{6}$.

236. Найдите значение выражения:

1) $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \sin 30^\circ$;

2) $4 \sin^2 45^\circ + \cos 60^\circ$.

237. Основание равнобедренного треугольника равно 10 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите синус, косинус и тангенс половины угла при вершине равнобедренного треугольника.

238. В равнобокой трапеции $ABCD$ $AB = CD = 2$ см, $BC = 6\sqrt{2}$ см, $AD = 8\sqrt{2}$ см. Найдите углы трапеции.

Решение прямоугольных треугольников

239. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

1) $AC = 3$ см, $\cos A = \frac{1}{4}$;

4) $AB = 12$ см, $\cos B = \frac{4}{5}$;

2) $BC = 5$ см, $\sin A = \frac{2}{3}$;

5) $AC = 6$ см, $\cos B = \frac{1}{3}$;

3) $AC = 8$ см, $\operatorname{tg} B = 3$;

6) $AB = 8$ см, $\operatorname{tg} B = \frac{6}{7}$.

240. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:

1) $AB = 12$ см, $\angle B = 53^\circ$;

4) $AB = 14$ см, $BC = 6$ см;

2) $BC = 6$ см, $\angle B = 64^\circ$;

5) $BC = 9$ см, $AC = 12$ см.

3) $AC = 10$ см, $\angle B = 73^\circ$;

241. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) высота BD равна 6 см, $\angle A = 24^\circ$. Найдите боковую сторону и основание треугольника.

242. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $AC = 12$ см, $\angle B = 64^\circ$. Найдите его боковую сторону и высоту, проведенную к основанию.

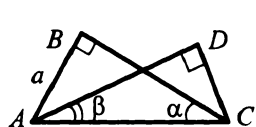
243. Из точки, находящейся на расстоянии 8 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 30° и 45° . Найдите длины наклонных и их проекций на данную прямую.

244. Из точки, находящейся на расстоянии 10 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 30° и 60° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?

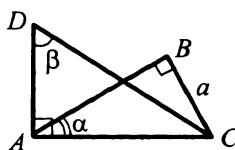
245. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

- 1) $AB = c$, $\angle B = \beta$; 3) $BC = a$, $\angle A = \alpha$.
 2) $AC = b$, $\angle A = \alpha$;

246. По рисунку 95 найдите отрезки AD и CD .



а)



б)

Рис. 95

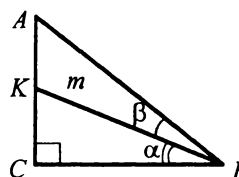


Рис. 96

247. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 96) $\angle C = 90^\circ$, $BK = m$, $\angle CBK = \alpha$, $\angle ABK = \beta$. Найдите отрезок AK .

248. Диагональ прямоугольника $ABCD$ равна d . Диагональ BD образует со стороной CD угол β . Найдите стороны прямоугольника.

249. Сторона ромба равна a , а один из углов равен α . Найдите диагонали ромба.

250. В равнобокой трапеции $ABCD$ основания AD и BC соответственно равны 18 см и 12 см, а боковая сторона образует угол 30° с основанием. Найдите диагональ трапеции.

251. В прямоугольной трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $\angle BCD = 135^\circ$. Найдите стороны AD и CD трапеции.

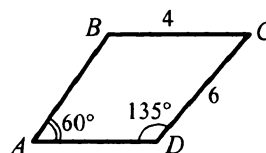


Рис. 97

252. В трапеции $ABCD$ (рис. 97) $BC = 4$ см, $CD = 6$ см, $\angle BAD = 60^\circ$, $\angle ADC = 135^\circ$.

Найдите основание AD трапеции.

Многоугольники

253. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого девятиугольника? Найдите общее количество диагоналей выпуклого девятиугольника.

254. Существует ли шестиугольник, все стороны которого равны, а углы разные?

255. Может ли наибольший угол выпуклого шестиугольника быть равным 119° ?

256. Как изменится сумма углов выпуклого многоугольника, если количество его сторон увеличится на 7?
257. Найдите углы выпуклого девятиугольника, если их градусные меры относятся как $5 : 6 : 7 : 8 : 8 : 9 : 9 : 9 : 9$.
258. Один из углов выпуклого пятиугольника равен 115° , второй, третий и четвертый относятся как $7 : 5 : 3$, а пятый равен полуразности второго и четвертого углов. Найдите неизвестные углы пятиугольника.
259. Может ли сумма двух углов выпуклого шестиугольника быть больше, чем сумма четырех других?
260. В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 2340° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
261. В выпуклом многоугольнике 54 диагонали. Найдите количество его сторон и сумму углов.

Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника

262. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 1) 6 см; 2) $a\sqrt{2}$.
263. Диагональ прямоугольника равна $12\sqrt{3}$ см и образует со стороной угол 60° . Найдите площадь прямоугольника.
264. Площадь прямоугольника равна 144 см^2 . Найдите его стороны, если одна из них в 8 раз больше другой.
265. Площадь прямоугольника равна 48 см^2 . Найдите его стороны, если их полусумма равна 7 см.
266. Площадь квадрата в 2 раза больше площади прямоугольника. Сторона квадрата равна 6 см, а одна из сторон прямоугольника — 9 см. Найдите другую сторону прямоугольника.
267. Найдите площадь квадрата, если радиус окружности, вписанной в него, равен r .

268. Четырехугольник $ABCD$ — квадрат (рис. 98). Отрезки MP и EF параллельны его сторонам, $AB = a$, $CP = CE = b$. Пользуясь рисунком, докажите формулу:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

269. Могут ли квадраты, имеющие равные площади, быть неравными?

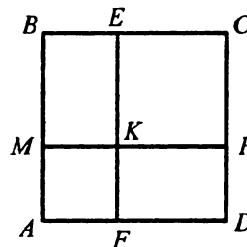


Рис. 98

270. Как изменится площадь квадрата, если его сторону:

- 1) увеличить в $\sqrt{3}$ раз; 2) увеличить в n раз?

271. Как изменится площадь квадрата, если его диагональ уменьшить в 9 раз? Как при этом изменится периметр квадрата?

272. Как изменится площадь прямоугольника, если:

- 1) одну из его сторон увеличить в 8 раз;
 2) одну из его сторон уменьшить в 3 раза;
 3) обе стороны уменьшить в $\sqrt{5}$ раз;
 4) одну сторону уменьшить в 11 раз, а другую — в 10 раз;
 5) одну сторону увеличить в $\sqrt{8}$ раз, а другую уменьшить в $\sqrt{2}$ раз?

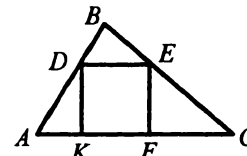


Рис. 99

273. Отношение периметров двух квадратов равно 8. Найдите отношение их площадей.

274. В треугольник ABC , сторона AC которого равна 6 см, а высота, проведенная к ней, — 3 см, вписан квадрат $KDEF$ (рис. 99). Найдите площадь квадрата.

275. Постройте квадрат, площадь которого равна разности площадей двух данных квадратов.

276. Постройте квадрат, площадь которого в 2 раза больше площади данного прямоугольника.

Площадь параллелограмма

277. Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 16 см, а высота, проведенная к ней, — 9 см.

278. Какие из параллелограммов, изображенных на рисунке 100, равновеликие?

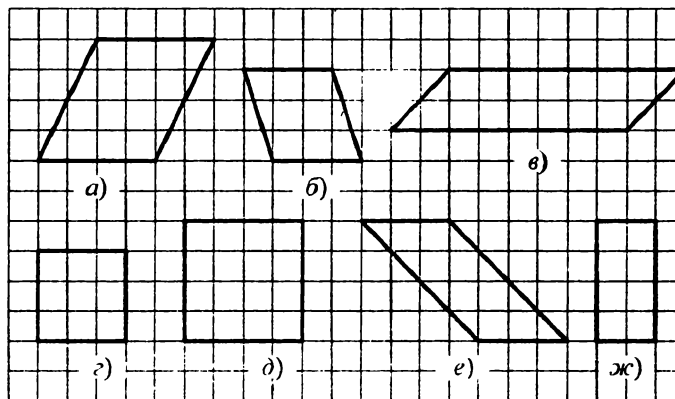


Рис. 100

279. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 14 см, а угол между ними — 150° .
280. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $9\sqrt{2}$ см, а один из углов — 45° .
281. Площадь параллелограмма равна 56 см^2 , а расстояние между двумя противоположными сторонами — 14 см. Найдите эти стороны.
282. Площадь параллелограмма равна 120 см^2 , а две его стороны — 15 см и 10 см. Найдите высоты параллелограмма.
283. Угол между сторонами параллелограмма равен 60° , одна из сторон — 8 см, а площадь параллелограмма — 56 см^2 . Найдите вторую сторону параллелограмма.
284. Площадь параллелограмма равна 112 см^2 , а его высота в 7 раз меньше стороны, к которой она проведена. Найдите эту сторону параллелограмма и высоту, проведенную к ней.
285. Найдите площадь параллелограмма, диагонали которого равны 16 см и 20 см, а одна из диагоналей перпендикулярна его стороне.
286. Докажите, что в параллелограмме из двух высот, проведенных из одной вершины, больше та, которая проведена к меньшей стороне.

Площадь треугольника

287. Сторона треугольника равна 12 см, а высота, проведенная к ней, — 2,5 см. Найдите площадь треугольника.
288. Площадь треугольника равна 98 см^2 . Найдите сторону треугольника, если высота, проведенная к ней, равна 14 см.
289. Найдите площадь прямоугольного треугольника, катет которого равен 8 см, а гипотенуза — 17 см.
290. Какие из треугольников, изображенных на рисунке 101, равновелики?
291. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 9 см и $3\sqrt{2}$ см, а угол между ними: 1) 45° ; 2) 150° .
292. Найдите площадь равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 17 см, а высота, опущенная на основание, — 5 см.
293. Катет прямоугольного треугольника равен 10 см, а гипотенуза — 26 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к гипотенузе.
294. В треугольнике ABC отношение высот, проведенных из вершин A и B , равно $\frac{7}{9}$. Найдите отношение сторон BC и AC .

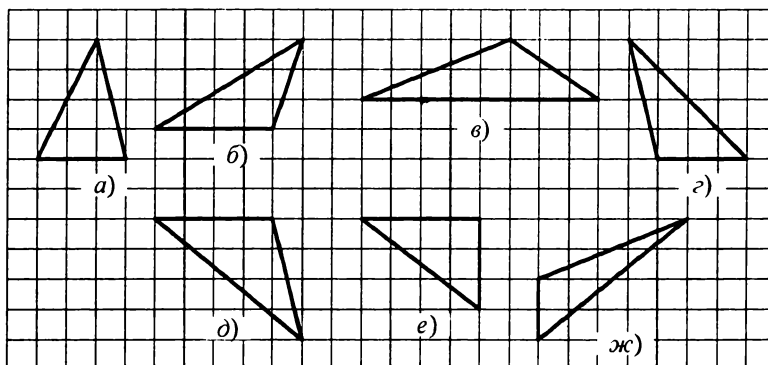


Рис. 101

295. Докажите, что стороны треугольника обратно пропорциональны соответствующим высотам.
296. Точка K — середина медианы CM треугольника ABC . Докажите, что треугольники ACK , BCK , AKM и BKM равновелики.
297. Докажите, что диагонали параллелограмма делят его на четыре равновеликих треугольника.
298. Перпендикуляр, опущенный из середины основания равнобедренного треугольника на боковую сторону, делит ее на отрезки длиной 8 см и 18 см, считая от вершины угла при основании. Найдите площадь треугольника.
299. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 50 см, а основание треугольника в 1,5 раза больше высоты, проведенной к нему. Найдите площадь треугольника.
300. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 16 см, а второй меньше гипотенузы на 4 см. Найдите площадь треугольника.
301. Разность отрезков, на которые высота прямоугольного треугольника делит гипотенузу, равна 10 см. Найдите площадь треугольника, если его высота, опущенная на гипотенузу, равна 12 см.
302. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если биссектриса острого угла делит противолежащий катет на отрезки длиной 24 см и 51 см.
303. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на отрезки длиной 10 см и 24 см. Найдите площадь треугольника.

304. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписана окружность с центром O (рис. 102). Найдите площадь треугольника ABC , если $OA = 8$ см, $\angle ABO = 15^\circ$.

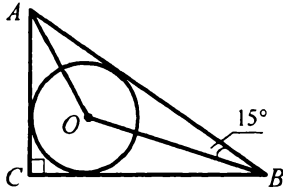


Рис. 102

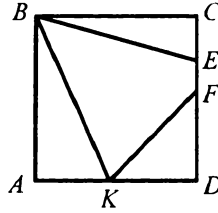


Рис. 103

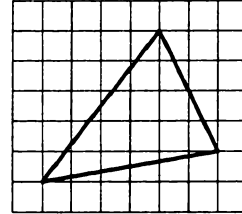


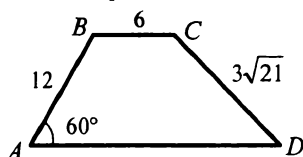
Рис. 104

305. Сторона квадрата $ABCD$ равна 9 см, $AK = 4$ см, $CE = 3$ см, $FD = 5$ см (рис. 103). Найдите площадь четырехугольника $BEFK$.
306. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке 104, если сторона клеточки равна 1 см.
307. Площадь треугольника ABC равна 98 см^2 . Точка K делит его медиану BM в отношении $4:3$, считая от точки B . Найдите площади треугольников ABK , BKC , CKM и AKM .
308. Биссектриса угла A треугольника ABC разбивает его на два треугольника, площади которых относятся как $4:7$. Найдите отношение сторон AB и AC треугольника.
309. Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как: 1) $1:3$; 2) $4:5$.
310. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны $5\sqrt{2}$ см и 4 см.
311. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 25 см, а разность диагоналей — 10 см.
312. Найдите площадь ромба, если его сторона относится к одной из диагоналей как $5:8$, а диаметр окружности, вписанной в ромб, равен 24 см.
313. Перпендикуляр, проведенный из вершины тупого угла ромба, делит сторону на отрезки длиной 7 см и 9 см, считая от вершины тупого угла. Найдите площадь ромба.
314. Через вершину B параллелограмма $ABCD$ проведите прямую так, чтобы она разбила его на две фигуры, площади которых относятся как $3:5$.

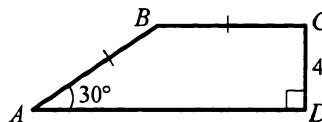
315. Постройте равнобедренный треугольник, равновеликий данному треугольнику, так, чтобы основание равнобедренного треугольника было равно одной из сторон данного треугольника.
316. В квадрат, сторона которого равна 1 см, вписан второй квадрат, стороны которого образуют со сторонами первого квадрата углы, равные 60° . Найдите площадь второго квадрата.
317. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 13 см, 14 см и 15 см.

Площадь трапеции

318. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 12 см и 15 см, а высота — 6 см.
319. Основания трапеции равны 9 см и 11 см, а ее площадь — 150 см^2 . Найдите высоту трапеции.
320. Площадь трапеции равна 92 см^2 , а ее высота — 8 см. Найдите основания трапеции, если их разность равна 9 см.
321. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 14 см, а диагональ длиной $8\sqrt{3}$ см образует с большим основанием угол 30° .
322. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке 105 (длины отрезков даны в сантиметрах).



a)



б)

Рис. 105

323. Основания равнобокой трапеции равны 12 см и 18 см, а боковая сторона — 17 см. Найдите площадь трапеции.
324. Найдите площадь равнобокой трапеции, меньшее основание которой равно 10 см, боковая сторона — 6 см, а тупой угол равен 120° .
325. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 7 см и 25 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
326. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 22 см и 50 см, а диагонали делят ее тупые углы пополам.

327. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 14 см, а большее основание — 50 см. Найдите площадь трапеции, если ее большая диагональ делит прямой угол трапеции пополам.
328. Найдите площадь прямоугольной трапеции, меньшее основание которой равно $5\sqrt{3}$ см, большая боковая сторона — 18 см, а тупой угол равен 150° .
329. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 9 см, а ее меньшая диагональ — 13 см. Найдите площадь трапеции, если ее боковые стороны относятся как 4 : 5.
330. Высота равнобокой трапеции равна $4\sqrt{3}$ см, а тупой угол равен 120° . Найдите площадь трапеции, если ее диагональ делит острый угол трапеции пополам.
331. Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а средняя линия равна 8 см.
332. Найдите площадь трапеции, меньшее основание которой равно 4 см, высота — 6 см, а углы при меньшем основании — 120° и 135° .
333. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 15 см и 36 см, а боковые стороны — 13 см и 20 см.
334. Радиус окружности, вписанной в равнобокую трапецию, равен 8 см, а один из отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит боковую сторону, — 4 см. Найдите площадь трапеции.
335. Площадь равнобокой трапеции равна $64\sqrt{3}$ см², а тупой угол равен 120° . Найдите боковую сторону трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.
336. Боковые стороны трапеции равны 26 см и 30 см, а разность оснований — 28 см. Найдите площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.
337. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, делит большую боковую сторону на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант 3

Четырехугольник и его элементы

1. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 106) $AB = CD$, $AD = BC$. Докажите, что $\angle A = \angle C$ и $\angle B = \angle D$.
2. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 107) $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что $\angle 5 = \angle 6$ и $\angle 7 = \angle 8$.

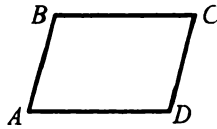


Рис. 106

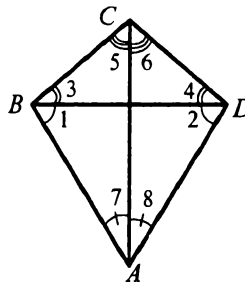


Рис. 107

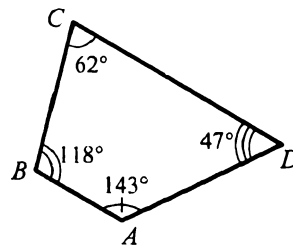


Рис. 108

3. Можно ли начертить выпуклый четырехугольник, у которого два угла прямые, а два других — острые?
4. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и CD параллельны (рис. 108). Правильно ли определены его углы?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

5. Найдите углы параллелограмма, если:
 - 1) один из его углов равен 63° ;
 - 2) сумма двух его углов равна 134° ;
 - 3) один из его углов на 44° меньше другого;
 - 4) один из его углов в 11 раз меньше другого;
 - 5) два угла параллелограмма относятся как 5 : 13.

6. Найдите углы параллелограмма $ABCD$ (рис. 109).

7. Даны два параллелограмма $ABCD$ и $KMNP$. Могут ли одновременно выполняться неравенства: $\angle A > \angle K$ и $\angle B > \angle M$?

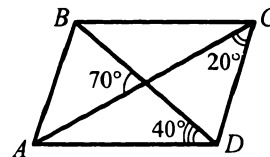


Рис. 109

8. Периметр параллелограмма равен 80 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них на 14 см меньше другой.
9. Стороны параллелограмма относятся как 4 : 3. Найдите периметр параллелограмма, если разность этих сторон равна 4 см.

10. Какие ошибки допущены в изображении параллелограмма $ABCD$ на рисунке 110?

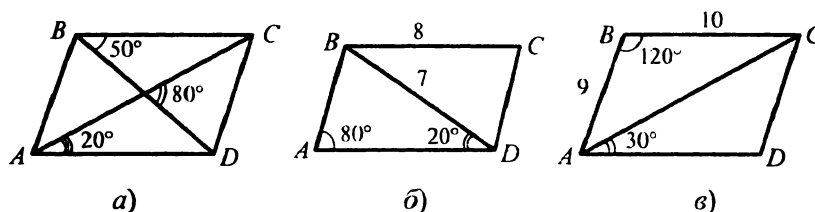


Рис. 110

11. В четырехугольнике $ABCD$ биссектриса угла B пересекает биссектрисы углов A и C под прямым углом. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.
12. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отметили точку E так, что $AB = BE$. Докажите, что луч AE — биссектриса угла A .
13. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке, лежащей на стороне BC . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 30 см.
14. В параллелограмме $ABCD$ $\angle B = 120^\circ$. Биссектриса угла ABD делит сторону AD пополам. Найдите периметр параллелограмма, если $BD = 5$ см.
15. В параллелограмме $ABCD$ высоты BM и BN делят соответственно стороны AD и CD пополам. Найдите $\angle MBN$.
16. Один из углов параллелограмма на 50° больше другого. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины: 1) острого угла; 2) тупого угла.
17. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки M и N так, что $AM = CN$. Докажите, что прямая MN проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.
18. На стороне AB равностороннего треугольника ABC взяли произвольную точку M . Через точку M провели отрезки MK и MN , параллельные сторонам BC и AC соответственно, точка K принадлежит стороне AC , точка N — стороне BC . Найдите сторону треугольника ABC , если периметр параллелограмма $MKCN$ равен 60 см.
19. Постройте параллелограмм:
- 1) по двум диагоналям и углу между ними;
 - 2) по диагонали и углам, которые она образует со сторонами.

20. Даны отрезок AB и точка C , не лежащая на прямой AB . Постройте параллелограмм так, чтобы отрезок AB был одной из его сторон, а точка C была вершиной. Сколько решений имеет задача?
21. На доске начертили параллелограмм $ABCD$. Потом рисунок вытерли, оставив лишь точки M, N, P, K , являющиеся серединами сторон AB, BC, CD и DA соответственно. Восстановите исходный рисунок.
22. Постройте треугольник ABC по медиане AM и углам MAB и MAC .

Признаки параллелограмма

23. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 111) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

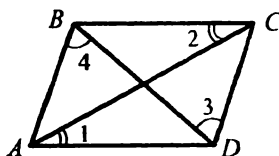


Рис. 111

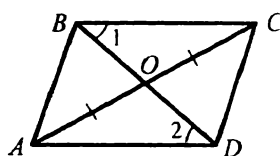


Рис. 112

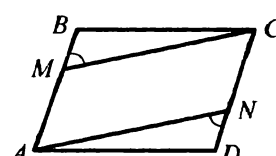


Рис. 113

24. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 112) $\angle 1 = \angle 2$, $AO = OC$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.
25. На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ отметили точки M и N так, что $\angle BMC = \angle AND$ (рис. 113). Докажите, что четырехугольник $AMCN$ — параллелограмм.
26. На диагоналях AC и BD параллелограмма $ABCD$ отметили точки N, T, M, P так, что $AN = CT$ и $BP = DM$ (рис. 114). Докажите, что четырехугольник $MNPT$ — параллелограмм.

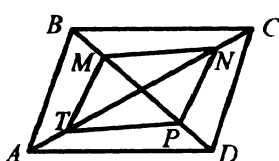


Рис. 114

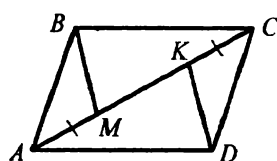


Рис. 115

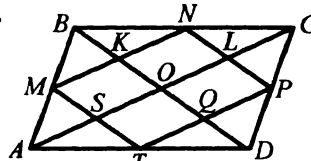


Рис. 116

27. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отмечены точки M и K такие, что $AM = CK$ (рис. 115). Докажите, что четырехугольник $BMDK$ — параллелограмм.
28. На рисунке 116 точки M, N, P, T — середины сторон AB, BC, CD и DA параллелограмма $ABCD$. Какие из четырехугольников на этом рисунке являются параллелограммами?

29. В четырехугольнике $ABCD$ (рис. 117) $\angle A = \angle C$, $\angle C + \angle B = 180^\circ$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

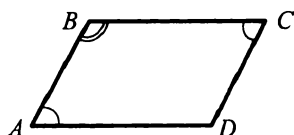


Рис. 117

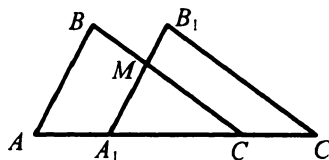


Рис. 118

30. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны (рис. 118), $BB_1 = 7$ см, $A_1C = 8$ см. Найдите AC_1 .

Прямоугольник

31. Известно, что три угла параллелограмма равны между собой. Что можно сказать о виде этого параллелограмма?
32. В прямоугольнике $ABCD$ (рис. 119) O — точка пересечения диагоналей, $\angle ODA = 35^\circ$. Найдите угол AOB .

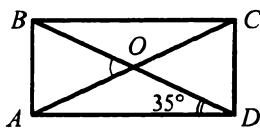


Рис. 119

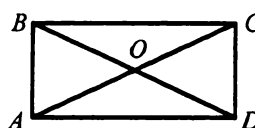


Рис. 120

33. Угол между диагоналями прямоугольника равен 82° . Найдите углы, которые образуют диагонали со сторонами прямоугольника.
34. Найдите острый угол между диагоналями прямоугольника, если разность между углами, которые образует диагональ с его меньшей и большей сторонами соответственно, равна 20° .
35. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 120), $AO = OB$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник.
36. Точки K и M принадлежат соответственно диагоналям BD и AC прямоугольника $ABCD$, причем $BK = \frac{1}{5}BD$ и $CM = \frac{1}{5}AC$. Докажите, что треугольники ABK и DCM равны.
37. Докажите, что если диагонали параллелограмма делят его на четыре равнобедренных треугольника, то этот параллелограмм является прямоугольником.

38. В прямоугольнике $ABCD$ $AD = 2AB$. Докажите, что точка пересечения биссектрис углов B и C принадлежит стороне AD .
39. Угол между диагоналями прямоугольника $ABCD$, лежащий против меньшей стороны прямоугольника, равен 60° . Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до большей стороны прямоугольника, если $AC = 8$ см.
40. Периметр прямоугольника $ABCD$ равен 36 см. Найдите сумму длин диагоналей четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника $ABCD$.
41. Прямая, проведенная через вершину C прямоугольника $ABCD$, пересекает сторону AD в точке K , а продолжение стороны BA — в точке M . Известно, что $AK = \frac{1}{2}AD$ и $BM = BC$. Найдите $\angle BKC$.
42. В треугольнике ABC $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 15^\circ$. К стороне AC проведена медиана BK длиной 2 см. Найдите сторону AC .
43. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90^\circ$) проведена высота BD , $AC = 16$ см, $\angle DBC = 60^\circ$. Найдите расстояние от точки D до середины катета AB .
44. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) медиана BM равна половине стороны AC . Из точки M на стороны AB и BC опущены перпендикуляры MK и ME соответственно. Длина отрезка KE равна 11 см. Найдите AC .
45. В прямоугольнике $ABCD$ $\angle BAC = 30^\circ$. Из вершины D на диагональ AC опущен перпендикуляр DK . Найдите отношение $AK : AC$.

Ромб

46. В параллелограмме $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей, $\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — ромб.
47. На рисунке 121 четырехугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

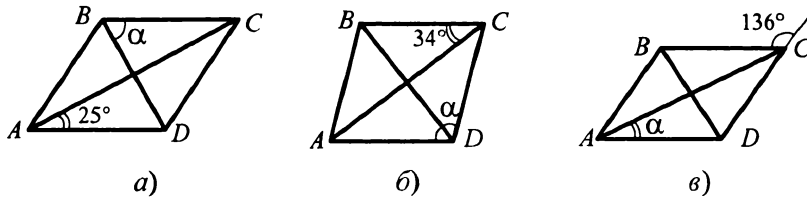


Рис. 121

48. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 18° .
49. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $7 : 8$.
50. Отрезки CM и CK — высоты ромба $ABCD$ (рис. 122). Докажите, что $\angle MCA = \angle KCA$.
51. Из вершины B тупого угла ромба проведены высоты BK и BM . Известно, что $KM = BK$. Найдите углы ромба.
52. На сторонах BC и CD ромба $ABCD$ выбраны соответственно точки P и N так, что $\angle PAC = \angle NAC$. Докажите, что $BP = DN$.

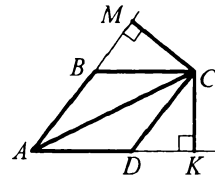


Рис. 122

53. Из вершины B ромба $ABCD$ проведены высоты BK и BM . Докажите, что $KM \perp BD$.
54. Из вершины B тупого угла ромба $ABCD$ проведены высоты BK и BM , $\angle BMK = 48^\circ$. Найдите углы ромба.
55. Четырехугольник $ABCD$ — ромб. Биссектриса BK угла ABD делит сторону AD пополам. Найдите: 1) углы ромба; 2) меньшую диагональ ромба, если его сторона равна 10 см.
56. Два равных равнобедренных треугольника расположены так, как показано на рисунке 123. Определите вид четырехугольника BMB_1N .

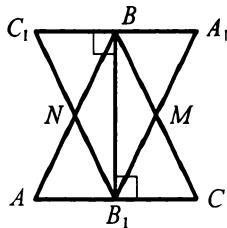


Рис. 123

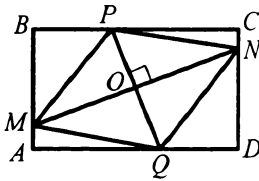


Рис. 124

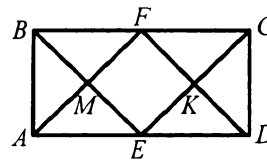


Рис. 125

57. Через точку O пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ проведены отрезки MN и PQ так, что $MN \perp PQ$ (рис. 124). Докажите, что четырехугольник $MPNQ$ — ромб.
58. Точки F и E — середины сторон BC и AD прямоугольника $ABCD$ соответственно (рис. 125). Докажите, что четырехугольник $MFKE$ — ромб.

59. Постройте ромб:
 1) по стороне и высоте, проведенной из вершины тупого угла;
 2) по углу и диагонали, противолежащей данному углу.
60. Пользуясь только линейкой с параллельными краями, проведите прямую, перпендикулярную данной прямой, через данную точку этой прямой.

Квадрат

61. Докажите, что если диагонали прямоугольника делят его углы пополам, то этот прямоугольник является квадратом.
62. Отрезок, соединяющий середины противоположных сторон квадрата, равен 5 см. Найдите периметр квадрата.

63. Диагонали квадрата $ABCD$ пересекаются в точке O , точки M, N, P, Q — середины отрезков AO, BO, CO и DO соответственно (рис. 126). Докажите, что четырехугольник $MNPQ$ — квадрат.

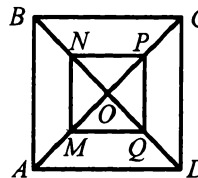


Рис. 126

64. Диагональ квадрата равна 6 см. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного квадрата.
65. На сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ выбраны соответственно точки M, N, P, Q так, что $BM = BN = DP = DQ$. Найдите периметр четырехугольника $MNPQ$, если диагональ квадрата равна 10 см.

66. В прямоугольнике $ABCD$ (рис. 127) $2AB = BC$, точки F и E — середины сторон BC и AD соответственно. Докажите, что четырехугольник $MFKE$ — квадрат.

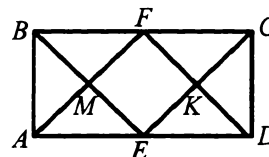


Рис. 127

67. В квадрате $ABCD$ на продолжении стороны AD за точку A отметили точку K такую, что $\angle BCK = 2\angle ACK$. Периметр квадрата равен 44 см. Найдите длину отрезка KC .
68. Постройте квадрат, все вершины которого лежат на данной окружности.
69. Постройте квадрат по трем точкам, являющимся серединами трех его сторон.

Средняя линия треугольника

70. Найдите стороны треугольника, вершины которого — середины сторон треугольника со сторонами 8 см, 14 см, 18 см.

71. Точки M , N и K — середины средних линий треугольника ABC . Найдите периметр треугольника MNK , если периметр треугольника ABC равен 48 см.
72. Периметр треугольника равен 68 см, а длины его средних линий относятся как $4 : 6 : 7$. Найдите стороны данного треугольника.
73. Отрезки A_1B_1 , A_1C_1 и B_1C_1 — средние линии треугольника ABC . Известно, что $A_1B_1 \perp A_1C_1$ и $2A_1B_1 = B_1C_1$. Найдите углы треугольника ABC .
74. В ромбе $ABCD$ точки F , P и M — середины сторон BC , CD и DA соответственно (рис. 128). Найдите сумму длин диагоналей ромба, если $AB = 5$ см, а периметр треугольника FPM равен 12 см.
75. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны. Точки M , F , K и P — середины сторон AB , BC , CD и DA соответственно. Докажите, что $MK = FP$.
76. Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон:
- 1) квадрата;
 - 2) четырехугольника с перпендикулярными диагоналями.
77. В четырехугольнике $ABCD$ угол между диагоналями AC и BD равен 60° , $AC = BD = 10$ см. Найдите меньшую диагональ четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного.
78. В четырехугольнике последовательно соединены середины сторон. С полученным четырехугольником сделали то же самое. Оказалось, что полученный таким образом последний четырехугольник — ромб. Докажите, что диагонали исходного четырехугольника перпендикулярны.
79. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 25 см. Через каждую из его вершин параллельно диагоналям провели прямые. Найдите сумму длин диагоналей полученного таким образом четырехугольника.
80. Постройте параллелограмм по точке пересечения его диагоналей и серединам двух соседних сторон.
81. Постройте ромб по серединам двух его соседних сторон и диагонали, которая пересекает отрезок, соединяющий эти точки.

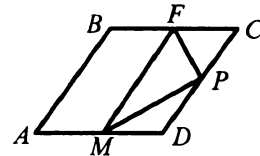


Рис. 128

Трапеция

82. Два угла трапеции равны 36° и 62° . Найдите два других ее угла.
83. Существует ли трапеция, два противоположных угла которой прямые? Если ответ положительный, сделайте рисунок.
84. Существует ли трапеция, только один угол которой прямой? Если ответ положительный, сделайте рисунок.
85. Могут ли углы трапеции, взятые последовательно, относиться как $1 : 2 : 4 : 8$?
86. В равнобокой трапеции боковая сторона в 2 раза больше ее высоты. Найдите углы трапеции.
87. В прямоугольной трапеции тупой угол в 3 раза больше острого. Найдите углы трапеции.
88. Диагональ равнобокой трапеции образует с боковой стороной прямой угол. Известно, что боковая сторона в два раза меньше большего основания. Найдите углы трапеции.
89. Определите вид трапеции, если сумма ее противоположных углов равна 180° .
90. В трапеции $ABCD$ биссектрисы углов A и B пересекаются в точке M (рис. 129). Найдите сумму углов MBC и MAD .
91. Угол между диагоналями равнобокой трапеции, противоположный основанию, равен 80° , а боковая сторона равна большему основанию. Найдите углы трапеции.
92. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) AC — биссектриса угла BAD , $AC = AD$, $\angle ACD = 70^\circ$. Найдите углы трапеции.
93. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $\angle BCA = \angle BDA$. Докажите, что $AB = CD$.
94. В равнобокой трапеции длины отрезков, на которые высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание, относятся как $1 : 2$. Найдите отношение оснований трапеции.
95. Основания равнобокой трапеции равны 2 см и 10 см. Найдите отрезки, на которые высота трапеции, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание.
96. В равнобокой трапеции один из углов равен 120° , диагональ трапеции образует с основанием угол 30° . Найдите основания трапеции, если ее боковая сторона равна 8 см.

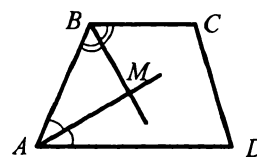


Рис. 129

97. В трапеции $ABCD$ ($AB = CD$) угол B --- тупой, его биссектриса пересекает основание AD в точке K , $BK = AB = 13$ см. Найдите разность оснований трапеции.
98. В равнобокой трапеции боковая сторона равна большему основанию. Докажите, что диагональ трапеции делит ее тупой угол пополам.
99. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) точка пересечения биссектрис тупых углов принадлежит большему основанию AD . Известно, что $AB = 5$ см, $CD = 7$ см. Найдите AD .
100. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) диагонали перпендикулярны, $BC = 6$ см, $AD = 20$ см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции.
101. В прямоугольной трапеции диагональ является биссектрисой тупого угла и в два раза больше меньшего основания. Найдите углы трапеции.
102. Постройте трапецию по двум основаниям и углам, которые диагонали образуют с основаниями трапеции.

Средняя линия трапеции

103. Найдите среднюю линию трапеции, если ее основания равны:
1) 12 см и 14 см; 2) $5b$ и $16b$.
104. Найдите основания трапеции, если их длины относятся как $5 : 7$, а средняя линия трапеции равна 1) 36 см; 2) n .
105. Может ли средняя линия трапеции быть:
1) в 2 раза больше меньшего основания;
2) в 2 раза меньше большего основания?
106. Отрезок MN — средняя линия трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$). Известно, что $BC : MN = 9 : 11$. Найдите основания трапеции, если их разность равна 12 см.
107. Большее основание трапеции относится к средней линии как $5 : 4$. Средняя линия больше меньшего основания на 5 см. Найдите основания трапеции.
108. Средняя линия трапеции равна 11 см, а высоты, проведенные из вершин ее тупых углов, делят большее основание на отрезки, длины которых относятся как $2 : 4 : 1$. Найдите основания трапеции.
109. Диагональ равнобокой трапеции делит тупой угол пополам, а ее основания относятся как $4 : 5$. Найдите среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 57 см.

110. Диагонали трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) перпендикулярны. На большем основании AD отметили точку E такую, что отрезок AE равен средней линии трапеции. Докажите, что $CE = AE$.
111. В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) диагональ AC равна 14 см, перпендикулярна боковой стороне CD и делит угол A в отношении $2:1$, считая от большего основания. Найдите среднюю линию трапеции.

Центральные и вписанные углы

112. Сколько градусов содержит центральный угол окружности, опирающийся на дугу, составляющую: 1) $\frac{1}{5}$ окружности; 2) $\frac{2}{3}$ окружности; 3) $\frac{3}{8}$ окружности?
113. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые ее делят две точки, если градусная мера одной из дуг на 140° меньше градусной меры другой.
114. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 38° ; 2) 142° ; 3) 90° ; 4) 226° ; 5) $\frac{\gamma}{2}$.
115. Точка M окружности и ее центр O лежат по разные стороны от хорды AB . Найдите:
1) угол AMB , если $\angle AOB = 152^\circ$; 2) угол AOB , если $\angle AMB = 73^\circ$.
116. Точки M и N лежат на окружности по одну сторону от хорды AB . Известно, что $\angle AMB = 63^\circ$. Найдите угол ANB .
117. Точки M и N лежат на окружности по разные стороны от хорды AB , $\angle ANB = 82^\circ$. Найдите угол AMB .
118. Около треугольника ABC описана окружность с центром в точке O . Найдите угол AOB , если: 1) $\angle C = 54^\circ$; 2) $\angle C = 136^\circ$.
119. В треугольнике ABC $\angle A = 48^\circ$, $\angle C = 62^\circ$, точка O — центр описанной окружности. Найдите $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle COB$.
120. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, основание которого стягивает дугу, градусная мера которой равна 100° .
121. Концы хорды делят окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:13$. Найдите вписанные углы, опирающиеся на эту хорду.

122. Концы хорды AB делят окружность на две дуги. Градусная мера большей из них равна 260° , а меньшая делится точкой M в отношении $7 : 18$, считая от точки B . Найдите $\angle MBA$.
123. Точки D , E и F делят окружность на три дуги так, что $\overset{\frown}{DE} : \overset{\frown}{EF} : \overset{\frown}{DF} = 2 : 9 : 7$. Найдите углы треугольника DEF .
124. Точки M и N окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 130). Найдите угол BMN , если $\angle AMN = 110^\circ$.

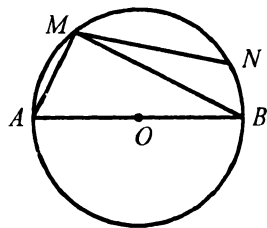


Рис. 130

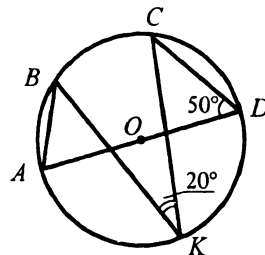


Рис. 131

125. Отрезок AD — диаметр окружности с центром O (рис. 131). Найдите $\angle BAD$, если $\angle CDA = 50^\circ$, $\angle BKC = 20^\circ$.
126. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 62° . Полуокружность, построенная на боковой стороне треугольника как на диаметре, делится другими сторонами треугольника на три дуги. Найдите градусные меры этих дуг.
127. Продолжения высот остроугольного треугольника ABC , проведенных из вершин A , B и C , пересекают описанную окружность в точках K , F и M соответственно. Докажите, что $\angle KFB = \angle MFB$.
128. Два окружности пересекаются в точках C и D . Через эти точки проведены секущие MK и EF соответственно (рис. 132). Докажите, что $\angle MDK = \angle ECF$.

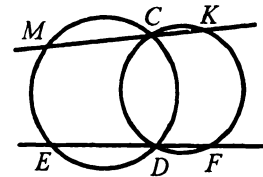


Рис. 132

129. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника ABC . Найдите углы треугольника ABC , если $\angle BOC = 32^\circ$. Сколько решений имеет задача?

Вписанные и описанные четырехугольники

130. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, если:
- 1) $\angle A = 56^\circ$, $\angle C = 124^\circ$;
 - 2) $\angle B = 64^\circ$, $\angle D = 106^\circ$?

131. Найдите углы A и B четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle C = 38^\circ$, $\angle D = 134^\circ$.
132. Можно ли описать окружность около четырехугольника $ABCD$, углы которого A , B , C и D соответственно пропорциональны числам: 1) 4, 9, 13, 8; 2) 6, 7, 10, 8?
133. Три угла четырехугольника, вписанного в окружность, взятые в порядке следования, относятся как 4 : 8 : 11. Найдите углы четырехугольника.
134. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC этого четырехугольника является диаметром окружности. Найдите $\angle BAC$, если $\angle CAD = 35^\circ$, а угол между диагоналями четырехугольника, лежащий против стороны AD , равен 64° .
135. Равнобокая трапеция, один из углов которой равен 130° , вписана в окружность. Угол между диагоналями трапеции, лежащий против боковой стороны, равен 80° . Найдите положение центра окружности, описанной около трапеции, относительно трапеции.
136. Боковые стороны трапеции, в которую можно вписать окружность, равны 5 см и 11 см. Найдите периметр трапеции.
137. Окружность, вписанная в равнобокую трапецию, делит точку касания боковую сторону на отрезки, меньший из которых равен 5 см. Найдите большее основание трапеции, если ее периметр равен 56 см.

Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

138. Разделите данный отрезок на шесть равных частей.
139. Отрезок BE — медиана треугольника ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = 24$ см (рис. 133). Известно, что $MN \parallel AC$, $DK \parallel AC$, $BM = MA$, $MD = DA$. Найдите LP .

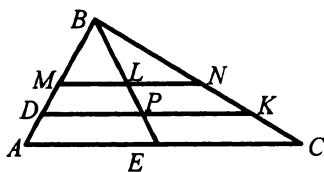


Рис. 133

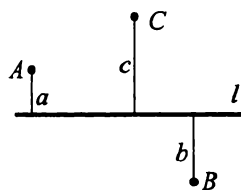


Рис. 134

140. Расстояния от точек A , B и C до прямой l (рис. 134) равны соответственно a , b и c ($a < b < c$). Известно, что середины отрезков AB и BC равноудалены от прямой l . Докажите, что $2b = a + c$.

141. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90^\circ$) $\angle BAC = 30^\circ$, $AB = 44$ см. Найдите расстояние от середины катета BC до гипотенузы AC .
142. Точка M — середина основания BC трапеции $ABCD$. Через точку M проведены прямые, параллельные диагоналям трапеции, одна из которых пересекает сторону AB в точке K , а вторая — сторону CD в точке E . Найдите расстояние между точками K и E , если $AD = 9$ см, $BC = 7$ см.
143. Боковую сторону трапеции разделили на 6 равных частей. Через точки деления провели прямые, параллельные основаниям. Наименьший и наибольший из отрезков этих прямых, содержащихся между боковыми сторонами трапеции, соответственно равны 4 см и 8 см. Найдите основания трапеции.
144. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AC = 18$ см, $\angle C = 60^\circ$. Медиана BM разделена на 3 равные части. Через точки деления параллельно катету BC проведены прямые. Найдите отрезки этих прямых, содержащиеся между медианой BM и гипотенузой.
145. Меньшее основание трапеции равно 6 см, а один из отрезков, на которые диагональ делит ее среднюю линию, — 5 см. Найдите большее основание трапеции.
146. Длины отрезков, на которые диагональ трапеции делит среднюю линию, относятся как 3 : 7. Найдите основания трапеции, если их разность равна 20 см.
147. Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на 3 отрезка, один из которых равен сумме двух других. Найдите отношение оснований трапеции.
148. Меньшая диагональ прямоугольной трапеции делит ее прямой угол пополам, а среднюю линию трапеции делит на отрезки длиной 3 см и 7 см. Найдите периметр трапеции, если ее большая боковая сторона равна 10 см.

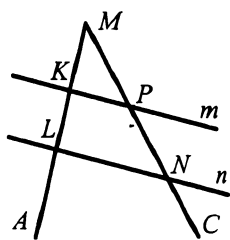


Рис. 135

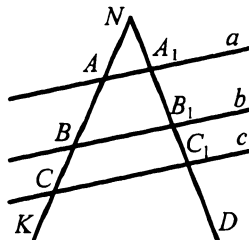


Рис. 136

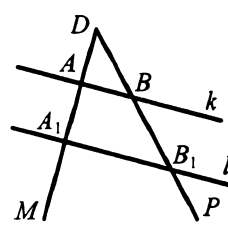


Рис. 137

149. Параллельные прямые m и n пересекают стороны угла AMC (рис. 135). Найдите длину отрезка MN , если $MK = 2$ см, $KL = 4$ см, $MP = 3$ см.

150. Параллельные прямые a , b , c пересекают стороны угла KND (рис. 136). Найдите длины отрезков NA и BC , если $NA_1 = 5$ см, $AB = 8$ см, $A_1B_1 = 6$ см, $B_1C_1 = 3$ см.

151. Параллельные прямые k и l пересекают стороны угла MDP (рис. 137). Найдите длину отрезка AA_1 , если $DA = 8$ см, $BB_1 = 9$ см, $AA_1 = 2DB$.

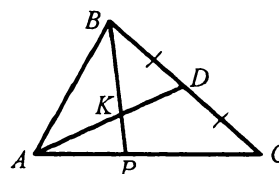


Рис. 138

152. Точка K — середина медианы AD треугольника ABC (рис. 138). Найдите отношение $AP : PC$.

153. На рисунке 139 $AM : MA_1 = 1 : 1$, $AB_1 : B_1C = 1 : 2$. Найдите отношение $BM : MB_1$.

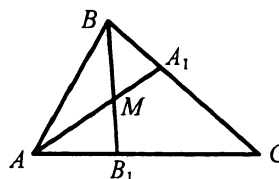


Рис. 139

154. Высота равностороннего треугольника равна 9 см. На каком расстоянии от вершин треугольника находится точка пересечения его биссектрис?

155. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) M — точка пересечения медиан, $BM = 6$ см. Найдите расстояние от середины боковой стороны до основания треугольника.

156. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . Найдите:

- 1) отрезки BK и KC , если $AB = 10$ см, $AC = 12$ см, $BC = 11$ см;
- 2) сторону AC , если $BK : KC = 4 : 9$, $AB = 16$ см;
- 3) сторону BC , если $AB : AC = 5 : 3$, $BK - KC = 4$ см.

157. В прямоугольный треугольник с углом 60° вписан ромб со стороной 6 см так, что угол 60° у них общий и все вершины ромба лежат на сторонах треугольника. В каком отношении вершина ромба делит больший катет треугольника?

158. В треугольнике, стороны которого равны 13 см, 14 см и 15 см, проведена полуокружность, центр которой принадлежит большей стороне треугольника и которая касается двух других сторон. На какие отрезки центр полуокружности делит большую сторону треугольника?

Подобные треугольники

159. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причем сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 (рис. 140). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

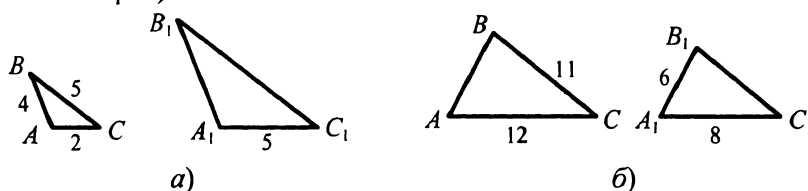


Рис. 140

160. Стороны треугольника относятся как $7 : 5 : 9$. Найдите стороны подобного ему треугольника, если у него:
- 1) периметр равен 42 см;
 - 2) бóльшая сторона равна 27 см;
 - 3) средняя по величине сторона равна 28 см;
 - 4) сумма большей и меньшей сторон равна 84 см.
161. Стороны треугольника относятся как $4 : 8 : 9$, а меньшая сторона подобного ему треугольника равна 24 см. Найдите остальные стороны второго треугольника.
162. Периметры подобных треугольников относятся как $2 : 5$, а сумма их бóльших сторон равна 56 см. Найдите стороны треугольников, если стороны одного из них относятся как $2 : 3 : 4$.
163. На рисунке 141 $NK \parallel FA$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения:
- 1) $\frac{MK}{MN}$; 2) $\frac{MF}{MN}$; 3) $\frac{FA}{NK}$; 4) $\frac{MA}{FA}$.
164. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке L . Меньшее основание BC трапеции равно 4 см, $LB = 5$ см, $AB = 7$ см. Найдите большее основание трапеции.
165. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , $AM = 20$ см. Найдите AB , если $DC : CM = 3 : 2$.
166. В треугольник ABC вписан параллелограмм $MNCP$ (рис. 142), $AC = 10$ см, $BC = 12$ см, $MN = 3$ см. Найдите MP .

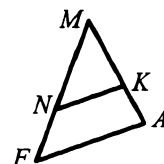


Рис. 141

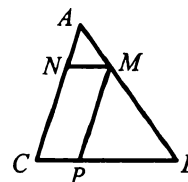


Рис. 142

167. В треугольник ABC вписан ромб $DKFC$ так, что угол C у них общий, а вершина K принадлежит стороне AB . Сторона ромба равна 4 см, $BF = 3$ см. Найдите AC .

168. В треугольник со стороной 10 см и высотой 7 см, опущенной на данную сторону, вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 4 : 7, причем меньшая сторона прямоугольника принадлежит данной стороне треугольника. Найдите стороны прямоугольника.

Первый признак подобия треугольников

169. Укажите пары подобных треугольников и докажите их подобие (рис. 143).

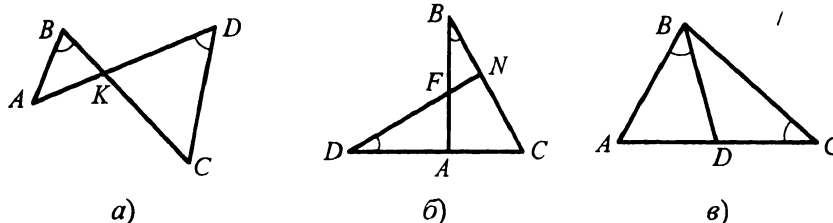


Рис. 143

170. Докажите, что равнобедренные треугольники подобны, если равны их углы при основаниях.

171. Углы одного треугольника относятся как 5 : 12 : 19, а в другом треугольнике один из углов на 35° больше второго и на 35° меньше третьего угла. Подобны ли эти треугольники?

172. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BK и CF (рис. 144). Докажите подобие треугольников CBK и DCF .

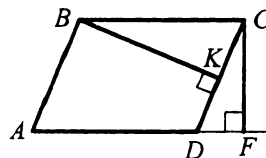


Рис. 144

173. Стороны параллелограмма равны 16 см и 12 см, а расстояние между большими сторонами равно 10 см. Найдите расстояние между меньшими сторонами параллелограмма.

174. Периметр параллелограмма равен 44 см, а его высоты — 5 см и 6 см. Найдите стороны параллелограмма.

175. Основания трапеции равны 6 см и 14 см; а диагонали — 15 см и 20 см. Найдите отрезки, на которые точка пересечения диагоналей делит каждую диагональ.

176. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) M — точка пересечения диагоналей, $BM : MD = 1 : 3$, а средняя линия трапеции равна 8 см. Найдите основания трапеции.

177. На стороне BC треугольника ABC отметили точку K так, что $\angle CAK = \angle ABC$, $CK = 4$ см, $KB = 5$ см. Найдите AC .
178. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M . Найдите длину хорды AB , если $AM = 6$ см, $CM = 8$ см, $MD = 9$ см.
179. Дана точка P , удаленная на 12 см от центра окружности радиуса 15 см. Через эту точку проведена хорда длиной 18 см. Найдите длины отрезков, на которые точка P делит эту хорду.
180. Через точку M проведены к окружности касательная MK (K — точка касания) и секущая ME (рис. 145). Найдите длину отрезка MF секущей, если $MK = 10$ см, $ME = 12$ см.

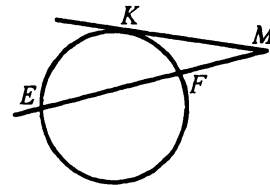


Рис. 145

181. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые, одна из которых касается окружности в точке E , а вторая пересекает окружность в точках F и K (точка F лежит между точками A и K), $AE = 8$ см, $AF : FK = 1 : 3$. Найдите FK .

Второй и третий признаки подобия треугольников

182. Докажите подобие треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, изображенных на рисунке 146 (длины отрезков даны в сантиметрах).

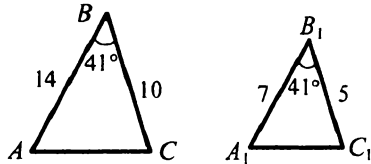


Рис. 146

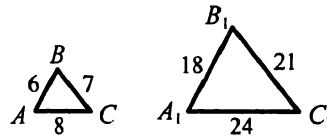


Рис. 147

183. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B = \angle B_1$, а стороны треугольника ABC , образующие угол B , в 2,5 раза меньше сторон, образующих угол B_1 . Найдите стороны AC и A_1C_1 , если их сумма равна 10,5 см.
184. В треугольнике ABC $AB = 24$ см, $BC = 18$ см. На стороне AB отложили отрезок $BK = 16$ см, а на стороне BC — отрезок $CD = 6$ см. Подобны ли треугольники ABC и DBK ?
185. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображенные на рисунке 147, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).

186. Подобны ли треугольники ABD и BDC , изображенные на рисунке 148 (длины отрезков даны в сантиметрах)?

187. Определите, подобны ли треугольники, если их стороны равны:

1) 6 см, 10 см, 7 см и 30 см, 50 см, 35 см;

2) 4 см, 11 см, 12 см и 12 см, 22 см, 26 см.

188. Стороны одного треугольника относятся

как $6 : 8 : 9$, а стороны другого треугольника равны 24 см, 32 см и 36 см. Подобны ли эти треугольники?

189. Через вершины B и C треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AB и AC треугольника в точках M и N соответственно. Докажите, что треугольники BAC и NAM подобны. Найдите AM и AN , если $AB = 9$ см, $AC = 10$ см, $BC = 12$ см, $MN = 4$ см.

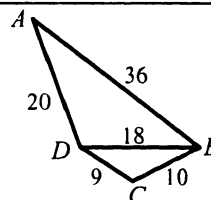


Рис. 148

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике

190. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 9 см и 25 см.

191. Катет прямоугольного треугольника равен 12 см, а его проекция на гипотенузу — 8 см. Найдите гипотенузу.

192. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит ее на отрезки длиной 6 см и 24 см. Найдите катеты треугольника.

193. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6 см, а проекция второго катета на гипотенузу — 5 см. Найдите второй катет и гипотенузу.

194. Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 12 см и 20 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.

195. Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне, а проекция этой диагонали на большее основание равна 10 см. Боковая сторона трапеции равна 12 см. Найдите высоту и основания трапеции.

196. Перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей ромба на его сторону, делит ее на отрезки длиной 8 см и 18 см. Найдите диагонали ромба.

197. Окружность, вписанная в равнобокую трапецию, делит точкой касания боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 50 см. Найдите радиус вписанной окружности и основания трапеции.

Теорема Пифагора

198. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 1) 10 см и 24 см; 2) 3 см и 5 см.
199. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны: 1) 26 см и 10 см; 2) 8 см и 2 см.
200. Диагональ прямоугольника равна 34 см. Найдите стороны прямоугольника, если их длины относятся как 15 : 8.
201. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 12$ см, высота $BD = 8$ см. Найдите основание AC треугольника.
202. Сторона ромба равна 4 см, а один из углов — 120° . Найдите диагонали ромба.
203. Две стороны прямоугольного треугольника равны 6 см и 12 см. Найдите третью сторону треугольника. Рассмотрите все возможные случаи.
204. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 149 (длины отрезков даны в сантиметрах).

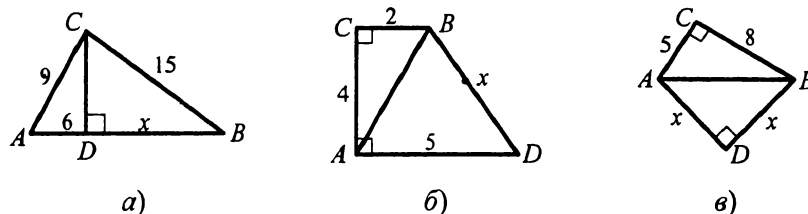


Рис. 149

205. Катеты прямоугольного треугольника относятся как 12 : 5, а гипотенуза равна 39 см. Найдите катеты треугольника.
206. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 17 см, а гипотенуза — 13 см. Найдите катеты треугольника.
207. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle B = 90^\circ$) $AC = 52$ см, $AB = 20$ см. Найдите медиану AM треугольника.
208. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна 10 см. Найдите стороны треугольника, если разность его катетов равна 4 см.

209. В остроугольном треугольнике ABC $AB = 17$ см, $BC = 25$ см, а высота BD делит сторону AC на отрезки AD и DC такие, что $AD : DC = 2 : 5$. Найдите AC .
210. В остроугольном равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведены высота AD и медиана BK . Найдите BK , если $AD = 8$ см, $CD = 6$ см.
211. В равнобедренном треугольнике боковая сторона больше высоты, опущенной на основание, на 2 см, а основание треугольника равно 16 см. Найдите боковую сторону треугольника.
212. Периметр равнобедренного треугольника равен 72 см, а высота, опущенная на основание, – 24 см. Найдите стороны треугольника.
213. Из точки к прямой проведены две наклонные. Одна из них равна 22 см и образует с прямой угол 45° . Найдите длину второй наклонной, если ее проекция на эту прямую равна $\sqrt{82}$ см.
214. Из точки, находящейся на расстоянии 8 см от прямой, проведены к ней две наклонные длиной 17 см и 10 см. Найдите расстояние между основаниями этих наклонных. Сколько решений имеет задача?
215. Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на эту прямую равны 5 см и 9 см. Найдите длины наклонных, если их сумма равна 28 см.
216. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых равны 15 см и 20 см, а длины их проекций на эту прямую относятся как 9 : 16. Найдите расстояние от точки до данной прямой.
217. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит гипотенузу на отрезки длиной 5 см и 12 см. Найдите катеты треугольника.
218. В прямоугольном треугольнике медианы, проведенные к катетам, равны $2\sqrt{73}$ см и $4\sqrt{13}$ см. Найдите стороны треугольника.
219. В равнобедренном прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, на 2 см меньше катета. Найдите гипотенузу.
220. Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит катет на отрезки длиной 25 см и 20 см. Найдите стороны треугольника.
221. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника делит высоту, проведенную к основанию, на отрезки длиной 6 см и 10 см. Найдите стороны треугольника.

222. Найдите медиану равнобедренного треугольника, проведенную к боковой стороне, если боковая сторона и основание треугольника равны соответственно 30 см и 48 см.
223. В равнобокой трапеции диагональ равна 15 см, а средняя линия — 8 см. Найдите высоту трапеции.
224. В равнобокой трапеции боковая сторона, высота и диагональ равны соответственно 10 см, 8 см и 17 см. Найдите основания трапеции.
225. В прямоугольном треугольнике катеты равны 20 см и 15 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к гипотенузе.
226. В равнобокую трапецию вписана окружность, радиус которой равен 8 см. Разность оснований трапеции равна 24 см. Найдите стороны трапеции.
227. В окружности с центром в точке O проведена хорда AB , которая перпендикулярна радиусу OM и пересекает его в точке K , $OK : KM = 8 : 9$, $AB = 90$ см. Найдите радиус окружности.
228. Радиусы двух окружностей равны 10 см и 2 см, а длина их общей внешней касательной — 15 см. Найдите расстояние между центрами окружностей.
229. Точки A и B лежат по разные стороны от прямой l на расстоянии 3 см и 5 см от нее соответственно. Найдите AB , если расстояние между проекциями этих точек на прямую l равно 6 см.

**Синус, косинус и тангенс острого угла
прямоугольного треугольника**

230. Постройте угол, косинус которого равен: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{5}$.
231. Постройте угол, тангенс которого равен: 1) $\frac{3}{8}$; 2) 5.
232. Постройте угол, синус которого равен: 1) $\frac{1}{6}$; 2) 0,2.
233. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 12 см и 37 см. Найдите:
- 1) синус острого угла, лежащего против большего катета;
 - 2) косинус острого угла, лежащего против большего катета;
 - 3) тангенс острого угла, лежащего против меньшего катета.
234. В прямоугольном треугольнике катеты равны 7 см и 24 см. Найдите:
- 1) тангенс острого угла, лежащего против большего катета;
 - 2) синус острого угла, лежащего против большего катета;
 - 3) косинус острого угла, лежащего против меньшего катета.

235. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

236. Найдите значение выражения:

1) $\operatorname{tg} 30^\circ + \sin 60^\circ$;

2) $2 \cos^2 45^\circ - \cos^2 30^\circ$.

237. В равнобокой трапеции боковая сторона равна 25 см, а высота — 7 см. Найдите синус, косинус и тангенс острого угла трапеции.

238. В равнобокой трапеции $ABCD$ $AB = CD = 7$ см, $BC = 2$ см, $AD = 8$ см. Найдите синус и косинус угла CAD .

Решение прямоугольных треугольников

239. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

1) $AC = 6$ см, $\sin B = \frac{1}{4}$;

4) $BC = 3$ см, $\cos A = \frac{3}{5}$;

2) $BC = 4$ см, $\sin B = \frac{1}{3}$;

5) $AC = 5$ см, $\cos A = \frac{3}{7}$;

3) $AB = 2$ см, $\operatorname{tg} A = 3$;

6) $AB = 10$ см, $\operatorname{tg} B = 2$.

240. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:

1) $AB = 8$ см, $\angle A = 44^\circ$;

4) $AB = 14$ см, $AC = 8$ см;

2) $AC = 12$ см, $\angle A = 57^\circ$;

5) $AC = 14$ см, $BC = 8$ см.

3) $BC = 11$ см, $\angle A = 68^\circ$;

241. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 10$ см, $\angle B = 64^\circ$. Найдите сторону AC и высоту BD треугольника.

242. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) $AC = 4$ см, $\angle C = 52^\circ$. Найдите стороны AB , BC и высоту CK треугольника.

243. Из точки, находящейся на расстоянии 16 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 30° и 60° . Найдите длины наклонных и их проекций на прямую.

244. Из точки, находящейся на расстоянии 20 см от прямой, проведены к ней две наклонные, образующие с прямой углы 60° и 45° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?

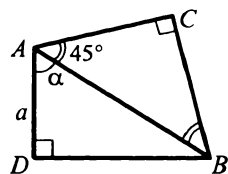
245. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:

1) $AB = c$, $\angle B = \alpha$;

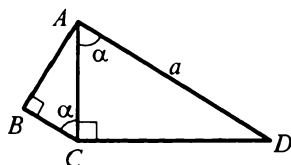
3) $BC = a$, $\angle A = \varphi$.

2) $AC = b$, $\angle A = \beta$;

246. По рисунку 150 найдите отрезки AB и BC .



a)



б)

Рис. 150

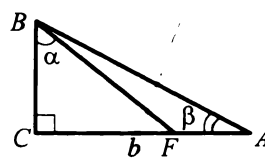


Рис. 151

247. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 151) $AC = b$, $\angle BAC = \beta$, $\angle FBC = \alpha$. Найдите отрезок AF .

248. Сторона AD прямоугольника $ABCD$ равна m , а угол между диагоналями, противолежащий этой стороне, равен α . Найдите сторону AB и диагонали прямоугольника.

249. Большая диагональ ромба равна b , а тупой угол ромба равен β . Найдите сторону ромба и его меньшую диагональ.

250. В равнобокой трапеции основания равны 4 см и 6 см, а боковая сторона образует с большим основанием угол 30° . Найдите высоту и боковую сторону трапеции.

251. В прямоугольной трапеции $ABCD$ $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $BC = CD = 20$ см, $\angle BCD = 120^\circ$. Найдите стороны AB , AD и диагонали трапеции.

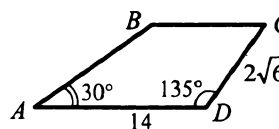


Рис. 152

252. В трапеции $ABCD$ (рис. 152) $AD = 14$ см, $DC = 2\sqrt{6}$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle D = 135^\circ$. Найдите основание BC трапеции.

Многоугольники

253. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого десятиугольника? Найдите общее количество диагоналей выпуклого десятиугольника.

254. Можно ли построить выпуклый многоугольник, все углы которого острые?

255. Может ли наименьший угол выпуклого семиугольника быть равным 136° ?

256. Как изменится сумма углов выпуклого многоугольника, если количество его сторон увеличится на 2?

257. Найдите углы выпуклого шестиугольника, если их градусные меры относятся как 3 : 5 : 4 : 5 : 3 : 4.

258. Найдите углы выпуклого четырехугольника, если первый из них на 30° больше второго, третий — на 10° больше второго, а четвертый равен полусумме первого и третьего углов.
259. Все углы выпуклого n -угольника острые. Найдите n .
260. В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 2700° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
261. В выпуклом многоугольнике 152 диагонали. Найдите количество его сторон и сумму углов.

Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника

262. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна: 1) 6 см; 2) \sqrt{a} .
263. Сторона прямоугольника равна 10 см и образует с диагональю угол 60° . Найдите площадь прямоугольника.
264. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 3 : 8, а площадь прямоугольника равна 96 см^2 .
265. Площадь прямоугольника равна 88 см^2 . Найдите стороны прямоугольника, если одна из них на 3 см меньше другой.
266. Квадрат и прямоугольник равновелики. Сторона квадрата равна 12 см, а стороны прямоугольника относятся как 4 : 9. Найдите стороны прямоугольника.
267. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата, если площадь квадрата равна S .
268. Четырехугольник $ABCD$ — квадрат (рис. 153). Отрезки MF и KE параллельны его сторонам. Пользуясь рисунком, докажите формулу:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab.$$

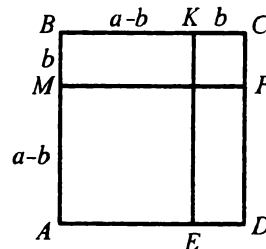


Рис. 153

269. Могут ли два неравных прямоугольника быть равновеликими?
270. Как изменится площадь квадрата, если его сторону:
- 1) уменьшить в 3 раза;
 - 2) увеличить в a раз?
271. Как изменится площадь квадрата, если его диагональ уменьшить в 2 раза? Как изменится при этом периметр квадрата?
272. Как изменится площадь прямоугольника, если:
- 1) одну из его сторон увеличить в 4 раза;
 - 2) одну из его сторон уменьшить в 6 раз;

- 3) обе стороны уменьшить в 3 раза;
 4) одну сторону увеличить в 3 раза, а другую — в 5 раз;
 5) одну сторону уменьшить в 9 раз, а другую — в 2 раза?

273. Отношение площадей двух квадратов равно 5. Найдите отношение их периметров.

274. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90^\circ$) вписан квадрат (рис. 154). Найдите площадь квадрата, если $AB = 12$ см, $BC = 16$ см.

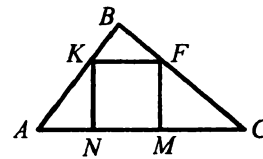


Рис. 154

275. Постройте квадрат, площадь которого равна разности площадей двух данных квадратов.
276. Стороны двух квадратов равны соответственно a и b . Постройте квадрат, площадь которого равна ab .

Площадь параллелограмма

277. Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 14 см, а высота, проведенная к ней, — 8 см.
278. Какие из параллелограммов, изображенных на рисунке 155, равновелики?

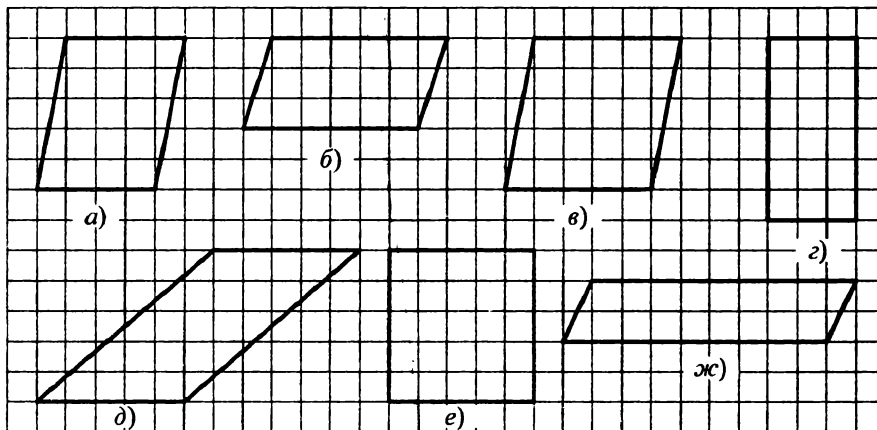


Рис. 155

279. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 14 см, а угол между ними — 45° .
280. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $7\sqrt{2}$ см, а один из углов — 135° .

281. Площадь параллелограмма равна 56 см^2 . Найдите расстояние между сторонами параллелограмма, длины которых равны 8 см.
282. Одна из сторон параллелограмма равна 5 см, а высота, опущенная на другую сторону, — 4 см. Найдите неизвестную сторону и высоту параллелограмма, если его площадь равна 40 см^2 .
283. Стороны параллелограмма равны 8 см и 10 см, а одна из высот — 6 см. Найдите вторую высоту параллелограмма. Сколько решений имеет задача?
284. Площадь параллелограмма равна 45 см^2 , а его высота на 4 см меньше стороны, на которую она опущена. Найдите эту сторону параллелограмма и высоту, опущенную на нее.
285. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 25 см и 7 см, а одна из диагоналей перпендикулярна его стороне.
286. Докажите, что прямая, делящая параллелограмм на две равно-великие части, проходит через точку пересечения его диагоналей.

Площадь треугольника

287. Сторона треугольника равна 10 см, а высота, проведенная к ней, — 3,5 см. Найдите площадь треугольника.
288. Площадь треугольника равна 92 см^2 , а одна из сторон — 4 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к этой стороне.
289. Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 5 см и 11 см.
290. Какие из треугольников, изображенных на рисунке 156, равно-велики?

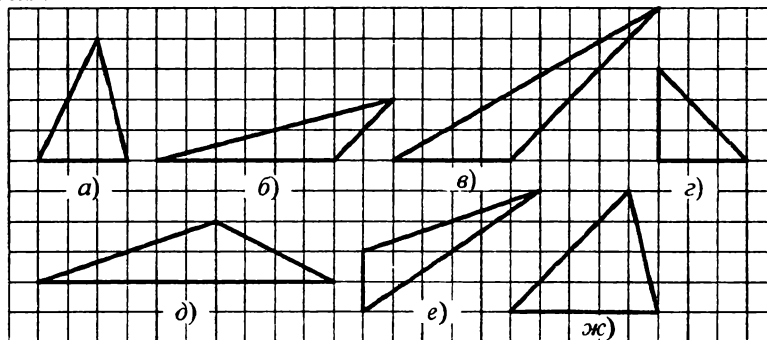


Рис. 156

291. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 6 см и 5 см, а угол между ними: 1) 60° ; 2) 135° .
292. Найдите площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 16 см, а боковая сторона — 10 см.

293. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 см и 15 см. Найдите высоту треугольника, проведенную к гипотенузе.
294. В треугольнике ABC $AC : CB = 2 : 5$. Найдите отношение высот треугольника, проведенных из вершин A и B .
295. Докажите, что меньшей стороне треугольника соответствует большая высота.
296. Докажите, что медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.
297. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что треугольники AOB и COD равновеликие. Докажите, что $BC \parallel AD$.
298. Высота равнобедренного треугольника, опущенная на боковую сторону, делит ее на отрезки длиной 2 см и 8 см, считая от вершины угла при основании. Найдите площадь треугольника.
299. Высота, опущенная на основание равнобедренного треугольника, равна 48 см. Найдите площадь треугольника, если отношение его боковой стороны к основанию равно $25 : 14$.
300. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 37 см, а сумма катетов — 47 см.
301. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если высота, опущенная на гипотенузу, делит ее на отрезки длиной 9 см и 16 см.
302. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если биссектриса прямого угла делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см.
303. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 35 см, а радиус вписанной окружности — 7 см.
304. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90^\circ$) вписана окружность с центром O (рис. 157), K — точка касания окружности со стороной AB , $BK = 4\sqrt{3}$ см, $\angle C = 30^\circ$. Найдите площадь треугольника ABC .

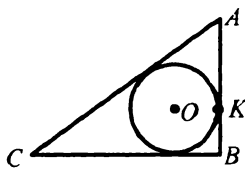


Рис. 157

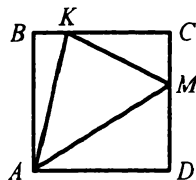


Рис. 158

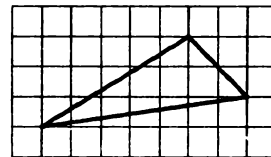


Рис. 159

305. В квадрат $ABCD$ вписан треугольник AKM (рис. 158), $AB = 10$ см, $BK = 2$ см, $DM = 6$ см. Найдите площадь треугольника AKM .
306. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке 159, если сторона клеточки равна 1 см.
307. Площадь треугольника ABC равна 42 см^2 . Точка K делит сторону AC в отношении $2 : 5$, считая от точки A . Найдите площади треугольников ABK и KBC .
308. В треугольнике ABC $AC = 10$ см, $CB = 7$ см, отрезок CK — биссектриса треугольника. Найдите отношение площадей треугольников ACK и BCK .
309. Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как: 1) $4 : 1$; 2) $3 : 4$.
310. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 12 см и 7 см.
311. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 20 см, а разность диагоналей — 8 см.
312. Найдите площадь ромба, если его диагонали относятся как $12 : 35$, а сторона равна 74 см.
313. Перпендикуляр, проведенный из точки пересечения диагоналей ромба к его стороне, делит ее на отрезки длиной 16 см и 25 см. Найдите площадь ромба.
314. Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведите прямую так, чтобы она разбила его на две фигуры, площади которых относятся как $1 : 4$.
315. Постройте равнобедренный треугольник, площадь которого относится к площади данного треугольника как $1 : \sqrt{3}$, а боковая сторона равна одной из сторон данного треугольника.
316. На сторонах AB и AD квадрата $ABCD$ отмечены соответственно точки K и M такие, что треугольник CKM — равносторонний. Найдите площадь квадрата, если сторона треугольника равна 1 см.
317. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 3 см, 7 см и 8 см.

Площадь трапеции

318. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 10 см и 14 см, а высота — 5 см.
319. Площадь трапеции равна 98 см^2 , одно из ее оснований — 12 см, а высота — 7 см. Найдите второе основание трапеции.

320. Площадь трапеции равна 50 см^2 , а ее высота — 5 см . Найдите основания трапеции, если они относятся как $1 : 4$.
321. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 7 см и 9 см , а боковая сторона длиной 6 см образует с большим основанием угол 45° .
322. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображенной на рисунке 160 (длины отрезков даны в сантиметрах).

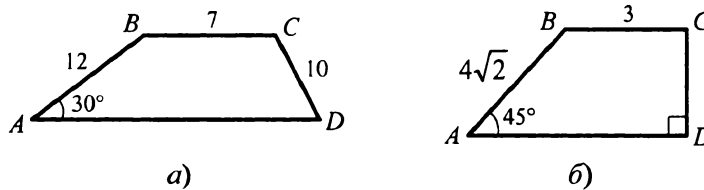


Рис. 160

323. Основания равнобокой трапеции равны 30 см и 40 см , а диагональ — 37 см . Найдите площадь трапеции.
324. Найдите площадь равнобокой трапеции, меньшее основание которой равно 7 см , боковая сторона — 10 см , а угол при большем основании — 60° .
325. Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а основания равны 12 см и 20 см .
326. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 4 см и 10 см , а диагонали делят ее тупые углы пополам.
327. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 6 см , а меньшее основание — 12 см . Найдите площадь трапеции, если ее меньшая диагональ делит прямой угол трапеции пополам.
328. Найдите площадь прямоугольной трапеции, большее основание которой равно 24 см , меньшая боковая сторона — 10 см , а тупой угол — 135° .
329. Боковые стороны прямоугольной трапеции равны 17 см и 8 см , а ее основания относятся как $2 : 5$. Найдите площадь трапеции.
330. Высота равнобокой трапеции равна $7\sqrt{3} \text{ см}$. Найдите площадь трапеции, если угол между ее диагоналями, противолежащий боковой стороне трапеции, равен 60° .
331. Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а высота равна 10 см .
332. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 18 см , а углы при большем основании — 30° и 60° .

333. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 22 см, а боковые стороны — 26 см и 28 см.
334. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите площадь трапеции.
335. Площадь равнобокой трапеции равна $50\sqrt{2}$ см², а острый угол равен 45° . Найдите высоту трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.
336. Боковые стороны трапеции равны 15 см и 13 см, а длины оснований относятся как 1 : 3. Найдите площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.
337. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, делит большую боковую сторону на отрезки, длины которых относятся как 4 : 9. Найдите площадь трапеции, если меньшая из ее боковых сторон равна 24 см.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Параллелограмм и его виды

- 1.° В четырехугольнике $ABCD$ проведена диагональ AC (рис. 161), $\angle ACB = \angle CAD$, $\angle ACD = \angle CAB$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

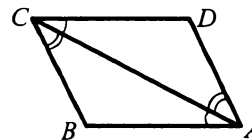


Рис. 161

- 2.° Одна из сторон прямоугольника на 6 см больше другой, а его периметр равен 48 см. Найдите стороны прямоугольника.
- 3.° Один из углов ромба равен 72° . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
- 4.° В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E . Отрезок BE больше отрезка EC в 3 раза. Найдите периметр параллелограмма, если $BC = 12$ см.
- 5.° В ромбе $ABCD$ из вершины тупого угла B опущены высоты BE и BF на стороны AD и DC соответственно. Угол EBF равен 30° . Найдите периметр ромба, если $BE = 6$ см.
- 6.** Прямая проходит через середину диагонали AC параллелограмма $ABCD$ и пересекает стороны BC и AD в точках M и K соответственно. Докажите, что четырехугольник $AMCK$ — параллелограмм.

Контрольная работа № 2

Тема. Средняя линия треугольника. Трапеция. Вписанные и описанные четырехугольники

- 1.° Найдите периметр треугольника, если его средние линии равны 6 см, 9 см и 10 см.
- 2.° Основания трапеции относятся как 3 : 5, а средняя линия равна 32 см. Найдите основания трапеции.

- 3.° Боковые стороны трапеции равны 7 см и 12 см. Чему равен периметр трапеции, если в нее можно вписать окружность?
- 4.° Основания равнобокой трапеции равны 3 см и 7 см, а диагональ делит тупой угол трапеции пополам. Найдите периметр трапеции.
- 5.° Найдите углы четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle ADB = 43^\circ$, $\angle ACD = 37^\circ$, $\angle CAD = 22^\circ$.
- 6.** Докажите, что если диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны, то ее высота равна средней линии трапеции.

Контрольная работа № 3

Тема. Теорема Фалеса. Подобие треугольников

- 1.° На рисунке 162 $AB \parallel CD$, $MA = 12$ см, $AC = 4$ см, $BD = 6$ см. Найдите MB .

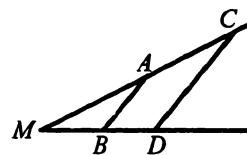


Рис. 162

- 2.° Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причем сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 . Найдите неизвестные стороны этих треугольников, если $AB = 8$ см, $BC = 10$ см, $A_1B_1 = 4$ см, $A_1C_1 = 6$ см.
- 3.° Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC , $AB = 12$ см, $BK = 8$ см, $CK = 18$ см. Найдите AC .
- 4.° В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O , $BC : AD = 3 : 5$, $BD = 24$ см. Найдите BO и OD .
- 5.° Стороны треугольника равны 4 см, 7 см и 8 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 57 см.
- 6.** Через точку M , находящуюся на расстоянии 15 см от центра окружности радиусом 17 см, проведена хорда, которая делится точкой M на отрезки, длины которых относятся как 1 : 4. Найдите длину этой хорды.

Контрольная работа № 4

Тема. *Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.
Теорема Пифагора*

- 1.° Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит ее на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите катеты треугольника.
 - 2.° В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 13 см, а один из катетов — 12 см. Найдите периметр треугольника.
 - 3.° Диагонали ромба равны 12 см и 16 см. Найдите сторону ромба.
 - 4.° Высота BM равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) делит сторону AC на отрезки $AM = 15$ см и $CM = 2$ см. Найдите основание BC треугольника.
 - 5.° Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на прямую равны 9 см и 16 см. Найдите расстояние от точки до прямой, если одна из наклонных на 5 см больше другой.
 - 6.°° Окружность, вписанная в прямоугольную трапецию, делит точку касания большую боковую сторону на отрезки длиной 4 см и 25 см. Найдите высоту трапеции.
-

Контрольная работа № 5

Тема. *Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного
треугольника. Решение прямоугольных треугольников*

- 1.° В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AB = 25$ см, $BC = 20$ см. Найдите:
1) $\cos B$; 2) $\operatorname{tg} A$.
- 2.° В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) $AB = 15$ см, $\sin A = 0,6$. Найдите катет BC .
- 3.° Найдите значение выражения $\sin^2 16^\circ + \cos^2 16^\circ - \sin^2 60^\circ$.
- 4.° Основание равнобедренного треугольника равно 12 см, а высота, проведенная к основанию, — 8 см. Найдите синус, косинус и тангенс угла при основании треугольника.

-
- 5.° В треугольнике ABC высота BD делит сторону AC на отрезки AD и DC , $BC = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$. Найдите сторону AC треугольника.
- 6.** Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне и образует с основанием трапеции угол α . Найдите высоту трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен R .
-

Контрольная работа № 6

Тема. *Многоугольники. Площадь многоугольника*

- 1.° Чему равна сумма углов выпуклого семиугольника?
- 2.° Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 12 см, а высота, проведенная к ней, — 7 см.
- 3.° Найдите площадь равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 15 см, а высота, проведенная к основанию, — 9 см.
- 4.° Боковая сторона равнобокой трапеции равна $10\sqrt{2}$ см и образует с основанием угол 45° . Найдите площадь трапеции, если в нее можно вписать окружность.
- 5.° Найдите площадь ромба, сторона которого равна 20 см, а одна из диагоналей на 8 см больше другой.
- 6.** Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см. Найдите площадь треугольника.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Параллелограмм и его виды

- 1.° В четырехугольнике $ABCD$ проведена диагональ BD (рис. 163), $\angle CBD = \angle ADB$, $\angle ABD = \angle BDC$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.
- 2.° Одна из сторон прямоугольника в 5 раз больше другой, а его периметр равен 36 см. Найдите стороны прямоугольника.
- 3.° Сторона ромба образует с одной из его диагоналей угол 68° . Найдите углы ромба.
- 4.° В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке P . Отрезок AP меньше отрезка BP в 6 раз. Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 14$ см.
- 5.° Из вершины тупого угла B ромба $ABCD$ опущена высота BK на сторону AD . Угол KBD равен 15° . Найдите высоту BK , если периметр ромба равен 32 см.
- 6.** Прямая, пересекающая диагональ BD параллелограмма $ABCD$ в точке E , пересекает его стороны AB и CD в точках M и K соответственно, причем $ME = KE$. Докажите, что четырехугольник $BKDM$ — параллелограмм.

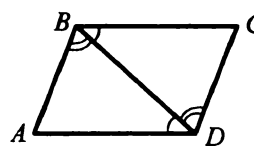


Рис. 163

Контрольная работа № 2

Тема. Средняя линия треугольника. Трапеция. Вписанные и описанные четырехугольники

- 1.° Стороны треугольника равны 10 см, 12 см и 14 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
- 2.° Основания трапеции относятся как 4:7, а средняя линия равна 44 см. Найдите основания трапеции.

- 3.° Основания трапеции равны 6 см и 12 см. Чему равен периметр трапеции, если в нее можно вписать окружность?
- 4.° Основания равнобокой трапеции равны 8 см и 10 см, а диагональ делит острый угол трапеции пополам. Найдите периметр трапеции.
- 5.° Найдите углы четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle CBD = 48^\circ$, $\angle ACD = 34^\circ$, $\angle BDC = 64^\circ$.
- 6.** Докажите, что если высота равнобокой трапеции равна ее средней линии, то диагонали трапеции перпендикулярны.

Контрольная работа № 3

Тема. Теорема Фалеса. Подобие треугольников

- 1.° На рисунке 164 $MN \parallel KP$, $NP = 20$ см, $PO = 8$ см, $MK = 15$ см. Найдите KO .
- 2.° Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причем сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 . Найдите неизвестные стороны этих треугольников, если $BC = 5$ см, $AB = 6$ см, $B_1C_1 = 15$ см, $A_1C_1 = 21$ см.
- 3.° Отрезок CD — биссектриса треугольника ABC , $AC = 12$ см, $BC = 18$ см, $AD = 10$ см. Найдите BD .
- 4.° В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O , $BO : OD = 2 : 3$, $AC = 25$ см. Найдите AO и OC .
- 5.° Стороны треугольника равны 3 см, 6 см и 8 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, у которого сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 22 см.
- 6.** Через точку P , лежащую внутри окружности, проведена хорда, которая делится точкой P на отрезки, длины которых равны 4 см и 5 см. Найдите расстояние от точки P до центра окружности, если ее радиус равен 6 см.

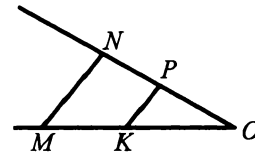


Рис. 164

- 5.° Высота BD треугольника ABC делит сторону AC на отрезки AD и DC , $AB = 12$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$. Найдите сторону AC треугольника.
- 6.** Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне, а угол между боковой стороной и большим основанием трапеции равен α . Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если ее высота равна h .

Контрольная работа № 6

Тема. *Многоугольники. Площадь многоугольника*

- 1.° Чему равна сумма углов выпуклого восьмиугольника?
- 2.° Основания трапеции равны 8 см и 4 см, а ее высота — 3 см. Найдите площадь трапеции.
- 3.° Основание равнобедренного треугольника равно 16 см, а боковая сторона — 17 см. Найдите площадь треугольника.
- 4.° Угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины тупого угла, равен 60° . Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 8 см и 14 см.
- 5.° Найдите площадь ромба, сторона которого равна 50 см, а разность диагоналей — 20 см.
- 6.** Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит катет на отрезки длиной 6 см и 10 см. Найдите площадь треугольника.

**ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ
К ТРЕНИРОВОЧНЫМ УПРАЖНЕНИЯМ**

Вариант 1

12. 7 см, 5 см. 13. 18 см, 24 см. 14. 12 см. 16. 1) 30° ; 2) 150° . 18. 12 см.

21. *Указание.* Постройте параллелограмм, у которого данная точка — точка пересечения диагоналей, а две стороны лежат на сторонах угла.

22. *Указание.* Постройте треугольник, две стороны которого — данные, а третья равна удвоенной данной медиане. 30. 4 см. 39. 48 см.

41. 6 см и 12 см. *Указание.* Докажите, что треугольники CBK и DAK — равнобедренные. 42. *Указание.* Пусть CK — медиана треугольника ACB ($\angle ACB = 90^\circ$). На продолжении отрезка CK за точку K отложите отрезок $KM = CK$. Докажите, что четырехугольник $ACBM$ — прямоугольник. 43. *Указание.* Воспользуйтесь результатом задачи 42.

44. 24 см. 45. 24 см. *Указание.* Докажите, что угол между диагональю прямоугольника и его большей стороной равен 30° .

54. 84° и 96° . 55. 1) 60° и 120° ; 2) 16 см. 57. *Указание.*

Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются под прямым углом. 60. *Указание.* Расположите линейку так, чтобы концы отрезка лежали на ее сторонах. Проведите параллельные прямые через концы отрезка (рис. 165). Докажите, что четырехугольник $ACBD$ —

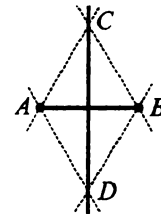


Рис. 165

ромб. 64. 2 см. 65. 24 см. 67. 12 см. 69. *Указание.*

Пусть $ABCD$ — квадрат, который нужно построить (рис. 166). Задача сводится к построению прямоугольного равнобедренного треугольника BAD по разности гипотенузы BD и катета AD . Отложи-

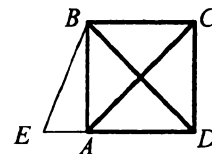


Рис. 166

те на луче DA за точку A отрезок $AE = BD - AD$. Треугольник DBE — равнобедренный ($BD = DE$) и $\angle BED = \angle DBE = \frac{180^\circ - \angle ADB}{2} = 67,5^\circ$.

Тогда треугольник BAE можно построить по катету AE и углу E .
71. 9 см. **74.** Параллелограмм, 10 см. **78.** Ромб, 64 см. **80.** Указание. Проведите через данные точки прямые, параллельные отрезкам, соединяющим эти точки. **81.** Указание. Проведите $AM \parallel OD$, где M — точка пересечения AM и OC . Постройте на сторонах угла COD треугольник, для которого отрезок AM — средняя линия. **88.** $64^\circ, 64^\circ, 116^\circ, 116^\circ$. Указание. Докажите, что диагональ трапеции является биссектрисой ее острого угла. **91.** $76^\circ, 104^\circ, 128^\circ$. **92.** $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$. **96.** 11 см и 27 см. **97.** 9 см и 23 см. **98.** 12 см. **99.** 30 см. **100.** 13 см. Указание. Докажите, что диагональ трапеции образует с основанием угол 45° . **102.** Указание. Пусть $ABCD$ — трапеция с основаниями BC и AD , которую нужно построить. Через вершину C трапеции проведем $CK \parallel AB$, точка K принадлежит большему основанию AD . Треугольник KCD можно построить по трем сторонам. **111.** 8,5 см. **122.** 60° . **125.** 37° . Указание. $\angle DCK = \angle DMK = 53^\circ$. **126.** $24^\circ, 78^\circ, 78^\circ$. **128.** Указание. Докажите, что $\angle ABD = \angle ABC = 90^\circ$. **129.** $64^\circ, 58^\circ, 58^\circ$, или $52^\circ, 64^\circ, 64^\circ$ или $116^\circ, 32^\circ, 32^\circ$. Указание. Для остроугольного треугольника рассмотрите случаи, когда AB — боковая сторона треугольника и когда AB — основание треугольника. Рассмотрите также случай тупоугольного треугольника. **132.** 1) Нет; 2) да. **133.** $40^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 60^\circ$. **134.** 61° . **135.** Вне трапеции. **137.** 14 см. **139.** Указание.

Докажите, что $BE \parallel DF$, и воспользуйтесь теоремой Фалеса. **140.** 2 см. Указание. На рисунке 167

$$CC_1 = CC_2 - C_1C_2 = \frac{BB_2}{2} - C_1C_2. \quad \mathbf{141.} \text{ 3 см.}$$

142. Указание. Проведите $BK \parallel CD$. **143.** 7 см, 8 см, 9 см. **144.** 4 см, 8 см. **147.** 2 см. **148.** 68 см.

152. 4 : 3. Указание. Проведите через точку D прямую, параллельную BE , пересекающую AC в

точке K . Тогда $AE : EK = AF : FD$ и $EK = KC$. **153.** 21 : 10. Указание.

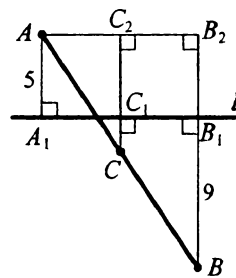


Рис. 167

Проведите через точку E прямую, параллельную AD . 154. 8 см.

155. 4 см. *Указание.* Искомое расстояние равно $\frac{1}{3}$ высоты, проведен-

ной к основанию треугольника. 160. 1) 3,5 см, 3 см, 1,5 см; 2) 14 см, 12 см, 6 см; 3) 28 см, 24 см, 12 см; 4) 35 см, 30 см, 15 см. 162. 15 см,

35 см, 40 см и 21 см, 49 см, 56 см. 166. 20 см. 167. 2 см. 168. 2,5 см и 4,5 см. 174. 15 см, 20 см. 177. 1,5 см и 4,5 см. 178. 6 см. 179. 3 см и

6 см. 180. 2 см. *Указание.* $AK^2 = AE \cdot AF$. 181. 4 см. 189. 1,5 см,

1,25 см. 194. 6 см, $2\sqrt{13}$ см. 195. 9 см, 1 см, 6 см. 197. 16 см, 36 см,

12 см. 201. $2\sqrt{10}$ см. 208. 10 см, 24 см, 26 см. 210. $4\sqrt{10}$ см. 212. 15 см,

15 см, 24 см. 214. 7 см или 17 см. 215. 13 см и 15 см. 217. 9 см, 15 см.

220. 21 см и 28 см. 221. 9 см. 222. $12\sqrt{17}$ см. *Указание.* Проведите

медиану к основанию. Используйте то, что медианы треугольника делятся точкой пересечения в отношении 2 : 1, считая от вершины.

225. 12 см. *Указание.* Пусть высота делит среднюю сторону на отрезки длиной x см и $(14 - x)$ см. Тогда $13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$.

226. 18 см и 32 см. 228. 12 см. *Указание.* $AB^2 = O_2K^2 = O_1O_2^2 - O_1K^2$

(рис. 168). 229. 12 см. 247. $c(\sin \alpha - \cos \alpha \operatorname{tg} \beta)$. 249. $\frac{m}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$; $m \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

250. 8 см. 251. $2\sqrt{2}$ см, $(8 + 2\sqrt{2})$ см.

259. Нет. 260. 11 сторон, 44 диагонали.

274. $5,76 \text{ см}^2$. 275. *Указание.* Постройте прямоугольный треугольник, катеты

которого равны сторонам данных квадратов. 276. *Указание.* Постройте

отрезок $m = \sqrt{ab}$. 293. 7,2 см. 297. *Указание.* $S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD}$,

$S_{COD} = S_{ACD} - S_{AOD}$. 298. 78 см^2 . 299. 108 см^2 . 300. 120 см^2 .

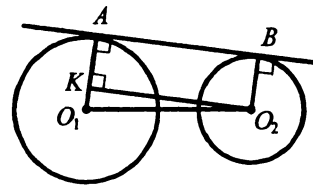


Рис. 168

301. 180 см^2 . 303. 120 см^2 . 304. $(6\sqrt{3} + 9) \text{ см}^2$. 305. 80 см^2 . 308. $7 : 4$.
 311. 216 см^2 . 312. 5070 см^2 . 314. *Указание.* Искомая прямая BE делит сторону AD параллелограмма $ABCD$ в отношении $1 : 4$, считая от точки D . 315. *Указание.* Высота, проведенная к боковой стороне искомого треугольника, равна высоте, проведенной к равной ей стороне данного треугольника. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, проведенной к ней. 316. $(2\sqrt{3} - 3) \text{ см}^2$.
 320. 2 см и 10 см . 325. 256 см^2 . 329. 312 см^2 . 330. $75\sqrt{3} \text{ см}^2$.
 333. 264 см^2 . 334. 180 см^2 . 336. 198 см^2 . 337. 198 см^2 .

Вариант 2

12. 22 см . 13. 6 см , 15 см . 14. 50 см . 16. 1) 126° ; 2) 54° . 18. 32 см .
 35. *Указание.* Докажите, что точки D , O и B лежат на одной прямой. Для этого надо доказать равенство треугольников AOD и BOC .
 40. 21 см и 27 см . *Указание.* Сумма соседних сторон прямоугольника равна 48 см . 41. 90° . 43. 16 см . 44. *Указание.* Точка X — основание перпендикуляра, опущенного из точки C на сторону AB . 45. $3 : 1$.
 54. 68° , 112° . 55. 30° , 150° . 65. 8 см . 69. *Указание.* Задача сводится к построению прямоугольного равнобедренного треугольника ABC по сумме катета и гипотенузы (рис. 169). Продлите катет CB за точку B на длину AB . Треугольник ADC можно построить ($CD = AB + CB$, $\angle ADB = 22,5^\circ$), откуда получим сторону AC квадрата. 74. Прямоугольник, 64 см . 75. *Указание.* Докажите, что $EF \parallel AC$ и $FK \parallel BD$. 76. 1) Ромб; 2) прямоугольник. 77. 16 см ,

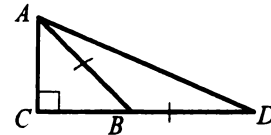


Рис. 169

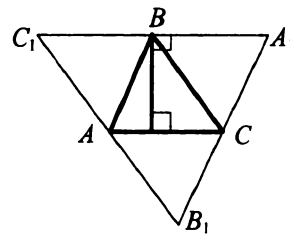


Рис. 170

квадрат. 78. Ромб, 30° . 79. *Указание.* Докажите, что $AC = C_1B = BA_1$ (рис. 170). 80. *Указание.* Постройте треугольник по стороне, равной расстоянию между двумя данными точками, и двум прилежащим углам, равным данным углам. 91. $70^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 110^\circ$. 92. $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$. 96. 8 см. 97. 68 см. 98. 8 см. 99. 26 см. 100. 40 см. *Указание.* Докажите, что высота трапеции равна полусумме оснований. 101. 57 см. 108. 10 см, 16 см. 110. *Указание.* Докажите, что высота трапеции, проведенная из вершины тупого угла, равна большему из отрезков, на которые она делит большее основание. 122. 252° и 108° . 125. 58° . *Указание.* $\angle PAE = \angle PKE = 16^\circ$. 126. $86^\circ, 8^\circ, 86^\circ$. 128. *Указание.* Углы CED и CFD — постоянные. 129. $58^\circ, 58^\circ, 64^\circ$, или $61^\circ, 61^\circ, 58^\circ$ или $29^\circ, 29^\circ, 122^\circ$. 132. 1) Да; 2) нет. 133. $144^\circ, 86^\circ, 36^\circ, 94^\circ$. 134. 63° . 135. Внутри трапеции. 137. 12 см. 141. 12 см. *Указание.* Проведите $CD \perp AB, KP \perp AB$, точки D и P принадлежат AB . Докажите, что $AB = 4KP$. 143. 1 см, 13 см. 144. 9 см. 147. 12 см. 152. $5 : 2$. 153. $3 : 2$. *Указание.* Проведите $MK \parallel AN$, точка K принадлежит BC . $CN : NK = CO : OM = 3 : 1$. Тогда $NK : KB = 3 : 2$. 154. 4 см. 155. 3 см. 160. 1) 20 см, 44 см, 56 см; 2) 25 см, 55 см, 70 см; 3) 15 см, 33 см, 42 см; 4) 10 см, 22 см, 28 см. 162. 32 см, 64 см, 56 см и 24 см, 48 см, 42 см. 166. 15 см. 167. 12 см. 168. 15 см. 174. 14 см, 18 см. 177. 12 см. 178. 3 см. 179. 3 см и 12 см. 180. 5 см. 181. 16 см. 189. 8 см, 10 см. 194. 3 см, $\sqrt{10}$ см. 195. 12 см, $4\sqrt{13}$ см, $6\sqrt{13}$ см. 197. 4 см, 16 см, 4 см. 201. 35 см. 209. 4 см. 210. 10 см. 211. 10 см, 10 см, 12 см. 214. $(24 - 10\sqrt{3})$ см или $(24 + 10\sqrt{3})$ см. 215. $2\sqrt{6}$ см. 217. 10 см, 24 см, 26 см. 220. 168 см. 222. 7,5 см. 225. 9,6 см. *Указание.* Пусть трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$) — данная. Через точку C проведите прямую, которая параллельна диагонали BD и пересекает прямую AD в точке E . Тогда четырехугольник $BCED$ — параллелограмм, $CE = BD$, $AE = AD + BC$, а задача нахождения высоты трапеции сводится к нахождению

высоты треугольника ACE . 226. $9\sqrt{5}$ см, $9\sqrt{5}$ см, $3\sqrt{5}$ см, $15\sqrt{5}$ см.
228. 8 см. 247. $m(\cos \alpha \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \sin \alpha)$. 249. $2a \cos \frac{\alpha}{2}$; $2a \sin \frac{\alpha}{2}$.
250. $2\sqrt{57}$ см. 251. 11 см, $5\sqrt{2}$ см. 255. Нет. 259. Нет. 260. 15 сторон;
90 диагоналей. 274. 4 см^2 . 275. *Указание.* Постройте прямоугольный
треугольник, гипотенуза которого равна стороне большего квадрата, а
один из катетов — стороне меньшего. 276. *Указание.* Постройте
отрезок $m = \sqrt{2ab}$, где a и b — стороны данного прямоугольника.
293. $9\frac{3}{13}$ см. 298. 312 см^2 . 299. 1200 см^2 . 300. 240 см^2 . 301. 156 см^2 .
303. 240 см^2 . 304. $16\sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) \text{ см}^2$. 305. 37 см^2 . 308. 4 : 7. 311. 600 см^2 .
312. 600 см^2 . 314. *Указание.* Искомая прямая BE делит сторону AD
параллелограмма $ABCD$ в отношении 3 : 1, считая от точки A .
315. *Указание.* Высота искомого равнобедренного треугольника,
проведенная к основанию, равна высоте данного треугольника, про-
веденной к выбранной стороне. 316. $(4 - 2\sqrt{3}) \text{ см}^2$. 320. 7 см и 16 см.
325. 192 см^2 . 329. 114 см^2 . 330. $48\sqrt{3} \text{ см}^2$. 333. 306 см^2 . 334. 320 см^2 .
337. 162 см^2 .

Содержание

От авторов.....	3
Тематическое распределение тренировочных упражнений	4
Тренировочные упражнения	5
Вариант 1.....	5
Вариант 2.....	36
Вариант 3.....	67
Контрольные работы	98
Вариант 1.....	98
Вариант 2.....	102
Ответы и указания к тренировочным упражнениям	106
Вариант 1.....	106
Вариант 2.....	109

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович, ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович,
РАБІНОВИЧ Юхим Михайлович, ЯКІР Михайло Семенович

ЗБІРНИК задач і контрольних робіт з геометрії для 8 класу
Російською мовою

Для середнього шкільного віку

Редактор *Г. Ф. Висоцька*; Художник *С. Е. Кулинич*;
Комп'ютерна верстка *О. О. Удалов*; Коректор *Т. Є. Цента*

Підписано до друку 26.08.2009 р. Формат 60х90/16. Гарнітура шкільна.
Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 7,0.
Замов. № 373

Видавництво ТОВ ТО «Гімназія»
61052, м. Харків, вул. Восьмого Березня, 31, 8-057-758-83-93

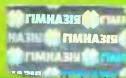
Віддруковано з готових позитивів
в друкарні ПП «Модем»
м. Харків, 8-057-758-15-80


А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
Е. М. Рабинович
М. С. Якир

8

ГЕОМЕТРИЯ

СБОРНИК ЗАДАЧ
И КОНТРОЛЬНЫХ
РАБОТ



 ГІМНАЗІЯ

