

Домашняя работа по алгебре за 9 класс

к учебнику «Алгебра. 9 класс»
Ю.Н. Макарычев и др., М.: «Просвещение», 1999 г.

учебно-практическое
пособие

1.

a) $f(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + 10 = 7$;

б) $f(0) = -3 + 10 = -3 \cdot 0^2 + 10 = 10$;

в) $f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 10 = -3 \cdot \frac{1}{9} + 10 = 9\frac{2}{3}$.

2.

a) $f(0) = \frac{0 - 0,5}{0 + 0,5} = \frac{-0,5}{0,5} = -1$;

б) $f(1,5) = \frac{1,5 - 0,5}{1,5 + 0,5} = \frac{1}{2}$;

в) $f(-1) = \frac{-1 - 0,5}{-1 + 0,5} = \frac{-1,5}{-0,5} = 3$.

3.

a) $f(5) = 5^3 - 10 = 125 - 10 = 115$.

б) $f(4) = 4^3 - 10 = 64 - 10 = 54$.

в) $f(2) = 2^3 - 10 = 8 - 10 = -2$.

г) $f(-3) = (-3^3) - 10 = -27 - 10 = -37$.

4.

1) $\varphi(0) = 0^2 + 0 + 1 = 1$;

2) $\varphi(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$;

3) $\varphi(2) = 2^2 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7$;

4) $\varphi(3) = 3^2 + 3 + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$;

$\varphi(0) + \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(3) = 0^2 + 0 + 1 + 1^2 + 1 + 1 + 2^2 + 2 + 1 + 3^2 + 3 + 1 = 1 + 3 + 7 + 13 = 24$.

5.

a) $-5x + 6 = 17$; $-5x = 17 - 6$; $x = \frac{11}{-5} = -2,2$.

б) $-5x + 6 = -3$; $5x = 6 + 3$; $5x = 9$; $x = 1\frac{4}{5}$.

в) $-5x + 6 = 0$; $5x = 6$; $x = 1\frac{1}{5}$.

6.

a) $x(x+4) = 0$; $x_1 = 0$, $x+4 = 0$; $x_2 = -4$.

б) $\frac{x+1}{5-x} = 0$; $\begin{cases} x+1 = 0 \\ 5-x \neq 0 \end{cases}$; $x = -1$.

7.

а) $\frac{4}{6+x} = 1; 4 = 1 \cdot (6+x); 4-6=x; x=-2.$

б) $\frac{4}{6+x} = -0,5; 4 = -0,5(6+x); 8 = -6-x; x = -14.$

в) $\frac{4}{6+x} = 0; 4 = (6+x) \cdot 0; 4 = 0; \text{нет решений.}$

8.

а) $0,5x-4=-5, 0,5x=-1, x = -\frac{1}{0,5}, x=-2.$

б) $0,5x-4=0, 0,5x=4, x = \frac{4}{0,5}, x=8.$

в) $0,5x-4=2,5, 0,5x=6,5, x = \frac{6,5}{0,5}, x=13.$

9.

а) Область определения – все числа.

б) Область определения – все числа.

в) $5-x \neq 0, x \neq 5.$ Область определения – все числа, кроме 5.

г) $(x-4)(x+1) \neq 0; x-4 \neq 0; x \neq 4$ и $x+1 \neq 0; x \neq -1.$ Область определения – все числа, кроме $x=5; x=-1.$

д) $x^2+1=0$ — нет решений. Область определения – все числа.

е) $x-5 \geq 0; x \geq 5.$ Область определения: $x \geq 5.$

10.

а) $y=10x;$

б) $y = \frac{6}{5x-35}$

11.

а) Область определения – все числа.

б) $1+x \neq 0; x \neq -1.$ Функция не определена при $x=-1.$

в) $9+x \geq 0; x \geq -9.$ Функция определена при всех $x \geq -9.$

12.

а) $g(-4)=-3; g(-1)=-2; g(1)=3; g(5)=3;$

б) $g(x)=y$ при $x \approx 1,3, x \approx 4,4; g(x)=-4$ при $x=-3; g(x)=0$ при $x=-5, x=0;$

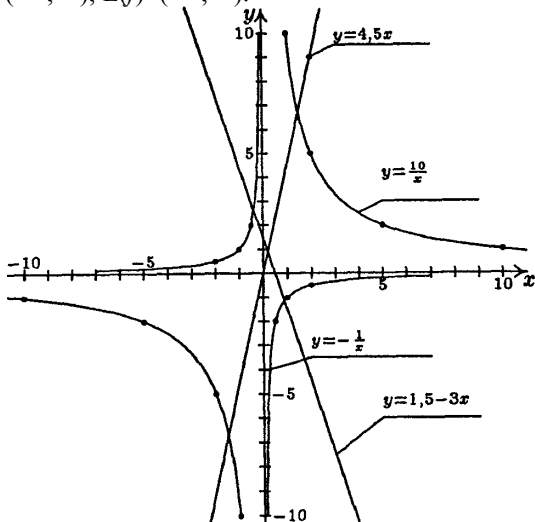
в) Наибольшее значение функции равно 6 при $x=3;$ наименьшее значение равно -4 при $x=-3.$

г) Область значений: $[-4; 6].$

13.

а) $D(f)=(-\infty; \infty)$; $E(f)=(-\infty; \infty)$.

б) $D(f)=(-\infty; \infty)$; $E(f)=(-\infty; \infty)$.



в) $D(f)=(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$; $E(f)=(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

г) $D(f)=(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$; $E(f)=(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

14.

1) $y=x^2$: $D(y)=\mathbb{R}$, $E(y)=[0; +\infty)$.

2) $y=x^3$: $D(y)=\mathbb{R}$, $E(y)=\mathbb{R}$.

3) $y=\sqrt{x}$: $D(y)=[0; +\infty)$, $E(y)=[0; +\infty)$.

15.

а) $y=\frac{2}{x}$; б) $y=-\frac{2}{x}$; в) $y=\frac{x}{2}$; г) $y=\frac{x}{2}-2$; д) $y=2-\frac{x}{2}$.

16.

При $x=0$ $y=-1$, при $x=\frac{1}{2}$ имеем $y=0$, значит, искомая функция $y=2x-1$.

17.

а) $|x|=3,5$ при $x=3,5$ или $x=-3,5$; б) $|x|<2$ при $x\in(-2; 2)$;

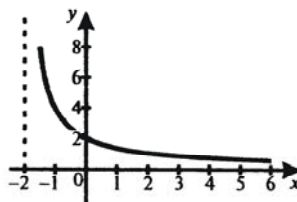
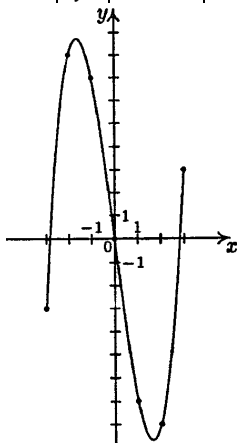
в) $|x|\geq 4$ при $x\in[4; \infty)$ или $x\in(-\infty; -4]$.

Наименьшее значение функции достигается при $x=0$ и равно 0; наибольшего значения нет; $E(y)=[0; +\infty)$.

18.

a) $E(f) = (-8; 8); x \in [-3; 3]$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	8	7	0	-7	-8	3



б) $E(f) = (0,5; 8); x \in [-1,5; 6]$

x	-1,5	-1	0	1	3	4	5	6
y	8	4	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$

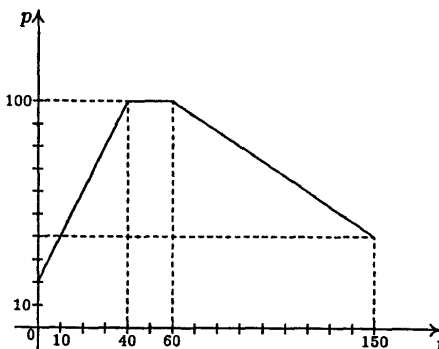
19.

$$p(20) = 2 \cdot 20 + 20 = 60;$$

$$p(40) = 100;$$

$$p(50) = 100;$$

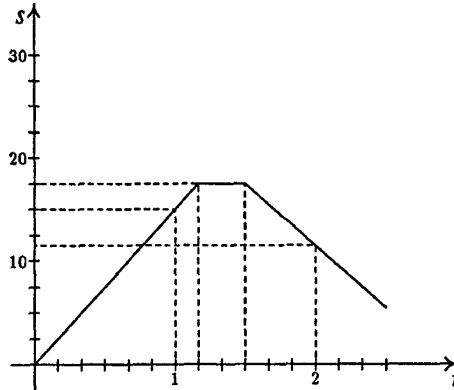
$$p(60) = -\frac{2}{3} \cdot 60 + 140 = -40 + 140 = 100; \quad p(90) = -\frac{2}{3} \cdot 90 + 140 = -60 + 140 = 80.$$



На промежутке времени $[0, 40]$ вода нагревается, на $[40; 60]$ — вода кипит, на промежутке времени $[60; 150]$ — остывает.

20.

$$s(0)=15 \cdot 0=0; s(1)=15 \cdot 1=15; s(1,4)=17,5; s(2)=-12 \cdot 2+35,5-24=11,5.$$



Велосипедист 1 ч 10 мин ехал в одну сторону, потом 20 мин стоял, а потом 1 час ехал в обратную сторону.

21.

а) $-0,5(3x-4)+15x=4(1,5x+1)+3; -1,5x+2+15x=6x+4+3; 7,5x=5;$
 $x=\frac{5}{7,5}=\frac{2}{3}.$

б) $(2x-3)(2x+3)-x^2=12x-69+3x^2; 4x^2-6x+6x-9-x^2=12x-69+3x^2;$
 $4x^2-x^2-3x^2-12x=9-69; -12x=-60; x=5.$

22.

а) $6x^2-3x=0; 3x(2x-1)=0; 3x=0; x_1=0$ или $2x-1=0; x_2=\frac{1}{2}.$

б) $x^2+9x=0; x(x+9)=0; x_1=0, x+9=0; x_2=-9.$

в) $x^2-36=0; x^2=36; x_{1,2}=\pm\sqrt{36}; x_1=6; x_2=-6.$

г) $5x^2+1=0; 5x^2=-1; x^2=-\frac{1}{5}.$ Нет решений, т.к. квадрат любого

числа больше или равен нулю.

д) $0,5x^2-1=0; 0,5x^2=1; x^2=2; x_{1,2}=\pm\sqrt{2}; x_1=\sqrt{2}; x_2=-\sqrt{2}.$

е) $0,6x+9x^2=0; x(0,6+9x)=0; x_2=0; 9x+0,6=0; x=\frac{-0,6}{9}; x_1=-\frac{1}{15}.$

23.

а) $x^2+7x+12=0$; $D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1$; $x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{1}}{2\cdot 1}=\frac{-7\pm 1}{2}$; $x_1=-4$,
 $x_2=-3$.

б) $x^2-2x-35=0$; $D=(2)^2-4\cdot 1\cdot (-35)=144$; $x_{1,2}=\frac{2\pm 12}{2}$ $x_1=-5$, $x_2=7$.

в) $2x^2-5x-3=0$; $D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot (-3)=49$; $x_{1,2}=\frac{5\pm 7}{4}$, $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=3$.

г) $3x^2-8x+5=0$; $D=(-8)^2-4\cdot 3\cdot 5=4$; $x_{1,2}=\frac{8\pm 2}{6}$, $x_1=1$, $x_2=1\frac{2}{3}$.

24.

а) $[0;6]$;

б) $[14;16]$;

в) $[6;14]$.

25.

В промежутке времени от 0 до 13 мин вода нагревалась от 20°C до 100°C , затем остывала до 70°C в промежутке от 13 до 28 мин. Время наблюдения — 28 мин. Наибольшее значение температуры равно 100°C .

26.

а) $f(x)=0$ при $x=-5$; -3 ; 1 ; 4 .

б) $f(x)>0$ при $-7\leq x<-5$, $-3<x<1$ и $4<x\leq 5$; $f(x)<0$ при $-5<x<-3$ и $1<x<4$.

в) $f(x)$ возрастает при $-4<x<-1$ и $2<x<5$, убывает при $-7<x<-4$ и $-1<x<2$

27.

Функция $g(x)$ определена на промежутке $[-5; 5]$; возрастает при $x\in[-5; 0)$ и $(2; 5]$, убывает при $x\in(0; 2)$, отрицательна при $x\in[-5; 3)$, положительна при $-3<x\leq 5$, при $x=-3$ равна нулю. Наименьшее значение $g(-5)=-4$, наибольшее $-g(5)=6$.

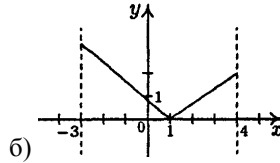
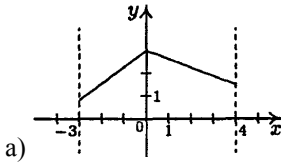
28.

Функция имеет 4 нуля. $g(x)=0$ при $x=-8$; -2 ; 4 ; 8 .

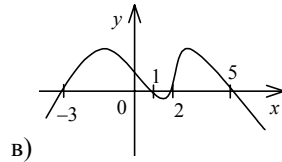
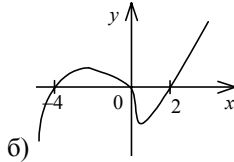
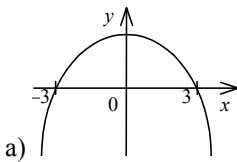
а) $g(x)<0$ при $x\in[-10; -8)\cup(-2; 4)\cup(8; 10]$.

б) $g(x)$ убывает при $x\in(-5; 0)\cup(6; 10)$.

29.



30.



31.

a) $-0,8x+12=0$; $-0,8x=-12$; $x = \frac{-12}{-0,8} = 15$.

б) $(3x-10)(x+6)=0$; $3x-10=0$, или $x+6=0$; т.е. $x_1=3\frac{1}{3}$; $x=-6$.

в) $4+2x=0$ и $x^2+5\neq 0$; $2x=-4$; $x=-2$.

г) нулей нет.

32.

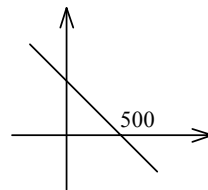
а) У уравнения $2,1x-70=0$ существует решение ($x=33\frac{1}{3}$), значит, функция имеет один нуль.

б) Уравнение $4x(x-2)=0$ имеет 2 решения ($x=0$ и $x=2$), значит, функция имеет два нуля.

в) У уравнения $\frac{6-x}{x}=0$ существует одно решение ($x=6$), следовательно, функция имеет один нуль.

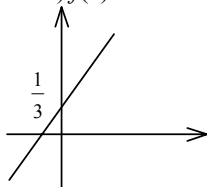
33.

а) $f(x)=-0,7x+350$
 1) $f(x)=0 \Rightarrow -0,7x+350=0$; $-0,7x=-350$;
 $x = \frac{-350}{-0,7} = 500$.
 2) $f(x)>0 \Rightarrow -0,7x+350>0$; $-0,7x+350>0$;
 $-0,7x>-350$; $x<500$; $x < \frac{-350}{-0,7} = 500$.



3) $f(x) < 0 \Rightarrow -0,7x + 350 < 0; -0,7x < -350; x > 500.$

б) $f(x) = 30x + 10$



1) $f(x) = 0 \Rightarrow 30x + 10 = 0; 30x = -10; x = \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$

2) $f(x) > 0 \Rightarrow 30x + 10 > 0; 30x > -10; x > \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$

3) $f(x) < 0 \Rightarrow 30x + 10 < 0; 30x < -10; x < \frac{-10}{30} = -\frac{1}{3}.$

34.

$y = 8x - 5$ ($k = 8 > 0$) — возрастающая;

$y = -3x + 11$ ($k = -3 < 0$) — убывающая;

$y = -49x - 100$ ($k = -49 < 0$) — убывающая;

$y = x + 1$ ($k = 1 > 0$) — возрастающая;

$y = 1 - x$ ($k = -1 < 0$) — убывающая.

35.

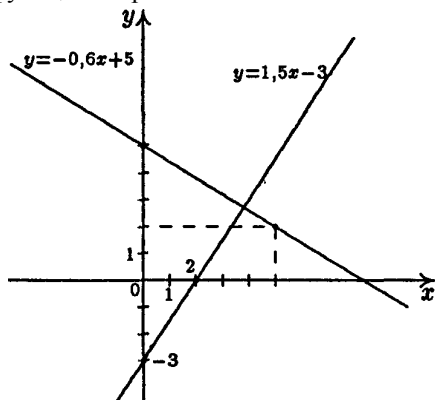
а) $y = 1,5x - 3$ — линейная возрастающая функция, ее график — прямая.

1) $y = 0 \Rightarrow 1,5x - 3 = 0; 1,5x = 3; x = 2.$

2) $y > 0 \Rightarrow 1,5x - 3 > 0; x > \frac{3}{1,5}; x > 2.$

3) $y < 0 \Rightarrow 1,5x - 3 < 0; 1,5x < 3; x < \frac{3}{1,5}; x < 2.$

4) $k = 1,5 > 0 \Rightarrow$ функция возрастает.



б) $y = -0,6x + 5$ — линейная убывающая функция, ее график — прямая

$$1) y=0 \Rightarrow -0,6x+5=0; -0,6x=-5; x=\frac{-5}{-0,6}=8\frac{1}{3}.$$

$$2) y>0 \Rightarrow -0,6x+5>0; -0,6x>-5; x<\frac{-5}{-0,6}; x<8\frac{1}{3}.$$

$$3) y<0 \Rightarrow -0,6x+5<0; -0,6x<-5; x>\frac{-5}{-0,6}; x>8\frac{1}{3}.$$

36.

а) $y=1,6x$ — график функции — прямая, $k>0$

1) $y=0$ при $x=0$

2) $y>0$ при $x>0$

3) $y<0$ при $x<0$

4) функция возрастает

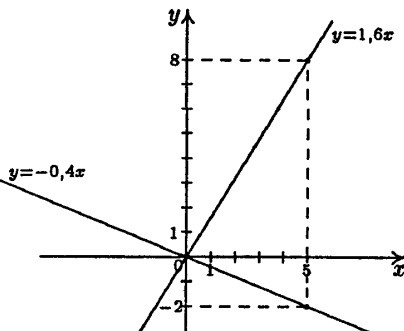
б) $y=-0,4x$ — графиком функции является прямая, $k<0$

1) $y=0$ при $x=0$

2) $y>0$ при $x<0$

3) $y<0$ при $x>0$

4) функция убывает



37.

а) $f(x)=0 \Rightarrow 13x-78=0; 13x=78; x=\frac{78}{13}; x=6.$

б) $f(x)>0 \Rightarrow 13x-78>0; 13x>78; x>\frac{78}{13}; x>6.$

в) $f(x)<0 \Rightarrow 13x-78<0; 13x<78; x<\frac{78}{13}; x<6.$

$k=13>0 \Rightarrow$ функция возрастающая.

38.

$y=x^2$; $D(y)=\mathbb{R}$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x\neq 0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.

$y=x^3$; $D(y)=\mathbb{R}$, $E(y)=\mathbb{R}$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x>0$; $y<0$ при $x<0$; функция возрастает при всех x .

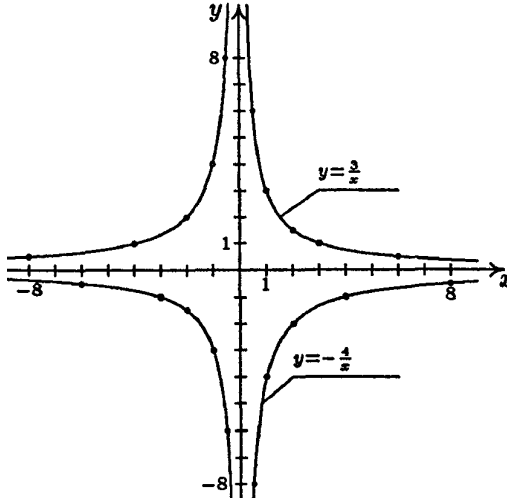
$y=\sqrt{x}$; $D(y)=[0; +\infty)$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при всех x ; функция возрастает при всех $x \in D(y)$.

$y=|x|$; $D(y)=\mathbb{R}$, $E(y)=[0; +\infty)$; $y=0$ при $x=0$; $y>0$ при $x\neq 0$; функция возрастает при $x>0$ и убывает при $x<0$.

39.

a) $y = \frac{3}{x}$

- 1) $x \neq 0 \Rightarrow$ нулей нет;
- 2) $k=3>0 \Rightarrow y>0$ при $x>0$;
- 3) $k=3>0 \Rightarrow y<0$ при $x<0$;
- 4) $k=3>0 \Rightarrow$ функция убывает на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.



б) $y = -\frac{4}{x}$

- 1) $y \neq 0 \Rightarrow$ нулей нет;
- 2) $k=-4<0 \Rightarrow y>0$ при $x<0$;
- 3) $k=-4<0 \Rightarrow y<0$ при $x>0$;
- 4) $k=-4<0 \Rightarrow$ функция возрастает на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

40.

а) $0,6x^2 - 3,6x = 0$; $0,6x(x-6) = 0$; $x_1 = 0$ или $x-6=0$; $x_1 = 6$.

б) $x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$.

в) $2x^2 + 17x = 0$; $x(2x+17) = 0$; $x=0$ или $2x+17=0$; $x_2=0$, $2x=-17$;
 $x = -\frac{17}{2}$; $x_1 = -8,5$.

г) $0,5x^2 + 9 = 0$; $0,5x^2 = -9$; $x^2 = -\frac{9}{0,5}$. Нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

41.

а) $g(2) = \frac{1}{2^2+5} = \frac{1}{4+5} = \frac{1}{9}$; $g(-2) = \frac{1}{(-2)^2+5} = \frac{1}{4+5} = \frac{1}{9} \Rightarrow g(2) = g(-2)$.

б) $g(2) = \frac{2}{2^2+5} = \frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{-2}{(-2)^2+5} = -\frac{2}{9}$; т.е. $g(2) > g(-2)$.

в) $g(2) = \frac{-2}{2^2+5} = \frac{-2}{4+5} = -\frac{2}{9}$; $g(-2) = \frac{-(-2)}{(-2)^2+5} = \frac{2}{4+5} = \frac{2}{9}$; т.е. $g(2) < g(-2)$.

42.

а) $4x - x^3 = x(4 - x^2) = (4 - x^2)x = (2+x)(2-x)x$.

б) $a^4 - 169a^2 = (a^2 - 169)a^2 = (a+13)(a-13)a^2$.

в) $c^3 - 8c^2 = (c-8)c^2$.

43.

Сначала решим уравнение $x^2 - 6x + 7 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8$;

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2}$; $x_1 = 3 + \sqrt{2}$, $x_2 = 3 - \sqrt{2}$. Следовательно, корнем уравнения

является $3 - \sqrt{2}$.

44.

а) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$; $x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$; $x_1 = -3$, $x_2 = 2$.

б) $9x^2 - 9x + 2 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 9$; $x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{18}$; $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$.

в) $0,2x^2 + 3x - 20 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 0,2 \cdot (-20) = 25$; $x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{0,4}$ $x_1 = 5$, $x_2 = -20$.

г) $-2x^2 - x - 0,125 = 0$, $16x^2 + 8x + 1 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1 = 0$;

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 0}{32} = -\frac{1}{4}$.

д) $0,1x^2 + 0,4 = 0$; $0,1x^2 = -0,4$; $x^2 = \frac{-0,4}{0,1}$; $x^2 = -4$; Нет решений, т.к.

квадрат любого числа есть число неотрицательное.

е) $-0,3x^2 + 1,5x = 0$; $-3x = 0$; $x_1 = 0$; $x - 5 = 0$; $x_2 = 5$.

45.

а) $10x^2 + 5x - 5 = 0$; $2x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9$; $x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4}$;

$$x_1 = \frac{-1-3}{4} = -1, x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } -2x^2 + 12x - 18 = 0; x^2 - 6x + 9 = 0; D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0; x = \frac{6+0}{2} = 3.$$

$$\text{в) } x^2 - 2x - 4 = 0; D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20; x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}; x_1 = 1 + \sqrt{5},$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}.$$

$$\text{г) } 12x^2 - 12 = 0; 12(x^2 - 1) = 0; x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = \pm \sqrt{1}; x_1 = 1, x_2 = -1.$$

46.

$$\text{а) } D = (-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4 > 0, \text{ два корня.}$$

$$\text{б) } D = 6^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0, \text{ один корень.}$$

$$\text{в) } D = 6^2 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = -20 < 0, \text{ нет корней.}$$

$$\text{г) } D = 5^2 - 4 \cdot 3 = 13 > 0, \text{ два корня.}$$

47.

$$\text{а) } D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 64 > 0. D = (-4)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 3 = 64 > 0; \text{ два корня.}$$

$$\text{б) } D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = -32 < 0; \text{ нет корней.}$$

$$\text{в) } D = 144 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 0; \text{ один корень.}$$

$$\text{г) } D = 144 - 4 \cdot 9 \cdot (-4) = 288 > 0; \text{ два корня.}$$

48.

$$\text{а) } x^2 - 6x - 2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 - 2 = (x-3)^2 - 11$$

$$\text{б) } x^2 + 5x + 20 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2,5 + (2,5)^2 - (2,5)^2 + 20 = (x+2,5)^2 + 13,75.$$

$$\text{в) } 2x^2 - 4x + 10 = 2(x^2 - 2x + 5) = 2(x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 + 5) = 2(x-1)^2 + 8.$$

$$\text{г) } \frac{1}{2}x^2 + x - 6 = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 12) = \frac{1}{2}(x^2 + 2 \cdot 1 + 1^2 - 1^2 - 12) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 6,5.$$

49.

$$\text{а) } x^2 - 10x + 10 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 - 5^2 + 10 = (x-5)^2 - 15.$$

$$\text{б) } x^2 + 3x - 1 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 1 = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{13}{4}.$$

$$\text{в) } 3x^2 + 6x - 3 = 3(x^2 + 2x - 1) = 3(x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 - 1) = 3(x+1)^2 - 6.$$

$$\text{г) } \frac{1}{4}x^2 - x + 2 = \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 8) = \frac{1}{4}(x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 - 2^2 + 8) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1.$$

50.

$$\text{а) } x^2 - 6x + 10 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 + 10 = (x-3)^2 + 1 > 0.$$

$$\text{б) } 5x^2 - 10x + 5 = 5(x^2 - 2x + 1) = 5(x-1)^2 \geq 0.$$

$$\text{в) } -x^2 + 20x - 100 = -(x^2 - 20x + 100) = -(x-10)^2 \leq 0.$$

$$r) -2x^2+16x-33=-2(x^2-8x+\frac{33}{2})=-2(x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2-4^2+\frac{33}{2})=-2((x-4)^2+\frac{1}{2})=-2(x-4)^2-1<0.$$

51.

$$1) x^2-6x+11=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+11=(x-3)^2+2>0.$$

$$2) -x^2+6x-11=-(x^2-6x+11)=-((x-3)^2+2)<0$$

52.

$$2x^2-4x+6=2(x^2-2x+3)=2(x^2-2\cdot x\cdot 1+1^2-1^2+3)=2((x-1)^2+2)=2(x-1)^2+4.$$

При $x=1$ выражение $2x^2-4x+6$ принимает наименьшее значение, $2\cdot 1^2-4\cdot 1+6=2-4+6=4$.

53.

$$\frac{1}{3}x^2+2x+4=\frac{1}{3}(x^2+6x+12)=\frac{1}{3}(x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2-3^2+12)=\frac{1}{3}((x+3)^2+3)=$$

$$=\frac{1}{3}(x+3)^2+1. \text{ При } x=-3 \text{ выражение } \frac{1}{3}x^2+2x+4 \text{ принимает наимень-$$

$$\text{шее значение, } \frac{1}{3}(-3)^2+2(-3)+4=1.$$

54.

Пусть длина одного из катетов равна x см, тогда длина другого равна $(6-x)$ см. Найдем площадь тре-

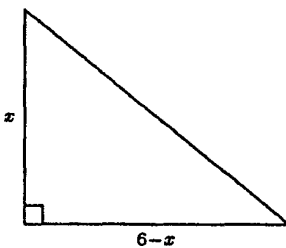
$$\text{угольника: } S(x)=\frac{1}{2}x(6-x)=\frac{1}{2}x^2+3x. \text{ Вы-}$$

$$\text{делим квадрат двучлена: } -\frac{1}{2}x^2+3x=$$

$$=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)=-\frac{1}{2}((x-3)^2-9)=$$

$$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}. \text{ Это выражение прини-}$$

мает наибольшее значение при $x=3$, а это означает, что треугольник равнобедренный.



55.

В соответствии с условием запишем квадратный трехчлен $h(t)$:

$$-5t^2+50t+20=-5(t^2-10t-4)=-5(t^2-10t+25-25-4)=5(t-5)^2+5\cdot 29.$$

При $t=5$ выражение $-5t^2+50t+20$ принимает максимальное значение. В этом случае $h=h(5)=-5\cdot 25+250+20=270-125=145$ (м).

56.

a) $f(x)=0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}=0; 0,5x-1=0, 0,5x=1; x=\frac{1}{0,5}; x=2.$

б) $f(x)>0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}>0; 0,5x-1>0, 0,5x>1, x > \frac{1}{0,5}; x>2.$

в) $f(x)<0 \Rightarrow \frac{0,5x-1}{6}<0; 0,5x-1<0, 0,5x<1, x < \frac{1}{0,5}; x<2.$

57.

a) $l(0)=60, l(25)=60(1+0,000012 \cdot 25)=60(1+0,0003)=60+0,018=$
 $=60,018; l(25)-l(0)=60,018-60=0,018$ (м).

б) $l(25)=60,018, l(50)=60(1+0,000012 \cdot 50)=60(1+0,0006)=60+0,036=$
 $=60,036; l(50)-l(25)=60,036-60,018=0,018$ (м).

58.

a) $3(x+4)^2=10x+32; 3(x^2+8x+16)=10x+32; 3x^2+24x+48=10x+32;$
 $3x^2+14x+16=0; D=14^2-4 \cdot 3 \cdot 16=4; x_{1,2}=\frac{-14 \pm \sqrt{4}}{6}; x_1=-2 \frac{2}{3}, x_2=-2.$

б) $31x+77=15(x+1)^2; 31x+77=15(x^2+2x+1); 31x+77=15x^2+30x+15;$
 $15x^2-x-62=0; D=(-1)^2-4 \cdot 15 \cdot (-62)=3721; x_{1,2}=\frac{1 \pm \sqrt{3721}}{30}; x_1=-2,$
 $x_2=2 \frac{1}{15}.$

59.

a) $ab+3b-5a-15=-5(a+3)+b(a+3)=(b-5)(a+3).$

б) $2xy-y+8x-4=4(2x-1)+y(2x-1)=(4+y)(2x-1).$

60.

a) $3x^2-24x+21=0; x^2-8x+7=0; D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot 7=36; x_1=\frac{24-6}{6}=3,$
 $x_2=\frac{24+6}{6}=5. 3x^2-24x+21=3(x-3)(x-5).$

б) $5x^2+10x-15=0; x^2+2x-3=0; D=2^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16; x_1=\frac{-2-4}{2}=-3,$
 $x_2=\frac{-2+4}{2}=1. 5x^2+10x-15=5(x+3)(x-1).$

$$\text{в)} \quad \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 0; \quad x^2 + 3x + 2 = 0; \quad D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1; \quad x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2,$$

$$x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1. \quad \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(x+2)(x+1).$$

$$\text{г)} \quad x^2 - 12x + 24 = 0; \quad D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 48; \quad x_1 = \frac{12 - 4\sqrt{3}}{2} = 6 - 2\sqrt{3},$$

$$x_2 = \frac{12 + 4\sqrt{3}}{2} = 6 + 2\sqrt{3}. \quad x^2 - 12x + 24 = (x - 6 + 2\sqrt{3})(x - 6 - 2\sqrt{3}).$$

$$\text{д)} \quad -y^2 + 16y - 15 = 0; \quad y^2 - 16y + 15 = 0; \quad D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 196;$$

$$y_1 = \frac{16 - \sqrt{196}}{2} = 1, \quad y_2 = \frac{16 + \sqrt{196}}{2} = 15. \quad -y^2 + 16y - 15 = -(y-1)(y-15) = (1-y)(y-15).$$

$$\text{е)} \quad -x^2 - 8x + 9 = 0; \quad x^2 + 8x - 9 = 0; \quad D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 100; \quad x_1 = \frac{-8 - \sqrt{100}}{2} = -9,$$

$$x_2 = \frac{-8 + \sqrt{100}}{2} = 1. \quad -x^2 - 8x + 9 = -(x+9)(x-1) = (x+9)(1-x).$$

$$\text{ж)} \quad 2x^2 - 5x + 3 = 0; \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1; \quad x_1 = \frac{5-1}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2(x - \frac{3}{2})(x-1) = 2(x-1)(x - \frac{3}{2}) = (x-1)(2x-3).$$

$$\text{з)} \quad 5y^2 + 2y - 3 = 0; \quad D = 2^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 64; \quad y_1 = \frac{-2 + \sqrt{64}}{10} = \frac{3}{5}, \quad y_2 = \frac{-2 - \sqrt{64}}{10} = -1.$$

$$5y^2 + 2y - 3 = 5(y - \frac{3}{5})(y+1) = 5(y+1)(y - \frac{3}{5}) = (y+1)(5y-3)$$

$$\text{и)} \quad -2x^2 + 5x + 7 = 0; \quad 2x^2 - 5x - 7 = 0; \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81; \quad x_1 = \frac{5 - \sqrt{81}}{4} = -1,$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{81}}{4} = \frac{7}{2}. \quad -2x^2 + 5x + 7 = -2(x+1)(x - \frac{7}{2}) = (x+1)(7-2x).$$

61.

$$\text{а)} \quad 2x^2 - 2x + \frac{1}{2} = 2(x^2 - x + \frac{1}{4}) = 2(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) = 2(x - \frac{1}{2})^2$$

$$\text{б)} \quad -9x^2 + 12x - 4 = -(9x^2 - 12x + 4) = -(3^2x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + 2^2) = -(3x - 2)^2.$$

$$\text{в)} \quad 16a^2 + 24a + 9 = ((4a)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4a + 3^2) = (4a + 3)^2.$$

$$\text{г)} \quad 0,25m^2 - 2m + 4 = ((0,5m)^2 - 2 \cdot 2m \cdot 0,5 + 2^2) = (0,5 - 2)^2.$$

62.

a) $2x^2+12x-14=0; \Rightarrow x^2+6x-7; D=6^2-4\cdot1\cdot(-7)=64; x_1=\frac{-6-\sqrt{64}}{2}=-7, x_2=\frac{-6+\sqrt{64}}{2}=1. 2x^2+12x-14=2(x+7)(x-1).$

б) $-m^2+5m-6=0; m^2-5m+6=0; D=(-5)^2-4\cdot1\cdot6=1; m_1=\frac{5-1}{2}=2, m_2=\frac{5+1}{2}=3. -m^2+5m-6=-(m-2)(m-3)=(2-m)(m-3).$

в) $3x^2+5x-2=0; D=5^2-4\cdot3\cdot(-2)=49; x_1=\frac{-5-7}{6}=-2, x_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}. 3x^2+5x-2=3(x+2)(x-\frac{1}{3})=(x+2)(3x-1).$

г) $6x^2-13x+6=0; D=(-13)^2-4\cdot6\cdot6=25; x_1=\frac{13-5}{12}=\frac{2}{3}, x_2=\frac{13+5}{12}=\frac{3}{2}. 6x^2-13x+6=6(x-\frac{2}{3})(x-\frac{3}{2})=(3x-2)(2x-3).$

63.

a) $10x^2+19x-2=0; D=19^2-4\cdot10\cdot(-2)=441; x_1=\frac{-19-21}{20}=-2, x_2=\frac{-19+21}{20}=0,1. 10x^2+19x-2=10(x-0,1)(x+2).$

б) $0,5x^2-5,5x+15=0; x^2-11x+30=0; D=(-11)^2-4\cdot1\cdot30=1; x_1=\frac{11-1}{2}=5, x_2=\frac{11+1}{2}=6. 0,5x^2-5,5x+15=0,5(x-6)(x-5).$

64.

a) $-3y^2+3y+11=0; D=3^2-4\cdot(-3)\cdot11=141>0. \text{ Можно.}$

б) $4b^2-9b+7=0; D=(-9)^2-4\cdot4\cdot7=-31<0. \text{ Нельзя.}$

в) $x^2-7x+11=0; D=(-7)^2-4\cdot1\cdot11=5>0. \text{ Можно.}$

г) $3y^2-12y+12=0; D=(-12)^2-4\cdot3\cdot12=0. \text{ Можно.}$

65.

a) 1) $3x^2+2x-1=0$; $D=2^2-4\cdot 3\cdot(-1)=16$; $x_1=\frac{-2-4}{6}=-1$, $x_2=\frac{-2+4}{6}=\frac{1}{3}$.

$$3x^2+2x-1=3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+1)=(x+1)(3x-1).$$

2) $\frac{4x+4}{3x^2+2x-1}=\frac{4(x+1)}{(x+1)(3x-1)}=\frac{4}{3x-1}$.

б) 1) $2a^2-5a-3=0$; $D=5^2-4\cdot 2\cdot(-3)=49$; $a_1=\frac{5-7}{4}=-\frac{1}{2}$, $a_2=\frac{5+7}{4}=3$;

$$2a^2-5a-3=2\left(a+\frac{1}{2}\right)(a-3)=(2a+1)(a-3).$$

2) $\frac{2a^2-5a-3}{3a-9}=\frac{(2a+1)(a-3)}{3(a-3)}=\frac{2a+1}{3}$

в) 1) $b^2-b-12=0$; $D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-12)=49$; $a_1=\frac{1-7}{2}=-3$, $a_2=\frac{1+7}{2}=4$;

$$b^2-b-12=(b+3)(b-4).$$

2) $\frac{16-b^2}{b^2-b-12}=\frac{(4-b)(4+b)}{(b+3)(b-4)}=-\frac{(4+b)}{(b+3)}$

г) 1) $2y^2+7y+3=0$; $D=7^2-4\cdot 2\cdot 3=25$; $y_1=\frac{-7-5}{4}=-3$, $y_2=\frac{-7+5}{4}=-\frac{1}{2}$;

$$2y^2+7y+3=2\left(y+\frac{1}{2}\right)(y+3)=(y+3)(2y+1).$$

2) $\frac{2y^2+7y+3}{y^2-9}=\frac{(y+3)(2y+1)}{(y-3)(y+3)}=\frac{2y+1}{y-3}$.

д) 1) $p^2-11p+10=0$; $D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 10=81$; $p_1=\frac{11-9}{2}=1$,

$$p_2=\frac{11+9}{2}=10; p^2-11p+10=(p-1)(p-10).$$

2) $-p^2+8p+20=0$; $p^2-8p-20=0$; $D=(-8)^2-4\cdot(-20)=144$; $p_1=\frac{8-12}{2}=-2$,

$$p_2=\frac{8+12}{2}=10; -p^2+8p+20=-(p+2)(p-10).$$

$$\frac{p^2-11p+10}{20+8p-p^2}=\frac{(p-1)(p-10)}{(p-10)(p+2)}=-\frac{p-1}{p+2}.$$

66.

a) 1) $x^2 - 11x + 24 = 0$; $D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 25$; $x_1 = \frac{11 + 5}{2} = 8$,

$$x_2 = \frac{11 - 5}{2} = 3.$$

2) $\frac{x^2 - 11x + 24}{x^2 - 64} = \frac{(x - 8)(x - 3)}{(x - 8)(x + 8)} = \frac{x - 3}{x + 8}$

б) 1) $2y^2 + 9y - 5 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 121$; $y_1 = \frac{-9 - 11}{4} = -5$,

$$y_2 = \frac{-9 + 11}{4} = \frac{1}{2}. \quad 2y^2 + 9y - 5 = 2(y + 5)(y - \frac{1}{2}) = (y + 5)(2y - 1).$$

2) $\frac{2y^2 + 9y - 5}{4y^2 - 1} = \frac{(y + 5)(2y - 1)}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{y + 5}{2y + 1}$.

67.

a) 1) $x^2 - 7x + 6 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25$; $x_1 = \frac{7 - \sqrt{25}}{2} = 1$, $x_2 = \frac{7 + \sqrt{25}}{2} = 6$.

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6).$$

2) $\frac{36 - x^2}{6 - 7x + x^2} = \frac{(6 - x)(6 + x)}{(x - 1)(x - 6)} = \frac{6 + x}{-(x - 1)} = \frac{x + 6}{1 - x}$.

При $x = -9$, $\frac{6 + x}{1 - x} = \frac{-9 + 6}{1 - (-9)} = \frac{-3}{10} = -0,3$.

При $x = -99$, $\frac{6 + x}{1 - x} = \frac{-99 + 6}{1 - (-99)} = \frac{-93}{100} = -0,93$.

При $x = -999$, $\frac{x + 6}{1 - x} = \frac{-999 + 6}{1 - (-999)} = \frac{-993}{1000} = -0,993$.

б) 1) $4x^2 + 8x - 32 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-32) = 576$; $x_1 = \frac{-8 - 24}{8} = -4$,

$$x_2 = \frac{-8 + 24}{8} = 2. \quad 4x^2 + 8x - 32 = 4(x + 4)(x - 2).$$

2) $\frac{4x^2 + 8x - 32}{4x^2 - 16} = \frac{4(x + 4)(x - 2)}{4(x - 2)(x + 2)} = \frac{x + 4}{x + 2}$

При $x = -1$, $\frac{x + 4}{x + 2} = \frac{-1 + 4}{-1 + 2} = 3$.

При $x=5$, $\frac{x+4}{x+2} = \frac{5+4}{5+2} = 1 \frac{2}{7}$

При $x=10$, $\frac{x+4}{x+2} = \frac{10+4}{10+2} = 1 \frac{1}{6}$.

68.

Область определения функции $y=x-x$: $x \in (-\infty; +\infty)$ и имеет графиком прямую.

Функция $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$ не определена при $x=2$; решим уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$: $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$, откуда $x_1 = 2$, $x_2 = 4$ и $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$. Поэтому $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \frac{(x - 4)(x - 2)}{x - 2}$ при $x \neq 2$ совпадает с функцией $y = x - 4$ при всех значениях, кроме $x = 2$.

69.

а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 11x - 11 = 0$; $x^2 - 1 - 22x - 22 = 0$, $x^2 - 22x - 23 = 0$; $D = (-22)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-23) = 576$; $x_1 = \frac{22 - 24}{2} = -1$, $x_2 = \frac{22 + 24}{2} = 23$.

б) $\frac{x^2 + x}{2} - \frac{8x - 7}{3} = 0$; $\frac{3(x^2 + x) - 2(8x - 7)}{6} = 0$, $3x^2 + 3x - 16x + 14 = 0$; $x^2 - 13x + 14 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 1$; $x_1 = \frac{13 - 1}{6} = 2$, $x_2 = \frac{13 + 1}{6} = 2 \frac{1}{3}$.

70.

а) $4x^2 - 6x + 2xy - 3y = -3(2x + y) + 2x(2x + y) = (2x - 3)(2x + y)$.

б) $4a^3 + 2b^3 - 2a^2b - 4ab^2 = 4a(a^2 - b^2) + 2b(b^2 - a^2) = 4a(a^2 - b^2) - 2b(a^2 - b^2) = (a^2 - b^2)(4a - 2b) = 2(a - b)(a + b)(2a - b)$.

71.

С первого по 6-й день уровень воды возрастал от 0 до 6,2 дм, затем начал убывать и на 12-й день опустился до 4 дм.

72.

Функция $f(x)$ возрастает, проходя через III, II и I четверти, $g(x)$ убывает, проходя через II, I и IV четверти. Значит, точка пересечения графиков может оказаться или во II, или в I четверти. Так как $f(0) = 2, 1 < g(0) = 3$ во II четверти точек пересечения нет. Значит, графики пересекаются в I четверти.

73.

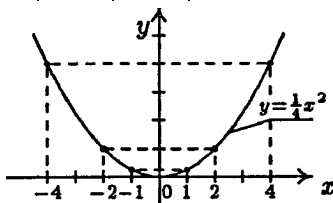
x	0	2	-2	-4	3	-3	-4
y	0	1	1	4	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{4}$	4

а) $x=-2,5; y=\frac{1}{4} \cdot 2,5^2 = 1,5625;$

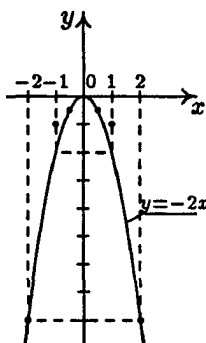
$x=-1,5; y=0,5625; x=3,5; y=3,0625.$

б) При $y=5$ $x \approx -4,6$ и $4,6$. При $y=3$ $x \approx -3,4$ и $3,4$. При $y=2$ $x \approx -2,8$ и $2,8$.

в) В $(-\infty; 0]$ — убывает; в $[0; \infty)$ — возрастает.



74.



x	0	1	2	-1	-2	$-\frac{1}{2}$
y	0	-2	-8	-2	-8	$-\frac{1}{2}$

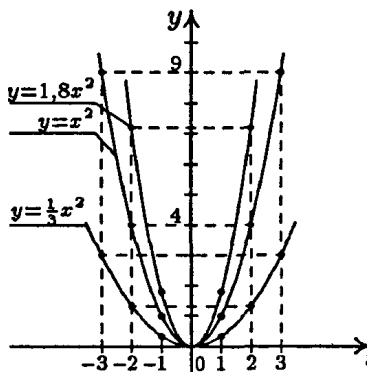
а) При $x=1,5$ $y \approx -4,5$. При $x=0,6$ $y \approx -0,7$.

При $x=1,5$ $y \approx 4,1$.

б) При $y=-1,5$ $x \approx -0,9$ и $0,9$. При $y=-3$ $x \approx -1,2$ и $1,2$. При $y=1,5$ $x \approx -1,6$ и $1,6$.

в) В $(-\infty; 0]$ — возрастает; в $[0; \infty)$ — убывает.

75.



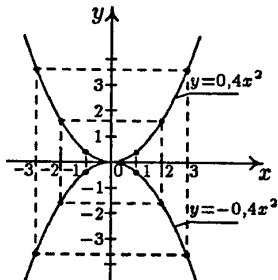
1)	x	0	1	2	3	-1	-2	-3
	y_1	0	1	4	9	1	4	9
2)	x	0	1	2	-1	-2		
	y_2	0	1,8	7,2	1,8	7,2		
3)	x	0	1	2	3	-1	-2	-3
	y_3	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	3

$y_2(0,5) > y_1(0,5) > y_3(0,5);$

$y_2(1) > y_1(1) > y_3(1);$

$y_2(2) > y_1(2) > y_3(2).$

76.



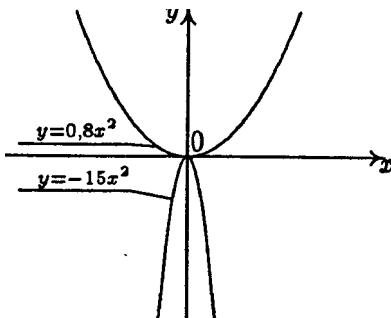
$$1) \begin{array}{c|ccccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & -2 & -3 \\ \hline y_1 & 0 & 0,4 & 1,6 & 3,6 & 0,4 & 1,6 & 3,6 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{c|ccccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & -2 & -3 \\ \hline y_2 & 0 & -0,4 & -1,6 & -3,6 & -0,4 & -1,6 & -3,6 \end{array}$$

$$E(y_1)=[0; \infty); E(y_2)=(-\infty; 0].$$

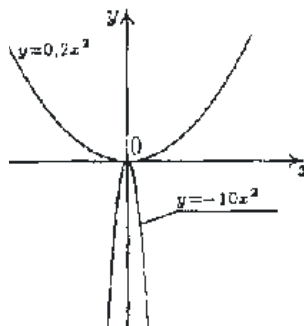
77.

- a) 1) При $x=0$ $y=0$;
- 2) при $x \neq 0$, то $y < 0$;
- 3) $y(x)=y(-x)$;
- 4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$;
- 5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$;
- 6) $E(y)=(-\infty; 0]$.
- б) 1) При $x=0$ $y=0$;
- 2) При $x \neq 0$ $y > 0$;
- 3) $y(x)=y(-x)$;
- 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$;
- 5) при $x=0$ функция принимает наименьшее значение $y=0$;
- 6) $E(y)=[0; \infty)$.



78.

- a) 1) При $x=0$ $y=0$;
- 2) При $x \neq 0$, то $y > 0$;
- 3) $y(x)=y(-x)$;
- 4) убывает в $(-\infty; 0]$, возрастает в $[0; \infty)$;
- 5) при $x=0$ функция достигает наименьшего значения $y=0$;
- 6) $E(y)=[0; \infty)$.
- б) 1) При $x=0$ $y=0$;
- 2) При $x \neq 0$ $y < 0$;
- 3) $y(x)=y(-x)$;
- 4) возрастает в $(-\infty; 0]$, убывает в $[0; \infty)$;
- 5) при $x=0$ функция принимает наибольшее значение $y=0$;
- 6) $E(y)=(-\infty; 0]$.



79.

а) $y=2x^2$; $y=50$. Приравняем: $50=2x^2$; $x^2=25$; $x=5$ или $x=-5$. Пересекаются.

б) $y=2x^2$; $y=100$. Приравняем: $100=2x^2$; $x^2=50$; $x=5\sqrt{2}$ или $x=-5\sqrt{2}$. Пересекаются.

в) $y=2x^2$; $y=-8$. Приравняем: $-8=2x^2$; $x^2=-4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное. Не пересекаются.

г) $y=14x-20$; $y=2x^2$. Приравняем: $2x^2=14x-20$; $2x^2-14x+20=0$; $x^2-7x+10=0$; $D=49-4\cdot 10=9$; $x=\frac{7+3}{2}=5$ или $x=\frac{7-3}{2}=2$. При $x=5$ $y=14\cdot 5-20=50$. Пересекаются.

80.

а) $y(1,5)=(-100)\cdot(1,5)^2=-225 \Rightarrow$ принадлежит;

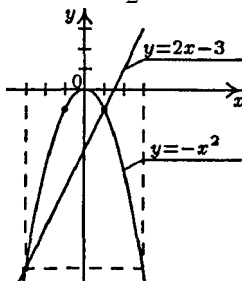
б) $y(-3)=(-100)\cdot(-3)^2=-900 \Rightarrow$ принадлежит;

в) $y(2)=-100\cdot 2^2=-400 \neq 400 \Rightarrow$ не принадлежит.

81.

$y=-x^2$; $y=2x-3$. Приравняем эти функции: $2x-3=-x^2$; $x^2+2x-3=0$;

$D=4-4\cdot(-3)=16$; $x_1=\frac{-2+4}{2}=1$, $x_2=\frac{-2-4}{2}=-3$.

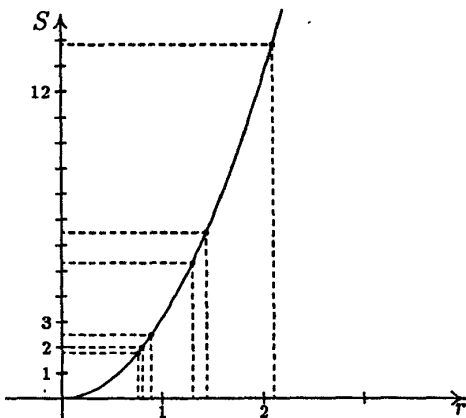


Если $x=1 \Rightarrow y=-1^2=-1$; если $x=-3 \Rightarrow y=-(-3)^2=-9$.

82.

График функции S — парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при r^2 положителен), ее вершина — в точке $(0, 0)$. Так как $r \geq 0$ получим график $S(r)$ ($r \geq 0$) — это правая половина параболы $y=\pi x^2$.

x	1	2	3
S	π	4π	9π

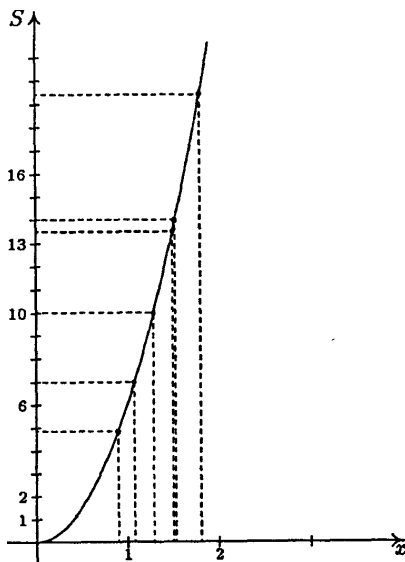


а) $S(1,3) \approx 5,3$, $S(0,8) \approx 2$, $S(2,1) \approx 13,8$.

б) $S(r) = 1,8$ при $r \approx 0,7$, $S(r) = 2,5$ при $r \approx 0,9$, $S(r) = 6,5$ при $r \approx 1,5$.

83.

Площадь поверхности куба есть сумма площадей его граней. Так как они — равные квадраты, их шесть; то $S(x) = 6x^2$. Так как x — ребро куба, то $x \geq 0$. Следовательно, график функции $y = S(x)$ — это половина параболы $y = 6x^2$, расположенная в первой координатной четверти.



x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2
y	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	6	$13\frac{1}{2}$	$16\frac{2}{3}$	24

а) $S(0,9) \approx 4,9$; $S(1,5) \approx 13,5$; $S(1,8) \approx 19,5$;

б) $S(x) = 7$ при $x \approx 1,2$; $S(x) = 10$ при $x \approx 1,3$; $S(x) = 14$ при $x \approx 1,6$.

84.

а) $3x^2 - 8x + 2 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 40 > 0$. Два корня.

б) $-\frac{1}{2}y^2 + 6y - 18 = 0$; $y^2 - 12y + 36 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 0$. Один ко-

рень.

в) $m^2 - 3m + 3 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -3 < 0$. Нет корней.

85.

а) 1) $10a^2 - a - 2 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-2) = 81$; $a_1 = \frac{1 - \sqrt{81}}{20} = -\frac{2}{5}$,

$a_2 = \frac{1 + \sqrt{81}}{20} = \frac{1}{2}$; $10a^2 - a - 2 = 10(a + \frac{2}{5})(a - \frac{1}{2}) = (5a + 2)(2a - 1)$.

2) $\frac{2a - 1}{10a^2 - a - 2} = \frac{(2a - 1)}{(2a - 1)(5a + 2)} = \frac{1}{5a + 2}$

б) 1) $6a^2 - 5a + 1 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 1$; $a_1 = \frac{5 - 1}{12} = \frac{1}{3}$, $a_2 = \frac{5 + 1}{12} = \frac{1}{2}$;

$6a^2 - 5a + 1 = 6(a - \frac{1}{3})(a - \frac{1}{2}) = (3a - 1)(2a - 1)$.

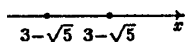
2) $\frac{6a^2 - 5a + 1}{1 - 4a^2} = \frac{(2a - 1)(3a - 1)}{-(2a - 1)(2a + 1)} = -\frac{(3a - 1)}{(2a + 1)} = \frac{1 - 3a}{1 + 2a}$.

86.

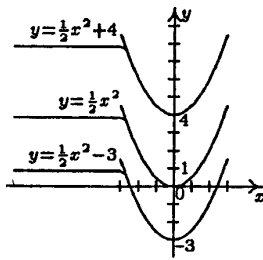
$(x+3)^2 - (x-3)^2 = (x-2)^2 + (x+2)^2$; $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4$;

$x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 - x^2 + 4x - 4 - x^2 - 4x - 4 = 0$; $-2x^2 + 12x - 8 = 0$; $x^2 - 6x + 4 = 0$;

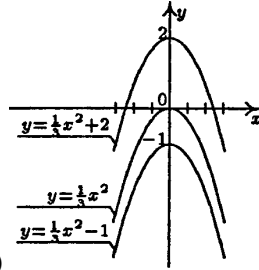
$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 20$; $x_1 = \frac{6 + \sqrt{20}}{2} = 3 + \sqrt{5}$; $x_2 = \frac{6 - \sqrt{20}}{2} = 3 - \sqrt{5}$,



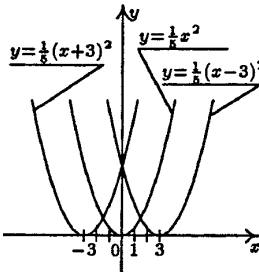
87.



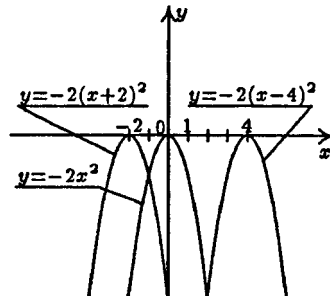
a)



б)

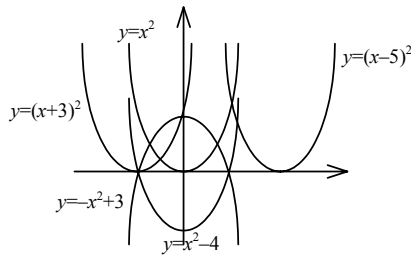


B)

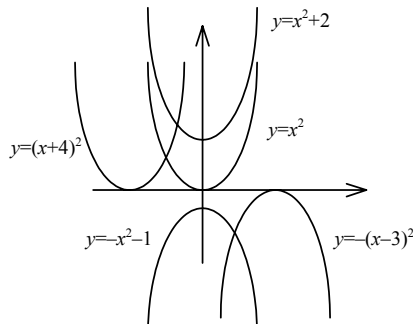


Г)

88.



89.



90.

а) График функции $y=10x^2+5$ – парабола, полученная из графика функции $y=10x^2$ сдвигом на 5 единиц вверх. Значит, график функции $y=10x^2+5$ расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y=-7x^2-3$ получается из графика $y=-7x^2$ сдвигом на 3 единицы вниз. Значит, график функции $y=-7x^2-3$ расположен в III и IV четвертях.

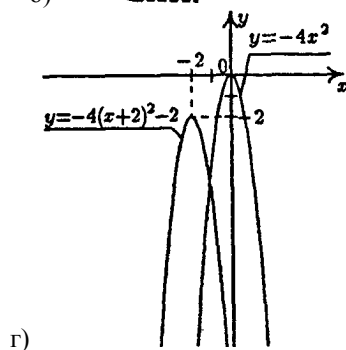
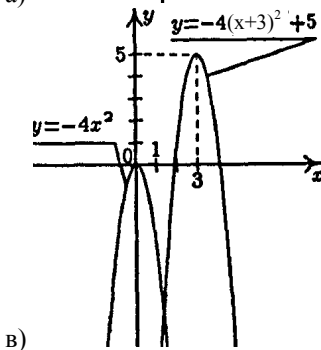
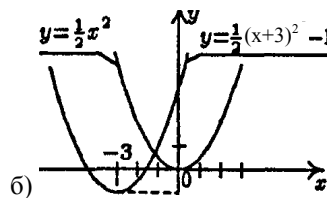
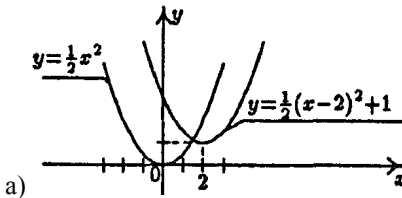
в) График функции $y=-6x^2+8$ – парабола, полученная из графика функции $y=-6x^2$ сдвигом вверх на 8 единиц. Значит, график функции $y=-6x^2+8$ расположен во всех четырех четвертях.

г) График функции $y=(x-4)^2$ – парабола, полученная из графика функции $y=x^2$ сдвигом вправо на 4 единицы. Поэтому график функции $y=(x-4)^2$ расположен в I и II четвертях.

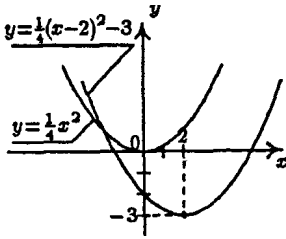
д) График функции $y=-(x-8)^2$ получается из параболы $y=-x^2$ сдвигом вправо на 8 единиц, значит, график функции $y=-(x-8)^2$ расположен в III и IV четвертях.

е) График функции $y=-3(x+5)^2$ получается из параболы $y=-x^2$ сдвигом на 5 единиц влево и растяжением в 3 раза по вертикали, поэтому график функции расположен в III и IV четвертях.

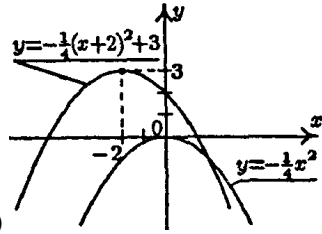
91.



92.

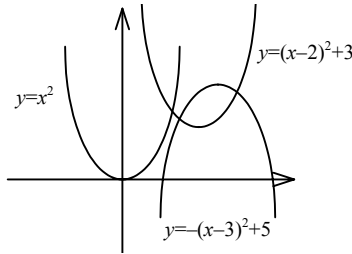


a)

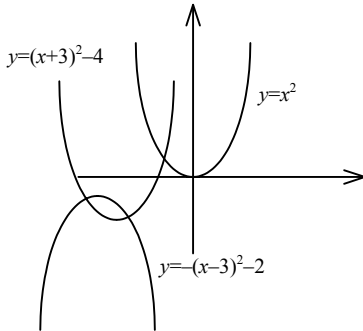


б)

93.



94.



95.

a) График функции $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2$ — это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x = -4, y = 0$.

б) График функции $y = \frac{1}{3}(x-4)^2$ — это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x = 4, y = -1$.

в) График функции $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$ – это парабола, у которой ветви направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x=0, y=4$.

г) График функции $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ – это парабола, у которой ветви направлены вниз, а вершина находится в точке с координатами $x=0, y=-2$.

96.

а) $y = 12x^2 - 3$; нуль функции: $12x^2 - 3 = 0$; $12x^2 = 3$; $x^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; $x_2 = \frac{1}{2}$,
 $x_1 = -\frac{1}{2}$.

б) $y = 6x^2 + 4$; нуль функции: $6x^2 + 4 = 0$; $6x^2 = -4$; $x^2 = -\frac{4}{6}$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.
в) $y = -x^2 - 4$; нуль функции: $-x^2 - 4 = 0$; $-x^2 = 4$; $x^2 = -4$. Нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

97.

$y = 0 \Rightarrow ax^2 + 5 = 0$; $ax^2 = -5$; $x^2 = \frac{-5}{a}$. Т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное, то $-\frac{5}{a} \geq 0 \Rightarrow a < 0$.

98.

а) $0,6a - (a + 0,3)^2 = 0,27$; $0,6a - a^2 - 0,6a - 0,09 - 0,27 = 0$; $-a^2 - 0,36 = 0$; $a^2 = -0,36$, нет корней, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $\frac{y^2 - 2y}{4} = 0,5y(6 - 2y)$; $y^2 - 2y = 2y(6 - 2y)$; $y^2 - 2y = 12y - 4y^2$; $y^2 - 2y - 12y + 4y^2 = 0$;
 $5y^2 - 14y = 0$; $y(5y - 14) = 0$; $y = 0$ или $5y - 14 = 0$, $5y = 14$, $y = \frac{14}{5} = 2,8$.

99.

а) $5x - 0,7 < 3x + 5,1$; $5x - 3x < 5,1 + 0,7$; $2x < 5,8$; $x < \frac{5,8}{2} = 2,9$.

б) $0,8x+4,5 \geq 5-1,2x$; $0,8x+1,2x \geq 5-4,5$; $2x \geq 0,5$; $x \geq \frac{0,5}{2} = 0,025$.

в) $2x+4,2 \leq 4x+7,8$; $2x-4x \leq 7,8-4,2$; $-2x \leq 3,6$; $x \geq \frac{3,6}{-2} = -1,8$.

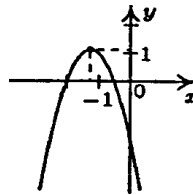
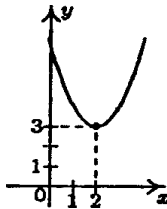
г) $3x-2,6 > 5,5x-3,1$; $3x-5,5x > -3,1+2,6$; $-2,5x > -0,5$; $x < \frac{-0,5}{-2,5} = 0,2$.

100.

$y(5)-y(2)=5^2-2^2=25-4=21$. $y(8)-y(5)=8^2-5^2=64-25=39$. Таким образом, приращение функции при изменении x от 2 до 5 меньше приращения функции при изменении x от 8 до 5.

101.

а) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$ $y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 + 7 = 3$, (2; 3) — координаты вершины $x=2$ — ось симметрии параболы.



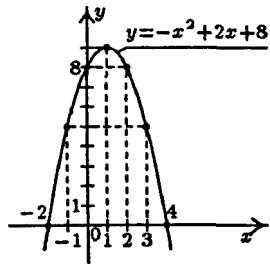
б) $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot (-2)} = -1 \frac{1}{4}$ $y_B = -2 \cdot (-\frac{5}{4})^2 - 5 \cdot (-\frac{5}{4}) - 2 = 1 \frac{1}{8}$,

$(-1 \frac{1}{4}; 1 \frac{1}{8})$ — координаты вершины; $x = -1 \frac{1}{4}$ — ось симметрии параболы.

102.

1) Т.к. коэффициент при x^2 отрицательный, то график функции $y = -x^2 + 2x + 8$ — параболы, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины:
 $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1$; $y_B = -1^2 + 2 \cdot 1 + 8 = 9$; (1; 9)
 — координаты вершины; $x=1$ — ось симметрии параболы.



3)

x	0	2	3	-1	-2	4
y	8	8	5	5	0	0

- а) При $x=2,5$ $y \approx 6,5$, при $x=-0,5$ $y \approx 6,5$, при $x=-3$ $y \approx -7$.
 б) При $y=6$ $x \approx -0,8$ и $2,8$, при $y=0$ $x=-2$ и 4 ; при $y=-2$ $x \approx -2,2$ и $4,4$.
 в) $x=-2; 4$ — нули функции; $y > 0$ при $x \in (-2; 4)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.
 г) Возрастает при $x \in (-\infty; 1]$; убывает при $x \in [1; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; 9]$.

103.

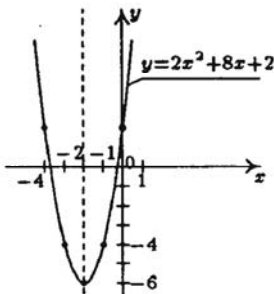
1) График функции $y=2x^2+8x+2$ — парабола, у которой ветви направлены вверх.

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot 2} = -2$;

$y_B = 2(-2)^2 + 8(-2) + 2 = -6$; $x = -2$ — ось симметрии.

3)

x	-1	-3	0	-4
y	4	-4	2	2



- а) При $x=-2,3$ $y \approx -5,8$, при $x=-0,5$ $y \approx -1,5$; при $x=1,2$ $y \approx 14,5$.
 б) При $y=-4$ $x=-1$ или 3 ; при $y=-1$ $x \approx -0,4$ или $-3,6$; при $y=1,7$ $x \approx -0,2$ или $-3,8$.
 в) $x=-2+\sqrt{3}$ и $x=-2-\sqrt{3}$ — нули функции; $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2-\sqrt{3}) \cup (-2+\sqrt{3}; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-2-\sqrt{3}; -2+\sqrt{3})$.
 г) Функция убывает при $x \in (-\infty; -2]$, возрастает при $x \in [-2; +\infty)$; при $x=-2$ функция достигает наименьшего значения, равного -6 .

104.

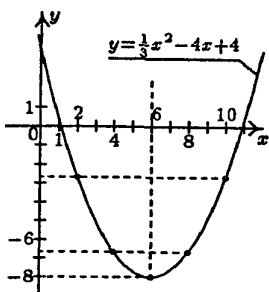
а) 1) Графиком функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины: $(6; -8)$; $x=6$ — ось.

3)

x	4	8	2	1	0	-1	3
-----	---	---	---	---	---	----	---

y	$-6\frac{2}{3}$	$-6\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	4	$8\frac{1}{3}$	-5
-----	-----------------	-----------------	-----------------	---------------	-----	----------------	------

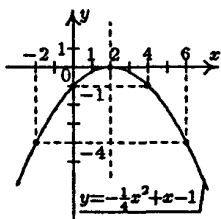


- а) $y=0$ при $x=6-2\sqrt{6}$; $6+2\sqrt{6}$;
- б) при $x=0$ $y=4$;
- в) график функции расположен в I, II, IV четвертях;
- г) график функции симметричен относительно оси $x=6$;
- д) возрастает при $x \in [6; +\infty)$, убывает при $x \in (-\infty; 6]$;
- е) наименьшее значение функции $y=-8$ при $x=6$; $E(y)=[-8; +\infty)$;

б) 1) Графиком функции $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Координаты вершины: (2; 0); $x=2$ – ось симметрии.

x	1	3	0	-2	-1	2
y	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-1	4	$-2\frac{1}{4}$	0

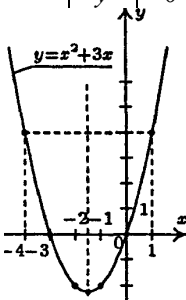


- а) При $x=0$ $y=-1$;
- б) при $x \neq 0$ $y < 0$;
- в) график функции симметричен относительно оси $x=2$;
- г) функция возрастает при $x \in (-\infty; 2]$, убывает при $x \in [2; +\infty)$;
- д) при $x=2$ функция достигает наибольшего значения, равного 0; $E(y)=(-\infty; 0]$.

в) 1) Графиком функции $y=x^2+3x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Координаты вершины: (-1,5; -2,25); $x=-1,5$ – ось.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	-2	-2	0	4	10	18



- а) При $x=0$ $y=0$;
- б) график функции расположен в I, II, III четвертях;
- в) график функции симметричен относительно оси $x=-1,5$;
- г) функция убывает при $x \in (-\infty; -1,5]$, возрастает при $x \in [-1,5; +\infty)$;

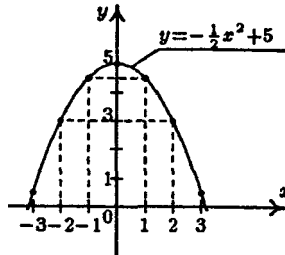
д) наименьшее значение, равное 2,25 функция достигает при $x=-1,5$; $E(y)=[-2,25; +\infty)$.

105.

а) 1) Графиком функции $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный). Найдем координаты вершины

$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = 0;$$

$$y_B = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 5 = 5; (0; 5).$$

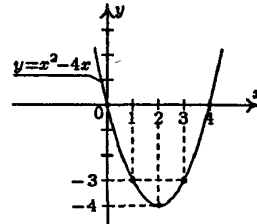


$$3) \begin{array}{c|cccccc} x & 1 & -1 & 2 & -2 & 0 \\ \hline y & 4,5 & 4,5 & 3 & 3 & 5 \end{array}$$

б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный). Найдем координаты вершины

$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2; y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4;$$

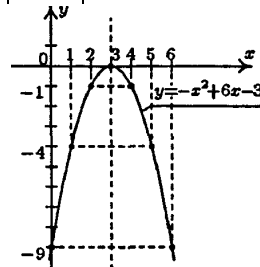
(2; -4).

$$3) \begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 1 & 4 & -1 & -2 & 2 \\ \hline y & 0 & -3 & 0 & 3 & 12 & 0 \end{array}$$


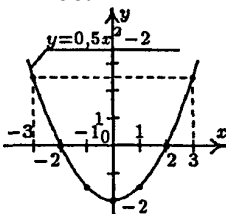
в) 1) Графиком функции $y=-x^2+6x-9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный). Найдем координаты вершины

$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} = 3; y_B = -3^2 + 6 \cdot 3 - 9 = 0;$$

(3; 0).

$$3) \begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & -3 & -4 & -1 & 0 & -1 & -4 \end{array}$$


106.



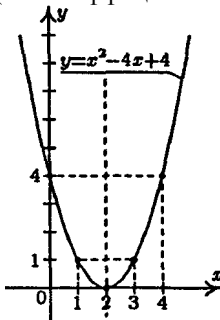
а) 1) Графиком функции $y=0,5x^2-2$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный). Найдем координаты вершины

$$2) \quad x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 0,5} = 0; \quad y_B = -0,5 \cdot 0^2 - 2 = -2;$$

(0; -2).

$$3) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 2\frac{1}{2} & 0 & -1,5 & -2 & -1,5 & 0 & 2\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

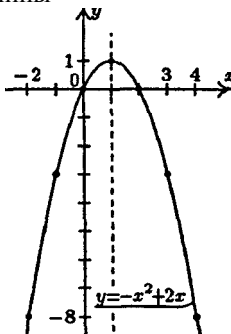
б) 1) Графиком функции $y=x^2-4x+4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к. коэффициент при x^2 положительный).



$$2) \quad x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2 \quad y_B = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0; \quad (2; 0).$$

$$3) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 9 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

в) 1) Графиком функции $y=-x^2+2x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).
Найдем координаты вершины



$$2) \quad x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot (-1)} = 1, \quad y_B = -1^2 + 2 \cdot 1 = -1 + 2 = 1; \quad (1; 1).$$

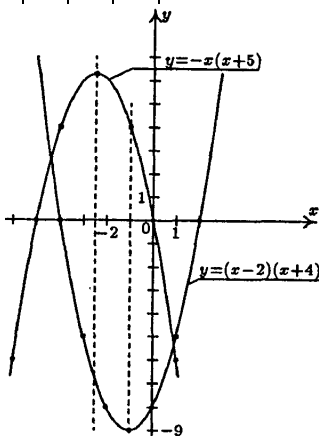
$$3) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & -15 & -8 & -3 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ \hline \end{array}$$

107.

а) 1) Графиком функции $y=(x-2)(x+4)=x^2+2x-8$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный). Найдем координаты вершины:

$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1, y_B = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 8 = -9; (-1; -9).$$

$$3) \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} x & 0 & -2 & -1 & 1 & 2 & -4 & 0 \\ \hline y & -8 & -8 & -9 & -5 & 0 & 0 & -8 \end{array}$$



б) 1) Графиком функции $y=-x(x+5)=-x^2-5x$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный). Найдем координаты вершины

$$2) x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot (-1)} = -2,5, y_B = (-2,5)^2 - 5 \cdot (-2,5) = 6,25; (-2,5; 6,25).$$

$$3) \begin{array}{c|c|c|c} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & 4 & 0 & -6 \end{array}$$

Используя симметрию относительно прямой $x=-2,5$ найдем еще три точки.

108.

На рисунке изображена парабола, у которой ветви направлены вверх значит, это не $y=-x^2-6$. Кроме того, нули изображенной функции расположены в точках $x=0$ и $x=6$ но $y=x^2+6x$ не обращается в нуль при $x=6$, а $y=\frac{1}{2}x^2-3x$ — обращается в нуль и при $x=0$, и при $x=6$.

Значит, искомая функция $-y=\frac{1}{2}x^2-3x$.

109.

$$1) 3a^2+5a-2=0; D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49; a_1=\frac{-5-7}{6}=-2, a_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3};$$

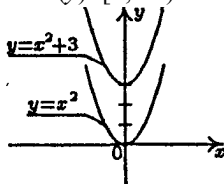
$$3a^2+5a-2=3\left(a-\frac{1}{3}\right)(a+2)=(3a-1)(a+2);$$

$$2) \frac{(1-3a)^2}{3a^2+5a-2} = \frac{(3a-1)^2}{(3a-1)(a+2)} = \frac{3a-1}{a+2}.$$

110.

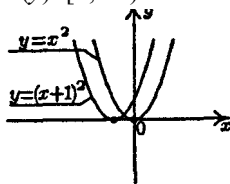
a) $y=x^2+3;$

$E(y)=[3;+\infty).$



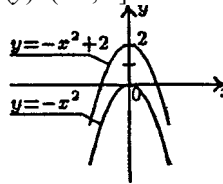
б) $y=(x+1)^2;$

$E(y)=[0;+\infty).$



в) $y=-x^2+2;$

$E(y)=(-\infty; 2].$



111.

a) $(x-1)^2+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+2; x^2-2x+1+x^2+2x+1=x^2+4x+4-2x+2;$
 $x^2+1+x^2+1-x^2-4x-4+2x-2=0; x^2-2x-4=0; D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-4)=20;$

$$x_1=\frac{2-2\sqrt{5}}{2}=1-\sqrt{5}, x_2=\frac{2+2\sqrt{5}}{2}=1+\sqrt{5}.$$

б) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2; 4x^2-9-1=5x+x^2-4x+4; 3x^2-x-14=0;$

$$D=(-1)^2-4\cdot 3\cdot(-14)=169; x_1=\frac{1-\sqrt{169}}{6}=-2, x_2=\frac{1+\sqrt{169}}{6}=2\frac{1}{3}.$$

112.

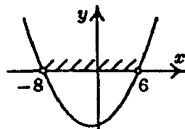
Обозначим площадь участка x га, тогда $35x$ (т) — соберут в первый раз $42x$ (т) — соберут во второй раз. Запишем уравнение: $35x+20=42x-50; 7x=70; x=10.$

113.

Пусть было x машин. Тогда $3,5x$ (т) — погрузили в первый раз $4,5x$ (т) — погрузили во второй раз. Запишем уравнение: $3,5x+4=4,5x-4; x=8.$

114.

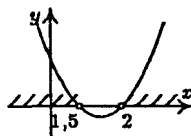
a) 1) График функции $y=x^2+2x-48$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $x^2+2x-48=0$; $D=2^2-4\cdot1\cdot(-48)=196$; $x_1=\frac{-2+\sqrt{196}}{2}=6$, $x_2=\frac{-2-\sqrt{196}}{2}=-8$.

3) $(-\infty; 6)$.

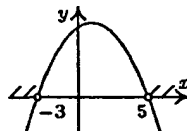
б) 1) График функции $y=2x^2-7x+6$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Найдем корни уравнения $2x^2-7x+6=0$;
 $D=(-7)^2-4\cdot2\cdot6=1$; $x_1=\frac{7-1}{4}=1,5$, $x_2=\frac{7+1}{4}=2$.

3) $(-\infty; 1,5)\cup(2; \infty)$.

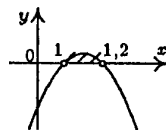
в) 1) График функции $y=-x^2+2x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-x^2+2x+15=0$;
 $D=2^2-4\cdot(-1)\cdot15=64$; $x=\frac{2+8}{2}=5$ или $x=\frac{2-8}{2}=-3$.

3) $(-\infty; -3)\cup(5; \infty)$.

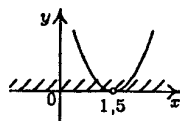
г) 1) График функции $y=-5x^2+11x-6$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-5x^2+11x-6=0$; $5x^2-11x+6=0$;
 $D=11^2-4\cdot(-5)\cdot(-6)=1$; $x=\frac{11+1}{10}=1,2$ или $x=\frac{11-1}{10}=1$.

3) $(1; 1,2)$.

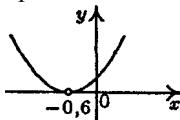
д) 1) График функции $y=4x^2-12x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $4x^2-12x+9=0$;
 $D=(-12)^2-4\cdot4\cdot9=0$; $x=\frac{12+0}{8}=1,5$

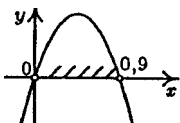
3) $(-\infty; 1,5)\cup(1,5; \infty)$.

е) 1) График функции $y=25x^2+30x+9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

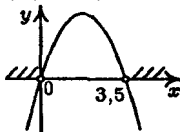


2) Решим уравнение $25x^2+30x+9=0$; $D=30^2-4\cdot25\cdot9=0$; $x=\frac{-30+0}{50}=-0,6$

3) нет решений

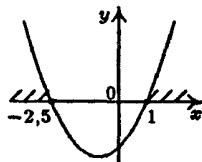


3) $(0; 0,9)$.

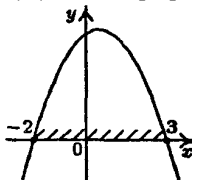


3) $(-\infty; 0) \cup (3,5; \infty)$.

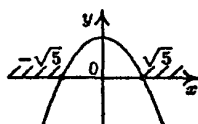
115.



3) $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$.



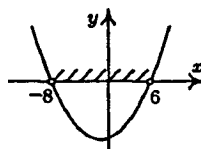
3) $[-2; 3]$



3) $(-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$

116.

а) 1) График функции $y=2x^2+13x-7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



ж) 1) График функции $y=-10x^2+9x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-10x^2+9x=0$; $x(-10x+9)=0$; $x=0$ или $-10x+9=0$; $10x=9$; $x=0,9$.

з) 1) График функции $y=-2x^2+7x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-2x^2+7x=0$; $x(-2x+7)=0$; $x=0$ или $-2x+7=0$; $2x=7$; $x=3,5$.

а) 1) График функции $y=2x^2+3x-5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2+3x-5=0$; $D=3^2-4 \cdot 2 \cdot (-5)=49$; $x=\frac{-3+7}{4}=1$ или $x=\frac{-3-7}{4}=-2,5$

б) 1) График функции $y=-6x^2+6x+36$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-6x^2+6x+36=0$; $x^2-x-6=0$
 $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25$; $x=\frac{1+5}{2}=3$ или $x=\frac{1-5}{2}=-2$

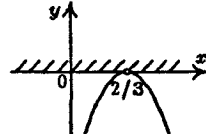
в) 1) График функции $y=-x^2+5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-x^2+5=0$; $x^2=5$; $x=\sqrt{5}$ или $x=-\sqrt{5}$

2) Решим уравнение $2x^2+13x=0$; $D=13^2-4\cdot 2\cdot(-7)=225$; $x=\frac{-13+15}{4}=0,5$ или $x=\frac{-13-15}{4}=-7$.

3) $(-\infty; -7)\cup(0,5; \infty)$.

б) 1) График функции $y=-9x^2+12x-4$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т. к. коэффициент при x^2 отрицателен).

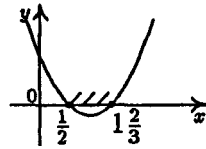


2) Решим уравнение $-9x^2+12x-4=0$; $9x^2-$

$02x-4=0$; $D=12^2-4\cdot 9\cdot(-4)=144+144=288$; $x=\frac{12\pm\sqrt{288}}{18}=\frac{12\pm 12\sqrt{2}}{18}=\frac{2\pm 2\sqrt{2}}{3}$.

3) $(-\infty; \frac{2}{3})\cup(\frac{2}{3}; \infty)$.

в) 1) График функции $y=6x^2-13x+5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т. к. коэффициент при x^2 положителен).

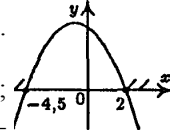


2) Решим уравнение $6x^2-13x+5=0$; $D=13^2-4\cdot 6\cdot 5=49$;

$x=\frac{13+7}{12}=1\frac{2}{3}$ или $x=\frac{13-7}{12}=\frac{1}{2}$.

3) $[\frac{1}{2}; 1\frac{2}{3}]$.

г) 1) Графиком функции $y=-2x^2-5x+18=0$; является параболой, у которой ветви направлены вниз (т. к. коэффициент при x^2 отрицателен).



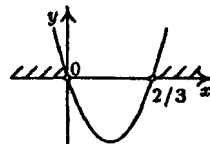
2) Решим уравнение $-2x^2-5x+18=0$; $2x^2+5x-18=0$;

$D=5^2-4\cdot 2\cdot(-18)=169$; $x=\frac{-5+13}{4}=2$ или $x=\frac{-5-13}{4}=-4,5$.

$=-4,5$.

3) $(-\infty; -4,5]\cup[2; \infty)$.

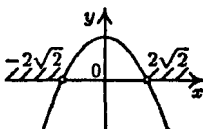
д) 1) График функции $y=3x^2-2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т. к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $3x^2-2x=0$; $x(3x-2)=0$; $x=0$

или $3x-2=0$; $3x=2$; $x=\frac{2}{3}$.

3) $(-\infty; 0)\cup(\frac{2}{3}; \infty)$.



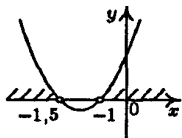
е) 1) График функции $y=-x^2+8$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т. к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $8-x^2=0$; $x^2=8$; $x=2\sqrt{2}$ или

$$x = -2\sqrt{2}$$

$$3) (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; \infty).$$

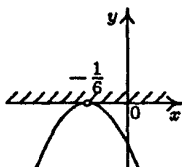
117.



а) 1) График функции $y=2x^2+5x+3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2+5x+3=0$; $D=5^2-4\cdot 2\cdot 3=1$;
 $x=\frac{-5+1}{4}=-1$ или $x=\frac{-5-1}{4}=-1,5$.

$$3) (-\infty; -1,5) \cup (-1; +\infty).$$



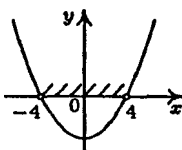
б) 1) График функции $y=-x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{36}$ является

параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{36}=0$; $-x^2+$
 $+\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}=0$; $D=\left(\frac{1}{3}\right)^2-4\cdot\frac{1}{36}=0$; $x=\frac{-\frac{1}{3}+0}{2}=-\frac{1}{6}$.

$$3) \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right) \cup \left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$$

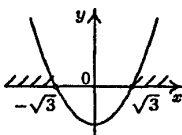
118.



а) 1) График функции $y=x^2-16$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2-16=0$; $(x-4)(x+4)=0$; $x-4+0$;
 $x=4$ или $x+4=0$; $x=-4$.

$$3) (-4; 4).$$

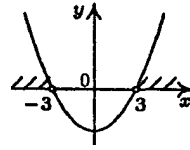


б) 1) График функции $y=x^2-3$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2-3=0$; $x^2=3$; $x=\sqrt{3}$ или
 $x=-\sqrt{3}$.

$$3) (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty).$$

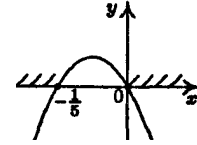
в) 1) График функции $y=0,2x^2-1,8$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $0,2x^2-1,8=0$; $0,2x^2=1,8$; $x^2=9$; $x=3$ или $x=-3$.

3) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

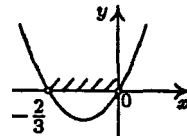
г) 1) график функции $y=-5x^2-x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).



2) Решим уравнение $-5x^2-x=0$; $-x(5x+1)=0$; $x=0$ или $5x+1=0$, т.е. $5x=-1$, $x=-\frac{1}{5}$.

3) $(-\infty; -\frac{1}{5}) \cup [0; +\infty)$

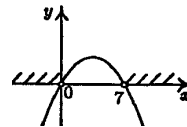
д) 1) График функции $y=3x^2+2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $3x^2+2x=0$; $x(3x+2)=0$; $x=0$ или $3x+2=0$, т.е. $3x=-2$, $x=-\frac{2}{3}$

3) $(-\frac{2}{3}; 0)$

е) 1) График функции $y=7x-x^2$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

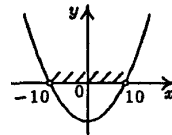


2) Решим уравнение $7x-x^2=0$; $x(7-x)=0$; $x=0$ или $7-x=0$, т.е. $x=7$.

3) $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$.

119.

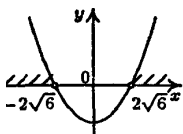
а) 1) График функции $y=0,01x^2-1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $0,01x^2-1=0$; $0,01x^2=1$; $x^2=100$; $x=10$ или $x=-10$.

3) $[-10; 10]$.

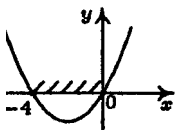
б) 1) График функции $y=\frac{1}{2}x^2-12$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $\frac{1}{2}x^2 - 12 = 0$; $\frac{1}{2}x^2 = 12$; $x^2 = 24$;

$x = 2\sqrt{6}$ или $x = -2\sqrt{6}$.

3) $(-\infty; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; +\infty)$.

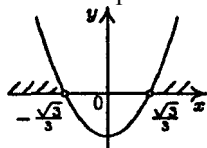


в) 1) График функции $y = x^2 + 4x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен)

2) Решим уравнение $x^2 + 4x = 0$; $x(x+4) = 0$; $x = 0$ или $x+4 = 0$, т.е. $x = -4$.

3) $[-4; 0]$.

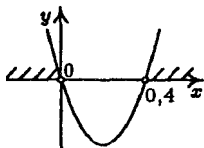
г) 1) График функции $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{9}$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{9} = 0$; $\frac{1}{3}x^2 = \frac{1}{9}$;

$x^2 = \frac{1}{3}$; $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ или $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

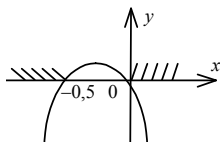
3) $(-\infty; -\frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty)$.



д) 1) График функции $y = 5x^2 - 2x$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $5x^2 - 2x = 0$; $x(5x - 2) = 0$; $x = 0$ или $5x - 2 = 0$ т.е. $5x = 2$, $x = 0,4$.

3) $(-\infty; 0) \cup (0,4; +\infty)$.

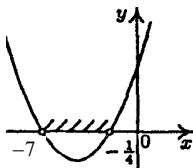


е) 1) График функции $y = -0,6x^2 - 0,3x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-0,6x^2 - 0,3x = 0$; $-0,3x(2x + 1) = 0$; $x = 0$ или $2x + 1 = 0$ т.е. $2x = -1$, $x = -0,5$.

3) $(-\infty; -0,5) \cup (0; +\infty)$.

120.



а) $3x^2 + 40x + 10 < -x^2 + 11x + 3$;
 $3x^2 + 40x + 10 + x^2 - 11x - 3 < 0$; $4x^2 + 29x + 7 < 0$.

1) График функции $y = 4x^2 + 29x + 7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

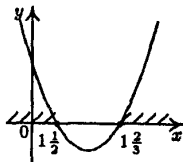
2) Решим уравнение $4x^2 + 29x + 7 = 0$;

$$D=29^2-4 \cdot 4 \cdot 7=729; x=\frac{-29+27}{8}=-\frac{1}{4} \text{ или } x=\frac{-29-27}{8}=-7.$$

$$3) (-7; -\frac{1}{4}).$$

$$б) 9x^2-x+9 \geq 3x^2+18x-6; 9x^2-x+9-3x^2-18x+6 \geq 0; 6x^2-19x+15 \geq 0.$$

1) График функции $y=6x^2-19x+15$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $6x^2-19x+15=0$; $D=19^2-360=1$;

$$x=\frac{19+1}{12}=1\frac{2}{3} \text{ или } x=\frac{19-1}{12}=1\frac{1}{2}.$$

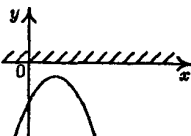
$$3) (-\infty; 1\frac{1}{2}] \cup [1\frac{2}{3}; +\infty).$$

$$в) 2x^2+8x-111 < (3x-5)(2x+6); 2x^2+8x-111 < 6x^2-10x+18x-30; 2x^2+8x-111-6x^2+10x-18x+30 < 0; -4x^2-81 < 0.$$

1) График функции $y=-4x^2-81$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-4x^2-81=0$; $-4x^2=81$;

$$x^2=-\frac{81}{4} \text{ нет корней, т.к. квадрат любого числа}$$



есть число неотрицательное.

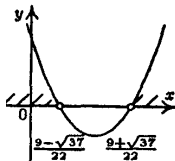
$$3) (-\infty; +\infty).$$

$$г) (5x+1)(3x-1) > (4x-1)(x+2); 15x^2+3x-5x-1 > 4x^2-x+8x-2; 15x^2-4x^2+3x-5x-8x+x-1+2 > 0; 11x^2-9x+1 > 0.$$

1) График функции $y=11x^2-9x+1$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $11x^2-9x+1=0$; $D=9^2-44=37$;

$$x=\frac{9+\sqrt{37}}{22} \text{ или } x=\frac{9-\sqrt{37}}{22}.$$

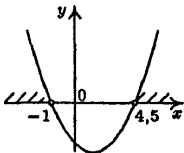


$$3) (-\infty; \frac{9-\sqrt{37}}{22}) \cup (\frac{9+\sqrt{37}}{22}; +\infty).$$

121.

$$а) 2x(3x-1) > 4x^2+5x+9; 6x^2-2x > 4x^2+5x+9; 6x^2-2x-4x^2-5x-9 > 0; 2x^2-7x-9 > 0.$$

1) График функции $y=2x^2-7x-9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



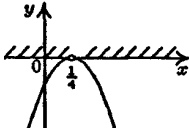
2) Решим уравнение $2x^2 - 7x - 9 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 121$; $x = \frac{7+11}{4} = 4,5$

или $x = \frac{7-11}{4} = -1$.

3) $(-\infty; -1) \cup (4,5; +\infty)$.

б) $(5x+7)(x-2) < 21x^2 - 11x - 13$; $5x^2 + 7x - 10x - 14 - 21x^2 + 11x + 13 < 0$;
 $-16x^2 + 8x - 1 < 0$.

1) График функции $y = -16x^2 + 8x - 1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

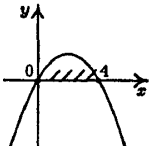


2) Решим уравнение $-16x^2 + 8x - 1 = 0$;

$16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0$; $x = \frac{8+0}{32} = \frac{1}{4}$

3) $(-\infty; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$.

122.

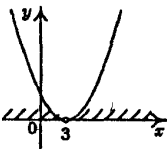


а) $y = \sqrt{12x - 3x^2}$ т.к. подкоренное выражение должно быть неотрицательно $\Rightarrow 12x - 3x^2 \geq 0$.

1) График функции $y = -3x^2 + 12x$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-3x^2 + 12x = 0$; $3x(-x+4) = 0$; $x = 0$ или $-x+4 = 0$ т.е. $x = 4$.

3) $[0; 4]$.



б) $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 12x + 18}}$ Т.к. подкоренное выраже-

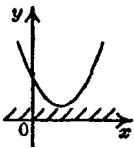
ние должно быть неотрицательно, значит, $2x^2 - 12x + 18 \geq 0$. Но $2x^2 - 12x + 18 \geq 0$ стоит в знаменателе $\Rightarrow 2x^2 - 12x + 18 \neq 0$ Значит, $2x^2 - 12x + 18 > 0$

1) График функции $y = 2x^2 - 12x + 18$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2 - 12x + 18 = 0$; $x^2 - 6x + 9 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$; $x = \frac{6+0}{2} = 3$.

3) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

123.



а) 1) График функции $y = 7x^2 - 10x + 7$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

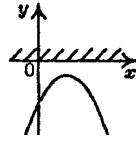
2) Решим уравнение $7x^2 - 10x + 7 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 7 = -96 < 0$.

3) x — любое.

б) 1) График функции $y = -6x^2 + 11x - 10$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-6x^2 + 11x - 10 = 0$; $6x^2 - 11x + 10 = 0$;
 $D = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 10 = -119 < 0$.

3) x — любое.

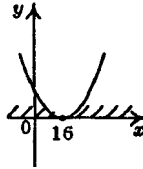


в) 1) График функции $y = \frac{1}{4}x^2 - 8x + 64$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $\frac{1}{4}x^2 - 8x + 64 = 0$;

$$D = 64 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 64 = 0; \quad x = \frac{8 + 0}{\frac{1}{2}} = 16.$$

3) x — любое.

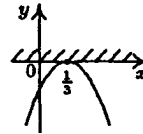


г) 1) График функции $y = -9x^2 + 6x - 1$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $9x^2 - 6x + 1 = 0$;

$$D = 36 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0; \quad x = \frac{6 + 0}{18} = \frac{1}{3}.$$

3) x — любое.



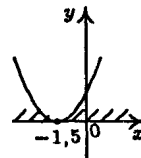
124.

а) 1) График функции $y = 4x^2 + 12x + 9$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $4x^2 + 12x + 9 = 0$; $D = 144 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$;

$$x = \frac{-12 + 0}{8} = -1,5.$$

3) x — любое.

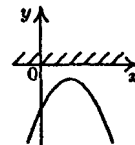


б) 1) График функции $y = -5x^2 + 8x - 5$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Решим уравнение $-5x^2 + 8x - 5 = 0$; $5x^2 - 8x + 5 = 0$;

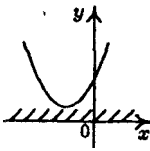
$$D = 64 - 4 \cdot 5 \cdot 5 < 0.$$

3) x — любое.



125.

a) $x^2+7x+1 > x^2+10x-1$; $x^2+7x+1+x^2-10x+1 > 0$; $2x^2-3x+2 > 0$.

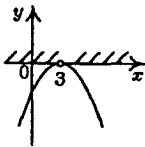


1) График функции $y=2x^2-3x+2$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2-3x+2=0$; $D=(-3)^2-4\cdot 2\cdot 2 < 0$.

3) x — любое.

б) $-2x^2+10x < 18-2x$; $-2x^2+10x-18+2x < 0$; $-2x^2+12x-18 < 0$.



1) График функции $y=-2x^2+12x-18$ является параболой, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

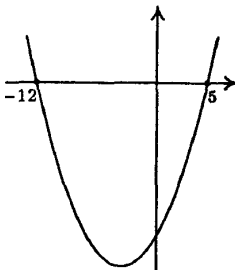
2) Решим уравнение $-2x^2+12x-18=0$; $x^2-6x+9=0$;

$$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 9=0; x=\frac{6+0}{2}.$$

3) $x \neq 3$.

126.

Обозначим длину меньшей стороны прямоугольника x см, тогда длина большей стороны $(x+7)$ см, а площадь прямоугольника $x(x+7)$ см. Получим $x(x+7) < 60$; $x^2+7x-60 < 0$. Решим уравнение



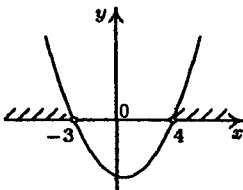
$$x^2+7x-60=0; \quad D=7^2+4\cdot 60=49+240=289;$$

$$x=\frac{-7+17}{2}=5 \text{ или } x=\frac{-7-17}{2}=-12$$

График функции $y=x^2+7x-60$ — это парабола, у которой ветви направлены вверх. $x^2+7x-60 < 0$ при $-12 < x < 5$. Так как по смыслу условия $x > 0$, то окончательно $0 < x < 5$.

127.

Обозначим ширину прямоугольника x см, тогда его длина $(x+5)$ см. $x(x+5)$ см² — площадь. По условию, $x(x+5) > 36$; решим $x^2+5x-36 > 0$.



1) График функции $y=x^2+5x-36$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2+5x-36=0$; $D=25-4\cdot(-36)=169$; $x=\frac{-5+13}{2}=4$ или $x=\frac{-5-13}{2}=-9$.

3) $x > 4$ см.

128.

1) $x=0 \Rightarrow y = \frac{0,5 \cdot 0 - 2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow (0; -\frac{2}{3})$ точка пересечения с Оу.

2) $y=0 \Rightarrow \frac{0,5x-2}{3} = 0; 0,5x-2=0; 0,5x=2; x=4 \Rightarrow (4; 0)$ — точка пересечения с Ох

решения с Ох

3) Функция возрастающая.

129.

а) $\begin{cases} 4x - 21 < 0, \\ x + 3,5 > 0; \end{cases} \begin{cases} 4x < 21, \\ x > -3,5; \end{cases} -3,5 < x < 5,25$

б) $\begin{cases} 5x - 9 \leq 0, \\ 2x + 7 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} 5x \leq 9, \\ 2x \leq -7; \end{cases} x \leq -3,5$

в) $\begin{cases} 5x - 4 \leq 10, \\ 1 - 3x < -2; \end{cases} \begin{cases} 5x \leq 14, \\ -3x < -3; \end{cases} 1 < x \leq 2,8$

г) $\begin{cases} 3x - 6 > 5, \\ 1 - 4x > 8; \end{cases} \begin{cases} 3x > 11, \\ -4x > 7; \end{cases}$ нет решений.

130.

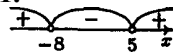
а) $y^4 - y^3 + 0,25y^2 = y^2(y^2 - y + 0,25) = y^2(y^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot y + (\frac{1}{2})^2) = y^2(2 - \frac{1}{2})^2$

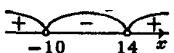
б) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}x = x(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}) = x(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot x + (\frac{1}{4})^2) = x(x - \frac{1}{4})^2$

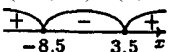
в) $x^2y^2 + 2x^2 - 8y^2 - 16 = x^2(y^2 + 2) - 8(y^2 + 2) = (y^2 + 2)(x^2 - 8) = (y^2 + 2)(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2})$

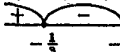
г) $6a^2b^2 + 3b^2 - 8a^2 - 4b^2 = 3b^2(2a^2 + b) - 4(2a^2 + b) = (2a^2 + b)(3b^2 - 4) = (2a^2 + b)(b\sqrt{3} + 2)(b\sqrt{3} - 2).$

131.

а) 
 $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$

б) 
 $(-10; 14)$

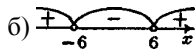
в) 
 $(-\infty; -8,5] \cup [3,5; +\infty)$

г) 
 $[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{8}]$

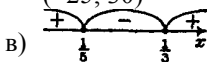
132.



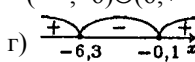
$(-25; 30)$



$(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$

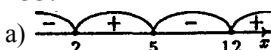


$[\frac{1}{5}; \frac{1}{3}]$

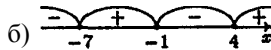


$(-\infty; -6,3] \cup [-0,1; +\infty)$

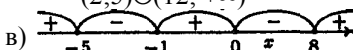
133.



$(2; 5) \cup (12; +\infty)$

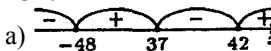


$(-\infty; -7) \cup (-1; 4)$

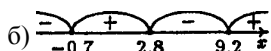


$(-\infty; -5) \cup (-1; 0) \cup (8; +\infty)$

134.

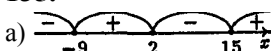


$(48; 37) \cup (42; \infty)$

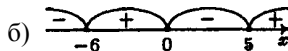


$(-\infty; -0,7) \cup (2,8; 9,2)$

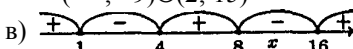
135.



$(-\infty; -9) \cup (2; 15)$



$(-6; 0) \cup (5; +\infty)$



$(1; 4) \cup (8; 16)$

136.

a) $5(x-13)(x+24) < 0$; $(x-13)(x+24) < 0$; $(-24; 13)$.

б) $-(x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3}) \geq 0$ $(x+\frac{1}{7})(x+\frac{1}{3}) \leq 0$; $[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{7}]$

в) $(x+12)(3-x) > 0$; $-(x+12)(x-3) > 0$; $(x+12)(x-3) < 0$; $(-12; 3)$

г) $(6+x)(3x-1) \leq 0$; $3(x+6)(x-\frac{1}{3}) \leq 0$; $(x+6)(x-\frac{1}{3}) \leq 0$; $[-6; \frac{1}{3}]$

137.

a) $2(x-18)(x-19) > 0$; $(x-18)(x-19) > 0$; $(-\infty; 18) \cup (19; \infty)$

б) $-4(x+0,9)(x-3,2) < 0$; $(x+0,9)(x-3,2) > 0$; $(-\infty; 0,9) \cup (3,2; \infty)$

в) $(7x+21)(x-8,5) \leq 0$; $7(x+3)(x-8,5) \leq 0$; $(x+3)(x-8,5) \leq 0$; $[-3; 8,5]$

г) $(8-x)(x-0,3) \geq 0$; $-(x-8)(x-0,3) \geq 0$; $(x-8)(x-0,3) \leq 0$; $[0,3; 8]$

138.

а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (5-x)(x+8) \geq 0$; $-(x-5)(x+8) \geq 0$; $(x-5)(x+8) \leq 0$; $[-8; 5]$

б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (x+12)(x-1)(x-9) \geq 0$; $[-12; 1] \cup [9; +\infty)$

139.

а) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow (2x+5)(x-17) \geq 0$; $2(x+2,5)(x-17) \geq 0$; $(x+2,5)(x-17) \geq 0$;

$(-\infty; -2,5] \cup [17; +\infty)$

б) Т.к. выражение под знаком радикала должно быть неотрицательным $\Rightarrow x(x+9)(2x-8) \geq 0$; $2x(x+9)(x-4) \geq 0$; $x(x+9)(x-4) \geq 0$; $[-9; 0] \cup [4; +\infty)$

140.

а) $\frac{x-5}{x+6} < 0 \Rightarrow (x-5)(x+6) < 0$; $(-6; 5)$

б) $\frac{1,4-x}{x+3,8} < 0 \Rightarrow (1,4-x)(x+3,8) < 0$; $-(x-1,4)(x+3,8) < 0$;

$(-\infty; -3,8) \cup (1,4; +\infty)$

в) $\frac{2x}{x-1,6} > 0 \Rightarrow 2x(x-1,6) > 0$; $x(x-1,6) > 0$; $(-\infty; 0) \cup (1,6; +\infty)$

г) $\frac{5x-1,5}{x-4} > 0 \Rightarrow (5x-1,5)(x-4) > 0$; $5(x-0,3)(x-4) > 0$; $(x-0,3)(x-4) > 0$;

$(-\infty; 0,3) \cup (4; +\infty)$

141.

а) $\frac{x-21}{x+7} < 0 \Rightarrow (x-21)(x+7) < 0$; $(-7; 21)$

б) $\frac{x+4,7}{x-7,2} > 0 \Rightarrow (x+4,7)(x-7,2) > 0$; $(-\infty; -4,7) \cup (7,2; +\infty)$

в) $\frac{6x+1}{3+x} > 0 \Rightarrow (6x+1)(3+x) > 0$; $6(x+\frac{1}{6})(x+3) > 0$; $(x+\frac{1}{6})(x+3) > 0$;

$(-\infty; -3) \cup (-\frac{1}{6}; +\infty)$

г) $\frac{5x}{4x-12} < 0 \Rightarrow 5x(4x-12) < 0$; $x(4x-12) < 0$; $4x(x-3) < 0$; $x(x-3) < 0$;

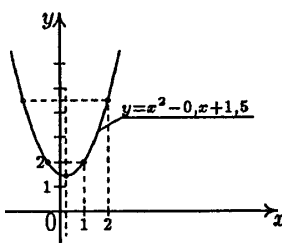
$(0; 3)$

142.

1) График функции $y=x^2-0,5x+1,5$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Вычислим координаты вершины: $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-0,5}{2} = 0,25$;

$$y_{\text{в}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{23}{16} = 1\frac{7}{16}.$$



3)

x	1	2	0
y	2	4,5	1,5

Т.к. парабола симметрична относительно прямой $x=0,25$, найдем еще три точки графика.

а) При $x=0$ $y=1,5$.

б) График расположен в I и II четвертях.

в) График симметричен относительно оси

$x=0,25$.

г) Функция убывает в $(-\infty; 0,25]$ возрастает в $[0,25; \infty)$.

д) Наименьшего значения $1\frac{7}{16}$ функция достигает при $x=0,25$.

$$E(y) = [1\frac{7}{16}; \infty).$$

143.

а) График функции $y=3x^2+4$ можно получить из параболы $y=3x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы, значит, расположен в I и II четвертях.

б) График функции $y=-5x^2-1$ можно получить из параболы $y=-5x^2$ сдвигом вниз на 1 единицу, значит, расположен в III и IV четвертях.

в) График функции $y=2x^2-4$ можно получить из параболы $y=2x^2$ сдвигом вниз на 4 единицы, значит, расположен во всех четвертях.

144.

а) $y = \frac{1}{6x} + \frac{1}{6+x} \Rightarrow x \neq 0$; и $6+x \neq 0$; $x \neq -6$; $D(y) = (-\infty; -6) \cup (-6; 0) \cup (0; +\infty)$.

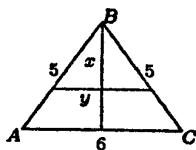
б) $y = \sqrt{x} - \sqrt{x-4}$; $\begin{cases} x \geq 0, \\ x-4 \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 4; \end{cases}$; $D(y) = [4; +\infty)$.

в) $y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$; $x \neq 0$; $\frac{1}{x} \neq -1 \Rightarrow x \neq -1$; $D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$.

145.

$$y=10x; D(f)=[0; 7]; f(0)=0, f(7)=70; E(f)=[0; 70].$$

146.



Вычислим высоту треугольника ABC:
 $h = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (по теореме Пифагора). Так
 как $\frac{x}{y} = \frac{h}{AC} = \frac{4}{6}$, то: $y = \frac{6}{4}x = 1,5x$. Итак,
 $y=f(x)=1,5x; D(f)=[0; 4]; E(f)=[0; 6]$.

147.

$$f(-10) = \frac{-10-2}{-10+2} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2}; \quad f(-8) = \frac{-8-2}{-8+2} = \frac{-10}{-6} = 1\frac{2}{3};$$

$$f(-5) = \frac{-5-2}{-5+2} = \frac{-7}{-3} = 2\frac{1}{3}; \quad f(10) = \frac{10-2}{10+2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}; \quad f(6) = \frac{6-2}{6+2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

148.

а) $f(x)=5x-2; f(x)=10 \Rightarrow 5x-2=10; 5x=12; x=\frac{12}{5}$
 б) $f(x)=x^2; f(x)=10 \Rightarrow x^2=10; x=\sqrt{10}$ или $x=-\sqrt{10}$
 в) $f(x)=x^2+1; f(x)=10 \Rightarrow x^2+1=10; x^2=9; x=3$ или $x=-3$.

149.

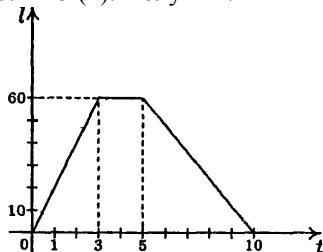
- 1) Найдем точку пересечения с Oy : $x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{0^2+1} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow (0; 1)$
- 2) Найдем точку пересечения с Ox : $y=0 \Rightarrow \frac{1}{x^2+1} = 0$ — нет решений \Rightarrow нет точек пересечения с Ox .
- 3) График функции расположен в I и II координатных четвертях.

150.

Скорость катера на пути от A до B (вниз по течению) равна $16+4=20$ (км/ч), на обратном пути (вверх по течению) его скорость составляет $16-4=12$ (км/ч). Расстояние от A до B катер пройдет за $60:20=3$ (ч), расстояние от B до A — за $60:12=5$ (ч). Получим:

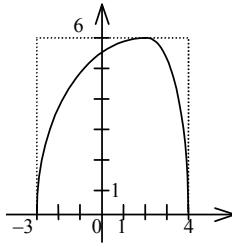
$$l(t) = \begin{cases} 20t, & t \in [0; 3), \\ 60, & t \in [3; 5), \\ 60 - 12t, & t \in [6; 10] \end{cases}$$

На отрезке $[0; 3]$ $l(t)$ растет (катер удаляется от A), на $[3; 5]$ $l(t)$ не изменя-



ется (катер на стоянке), на $[5; 10]$ $l(t)$ убывает (катер возвращается в А).

151.



152.

а) При $y=0$: $\frac{2x+11}{10}=0$; $2x+11=0$; $2x=-11$; $x=-\frac{11}{2}$.

б) При $y=0 \Rightarrow \frac{6}{8-0,5x}=0$; нулей функции нет.

в) При $y=0 \Rightarrow \frac{3x^2-12}{4}=0$; $3x^2-12=0$; $3x^2=12$; $x^2=4$; $x_1=-2$, $x_2=2$.

153.

а) $y=-0,01x$ $k=-0,01$; функция убывающая, т.к. $k < 0$.

б) $y=\frac{1}{7}x+3$ $k=\frac{1}{7}$; функция возрастающая, т.к. $k > 0$.

в) $y=16x$ $k=16$; функция возрастающая, т.к. $k > 0$.

г) $y=13-x$ $k=-1$; функция убывающая, т.к. $k < 0$.

154.

Функция $y=x^2$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $x^2 \geq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow y=x^2$ функция сохраняет знак.

Функция $y=x^2+5$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $x^2+5 > 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow y=x^2+5$ функция сохраняет знак.

Функция $y=2x+5$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $2x+5 > 0$ при $x \geq -\frac{5}{2}$ и $2x+5 < 0$ при $x < -\frac{5}{2} \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=x^3$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y \geq 0$ при $x \geq 0$ и $y < 0$ при $x < 0 \Rightarrow$ функция не сохраняет знак на $D(y)$.

Функция $y=-x^2$: $D(y)=(-\infty; +\infty)$; $y \leq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y = -x^2 - 4$: $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $y \leq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y = \sqrt{x}$: $D(y) = [0; +\infty)$; $y \geq 0$ для всех $x \geq 0 \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y = \sqrt{x} + 1$: $D(y) = [0; +\infty)$; $y \geq 0$ для всех $x \geq 0 \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

Функция $y = x^4 + x^2 + 6$: $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $y \geq 0$ для всех $x \in (-\infty; \infty) \Rightarrow$ функция сохраняет знак.

155.

Изображенная на рисунке функция имеет область определения $D = (-\infty; 1]$. Из данных функций только $y = \sqrt{1-x}$ определена на этой области ($D(\sqrt{1-x}) = [1; +\infty)$; $D(\sqrt{x+1}) = [-1; +\infty)$).

156.

Функция $y = |x-2|$ принимает нулевое значение в единственной точке $x=2$. Следовательно, ей соответствует график, изображенный на рисунке 41,б.

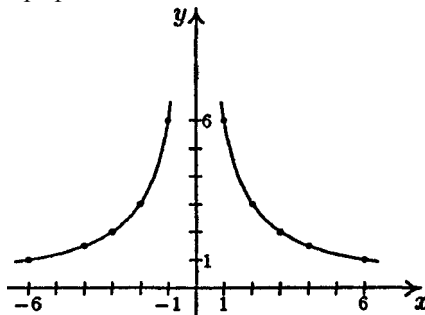
157.

1) Функция не определена только в точке $x=0$: при $x > 0$ имеем $y = \frac{6}{x}$, при $x < 0$ имеем $y = -\frac{6}{x}$. Функция симметрична относительно оси Oy .

2) Составим таблицу значений функции:

x	-6	-5	-3	-2	-1	1	2	3	5	6
y	1	$\frac{6}{5}$	2	3	6	6	3	2	$\frac{6}{5}$	1

3) Построим график.



4) Функция возрастает на интервале $(-\infty; 0)$, убывает на интервале $(0; +\infty)$, множество ее значений — $(0; +\infty)$.

158.

Подставим значение $x=10-2\sqrt{5}$ в трехчлен $x^2-20x+80$. Получим $(10-2\sqrt{5})^2-20(10-2\sqrt{5})+80=100-40\sqrt{5}+20-200+40\sqrt{5}+80=0$. Следовательно, $10-2\sqrt{5}$ является корнем указанного трехчлена.

159.

а) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x - 2 = 0; x^2 + 4x - 12 = 0; D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 64; x_1 = \frac{-4 + 8}{2} = 2,$
 $x_2 = \frac{-4 - 8}{2} = -6.$

б) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0; 6x^2 - 4x - 3 = 0; D = (-4)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-3) = 88;$
 $x_1 = \frac{2 + \sqrt{22}}{6}, x_2 = \frac{2 - \sqrt{22}}{6}.$

в) $-x^2 + 4x - 2\frac{3}{4} = 0; 4x^2 - 16x + 11 = 0; D = (-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11 = 80; x_1 = \frac{4 + \sqrt{5}}{2},$
 $x_2 = \frac{4 - \sqrt{5}}{2}.$

г) $0,4x^2 - x + 0,2 = 0; 2x^2 - 5x + 1 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 17; x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4},$
 $x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}.$

160.

а) Например, $(x-2)(x+7) = x^2 + 7x - 2x - 14 = x^2 + 5x - 14.$

б) Например, $(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2}) = x^2 - (3-\sqrt{2})x - (3+\sqrt{2})x + (3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) = x^2 - 3x + \sqrt{2}x - 3x - \sqrt{2}x + 9 - 2 = x^2 - 6x + 7.$

161.

Так как $x=0$ — корень трехчлена $2px^2 - 2x - 2p - 3$, то $-2p - 3 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}$. При $p = -\frac{3}{2}$ имеем: $2(-\frac{3}{2})x^2 - 2x - 2(-\frac{3}{2}) - 3 = -3x^2 - 2x = -x(3x+2)$, поэтому второй корень трехчлена равен $x = -\frac{2}{3}$.

162.

а) $2x^2 - 10x + 3 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 76 > 0$; по теореме Виета, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-10}{2} = 5$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$.

б) $\frac{1}{3}x^2 + 7x - 2 = 0$; $x^2 + 21x - 6 = 0$; $D = 21^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 465 > 0$; по теореме

Виета, $x_1 + x_2 = -21$, $x_1 x_2 = -6$.

в) $0,5x^2 + 6x + 1 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 1 = 34 > 0$; по теореме Виета, $x_1 + x_2 = -12$, $x_1 x_2 = 2$.

г) $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = 0$; $D = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{9} > 0$; по теореме Виета, $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$, $x_1 x_2 = -1$.

163.

Выделим квадрат двучлена:

а) $2x^2 - 3x + 7 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}\right) = 2\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{9}{16} + \frac{7}{2}\right) = 2\left(\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{47}{16}\right) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - 5\frac{7}{8}$.

б)

$$-3x^2 + 4x - 1 = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}\right) = -3\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}\right) = -3\left(\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}$$

в) $5x^2 - 3x = 5\left(x^2 - \frac{3}{5}x\right) = 5\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{10} + \frac{9}{100} - \frac{9}{100}\right) = 5\left(\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{100}\right) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{20}$.

г) $-4x^2 + 8x = -4(x^2 - 2x) = -4(x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1 - 1) = -4((x-1)^2 - 1) = -4(x-1)^2 + 4$.

164.

а) Выделим квадрат двучлена:

$$-x^2 + 20x - 103 = -(x^2 - 20x + 103) = -(x^2 - 2 \cdot x \cdot 10 + 100 - 100 + 103) = -((x-10)^2 + 3) < 0$$

б) Выделим квадрат двучлена:

$$x^2 - 16x + 65 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 8 + 64 - 64 + 65 = (x-8)^2 + 1 > 0$$

165.

а) Выделим квадрат двучлена: $3x^2 - 4x + 5 = 3(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}) = 3(x^2 - 2x \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{9} + \frac{5}{3}) = 3((x - \frac{2}{3})^2 + \frac{11}{9}) = 3(x - \frac{2}{3})^2 + \frac{11}{3} \Rightarrow$ наибольшего значения нет; наименьшее $3 \frac{2}{3}$. При $x = \frac{2}{3}$.

б) Выделим квадрат двучлена: $-3x^2 + 12x = -(x^2 - 4x) = -3(x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 4 - 4) = -3((x - 2)^2 - 4) = -3(x - 2)^2 + 12 \Rightarrow$ наименьшего значения нет; наибольшее 12. При $x = 2$

166.

Так как по условию, $a + b = 40$ то $a = 40 - b$, тогда их произведение равно $ab = b(40 - b) = -b^2 + 40b = -(b^2 - 40b + 400 - 400) = -(b - 20)^2 + 400$. Наибольшее значение этого выражения достигается при $b = 20$; тогда и $a = 40 - b = 40 - 20 = 20$.

167.

а) $0,8x^2 - 19,8x - 5 = 0$. Найдем корни: $D = 392,04 - 4 \cdot 0,8 \cdot (-5) = 408,04$; $x = 25$ или $x = -\frac{1}{4}$; $0,8x^2 - 19,8x - 5 = \frac{4}{5}(x + \frac{1}{4})(x - 25) = (4x + 1)(\frac{1}{5}x - 5)$.

б) $3,5 - 3\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2 = 0$. Найдем корни: $D = \frac{100}{9} - 4 \cdot 3,5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{9}$; $x = \frac{3\frac{1}{3} + \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} \cdot 2} = \frac{7}{2}$ или $x = \frac{3\frac{1}{3} - \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} \cdot 2} = \frac{3}{2}$; $3,5 - 3\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2 = \frac{2}{3}(x - \frac{3}{2})(x - \frac{7}{2}) =$

в) $x^2 + x\sqrt{2} - 2 = 0$. Найдем корни: $D = 2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 10$; $x = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2}$ или $x = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2}$ $x^2 + x\sqrt{2} - 2 = (x - \frac{-\sqrt{10} - \sqrt{2}}{2})(x - \frac{-\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2})$.

г) $x^2 - x\sqrt{6} + 1 = 0$. Найдем корни: $D = 6 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 2$; $x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$ или $x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ $x^2 - x\sqrt{6} + 1 = (x - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2})(x - \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2})$

168.

а) 1) $m^2 + 6m + 8 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$; $m_1 = \frac{-6 + 2}{2} = -2$, $m_2 = \frac{-6 - 2}{2} = -4$;
 $m^2 + 6m + 8 = (m + 2)(m + 4)$.

$$2) \frac{2m^2 - 8}{m^2 + 6m + 8} = \frac{2(m^2 - 4)}{(m+2)(m+4)} = \frac{2(m-2)(m+2)}{(m+2)(m+4)} = \frac{2(m-2)}{m+4}.$$

$$\text{б) } 1) 2m^2 - 5m + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9; m_1 = \frac{5+3}{4} = 2, m_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2};$$

$$2m^2 - 5m + 2 = 2(m-2)\left(m - \frac{1}{2}\right) = (m-2)(2m-1);$$

$$2) \frac{2m^2 - 5m + 2}{mn - 2n - 3m + 6} = \frac{(m-2)(2m-1)}{n(m-2) - 3(m-2)} = \frac{(m-2)(2m-1)}{(m-2)(n-3)} = \frac{2m-1}{n-3}$$

169.

$$\text{а) } 1) 4x^2 - 3x - 1 = 0; D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25; x_1 = \frac{3+5}{8} = 1,$$

$$x_2 = \frac{3-5}{8} = -\frac{1}{4}; 4x^2 - 3x - 1 = 4(x-1)\left(x + \frac{1}{4}\right) = (x-1)(4x+1);$$

$$2) \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{4x^2-3x-1} = \frac{x+4}{x-1} - \frac{37x-12}{(x-1)(4x+1)} =$$

$$= \frac{(x+4)(4x+1) - (37x-12)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4x^2 + 16x + x + 4 - 37x + 12}{(x-1)(4x+1)} =$$

$$= \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{(x-1)(4x+1)}$$

$$3) 4x^2 - 20x + 16 = 0; x^2 - 5x + 4 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9; x_1 = \frac{5+3}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{5-3}{2} = 1; 4x^2 - 20x + 16 = 4(x-4)(x-1);$$

$$4) \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)(x-1)}{(x-1)(4x+1)} = \frac{4(x-4)}{4x+1}.$$

$$\text{б) } 1) x^2 + 3x + 2 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1; x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1, x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2;$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2);$$

$$2) \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2} = \frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{(x+1)(x+2)} = (x-1) \left(\frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} \right) =$$

$$(x-1) \frac{x+1+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-1}{x+1}$$

170.

$$\text{a) 1) } x^2 - x - 20 = 0; D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; x_1 = \frac{1+9}{2} = 5, x_2 = \frac{1-9}{2} = -4;$$

$$x^2 - x - 20 = (x-5)(x+4);$$

$$2) \frac{7x - x^2}{x+4} \cdot \frac{x^2 - x - 20}{7-x} = \frac{x(7-x)(x-5)(x+4)}{(x+4)(7-x)} = x(x-5) = x^2 - 5x.$$

$$\text{б) 1) } x^2 + 11x + 30 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 1; x_1 = \frac{-11+1}{2} = -5,$$

$$x_2 = \frac{-11-1}{2} = -6; x^2 + 11x + 30 = (x+5)(x+6);$$

$$2) \frac{x^2 + 11x + 30}{3x - 15} : \frac{x+5}{x-5} = \frac{(x+5)(x+6)(x-5)}{3(x-5)(x+5)} = \frac{x+6}{3}.$$

$$\text{в) 1) } x^2 - 3x - 4 = 0; D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25; x_1 = \frac{3+5}{2} = 4, x_2 = \frac{3-5}{2} = -1;$$

$$x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1);$$

$$2) \frac{2x^2 - 7}{x^2 - 3x - 4} - \frac{x+1}{x-4} = \frac{2x^2 - 7}{(x+1)(x-4)} - \frac{x+1}{x-4} = \frac{2x^2 - 7 - (x+1)(x+1)}{(x-4)(x+1)} =$$

$$= \frac{2x^2 - 7 - (x^2 + 2x + 1)}{(x-4)(x+1)} = \frac{2x^2 - 7 - x^2 - 2x - 1}{(x-4)(x+1)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-4)(x+1)}$$

$$3) x^2 - 2x - 8 = 0; D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36; x_1 = \frac{2+6}{2} = 4, x_2 = \frac{2-6}{2} = -2;$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2);$$

$$4) \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-4)(x+1)} = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}.$$

$$\text{г) 1) } 3x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1; x_1 = \frac{5+1}{6} = 1, x_2 = \frac{5-1}{6} = \frac{2}{3};$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 3(x-1)\left(x - \frac{2}{3}\right) = (x-1)(3x-2);$$

$$2) \frac{2+x-x^2}{2-5x+3x^2} + \frac{10x}{3x-2} = \frac{2+x-x^2}{(x-1)(3x-2)} + \frac{10x}{3x-2} = \frac{2+x-x^2+10x(x-1)}{(x-1)(3x-2)} =$$

$$= \frac{2+x-x^2+10x(x-1)}{(x-1)(3x-2)} = \frac{2+x-x^2+10x^2-10x}{(x-1)(3x-2)} = \frac{9x^2-9x+2}{(x-1)(3x-2)};$$

$$3) \quad 9x^2 - 9x + 2 = 0; \quad D = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 2 = 9; \quad x_1 = \frac{9+3}{18} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{9-3}{18} = \frac{1}{3};$$

$$9x^2 - 9x + 2 = 9\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (3x-2)(3x-1);$$

$$4) \quad \frac{9x^2 - 9x + 2}{(x-1)(3x-2)} = \frac{(3x-2)(3x-1)}{(x-1)(3x-2)} = \frac{3x-1}{x-1}$$

171.

$$a) \quad x=5; y=-7 \Rightarrow a \cdot 5^2 = -7; 25a = -7; a = -\frac{7}{25}.$$

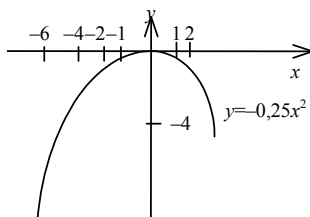
$$б) \quad x = -\sqrt{3}; y=9 \Rightarrow a \cdot (-\sqrt{3})^2 = 9; 3a = 9; a = 3.$$

$$в) \quad x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2} \Rightarrow a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}a = -\frac{1}{2}; a = -\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$г) \quad x=100; y=10 \Rightarrow a \cdot 100^2 = 10; 10000a = 10; a = \frac{10}{10000} = \frac{1}{1000} = 0,001.$$

172.

1) График функции $y = -0,25x^2$ — парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).



2) Найдем координаты вершины:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-0,25)} = 0; \quad y_{\text{в}} = 0; \quad (0; 0).$$

$$3) \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline x & 2 & -2 & 3 & -3 & 1 & -1 & -6 \\ \hline y & -1 & -1 & -2,25 & -2,25 & -0,25 & -0,25 & -9 \\ \hline \end{array}$$

4) Наибольшее значение равно 0, наименьшее значение равно $y(-6) = -9$.

173.

а) При $a > 0$ имеем: $y = ax^2 \geq 0 \Rightarrow E(y) = [0; +\infty)$;

б) при $a < 0$ имеем $\Rightarrow E(y) = (-\infty; 0]$.

174.

$y = ax^2$; $y = ax$. Найдем точки пересечения: $ax^2 = ax$; $ax^2 - ax = 0$;
 $ax(x-1) = 0$; $x = 0$ или $x-1 = 0$; $x = 1$. При $x = 0$ получим точку пересечения $(0; 0)$ при $x = 1$ получим $(1; a)$.

175.

Перенеся параболу $y=7x^2$ вверх на 5 единиц, получим новую параболу — график функции $y=7x^2+5$. Перенеся ее влево на 8 единиц, получим параболу — график функции $y=7(x+8)^2+5$.

Итак, $y=7(x+8)^2+5$.

176.

а) График функции $y=-x^3$ получается из графика функции $y=x^3$ вертикальным отражением относительно оси Ox .

График функции $y=(x-3)^3$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге на 3 единицы вправо.

График функции $y=x^3+4$ получается из графика функции $y=x^3$ при сдвиге вверх на 4 единицы.

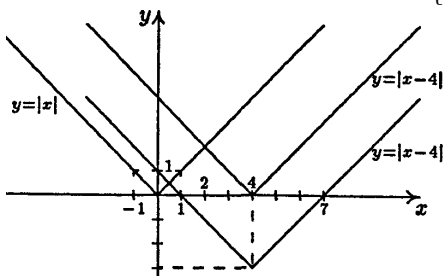
б) График функции $y=-\sqrt{x}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при отражении относительно оси Ox .

График функции $y=\sqrt{x+5}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 5 единиц влево.

График функции $y=\sqrt{x-1}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ при сдвиге на 1 единицу вниз.

177.

1) Строим график функции $y=|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$



2) График функции $y=|x-4|$ получается из построенного графика при сдвиге на 4 единицы вправо.

3) График функции $y=|x-4|-3$ получается из графика функции $y=|x-4|$ при сдвиге на 3 единицы вниз.

178.

График функции $y=x^2-6x+c$ есть парабола, у которой ветви направлены вверх. Координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$;

$y_B = 9 - 18 + c = c - 9$.

График функции располагается выше данной горизонтальной прямой, если выше нее будет расположена вершина параболы.

а) График располагается выше прямой $y=4$ при $c-9>4$, т.е. при $c>13$.

б) График располагается выше прямой $y=-1$ при $c-9>-1$ т.е. при $c>8$.

179*.

Вычислим координаты вершины параболы: $x_{\text{в}} = -\frac{b}{4}$,

$$y_{\text{в}} = \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{2} + c = c - \frac{b^2}{4}. \text{ Чтобы вершина оказалась в точке } (6; -12),$$

положим: $-\frac{b}{2} = 6$, $b = -12$; $c - \frac{b^2}{4} = -12$, $c = \frac{b^2}{4} - 12$, так как $b = -12$,

$$c = \frac{144}{4} - 12 = 36 - 12 = 24.$$

180.

Прямая является осью симметрии параболы, когда на этой прямой лежит вершина параболы. $x_{\text{в}} = \frac{16}{2a} = \frac{8}{a}$; должно быть $\frac{8}{a} = 4$, т.е.

$a=2$.

181.

$$y = ax^2 + c; y = 0 \Rightarrow ax^2 + c = 0; ax^2 = -c; x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow \text{уравнение имеет реше}$$

шения при

1) $a > 0, c \leq 0$

2) $a < 0, c \geq 0$

3) $a = 0, c = 0$.

182*.

Так как график проходит через $M(1; 2)$, имеем: $2 = a + b - 18$. Так как он проходит через $N(2; 10)$, имеем: $10 = 4a + 2b - 18$. Из первого уравнения получим $a = 20 - b$; из второго получим $10 = 4(20 - b) + 2b - 18$; $28 = 80 - 4b + 2b$; $b = 40 - 14 = 26$, откуда $a = 20 - 26 = -6$.

183.

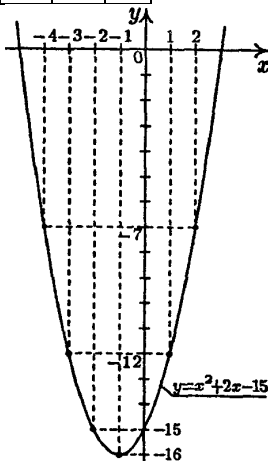
а) 1) Графиком функции $y = x^2 + 2x - 15$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1; y_B = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 15 = -16; (-1; -16).$$

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-12	-15	-16	-15	-12	-7

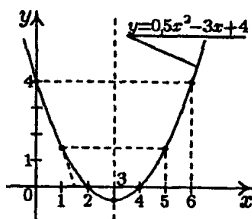


б) 1) Графиком функции $y = 0,5x^2 - 3x + 4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 0,5} = 3; y_B = \frac{1}{2} \cdot 9 - 9 + 4 = -\frac{1}{2};$$

(3; $-\frac{1}{2}$).



3)

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	$7\frac{1}{2}$	4	1,5	0	$-\frac{1}{2}$	0	1,5

в) 1) Графиком функции $y = 4 - 0,5x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

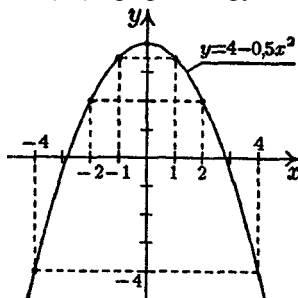
2) Найдем координаты вершины:

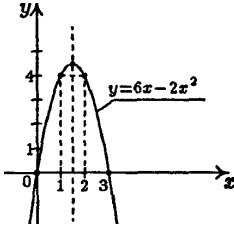
$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-0,5)} = 0; y_B = 0 + 4 = 4; (0; 4)$$

— координаты вершины.

3)

x	0	1	-1	2	-2
y	4	3,5	3,5	2	2



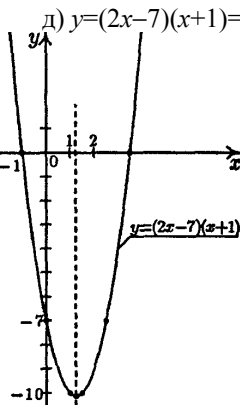


г) 1) Графиком функции $y=6x-2x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины:
 $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-2)} = 1,5$; $y_{\text{в}} = 6 \cdot \frac{3}{2} - 2 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4,5$; (1,5; 4,5).

3)

x	1	2	0	3	-1	-2
y	4	4	0	0	-8	-20



д) $y=(2x-7)(x+1)=2x^2-7x+2x-7=2x^2-5x-7$.

1) Графиком функции $y=(2x-7)(x+1)$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Найдем координаты вершины:
 $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot 2} = 1,25$; $y_{\text{в}} = 2 \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{4} - 7 = -10 \frac{1}{8}$; $(1 \frac{1}{4}; -10 \frac{1}{8})$.

3)

x	1	0	-1	2	-2
y	-10	-7	0	-9	11

Остальные три точки найдем, используя симметрию этих точек относительно прямой

$$x = 1 \frac{1}{4}$$

$$e) y=(2-x)(x+6)=2x-x^2+12-6x=-x^2-4x+12.$$

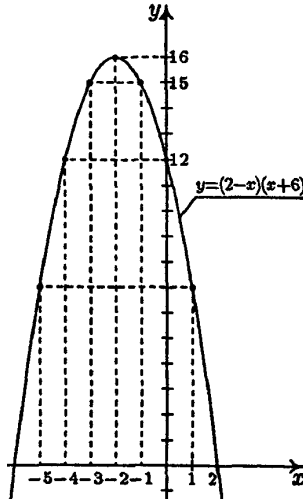
1) Графиком функции $y=(2-x)(x+6)$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

2) Найдем координаты вершины: $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot (-1)} = -2$;

$$y_{\text{в}} = -(-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 12 = 16; (-2; 16).$$

3)

x	-1	-3	0	-4	2	-2
y	15	15	12	12	0	16



184.

а) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x_B = \frac{0,5}{2 \cdot 3} = \frac{1}{12}$,

$$y_B = 3 \cdot \frac{1}{144} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{16} = \frac{1}{48} - \frac{1}{24} + \frac{1}{16} = \frac{1-2+3}{48} = \frac{1}{24}.$$

Так как $y_B = \frac{1}{24}$,

$$E(y) = \left[\frac{1}{24}; +\infty \right).$$

б) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вверх. Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{1,2}{4} = -\frac{6}{5 \cdot 4} = -\frac{3}{10} = -0,3$;

$$y_B = 2 \cdot 0,09 - 1,2 \cdot 0,3 + 2 = 0,18 - 3,6 + 2 = 2,18 - 3,6 = 0,42.$$

Следовательно, $E(y) = [0,42; +\infty)$.

в) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_B = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 4$,

$$y_B = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 4 \cdot 4 - 5,5 = -8 + 16 - 5,5 = 8 - 5,5 = 2,5.$$

Следовательно,

$$E(y) = (-\infty; 2,5].$$

г) Графиком функции является парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты вершины: $x_B = \frac{2}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$,

$$y_{\text{в}} = -3 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{14}{3} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{14}{3} = \frac{-1+2-14}{3} = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}$$

Следовательно, $E(y) = (-\infty; -4\frac{1}{3}]$.

185.

График зависимости высоты от времени — парабола, у которой ветви направлены вниз. Найдем координаты ее вершины:

$$t_{\text{в}} = \frac{-24}{-2 \cdot 4,9} = \frac{12}{4,9} = \frac{120}{49} = 2\frac{22}{49} \text{ (с)}. \text{ Максимальная высота, на которую}$$

поднялся мяч, — это ордината вершины $h_{\text{в}}$: $h_{\text{в}} = 24 \cdot \frac{120}{49} -$

$$-4,9 \cdot \left(\frac{120}{49}\right)^2 = \frac{24 \cdot 120}{49} - \frac{49 \cdot 120^2}{10 \cdot 49^2} = \frac{24 \cdot 120}{49} - \frac{120 \cdot 12}{49} = \frac{24 \cdot 120 - 12 \cdot 120}{49} =$$

$$= \frac{12 \cdot 120}{49} = \frac{1440}{49} = 29\frac{19}{49} \text{ (м)}. \text{ Заметим, что мяч поднимался в проме-$$

жутке времени $[0; 2\frac{22}{49}]$. Найдем момент падения мяча: $h(t)=0$;

$$24t - 4,9t^2 = 0; \text{ Мяч упадет при } 24 - 4,9t = 0 \text{ (при } t=0 \text{ его бросили).}$$

$$4,9t = 24; t = \frac{240}{49} = 4\frac{44}{49} \text{ (с)}. \text{ Итак, мяч падал в промежуток времени}$$

$[2\frac{22}{49}; 4\frac{44}{49}]$ и при $t = 4\frac{44}{49}$ упал на землю.

186*.

а) График такой функции — парабола, у которой ветви направлены вверх, а абсцисса вершины равна -3 . Например, функция $y = (x+3)^2$ удовлетворяет условию задачи.

б) График этой функции — парабола, у которой ветви направлены вниз, а абсцисса вершины равна 6 . Например, функция $y = -(x-6)^2$ удовлетворяет условию задачи.

187*.

а) $y=0$ при $x=3$ и $x=4 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 9+3p+q=0, & \begin{cases} q=-3(p+3), \\ 16+4p+q=0; \end{cases} & \begin{cases} q=-3(p+3), \\ 16+p-9=0; \end{cases} \\ 16+4p+q=0; & \begin{cases} 16+4p-3(p+3)=0; \end{cases} & \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=-3(p+3), & \begin{cases} q=12, \\ p=-7; \end{cases} \\ p=-7; & \begin{cases} p=-7; \end{cases} \end{cases}$$

б) При $x=0$ имеем $y=6$, при $x=2$ имеем $y=0 \Rightarrow q=6$; $4+2p+q=0 \Rightarrow 4+2p+6=0$; $2p=-10$; $p=-5$. Итак, $q=6$, $p=-5$.

в) При $x=6$ функция достигает наименьшего значения \Rightarrow координаты вершины параболы, являющейся ее графиком, $(6; 24)$. Поскольку $x_v = -\frac{b}{2a}$, имеем: $6 = -\frac{p}{2}$, т.е. $p = -12$. Поскольку $y_v = 24$, имеем: $36+6p+q=24 \Rightarrow 36-6 \cdot 12+q=24$; $12-6 \cdot 12 = -q$, $-q = -5 \cdot 12$, $q=60$. Итак, $q=60$, $p=-12$.

188*.

а) Ветви параболы направлены вниз, значит, $a < 0$. Выделим квадрат двучлена: $ax^2+bx+c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a((x + \frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2) + c$. Заметим, что сдвиг вдоль оси Ox зависит от знаков a и b : если они совпадают, это — сдвиг влево на $\frac{b}{2a}$ единиц, если они разных знаков, это — сдвиг вправо на $\frac{b}{2a}$ единиц. В данном случае график сдвинут вправо от $y=0$, значит, b и a имеют разные знаки, т.е. $b > 0$. Так как $ax^2+bx+c = x(b+ax)+c$, коэффициент c определяет сдвиг вдоль оси Oy графика функции $x(b+ax)$. В нашем случае у a и b разные знаки, значит, один нуль квадратичной функции $x(b+ax)$ равен 0, а второй лежит правее нуля. Так как на данном графике оба корня лежат правее нуля, произошел сдвиг вниз, следовательно, $c < 0$.

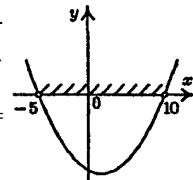
б) Ветви параболы направлены вверх, следовательно, $a > 0$. График сдвинут вправо от оси Oy , значит, a и b разных знаков, т.е. $b < 0$. Так как a и b разных знаков, второй нуль функции ax^2+bx правее $x=0$. Т.к. на данном графике оба нуля лежат правее оси Oy , значит, произошел сдвиг вверх, т.е. $c > 0$. Итак, $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$.

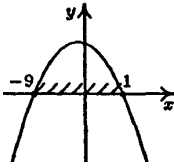
189.

а) 1) График функции $y=x^2-5x-50$ является параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Решим уравнение $x^2-5x-50=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-50) = 225$; $x_1 = \frac{5+15}{2} = 10$, $x_2 = \frac{5-15}{2} = -5$.

3) $(-5; 10)$.





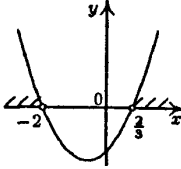
б) 1) Графиком функции $y = -m^2 - 8m + 9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при m^2 отрицательный).

2) Решим уравнение $-m^2 - 8m + 9 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 9 =$

$$= 100; m_1 = \frac{8+10}{2 \cdot (-1)} = -9, m_2 = \frac{8-10}{-2} = 1.$$

3) $[-9; 1]$.

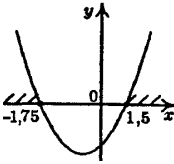
в) 1) Графиком функции $z = 3y^2 + 4y - 4$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при y^2 положительный).



2) Решим уравнение $3y^2 + 4y - 4 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) = 64$; $y_1 = \frac{-4+8}{6} = \frac{2}{3}$, $y_2 = \frac{-4-8}{6} = -2$.

3) $(-\infty; -2) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$.

г) $8p^2 + 2p - 21 \geq 0$.

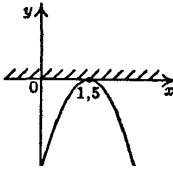


1) Графиком функции $8p^2 + 2p - 21$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при p^2 положительный).

2) Решим уравнение $8p^2 + 2p - 21 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-21) = 676$; $p_1 = \frac{-2+26}{16} = 1,5$, $p_2 = \frac{-2-26}{16} = -1,75$

3) $(-\infty; -1,75) \cup (1,5; +\infty)$.

д) $-4x^2 + 12x - 9 \leq 0$.



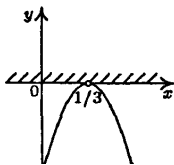
1) Графиком функции $y = -4x^2 + 12x - 9$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный)

2) Решим уравнение $-4x^2 + 12x - 9 = 0$; $4x^2 - 12x + 9 = 0$;

$$D = 12^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-9) = 0; x = \frac{-12+0}{-8} = 1,5.$$

3) $(-\infty; +\infty)$.

е) $-9x^2 + 6x - 1 < 0$.



1) Графиком функции $y = -9x^2 + 6x - 1$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

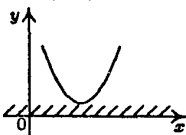
2) Решим уравнение $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $9x^2 - 6x + 1 = 0$;

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0; x = \frac{6+0}{18} = \frac{1}{3}.$$

3) $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$.

190.

а) $2(x^2+x-3x-3) > x^2+5x-7x-35; x^2-2x+29 > 0$.



1) Графиком функции $y=x^2-2x+29$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Решим уравнение $x^2-2x+29=0; D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 29 < 0$ — нет корней.

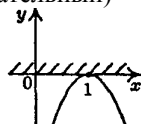
3) x — любое.

б) $(x+5)(x-7) \leq 4(x^2+2x-4x-8); x^2+5x-7x-35 \leq 4x^2+8x-16x-32;$
 $x^2+5x-7x-35-4x^2-8x+16x+32 \leq 0; -3x^2+6x-3 \leq 0$.

1) Графиком функции $y=-3x^2+6x-3$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный)

2) Решим уравнение $-3x^2+6x-3=0; x^2-2x+1=0;$

$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 1=0. x = \frac{2+0}{2} = 1.$



3) x — любое.

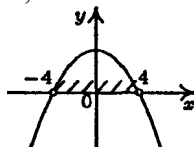
191.

а) 1) Т.к. подкоренное выражение неотрицательно, то $144-9x^2 \geq 0$ и $144-9x^2$ стоит в знаменателе $\Rightarrow 144-9x^2 \neq 0$ Значит, $144-9x^2 > 0$.

2) Графиком функции $y=144-9x^2$ является парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

3) Решим уравнение: $144-9x^2=0; 9x^2=144; x^2=16;$
 $x=4$ или $x=-4$.

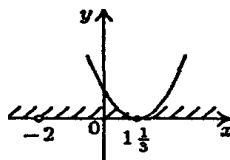
4) $(-4; 4)$.



б) 1) Так как подкоренное выражение неотрицательно, то $16-24x+9x^2 \geq 0$. Т.к. $x+2$ стоит в знаменателе дроби, $\Rightarrow x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$.

2) Графиком функции $y=9x^2-24x+16$ является парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

3) Решим уравнение $9x^2-24x+16=0; D=(-24)^2-4\cdot 9\cdot 16=0; x = \frac{24+0}{18} = \frac{4}{3}$.



4) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

192*.

Решим первое неравенство. Рассмотрим уравнение $x^2+6x-7=0$;

$$D=6^2-4\cdot1\cdot(-7)=64; \quad x_1 = \frac{-6+\sqrt{64}}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-6-\sqrt{64}}{2} = -7;$$

$$(x-1)(x+7) \leq 0 \text{ при } -7 \leq x \leq 1.$$



Решим второе неравенство: $x^2-2-15 \leq 0$;

$$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-15)=64; \quad x_1 = \frac{2+8}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{2-8}{2} = -3;$$

$$(x-5)(x+3) \leq 0 \text{ при } -3 \leq x \leq 5.$$

Общие решения неравенств: $-3 \leq x \leq 1$.

193*.

а) Решим первое неравенство системы. $4x^2-27x-7=0$;

$$D=(-27)^2-4\cdot4\cdot(-7)=841; \quad x_1 = \frac{27+29}{8} = \frac{56}{8} = 7 \quad \text{или}$$

$$x_2 = \frac{27-29}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}; \quad (x-7)(x+\frac{1}{4}) > 0 \text{ при } x < -\frac{1}{4} \text{ и } x > 7.$$

Учитывая второе уравнение системы, получаем: $x > 7$.

б) Решим первое неравенство системы. $-3x^2+17x+6 < 0$;

$$3x^2-17x-6 > 0. \quad \text{Рассмотрим уравнение } 3x^2-17x-6=0;$$

$$D=17^2+6\cdot12=289+72=361; \quad x_1 = \frac{17+19}{6} = \frac{36}{6} = 6 \quad \text{или}$$

$$x_2 = \frac{17-19}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}; \quad (x-6)(x+\frac{1}{3}) > 0 \text{ при } x < -\frac{1}{3} \text{ и } x > 6. \text{ Учитывая}$$

второе уравнение системы, получаем: $x < -\frac{1}{3}$.

в) Решим второе неравенство системы: $2x^2-18 > 0$;

$$2(x^2-9) > 0 \quad 2(x-3)(x+3) > 0 \text{ при } x < -3 \text{ и } x > 3. \text{ Из первого не}$$

равенства следует, что $x < -1$, получаем: $x < -3$.

г) Решим второе неравенство системы: $3x^2-15x > 0$; $3x(x-5) < 0$ при $0 < x < 5$. Из первого неравенства следует, что $x > 4$, получаем: $4 < x < 5$.

194*.

а) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение $x^2+x-6=0$; $D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25$; $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$, $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$; $(x-2)(x+3)<0$ при $-3<x<2$.

Решим второе неравенство системы: $-x^2+2x+3>0$; $x^2-2x-3<0$;
 $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16$; $x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$ или $x_2 = \frac{2-4}{2} = -1$; $(x-3)(x+1)<0$ при $-1<x<3$.

Учитывая решение первого неравенства, получаем: $-1<x<2$.

б) Решим первое неравенство системы. Рассмотрим уравнение $x^2+4x-5=0$; $D=4^2-4\cdot1\cdot(-5)=36$; $x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-4-6}{2} = -5$; $(x-1)(x+5)>0$ при $x<-5$ и $x>1$.

Решим второе неравенство системы. Рассмотрим уравнение: $x^2-2x-8=0$; $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-8)=36$; $x_1 = \frac{2+6}{2} = 4$, $x_2 = \frac{2-6}{2} = -2$;
 $(x+2)(x-4)<0$ при $-2<x<4$.

Учитывая решение первого неравенства системы, получаем: $1<x<4$.

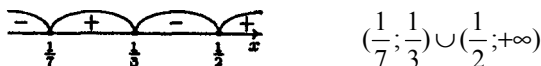
195.

а) $(x+1,2)(6-x)(x-4)>0$; $-(x+1,2)(x-6)(x-4)>0$; $(x+1,2)(x-6)(x-4)<0$;

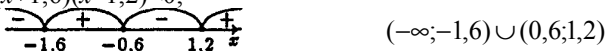


б) $(\frac{1}{3}-x)(\frac{1}{2}-x)(\frac{1}{7}-x)<0$; $-(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{7})<0$;

$(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{7})>0$;



в) $(x+0,6)(1,6+x)(1,2-x)>0$; $-(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2)>0$;
 $(x+0,6)(x+1,6)(x-1,2)<0$;



г) $(1,7-x)(1,8+x)(1,9-x)<0$; $(x-1,7)(x+1,8)(x-1,9)<0$;



196.

а) $(3x-5)(x+4)(2-x)=0$; $3x-5=0$ или $x+4=0$ или $2-x=0$; т.е. $x=1\frac{2}{3}$ или $x=-4$ или $x=2$.

б) $(3x-5)(x+4)(2-x)>0$; $-3(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)>0$;
 $(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)<0$.

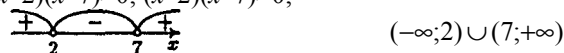


в) $(3x-5)(x+4)(2-x)<0$; $-3(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)<0$; $(x-\frac{5}{3})(x+4)(x-2)>0$.



197.

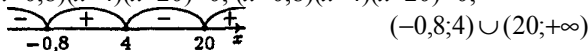
а) $18(x-2)(x-7)>0$; $(x-2)(x-7)>0$;



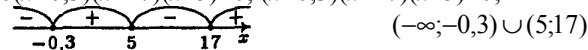
б) $-(x-7,3)(x-9,8)>0$; $(x-7,3)(x-9,8)<0$;



в) $-(x+0,8)(x-4)(x-20)<0$; $(x+0,8)(x-4)(x-20)>0$;

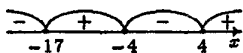


г) $-10(x+0,3)(x-17)(x-5)\geq 0$; $(x+0,3)(x-17)(x-5)\leq 0$;



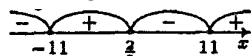
198.

а) $(x-4)(x+4)(x+17)>0$;



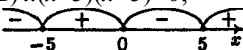
$(-17; -4) \cup (4; +\infty)$

б) $(x-\frac{2}{3})(x-11)(x+11)<0$;



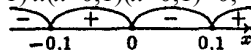
$(-\infty; -11) \cup (\frac{2}{3}; 11)$

в) $x(x-5)(x+5)<0$;



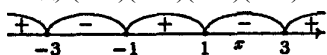
$(-\infty; -5) \cup (0; 5)$

г) $x(x-0,1)(x+0,1)>0$;

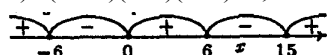


$(-0,1; 0) \cup (0,1; +\infty)$

д) $(x-3)(x+3)(x-1)(x+1)>0$;



е) $x(x-15)(x-6)(x+6)<0$;



$$(-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty) \quad (-6; 0) \cup (6; 15)$$

199*.

а) Т.к. $x^2+17>0$ при всех x , решим только неравенство $(x-6)(x+2)<0$; его решение: $-2<x<6$.

б) Т.к. $2x^2+1>0$ при всех x , решим только неравенство $x(x-4)<0$; его решение: $x<0$ или $x>4$.

в) Т.к. $(x-1)^2\geq 0$ при всех x , этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=1$. Решим неравенство $x-24<0$; $x<24$. Учитывая, что $x\neq 1$, получаем $x<1$ или $1<x<24$.

г) Т.к. $(x-4)^2\geq 0$ при всех x , этот множитель не влияет на знак неравенства. Но т.к. неравенство строгое, исключим из решения $x=4$. Решим неравенство $(x+7)(x-21)>0$. Его решение: $x<-7$ или $x>21$. Получаем $x<-7$ или $x>21$.

200.

а) Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит под корнем, то $(3x-1)(6x+1)\geq 0$. Т.к. $(3x-1)(6x+1)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow (3x-1)(6x+1)\neq 0$. Следовательно,

$$(3x-1)(6x+1)>0; \quad 6\cdot 3(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{6})>0; \quad (x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{6})>0;$$

$$(-\infty; -\frac{1}{6}) \cup (\frac{1}{3}; +\infty).$$

б) $y = \frac{7}{\sqrt{(11x+2)(x-4)}}$. Т.к. подкоренное выражение неотрицательно $\Rightarrow (11x+2)(x-4)\geq 0$. Т.к. $(11x+2)(x-4)$ стоит в знаменателе $\Rightarrow (11x+2)(x-4)\neq 0$. Следовательно, $(11x+2)(x-4)>0$; $(x+\frac{2}{11})(x-4)>0$;

$$(-\infty; -\frac{2}{11}) \cup (4; +\infty).$$

а) Выражение $\frac{x-3}{x+1}$ не определено в точке $x=-1$, поэтому в решение первого неравенства эта точка не входит. Но она входит в решение второго, т.к. при $x=-1$ левая часть второго неравенства равна нулю, значит неравенства не равносильны.

б) В решение первого неравенства точка $x=8$ не входит, а второго — входит, следовательно, неравенства не равносильны.

202*.

- а) $\frac{x-8}{x+1} \geq 0$; $(-\infty; -4) \cup (8; +\infty)$. г) $\frac{6-x}{x-4} \leq 0$; $(-\infty; 4) \cup (6; +\infty)$.
- б) $\frac{x+16}{x-11} < 0 \Rightarrow (x+16)(x-11) < 0$; $(-16; 11)$. д) $\frac{2x-4}{3x+3} \leq 0$; $(-1; 2]$.
- в) $\frac{x+1}{3-x} \geq 0$; $[-1; 3)$. е) $\frac{5x-1}{2x-3} \geq 0$. $\frac{5}{2} \cdot \frac{x-\frac{1}{5}}{x-\frac{3}{2}} \geq 0$; $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup [\frac{1}{5}; +\infty)$.

203.

- а) 5; б) 6; в) 5; г) $(x+8)(x-7) = x^2 + 8x - 7x - 56 = 0$, его степень 2; д) 1;
 е) $5x^3 - 5x(x^2 + 9) = 17 \Rightarrow 5x^3 - 5x^2 - 20x = 17 \Rightarrow -20x - 17 = 0$, его степень равна 1.

204.

- а) $(8x-1)(2x-3) - (4x-1)^2 = 38$; $16x^2 - 2x - 24x + 3 - (16x^2 - 8x + 1) = 38$; $16x^2 - 2x - 24x + 3 - 16x^2 + 8x - 1 - 38 = 0$; $-18x - 36 = 0$; $-18x = 36$; $x = -2$.

б) $\frac{(15x-1)(1+15x)}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\frac{(15x-1)(1+15x)}{3} = \frac{8}{3}$; $225x^2 - 1 = 8$; $225x^2 = 9$;

$x^2 = \frac{9}{225}$; $x_1 = \frac{3}{15}$, $x_2 = -\frac{3}{15}$.

в) $0,5y^3 - 0,5y(y+1)(y-3) = 7$; $0,5y^3 - 0,5y(y^2 + y - 2y - 3) - 7 = 0$; $y^2 + 1,5y - 7 = 0$; $D = 2,25 + 28 = 30,25$; $y_1 = \frac{-1,5 + 5,5}{2} = 2$, $y_2 = \frac{-1,5 + 5,5}{2} = -3,5$.

г) $x^4 - x^2 = \frac{(1+2x^2)(2x^2-1)}{4}$; $4(x^4 - x^2) = (1+2x^2)(2x^2-1)$; $4x^4 - 4x^2 = 4x^4 - 1$;

$4x^4 - 4x^2 - 4x^4 = -1$; $4x^2 = 1$; $x^2 = \frac{1}{4}$; $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

205.

- а) $(6-x)(x+6) - (x-11)x = 36$; $36 - x^2 - (x^2 - 11x) - 36 = 0$; $36 - x^2 - x^2 + 11x - 36 = 0$;
 $-2x^2 + 11x = 0$; $x(-2x + 11) = 0$; $x = 0$ или $-2x + 11 = 0$, т.е. $-2x = -11$, $x = 5,5$.

б) $\frac{1-3y}{11} - \frac{3-y}{5} = 0$; $\frac{5(1-3y) - 11(3-y)}{55} = 0$; $55 \neq 0 \Rightarrow 5 - 15y - 33 + 11y = 0$; $-4y = 28$; $y = -7$.

в) $9x^2 - \frac{(12x-11)(3x+8)}{4} = 1$; $36x^2 - (36x^2 - 33x + 96x - 88) - 4 = 0$; $36x^2 - 36x^2 +$

$+33x - 96x + 88 - 4 = 0$; $-63x = -84$; $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{(y+1)^2}{12} - \frac{1-y^2}{4} = 4; \quad \frac{(y+1)^2}{12} - \frac{1-y^2}{4} - 4 = 0; \quad \frac{2(y+1)^2 - (1-y)^2 - 96}{24} = 0; \\ 24 \neq 0 \Rightarrow 2(y^2+2y+1) - 1 + y^2 - 96 = 0; \quad 3y^2 + 4y - 95 = 0; \quad D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-95) = 1156; \\ y_1 = \frac{-4 + 34}{6} = 5, \quad y_2 = \frac{-4 - 34}{6} = -6\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

206.

$5x^6 + 6x^4 + x^2 = -4$. В левую часть уравнения x входит только в четной степени \Rightarrow число неотрицательное, а в правой части — число отрицательное, значит уравнение корней не имеет.

207.

Пусть существует корень $x_0 < 0$. Так как отрицательное число в нечетной степени есть число отрицательное, найдем знак левой части: $12x_0^5 + 7x_0^3 + 11x_0 - 3 < 0$, а в правой части $121 > 0$. Т.е. равенство не выполняется ни при каких x , т.е. нет корней.

208.

$ax = 8$; $x = \frac{8}{a}$. Чтобы $\frac{8}{a}$ было целым числом, a должно быть делителем 8, т.е. $a = 1, 2, 4, 8$. Так как возможны и отрицательные решения, окончательно получаем: $-8; -4; -2; -1; 1; 2; 4; 8$.

209.

$$9x = p - 2; \quad x = \frac{p-2}{9}. \quad p - 2 < 0; \quad p < 0.$$

210.

а) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $2x^2 + 6x + b = 0$; $D = 36 - 4 \cdot 2 \cdot b = 36 - 8b > 0$; $36 - 8b > 0$; $-8b > -36$; $b < 4,5$.

б) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $5x^2 - 4x + 3b = 0$; $D = 16 - 4 \cdot 5 \cdot 3b = 16 - 60b > 0$; $16 - 60b > 0$; $-60b > -16$; $b < \frac{4}{15}$.

в) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $3x^2 + bx + 3 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = b^2 - 36 > 0$; $(b-6)(b+6) > 0$. $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$.

г) Чтобы уравнение имело 2 корня, необходимо, чтобы $D > 0$. $x^2 + bx + 5 = 0$; $D = b^2 - 7 \cdot 1 \cdot 5 = b^2 - 20 > 0$; $(b - 2\sqrt{5})(b + 2\sqrt{5}) > 0$; $(-\infty; -2\sqrt{5}) \cup (2\sqrt{5}; +\infty)$.

211.

а) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $3x^2-6x+3u=0$; $D=36-4\cdot 3\cdot 2u=36-24u=0$; $24u=36$; $u=\frac{36}{24}=1,5$.

б) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $5x^2+2ux+5=0$;
 $D=4u^2-4\cdot 5\cdot 5=4u^2-100=0$; $4u^2=100$; $u^2=\frac{100}{4}=25$; $u=5$ или $u=-5$.

в) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $x^2-3ux+18=0$;
 $D=9u^2-4\cdot 18=9u^2-72=0$; $9u^2=72$; $u^2=8$; $u=2\sqrt{2}$ или $u=-2\sqrt{2}$.

г) Уравнение имеет один корень, когда $D=0$. $2x^2-12x+3u=0$;
 $D=144-4\cdot 2\cdot 3u=144-24u=0$; $24u=144$; $u=6$.

212.

а) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $6x^2+tx+6=0$; $D=t^2-4\cdot 6\cdot 6=t^2-144<0$; $(t-12)(t+12)<0$; $-12<t<12$.

б) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $12x^2+4x+t=0$; $D=16-4\cdot 12\cdot t=16-48t<0$; $16<48t$; $t>\frac{16}{48}$; $t>\frac{1}{3}$.

в) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $2x^2-15x+t=0$; $D=225-4\cdot t=225-8t<0$; $225<8t$; $t>\frac{225}{8}$; $t>28\frac{1}{8}$.

г) Уравнение не имеет корней, если $D<0$. $2x^2+tx+18=0$; $D=t^2-4\cdot 2\cdot 18=t^2-144<0$; $(t-12)(t+12)<0$; $-12<t<12$.

213.

а) $y^3-6y=0$; $y(y^2-6)=0$; $y_1=0$ или $y^2-6=0$, $y^2=6$, $y_2=\sqrt{6}$, $y_3=-\sqrt{6}$.

б) $6x^4+3,6x^2=0$; $x^2(6x^2+3,6)=0$; $x_1=0$ или $6x^2+3,6=0$, т.е. $6x^2=-3,6$, $x^2=-0,6$. Во втором случае нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

в) $x^3+3x=3,5x^2$; $x(x^2-3,5x+3)$; $x_1=0$ или $x^2-3,5x+3=0$; $D=12,25-4\cdot 3=0,25$; $x_2=\frac{3,5+0,5}{2}=2$, $x_3=\frac{3,5-0,5}{2}=1,5$.

г) $x^3-0,1x=0,3x^2$; $x(x^2-0,3x-0,1)=0$; $x_1=0$; $x^2-0,3x-0,1=0$; $D=0,09-4\cdot 9\cdot (-0,1)=0,49$; $x_2=\frac{0,3+0,7}{2}=0,5$; $x_3=\frac{3,5-0,5}{2}=-0,2$.

д) $9x^3-18x^2-x+2=0$; $(9x^3-18x^2)+(-x+2)=0$; $9x^2(x-2)-(x-2)=0$;
 $(x-2)(9x^2-1)=0$; $(x-2)(3x-1)(3x+1)=0$; $x-2=0$ или $3x-1=0$ или $3x+1=0$;
 $x_1=2$; $x_2=\frac{1}{3}$; $x_3=-\frac{1}{3}$.

е) $y^4 - y^3 - 16y^2 + 16y = 0$; $y^3(y-1) - 16y(y-1) = 0$; $(y-1)(y^3 - 16y) = 0$;
 $y(y-1)(y^2 - 16) = 0$; $y(y-1)(y-4)(y+4) = 0$; $y = 0$ или $y-1 = 0$ или $y-4 = 0$ или
 $y+4 = 0$; $y_1 = 0$; $y_2 = 1$; $y_3 = 4$; $y_4 = -4$.

ж) $p^3 - p^2 = p - 1$; $p^3 - p^2 - p + 1 = 0$; $(p^3 - p^2) + (-p + 1) = 0$; $p^2(p-1) - (p-1) = 0$;
 $(p^2 - 1)(p-1) = 0$; $(p-1)(p+1)(p-1) = 0$; $(p-1)^2(p+1) = 0$; $p-1 = 0$ или $p+1 = 0$;
 $p_1 = 1$; $p_2 = -1$.

з) $x^4 - x^2 = 3x^3 - 3x$; $x^4 - x^2 - 3x^3 + 3x = 0$; $x^2(x^2 - 1) - 3x(x^2 - 1) = 0$; $(x^2 - 1)(x^2 - 3x) = 0$;
 $x(x-1)(x+1)(x-3) = 0$; $x = 0$ или $x-1 = 0$ или $x+1 = 0$ или $x-3 = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x_4 = 3$.

214.

а) $0,7x^4 - x^3 = 0$; $x^3(0,7x - 1) = 0$; $x_1 = 0$ или $0,7x - 1 = 0$; $0,7x = 1$, $x_2 = 1 \frac{3}{7}$.

б) $0,5x^3 - 72x = 0$; $x(0,5x^2 - 72) = 0$; $x_1 = 0$ или $0,5x^2 - 72 = 0$, т.е. $0,5x^2 = 72$,
 $x^2 = 144$, $x_2 = 12$ или $x_3 = -12$.

в) $x^3 + 4x = 5x^2$; $x^3 + 4x - 5x^2 = 0$; $x(x^2 - 5x + 4) = 0$; $x_1 = 0$ или $x^2 - 5x + 4 = 0$;
 $D = 25 - 4 \cdot 4 = 9$; $x_2 = \frac{5+3}{2} = 4$ или $x_3 = \frac{5-3}{2} = 1$.

г) $3x^3 - x^2 + 18x - 6 = 0$; $x^2(3x - 1) + 6(3x - 1) = 0$; $(3x - 1)(x^2 + 6) = 0$; $3x - 1 = 0$
или $x^2 + 6 = 0$; $3x = 1$, $x = \frac{1}{3}$ или $x^2 = -6$. Нет решения, т.к. квадрат любого

числа есть число неотрицательное.

д) $2x^4 - 18x^2 = 5x^3 - 45x$; $2x^4 - 18x^2 - 5x^3 + 45x = 0$; $2x^2(x^2 - 9) - 5x(x^2 - 9) = 0$;
 $(x^2 - 9)(2x^2 - 5x) = 0$; $x(x-3)(x+3)(2x-5) = 0$; $x_1 = 0$ или $x-3 = 0$ или $x+3 = 0$ или
 $2x-5 = 0$; $x_2 = 3$; $x_3 = -3$; $x_4 = 2,5$.

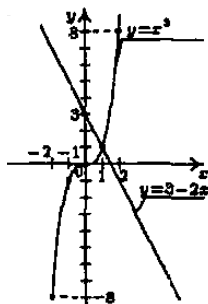
е) $3y^2 - 2y = 2y^3 - 3$; $3y^2 - 2y - 2y^3 + 3 = 0$; $y^2(3-2y) + (3-2y) = 0$; $(3-2y)(y^2 + 1) = 0$;
 $3-2y = 0$ или $y^2 + 1 = 0$; $2y = 3$, $y = 1,5$ или $y^2 = -1$ — нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

215.

$x^3 + 2x - 3 = 0$; $x^3 = 3 - 2x$.

1) График функции $y = x^3$ — кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8



2) График функции $y=3-2x$ – прямая.

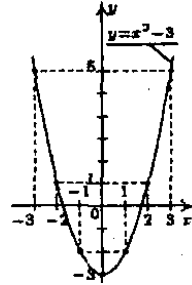
x	0	2
y	3	-1

$x=1$.

216.

1) График функции $y=x^2-3$ – параболой, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины: $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_b = 0 - 3 = -3$; $(0; -3)$, $x=0$ — ось симметрии.



3)

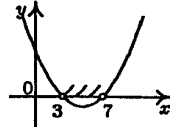
x	1	-1	2	-2	0
y	-2	-2	1	1	-3

Возрастает на $[0; +\infty)$; убывает на $(-\infty; 0]$.

217.

а) 1) График функции $y=x^2-10x+21$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

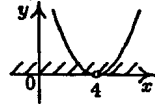
2) Решим уравнение $x^2-10x+21=0$; $D=(-10)^2-4 \cdot 1 \cdot 21=16$; $x_1 = \frac{10+4}{2} = 7$, $x_2 = \frac{10-4}{2} = 3$.



3) (3; 7).

б) 1) График функции $y=x^2-8x+16$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

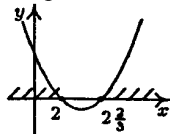
2) Решим уравнение $x^2-8x+16=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot 16=0$; $x = \frac{8+0}{2} = 4$.



3) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$.

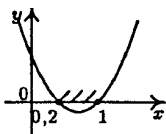
в) 1) График функции $y=3x^2-14x+16$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $3x^2-14x+16=0$; $D=(-14)^2-4 \cdot 3 \cdot 16=0$; $x_1 = \frac{14+2}{6} = 2\frac{2}{3}$, $x_2 = \frac{14-2}{6} = 2$.



3) $(-\infty; 2] \cup [2\frac{2}{3}; +\infty)$.

г) 1) График функции $y=5x^2-6x+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $5x^2 - 6x + 1 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 16$;

$$x_1 = \frac{6 + 4}{10} = 1, \quad x_2 = \frac{6 - 4}{10} = 0,2$$

3) $[0,2; 1]$.

218.

Обозначим скорость второго автомобиля x км/ч, тогда скорость первого равна $(x+10)$ км/ч; $\frac{540}{x}$ ч — время движения второго авто-

мобиля, $\frac{540}{x+10}$ ч — первого. По условию $\frac{540}{x}$ больше $\frac{540}{x+10}$ на

$$\frac{3}{4}. \quad \text{Получим:} \quad \frac{540}{x} - \frac{540}{x+10} = \frac{3}{4}; \quad \frac{540}{x} - \frac{540}{x+10} - \frac{3}{4} = 0;$$

$$\frac{2160(x+10) - 2160x - 3x(x+10)}{4x(x+10)} = 0; \quad x(x+10) \neq 0, \quad 2160x + 21600 -$$

$$-2160x - 3x^2 - 30x = 0; \quad x^2 + 10x - 7200 = 0; \quad D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7200) = 28900;$$

$$x_1 = \frac{-10 + 170}{2} = 80, \quad x_2 = \frac{-10 - 170}{2} = -90 \quad \text{— не подходит, т.к. ско-}$$

рость положительна. Если $x=80$, то $x+10=80+10=90$.

Ответ: 80 км/ч; 90 км/ч.

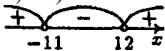
219.

а) $(x+8)(x-1,5) < 0$; $(-8; 1,5)$.



б) $\frac{12-x}{x+11} > 0$; $(12-x)(x+11) > 0$; $-(x-12)(x+11) > 0$; $(x-12)(x+11) < 0$;

$(-11; 12)$.

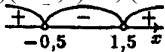


в) $(15-2x)(x+6) > 0$; $-2(x-\frac{15}{2})(x+6) > 0$; $(x-7,5)(x+6) < 0$; $(-6; 7,5)$.



г) $\frac{6-4x}{x+0,5} < 0$; $(6-4x)(x+0,5) < 0$; $-4(x-\frac{6}{4})(x+0,5) < 0$; $(x-$

$1,5)(x+0,5) > 0$; $(-\infty; -0,5) \cup (1,5; +\infty)$.



220.

а) $(2x^2+3)^2-12(2x^2+3)+11=0$. Обозначим $2x^2+3=v \Rightarrow v^2-12v+11=0$;
 $D=(-12)^2-4 \cdot 11=100$; $v_2=\frac{12+10}{2}=11$ или $v_1=\frac{12-10}{2}=1$; $2x^2+3=11$ или
 $2x^2+3=1$.

1) $2x^2=8$; $x^2=4$; $x_2=2$ или $x_1=-2$;

2) $2x^2=-2$; $x^2=-1$ — нет решений, т.к. квадрат любого числа есть число неотрицательное.

б) $(t^2-2t)^2-3=2(t^2-2t)$. Обозначим $t^2-2t=v \Rightarrow v^2-3=2v$; $v^2-2v-3=0$;
 $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16$; $v_2=\frac{2+4}{2}=3$ или $v_1=\frac{2-4}{2}=-1$; $t^2-2t=3$ или
 $t^2-2t=-1$; $t^2-2t-3=0$ или $t^2-2t+1=0$;
 $t_1=\frac{2+4}{2}=3$, $t_2=\frac{2-4}{2}=-1$; $t_3=\frac{2+0}{2}=1$.

в) $(x^2+x-1)(x^2+x+2)=40$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v+2)=30$;
 $v^2-v+2v-2-40=0$; $v^2+v-42=0$; $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-42)=169$; $v_2=\frac{-1+\sqrt{169}}{2}=6$
или $v_1=\frac{-1-\sqrt{169}}{2}=-7$; $x^2+x=6$ или $x^2+x=-7$; $x^2+x-6=0$ или

$x^2+x+7=0$; $x_1=\frac{-1+5}{2}=2$, $x_2=\frac{-1-5}{2}=-3$. Второе уравнение не имеет корней. Т.к. $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot 7=-27 < 0$.

г) $(2x^2+x-1)(2x^2+x-4)+2=0$. Обозначим $2x^2+x=v \Rightarrow (v-1)(v-4)+2=0$;
 $v^2-v-4v+4+2=0$; $v^2-5v+6=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot 6=1$; $v_2=\frac{5+1}{2}=3$,
 $v_1=\frac{5-1}{2}=2$; $2x^2+x=3$ или $2x^2+x=2$; $2x^2+x-3=0$ или $2x^2+x-2=0$;
 $x_1=\frac{-1+5}{4}=1$ или $x_2=\frac{-1-5}{4}=-\frac{3}{2}$; $x_3=\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$; $x_4=\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$.

221.

а) $(x^2+3)^2-11(x^2+3)+28=0$. Обозначим $x^2+3=v \Rightarrow v^2-11v+28=0$;
 $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot 28=9$; $v_2=\frac{11+3}{2}=7$; $v_1=\frac{11-3}{2}=4 \Rightarrow x^2+3=7$ или
 $x^2+3=4$; $x^2=4$ или $x^2=1$; $x_1=2$ или $x_2=-2$; $x_3=1$ или $x_4=-1$.

б) $(x^2-4x)^2+9(x^2-4x)+20=0$. Обозначим $x^2-4x=v \Rightarrow v^2+9v+20=0$;
 $D=9^2-4 \cdot 1 \cdot 20=1$; $v_2=\frac{-9-1}{2}=-4$ или $v_1=\frac{-9+1}{2}=-5$; $x^2-4x=-4$ или

$x^2-4x=-5$; $x^2-4x+4=0$ или $x^2-4x+5=0$; $x = \frac{4+0}{2} = 2$; второе уравнение решений не имеет, т.к. $D < 0$.

в) $(x^2+x)(x^2+x-5)=84$. Обозначим $x^2+x=v \Rightarrow v(v-5)=84$; $v^2-5v-84=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-84)=361$; $v_2 = \frac{15+19}{2} = 12$ или $v_1 = \frac{5-19}{2} = -7$; $x^2+x=12$ или $x^2+x=-7$; $x^2+x-12=0$ или $x^2+x+7=0$; $x_1 = \frac{-1-7}{2} = 3$ или $x_2 = \frac{-1-7}{2} = -4$; у второго уравнения нет корней, т.к. $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot 7=-27 < 0$.

222.

а) $x^4-5x^2-36=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-5v-36=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-36)=169$; $v_2 = \frac{5+13}{2} = 9$ или $v_1 = \frac{5-13}{2} = -4 \Rightarrow x^2=9$ или $x^2=-4$; из первого уравнения $x=3$ или $x=-3$; у второго уравнения нет решений, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

б) $y^4-6y^2+8=0$. Обозначим $y^2=v \Rightarrow v^2-6v+8=0$; $D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 8=4$; $v_2 = \frac{6+2}{2} = 4$ или $v_1 = \frac{6-2}{2} = 2$; $y^2=4$ или $y^2=2$; $y_1=2$ или $y_2=-2$; $y_3 = \sqrt{2}$ или $y_4 = -\sqrt{2}$.

в) $t^4+10t^2+25=0$. Обозначим $t^2=v \Rightarrow v^2+10v+25=0$; $D=10^2-4 \cdot 1 \cdot 25=0$; $v = \frac{-10+0}{2} = -5$; $t^2=-5$; нет корней.

г) $4x^4-5x^2+1=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 4v^2-5v+1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 4 \cdot 1=9$; $v_2 = \frac{5+3}{8} = 1$ или $v_1 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2=1$ или $x^2 = \frac{1}{4}$; $x_1=1$ или $x_2=-1$; $x_3 = \frac{1}{2}$ или $x_4 = -\frac{1}{2}$.

д) $9x^4-9x^2+2=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow 9v^2-9v+2=0$; $D=(-9)^2-4 \cdot 9 \cdot 2=9$; $v_2 = \frac{9+3}{18} = \frac{2}{3}$ или $v_1 = \frac{9-3}{18} = \frac{1}{3}$; $x^2 = \frac{2}{3}$ или $x^2 = \frac{1}{3}$; $x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}$ или $x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$; $x_3 = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $x_4 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$.

е) $16y^4 - 8y^2 + 1 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow 16v^2 - 8v + 1 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0$; $v = \frac{8+0}{32} = \frac{1}{4} \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4}$; $y_2 = \frac{1}{2}$; $y_1 = -\frac{1}{2}$.

223.

а) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$. Обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 25v + 144 = 0$; $D = (-25)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 144 = 49$; $v_2 = \frac{25 + \sqrt{49}}{2} = 16$; $v_1 = \frac{25 - \sqrt{49}}{2} = 9 \Rightarrow x^2 = 16$ или $x^2 = 9$; $x_1 = 4$; $x_2 = -4$; $x_3 = 3$; $x_4 = -3$.

б) $y^4 + 14y^2 + 48 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow v^2 + 14v + 48 = 0$; $D = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 4$; $v_2 = \frac{-14 + 2}{2} = -6$; $v_1 = \frac{-14 - 2}{2} = -8 \Rightarrow y^2 = -6$ или $y^2 = -8$;

— нет корней, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

в) $x^4 - 4x^2 + 4 = 0$. Обозначим $x^2 = v$; $v^2 - 4v + 4 = 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$; $v = \frac{4+0}{2} = 2$; $x^2 = 2$; $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$.

г) $t^4 - 2t^2 - 3 = 0$. Обозначим $t^2 = v$; $v^2 - 2v - 3 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$; $v_2 = \frac{2+4}{2} = 3$ или $v_1 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow t^2 = 3$ или $t^2 = -1$; $t_1 = \sqrt{3}$ или $t_2 = -\sqrt{3}$; у второго нет корней, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

д) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$. Обозначим $x^2 = v \Rightarrow D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49$; $v_2 = \frac{9+7}{4} = 4$; $v_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 4$ или $x^2 = \frac{1}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = -\sqrt{\frac{1}{2}}$; $x_4 = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

е) $5y^4 - 5y^2 + 2 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow 5v^2 - 5v + 2 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -15 < 0$ — нет корней.

224.

а) $y = x^4 - 5x^2 + 4$.

Точка пересечения с Оу. $x = 0 \Rightarrow y = 0^4 - 5 \cdot 0^2 + 4 = 4 \Rightarrow (0; 4)$.

Точка пересечения с Ох $y = 0 \Rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 5v + 4 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$; $v_2 = \frac{5+3}{2} = 4$ или $v_1 = \frac{5-3}{2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4$ или $x^2 = 1$; из первого уравнения $x_1 = 2$ или $x_2 = -2$ из второго $x_3 = 1$ или $x_4 = -1$. $(2; 0)$; $(-2; 0)$; $(1; 0)$; $(-1; 0)$.

б) $y = x^4 + 3x^2 - 10$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4+3\cdot 0^2-10=-10$;
 $\Rightarrow (0; -10)$.

Если $y=0 \Rightarrow x^4+3x^2-10=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2+3v-10=0$; $D=3^2-4\cdot 1\cdot (-10)=49$; $v_2 = \frac{-3+7}{2} = 2$ или $v_1 = \frac{-3-7}{2} = -5 \Rightarrow x^2=2$ или $x^2=-5$;

из первого уравнения $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$, у второго уравнения корней нет. $(\sqrt{2}; 0)$; $(-\sqrt{2}; 0)$ — точки пересечения с Ох.

в) $y=x^4-20x^2+100$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=0^4-20\cdot 0^2+100=100$
 $\Rightarrow (0; 100)$.

Если $y=0 \Rightarrow x^4-20x^2+100=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-20v+100=0$;
 $D=(-20)^2-4\cdot 1\cdot 100=0$; $v = \frac{20+0}{2} = 10 \Rightarrow x^2=10$; $x_1 = \sqrt{10}$; $x_2 = -\sqrt{10}$.

$(\sqrt{10}; 0)$; $(-\sqrt{10}; 0)$ — точки пересечения с Ох.

г) $y=4x^4+16x^2$.

Найдем точку пересечения с Оу: если $x=0 \Rightarrow y=4\cdot 0+16\cdot 0=0 \Rightarrow (0; 0)$.

Если $y=0 \Rightarrow 4x^4+16x^2=0$; $4x^2(x^2+4)=0$, $x=0$; $(0; 0)$ — точка пересечения с Ох.

225.

а) $(x^2-1)(x^2+1)-4(x^2-11)=0$; $x^4-1-4x^2+44=0$; $x^4-4x^2+43=0$; обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-4v+43=0$; $D=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 43<0$. Нет корней.

б) $3x^2(x-1)(x+1)-10x^2+4=0$; $3x^2(x^2-1)-10x^2+4=0$; $3x^4-3x^2-10x^2+4=0$;
обозначим $x^2=v \Rightarrow 3v^2-13v+4=0$; $D=(-13)^2-4\cdot 3\cdot 4=121$;
 $v_2 = \frac{13+\sqrt{121}}{6} = 4$ или $v_1 = \frac{13-\sqrt{121}}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2=4$ или $x^2=\frac{1}{3}$; из пер-

вого уравнения $x_1=2$ или $x_2=-2$; из второго $x_3 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$; $x_4 = \sqrt{\frac{1}{3}}$.

226.

а) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+5x+5=0$; $x^4(x+1)-6x^2(x+1)+5(x+1)=0$; $(x+1)(x^4-6x^2+5)=0$; $x+1=0$, $x_1=-1$ или $x^4-6x^2+5=0$. Обозначим $x^2=v \Rightarrow v^2-6v+5=0$; $D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 5=16$; $v_2 = \frac{6+4}{2} = 5$ или $v_1 = \frac{6-4}{2} = 1 \Rightarrow x^2=5$

или $x^2=1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{5}$; $x_3=\sqrt{5}$; из второго $x_4=1$;
 $x_5=-1$.

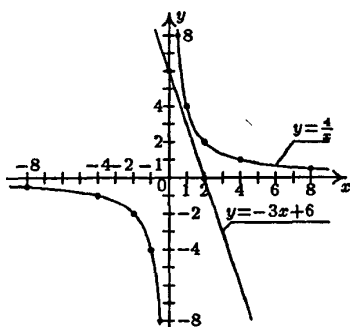
б) $x^4(x-1)-2x^2(x-1)-3(x-1)=0$; $(x-1)(x^4-2x^2-3)=0$; $x-1=0$, $x_1=1$ или $x^4-2x^2-3=0$. Обозначим $x^2=y \Rightarrow y^2-2y-3=0$; $D=(-2)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=16$; $v_{21}=\frac{2+4}{2}=3$ или $v_1=\frac{2-4}{2}=-1 \Rightarrow x^2=3$ или $x^2=-1$; из первого уравнения $x_2=-\sqrt{3}$; $x_3=\sqrt{3}$, у второго уравнения корней нет, т.к. квадрат любого числа неотрицателен.

227.

а) График функции $y = \frac{4}{x}$ – ги-

пербола, у которой ветви расположены в I и III ч.

x	1	2	3	4	-1	-2	-4	-6	-8
y	4	2	1	1	-4	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$



б) График функции $y = -3x + 6$ – прямая.

x	0	3
y	6	-3

228.

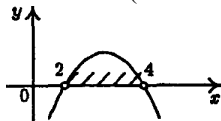
а) $3x^2+2px+5=0$; уравнение имеет 2 корня, когда $D>0$:
 $D=(2p)^2-4 \cdot 3 \cdot 5=4p^2-60>0$; $4p^2-60>0$; $4(p^2-15)>0$; $p^2-15>0$;
 $(p-\sqrt{15})(p+\sqrt{15})>0$. $(-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty)$

б) $6x^2-4x+p=0$; уравнение не имеет корней, если $D<0$;
 $D=16-4 \cdot 6 \cdot p=16-24p<0$; $-24p<-16$; $p>\frac{16}{24}$; $p>\frac{2}{3}$. $(-\infty; \frac{2}{3})$

229.

а) $-x^2+6x-8>0$.

1) График функции $y=-x^2+6x-8$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

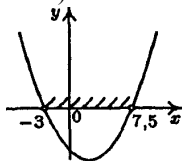


2) Решим уравнение $-x^2+6x-8=0$; $x^2-6x+8=0$;

$$D=(-6)^2-4 \cdot 1 \cdot 8=4; x_1=\frac{6+2}{2}=4; x_2=\frac{6-2}{2}=2.$$

3) (2; 4).


б) $2x^2-9x-45<0$.




1) График функции $y=2x^2-9x-45$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный).

2) Решим уравнение $2x^2 - 9x - 45 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-45) = 441$; $x_1 = \frac{9 + 21}{4} = 7,5$; $x_2 = \frac{9 - 21}{4} = -3$.

3) $(-3; 7,5)$.

в) $\frac{5-4x}{x} > 0$, $\frac{4(x-\frac{5}{4})}{x} < 0$.  (0; 1,25).

г) $\frac{30+x}{x-30} < 0$.  $(-30; 30)$

230.

а) $x = -1$; $y = 3 \Rightarrow (-1)^2 - 3 + 2 = 0$. Следовательно, $(-1; 3)$ является решением уравнения.

б) $x = -1$; $y = 3 \Rightarrow (-1) \cdot 3 + 3 = 6$. Следовательно, $(-1; 3)$ не является решением уравнения.

231.

а) $x = -2$; $y = 1$. $(-2)^2 + (1)^2 = 5$; $6 \cdot (-2) + 5 \cdot 1 = -12 + 5 = -7$. Следовательно, $(-2; 1)$ не является решением системы.

б) $x = 1$; $y = -2$, $1^2 + (-2)^2 = 5$; $6 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) = -4$. Следовательно, $(1; -2)$ является решением системы.

232.

а) 2;

б) 1;

в) $4 + 2 = 6$;

г) уравнение эквивалентно такому: $x - xy - 4 = 0$, его степень равна 2;

д) уравнение эквивалентно такому: $x^4 - 4x^2y^2 + 4y^4 - 5y = 0$, его степень равна 4;

е) уравнение эквивалентно такому: $7x^8 - 12xy + y - 7x^8 - 7x^2 = 0$, т.е. $-12xy + y - 7x^2 = 0$, его степень равна 2.

233.

1) График функции $y = x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положительный)

2) Найдем координаты вершины:

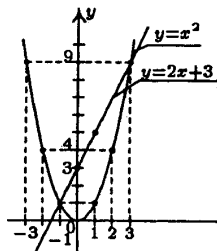
$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0 \Rightarrow y_b = 0; (0; 0).$$

3)

x	1	3	-3	0	-1
y	1	9	9	0	1

4) График функции $y = 2x + 3$ – прямая.

x	-1	1
---	----	---



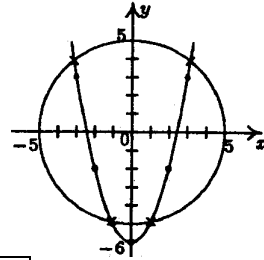
y	1	5
	$(-1; 1); (3; 9)$	

234.

1) График $x^2+y^2=25$ – окружность с центром в $(0; 0)$.

2) График функции $y=x^2-6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:
 $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_b = 0^2 - 6 = -6; (0; -6)$.



4)

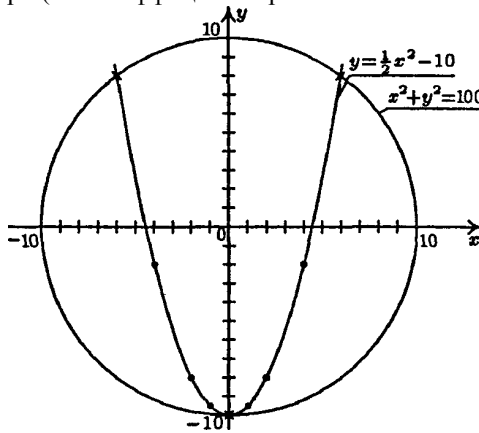
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	-2	5	-6	-5	-2	3

$\approx (3, 2; 3, 9); \approx (-3, 2; 3, 9); \approx (-1, 1; -4, 9); \approx (1, 1; -4, 9)$.

235.

1) График уравнения $x^2+y^2=100$ – окружность с центром в $(0; 0)$.

2) График функции $y = \frac{1}{2}x^2 - 10$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



3) Найдем координаты вершины: $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 0; y_b = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 10 = -10; (0; -10)$.

4)

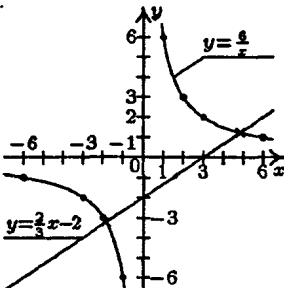
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
-----	----	----	----	---	---	---	---

y	$-\frac{11}{2}$	-8	-4,5	-10	-9,5	-8	$-\frac{11}{2}$
---	-----------------	----	------	-----	------	----	-----------------

$(-10; 0); (6; 8); (-6; 8).$

236.

$$a) \begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y = \frac{2}{3}x - 2. \end{cases}$$



1) График функции $y = \frac{6}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=6>0$).

x	-1	-2	-3	-6	1	2	3	6
y	-6	-3	-2	-1	6	3	2	1

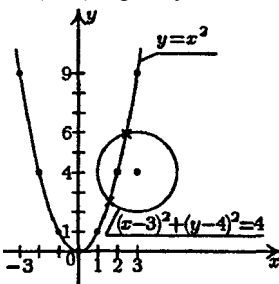
2) График функции $y = \frac{2}{3}x - 2$ – прямая.

x	0	6
y	-2	2

$\approx(4,8; 1,2); \approx(-2; -3,2).$

$$b) \begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y = x^2. \end{cases}$$

1) График уравнения $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ – окружность с центром в точке $(3; 4)$ и радиусом 2.



2) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

3) Найдем координаты вершины:

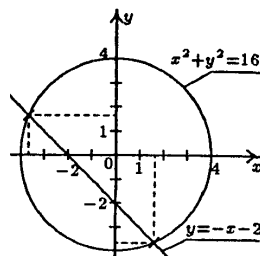
$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; y_b = 0; (0; 0)$$

$$4) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 9 & 4 & 1 & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline \end{array}$$

$\approx(1,6; 2,5); \approx(2,4; 5,8).$

237.

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x + y + 2 = 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x - 12. \end{cases}$$

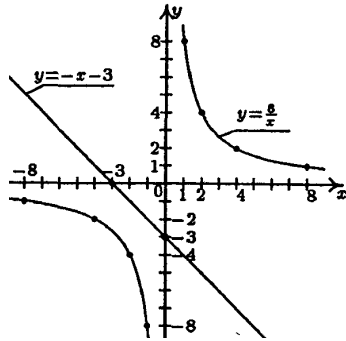


1) График уравнения $x^2+y^2=16$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 4.

2) График функции $y=x-2$ – прямая.

$\approx(-3,6; 1,6); \approx(1,6; -3,6)$.

$$\text{б) } \begin{cases} xy = 8, \\ x + y + 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{8}{x}, \\ y = -x - 3. \end{cases}$$



1) График функции $y = \frac{8}{x}$ – гипербола,

у которой ветви расположены в I и III ч. (т.к. $k=8>0$).

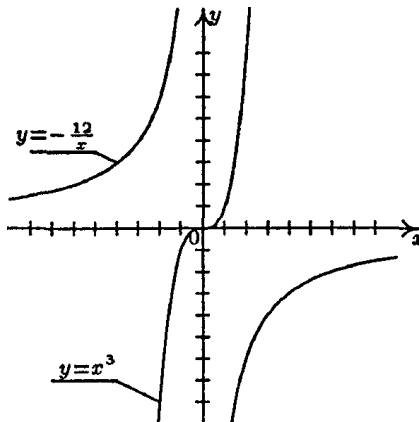
2) График функции $y=-x-3$ – прямая.

Решений нет.

238.

$$\text{а) } \begin{cases} y = x^3, \\ xy = -\frac{12}{x}. \end{cases}$$

1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

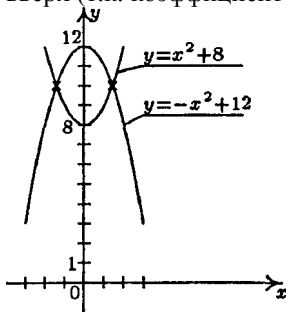


2) График функции $y=-\frac{12}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены во II и IV ч. (т.к. $k=-12<0$).

Решений нет.

$$б) \begin{cases} y = x^2 + 8, \\ y = -x^2 + 12; \end{cases}$$

1) График функции $y=x^2+8$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Найдем координаты вершины:

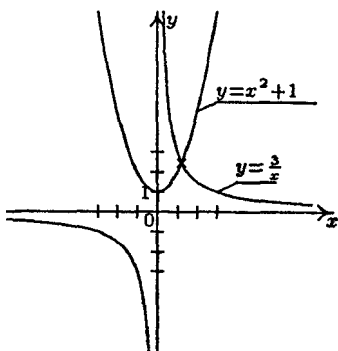
$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0, \quad y_b = 8; \quad (0; 8)$$

3) График функции $y=-x^2+12$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицательный).

4) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0, \quad y_b = 12; \quad (0; 12).$$

5) 2 решения.



$$в) \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = \frac{3}{x}. \end{cases}$$

1) График функции $y=x^2+1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Найдем координаты вершины:

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0, \quad y_b = 1; \quad (0; 1)$$

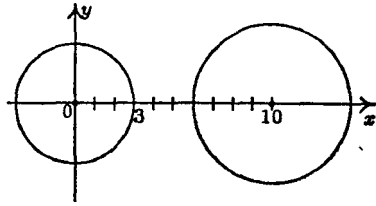
3) График функции $y = \frac{3}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.

4) Одно решение.

$$г) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ (x-10)^2 + y^2 = 16. \end{cases}$$

1) График уравнения $x^2+y^2=9$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 3.

2) График уравнения $(x-10)^2+y^2=16$ – окружность с центром в $(10; 0)$ и радиусом 4.
Нет решений.

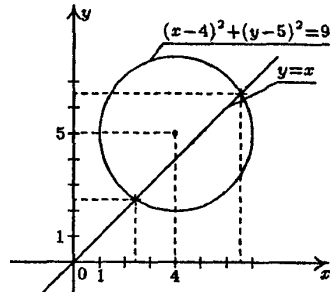


239.

a)
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-5)^2 = 9, \\ y = x. \end{cases}$$

1) График уравнения $(x-4)^2+(y-5)^2=9$ – окружность с центром в $(4; 5)$ и радиусом 3.

2) График функции $y=x$ – прямая (биссектриса I и III ч.)
 $\approx(2,4; 2,4); \approx(6,6; 6,6)$.



б)
$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 6 - x. \end{cases}$$

1) График функции $y=x^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

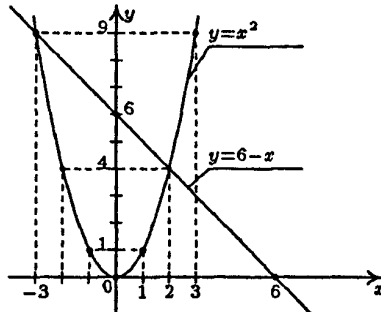
2) Найдём координаты вершины: $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_b = 0$.

3)

x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	1	4	9	0	1	4	9

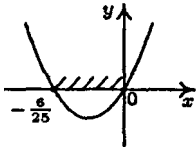
4) График функции $y=6-x$ – прямая.

x	0	2
y	6	4



240.

а) 1) График функции $y=25x^2+6x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



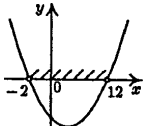
2) Решим уравнение $25x^2+6x=0$; $x(25x+6)=0$, $x_1=0$;
 $25x+6=0$; $25x=-6$, $x_2=-\frac{6}{25}$.

3) $\left[-\frac{6}{25}; 0\right]$

б) $(x-13)(x+13)>0$ $(-\infty; -13) \cup (13; +\infty)$

в) $x^2-10x-24<0$.

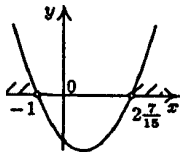
1) График функции $y=x^2-10x-24$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Решим уравнение $x^2-10x-24=0$; $D=(-10)^2-4\cdot(-24)=196$; $x_1=\frac{10+14}{2}=12$; $x_2=\frac{10-14}{2}=-3$

3) $(-2; 12)$.

г) $15x^2-30-22x-7>0$; $15x^2-22x-37>0$.



1) График функции $y=15x^2-22x-37$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $15x^2-22x-37=0$; $D=484-4\cdot 15\cdot(-37)=2704$; $x_2=\frac{22+52}{30}=2\frac{7}{5}$; $x_1=\frac{22-52}{30}=-1$.

3) $(-\infty; -1) \cup \left(2\frac{7}{5}; \infty\right)$

241.

а) $\begin{cases} 11(1+2y)-9y=37, \\ x=1+2y; \end{cases} \begin{cases} 11+22y-9y=37, \\ x=1+2y; \end{cases} \begin{cases} 13y=26, \\ x=1+2y; \end{cases} \begin{cases} y=2, \\ x=1+2\cdot 2=5. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 16x-4(3x-2)=5, \\ y=3x-2; \end{cases} \begin{cases} 16x-12x+8=5, \\ y=3x-2; \end{cases} \begin{cases} 4x=-3, \\ y=3x-2; \end{cases} \begin{cases} x=-0,75, \\ y=-4,25. \end{cases}$

242.

а) $\begin{cases} -10x-4y=-60, \\ 3x+4y=-3; \end{cases} \begin{cases} -7x=-63, \\ 3x+4y=-3; \end{cases} \begin{cases} x=9, \\ 3\cdot 9+4y=-3; \end{cases} \begin{cases} x=9, \\ y=-7,5. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y-4x=-170, \\ 5x-2y=127; \end{cases} \begin{cases} x=-43, \\ 5\cdot(-43)-2y=127; \end{cases} \begin{cases} x=-43, \\ y=-171. \end{cases}$

243.

Обозначим скорость 1-го велосипедиста x км/ч, тогда скорость 2-го равна $(x+2)$ км/ч. $\left(\frac{36}{x}\right)$ ч — время 1-го; $\left(\frac{36}{x+2}\right)$ ч — время 2-

го. По условию $\left(\frac{36}{x}\right)$ больше $\left(\frac{36}{x+2}\right)$ на $\frac{1}{4}$, составим уравнение:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} = \frac{1}{4}; \quad \frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} - \frac{1}{4} = 0; \quad \frac{144(x+2) - 144x - x(x+2)}{4x(x+2)} = 0;$$

$$x(x+2) \neq 0; \quad 144x + 288 - 144x - x^2 - 2x = 0; \quad x^2 - 2x - 288 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-288) = 1156; \quad x_2 = \frac{-2 + 34}{2} = 16; \quad x_1 = \frac{-2 - 34}{2} = -18 \text{ — не подходит по}$$

смыслу задачи. Если $x=16$, то $x+2=16+2=18$.

Ответ: 16 км/ч, 18 км/ч.

244.

$$\text{а) } \begin{cases} y^2 - x = -1, \\ x = y + 3; \end{cases} \begin{cases} y^2 - (y+3) = -1, \\ x = y + 3; \end{cases} \begin{cases} y^2 - y - 2 = 0, \\ x = y + 3. \end{cases}$$

$$\text{Решим уравнение } y^2 - y - 2 = 0; \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9; \quad y_2 = \frac{1+3}{2} = 2;$$

$$y_1 = \frac{1-3}{2} = -1.$$

$$\begin{cases} y_1 = 2, \\ x_1 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -1 \\ x_2 = 2. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2y = 26; \end{cases} \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2(x-1) - 26 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2x - 24 = 0. \end{cases}$$

$$\text{Решим уравнение } x^2 - 2x - 24 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100; \quad x_2 = \frac{2+10}{2} = 6 \text{ или } x_1 = \frac{2-10}{2} = -4.$$

$$\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -4, \\ y_2 = -5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} xy + x = -4, \\ x - y = 6; \end{cases} \begin{cases} (y+6)y + y + 6 = -4, \\ x = y + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 6y + y + 6 + 4 = 0, \\ x = y + 6; \end{cases} \begin{cases} y^2 + 7y + 10 = 0, \\ x = y + 6; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2+7y+10=0$; $D=7^2-4\cdot 1\cdot 10=9$; $y_2 = \frac{-7+3}{2} = -2$;

$$y_1 = \frac{-7-3}{2} = -5.$$

$$\begin{cases} y_2 = -2, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -5, \\ x_1 = 1. \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} x + y = 9, \\ y^2 + x = 29 \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x, \\ (9 - x)^2 + x = 29; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 - x, \\ 81 - 18x + x^2 + x - 29 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 9 - x, \\ x^2 - 17x + 52 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2-17x+52=0$; $D=(-17)^2-4\cdot 1\cdot 52=81$;

$$x_2 = \frac{17+\sqrt{81}}{2} = 13; \quad x_1 = \frac{17-\sqrt{81}}{2} = 4.$$

$$\begin{cases} x_2 = 13, \\ y_2 = -4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

245.

$$a) \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - x = 39; \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 - (3 - y) - 39 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y, \\ y^2 + y - 42 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2+y-42=0$; $D=1^2-4\cdot 1\cdot (-42)=169$;

$$y_2 = \frac{-1+\sqrt{169}}{2} = 6; \quad y_1 = \frac{-1-\sqrt{169}}{2} = -7.$$

$$\begin{cases} y_2 = 6, \\ x_2 = -3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -7, \\ x_1 = 10. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y = 1 + x, \\ x + y^2 = -1; \end{cases} \begin{cases} y = 1 + x, \\ x + (1 + x)^2 + 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1 + x, \\ x^2 + 3x + 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot 1\cdot 2=1$; $x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1$;

$$x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 0; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x^2 + y = 14, \\ y - x = 8; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (8 + x) - 14 = 0, \\ y = 8 + x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ y = 8 + x. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$; $x_2 = \frac{-1 + 5}{2} = 2$

или $x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3$.

$$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x + y = 4, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 4 - x + x(4 - x) - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ -x^2 + 3x - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 = 1$; $x_2 = \frac{3 + 1}{2} = 2$;

$x_1 = \frac{3 - 1}{2} = 1$.

$$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 3. \end{cases}$$

246.

$$а) \begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ (3 + y)y = -2; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ 3y + y^2 + 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 3y + 2 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$; $y_2 = \frac{-3 + 1}{2} = -1$;

$y_1 = \frac{-3 - 1}{2} = -2$

$$\begin{cases} y_2 = -1, \\ x_2 = 2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -2, \\ x_1 = 1. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y = -x + 2,5, \\ x(-x + 2,5) = 1,5; \end{cases} \begin{cases} y = -x + 2,5, \\ -x^2 + 2,5x - 1,5 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 2,5x + 1,5 = 0$; $D = (-2,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1,5 = 0,25$;

$x_2 = \frac{2,5 + 0,5}{2} = 1,5$ или $x_1 = \frac{2,5 - 0,5}{2} = 1$.

$$\begin{cases} x_2 = 1,5, \\ y_2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 1,5. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x+y=-1, \\ x^2+y^2=1; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+(-x-1)^2=1; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ x^2+x^2+2x+1-1=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-1, \\ 2x^2+2x=0; \end{cases} \begin{cases} y=-x-1, \\ 2x(x+1)=0; \end{cases} \begin{cases} x_2=0, \\ y_2=-1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1=-1, \\ y_1=0. \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} x-y=2, \\ x^2-y^2=17; \end{cases} \begin{cases} x=y+2, \\ (y+2)^2-y^2-17=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+2, \\ y^2+4y+4-y^2-17=0; \end{cases} \begin{cases} x=y+2, \\ 4y=13; \end{cases} \begin{cases} x=\frac{21}{4}, \\ y=\frac{13}{4}. \end{cases}$$

247.

$$a) \begin{cases} x+y=8, \\ xy=-20; \end{cases} \begin{cases} x=8-y, \\ (8-y)y+20=0; \end{cases} \begin{cases} x=8-y, \\ 8y-y^2+20=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2-8y-20=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 1 \cdot (-20)=144$;
 $y_2 = \frac{8+12}{2} = 10$ или $y_1 = \frac{8-12}{2} = -2$.

$$\begin{cases} y_2=10, \\ x_2=-2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1=-2, \\ x_1=10. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x-y=0,8, \\ xy=2,4; \end{cases} \begin{cases} x=0,8+y, \\ (0,8+y)y-2,4=0; \end{cases} \begin{cases} x=0,8+y, \\ 0,8y+y^2-2,4=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $5y^2+4y-12=0$; $D=4^2-4 \cdot 5 \cdot (-12)=256$;
 $y_2 = \frac{-4+16}{10} = 1,2$ или $y_1 = \frac{-4-16}{10} = -2$.

$$\begin{cases} y_2=1,2, \\ x_2=2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1=-2, \\ x_1=-1,2. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2-y^2=8, \\ x-y=4; \end{cases} \begin{cases} (4+y)^2-y^2=8, \\ x=4+y; \end{cases} \begin{cases} 16+8y+y^2-y^2-8=0, \\ x=4+y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8y=-8, \\ x=4+y; \end{cases} \begin{cases} y=-1, \\ x=3. \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y = -3; \end{cases} \begin{cases} (-x-3)^2 + x^2 - 5 = 0, \\ y = -x-3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 + x^2 - 5 = 0, \\ y = -x-3; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 + 6x + 4 = 0, \\ y = -x-3. \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ y = -x-3 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2+3x+2=0$; $D=3^2-4\cdot 1\cdot 2=1$; $x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1$;

$$x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = -2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

248.

$$a) \begin{cases} y - 2x = 2, \\ 5x^2 - y = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - (2x + 2) - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 2x + 2, \\ 5x^2 - 2x - 3 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $5x^2-2x-3=0$; $D=(-2)^2-4\cdot 5\cdot (-3)=64$;

$$x_2 = \frac{2+8}{10} = 1; \quad x_1 = \frac{2-8}{10} = -0,6.$$

$$\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = 4; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -0,6, \\ y_1 = 0,8. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x - 2y^2 = 2, \\ 3x + y = 7; \end{cases} \begin{cases} x - 2(7-3x)^2 = 2, \\ y = 7-3x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2(49 - 42x + 9x^2) - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases} \begin{cases} x - 98 + 84x - 18x^2 - 2 = 0, \\ y = 7 - 3x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18x^2 + 85x - 100 = 0, \\ y = 7 - 3x. \end{cases}$$

Решим уравнение $18x^2-85x+100=0$; $D=(-85)^2-4\cdot 18\cdot 100=25$;

$$x_2 = \frac{85+5}{36} = 2,5; \quad x_1 = \frac{85-5}{36} = 2\frac{2}{9}.$$

$$\begin{cases} x_2 = 2\frac{1}{2}, \\ y_2 = -\frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2\frac{2}{9}, \\ y_1 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 52, \\ y - x = 14; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 3(14+x)^2 - 52 = 0, \\ y = 14 + x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 588 - 84x - 3x^2 - 52 = 0, \\ y = 14 + x; \end{cases} \begin{cases} -2x^2 - 84x - 640 = 0, \\ y = 14 + x. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 42x + 320 = 0$; $D = 42^2 - 4 \cdot 1 \cdot 320 = 484$; $\sqrt{D} = \pm 22$;

$$x_2 = \frac{-42 + 22}{2} = -10; \quad x_1 = \frac{-42 - 22}{2} = -32.$$

$$\begin{cases} x_2 = -10, \\ y_2 = 4; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -32, \\ y_1 = -18. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 11, \\ x + 2y = 3; \end{cases} \begin{cases} 3(-2y+3)^2 + 2y^2 = 11, \\ x = -2y + 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(4y^2 - 12y + 9) + 2y^2 - 11 = 0, \\ x = -2y + 3; \end{cases} \begin{cases} 14y^2 - 36y + 16 = 0, \\ x = -2y + 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7y^2 - 18y + 8 = 0 \\ x = -2y + 3 \end{cases}$$

Решим уравнение $7y^2 - 18y + 8 = 0$; $D = (-18)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 8 = 100$;

$$y_2 = \frac{18 + 10}{14} = 2 \text{ или } y_1 = \frac{18 - 10}{14} = \frac{4}{7}.$$

$$\begin{cases} y_2 = 2, \\ x_2 = -1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = \frac{4}{7}, \\ x_1 = 1\frac{6}{7}. \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ 3x = 4y; \end{cases} \begin{cases} (\frac{4}{3}y)^2 + y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \begin{cases} \frac{16}{9}y^2 + y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{25}{9}y^2 = 100, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \begin{cases} y^2 = 36, \\ x = \frac{4}{3}y; \end{cases} \begin{cases} y_2 = 6, \\ x_2 = 8; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -6, \\ x_1 = -8. \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32, \\ 2x - y = 8. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - (2x - 8)^2 = 32, \\ y = 2x - 8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 32x - 64 - 32 = 0, \\ y = 2x - 8; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x^2 + 32x - 96 = 0, \\ y = 2x - 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 16x + 48 = 0 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 16x + 48 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 64$

$$x_2 = \frac{16 + 8}{2} = 12; \quad x_1 = \frac{16 - 8}{2} = 4.$$

$$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = 16; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 0. \end{cases}$$

249.

$$\text{а) } \begin{cases} 2xy - y = 7, \\ x - 5y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y(5y + 2) - y = 7, \\ x = 5y + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 10y^2 + 3y - 7 = 0, \\ x = 5y + 2. \end{cases}$$

Решим уравнение $10y^2 + 3y - 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-7) = 289$;

$$y_2 = \frac{-3 + 17}{20} = 0,7; \quad y_1 = \frac{-3 - 17}{20} = -1.$$

$$\begin{cases} y_2 = 0,7, \\ x_2 = 5,5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = -3. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - xy = 33, \\ 4x - y = 17; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - x(4x - 17) = 33, \\ y = 4x - 17; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17; \end{cases} \quad \begin{cases} -2x^2 + 17x - 33 = 0, \\ y = 4x - 17. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 17x + 33 = 0 \\ y = 4x - 17 \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 17x + 33 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 33 = 25$;

$$x_2 = \frac{17 + 5}{4} = 5,5 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{17 - 5}{4} = 3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 5,5, \\ y_2 = 5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -5. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x^2 + 2y = 18, \\ 3x = 2y; \end{cases} \begin{cases} (\frac{2}{3}y)^2 + 2y - 18 = 0, \\ x = \frac{2}{3}y; \end{cases} \begin{cases} \frac{4}{9}y^2 + 2y - 18 = 0, \\ x = \frac{2}{3}y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 9y - 81 = 0 \\ x = \frac{2}{3}y \end{cases}$$

Решим уравнение $2y^2 + 9y - 81 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-81) = 729$; $\sqrt{D} = \pm 27$;
 $y_2 = \frac{-9 + 27}{4} = 4,5$; $y_1 = \frac{-9 - 27}{4} = -9$.

$$\begin{cases} y_2 = 4,5, \\ x_2 = 3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -9, \\ x_1 = -6. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x - y - 4 = 0, \\ x^2 + y^2 = 8,5; \end{cases} \begin{cases} x = y + 4, \\ (y + 4)^2 + y^2 - 8,5 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 4, \\ y^2 + 8y + 16 + y^2 - 8,5 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 4, \\ 2y^2 + 8y + 7,5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 4 \\ 4y^2 + 16y + 15 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 + 16y + 15 = 0$; $D = 16^2 - 4 \cdot 4 \cdot 15 = 16$;
 $y_2 = \frac{-16 + 4}{8} = -1,5$ или $y_1 = \frac{-16 - 4}{8} = -2,5$.

$$\begin{cases} y_2 = -1,5, \\ x_2 = 2,5; \end{cases} \begin{cases} y_1 = -2,5, \\ x_1 = 1,5. \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} x^2 + 4y = 10, \\ x - 2y = -5; \end{cases} \begin{cases} (2y - 5)^2 + 4y = 10, \\ x = 2y - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 - 20y + 25 + 4y - 10 = 0, \\ x = 2y - 5; \end{cases} \begin{cases} 4y^2 - 16y + 15 = 0, \\ x = 2y - 5. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 - 16y + 15 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 15 = 16$;
 $y_2 = \frac{16 + 4}{8} = 2,5$; $y_1 = \frac{16 - 4}{8} = 1,5$.

$$\begin{cases} y_2 = 2,5, \\ x_2 = 0; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 1,5, \\ x_1 = -2. \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x - 2y + 1 = 0, \\ 5xy + y^2 = 16. \end{cases} \begin{cases} x = 2y - 1, \\ 5y(2y - 1) + y^2 - 16 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 1, \\ 10y^2 - 5y + y^2 - 16 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 2y - 1, \\ 11y^2 - 5y - 16 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $11y^2 - 5y - 16 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-16) = 729$;

$$\sqrt{D} = \pm 27; y_2 = \frac{5 + 27}{22} = 1\frac{5}{11}; y_1 = \frac{5 - 27}{22} = -1.$$

$$\begin{cases} y_2 = 1\frac{5}{11}, \\ x_2 = 1\frac{10}{11}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = -3. \end{cases}$$

250.

$$a) \begin{cases} 2x + 4y = 5(x - y), \\ x^2 - y^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} 2x + 4y = 5x - 5y, \\ x^2 - y^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ (3y)^2 - y^2 = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y, \\ 9y^2 - y^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 3y, \\ y^2 = \frac{3}{4}. \end{cases} \begin{cases} y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ x_2 = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ x_1 = -\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} u - v = 6(u + v), \\ u^2 - v^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} u - v = 6u + 6v, \\ u^2 - v^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} -5u = 7v \\ u^2 - v^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ (-\frac{7}{5}v)^2 - v^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ \frac{49}{25}v^2 - v^2 = 6; \end{cases} \begin{cases} u = -\frac{7}{5}v, \\ v^2 = \frac{25}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 = 2,5, \\ u_2 = -3,5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} v_1 = -2,5, \\ u_1 = 3,5; \end{cases}$$

251.

$$a) \begin{cases} 6(y - x) - 50 = y, \\ y - xy = 24; \end{cases} \begin{cases} 6y - 6x - 50 = y, \\ y(1 - x) = 24; \end{cases} \begin{cases} 5y - 6x - 50 = 0, \\ y = \frac{24}{1 - x}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5 \cdot 24}{1-x} - 6x - 50 = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{120 - 6x(1-x) - 50(1-x)}{1-x} = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 120 - 6x + 6x^2 - 50 + 50x = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2 + 44x + 70 = 0, \\ y = \frac{24}{1-x}. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2 + 22x + 35 = 0 \\ y = \frac{24}{1-x} \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 + 22x + 35 = 0$; $D = 22^2 - 4 \cdot 3 \cdot 35 = 64$;

$$x_2 = \frac{-22 + 8}{6} = -2\frac{1}{3}; \quad x_1 = \frac{-22 - 8}{6} = -5.$$

$$\begin{cases} x_2 = -2\frac{1}{3}, \\ y_2 = 7\frac{1}{5}; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -5, \\ y_1 = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} p + 5t = 2(p + t), \\ pt - t = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} p + 5t = 2p + 2t, \\ pt - t = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} p = 3t, \\ 3t \cdot t - t - 10 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} p = 3t \\ 3t^2 - t - 10 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3t^2 - t - 10 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 121$;

$$t_2 = \frac{1 + 11}{6} = 2 \quad \text{или} \quad t_1 = \frac{1 - 11}{6} = -1\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} t_2 = 2, \\ p_2 = 6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} t_1 = -1\frac{2}{3}, \\ p_1 = -5. \end{cases}$$

252.

$$\text{а) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = 160, \\ y-x = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2)(x+4) = 160, \\ y = x+1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 4x - 8 - 160 = 0, \\ y = x + 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 168 = 0, \\ y = x + 1; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 + 2x - 168 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-168) = 676$; $\sqrt{D} = \pm 26$;

$$x_2 = \frac{-2 + 26}{2} = 12 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{-2 - 26}{2} = -14.$$

$$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = 13; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -14, \\ y_1 = -13. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x-y)(y+10) = 9, \\ x-y = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} (y+10)(y+10) = 9, \\ x = 11 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 20y + 100 - 9 = 0, \\ x = 11 + y. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 20y + 91 = 0$; $D = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot 91 = 36$;

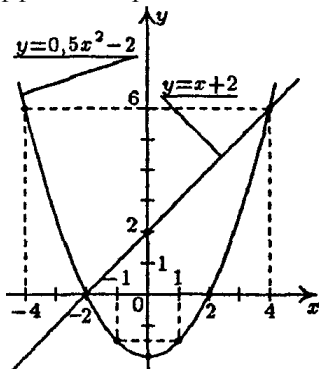
$$y_2 = \frac{-20 + 6}{2} = -7 \text{ или } y_1 = \frac{-20 - 6}{2} = -13.$$

$$\begin{cases} y_2 = -7, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -13, \\ x_1 = -2. \end{cases}$$

253.

$$\begin{cases} y = 0,5x^2 - 2, \\ y - x = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0,5x^2 - 2, \\ y = x + 2. \end{cases}$$

1) График функции $y = 0,5x^2 - 2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



2) Найдем координаты вершины: $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 0,5} = 0$; $y_0 = -2$;

(0; -2).

3)

	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{5}{2}$	0	-1,5	-2	-1,5	0	$\frac{5}{2}$

4) График функции $y = x + 2$ – прямая.

x	0	2
y	2	4

5) Решение системы: (-2; 0); (4; 6).

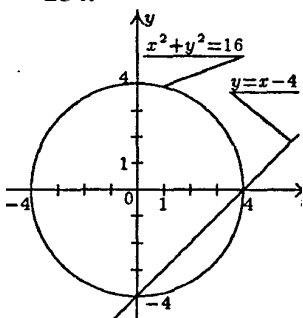
6) $\begin{cases} y = x + 2, \\ x + 2 = 0,5x^2 - 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 2, \\ 0,5x^2 - x - 4 = 0. \end{cases}$

Решим уравнение $x^2 - 2x - 8 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36$; $x_2 = \frac{2+6}{2} = 4$;

$$x_1 = \frac{2-6}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = 0. \end{cases}$$

254.



а) 1) График уравнения $x^2 + y^2 = 16$ – окружность с центром в т. (0; 0) и радиусом 4.

2) График функции $y = x - 4$ – прямая.

x	0	2
y	-4	-2

3) Решения системы: (4; 0); (0; -4).

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} (y+4)^2 + y^2 - 16 = 0, \\ x = y + 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + 8y + 16 + y^2 - 16 = 0, \\ x = y + 4; \end{cases} \begin{cases} y^2 + 8y = 0, \\ x = y + 4; \end{cases} \begin{cases} 2y(y+4) = 0, \\ x = y + 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = 0, \\ x_2 = 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -4, \\ x_1 = 0. \end{cases}$$

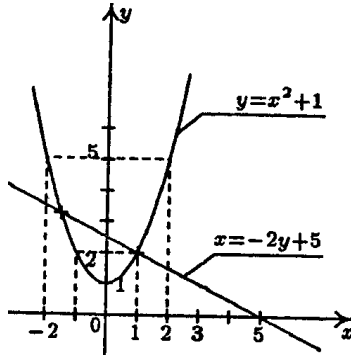
$$б) \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ x + 2y = 5; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 + 1, \\ x = -2y + 5. \end{cases}$$

1) График функции $y = x^2 + 1$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент x^2 при положительтен).

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_B = 1$; (0; 1).

3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	10	5	2	1	2	5	10



4) График функции $x = -2y + 5$ – прямая.

x	1	5
y	2	0

5) Решения системы: $\approx (-1, 5; 3, 2); (1; 2)$.

$$6) \begin{cases} x = -2y + 5, \\ (-2y + 5)^2 + 1 - y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2y + 5, \\ 4y^2 - 21y + 25 + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 - 21y + 25 = 0$; $D = (-21)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 26 = 25$;

$$y_2 = \frac{21+5}{8} = 3\frac{1}{4} \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{21-5}{8} = 2.$$

$$\begin{cases} y_2 = 3\frac{1}{4}, \\ x_2 = -1,5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = 2, \\ x_1 = 1. \end{cases}$$

255.

$$a) \begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ x - 2y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (2y+1)^2 + (2y+1)y - y^2 = 11, \\ x = 2y+1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 + 4y + 1 + 2y^2 + y - y^2 = 11, \\ x = 2y + 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y^2 + 5y - 10 = 0, \\ x = 2y + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 2 = 0 \\ x = 2y + 1 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + y - 2 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$; $y_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$;

$$y_1 = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

$$\begin{cases} y_2 = 1, \\ x_2 = 3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -2, \\ x_1 = -3. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + xy - 3y = 9, \\ 3x + 2y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + xy - 3y = 9, \\ 2y = -3x - 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x(-1,5x - 0,5) - 3(-1,5x - 0,5) = 9, \\ y = -1,5x - 0,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 1,5x^2 - 0,5x + 4,5x + 1,5 - 9 = 0, \\ y = -1,5x - 0,5; \end{cases} \quad \begin{cases} -0,5x^2 + 4x - 7,5 = 0, \\ y = -1,5x - 0,5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 = 0 \\ y = -1,5x - 0,5 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 8x + 15 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 = 4$; $x_2 = \frac{8+2}{2} = 5$;

$$x_1 = \frac{8-2}{2} = 3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = -8; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = -5. \end{cases}$$

256.

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1, \\ x + 2y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (-2y)^2 + y^2 + 3y(-2y) + 1 = 0, \\ x = -2y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 + y^2 - 6y^2 = -1, \\ x = -2y; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = 1, \\ x = -2y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = 1, \\ x_2 = -2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = 2. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} u + 2v = 4, \\ u^2 + uv - v = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} u = 4 - 2v, \\ (4 - 2v)^2 + (4 - 2v)v - v = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 4 - 2v, \\ 16 - 16v + 4v^2 + 4v - 2v^2 - v = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} u = 4 - 2v, \\ 2v^2 - 13v + 21 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $2v^2 - 13v + 21 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 21 = 1$;
 $v_2 = \frac{13+1}{4} = 3,5$ или $v_1 = \frac{13-1}{4} = 3$.

$$\begin{cases} v_2 = 3,5, \\ u_2 = -3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} v_1 = 3, \\ u_1 = -2. \end{cases}$$

257.

а) $\begin{cases} x - y = 5, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ \frac{6}{y+5} + \frac{6}{y} - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ \frac{6y + 6(y+5) - y(y+5)}{y(y+5)} = 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = y + 5, \\ 6y + 6y + 30 - y^2 - 5y = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5, \\ -y^2 + 7y + 30 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 5 \\ y^2 - 7y - 30 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 7y - 30 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 169$;
 $y_2 = \frac{7+13}{2} = 10$ или $y_1 = \frac{7-13}{2} = -3$.

$$\begin{cases} x_2 = 15, \\ y_2 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = -3. \end{cases}$$

б) $\begin{cases} x + y = 6, \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ \frac{1}{x} - \frac{4}{6-x} - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ \frac{4(6-x) - 4x - x(6-x)}{x(6-x)} = 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 6 - x, \\ 24 - 4x - 4x - 6x + x^2 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 6 - x, \\ x^2 - 14x + 24 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 14x + 24 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 100$;
 $x_2 = \frac{14+10}{2} = 12$ или $x_1 = \frac{14-10}{2} = 2$.

$$\begin{cases} x_2 = 12, \\ y_2 = -6. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 4; \end{cases}$$

в) $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2,5; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{1-3x} + 5 = 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x, \\ \frac{2(1-3x) + 2x + 5x(1-3x)}{x(1-3x)} = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 - 3x, \\ 2 - 6x + 2x + 5x - 15x^2 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x, \\ -15x^2 + x + 2 = 0. \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 3x \\ 15x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $15x^2 - x - 2 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-2) = 121$;

$$x_2 = \frac{1+11}{30} = \frac{2}{5}; \quad x_1 = \frac{1-11}{30} = -\frac{1}{3}.$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{2}{5}, \\ y_2 = -\frac{1}{5}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3}, \\ y_1 = 2. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}, \\ x - 2y = 2; \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{y} - \frac{3}{2y+2} - 1 = 0, \\ x = 2y + 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3(2y+2) - 3y - y(2y+2)}{y(2y+2)} = 0, \\ x = 2y + 2; \end{cases} \begin{cases} 6y + 6 - 3y - 2y^2 - 2y = 0 \\ x = 2y + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y^2 + y + 6 = 0, \\ x = 2y + 2. \end{cases} \begin{cases} 2y^2 - y - 6 = 0 \\ x = 2y + 2 \end{cases}$$

Решим уравнение $2y^2 - y - 6 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49$;

$$y_2 = \frac{1+7}{4} = 2; \quad y_1 = \frac{1-7}{4} = -1,5.$$

$$\begin{cases} y_2 = 2, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1,5, \\ x_1 = -1. \end{cases}$$

258.

$$\text{а) } \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3y = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3(x^2 - 8x + 16) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ 2x - 3x^2 + 24x - 48 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 8x + 16, \\ -3x^2 + 26x - 48 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 16 \\ 3x^2 - 26x + 48 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2-26x+48=0$; $D=(-26)^2-4\cdot 3\cdot 48=100$;

$$x_2 = \frac{26+10}{6} = 6; \quad x_1 = \frac{26-10}{6} = 2\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} y_2 = 4, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 1\frac{7}{9}, \\ x_1 = 2\frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 65, \\ 3x - y + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 65, \\ y = 3x + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 + 9x^2 + 12x + 4 - 65 = 0, \\ y = 3x + 6; \end{cases} \begin{cases} 10x^2 + 2x - 36 = 0, \\ y = 3x + 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 + x - 18 = 0 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

Решим уравнение $5x^2 + x - 18 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-18) = 361$;

$$x_2 = \frac{-1 + 19}{10} = 1,8; \quad x_1 = \frac{-1 - 19}{10} = -2.$$

$$\begin{cases} x_2 = 1,8, \\ y_2 = 11,4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 0. \end{cases}$$

259.

$$\begin{cases} x - y = 4, \\ y = x^2 - 5x + 5; \end{cases} \begin{cases} y = x - 4, \\ x - 4 - x^2 + 5x - 5 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = x - 4, \\ -x^2 + 6x - 9 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 6x + 9 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$; $x = \frac{6 + 0}{2} = 3$,

$$y = 3 - 4 = -1$$

$$\begin{cases} y = -1, \\ x = 3. \end{cases}$$

260.

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ 2x + y + 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1, \\ y = -2x - 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 3 - 2x^2 + 5x - 1 = 0, \\ y = -2x - 3; \end{cases} \begin{cases} -2x^2 + 3x - 4 = 0, \\ y = -2x - 3. \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4 = 0 \\ y = -2x - 3 \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 3x + 4 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -23 < 0$. Т.к. $D < 0$, то нет корней \Rightarrow кривые не имеют точек пересечения.

261.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 12, \\ xy = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} \left(-\frac{6}{y}\right)^2 + y^2 = 12, \\ x = -\frac{6}{y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{36}{y^2} + y^2 = 12, \\ x = -\frac{6}{y}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 + y^4 = 12y^2 \\ x = -\frac{6}{y} \end{cases} \quad \begin{cases} y^4 - 12y^2 + 36 = 0, \\ x = -\frac{6}{y}. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 12y^2 + 36 = 0$. Обозначим $y^2 = v \Rightarrow v^2 - 12v + 36 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0$; $v = \frac{12+0}{2} = 6$; $y^2 = 6 \Rightarrow y_2 = \sqrt{6}$;

$$y_1 = \begin{cases} y_2 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{6}, \\ x_2 = -\sqrt{6}; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -\sqrt{6}, \\ x_1 = \sqrt{6}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34, \\ xy = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - \left(\frac{20}{x}\right)^2 - 34 = 0, \\ y = \frac{20}{x}; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - \frac{400}{x^2} - 34 = 0, \\ y = \frac{20}{x}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 400 - 34x^2 = 0, \\ y = \frac{20}{x}. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^4 - 17x^2 - 200 = 0$. Обозначим $x^2 = v \Rightarrow v^2 - 17v - 200 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-200) = 1089$; $v_2 = \frac{17+33}{2} = 25$ или

$v_1 = \frac{17-33}{2} = -8$; $x^2 = 25$ или $x^2 = -8$ — нет корней, из первого уравнения получаем: $x_2 = 5$ или $x_1 = -5$.

$$\begin{cases} y_2 = 4; \\ \text{или} \\ y_1 = -4. \end{cases}$$

262.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 = 32, \\ x^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 16 \\ x^2 - 2y^2 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ 4^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-4, \\ (-4)^2 - 2y^2 = 14; \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ 2y^2 = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-4 \\ 2y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ y^2 = 1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-4, \\ y^2 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -4, \\ y_1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_4 = 4, \\ y_4 = -1; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -4, \\ y_3 = -1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} xy + x = 56, \\ xy + y = 54; \end{cases} \begin{cases} x - y = 2, \\ xy + y = 54; \end{cases} \begin{cases} x = y + 2, \\ (y + 2)y + y - 54 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 2y + y - 54 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = y + 2, \\ y^2 + 3y - 54 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 3y - 54 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54) = 225$;

$$y_2 = \frac{-3 + 15}{2} = 6 \text{ или } y_1 = \frac{-3 - 15}{2} = -9.$$

$$\begin{cases} y_2 = 6, \\ x_2 = 8; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -9, \\ x_1 = -7. \end{cases}$$

263.

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 9; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{9}{y}\right)^2 + y^2 - 18 = 0, \\ x = \frac{9}{y}; \end{cases} \begin{cases} \frac{81}{y^2} + y^2 - 18 = 0 \\ x = \frac{9}{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^4 - 18y^2 + 81 = 0, \\ x = \frac{9}{y}. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 18y^2 + 81 = 0$; обозначим $y^2 = t$; $t^2 - 18t + 81 = 0$;

$$D = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81 = 0; t = \frac{18 + 0}{2} = 9 \quad y^2 = 9 \Rightarrow y_2 = 3 \text{ или } y_1 = -3.$$

$$\begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 3; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -3, \\ y_1 = -3. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x^2 - y^2 = 11, \\ xy = 30; \end{cases} \begin{cases} x^2 - \left(\frac{30}{x}\right)^2 - 11 = 0, \\ y = \frac{30}{x}; \end{cases} \begin{cases} x^2 - \frac{900}{x^2} - 11 = 0 \\ y = \frac{30}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 11x^2 - 900 = 0, \\ y = \frac{30}{x}. \end{cases}$$

Решим уравнение $x^4 - 11x^2 - 900 = 0$. Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 11t - 900 = 0$;

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-900) = 3721; \quad t_2 = \frac{11 + 61}{2} = 36 \quad \text{или} \quad t_1 = \frac{11 - 61}{2} = -25;$$

$x^2 = 36$; $x_1 = 6$ или $x_2 = -6$; $x^2 = -25$ — корней нет.

$$\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -6, \\ y_2 = -5. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 = 72, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 36, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 6, \\ 36 - y^2 = 11; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -6, \\ 36 - y^2 = 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -6, \\ y_3 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -6, \\ y_4 = -5. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x - xy = 10, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} 3x + y = 16, \\ y + xy = 6; \end{cases} \begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x + 16 + x(-3x + 16) - 6 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x + 16 - 3x^2 + 16x - 6 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x + 16, \\ -3x^2 + 13x + 10 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 16 \\ 3x^2 - 13x - 10 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 - 13x - 10 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 289$;

$$x_2 = \frac{13 + 17}{6} = 5 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{13 - 17}{6} = -\frac{2}{3}.$$

$$\begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = 1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{3}, \\ y_1 = 18. \end{cases}$$

264.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 + 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + (x^2 + 6)^2 - 36 = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x^4 + 12x^2 + 36 - 36 = 0 \\ y = x^2 + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 + 13x^2 = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2(x^2 + 13) = 0, \\ y = x^2 + 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0, \\ y = 6. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x^2 = -13 \\ y = 6 \end{cases} \quad \text{- нет}$$

решений

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x-2)^2 + y^2 = 36; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x-2)^2 - x^2 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 - 4x + 4 - x^2 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ 4x = -16; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 16 + y^2 = 16 \\ x = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

265.

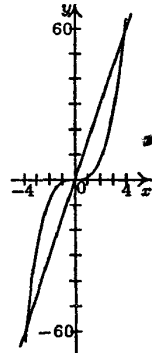
$$\text{a) } \begin{cases} y = x^3, \\ y = 15x; \end{cases}$$

1) График функции $y=x^3$ – кубическая парабола, расположенная в I и III ч.

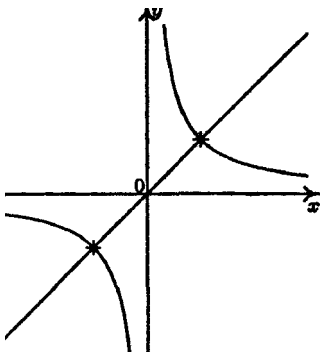
2) График функции $y=15x$ – прямая, проходящая через начало координат.

3 решения.

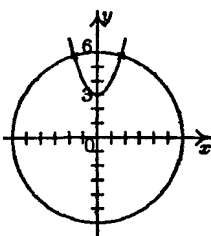
$$\text{б) } \begin{cases} xy = 10, \\ y = x; \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{10}{x}, \\ y = x; \end{cases}$$



1) График функции $y = \frac{10}{x}$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III ч.



- 2) График функции $y=x$ – прямая (биссектриса I и III ч.).
2 решения.



$$B) \begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 + 3; \end{cases}$$

- 1) График уравнения $x^2 + y^2 = 36$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 6.
2) График функции $y=x^2+3$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

- 3) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$; $y_B = 3$; $(0; 3)$

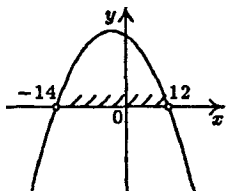
2 решения.

266.

а) $0,2x(x-1) - x(0,2x+0,5) < 0,6x-4$; $0,2x^2 - 0,2x - 0,2x^2 - 0,5x - 0,6x + 4 < 0$;
 $-1,3x < -4$; $x > 3 \frac{1}{13}$.

б) $1,2x(3-x) + 0,4x(3x-1) < x+1,1$; $3,6x - 1,2x^2 + 1,2x^2 - 0,4x - x - 1,1 < 0$;
 $2,2x < 1,1$; $x < \frac{1}{2}$.

267.



а) $-x^2 - 2x + 168 > 0$.

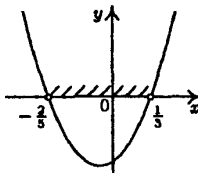
- 1) График функции $y=-x^2-2x+168$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).
2) Решим уравнение $x^2+2x-168=0$; $D=2^2-$

$$-4 \cdot 1 \cdot (-168) = 676; \quad x_1 = \frac{-2+26}{2} = 12; \quad x_2 = \frac{-2-26}{2} = -14.$$

3) $(-14; 12)$.

б) $15x^2 + x - 2 < 0$.

1) График функции $y = 15x^2 + x - 2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).



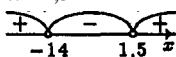
2) Решим уравнение $15x^2 + x - 2 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-2) = 121$; $x_1 = \frac{-1+11}{30} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{-1-11}{30} = -\frac{2}{5}$.

3) $\left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{3}\right)$

в) $\frac{x+14}{3-2x} < 0$;

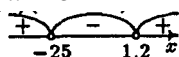
г) $\frac{6-5x}{x+25} > 0$;

$$\frac{x+14}{x-1,5} > 0;$$



$$(-\infty; -14) \cup (1,5; \infty)$$

$$\frac{x-1,2}{x+25} < 0;$$



$$(-25; 1,2)$$

268.

Пусть первое число равно x , а второе — y , из условия $x+y=12$ и $xy=35$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+y=12, \\ xy=35; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=12-x, \\ x(12-x)=35; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=12-x, \\ 12x-x^2-35=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=12-x \\ x^2-12x+35=0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2-12x+35=0$; $D=(-12)^2-4 \cdot 1 \cdot 35=4$;

$$x_2 = \frac{12+2}{2} = 7; \quad x_1 = \frac{12-2}{2} = 5.$$

$$\begin{cases} x_2 = 7, \\ y_2 = 5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = 7. \end{cases}$$

Ответ: 5 и 7.

269.

Пусть меньшее из чисел равно x , тогда большее равно $(x+7)$. По условию $x(x+7)=-12$. Получим уравнение:

$$x^2+7x+12=0; D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1; x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3; x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4.$$

При $x=-3, x+7=-3+7=4$; при $x=-4, x+7=-4+7=3$.

Ответ: 3 и -4 или 4 и -3.

270.

Обозначим стороны прямоугольника a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=100$ и по условию $2a+2b=28$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 100, \\ 2a + 2b = 28; \end{cases} \begin{cases} a^2 + b^2 = 100, \\ a + b = 14; \end{cases} \begin{cases} a = 14 - b, \\ (14 - b)^2 + b^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 14 - b, \\ 196 - 28b + b^2 + b^2 - 100 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 14 - b, \\ 2b^2 - 28b + 96 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 14 - b \\ b^2 - 14b + 48 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $b^2-14b+48=0$; $D=(-14)^2-4\cdot 1\cdot 48=4$;

$$b_2 = \frac{14+2}{2} = 8; b_1 = \frac{14-2}{2} = 6.$$

$$\begin{cases} b_2 = 8, \\ a_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_1 = 6, \\ a_1 = 8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

271.

Обозначим длину первой стороны прямоугольника x см, а второй — y см, тогда $x+14=y$. По теореме Пифагора $x^2+y^2=26^2=676$. Составим систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 676, \\ x + 14 = y; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (x + 14)^2 = 676, \\ x + 14 = y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x^2 + 28x + 196 - 676 = 0, \\ y = x + 14; \end{cases} \begin{cases} 2x^2 + 28x - 480 = 0, \\ y = x + 14. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 14x - 240 = 0 \\ y = x + 14 \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2+14x-240=0$; $D=14^2-4\cdot 1\cdot(-240)=1156$;
 $x_1 = \frac{-14+34}{2} = 10$; $x_2 = \frac{-14-34}{2} = -24$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} x = 10, \\ y = 24. \end{cases}$$

Ответ: 10 см; 24 см.

272.

Пусть длина участка равна x м, а ширина — y м. Длина изгороди равна периметру участка: $2x+2y=200$. Площадь участка — $xy=2400$. Имеем систему:

$$\begin{cases} 2x+2y=200, \\ xy=2400; \end{cases} \begin{cases} x+y=100, \\ xy=2400; \end{cases} \begin{cases} x=100-y \\ (100-y)y-2400=0; \end{cases} \begin{cases} x=100-y, \\ 100y-y^2-2400=0. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2-100y+2400=0$;

$$D = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2400 = 400; \quad y_1 = \frac{100+20}{2} = 60;$$

$$y_2 = \frac{100-20}{2} = 40.$$

$$\begin{cases} x_1 = 40, \\ y_1 = 60; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 60, \\ y_2 = 40. \end{cases}$$

Ответ: 60 м и 40 м.

273.

Обозначим длины катетов a см и b см. По теореме Пифагора $a^2+b^2=37^2=1369$ Периметр треугольника $a+b+37=84$. Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2+b^2=1369, \\ a+b+37=84; \end{cases} \begin{cases} a^2+b^2=1369, \\ a+b=47; \end{cases} \begin{cases} a^2+b^2-1369=0 \\ a=47-b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (47-b)^2+b^2-1369=0, \\ a=47-b. \end{cases} \begin{cases} 2b^2-94b-840=0, \\ a=47-b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2-47b+420=0 \\ a=47-b \end{cases}$$

Решим уравнение $b^2 - 47b + 420 = 0$ $D = (-47)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 420 = 529$;
 $\sqrt{D} = \pm 23$; $b_1 = \frac{47 + 23}{2} = 35$; $b_2 = \frac{47 - 23}{2} = 12$.

$$\begin{cases} b_1 = 35, \\ a_1 = 12; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_2 = 12, \\ a_2 = 35. \end{cases}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 12 = 210 \text{ см}^2.$$

274.

Обозначим скорость первого отряда x км/ч, а второго y км/ч. Тогда первый отряд прошел $4x$ км, а второй $4y$ км. По теореме Пифагора $(4y)^2 + (4x)^2 = 24^2$, по условию, $4x - 4,8 = 4y$. Получим систему:

$$\begin{cases} 4x - 4,8 = 4y, & \begin{cases} x - 1,2 = y, \\ (4y)^2 + (4x)^2 = 24^2; \end{cases} \\ \begin{cases} x - 1,2 = y, \\ (x - 1,2)^2 + x^2 - 36 = 0; \end{cases} & \begin{cases} x - 1,2 = y, \\ x^2 - 2,4x + 1,44 + x^2 - 36 = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x - 1,2 = y \\ x^2 - 1,2x - 17,28 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2 - 1,2x - 17,28 = 0$; $D = 1,44 - 4 \cdot (-17,28) = 70,56$;
 $x_1 = \frac{1,2 + 8,4}{2} = 4,8$ или $x_2 = \frac{1,2 - 8,4}{2} = -3,6$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} x = 4,8, \\ y = 4,8 - 1,2 = 3,6. \end{cases}$$

Ответ: 4,8 км/ч и 3,6 км/ч.

275.

Обозначим скорость первого тела через x м/с, а второго — через y м/с. Тогда первое тело за 6 с проходит $6x$ м, а второе тело за 8 с проходит $8y$ м. По условию $6x = 8y$. За 15 с первое проходит путь 15х м, а второе тело — 15у м. По теореме Пифагора $(15x)^2 + (15y)^2 = 9$. Имеем систему:

$$\begin{cases} 6x = 8y, \\ 225x^2 + 225y^2 = 9; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ 25\frac{16}{9}y^2 + 25y^2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y^2 = \frac{9}{625}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{25}, \\ x = \frac{4}{25}; \end{cases} \text{ или } y = -\frac{3}{25} \text{ — не подходит по смыслу задачи.}$$

Ответ: 0,12 м/с и 0,16 м/с.

276.

Обозначим длины сторон прямоугольника через a см и b см. Тогда площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольника, соответственно равны a^2 см² и b^2 см². По условию $2a^2 + 2b^2 = 122$. Площадь прямоугольника равна $ab = 30$. Получим систему:

$$\begin{cases} 2a^2 + 2b^2 = 122, \\ ab = 30; \end{cases} \begin{cases} a^2 + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{30}{b}\right)^2 + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{900}{b^2} + b^2 = 61, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases} \begin{cases} 900 + b^4 - 61b^2 = 0, \\ a = \frac{30}{b}; \end{cases}$$

Решим уравнение $b^4 - 61b^2 + 900 = 0$. Обозначим $b^2 = t$, тогда $t^2 - 61t + 900 = 0$; $D = (-61)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 900 = 121$; $t_1 = \frac{61+11}{2} = 36$ или

$t_2 = \frac{61-11}{2} = 25$, тогда $b^2 = 36$ или $b^2 = 25$.

$b = 6$ или $b = -6$ (не подходит по смыслу задачи); $b = 5$ или $b = -5$ (не подходит по смыслу задачи),

$$\begin{cases} a = 5, \\ b = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a = 6, \\ b = 5. \end{cases}$$

Ответ: 5 см и 6 см.

277.

Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По условию $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = 24$. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 100$. Запишем систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}ab = 24, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} ab = 48, \\ a^2 + b^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ \left(\frac{48}{b}\right)^2 + b^2 = 100; \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{48}{b}, \\ 2304 + b^4 - 100b^2 = 0. \end{cases}$$

Обозначим $b^2 = t$. Решим уравнение $t^2 - 100t + 2304 = 0$.

$$D = (-100)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2304 = 784. \quad t = \frac{100 + 28}{2} = 64 \quad \text{или}$$

$$t = \frac{100 - 28}{2} = 36; \quad b^2 = 64 \quad \text{или} \quad b^2 = 36. \quad b=8 \quad \text{или} \quad b=-8 \quad (\text{не подходит}$$

по смыслу задачи); $b=6$ или $b=-6$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} b = 8, \\ a = 6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b = 6, \\ a = 8. \end{cases}$$

Ответ: 6 см и 8 см.

278.

Обозначим длины катетов треугольника — a см и b см. По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = 13^2 = 169$. Если первый катет увеличить на 4 см, то его длина станет $(a+4)$ см, а длина гипотенузы будет равна $13+2=15$ см. По теореме Пифагора $(a+4)^2 + b^2 = 225$. Получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 169, \\ (a+4)^2 + b^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ (a+4)^2 + 169 - a^2 = 225; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ a^2 + 8a + 16 + 169 - a^2 = 225; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - a^2, \\ 8a = 40; \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 169 - 5^2, \\ a = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 12, \\ a = 5; \end{cases} \quad (b = -12 \text{ — не подходит по смыслу}).$$

Ответ: 5 см и 12 см.

279.

Обозначим время работы первого экскаватора за x ч, а второго — за y ч. По условию $x+4=y$. Первый экскаватор, работая отдельно, выполнит за 1 час $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть всей

работы. Работая вместе, за 1 ч они выполняют $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ часть всей

работы, а за 3 ч 45 мин $= \frac{15}{4}$ ч они выполняют всю работу, т.е.

$$\frac{15}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1. \text{ Запишем систему:}$$

$$\begin{cases} x+4=y, \\ \frac{15}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x+4=y, \\ 15 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} \right) = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4=y \\ \frac{15(x+4)+15x-4x(x+4)}{x(x+4)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $15x+60+15x-4x^2-16x=0$; $2x^2-7x-30=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 2 \cdot (-30)=289$; $x_1 = \frac{7+17}{4} = 6$; $x_2 = \frac{7-17}{4} = -\frac{5}{2}$ (не подходит по смыслу задачи).

$$\begin{cases} x=6, \\ y=10. \end{cases}$$

Ответ: 6 ч и 10 ч.

280.

Пусть первый комбайнер, работая отдельно, выполнит работу за x ч, а второй — за y ч. Тогда $x+24=y$. За 1 ч, работая отдельно, первый комбайнер уберет $\frac{1}{x}$ часть поля, а второй — $\frac{1}{y}$ часть поля. Ра-

ботая совместно два комбайнера уберут все поле за 1 ч, т.е.

$$35 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} x+24=y, \\ \frac{35}{x}+\frac{35}{y}=1; \end{cases} \begin{cases} y=x+24, \\ \frac{35}{x}+\frac{35}{x+24}-1=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x+24 \\ \frac{35(x+24)+35x-x(x+24)}{x(x+24)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $35x+840+35x-x^2-24=0$; $x^2-46x-840=0$;
 $D=(-46)^2-4 \cdot 1 \cdot (-840)=5476$; $x_1=\frac{46+74}{2}=60$ или $x_2=\frac{46-74}{2}=-14$

(не подходит по смыслу задачи),

$$\begin{cases} x=60, \\ y=84. \end{cases}$$

Ответ: 60 ч и 84 ч.

281.

Обозначим время, за которое первая бригада заасфальтирует участок дороги за x ч, а вторая — за y ч. По условию $x-4=y$. За 1 час, работая отдельно, первая бригада заасфальтирует $\frac{1}{x}$ часть участка дороги, а вторая бригада — $\frac{1}{y}$ часть участка. Работая вместе, за 1

час обе бригады заасфальтируют $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ часть всего участка. Работая вместе 24 часа, они заасфальтируют 5 участков, т.е.

$$24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=5. \text{ Получим систему:}$$

$$\begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=5; \end{cases} \begin{cases} x-4=y, \\ 24\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-4}\right)-5=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4=y \\ \frac{24(x-4)+24x-5x(x-4)}{x(x-4)}=0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\frac{24(x-4)+24x-5x(x-4)}{x(x-4)}=0$. $24x-96+24x-5x^2+20x=0$; $5x^2-68x+96=0$; $D=(-68)^2-4\cdot 5\cdot 96=2704$; $\sqrt{D}=\pm 52$;

$$x_1 = \frac{68+52}{10} = 12 \text{ или } x_2 = \frac{68-52}{10} = 1,6$$

$$\begin{cases} y = 8, \\ x = 12. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -2,4, \\ x = 1,6; \end{cases} \text{ — не подходит по смыслу задачи;}$$

Ответ: 8 ч и 12 ч.

282.

Обозначим массу детали старого типа x кг, а детали нового типа

y кг. По условию $x=y+0,2$. Из 22 кг металла получится $\frac{22}{y}$ деталей

нового типа, а из 24 кг металла получится $\frac{24}{x}$ деталей старого типа.

По условию $2 + \frac{24}{x} = \frac{22}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} 2 + \frac{24}{x} = \frac{22}{y} \\ x = y + 0,2; \end{cases} \begin{cases} \frac{24}{y+0,2} + 2 - \frac{22}{y} = 0, \\ x = y + 0,2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{24y + 2y(y+0,2) - 22(y+0,2)}{y(y+0,2)} = 0 \\ x = y + 0,2 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{24y + 2y(y+0,2) - 22(y+0,2)}{y(y+0,2)} = 0$. $y^2 + 1,2y -$

$$2,2=0; \quad D=1,44-4(2,2)=-10,24; \quad y_1 = \frac{-1,2+3,2}{2} = 1;$$

$$y_2 = \frac{-1,2-3,2}{2} = -2,2 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 1 + 0,2 = 1,2. \end{cases}$$

Ответ: 1 кг и 1,2 кг.

283.

Обозначим скорость первого пешехода — x км/ч, а скорость второго — y км/ч. За 4 часа первый пешеход пройдет $4x$ км, а второй — $4y$ км. Расстояние между ними составит 4 км. Получим уравнение $4x+4y+4=40$, т.е. $x+y=9$. За 1 час первый пешеход прошел x км, после чего ему до встречи осталось пройти $(20-x)$ км. Эту часть пути он пройдет за время $\left(\frac{20-x}{x}\right)$ ч, что равно времени, за которое пройдет

половину пути второй пешеход, т.е. $\frac{20-x}{x} = \frac{20}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x+y=9; \\ \frac{20-x}{x} = \frac{20}{y}; \end{cases} \begin{cases} y=9-x; \\ \frac{20-x}{x} - \frac{20}{9-x} = 0 \end{cases} \begin{cases} y=9-x \\ \frac{(20-x)(9-x)-20x}{x(9-x)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $\frac{(20-x)(9-x)-20x}{x(9-x)} = 0$. $x^2-49x+180=0$;

$$D=(-49)^2-4 \cdot 1 \cdot 180=1681; x = \frac{49+41}{2} = 45 \text{ или } x = \frac{49-41}{2} = 4.$$

$$\begin{cases} y = -36 \\ x = 45 \end{cases} \text{ — не подходит по смыслу задачи; или } \begin{cases} x = 4, \\ y = 5; \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

284.

Обозначим скорость первого туриста x км/ч, а второго — y км/ч.

Тогда $x=y+1$. Первый турист пройдет путь из M в N за $\frac{18}{x}$ ч, а вто-

рой за $\frac{18}{y}$ ч. По условию, второй турист пришел в N на 54 мин = $\frac{9}{10}$

ч позже первого. т.е. $\frac{18}{x} + \frac{9}{10} = \frac{18}{y}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x = y+1, \\ \frac{18}{x} + \frac{9}{10} = \frac{18}{y}; \end{cases} \begin{cases} x = y+1, \\ \frac{18}{y+1} + \frac{9}{10} - \frac{18}{y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{180y + 9y(y + 1) - 180(y + 1)}{10y(y + 1)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{180y + 9y(y + 1) - 180(y + 1)}{10y(y + 1)} = 0$. $180y + 9y^2 + 9y -$

$$180y - 180 = 0; \quad y^2 + y - 20 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; \quad y_1 = \frac{-1 + 9}{2} = 4;$$

$$y_2 = \frac{-1 - 9}{2} = -5 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 5 км/ч.

285.

Обозначим скорость мотоциклиста из M x км/ч, а скорость мотоциклиста из N y км/ч. По условию, они встретились через 30 мин = $\frac{1}{2}$

ч, значит, проехали вместе весь путь от M до N : $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 50$, т.е.

$x + y = 100$. Мотоциклист из M проедет путь из M в N за $\frac{50}{x}$ ч, а мото-

циклист из N проедет путь из N в M за $\frac{50}{y}$ ч. По условию

$\frac{50}{y} + \frac{25}{60} = \frac{50}{x}$, т.е. $\frac{2}{y} + \frac{1}{60} = \frac{2}{x}$. Получим систему:

$$\begin{cases} x + y = 100, & \begin{cases} x = 100 - y, \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{60} = \frac{2}{x}; \end{cases} \\ \frac{2}{y} + \frac{1}{60} = \frac{2}{x}; & \begin{cases} \frac{2}{y} + \frac{1}{60} - \frac{2}{100 - y} = 0; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 - y \\ \frac{120(100 - y) + y(100 - y) - 120y}{60y(100 - y)} = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $12000 - 120y + 100y - y^2 - 120y = 0$; $y^2 + 140y - 12000 = 0$; $D = 19600 - 4(-12000) = 67600$;

$$y_1 = \frac{-140 + 260}{2} = 60; \quad y_2 = \frac{-140 - 260}{2} = -200 \quad (\text{не подходит по смыслу задачи}).$$

$$\begin{cases} y = 60, \\ x = 40. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 60 км/ч.

286.

$$а) \begin{cases} y = -3x - 4, \\ x^2 - (-3x - 4)^2 - 2 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x - 4, \\ x^2 - 9x^2 - 24x - 16 - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $4x^2 + 12x + 9 = 0$; $D = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$;

$$x = \frac{-12 + 0}{8} = -1,5.$$

$$\begin{cases} x = -1,5, \\ y = 0,5. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 - x(-3x + 2)^2 - 3,36 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 + 3x^2 - 2x - 3,36 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - x - 1,68 = 0$;

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1,68) = 14,44; \quad x_1 = \frac{1 + 3,8}{4} = 1,2; \quad x_2 = \frac{1 - 3,8}{4} = -0,7$$

$$\begin{cases} x_1 = 1,2, \\ y_1 = -1,6; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = -0,7, \\ y_2 = 4,1. \end{cases}$$

287.

$$а) \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ 2x - y - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ 2x - (x^2 - 3x + 3) - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 3; \\ -x^2 + 5x - 4 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 5x + 4 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$;

$$x_1 = \frac{5 + 3}{2} = 4; \quad x_2 = \frac{5 - 3}{2} = 1.$$

$$\begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = 7; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = 2x^2 - x + 1, \\ x = 1,5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2(1,5)^2 - 1,5 + 1, \\ x = 1,5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4,5 - 1,5 + 1 \\ x = 1,5 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ x + y = 14; \end{cases} \quad \begin{cases} (14 - y)^2 + y^2 - 100 = 0, \\ x = 14 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 196 - 28y + y^2 + y^2 - 100 = 0, \\ x = 14 - y; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y^2 - 28y + 96 = 0, \\ x = 14 - y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - 14y + 48 = 0 \\ x = 14 - y \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 14y + 48 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 4$;

$$y_1 = \frac{14+2}{2} = 8 \text{ или } y_2 = \frac{14-2}{2} = 6.$$

$$\begin{cases} y_2 = 8, \\ x_2 = 6; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 6, \\ x_1 = 8; \end{cases}$$

288.

$$\text{а) } x(x-6) < 0; \begin{array}{c} \text{+} \quad \text{---} \quad \text{+} \\ \text{0} \quad \text{6} \quad \text{x} \end{array} (0; 6);$$

$$\text{б) } x(8+x) \geq 0; \begin{array}{c} \text{+} \quad \text{---} \quad \text{+} \\ \text{-8} \quad \text{0} \quad \text{x} \end{array} (-\infty; -8] \cup [0; +\infty);$$

$$\text{в) } x^2 - 4 \leq 0; (x-2)(x+2) \leq 0; \begin{array}{c} \text{+} \quad \text{---} \quad \text{+} \\ \text{-2} \quad \text{2} \quad \text{x} \end{array} [-2; 2];$$

$$\text{г) } x^2 - 6 > 0; (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) > 0; \begin{array}{c} \text{+} \quad \text{---} \quad \text{+} \\ \text{-}\sqrt{6} \quad \sqrt{6} \quad \text{x} \end{array} (-\infty; -\sqrt{6}] \cup [\sqrt{6}; +\infty)$$

289.

$$\text{а) } x^3(x^2-1)=0; x^3(x+1)(x-1)=0; x_1=0, x_2=1, x_3=-1.$$

$$\text{б) } x^6-4x^4=0; x^4(x^2-4)=0; x^4(x+2)(x-2)=0; x_1=0, x_2=2, x_3=-2.$$

$$\text{в) } 0,5x^3-32x=0; x(0,5x^2-32)=0; x_1=0, x_2=8, x_3=-8.$$

$$\text{г) } 0,2x^4-4x^2=0; x^2(0,2x^2-4)=0; x_1=0, x_2=2\sqrt{5}, x_3=-2\sqrt{5}.$$

290.

$$\text{а) } (a^2 - 4)(a^2 + 4) = 25a^2 - 16; a^4 - 16 - 25a^2 + 16 = 0; a^4 - 25a^2 = 0; a^2(a^2 - 25) = 0; a_1 = 0 \text{ или } a^2 - 25 = 0, a^2 = 25, a_2 = 5 \text{ или } a_3 = -5.$$

б) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 6x^2 - 1$; $x^4 - 1 - 6x^2 + 1 = 0$ $x^2(x^2 - 6) = 0$;
 $x_1 = 0$ или $x^2 - 6 = 0$, $x^2 = 6$, $x_2 = \sqrt{6}$ или $x_3 = -\sqrt{6}$.

291.

а) $x^2(x-1) - 4(x-1)^2 = 0$; $(x-1)(x^2 - 4(x-1)) = 0$; $x-1=0$ или
 $x^2 - 4x + 4 = 0$; из первого уравнения $x_1 = 1$; из второго
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$; $x_2 = \frac{4+0}{2} = 2$.

б) $2y^2(y+1) - (y+1)^2 = 0$; $(y+1)(2y^2 - (y+1)) = 0$; $y+1=0$ или
 $2y^2 - y - 1 = 0$; из первого уравнения $y_1 = -1$; из второго
 $D = 1 - 4 \cdot 2(-1) = 9$; $y_2 = \frac{1+3}{4} = 1$ или $y_3 = \frac{1-3}{4} = -0,5$.

в) $(5x^3 + 40) - (19x^2 + 38x) = 0$; $5(x^3 + 2^3) - 19x(x+2) = 0$;
 $5(x+2)(x^2 - 2x + 4) - 19x(x+2) = 0$; $(x+2)(5(x^2 - 2x + 4) - 19x) = 0$;
 $x+2=0$ или $5x^2 - 10x + 20 - 19x = 0$; из первого уравнения $x_1 = -2$;
из второго $5x^2 - 29x + 20 = 0$; $D = (-29)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 441$;
 $x_2 = \frac{29+21}{10} = 5$ или $x_3 = \frac{29-21}{10} = 0,8$.

г) $(6x^3 + 6) - (31x^2 + 31x) = 0$; $6(x^3 + 1) - 31x(x+1) = 0$;
 $(x+1)(6(x^2 - x + 1) - 31x) = 0$; $x+1=0$ или $6x^2 - 6x - 31x = 0$; из пер-
вого уравнения $x_1 = -1$; из второго $6x^2 - 37x + 6 = 0$;
 $D = (-37)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 1225$; $x_3 = \frac{37+35}{12} = 6$ или $x_2 = \frac{37-35}{12} = \frac{1}{6}$.

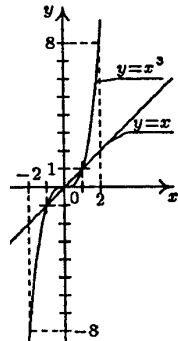
292.

1) Графиком функции $y = x^3$ является кубиче-
ская парабола, расположенная в I и II четвертях.

x	-	-	0	1	2
y	2	1	0	1	8

2) Графиком функции $y = x$ является прямая.

3) $x^3 - x = 0$; $x(x^2 - 1) = 0$; $x(x+1)(x-1) = 0$;



$$x_1 = 0, \quad x_3 = 1, \quad x_2 = -1.$$

293*.

Уравнение эквивалентно такому: $x^3 = -ax - b$; количество решений равно количеству точек пересечения у кубической параболы $y = x^3$ и прямой $y = -ax - b$.

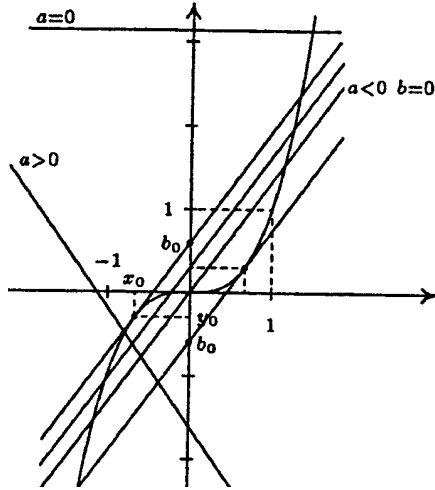
1) $a = 0$. Прямая $y = -b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой.

2) $a > 0$. Прямая $y = -ax - b$ имеет одну точку пересечения с кубической параболой.

3) $a < 0$.

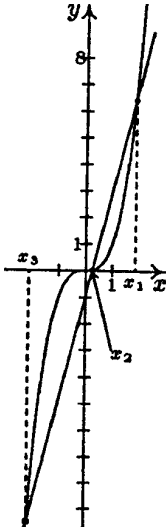
а) $b = 0$. Прямая $y = -ax$ пересекает кубическую параболу в трех точках.

б) Рассмотрим всевозможные прямые, параллельные $y = -ax$. Существует такая прямая, которая пересечет параболу ровно в двух точках. Симметричная ей относительно точки O прямая также пересекает параболу в двух точках. Эти прямые имеют коэффициент $b = b_0 > 0$ и $-b < 0$. При $b > b_0$ и $b < -b_0$ прямая пересекает кубическую параболу в одной точке. При $-b_0 < b < b_0$ прямая пересекает параболу в трех точках.



294*.

$x^3 = 4x - 1$. Построим графики функций $y = x^3$ и $y = 4x - 1$ (прямая пересекает Ox в точке $(\frac{1}{4}, 0)$ и Oy в точке $(0, -1)$). Графики пересекаются в трех точках. Найдем их. $x_1 \approx 1,7$; $x_2 \approx 0,3$; $x_3 \approx -2,1$. Уточним значения.



$$1) \quad 2^3 = 8 > 4 \cdot 2 - 1 = 7, \quad (1,5)^3 = 3\frac{3}{8} < 4 \cdot \frac{3}{2} - 1 = 5$$

$$\Rightarrow 1,5 < x_1 < 2. \quad \text{Т.к. } (1,8)^3 = 5,832 < 4 \cdot 1,8 - 1 = 6,2,$$

$$(1,9)^3 = 6,859 > 4 \cdot 1,9 - 1 = 6,6, \quad \text{то } 1,8 < x < 1,9. \quad \text{Т.к.}$$

$$(1,85)^3 \approx 6,33 < 4 \cdot 1,85 - 1 = 6,40, \quad (1,87)^3 = 6,52 > > 4 \cdot 1,87 - 1 = 6,48, \quad \text{то } 1,85 < x < 1,87. \quad \text{Так что}$$

$$x_1 \approx 1,86.$$

$$2) \quad \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} > 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 0, \quad \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} < 4 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 0,25 = \frac{1}{4} < x_2 < \frac{1}{3} = 0,33\dots$$

$$(0,27)^3 \approx 0,0197 < 4 \cdot 0,27 - 1 = 0,08, \quad 0,25 < x_2 < 0,27.$$

$$(0,26)^3 = 0,0175776 < 4 \cdot 0,26 - 1 = 0,04. \quad \text{Так что}$$

$$x_2 \approx 0,25.$$

$$3) \quad (-2)^3 = -8 > 4 \cdot (-2) - 1 = -9,$$

$$(-2,1)^3 = -9,261 > 4 \cdot (-2,1) - 1 = -9,4$$

$$(-2,3)^3 = -12,167 < -4 \cdot (2,3) - 1 = -10,2 \quad \Rightarrow \quad -2,3 < x_3 < -2,1$$

$$(-2,2)^3 = -10,748 < -4 \cdot 2,2 - 1 = -9,8; \quad -2,2 < x < -2,1$$

$$(-2,15)^3 \approx -9,94 < -4 \cdot 2,15 - 1 = -9,6. \quad \text{Так что } x_3 \approx 2,12.$$

295.

a) Обозначим $x^2 + 6x = t \quad \Rightarrow \quad t^2 - 5t - 24 = 0;$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 121 \quad t_1 = \frac{5+11}{2} = 8 \quad \text{или} \quad t_2 = \frac{5-11}{2} = -3;$$

$$x^2 + 6x = 8; \quad x^2 + 6x - 8 = 0; \quad D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 68;$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{17}}{2} = -3 + \sqrt{17} \quad \text{или} \quad x_2 = \frac{-6 - 2\sqrt{17}}{2} = -3 - \sqrt{17} \quad \text{или}$$

$$x^2 + 6x = -3; \quad x^2 + 6x + 3 = 0; \quad D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 24;$$

$$x_3 = \frac{-6 + 2\sqrt{6}}{2} = -3 + \sqrt{6} \quad \text{или} \quad x_4 = \frac{-6 - 2\sqrt{6}}{2} = -3 - \sqrt{6}.$$

б) Обозначим $x^2 - 2x - 5 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0;$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16; \quad t_1 = \frac{2+4}{2} = 3 \quad \text{или} \quad t_2 = \frac{2-4}{2} = -1;$$

$$x^2 - 2x - 5 = 3; \quad x^2 - 2x - 8 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36;$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \quad \text{или} \quad x_2 = \frac{2-6}{2} = -2; \quad \text{или} \quad x^2 - 2x - 5 = -1;$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0; \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20; \quad x_3 = \frac{2+2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$\text{или} \quad x_4 = \frac{2-2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}.$$

в) Обозначим $x^2 + 3x - 25 = t \Rightarrow t^2 - 2t + 7 = 0;$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 < 0.$$

г) Обозначим $(y+2)^2 = t \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0;$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49; \quad t_1 = \frac{1+7}{2} = 4 \quad \text{или} \quad t_2 = \frac{1-7}{2} = -3;$$

$$(y+2)^2 = 4; \quad y^2 + 4y = 0; \quad y(y+4) = 0; \quad y_1 = 0 \quad \text{или} \quad y_2 = -4; \quad \text{или}$$

$$(y+2)^2 = -3 \quad \text{нет решений.}$$

д) Обозначим $x^2 + 2x + 1 = t \Rightarrow (t-1)(t+1) = 3; \quad t_1 = 2 \quad \text{или} \quad t_2 = -2;$

$$(x+1)^2 = 2; \quad x = -1 + \sqrt{2} \quad \text{или} \quad x = -1 - \sqrt{2}; \quad \text{или} \quad (x+1)^2 = -2 \quad \text{— нет корней.}$$

е) Обозначим $x^2 - x = t \Rightarrow (t-16)(t+2) = 88; \quad t^2 - 14t - 120 = 0;$

$$D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 676; \quad t_1 = \frac{14+26}{2} = 20 \quad \text{или}$$

$$t_2 = \frac{14-26}{2} = -6;$$

$$x^2 - x = 20; \quad x^2 - x - 20 = 0; \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81;$$

$$x_1 = \frac{1+9}{2} = 5 \quad \text{или} \quad x_2 = \frac{1-9}{2} = -4; \quad \text{или} \quad x^2 - x = -6; \quad x^2 - x + 6 = 0;$$

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -23 < 0$ — нет корней.

ж) Обозначим $2x^2 + 7x = t \Rightarrow (t-8)(t-3) - 6 = 0; \quad t^2 - 11t + 18 = 0;$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 49; \quad t_1 = \frac{11+7}{2} = 9; \quad t_2 = \frac{11-7}{2} = 2;$$

$$2x^2 + 7x = 9; \quad 2x^2 + 7x - 9 = 0; \quad D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 121;$$

$$x_2 = \frac{-7+11}{2} = 2 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{-7-11}{2} = -4,5; \quad \text{или} \quad 2x^2 + 7x = 2;$$

$$2x^2 + 7x - 2 = 0; \quad D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 33; \quad x_4 = \frac{-7 + \sqrt{65}}{4} \quad \text{или}$$

$$x_3 = \frac{-7 - \sqrt{65}}{4}.$$

296*.

а) Обозначим $\frac{x^2+1}{x} = t$. Тогда $t + \frac{1}{t} = 2\frac{1}{2}; \quad t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2};$

$$t + \frac{1}{t} - \frac{5}{2} = 0; \quad \frac{2t^2 + 2 - 5t}{2t} = 0, \quad t \neq 0. \quad \text{Решим уравнение}$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0; \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9; \quad t = \frac{5 \pm 3}{4}, \quad t_1 = 2 \quad \text{или} \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

1) $\frac{x^2+1}{x} = 2; \quad x^2 + 1 = 2x \quad (x \neq 0); \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad (x-1)^2 = 0, \quad x = 1.$

2) $\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{2}; \quad x^2 + 1 = \frac{1}{2}x \quad (x \neq 0); \quad x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = 0;$

$$D = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0 \quad \text{— корней нет.}$$

б) Обозначим $\frac{x^2+2}{3x-2} = t$. Тогда $t - \frac{1}{t} = 2\frac{2}{3}; \quad t - \frac{1}{t} - \frac{8}{3} = 0;$

$$3t^2 - 3 - 8t = 0; \quad 3t^2 - 8t - 3 = 0; \quad D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100;$$

$$t = \frac{8 \pm 10}{6}, \quad t_2 = 3 \quad \text{или} \quad t_1 = -\frac{1}{3}.$$

$$1) \quad \frac{x^2+2}{3x-2} = 3; \quad x^2+2=9x-6 \quad \left(x \neq \frac{2}{3} \right); \quad x^2-9x+8=0;$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 49; \quad x = \frac{9 \pm 7}{2}, \quad x_2 = 8 \text{ или } x_1 = 1.$$

$$2) \quad \frac{x^2+2}{3x-2} = \frac{1}{3}; \quad x^2+2 = -x + \frac{2}{3} \quad \left(x \neq \frac{2}{3} \right); \quad 3x^2+3x+4=0;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -39 < 0 \text{ — нет корней.}$$

297.

а) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 9t + 18 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 9$;
 $t_1 = \frac{9+3}{2} = 6$ или $t_2 = \frac{9-3}{2} = 3$; $x^2 = 6$, откуда $x_1 = \sqrt{6}$ или
 $x_2 = -\sqrt{6}$; $x^2 = 3$, откуда $x_3 = \sqrt{3}$ или $x_4 = -\sqrt{3}$;
 $-\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{3} = 0$.

б) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow t^2 + 3t - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$;
 $t_1 = \frac{-3+7}{2} = 2$ или $t_2 = \frac{-3-7}{2} = -5$; $x^2 = 2$, откуда $x_1 = \sqrt{2}$ или
 $x_2 = -\sqrt{2}$; $x^2 = -5$ — нет корней; $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$.

в) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow 4t^2 - 12t + 1 = 0$;
 $D = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 128$; $t_1 = \frac{12+8\sqrt{2}}{8} = 1,5 + \sqrt{2}$ или
 $t_2 = \frac{12-8\sqrt{2}}{8} = 1,5 - \sqrt{2}$; $x^2 = 1,5 + \sqrt{2}$, откуда $x_1 = \sqrt{1,5 + \sqrt{2}}$ или
 $x_2 = -\sqrt{1,5 + \sqrt{2}}$; $x^2 = 1,5 - \sqrt{2}$, откуда $x_3 = \sqrt{1,5 - \sqrt{2}}$ или
 $x_4 = -\sqrt{1,5 - \sqrt{2}}$;
 $\sqrt{1,5 + \sqrt{2}} - \sqrt{1,5 + \sqrt{2}} + \left(\sqrt{1,5 - \sqrt{2}} - \sqrt{1,5 - \sqrt{2}} \right) = 0$.

г) Обозначим $y^2 = t \Rightarrow 12t^2 - t - 1 = 0$;
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 49$; $t_1 = \frac{1+7}{24} = \frac{1}{3}$ или $t_2 = \frac{1-7}{24} = -\frac{1}{4}$;

$y^2 = \frac{1}{3}$, откуда $y_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}$ или $y_2 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$; или $y^2 = -\frac{1}{4}$, — нет корней; $\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}} = 0$.

298*.

а) Подставим $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ в уравнение:

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^4 - 6\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 + 3 = 0.$$

$$(3+\sqrt{5})^2 - 6(3+\sqrt{5}) + 3 = 9 + 6\sqrt{5} + 5 - 18 - 6\sqrt{5} + 3 = -1 \neq 0.$$

б) Подставим $\sqrt{5-\sqrt{2}}$ в уравнение:

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{2}}\right)^4 - 10\left(\sqrt{5-\sqrt{2}}\right)^2 + 23 = 0.$$

$$(5-\sqrt{2})^2 - 10(5-\sqrt{2}) + 23 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 - 50 + 10\sqrt{2} + 23 = 0.$$

299*.

Уравнение не имеет корней, если после замены соответствующее ему квадратное уравнение не имеет неотрицательных корней. Обозначим $b=x^2$.

а) 1) $t^2 - 12t^2 + c = 0$ не имеет корней при $D < 0$; $D = 144 - 4c < 0$ при $4c > 144$, $c > 36$.

2) $t^2 - 12t^2 + c = 0$ при $D \geq 0$ имеет корни $t = \frac{12 \pm \sqrt{D}}{2}$. При $D \geq 0$ оба они отрицательными быть не могут. Окончательно, $c > 36$.

б) 1) $t^2 + ct + 100 = 0$ не имеет корней при $D < 0$; $D = c^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100 < 0$ при $c^2 < 400$, $-20 < c < 20$.

2) $t^2 + ct + 100 = 0$ при $D \geq 0$ имеет корни $t = \frac{-c \pm \sqrt{D}}{2}$. При $c \leq 0$ один из корней обязательно неотрицателен ($-c + \sqrt{D} \geq 0$), при $c > 0$ имеем $-c + \sqrt{D} < 0$, $c > \sqrt{D}$, но $D = c^2 - 400 < c^2$, поэтому $c > \sqrt{D}$ всегда. Итак, $c > 0$. Окончательно, $c > -20$.

300*.

Уравнение имеет корни, если после замены соответствующее квадратное уравнение имеет неотрицательные корни. $t^2 - 13t + k = 0$ имеет корни при $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k \geq 0$, т.е. при $k \leq \frac{169}{4}$; они равны

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{D}}{2}, \text{ и хотя бы один из них положителен.}$$

а) Уравнение имеет четыре различных корня, если оба корня соответствующего квадратного уравнения положительны и различны, т.е. $D > 0$, т.е. $13 - \sqrt{D} > 0$; $13 - \sqrt{169 - 4k} > 0$; $13 > \sqrt{169 - 4k}$; $169 > 169 - 4k$; $4k > 0$; $k > 0$; окончательно, $0 < k < \frac{169}{4}$.

б) Уравнение имеет два корня, если один из корней соответствующего квадратного уравнения отрицателен, а во второй неотрицателен, т.е. $13 - \sqrt{D} < 0$; т.е. $13 < \sqrt{169 - 4k}$; т.е. $-4k > 0$, $k < 0$, либо когда $D=0$, т.е. $k = \frac{169}{4}$.

301*.

а) Сделаем замену $t=x^2$. Рассмотрим квадратный трехчлен $t^2 - 20t + 64$; решим уравнение $t^2 - 20t + 64 = 0$.
 $D = (-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64 = 144$; $t = \frac{20 \pm 12}{2}$, $t_1=16$ или $t_2=4$. Поэтому

$$t^2 - 20t + 64 = (t - 16)(t - 4);$$

$$(x^2 - 16)(x^2 - 4) = (x + 4)(x - 4)(x + 2)(x - 2).$$

б) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 17t + 16 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 225$;
 $t = \frac{17 \pm 15}{2}$; $t_1=16$ или $t_2=1$. Поэтому $t^2 - 17t + 16 = (t - 16)(t - 1)$;
 $(x^2 - 16)(x^2 - 1) = (x + 4)(x - 4)(x + 1)(x - 1)$

в) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 5t - 36 = 0$;
 $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36) = 169$; $t = \frac{5 \pm 13}{2}$; $t_1=9$ или $t_2=-4$. Поэтому
 $t^2 - 5t - 36 = (t - 9)(t + 4)$; $(x^2 - 9)(x^2 + 4) = (x + 3)(x - 3)(x^2 + 4)$

г) $t=x^2$. Решим уравнение: $t^2 - 3t - 4 = 0$;
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25$; $t = \frac{3 \pm 5}{2}$; $t_1=4$ или $t_2 = -1$. Поэтому
 $t^2 - 3t - 4 = 0$; $(x^2 - 4)(x^2 + 1) = (x+2)(x-2)(x^2 + 1)$

д) Решим уравнение: $9t^2 - 10t + 1 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 64$;
 $t = \frac{10 \pm 8}{18}$; $t_1 = 1$ или $t_2 = \frac{1}{9}$. Поэтому $9t^2 - 10t + 1 = 9(t-1)\left(t - \frac{1}{9}\right)$;
 $9\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 - \frac{1}{9}\right) = 9(x+1)(x-1)\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (x+1)(x-1)(3x+1)(3x-1)$

е) $t=x^2$. Решим уравнение: $4t^2 - 17t + 4 = 0$;
 $D = (-17)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225$; $t = \frac{17 \pm 15}{8}$; $t_1=4$ или $t_2 = \frac{1}{4}$. Поэтому $4t^2 - 17t + 4 = 4\left(t - 4\right)\left(t - \frac{1}{4}\right)$;
 $4\left(x^2 - 4\right)\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 4(x+2)(x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = (x+2)(x-2)(2x+1)(2x-1)$

302.

а)
$$\begin{cases} y = -x^2 - x, \\ y = x - 10. \end{cases}$$

1) График функции $y = -x^2 - x$ – парабола, у которой ветви направлены вниз (т.к. коэффициент при x^2 отрицателен).

2) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-1}{2 \cdot (-1)} = -\frac{1}{2}$;

$$y_B = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4};$$

3)

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	0	0	-2	-6

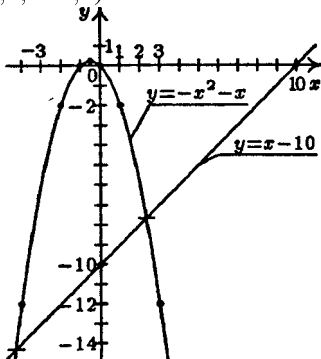
Остальные точки им симметричны относительно прямой

$$x = -\frac{1}{2}.$$

4) График функции $y=x-10$ – прямая.

x	0	5
y	-10	-5

$\approx(2,3; -7,7); \approx(-4,3; -14,3)$.



б) 1) График функции $(x-2)^2 + y^2 = 9$ – окружность с центром в $(2; 0)$ и радиусом 3.

2) График функции $y = x^2 - 4x + 4$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

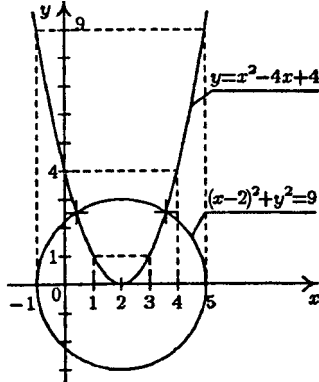
3) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2;$

$y_B = 4 - 8 + 4 = 0;$

4)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9

$\approx(0,4; 2,5); \approx(3,6; 2,5)$.



в) 1) График функции $x^2 + y^2 = 25$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5.

2) График функции $y = 2x^2 - 14$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

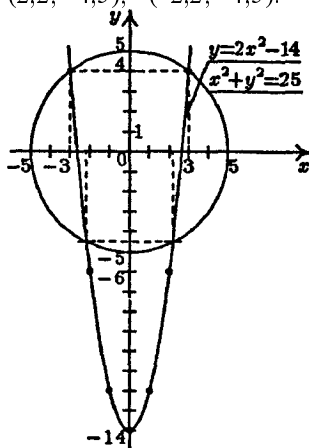
3) Найдем координаты вершины: $x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 2} = 0$;

$y_B = -14$;

4)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	-6	-12	-14	-12	-6	4

$\approx(3; 4); \approx(-3; 4); \approx(2,2; -4,5); \approx(-2,2; -4,5)$.



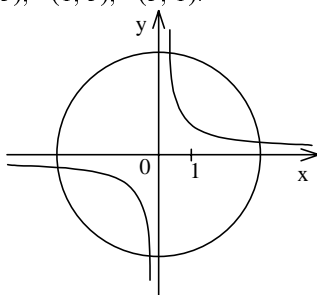
г) 1) График функции $x^2 + y^2 = 10$ – окружность с центром в $(0; 0)$ и радиусом $\sqrt{10}$.

2) График функции $xy=3$ – гипербола, у которой ветви расположены в I и III четвертях.

3)

x	-3	-2	-1	1	1,5	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	2	1,5	1

$\approx(-3; -1); \approx(-1; -3); \approx(1; 3); \approx(3; 1)$.

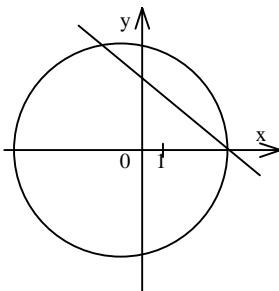


д) 1) График функции $x+y=8$ – прямая.

x	0	4
y	8	4

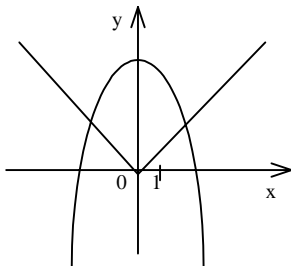
2) График функции $(x+1)^2+y^2=81$ – окружность с центром в $(-1; 0)$ и радиусом 9.

$(8; 0); (-1; 9)$.



е) 1) График функции $y=-x^2+4$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины: $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = 0$; $y_{\text{в}} = 4$.



3)

x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

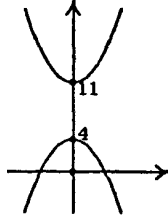
4) Графиком функции $y=|x|$ является объединение биссектрис I и II четвертей.

$\approx(1,6; 1,6); \approx(-1,6; 1,6)$.

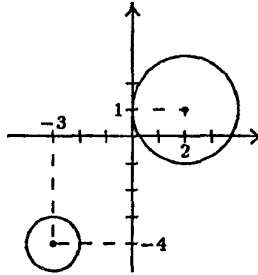
303*.

а) Первое уравнение: $y = x^2 + 11$; второе уравнение: $y = -x^2 + 4$.

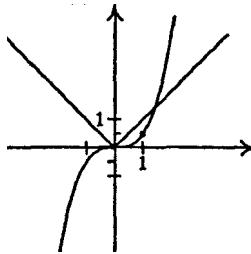
График первой функции получается из графика функции $y = x^2$ сдвигом вверх на 11 единиц, вторая — из $y = -x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы. Т.к. они не пересекаются, то решений нет.



б) Первое уравнение — это уравнение окружности с центром $(-3; -4)$ и радиусом 1; второе — уравнение окружности с центром $(2; 1)$ и радиусом 2. Так как окружности не имеют общих точек, то решений нет.

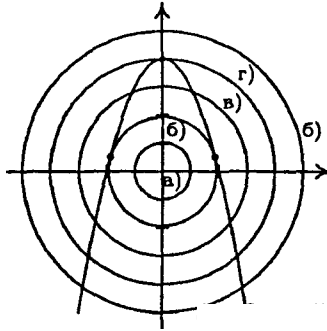


в) Второе уравнение $y = \frac{1}{2}x^3$ задает кубическую параболу, первое — две полупрямые: $y=x$ при $x \geq 0$ и $y=-x$ при $x < 0$. Т.к. графики этих функций пересекаются в двух точках, то существуют два решения.



304*.

Первое уравнение задает окружность с центром $(0; 0)$ и радиусом r . Второе уравнение задает параболу, получающуюся из параболы $y = -x^2$ сдвигом вверх на 4 единицы.

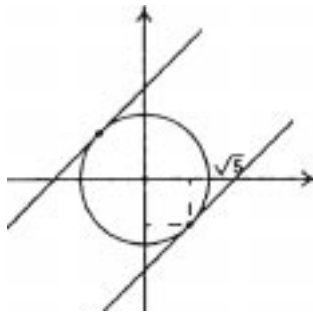


В зависимости от r система может иметь: 0, 2, 4, 3 решений.

305*.

Графиком первого уравнения является окружность с центром $(0, 0)$ и радиусом $\sqrt{5}$; второго — прямая $y=x-m$, получающаяся из биссектрисы I и III координатных углов сдвигом на $-m$ по вертикали.

а) Система имеет одно решение, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет одно решение. $x^2 + x^2 - 2mx + m^2 - 5 = 0$;
 $2x^2 - 2mx + m^2 - 5 = 0$; $D = (-2m)^2 - 4 \cdot 2(m^2 - 5)$ Уравнение имеет единственное решение при $D=0$, т.е. $4m^2 - 8(m^2 - 5) = 0$;
 $-4m^2 + 40 = 0$; $m^2 = \frac{40}{4} = 10$; $m = \pm\sqrt{10}$.



б) Система имеет два решения, когда уравнение $x^2+(x-m)^2=5$ имеет два решения. Т.е. при $D>0$ $D = -4m^2 + 40 > 0$, т.е. $m^2 < 10$, откуда $-\sqrt{10} < m < \sqrt{10}$.

306.

$$\text{а) } \begin{cases} x = -3y - 1, \\ (-3y - 1)^2 + 2y(-3y - 1) + y - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3y - 1, \\ 9y^2 + 6y + 1 - 6y^2 - 2y + y - 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3y - 1, \\ 3y^2 + 5y - 2 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $3y^2 + 5y - 2 = 0$. $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$;

$$y_2 = \frac{-5 + 7}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{-5 - 7}{6} = -2;$$

$$\begin{cases} y_2 = \frac{1}{3}, \\ x_2 = -2; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_1 = -2, \\ x_1 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y = 2x - 1, \\ x(2x - 1) - (2x - 1)^2 + 3x + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x^2 - x - 4x^2 + 4x - 1 + 3x + 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1, \\ -2x^2 + 6x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x(x - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 5. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 2x + 5(11 - 2x) - (11 - 2x)^2 - 6 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 2x + 55 - 10x - 121 + 44x - 4x^2 - 6 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 11 - 2x, \\ -4x^2 + 36x - 72 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 - 2x \\ x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 9x + 18 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 9$;

$$x_2 = \frac{9 + 3}{2} = 6 \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{9 - 3}{2} = 3;$$

$$\begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = -1; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 5. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2(4+y)^2 - 3y^2 - 5(4+y) - 2y - 26 = 0, \\ x = 4 + y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 + 16y + 2y^2 - 3y^2 - 20 - 5y - 2y - 26 = 0, \\ x = 4 + y; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - 9y + 14 = 0, \\ x = 4 + y. \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 9y + 14 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 25$;

$$y_2 = \frac{9+5}{2} = 7 \text{ или } y_1 = \frac{9-5}{2} = 2;$$

$$\begin{cases} y_2 = 7, \\ x_2 = 11; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = 2, \\ x_1 = 6. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 4x^2 - 9y^2 + x - 40y = 19, \\ 2x = 3y + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(1,5y + 2,5)^2 - 9y^2 + 1,5y + 2,5 - 40y - 19 = 0, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2 + 30y + 25 - 9y^2 + 1,5y + 2,5 - 40y - 19 = 0, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8,5y = -8,5, \\ x = 1,5y + 2,5; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = 4. \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 3(y-2)^2 + y^2 + 8(y-2) + 13y - 5 = 0, \\ x = y - 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 12y + 12 + y^2 + 8y - 16 + 13y - 5 = 0, \\ x = y - 2. \end{cases} \quad \begin{cases} 4y^2 + 9y - 9 = 0, \\ x = y - 2. \end{cases}$$

Решим уравнение $4y^2 + 9y - 9 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-9) = 225$;

$$y_2 = \frac{-9+15}{8} = \frac{3}{4} \text{ или } y_1 = \frac{-9-15}{8} = -3;$$

$$\begin{cases} y_2 = \frac{3}{4}, \\ x_2 = -1\frac{1}{4}. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -3, \\ x_1 = -5; \end{cases}$$

307.

a)
$$\begin{cases} x = y + 4, \\ (y+3)(y+1) - 2y(y+4) - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 4, \\ y^2 + 3y + y + 3 - 2y^2 - 8y - 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4, \\ -y^2 - 4y = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 4 \\ y(y+4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 0, \\ x_1 = 4; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = -4, \\ x_2 = 0. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y = x + 1, \\ (2x+3)(x-1) - x(x+1) - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 1, \\ 2x^2 + 3x - 2x - 3 - x^2 - x - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 - 4 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 1 \\ (x+2)(x-2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = -1. \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} y = 2x - 5, \\ (x+1)(2x-1) - 2x(2x-5) + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 5, \\ 2x^2 + 2x - x - 1 - 4x^2 + 10x = 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 5, \\ -2x^2 + 11x = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ x(2x - 11) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 5,5, \\ y_2 = 6. \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x = 1 - y, \\ -y(y+5) - y^2 + 12 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - y, \\ -y^2 - 5y - y^2 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - y, \\ -2y^2 - 5y + 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - y \\ 2y^2 + 5y - 12 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $2y^2 + 5y - 12 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 121$;

$$y_2 = \frac{-5+11}{4} = 1,5 \quad \text{или} \quad y_1 = \frac{-5-11}{4} = -4$$

$$\begin{cases} y_2 = 1,5, \\ x_2 = -0,5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -4, \\ x_1 = 5. \end{cases}$$

308.

$$\text{a) } \begin{cases} \left(-\frac{12}{y}\right)^2 + y^2 = 40, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases} \begin{cases} \frac{144}{y^2} + y^2 - 40 = 0, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases} \begin{cases} 144 + y^4 - 40y^2 = 0 \\ x = -\frac{12}{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^4 - 40y^2 = 144 = 0, \\ x = -\frac{12}{y}; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^4 - 40y^2 + 144 = 0$. Обозначим $y^2 = t \Rightarrow t^2 - 40t + 144 = 0$; $D = (-40)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 144 = 1024$; $t_1 = \frac{40+32}{2} = 36$ или

$$t_2 = \frac{40-32}{2} = 4 \Rightarrow y^2 = 36 \text{ или } y^2 = 4.$$

$$\begin{cases} y_1 = 6, & \begin{cases} y_2 = -6, \\ x_1 = -2; \end{cases} & \begin{cases} y_3 = 2, \\ x_2 = 2; \end{cases} & \begin{cases} y_4 = -2, \\ x_3 = -6; \end{cases} & \begin{cases} x_4 = 6. \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ 3(228 - 2y^2) - 2y^2 - 172 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ 684 - 6y^2 - 2y^2 - 172 = 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2 \\ -8y^2 + 512 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 228 - 2y^2, \\ y^2 = 64; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8, \\ x^2 = 100 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -8, \\ x^2 = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 10, & \begin{cases} x_2 = -10, \\ y_1 = 8; \end{cases} & \begin{cases} x_3 = -10, \\ y_2 = 8; \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -10, \\ y_3 = -8; \end{cases} & \begin{cases} y_4 = -8; \end{cases} \end{cases}$$

309.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + 3x - 4(2x - x^2 - 5) - 20 = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 8x + 4x^2 + 20 - 20 = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 - 5x = 0, \\ y = 2x - x^2 - 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-1) = 0 \\ y = 2x - x^2 - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = -5; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x = y - y^2 + 1, \\ y^2 + 6x - 2y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3}, \\ y^2 + \frac{6(y - y^2 + 1)}{3} - 2y - 1 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3} \\ y^2 + 2y - 2y^2 - 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 1}{3}, \\ y^2 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 = 1, \\ x_2 = \frac{1}{3}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -1, \\ x_1 = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

310.

$$a) \begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x - y + xy = 13; \end{cases} \begin{cases} 2y = -8, \\ x + y + xy = 5; \end{cases} \begin{cases} y = -4 \\ x - 4 - 4x = 5 \end{cases} \begin{cases} y = -4, \\ x = -3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x + 2xy + 2y = 20, \\ xy - 2x - 2y = 2; \end{cases} \begin{cases} 3xy = 22, \\ xy - 2x - 2y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{22}{3y}, \\ \frac{22}{3y}y - \frac{2 \cdot 22}{3y} - 2y - 2 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{22}{3y}, \\ 22y - 44 - 6y^2 - 6y = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{22}{3y} \\ 3y^2 - 8y + 22 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $3y^2 - 8y + 22 = 0$;

$D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 22 = -200 < 0$. Нет корней.

311*.

а) $(x+y)(x-y) = 0 \Rightarrow x+y = 0$ или $x-y = 0$. Получим две новых системы:

$$1) \begin{cases} x-y=0, & \begin{cases} x=y, \\ 2x-y=1; \end{cases} & \begin{cases} x_2=1, \\ y_2=1. \end{cases} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=0, & \begin{cases} x=-y, \\ 2x-y=1; \end{cases} & \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}, \\ y_1 = -\frac{1}{3}; \end{cases} \end{cases}$$

б) $(x-7y)(x+7y) = 0 \Rightarrow x-7y = 0$ или $x+7y = 0$. Получим две новые системы:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; & \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; \\ x+7y = 0; \end{cases} & \begin{cases} (-7y)^2 + y^2 = 100; \\ x = -7y; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 49y^2 + y^2 = 100 \\ x = -7y \end{cases}$$

Решим первое уравнение: $49y^2 + y^2 = 100$; $50y^2 = 100$; $y^2 = 2$;
 $y = \sqrt{2}$ или $y = -\sqrt{2}$.

$$\text{Отсюда } \begin{cases} y_2 = \sqrt{2}, \\ x_2 = 7\sqrt{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -\sqrt{2}, \\ x_1 = -7\sqrt{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 100; & \begin{cases} (7y)^2 + y^2 = 100; \\ x-7y = 0; \end{cases} & \begin{cases} 49y^2 + y^2 = 100 \\ x = 7y \end{cases} \end{cases}$$

Из первого уравнения $y = \sqrt{2}$ или $y = -\sqrt{2}$. Откуда

$$\begin{cases} y_3 = \sqrt{2}, \\ x_3 = -7\sqrt{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_4 = -\sqrt{2}, \\ x_4 = 7\sqrt{2} \end{cases}$$

в) $(x-3)(y-5)=0 \Rightarrow x-3=0$ или $y-5=0$. Получаем две новые системы:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = 0, \\ y_3 = 5. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y^2 = 16, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y_1 = 4, \\ x_1 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = -4, \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

г) $x(y+1)=0 \Rightarrow x=0$ или $y=-1$. Получаем две новые системы:

$$2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 50, \\ y = -1; \end{cases} \begin{cases} x^2 = 51, \\ y = -1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = \sqrt{51}, \\ y_1 = -1; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\sqrt{51}, \\ y_2 = -1. \end{cases} 1$$

$$2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 50, \\ x = 0; \end{cases} \begin{cases} -y^2 = 50, \\ x = 0; \end{cases} \text{ — корней нет, т.к. } -y^2 \leq 0 \text{ при всех } y.$$

312.

а) Из второго уравнения $y = 2x - 5$; подставим в первое уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x-5} = \frac{1}{6}; \quad \frac{6(2x-5) + 6x - x(2x-5)}{6x(2x-5)} = 0;$$

$$12x - 30 + 6x - 2x^2 + 5x = 0; \quad \left(x \neq 0; x \neq \frac{5}{2} \right); \quad 2x^2 - 23x + 30 = 0;$$

$$D = (-23)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 30 = 289; \quad x = \frac{23 \pm 17}{4}; \quad x_2 = 10; \quad x_1 = -\frac{3}{2}. \text{ Окончательно:}$$

$$\begin{cases} x_2 = 10, \\ y_2 = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 10, \\ y_2 = 15. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = -\frac{3}{2}, \\ y_1 = 2x - 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -\frac{3}{2}, \\ y_1 = -8. \end{cases}$$

б) Из второго уравнения $x = 14 - 2y$, подставим в первое уравнение:

$$\frac{1}{14-2y} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20}; \quad \frac{1}{2(7-y)} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2 \cdot 10};$$

$$\frac{10y - 20(7-y) - y(7-y)}{2 \cdot 10y(7-y)} = 0; \quad 10y - 140 + 20y - 7y + y^2 = 0;$$

$$(y \neq 0, y \neq 7); \quad y^2 + 23y - 140 = 0; \quad D = 23^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-140) = 1089;$$

$$y = \frac{-23 \pm 33}{2}; \quad y_2 = 5 \text{ или } y_1 = -28. \text{ Окончательно:}$$

$$\begin{cases} y_2 = 5, \\ x_2 = 14 - 2y; \end{cases} \begin{cases} y_2 = 5, \\ x_2 = 4. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_1 = -28, \\ x_1 = 14 - 2y; \end{cases} \begin{cases} y_1 = -28, \\ x_1 = 70. \end{cases}$$

в) Обозначим $\frac{x}{y} = t$. Тогда из второго уравнения: $t + \frac{1}{t} = \frac{25}{12}$;

$$\frac{12t^2 + 12 - 25t}{12t} = 0 \quad (t \neq 0); \quad 12t^2 - 25t + 12 = 0;$$

$$D = (-25)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 49; \quad t = \frac{25 \pm 7}{24}; \quad t_1 = \frac{4}{3} \text{ или } t_2 = \frac{3}{4}. \text{ Имеем:}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{3}, \\ x + y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y + \frac{4}{3}y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3}y, \\ y = 6; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 8, \\ y_1 = 6. \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \\ x + y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{4}y, \\ y + \frac{3}{4}y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{4}y, \\ y = 8; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 8. \end{cases}$$

г) Обозначим $\frac{x}{y} = t$. Тогда из второго уравнения: $t - \frac{1}{t} = \frac{5}{6}$;

$$\frac{6t^2 - 6 - 5t}{6t} = 0; \quad 6t^2 - 5t - 6 = 0 \quad (t \neq 0); \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-6) = 169;$$

$$t = \frac{5 \pm 13}{12}; \quad t_1 = \frac{3}{2} \text{ или } t_2 = -\frac{2}{3}. \text{ Имеем:}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = -\frac{2}{3}, \\ x - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ -\frac{2}{3}y - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y, \\ -\frac{5}{3}y = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = \frac{4}{5}, \\ y_2 = -\frac{6}{5}; \end{cases} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{2}, \\ x - y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ \frac{3}{2}y - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{3}{2}y, \\ \frac{1}{2}y = 2; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 4. \end{cases} \text{ или}$$

313*.

Вычтем первое уравнение из второго:

$$\begin{cases} y^2 + 4y = 12, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x - y = 100. \end{cases}$$

Решим уравнение: $y^2 + 4y - 12 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 64$;

$y = \frac{-4 \pm 8}{2}$, $y_2 = -6$; $y_1 = 2$. Имеем:

$$\begin{cases} y = -6, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases} \begin{cases} y = -6, \\ 3x + 24 = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6, \\ x = -\frac{26}{3}, \\ \left(\frac{26}{3}\right)^2 - 36 + \frac{26}{3} - 6 = 100. \end{cases}$$

Но $\left(\frac{26}{3}\right)^2 + \frac{26}{3} - 42 \neq 100$, значит, $y \neq -6$

$$\begin{cases} y = 2, \\ 3x - 4y = -2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases} \begin{cases} y = 2, \\ x = 2, \\ x^2 - y^2 - x + y = 100; \end{cases}$$

Но $2^2 - 2^2 - 2 + 2 \neq 100$, следовательно, система не имеет решений.

314*.

Решим сначала систему:

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ 2x - y = 2; \end{cases} \begin{cases} x + y = 7, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \begin{cases} x + 2x - 2 = 7, \\ y = 2x - 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 5, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5}{3}, \\ y = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

У этих двух функций только одна общая точка; если все три графика имеют общие точки, то это должна быть найденная точка.

Проверим: $\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = \frac{17}{9} \neq 1$. Значит, не существует общей точки для трех графиков.

315*.

а) Сложим и вычтем уравнения:

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x = 24, \\ 2y^2 + 2y = 12; \end{cases} \begin{cases} (x-3)(x+4) = 0, \\ (y-2)(y+3) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ y_1 = 2. \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = -3 \end{cases} \begin{cases} x_3 = -4, \\ y_3 = 2. \end{cases} \begin{cases} x_4 = -4, \\ y_4 = -3 \end{cases}$$

б) Обозначим x и y через t , из первого уравнения: $t^2 + t - 72 = 0$;

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72) = 289$; $t = \frac{-1 \pm 17}{2}$; $t_1 = -9$; $t_2 = 8$. Получаем две системы:

$$1) \begin{cases} xy = -9; \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x(6-x) = -9; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} -x^2 + 6x + 9 = 0; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x - 9 = 0 \\ y = 6-x \end{cases}$$

Решим уравнение: $x^2 - 6x - 9 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) = 72$;

$x = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2}$; $x_2 = 3 + 3\sqrt{2}$ или $x_1 = 3 - 3\sqrt{2}$; откуда

$$\begin{cases} x_2 = 3 + 3\sqrt{2}, \\ y_2 = 3 - 3\sqrt{2}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 3 - 3\sqrt{2}, \\ y_1 = 3 + 3\sqrt{2}. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = 8; \\ x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} x(6-x) = 8; \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} 6x - x^2 = 8 \\ y = 6-x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x + 8 = 0 \\ y = 6-x \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0; D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4; x = \frac{6 \pm 2}{2}; x_3 = 4 \text{ или } x_4 = 2.$$

$$\begin{cases} x_3 = 4, \\ y_3 = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_4 = 2, \\ y_4 = 4. \end{cases}$$

в) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2 - 2t - 15 = 0$; $t_1 = 5, t_2 = -3$. Получаем две новых системы:

$$1) \begin{cases} x + y = -3; \\ xy = 14; \end{cases} \begin{cases} x = -y - 3; \\ (-y - 3)y - 14 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = -y - 3; \\ y^2 + 3y + 14 = 0; \end{cases} \text{ — корней}$$

нет

$$2) \begin{cases} x + y = 5; \\ xy = 6; \end{cases} \begin{cases} x = 5 - y; \\ (5 - y)y - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} x = 5 - y; \\ y^2 - 5y + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 3; \end{cases}$$

г) Обозначим $x+y=t$. Тогда из первого уравнения: $t^2 - 4t - 45 = 0$; $t_1 = 9, t_2 = -5$. Обозначим $x-y=z$. Тогда из второго уравнения: $z^2 - 2z - 3 = 0$; $z_1 = 3, z_2 = -1$. Возможны четыре варианта:

$$\begin{cases} x + y = 9; \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x + y = 9; \\ x - y = -1; \end{cases} \begin{cases} x + y = -5; \\ x - y = 3; \end{cases} \begin{cases} x + y = -5; \\ x - y = -1. \end{cases}$$

Окончательно:

$$\begin{cases} x_1 = 6; \\ y_1 = 3; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4; \\ y_2 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -1; \\ y_3 = -4; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -3; \\ y_4 = -2. \end{cases}$$

316*.

Найдем коэффициент при x^2 : $-a - 2a + b = 8, b = 8 + 3a$, а коэффициент при x : $2 + ab = -2; ab = -4$. Получим систему:

$$\begin{cases} b = 8 + 3a, \\ ab = -4; \end{cases} \begin{cases} b = 8 + 3a, \\ a(8 + 3a) = -4; \end{cases} \begin{cases} b = 8 + 3a, \\ 3a^2 + 8a + 4 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение: $3a^2 + 8a + 4 = 0; D = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16$;

$$a = \frac{-8 \pm 4}{6}; a_2 = \frac{2}{3}; a_1 = 2$$

$$\begin{cases} a_1 = -2, \\ b_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} a_2 = -\frac{2}{3}, \\ b_2 = 6. \end{cases}$$

317.

Обозначив первое число a , второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} a + b = 5(a - b), \\ a^2 - b^2 = 180; \end{cases} \begin{cases} 6b = 4a, \\ a^2 - b^2 = 180; \end{cases} \begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 - \left(\frac{2}{3}a\right)^2 = 180; \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 = \frac{180 \cdot 9}{5}; \end{cases} \begin{cases} b = \frac{2}{3}a, \\ a^2 = 324; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 18, \\ b = \frac{2 \cdot 18}{3}; \end{cases} \begin{cases} a = 18, \\ b = 12. \end{cases}; a = -18 \text{ — не удовлетворяет условию задачи.}$$

Ответ: 18 и 12.

318.

Обозначив первое число a , а второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} ab = 15(a + b), \\ a + 2b = 100; \end{cases} \begin{cases} (100 - 2b)b = 15(100 - 2b) + 15b, \\ a = 100 - 2b. \end{cases}$$

Решим уравнение $2b^2 - 155b + 1500 = 0$; $D = 115^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500 = 1225$;

$$b_2 = \frac{115 + 35}{4} = 37,5 \text{ или } b_1 = \frac{115 - 35}{4} = 20;$$

$$\begin{cases} b_2 = 37,5, \\ a_2 = 25; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_1 = 20, \\ a_1 = 60. \end{cases}$$

Ответ: 25 и 37,5 или 60 и 20.

319.

Обозначив первое число a , а второе — b . Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 100, \\ 3a - 2b = 30; \end{cases} \begin{cases} \left(\frac{30 + 2b}{3}\right)^2 - b^2 - 100 = 0, \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 900 + 120b + 4b^2 - 9b^2 - 900 = 0, \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} -5b^2 + 120b = 0, \\ a = \frac{30 + 2b}{3}; \end{cases}$$

$$-b(5b - 120) = 0; b_1 = 0 \text{ или } b_2 = 24;$$

$$\begin{cases} b_1 = 0, \\ a_1 = 10; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_2 = 24, \\ a_2 = 26. \end{cases}$$

Ответ: 10 и 0 или 26 и 24.

320.

Обозначим первую цифру числа через x , а вторую — y . Тогда число равно $10x + y$; исходя из условия, составим систему:

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y), \\ 10x + y = 2xy. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x, \\ 2x + 10x = 4x^2. \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 3x = 0, \\ y = 2x. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases}$$

при $x=0$ число не является двузначным, что не удовлетворяет условию.

321.

Обозначив числитель x , а знаменатель y , получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y-1} = 2, \\ \frac{x-1}{y+1} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 2(y-1), \\ 4x-4 = y+1; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 2(4x-6), \\ y = 4x-5; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 8x + 12 = 0, \\ y = 4x-5; \end{cases}$$

Решим уравнение $x^2 - 8x + 12 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 16$;

$$x_1 = \frac{8+4}{2} = 6 \text{ или } x_2 = \frac{8-4}{2} = 2.$$

$$\begin{cases} x_2 = 6, \\ y_2 = 19; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 3. \end{cases}$$

Ответ: $\frac{6}{19}$, или $\frac{2}{3}$.

322.

Обозначим числитель x , а знаменатель y , получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x+7}{y^2} = \frac{3}{4}, \\ \frac{x}{y+6} = \frac{1}{2}, \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 6, \\ 4x + 28 = 3(2x - 6)^2, \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 6, \\ 3x^2 - 19x + 20 = 0. \end{cases}$$

Решим уравнение $3x^2 - 19x + 20 = 0$; $D = (-19)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 121$;
 $x_1 = \frac{19+11}{6} = 5$ или $x_2 = \frac{19-11}{6} = \frac{4}{3}$ — не подходит по условию задачи.

$$\begin{cases} x = 5, \\ y = 2 \cdot 5 - 6 = 4. \end{cases}$$

Ответ: $\frac{5}{4}$.

323.

Обозначим длины сторон прямоугольника x и y . Тогда по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = 15^2 = 225$; и получим систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ 2(x-6) + 2(y-8) = \frac{2(x+y)}{3}; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ x-6 + y-8 = \frac{x+y}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ 3x + 3y - 42 = x + y; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 225, \\ x + y = 21; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (21-y)^2 + y^2 - 225 = 0, \\ x = 21 - y; \end{cases} \begin{cases} 441 - 42y + y^2 + y^2 - 225 = 0 \\ x = 21 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y^2 - 42y + 216 = 0, \\ x = 21 - y; \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 - 21y + 108 = 0$; $D = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 108 = 9$;
 $y_2 = \frac{21+3}{2} = 12$ или $y_1 = \frac{21-3}{2} = 9$;

$$\begin{cases} x_2 = 9, \\ y_2 = 12; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1 = 12, \\ y_1 = 9. \end{cases}$$

Ответ: 9 см и 12 см.

324*.

Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй — b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\frac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\frac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} b = 5 + a, \\ \frac{5}{a} + \frac{7,5}{b} = 1, \end{cases} \begin{cases} b = 5 + a, \\ \frac{2}{a} + \frac{3}{a+5} = \frac{2}{5}, \end{cases} \begin{cases} b = 5 + a, \\ 10a + 50 + 15a = 2a^2 + 10a. \end{cases}$$

Решим уравнение: $2a^2 - 15a - 50 = 0$; $D = (-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-50) = 625$;
 $a_1 = \frac{15 + 25}{4} = 10$ или $a_2 = \frac{15 - 25}{4} = -\frac{5}{2}$ — не подходит по смыслу задачи.

$$\begin{cases} a = 10, \\ b = 5 + 10 = 15, \end{cases}$$

За 1 ч совместной работы обеих труб будет заполнена $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ бассейна, следовательно, весь бассейн заполнится за 6 ч.

Ответ: 6 ч.

325.

Обозначим время заполнения бассейна первой трубой a часов, а второй — b часов. Тогда за 1 ч первая труба наполняет $\frac{1}{a}$ часть бассейна, а вторая — $\frac{1}{b}$ часть бассейна. Получим систему:

$$\begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{2}{a} + 4\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{6}{a} + \frac{4}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 1,5b, \\ \frac{8}{b} = 1; \end{cases} \begin{cases} a = 12, \\ b = 8. \end{cases}$$

Ответ: 12 ч и 8 ч.

326.

Обозначим скорость первого поезда x км/ч, а второго — y км/ч. Имеем систему:

$$\begin{cases} x + y = \frac{270}{3}, \\ \frac{270}{x} = \frac{270}{y} + 1\frac{21}{60}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{270}{90 - y} = \frac{270}{y} + \frac{81}{60}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 90 - y, \\ \frac{10}{90 - y} = \frac{10}{y} + \frac{1}{20}; \end{cases} \begin{cases} x = 90 - y, \\ 200y = 18000 - 200y + 90y - y^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 90 - y \\ y^2 + 310y - 1800 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $y^2 + 310y - 18000 = 0$;

$$D = 310^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18000) = 168100; \quad y_1 = \frac{-310 + 410}{2} = 50 \quad \text{или}$$

$$y_2 = \frac{-310 - 410}{2} = -360 \quad \text{— не подходит по смыслу задачи.}$$

$$\begin{cases} y = 50, \\ x = 90 - 50 = 40. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

327*.

Обозначим скорости автомобилей x км/ч и y км/ч. До они двигались $\frac{90}{x+y}$ ч, и первый автомобиль прошел $\frac{90x}{x+y}$ км, а второй

$\frac{90y}{x+y}$ км. Тогда остаток пути, равный $\frac{90y}{x+y}$ км, первый автомобиль

прошел за $\frac{90y}{x(x+y)}$ ч, а второй — за $\frac{90x}{y(x+y)}$ ч. Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{5}{4} \\ \frac{90x}{y(x+y)} = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{90y}{x(x+y)} = \frac{y(x+y)}{90x} \Rightarrow \frac{90}{(x+y)} = \frac{(x+y)}{90} \Rightarrow$$

$$x+y=90.$$

$$\begin{cases} u + v = 90, \\ 4v - 5u = 0; \end{cases} \begin{cases} u = 50, \\ u = 40. \end{cases}$$

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч.

328.

Обозначим x км/ч — скорость первого туриста, y км/ч — скорость второго. Сначала 6 часов второй турист шел один и прошел расстояние $6y$. Затем они двигались одновременно до места встречи, пройдя $tx+ty$ км, где t — время движения до встречи. От места встречи второй шел 9 ч и прошел $9y$ км, а первый — 8 ч и прошел $8x$ км.

По условию участок длиной $9y$ км первый прошел за время $\frac{9y}{x} = t$ часов, а второй за это же время прошел расстояние $8y-6y$ со скоростью y , имеем уравнение $\frac{9y}{x} = \frac{8x-6y}{y}$. Так как к моменту встречи второй прошел на 12 км больше, имеем второе уравнение: $8x-9y=12$. Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{9y}{x} = 8 \frac{8x-6y}{y}, \\ 8x-9y=12; \end{cases} \begin{cases} \frac{24y}{4+3y} = \frac{12+3y}{y}, \\ x = \frac{3(4+3y)}{8}; \end{cases} \begin{cases} 8y^2 = 16+4y+12y+3y^2, \\ x = \frac{12+9y}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y^2 - 16y - 16 = 0 \\ x = \frac{12+9y}{8} \end{cases}$$

Решим уравнение: $5y^2-16y-16=0$; $D=(-16)^2-4 \cdot 5 \cdot (-16)=576$;
 $y_2 = \frac{16+24}{10} = 4$ или $y_1 = \frac{16-24}{10} = 0,8$ — не подходит по смыслу

задачи.

$$\begin{cases} y = 4, \\ x = 6. \end{cases}$$

Ответ: 6 км/ч и 4 км/ч.

329.

3; 6; 9; 12; ... $a_1 = 3$; $a_5 = 3 \cdot 5 = 15$; $a_{10} = 3 \cdot 10 = 30$;
 $a_{100} = 3 \cdot 100 = 300$; $a_n = 3n$.

330.

-1; 0; -1; 0; -1; 0; -1; 0; $c_{10} = 0$; $c_{25} = -1$; $c_{253} = -1$; $c_{2n} = 0$;
 $c_{2n+1} = -1$.

331.

1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100, $a_{20} = 20^2 = 400$;
 $a_{40} = 40^2 = 1600$; $a_n = n^2$.

332.

a) a_{100} , a_{201} , a_{n+1} , a_n , a_{n+2} , a_{2n+1}

б) a_{70} , a_{99} , a_{n-3} , a_{n+2} , a_{3n-1}

333.

a) x_{32} , x_{33} , x_{34} ;

б) x_{n+1} , x_{n+2} , x_{n+3} , x_{n+4} , x_{n+5} ;

в) x_{n-3} , x_{n-2} , x_{n-1} ;

г) x_{n-1} , x_n , x_{n+1} .

334.

a) $x_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$; $x_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$; $x_4 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$;
 $x_5 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$; $x_6 = 2 \cdot 6 - 1 = 11$.

б) $x_1 = 1^2 + 1 = 2$; $x_2 = 2^2 + 1 = 5$; $x_3 = 3^2 + 1 = 10$;
 $x_4 = 4^2 + 1 = 17$; $x_5 = 5^2 + 1 = 26$; $x_6 = 6^2 + 1 = 37$.

в) $x_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$; $x_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$; $x_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$;
 $x_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$; $x_6 = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7}$.

г) $x_1 = (-1)^{1+1} \cdot 2 = 2$; $x_2 = (-1)^{2+1} \cdot 2 = -2$; $x_3 = (-1)^{3+1} \cdot 2 = 2$;
 $x_4 = (-1)^{4+1} \cdot 2 = -2$; $x_5 = (-1)^{5+1} \cdot 2 = 2$; $x_6 = (-1)^{6+1} \cdot 2 = -2$.

д) $x_1 = 2^{1-3} = \frac{1}{4}$; $x_2 = 2^{2-3} = \frac{1}{2}$; $x_3 = 2^{3-3} = 1$; $x_4 = 2^{4-3} = 2$;
 $x_5 = 2^{5-3} = 4$; $x_6 = 2^{6-3} = 8$;

е) $x_1 = 0,5 \cdot 4^1 = 2$; $x_2 = 0,5 \cdot 4^2 = 8$; $x_3 = 0,5 \cdot 4^3 = 32$;
 $x_4 = 0,5 \cdot 4^4 = 128$; $x_5 = 0,5 \cdot 4^5 = 512$; $x_6 = 0,5 \cdot 4^6 = 2048$.

335.

$b_5 = 5^2 - 5 = 20$; $b_{10} = 10^2 - 10 = 90$; $b_{50} = 50^2 - 50 = 2450$.

336.

а) $b_{1+1} = b_2 = b_1 + 3 = 10 + 3 = 13$; $b_{2+1} = b_3 = b_2 + 3 = 13 + 3 = 16$;
 $b_{3+1} = b_4 = b_3 + 3 = 16 + 3 = 19$; $b_{4+1} = b_5 = b_4 + 3 = 19 + 3 = 22$.

б) $b_2 = b_{1+1} = \frac{b_1}{2} = 20$; $b_3 = b_{2+1} = \frac{b_2}{2} = \frac{20}{2} = 10$;
 $b_4 = b_{3+1} = \frac{b_3}{2} = \frac{10}{2} = 5$; $b_5 = b_{4+1} = \frac{b_4}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$.

337.

а) $a_1 = 1$; $a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$; $a_3 = a_2 + 1 = 2 + 1 = 3$;
 $a_4 = a_3 + 1 = 3 + 1 = 4$; $a_5 = a_4 + 1 = 4 + 1 = 5$.

б) $a_1 = 1000$; $a_2 = a_1 \cdot 0,1 = 1000 \cdot 0,1 = 100$; $a_3 = a_2 \cdot 0,1 = 100 \cdot 0,1 = 10$;
 $a_4 = a_3 \cdot 0,1 = 10 \cdot 0,1 = 1$; $a_5 = a_4 \cdot 0,1 = 1 \cdot 0,1 = 0,1$.

в) $a_1 = 16$; $a_2 = -0,5 \cdot a_1 = -0,5 \cdot 16 = -8$; $a_3 = -0,5 \cdot a_2 = -0,5 \cdot (-8) = 4$;
 $a_4 = -0,5 \cdot a_3 = -0,5 \cdot 4 = -2$; $a_5 = -0,5 \cdot a_4 = -0,5 \cdot (-2) = 1$.

г) $a_1 = 3$; $a_2 = a_1^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_3 = a_2^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$;
 $a_4 = a_3^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; $a_5 = a_4^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$.

338.

а) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 + 5 = 5 + 5 = 10$; $b_3 = b_2 + 5 = 10 + 5 = 15$;
 $b_4 = b_3 + 5 = 15 + 5 = 20$.

б) $b_1 = 5$; $b_2 = b_1 \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25$; $b_3 = b_2 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$;
 $b_4 = b_3 \cdot 5 = 125 \cdot 5 = 625$.

339.

Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (2x)^2 - 45 = 0, \\ y = 2x; \end{cases} \begin{cases} 5x^2 = 45 \\ y = 2x \end{cases} \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = 2x \end{cases}$$

По условию $x, y > 0$. Значит $x=3, y=6$.

340.

а) Обозначим $x^2 = t \Rightarrow 4t^2 + 4t - 15 = 0$;
 $D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 256$; $t_1 = \frac{-4+16}{8} = 1,5$ или $t_2 = \frac{-4-16}{8} = -2,5$

$\Rightarrow x^2 = 1,5$; или $x^2 = -2,5$ (нет корней); $x_1 = \sqrt{1,5}$ или $x_2 = -\sqrt{1,5}$

б) Пусть $x^2 = t \Rightarrow 2t^2 - t - 36 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289$;
 $t_1 = \frac{1+17}{4} = 4,5$ или $t_2 = \frac{1-17}{4} = -4 \Rightarrow x^2 = 4,5$; или $x^2 = -4$ (нет
 корней). $x_1 = \sqrt{4,5}$ или $x_2 = -\sqrt{4,5}$

341.

а) $\frac{1}{2}a^3b^{-6} \cdot 3a^{-2}b^5 = \frac{1}{2} \cdot 3(a^3 \cdot a^{-2})(b^{-6} \cdot b^5) =$
 $= \frac{3}{2}a^{3-2} \cdot b^{-6+5} = \frac{3}{2}ab^{-1} = \frac{3a}{2b}$

б) $3a^{-3}b \cdot (4ab)^{-1} = 3a^{-3}b \cdot 4^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1} = \frac{3}{4}(a^{-3}a^{-1})(bb^{-1}) = \frac{3}{4}a^{-4}$.

в) $4a^{-6}b^{10}(2a^{-2}b^4)^{-2} = 4a^{-6}b^{10} \cdot 2^{-2} \cdot a^4 \cdot b^{-8}$
 $= \frac{4}{4}(a^{-6}a^4)(b^{10}b^{-8}) = a^{-6+4} \cdot b^{10-8} = a^{-2}b^2$

г) $\frac{10ab^{-5}}{3^{\frac{1}{3}}a^{-2}b^3} = \frac{10 \cdot 3}{10}(aa^2)(b^{-5}b^{-3}) = 3a^{1+2} \cdot b^{-5+(-3)} = 3a^3b^{-8}$.

342.

а) $81 \cdot 3^{-6} = 3^4 \cdot 3^{-6} = 3^2 = 3^{4-6} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

б) $\frac{(-3^{-3})^3}{-9^{-2}} = \frac{(-3)^{-9}}{-(3)^{-4}} = \frac{3^4}{3^9} = 3^{4-9} = 3^{-5} = \frac{1}{243}$.

в) $9^{-5} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3} = (3^2)^{-5} \cdot (3^{-2})^{-3} = 3^{-10} \cdot 3^6 = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

г) $(-3^{-3})^2 \cdot 27^3 = (-3)^{-6} \cdot (3^3)^3 = 3^{-6} \cdot 3^9 = 3^3 = 3^{-6+9} = 3^3 = 27$.

343.

а) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = 10$; $a_2 = 10 + 4 \cdot (2-1) = 10 + 4 = 14$;
 $a_3 = 10 + 4 \cdot (3-1) = 10 + 8 = 18$; $a_4 = 10 + 4 \cdot (4-1) = 10 + 12 = 22$;
 $a_5 = 10 + 4 \cdot (5-1) = 10 + 16 = 26$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = 1,7$; $a_2 = 1,7 - 0,2(2-1) = 1,7 - 0,2 = 1,5$;
 $a_3 = 1,7 - 0,2(3-1) = 1,7 - 0,2(3-1) = 1,7 - 0,4 = 1,3$; $a_4 = 1,7 - 0,2(4-1) =$
 $= 1,7 - 0,6 = 1,1$; $a_5 = 1,7 - 0,2(5-1) = 1,7 - 0,8 = 0,9$;

в) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_1 = -3,5$; $a_2 = -3,5 + 0,6(2-1) =$
 $= -3,5 + 0,6 = -2,9$; $a_3 = -3,5 + 0,6(3-1) = -3,5 + 1,2 = -2,3$;
 $a_4 = -3,5 + 0,6(4-1) = -3,5 + 1,8 = -1,7$;
 $a_5 = -3,5 + 0,6(5-1) = -3,5 + 2,4 = -1,1$;

344.

а) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_7 = b_1 + d(7-1) = b_1 + 6d$.

б) $b_{26} = b_1 + d(26-1) = b_1 + 25d$.

в) $b_{231} = b_1 + d(231-1) = b_1 + 230d$.

г) $b_k = b_1 + d(k-1)$.

д) $b_{k+5} = b_1 + d(k+5-1) = b_1 + d(k+4)$.

е) $b_{2k} = b_1 + d(2k-1)$.

345.

а) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $c_5 = 20 + 3(5-1) = 20 + 12 = 32$.

б) $c_n = c_1 + d(n-1)$; $c_{21} = 5,8 - 1,5 \cdot (21-1) = 5,8 - 30 = -24,2$.

346.

а) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{11} = -3 + 0,7(11-1) = -3 + 7 = 4$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{26} = 18 - 0,6(26-1) = 18 - 15 = 3$.

347.

а) $a_1 = \frac{1}{3}$; $a_2 = -1$; $d = a_2 - a_1 = -1 - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$; $a_n = a_1 + d(n-1) =$
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(n-1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}n + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}n$; $a_{10} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 9 = \frac{1}{3} - \frac{4 \cdot 9}{3} = -11 \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad b_1 &= 2,3; & b_2 &= 1; & d &= b_2 - b_1 = 1 - 2,3 = -1,3; \\ b_n &= b_1 + d(n-1) = 2,3 - 1,3(n-1) = 2,3 - 1,3n + 1,3 = 3,6 - 1,3n; \\ b_{10} &= 2,3 - 1,3 \cdot 9 = 2,3 - 11,7 = -9,4. \end{aligned}$$

348.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad a_1 &= -8; & a_2 &= -6,5; & d &= a_2 - a_1 = -6,5 - (-8) = 1,5; \\ a_n &= a_1 + d(n-1) = -8 + 1,5(n-1) = -8 + 1,5n - 1,5 = 1,5n - 9,5; \\ a_{23} &= -8 + 1,5(23-1) = -8 + 33 = 25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad a_1 &= 11; & a_2 &= 7; & d &= a_2 - a_1 = 7 - 11 = -4; \\ a_n &= a_1 + d(n-1) = 11 - 4(n-1) = 11 - 4n + 4 = 15 - 4n; \\ a_{23} &= 15 - 4 \cdot 23 = -77. \end{aligned}$$

349.

$$a_1 = 7; \quad d = 3; \quad a_n = a_1 + d(n-1); \quad a_8 = 7 + 3(8-1) = 7 + 3 \cdot 7 = 28.$$

Ответ: 28 м.

350.

Скорость поезда v_{20} в конце 20-й минуты — 21-й член арифметической прогрессии $a_1=0; d=50; a_n=a_1+d(n-1), a_{21}=0+50 \cdot 20=1000$.

Ответ: 1000 м/мин.

351.

Рассмотрим $\triangle OA_1B_1$ и $\triangle OA_nB_n$. $\triangle OA_1B_1 \sim \triangle OA_nB_n$, так как $\angle O$ — общий, $OA_n = nOA_1$, $OB_n = nOB_1$, $\Rightarrow \frac{OA_n}{OA_1} = \frac{OB_n}{OB_1}$. Отсюда

$$\frac{A_nB_n}{A_1B_1} = \frac{OA_n}{OA_1} = n; \quad A_nB_n = nA_1B_1.$$

$$A_5B_5 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ см}; \quad A_{10}B_{10} = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ см}.$$

352.

$$\text{а)} \quad x_n = x_1 + d(n-1); \quad x_1 = x_n - d(n-1); \quad x_1 = x_{30} - d(30-1) = 128 - 4 \cdot 29 = 12.$$

$$\text{б)} \quad x_n = x_1 + d(n-1); \quad x_1 = x_{45} - d(45-1) = -208 - (-7) \cdot 44 = 100.$$

353.

$$\text{а)} \quad y_n = y_1 + d(n-1); \quad d = \frac{y_n - y_1}{n-1}; \quad d = \frac{22-10}{5-1} = 3.$$

$$\text{б)} \quad y_n = y_1 + d(n-1); \quad d = \frac{y_n - y_1}{n-1}; \quad d = \frac{-21-28}{15-1} = -\frac{49}{14} = -3,5$$

354.

a) $c_n = c_1 + d(n-1); \quad c_n = c_1 + d(n-1); \quad c_1 = c_n - d(n-1);$
 $c_1 = 26 - 0,7(26-1) = 1,5.$

б) $c_n = c_1 + d(n-1); \quad d = \frac{c_n - c_1}{n-1}; \quad d = \frac{1,2 - (-10)}{15-1} = 0,8.$

355.

$a_1 = 5; a_9 = 1; 1) \quad d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{1-5}{9-1} = -0,5.$

2) $a_2 = a_1 + d(2-1) = 5 - 0,5 \cdot 1 = 4,5; \quad a_3 = 5 - 0,5 \cdot 2 = 4;$
 $a_4 = 5 - 0,5 \cdot 3 = 3,5; \quad a_5 = 5 - 0,5 \cdot 4 = 3; \quad a_6 = 5 - 0,5 \cdot 5 = 2,5;$
 $a_7 = 5 - 0,5 \cdot 6 = 2; \quad a_8 = 5 - 0,5 \cdot 7 = 1,5.$

356.

$a_1 = 2,5; a_6 = 4; 1) \quad d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{4-2,5}{6-1} = 0,3.$

2) $a_2 = 2,5 + 0,3(2-1) = 2,5 + 0,3 = 2,8; \quad a_3 = 2,5 + 0,3(3-1) = 2,5 + 0,3 \cdot 2 = 3,1;$
 $a_4 = 2,5 + 0,3 \cdot 3 = 3,4; \quad a_5 = 2,5 + 0,3 \cdot 4 = 3,7.$

357.

a) $c_n = c_1 + d(n-1);$

$$\begin{cases} c_1 + 4d = 27 \\ c_1 + 26d = 60; \end{cases} \begin{cases} -22d = -33 \\ c_1 + 4d = 27; \end{cases} \begin{cases} d = 1,5 \\ c_1 = 27 - 4 \cdot 1,5; \end{cases} \begin{cases} d = 1,5 \\ c_1 = 21. \end{cases}$$

б) $c_n = c_1 + d(n-1);$

$$\begin{cases} c_1 + 19d = 0 \\ c_1 + 65 = -92; \end{cases} \begin{cases} -46d = 92 \\ c_1 + 19d = 0; \end{cases} \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = -19 \cdot (-2); \end{cases} \begin{cases} d = -2 \\ c_1 = 38. \end{cases}$$

358.

$x_n = x_1 + d(n-1);$

$$\begin{cases} x_1 + 15d = -7 \\ x_1 + 25d = 55; \end{cases} \begin{cases} 10d = 62 \\ x_1 + 15d = -7; \end{cases} \begin{cases} d = 6,2 \\ x_1 = -7 - 15 \cdot 6,2; \end{cases} \begin{cases} d = 6,2 \\ x_1 = -100. \end{cases}$$

359.

$a_1 = 2; a_2 = 9 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 9 - 2 = 7; a_n = a_1 + d(n-1) = 2 + 7(n-1) = -5 + 7n.$

a) $156 = -5 + 7n; n = 23.$ Значит $a_{23} = 156.$

б) $295 = -5 + 7n; n = 42 \frac{6}{7} \notin N.$ Значит $295 \notin (a_n).$

360.

$$a_n = a_1 + d(n-1) = 32 - 1,5(n-1) = 32 - 1,5n + 1,5 = 33,5 - 1,5n.$$

а) $0 = 33,5 - 1,5n$; $n = 22 \frac{1}{3} \notin N \Rightarrow 0 \notin (a_n)$;

б) $-28 = 33,5 - 1,5n$; $n = 41$. Значит $a_{41} = -28$.

361.

$$x_1 = 8,7; d = -0,3; x_n + d(n-1); x_n = 8,7 - 0,3(n-1) = 8,7 - 0,3n + 0,3 = 9 - 0,3n;$$

а) $9 - 0,3n \geq 0$; $n \leq 30$.

б) $9 - 0,3n < 0$; $n > 30$.

362.

$$a_1 = 20,3; a_2 = -18,7; d = a_2 - a_1 = -18,7 + 20,3 = 1,6; a_n = a_1 + d(n-1) = -20,3 + 1,6n - 1,6 = 1,6n - 21,9;$$

$$1,6n - 21,9 < 0; 1,6n < 21,9; n < \dots; n \leq 13;$$

$$a_{14} = a_1 + d(n-1) = -20,3 + 1,6 \cdot 13 = 0,5.$$

363.

а) (a_n) задана формулой вида $a_n = kn + b$, а, следовательно, является арифметической прогрессией.

б) $a_{n+1} - a_n = (n+1)^2 - 5 - n^2 + 5 = 2n + 1$, т.е. разность между соседними членами прогрессии зависит от n , а значит (a_n) — не является арифметической прогрессией.

в) (a_n) задана формулой вида $a_n = kn + b$, а значит является арифметической прогрессией.

г) $a_{n+1} - a_n = \dots$, т.е. разность между соседними членами прогрессии зависит от n , а значит (a_n) — не арифметическая прогрессия.

д) (a_n) задана формулой вида $a_n = kn + b$, а значит является арифметической прогрессией.

е) (a_n) задана формулой вида $a_n = kn + b$, а значит является арифметической прогрессией.

е) (a_n) задана формулой вида $a_n = kn + b$, а значит является арифметической прогрессией.

364.

Каждый выпуклый $(n+1)$ -угольник получается из n -угольника добавлением треугольника с суммой углов, равной 180° ; следовательно, $S_{n+1} - S_n = 180^\circ$, т.е. последовательность S_n является арифметической прогрессией с разностью $d = 180^\circ$.

365.

$$\begin{cases} 3x + y = 2, \\ x^2 - y^2 = -12; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 - (-3x + 2)^2 + 12 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3x + 2, \\ x^2 - 9x^2 + 12x - 4 + 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = -3x + 2, \\ -8x^2 + 12x + 8 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение $2x^2 - 3x - 2 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$; $x_1 = \frac{3+5}{4} = 2$ или

$$x_2 = \frac{3-5}{4} = -0,5;$$

$$\begin{cases} y_1 = -4, \\ x_1 = 2. \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = 3,5, \\ x_2 = -0,5. \end{cases}$$

366.

а) $x(x^2 + 4x - 32) = 0$; $x_1 = 0$ или $x^2 + 4x - 32 = 0$; $D = 16 - 4 \cdot (-32) = 144$;

$$x_1 = \frac{-4+12}{2} = 4 \quad \text{или} \quad x_2 = \frac{-4-12}{2} = -8.$$

б) $x^2(x-10) + 4(x-10) = 0$; $(x-10)(x^2+4) = 0$; $x=10$ ($x^2+4=0$ — нет корней).

367.

а) $2(x-0,5)(x+8) > 0$; $(x-0,5)(x+8) > 0$; $(-\infty; -8) \cup (0,5; \infty)$.



б) $-2(x-33)(x+8) \leq 0$; $(x-33)(x+8) \geq 0$; $(-\infty; -8] \cup [33; \infty)$.



368.

а) $125^{-1} \cdot 25^2 = (5^3)^{-1} \cdot (5^2)^2 = 5^{-3} \cdot 5^4 = 5^1 = 5$.

б) $0,0001 \cdot (10^3)^2 \cdot (0,1)^{-2} = 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot (10^{-1})^{-2} = 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 10^2 = 10^4 = 10000$.

$$\text{в) } \frac{16^{-3} 4^5}{8} = \frac{(2^4)^{-3} (2^2)^5}{2^3} = \frac{2^{-12} 2^{10}}{2^3} = 2^{-12} 2^{10} 2^{-3} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$\text{г) } 9^4 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{-3} \cdot 81^{-4} = (3^2)^4 \cdot (3^{-3})^{-3} \cdot (3^4)^{-4} = 3^8 \cdot 3^9 \cdot 3^{-16} = 3.$$

369.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2};$$

$$\text{a) } S_{60} = \frac{(3 + 57) \cdot 60}{2} = \frac{60 \cdot 60}{2} = 1800$$

$$\text{б) } S_{60} = \frac{(-10,5 + 51,5) \cdot 60}{2} = \frac{41 \cdot 60}{2} = 1230$$

370.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$\text{a) } a_1 = -23; a_2 = -20; d = -20 + 23 = 3; S_8 = \frac{2 \cdot (-23) + 3 \cdot (8-1)}{2} \cdot 8 = -100.$$

$$\text{б) } a_1 = 14,2; a_2 = 9,6; d = 9,6 - 14,2 = -4,6;$$
$$S_8 = \frac{2 \cdot 14,2 - 4,6 \cdot (8-1)}{2} \cdot 8 = -15,2$$

371.

$$S_n = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$\text{a) } S_9 = \frac{2 \cdot (-17) + 6 \cdot (9-1)}{2} \cdot 9 = 63.$$

$$\text{б) } S_9 = \frac{2 \cdot 6,4 + 0,8 \cdot (9-1)}{2} \cdot 9 = 86,4.$$

372.

$$S_n = \frac{(x_1 + x_n)}{2} \cdot n;$$

$$\text{a) } x_1 = 4 \cdot 1 + 2 = 6; x_n = 4n + 2; S_n = \frac{6 + 4n + 2}{2} \cdot n = (4 + 2n)n = 2n(2 + n)$$

$$S_{50} = 2 \cdot 50(2 + 50) = 5200; S_{100} = 2 \cdot 100(2 + 100) = 20400.$$

$$\text{б) } x_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5; x_n = 2n + 3; S_n = \frac{5 + 2n + 3}{2} \cdot n = (n + 4)n;$$

$$S_{50} = 50(50 + 4) = 2700; S_{100} = 100(100 + 4) = 10400.$$

373.

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5; a_{20} = 3 \cdot 20 + 2 = 62; S_{20} = \frac{5 + 62}{2} \cdot 20 = 670.$$

374.

$$\text{a) } a_1=2; a_n=2n; S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(2 + 2n)n}{2} = \frac{2n(n+1)}{2} = (n+1)n.$$

$$\text{б) } a_1=1; a_n=2n-1; S_n = \frac{(1 + 2n-1) \cdot n}{2} = \frac{2n \cdot n}{2} = n^2.$$

375.

$$\text{a) } a_1=1; a_{150}=150; n=150; S_{150} = \frac{(150+1) \cdot 150}{2} = 11325.$$

$$\text{б) } 20 \leq n \leq 120; a_1=20; a_{101}=120; n=101 \\ S_{101} = \frac{(a_1 + a_{101}) \cdot 101}{2} = \frac{(20+120) \cdot 101}{2} = 7070.$$

$$\text{в) } a_n=4n; 4n \leq 300; n \leq 75; a_1=4; a_{75}=4 \cdot 75=300;$$

$$S_{75} = \frac{(4+300) \cdot 75}{2} = 11400.$$

$$\text{г) } a_n=7n; 7n \leq 130; n \leq 18 \frac{4}{7}; n=18; a_1=7; a_{18}=7 \cdot 18=126;$$

$$S_{18} = \frac{(7+126) \cdot 18}{2} = 1197.$$

376.

$$a_1=10; d=3; a_n=a_1+d(n-1); a_{15}=10+3(15-1)=52; a_{30}=10+3(30-1)=97;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; S = \frac{(a_{15} + a_{30})16}{2} = \frac{(52+97)16}{2} = 1192.$$

377.

$$a_1=21; d=-0,5; a_n=a_1+d(n-1); a_6=21-0,5(6-1)=18,5; \\ a_{25}=21-0,5(25-1)=9;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}; S = \frac{(a_6 + a_{25}) \cdot 20}{2} = \frac{(18,5+9) \cdot 20}{2} = 275.$$

378.

$$1) c_n=c_1+d(n_1);$$

$$\begin{cases} c_1 + 6d = 18,5, \\ c_1 + 16d = -26,5; \end{cases} \begin{cases} 10d = -45, \\ c_1 + 6d = 18,5; \end{cases} \begin{cases} d = -4,5, \\ c_1 = 18,5 - 6 \cdot (-4,5); \end{cases} \begin{cases} d = -4,5, \\ c_1 = 45,5. \end{cases}$$

$$2) S_n = \frac{2c_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{20} = \frac{2 \cdot 45,5 - 4,5(20-1)}{2} \cdot 20 = 55.$$

379.

$$1) b_n = b_1 + d(n-1); b_1 = 4,2; b_{10} = 4,2; d = \frac{b_n - b_1}{n-1}; d = \frac{15,9 - 4,2}{10-1} = 1,3$$

$$2) S_n = \frac{2b_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{15} = \frac{2 \cdot 4,2 + 1,3 \cdot (15-1)}{2} \cdot 15 = 199,5$$

380.

Последовательность $h_n = h(n)$ пройденных за n секунд расстояний по условию — арифметическая прогрессия с $h_1 = 4,9$ и $d = 9,8$. Значит,

$$H_5 = \frac{2h_1 + d(5-1)}{2} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 4,9 + 9,8 \cdot 4}{2} \cdot 5 = 122,5.$$

Ответ: 122,5 м.

381.

а) $h(7) = h_7 = 4,9 + 6 \cdot 9,8 = 13 \cdot 4,9 = 63,7$ (м).

б) За 7 секунд тело пройдет расстояние

$$H = S_7 = \frac{h_1 + h_7}{2} \cdot 7 = \frac{4,9 + 63,7}{2} \cdot 7 = 68,6 \cdot 3,5 = 240,1 \text{ (м)}.$$

Ответ: 63,7 м; 240,1 м

382.

Количество шаров в каждом ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 1$ и разностью $d = 1$. Число шаров в треугольнике из n рядов равно $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$. Поэтому

$$120 = \frac{2 \cdot 1 + 1(n-1)}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \Rightarrow \quad n(n+1) = 240; \quad n^2 + n - 240 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240) = 961; \quad n = \frac{-1 + 31}{2} = 16 \quad (n > 0); \quad S_{30} = \frac{2 + 29}{2} \cdot 30 = 15 \cdot 31 = 465$$

(шаров).

383.

$$a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 8, \\ a_1 + 10d = 12,8; \end{cases} \quad \begin{cases} 4d = 4,8, \\ a_1 + 6d = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} d = 1,2, \\ a_1 = 8 - 6 \cdot 1,2; \end{cases} \quad \begin{cases} d = 1,2, \\ a_1 = 0,8; \end{cases}$$

384.

$$a_1 = 20,7; \quad a_2 = 18,3; \quad d = a_2 - a_1 = 18,3 - 20,7 = -2,4; \quad a_n = a_1 + d(n-1) = 20,7 - 2,4n + 2,4 = 23,1 - 2,4n; \quad c_n = 23,1 - 2,4n; \quad n = \frac{23,1 - a_n}{2,4}$$

а) $n = \frac{23,1 - (-1,3)}{2,4} = 3,7$ – не целое число, т.е. $-1,3 \notin a_n$.

б) $\frac{23,1 - (-3,3)}{2,4} = 11$, т.е. $a_n = -3,3$.

385.

а)
$$\begin{cases} 9x^2 + 9 \cdot \left(\frac{2}{3x}\right)^2 = 13, \\ y = \frac{2}{3x}; \end{cases}$$

Решим уравнение $9x^2 + \frac{4}{x^2} - 13 = 0$; $9x^4 - 13x^2 + 4 = 0$; пусть $x^2 = t \Rightarrow$

$9t^2 - 13t + 4 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 25$; $t = \frac{13+5}{18} = 1$ или $t = \frac{13-5}{18} = \frac{4}{9}$; $x^2 = 1$

или $x^2 = \frac{4}{9}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = \frac{2}{3}$; $x_4 = -\frac{2}{3}$.

$$\begin{cases} x_1 = 1, & \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_1 = \frac{2}{3} \end{cases} & \begin{cases} x_3 = \frac{2}{3}, \\ y_2 = -\frac{2}{3} \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -\frac{2}{3}, \\ y_3 = 1 \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -\frac{2}{3}, \\ y_4 = -1. \end{cases} \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x^2 + 9 + 4x^2 = 29, & \begin{cases} 5x^2 = 20, \\ y^2 = 9 + 4x^2; \end{cases} & \begin{cases} x^2 = 4, \\ y^2 = 9 + 4x^2; \end{cases} & \begin{cases} x^2 = 4, \\ y^2 = 25; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y^2 = 25 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -2, \\ y^2 = 25; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2, & \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_1 = 5 \end{cases} & \begin{cases} x_3 = -2, \\ y_2 = -5; \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -2, \\ y_3 = 5; \end{cases} & \begin{cases} x_4 = -2, \\ y_4 = -5. \end{cases} \end{cases}$$

386.

а) $5^n \cdot 25 = 5^n \cdot 5^2 = 5^{n+2}$.

б) $625 \cdot 25^n = 5^4 \cdot 5^{2n} = 5^{4+2n}$.

387.

$b_{n+1} = b_n q$;

а) $b_1 = 6$; $b_2 = 6 \cdot 2 = 12$; $b_3 = 12 \cdot 2 = 24$; $b_4 = 24 \cdot 2 = 48$; $b_5 = 48 \cdot 2 = 96$.

б) $b_1 = -16$; $b_2 = -16 \cdot \frac{1}{2} = -8$; $b_3 = -8 \cdot \frac{1}{2} = -4$; $b_4 = -4 \cdot \frac{1}{2} = -2$; $b_5 = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$.

б) $b_1 = -24$; $b_2 = -24 \cdot (-1,5) = 36$; $b_3 = 36 \cdot (-1,5) = -54$; $b_4 = -54 \cdot (-1,5) = 81$;
 $b_5 = 81 \cdot (-1,5) = -121,5$

г) $b_1 = 0,4$; $b_2 = 0,4 \cdot \sqrt{2}$; $b_3 = 0,4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 0,8$; $b_4 = 0,8 \cdot \sqrt{2}$;
 $b_5 = 0,8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1,6$.

388.

$c_n = c_1 q^{n-1}$;

а) $c_6 = c_1 q^{6-1} = c_1 q^5$

б) $c_{125} = c_1 q^{125-1} = c_1 q^{124}$

в) $c_{k+3} = c_1 q^{k+3-1} = c_1 q^{k+2}$

б) $c_{20} = c_1 q^{20-1} = c_1 q^{19}$

г) $c_k = c_1 q^{k-1}$

е) $c_{2k} = c_1 q^{2k-1}$

389.

$x_n = x_1 q^{n-1}$;

а) $x_7 = x_1 q^{7-1} = x_1 q^6 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$.

б) $x_8 = x_1 q^{8-1} = x_1 q^7 = -810 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = -10 \cdot 3^4 \cdot 3^{-7} = \frac{-10}{3^3} = -\frac{10}{27} = -2,7$.

в) $x_{10} = x_1 q^{10-1} = x_1 q^9 = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})^9 = -(\sqrt{2})^{10} = -2^5 = -32$.

г) $x_6 = x_1 q^{6-1} = x_1 q^5 = 125 \cdot 0,2^5 = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5^3 \cdot 5^{-5} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$.

390.

$b_n = b_1 q^{n-1}$;

а) $b_5 = b_1 q^{5-1} = b_1 q^4 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 81} = \frac{4}{27}$.

б) $b_4 = b_1 q^{4-1} = b_1 q^3 = 1,8 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 1,8 \cdot 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1,8 \cdot 3}{27} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

391.

а) $x_1 = 2$; $x_2 = -6$; $q = -\frac{6}{2} = -3$; $x_n = x_1 q^{n-1} = 2 \cdot (-3)^{n-1}$; $x_7 = 2 \cdot (-3)^6 = 2 \cdot 729 = 1458$.

б) $x_1 = -40$; $x_2 = -20$; $q = \frac{-20}{-40} = \frac{1}{2}$; $x_n = (-40) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $x_7 = -40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0$

$-\frac{40}{64} = -\frac{5}{8}$.

$$\text{в)} \quad x_1 = -0,125; \quad x_2 = 0,25; \quad q = \frac{0,25}{-0,125} = -2; \quad x_n = -0,125 \cdot (-2)^{n-1}$$

$$x_7 = -0,125(-2)^6 = \frac{64}{-0,125} = -8.$$

$$\text{г)} \quad x_1 = -10; \quad x_2 = 10; \quad \Rightarrow \quad q = \frac{10}{-10} = -1; \quad x_n = (-10) \cdot (-1)^{n-1} = (-1)^n \cdot 10;$$

$$x_7 = (-1)^7 \cdot 10 = -10.$$

392.

$$\text{а)} \quad x_1 = 48; \quad x_2 = 12; \quad q = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}; \quad x_n = x_1 q^{n-1}; \quad x_6 = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{3}{64}; \quad x_n = 48 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}.$$

$$\text{б)} \quad x_1 = \frac{64}{9}; \quad x_2 = -\frac{32}{3}; \quad q = -\frac{32 \cdot 9}{3 \cdot 64} = -\frac{3}{2}; \quad x_6 = x_1 q^5 = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^5 = -\frac{64 \cdot 243}{9 \cdot 32} =$$

$$= -54; \quad x_n = \frac{64}{9} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}.$$

$$\text{в)} \quad x_1 = -0,001; \quad x_2 = -0,01; \quad q = \frac{-0,01}{-0,001} = 10; \quad x_6 = x_1 q^5 = -10^{-3} \cdot 10^5 = -10^2 = -100;$$

$$x^n = -10^{-3} \cdot 10^{n-1}.$$

$$\text{г)} \quad x_1 = -100; \quad x_2 = 10; \quad q = \frac{10}{-100} = -\frac{1}{10}; \quad x^6 = x_1 q^5 = -100 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^5 = 10^2 \cdot 10^{-5} =$$

$$= 10^{-3} = 0,001; \quad x_n = x_1 q^{n-1} = -10^2 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

393.

$\Delta A_{n+1} B C_{n+1} \sim \Delta A_n B C_n$. Это значит, что площади треугольников составляют геометрическую прогрессию (S_n) со знаменателем

$$q = \frac{1}{4}, \text{ откуда } S_9 = S_1 \left(\frac{1}{4}\right)^9; \quad S_9 = \frac{768}{4^9} = \frac{3 \cdot 4^4}{4^9} = \frac{3}{4^5} = \frac{3}{1024} \text{ см}^2.$$

394.

$$\text{а)} \quad b_n = b_1 q^{n-1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}}; \quad b_1 = \frac{3}{3^5} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

$$\text{б) } b_n = b_1 q^{n-1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}} = \frac{17^{\frac{1}{2}}}{\left(-2\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{56}{125}.$$

395.

$$\text{а) } c_n = c_1 q^{n-1}; c_5 = c_1 \cdot q^{5-1} = c_1 \cdot q^4; c_7 = c_1 \cdot q^6; \frac{c_7}{c_5} = \frac{c_1 q^6}{c_1 q^4} = q^2 = \frac{-56}{-6} = 9; q = 3$$

$$q = -3.$$

$$\text{б) } c_6 = c_1 q^5; c_8 = c_1 q^7; \frac{c_8}{c_6} = \frac{c_1 q^7}{c_1 q^5} = q^2 = \frac{9}{25}; q = \frac{3}{5} \text{ или } q = -\frac{3}{5}.$$

396.

$$\text{а) } x_n = x_1 q^{n-1}; x_1 = \frac{x_n}{q^{n-1}}; x_1 = \frac{0,32}{(0,2)^5} = 0,32 \cdot 5^5 = 1000.$$

$$\text{б) } x_n = x_1 q^{n-1}; \frac{x_5}{x_3} = \frac{x_1 q^4}{x_1 q^2} = q^2 = \frac{-18}{-162} = \frac{1}{9}; q_1 = \frac{1}{3} \text{ или } q_2 = -\frac{1}{3}.$$

397.

$$\text{а) 1) } b_3 = b_1 \cdot q^2; q^2 = \frac{5}{125} = \frac{1}{25}; q = \frac{1}{5} \text{ или } -\frac{1}{5}.$$

$$2) b_6 = b_1 q^5; b_6 = 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{125}{3125} = \frac{1}{25} \text{ или } b_6 = 125 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^5 = -\frac{125}{3125} = -\frac{1}{25}.$$

$$\text{б) 1) } b_3 = b_1 q^2; q^2 = \frac{-2}{-\frac{2}{3}} = 9; q = 3 \text{ или } q = -3;$$

$$2) b_7 = b_1 q^6; b_7 = -\frac{2}{9} \cdot 3^6 = -162 \text{ или } b_7 = -\frac{2}{9} \cdot (-3)^6 = -162.$$

$$\text{в) 1) } b_4 = b_1 q^3; b_6 = b_1 q^5; \frac{b_6}{b_4} = \frac{b_1 q^5}{b_1 q^3} = q^2; q^2 = \frac{-100}{-1} = 100; q = 10 \text{ или}$$

$$q = -10.$$

$$2) b_4 = b_1 q^3; b_1 = \frac{b_4}{q^3}; b_1 = \frac{-1}{10^3} = -0,001, \text{ или } b_1 = \frac{-1}{(-10)^3} = 0,001.$$

398.

$$b_1 = 2; b_5 = 162.$$

$$1) b_n = b_1 q^{n-1}; b_5 = 2 \cdot q^{5-1} = 2 \cdot q^4 = 162 \Rightarrow q^4 = \frac{162}{2} = 81; q = 3 \text{ или } q = -3;$$

$$2) \text{ При } q = 3, \text{ то } b_2 = b_1 q = 2 \cdot 3 = 6; b_3 = b_1 q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18; b_4 = b_1 q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54;$$

$$3) \text{ При } q = -3, \text{ то } b_2 = b_1 q = 2 \cdot (-3) = -6; b_3 = b_1 q^2 = 2 \cdot (-3)^2 = 18; b_4 = b_1 q^3 = 2 \cdot (-3)^3 = -54.$$

399.

$$a = 2 \cdot q; b = 2 \cdot q^2; \frac{1}{4} = 2 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$a = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1; b = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

400.

$$b_2 = b_1 \cdot q = 6; b_4 = b_1 \cdot q^3 = 24 \Rightarrow q^2 = 4; q_1 = 2; q_2 = -2$$

$$1) \text{ при } q = 2 \quad b_6 = b_4 \cdot q^2 = 24 \cdot 4 = 96$$

$$2) \text{ при } q = -2 \quad b_6 = b_4 \cdot q^2 = 24 \cdot 4 = 96.$$

401.

Ежегодно сумма вклада возрастает на 90%, т.е. в 1,9 раза. Следовательно, через 3 года она возрастет в $(1,9)^3$ раза.
 $S_3 = 800 \cdot (1,9)^3 = 5487,2$ р.

402.

В равностороннем треугольнике со стороной a_n высота равна

$$h_n = \frac{a_n \sqrt{3}}{2}; \text{ следовательно, } p_{n+1} = 3h_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3a_n = \frac{\sqrt{3}}{2} p_n, \text{ т.е. периметры}$$

треугольников образуют геометрическую прогрессию со знаменате-

$$\text{лем } q = \frac{\sqrt{3}}{2}. p_6 = p_1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \frac{9\sqrt{3}}{2^5} p_1; \quad p_1 = 3 \cdot 8 = 24. \quad \text{Значит}$$

$$p_6 = 24 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2^5} = 3 \cdot 2^3 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2^5} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ см.}$$

403.

Так как стороны каждого следующего треугольника являются средними линиями для предыдущего, то $a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n$,

$p_{n+1}=3a_n=3 \cdot \frac{1}{2} a_n = \frac{1}{2} p_n$, т.е. периметры треугольников являются членами геометрической прогрессии со знаменателем $q = \frac{1}{2}$.

$$p_8 = \left(\frac{1}{2}\right)^7 p_1; p_1 = 3 \cdot 16; p_8 = \frac{1}{2^7} \cdot 3 \cdot 2^4 = \frac{48}{128} = \frac{3}{8} \text{ см.}$$

404.

$$1) a_1 = -45,6; a_n = a_1 + d(n-1); d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{2 - (-45,6)}{15-1} = \frac{47,6}{14} = 3,4.$$

$$2) S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{50} = \frac{2 \cdot (-45,6) + 3,4 \cdot 49}{2} \cdot 50 = 1885.$$

405.

$$a) 3^{2n} \cdot 9^{n-1} = 3^{2n}; (3^2)^{n-1} = 3^{2n}; 3^{2n-2} = 3^{2n-(2n-2)} = 3^2 = 9.$$

$$б) 4^n \cdot 2^{6-2n} = (2^2)^n \cdot 2^{6-2n} = 2^{2n}; 2^{6-2n} = 2^{2n+6-2n} = 2^6 = 64.$$

$$в) 16: 4^{1+2n} \cdot 8^n = 2^4: (2^2)^{1+2n} \cdot (2^3)^n = 2^4: 2^{2+4n} \cdot 2^{3n} = 2^{4-2-4n+3n} = 2^{2-n}.$$

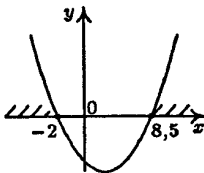
406.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 30, \\ x + y = 5; \end{cases} \begin{cases} (5-y)^2 - y^2 - 30 = 0, \\ x = 5 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25 - 10y + y^2 - y^2 - 30 = 0, \\ x = 5 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10y = 5, \\ x = 5 - y; \end{cases} \begin{cases} y = -0,5, \\ x = 5 - (-0,5); \end{cases} \begin{cases} y = -0,5, \\ x = 5,5; \end{cases}$$

407.



а) 1) График функции $y = 2x^2 - 13x - 34$ – парабола, у которой ветви направлены вверх, (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $2x^2 - 13x - 34 = 0$; $D = (-13)^2 -$

$$4 \cdot 2 \cdot (-34) = 441; x_1 = \frac{13 + 21}{4} = 8,5; x_2 = \frac{13 - 21}{4} = -2.$$

$$3) (-\infty; -2] \cup [8,5; +\infty).$$

$$б) 2x(5-2x) < 0; x(x-2,5) > 0; (-\infty; 0] \cup [2,5; +\infty).$$



408.

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$\text{a) } S_5 = \frac{8 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{8 \cdot \left(\frac{1}{32} - 1 \right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{31}{2} = -16 \left(\frac{1}{32} - 1 \right) = 16 - \frac{1}{2} = 15 \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } S_5 = \frac{500 \cdot \left(\left(\frac{1}{5} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{500 \cdot \left(\frac{1}{3125} - 1 \right)}{-\frac{4}{5}} = \frac{3124}{5} = 624,8.$$

409.

$$\text{a) } b_1 = 3; b_2 = -6; q = \frac{-6}{3} = -2; S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$S_5 = \frac{3 \cdot \left((-2)^5 - 1 \right)}{-2 - 1} = \frac{3 \cdot (64 - 1)}{-3} = -63.$$

$$\text{б) } b_1 = 54; b_2 = 36; q = \frac{36}{54} = \frac{2}{3};$$

$$S_6 = \frac{54 \cdot \left(\left(\frac{2}{3} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{54 \cdot \left(\frac{64}{729} - 1 \right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{665 \cdot 54 \cdot 3}{729 \cdot 1} = \frac{1330}{9} = 147 \frac{7}{9}.$$

$$\text{в) } b_1 = -32; b_2 = -16; q = \frac{-16}{-32} = \frac{1}{2};$$

$$S_6 = \frac{-32 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = 64 \left(\frac{1}{64} - 1 \right) = 1 - 64 = -63.$$

$$\text{г) } b_1 = 1; b_2 = -\frac{1}{2}; q = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2};$$

$$S_6 = \frac{1 \cdot \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^6 - 1 \right)}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{2 \left(-\frac{1}{64} - 1 \right)}{-3} = \frac{21}{32}.$$

410.

$$S_n = \frac{c_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$\text{a) } S_9 = \frac{-4 \cdot (3^9 - 1)}{3 - 1} = -$$

$$39364. \quad \text{б) } S_9 = \frac{1 \cdot ((-2^9) - 1)}{-2 - 1} = 171.$$

411.

$$\text{a) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{0,2 \cdot 5^{n+1}}{0,2 \cdot 5^n} = 5. \text{ Значит } (b_n) \text{ — геометрическая прогрессия}$$

$$\text{со знаменателем } q=5. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{0,2 \cdot 5 \cdot (5^n - 1)}{5 - 1} = \frac{5^n - 1}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3 \cdot 2^n}{3 \cdot 2^{n-1}} = 2. \text{ Значит } (b_n) \text{ — геометрическая прогрессия со}$$

$$\text{знаменателем } q=2. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3 \cdot 2^0 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 3(2^n - 1).$$

$$\text{в) } \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{3^{n+2}}{3^{n+1}} = 3. \text{ Значит } (b_n) \text{ — геометрическая прогрессия со}$$

$$\text{знаменателем } q=3. S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{3^2 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{9}{2}(3^n - 1).$$

412.

$$\text{a) } b_1=1; b_2=3; q=\frac{3}{1}=3; S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3^n - 1}{2}.$$

$$\text{б) } b_1=2; b_2=4; q=\frac{4}{2}=2; S_n = \frac{2 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 2 \cdot (2^n - 1).$$

$$\text{в) } b_1 = \frac{1}{2}; b_2 = -\frac{1}{4}; q = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}; S_n = \frac{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right)}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1}{3}.$$

$$\text{г) } b_1=1; b_2=-x; q=\frac{-x}{1}=-x; S_n = \frac{1 \cdot ((-x)^n - 1)}{-x - 1} = -\frac{(-x)^n - 1}{x + 1}.$$

$$\text{д) } b_1=1; b_2=x^2; q=\frac{x^2}{1}=x^2; S_n = \frac{1(x^{2n} - 1)}{x^2 - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$e) b_1=1; b_2=-x^3; q=\frac{-x^3}{1}=-x^3; S_n=\frac{1 \cdot ((-x^3)^n - 1)}{-x^3 - 1} = -\frac{(-x^3)^n - 1}{x^3 + 1}.$$

413.

$$a) b_7=b_1q^6; b_1=\frac{b_7}{q^6}=\frac{72,9}{1,5^6}=6,4; S_7=\frac{6,4 \cdot (1,5^7 - 1)}{1,5 - 1} = \frac{102,95}{0,5} = 205,9.$$

$$б) b_5=b_1q^4; b_1=\frac{b_5}{q^4}=\frac{16}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16 \cdot 34}{9 \cdot 24} = 9;$$

$$S_7 = \frac{9 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^7 - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{9 \cdot \left(\frac{128}{2187} - 1\right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{2059}{81} = 25 \frac{34}{81}.$$

414.

$$a) x_5=x_1q^4; x_1=\frac{x_5}{q^4}=\frac{\frac{10}{9}}{\left(\frac{1}{3}\right)^4}=\frac{10 \cdot 81}{9}=90;$$

$$S_5 = \frac{90 \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{90 \cdot 242 \cdot 3}{2 \cdot 243} = 134 \frac{4}{9}.$$

$$б) x_4=x_1q^3; x_1=\frac{x_4}{q^3}=\frac{121,5}{(-3)^3}=-4,5;$$

$$S_5 = \frac{-4,5 \cdot \left((3)^5 - 1\right)}{-3 - 1} = \frac{9 \cdot 244}{4 \cdot 2} = -274,5.$$

415.

$$b_1=1; b_5=162; b_5=b_1q^4; q^4=\frac{b_5}{b_1}=\frac{162}{2}=81 \Rightarrow q=3 \text{ или } q=-3; \text{ но } q=3$$

— не удовлетворяет условию задачи, т.к. процессия знакопеременная, следовательно, $q=-3$;

$$S_6 = \frac{2 \cdot ((-3)^6 - 1)}{-3 - 1} = -\frac{728}{2} = -364.$$

416.

$$b_2=b_1q; b_4=b_1q^3; \Rightarrow \frac{b_4}{b_2} = \frac{b_1q^3}{b_1q} = q^2; \frac{b_4}{b_2} = \frac{54}{6} = 9; q_1=3; q_2=-3 - \text{ не}$$

подходит по условию, следовательно, $q=3$. $b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{6}{3} = 2$;

$$S_7 = \frac{2 \cdot (3^7 - 1)}{-3 - 1} = -2186.$$

417.

$$b_n = b_1q^{n-1} \Rightarrow b_7 = b_1q^6; b_1 = \frac{b_7}{q^6} = \frac{0,012}{0,2^6} = 187,5; b_n = 187,5 \cdot (0,2)^{n-1}.$$

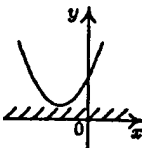
418.

а) $2^{n+3} - 2^n = 2^n \cdot 2^3 - 2^n = 2^n(2^3 - 1) = 2^n \cdot 7$

б) $3^{n+3} - 3^{n-1} = 3^{n-1+2} - 3^{n-1} = 3^{n-1}(9 - 1) = 8 \cdot 3^{n-1}$.

в) $25^n - 5^{n-1} = 5^{2n} - 5^{n-1} = 5^{n-1+n+1} - 5^{n-1} = 5^{n-1}(5^{n+1} - 1)$.

419.



а) $x(1,5 - x) \leq 0$; $x(x - 1,5) \geq 0$; $(-\infty; -0] \cup [1,5; +\infty)$.



б) 1) График функции $y = x^2 + x + 6$ – парабола, у которой ветви направлены вверх (т.к. коэффициент при x^2 положителен).

2) Решим уравнение $x^2 + x + 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 < 0$ – нет корней.

3) $(-\infty; +\infty)$.

420.

а) $b_1=9$; $b_2=3$; $q = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$; $|q| = |\frac{1}{3}| = \frac{1}{3} < 1$; $S = \frac{b_1}{1 - q}$;

$$S = \frac{9}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9 \cdot 3}{2} = \frac{27}{2} = 13,5.$$

б) $b_1=2$; $b_2=-\frac{1}{2}$; $q = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$; $|q| = |-\frac{1}{4}| = \frac{1}{4} < 1$;

$$S = \frac{2}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{2}{\frac{5}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{5} = 1,6.$$

$$\text{B)} b_1 = \frac{4}{5}; b_2 = \frac{4}{25}; \Rightarrow q = \frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \frac{1}{5}; |q| = \left| \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{5} < 1;$$

$$S = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 4} = 1.$$

$$\text{r)} b_1 = \sqrt{3}; b_2 = -1; q = -\frac{1}{\sqrt{3}}; |q| = \left| -\frac{1}{\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1;$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3}{\sqrt{3} + 1}.$$

$$\text{x)} b_1 = 2\sqrt{2}; b_2 = 2; q = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; |q| = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1;$$

$$S = \frac{2\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2} - 1}.$$

$$\text{e)} b_1 = 3\sqrt{5}; b_2 = 3; q = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}; |q| = \left| \frac{\sqrt{5}}{5} \right| = \frac{\sqrt{5}}{5} < 1;$$

$$S = \frac{3\sqrt{5}}{1 - \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5} - 1}.$$

421.

$$\text{a)} b_1 = 1; b_2 = \frac{1}{10}; q = \frac{1}{10}; 1 = \frac{1}{10};$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}; S = \frac{1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{\frac{9}{10}} = \frac{10}{9} = 1 \frac{1}{9}.$$

$$\text{б)} b_1 = -\frac{1}{2}; b_2 = \frac{1}{4}; q = \frac{1}{4}; \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2};$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}; S = \frac{-\frac{1}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{1}{2}}{1 \frac{1}{2}} = -\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{B)} b_1 = 6; b_2 = -1 \frac{1}{2}; \Rightarrow q = -\frac{3}{2 \cdot 6} = -\frac{1}{4};$$

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{6}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{6}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{6 \cdot 4}{5} = \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5}.$$

$$\text{г) } b_1 = \frac{2}{3}; b_2 = \frac{4}{9} \Rightarrow q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 2} = \frac{2}{3};$$

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2.$$

422.

$$\text{а) } b_1 = 1; b_2 = a; q = \frac{a}{1} = a; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-a};$$

$$\text{б) } b_1 = 1; b_2 = -a; q = \frac{-a}{1} = -a; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-(-a)} = \frac{1}{1+a};$$

$$\text{в) } b_1 = 1; b_2 = a^2; q = \frac{a^2}{1} = a^2; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-a^2};$$

$$\text{г) } b_1 = a; b_2 = -a^4; q = \frac{-a^4}{a} = -a^3; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-(-a^3)} = \frac{1}{1+a^3};$$

423.

У правильного треугольника радиус вписанной окружности вдвое меньше радиуса описанной окружности. Т.е. указанная в задаче последовательность (R_n) радиусов является геометрической прогрессией, знаменатель которой равен $q = \frac{r_{\text{вп}}}{R_{\text{оп}}} = \frac{1}{2}$, $|q| < 1$. Длины

окружностей $l_n = 2\pi R_n$ также образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$, а площади кругов $S_n = \pi R_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q' = \frac{\pi R_{n+1}^2}{\pi R_n^2} = \left(\frac{R_{n+1}}{R_n}\right)^2 = q^2$,

$|q^2| < 1$. Отсюда:

$$S_{\text{т}} = \frac{l_1}{1 - \frac{1}{2}} = 4\pi \cdot 5 = 20\pi \text{ см}; S_5 = \frac{S_1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 4}{3} = \frac{100\pi}{3} \text{ см}.$$

424.

Отношение радиуса каждого следующего круга к радиусу предыдущего есть отношение стороны квадрата к его диагонали, т.е. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, следовательно, отношение площадей двух последовательных

кругов равно $q = \frac{1}{2}$, $|q| < 1$. Найдем площадь первого круга $S = \pi R_1^2$,

$R_1 = \frac{a_1}{2} = 4$ см. $S = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$. Итак, получим:

$$S = \frac{S_1}{1-q} = \frac{16\pi}{1-\frac{1}{2}} = 32\pi \text{ см}^2.$$

425.

а) $0,(6) = 0,6 + 0,06 + 0,006 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,6$; $b_2 = 0,06$; $q = \frac{0,06}{0,6} = 0,1$; ($|q| = 0,1 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,6}{1-0,1} = \frac{0,6}{0,9} = \frac{2}{3};$$

б) $0,(1) = 0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,1$; $b_2 = 0,01$; $q = \frac{0,01}{0,1} = 0,1$; ($|q| = 0,1 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,1}{1-0,1} = \frac{0,1}{0,9} = \frac{1}{9};$$

в) $0,(36) = 0,36 + 0,0036 + 0,000036 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,36$; $b_2 = 0,0036$; $q = \frac{0,0036}{0,36} = 0,01$; ($|q| = 0,01 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,36}{1-0,01} = \frac{0,36}{0,99} = \frac{4}{11};$$

г) $1,(81) = 1 + 0,(81)$; $0,(81) = 1 + 0,81 + 0,0081 + 0,000081 + \dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1 = 0,81$; $b_2 = 0,0081$; $q = \frac{0,0081}{0,81} = 0,01$; ($|q| = 0,01 < 1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,81}{1-0,01} = \frac{0,81}{0,99} = \frac{9}{11}; 1,(81) = 1 + \frac{9}{11} = 1 \frac{9}{11};$$

д) $0,2(3)=-0,1+0,(3)$; $0,(3)=0,3+0,03+0,003+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,3$; $b_2=0,03$; $q=\frac{0,03}{0,3}=0,1$;

($|q|=0,1=0,1<1$);

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{0,3}{1-0,1}=\frac{1}{3}; 0,2(3)=-\frac{1}{10}+\frac{1}{3}=\frac{7}{30}.$$

е) $0,32(45)=-0,13+0,(45)$; $0,(45)=0,45+0,0045+0,000045+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,45$; $b_2=0,0045$;

$q=\frac{0,0045}{0,45}=0,01$; ($|q|=0,01=0,01<1$);

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{0,45}{1-0,01}=\frac{5}{11}; 0,32(45)=-\frac{13}{100}+\frac{5}{11}=\frac{357}{1100}.$$

426.

а) $0,(5)=0,5+0,05+0,005+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,5$; $b_2=0,05$; $q=\frac{0,05}{0,5}=0,1$; ($|q|=0,1=0,1<1$);

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{0,5}{1-0,1}=\frac{0,5}{0,9}=\frac{5}{9}.$$

б) $1,(72)=1+0,72$; $0,(72)=0,72+0,0072+0,000072+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,72$; $b_2=0,0072$;

$q=\frac{0,0072}{0,72}=0,01$; ($|q|=0,01=0,01<1$);

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{0,72}{1-0,01}=\frac{0,72}{0,99}=\frac{8}{11}; 1,(72)=1+\frac{8}{11}=1\frac{8}{11}.$$

в) $0,4(6)=-0,2+0,(6)$; $0,(6)=0,6+0,06+0,006+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,6$; $b_2=0,06$; $q=\frac{0,06}{0,6}=0,1$;

($|q|=0,1=0,1<1$);

$$S=\frac{b_1}{1-q}; S=\frac{0,6}{1-0,1}=\frac{0,6}{0,9}=\frac{2}{3}; 0,4(6)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{7}{15}.$$

г) $0,01(12)=0,01(1+0,(12))$; $0,(12)=0,12+0,0012+0,000012+\dots$ — геометрическая прогрессия, найдем ее сумму: $b_1=0,12$; $b_2=0,0012$;

$q=\frac{0,0012}{0,12}=0,01$; ($|q|=0,01=0,01<1$);

$$S = \frac{b_1}{1-q}; S = \frac{0,12}{1-0,01} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}; 0,01(12) = \frac{1}{100} \left(1 + \frac{4}{33}\right) = \frac{37}{3300}.$$

427.

$$x_1=0,375; x_2=0,75; q = \frac{0,75}{0,375} = 2;$$

$$S_n = \frac{x_1(q^n - 1)}{q - 1}; S_6 = \frac{0,375(2^6 - 1)}{2 - 1} = 0,375 \cdot 63 = 23,625.$$

428.

а) $2x^2+4x=0$; $2x(x+2)=0$; $x_1=0$; $x_2=-2$ — существуют.

б) $2x^2+4x=30$; $2x^2+4x-30=0$; $x^2+2x-15=0$; $D=2^2-4 \cdot 1 \cdot (-15)=64 > 0$ — существуют.

в) $2x^2+4x=-4$; $2x^2+4x+4=0$; $x^2+x+2=0$; $D=2^2-4 \cdot 1 \cdot 2=-7 < 0$ — не существуют.

429.

а) Неравенство верно при любом x , если уравнение $2x^2-4x+m=0$ не имеет корней, т.е. $D < 0$ (коэффициент при x^2 положительный) $D=16-4 \cdot 2 \cdot m=16-8m=8 \cdot (2-m) < 0$; $2-m < 0$; $m > 2$.

б) Неравенство выполняется при любом x , если уравнение $mx^2+5x-4=0$ не имеет корней когда коэффициент при x^2 отрицательный и $D=25-4m \cdot (-4)=25+16m < 0$. Получим систему:

$$\begin{cases} 25+16m < 0, \\ m < 0; \end{cases} \begin{cases} m < -\frac{25}{16}, \\ m < 0; \end{cases} m < -1\frac{9}{16}.$$

430.

$$\text{а) } c_1=-2 \cdot 1^2+7=5; c_2=-2 \cdot 2^2+7=-1; c_3=-2 \cdot 3^2+7=-11; \\ c_4=-2 \cdot 4^2+7=-25; c_5=-2 \cdot 5^2+7=-43.$$

$$\text{б) } c_1 = \frac{100}{1^5 - 5} = -25; c_2 = \frac{100}{2^5 - 5} = \frac{100}{27} = 3\frac{19}{27}; c_3 = \frac{100}{3^5 - 5} = \frac{100}{238} = \frac{50}{119};$$

$$c_4 = \frac{100}{4^5 - 5} = \frac{100}{1019}; c_5 = \frac{100}{5^5 - 5} = \frac{10}{312} = \frac{5}{156}.$$

$$\text{в) } c_1=-2,5 \cdot 2^1=-5; c_2=-2,5 \cdot 2^2=-10; c_3=-2,5 \cdot 2^3=-20; c_4=-2,5 \cdot 2^4=-40; \\ c_5=-2,5 \cdot 2^5=-80.$$

$$\text{г) } c_1=3,2 \cdot 2^{-1}=1,6; c_2=3,2 \cdot 2^{-2}=0,8; c_3=3,2 \cdot 2^{-3}=0,4; c_4=3,2 \cdot 2^{-4}=0,2; \\ c_5=3,2 \cdot 2^{-5}=0,1.$$

$$\begin{aligned}
 \text{д)} \quad c_1 &= \frac{(-1)^{1-1}}{4 \cdot 1} = \frac{1}{4}; & c_2 &= \frac{(-1)^{2-1}}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8}; & c_3 &= \frac{(-1)^{3-1}}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}; \\
 c_4 &= \frac{(-1)^{4-1}}{4 \cdot 4} = -\frac{1}{16}; & c_5 &= \frac{(-1)^{5-1}}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}. \\
 \text{е)} \quad c_1 &= \frac{1 - (-1)^1}{2 \cdot 1 + 1} = \frac{2}{3}; & c_2 &= \frac{1 - (-1)^2}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{0}{5} = 0; & c_3 &= \frac{1 - (-1)^3}{2 \cdot 3 + 1} = \frac{2}{7}; \\
 c_4 &= \frac{1 - (-1)^4}{2 \cdot 4 + 1} = 0; & c_5 &= \frac{1 - (-1)^5}{2 \cdot 5 + 1} = \frac{2}{11}.
 \end{aligned}$$

431.

а) $a_n = 5n$; $a_1 = 5 \cdot 1 = 5$; $a_2 = 5 \cdot 2 = 10$; $a_3 = 5 \cdot 3 = 15$.

б) $a_n = 5n + 1$; $a_1 = 5 \cdot 1 + 1 = 6$; $a_2 = 5 \cdot 2 + 1 = 11$; $a_3 = 5 \cdot 3 + 1 = 16$.

432*.

а) $y_2 = y_1 + 10 = -3 + 10 = 7$; $y_3 = y_2 + 10 = 17$; $y_4 = y_3 + 10 = 27$.

б) $y_1 = 10$; $y_2 \cdot y_1 = 2,5$; $y_2 = \frac{2,5}{10} = 0,25$; $y_3 \cdot y_2 = 2,5$; $y_3 = \frac{2,5}{0,25} = 10$; $y_4 \cdot y_3 = 2,5$;

$y_4 = 0,25$.

в) $y_1 = 1,5$, $y_2 - y_1 = 1$; $y_2 = 1 + y_1 = 2,5$; $y_3 = 2 + 2,5 = 4,5$; $y_4 = 3 + 4,5 = 7,5$.

г) $y_1 = -4$; $y_2 \cdot y_1 = -1^2$; $y_2 = -1^2 \cdot (-4) = 4$; $y_3 = -2^2 \cdot 4 = -16$; $y_4 = -3^2 \cdot (-16) = 144$;

433.

а) $a_3 = -19$; $a_4 = -11,5$; $d = a_4 - a_3 = -11,5 + 19 = 7,5$; $a_n = a_1 + d(n-1)$;
 $a_5 = a_4 + d = -4$; $a_3 = a_4 - d = -19$; $a_2 = a_3 - d = -26,2$; $a_1 = a_2 - d = -34$.

б) $-8,5 + 2d = -4,5 \Rightarrow d = 2$; $a_2 = a_1 + d$; $a_1 = a_2 - d = -8,5 - 2 = -10,5$;
 $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_5 = -10,5 + 2(5-1) = -10,5 + 8 = -2,5$; $a_6 = -10,5 + 2(6-1) = -10,5 + 10 = -0,5$.

434.

$p = a_1 + a_2 + a_3 = 24$, a_1, a_2, a_3 — арифметическая прогрессия, значит, $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$, поэтому периметр $p = 3a_1 + 3d = 3(a_1 + d)$; $3(a_1 + d) = 24$; $a_1 + d = 8$; но $a_1 + d = a_2$, значит $a_2 = 8$. $p - 8 = a_1 + a_3 = 16$, $a_3 = 16 - a_1$. Следовательно, a_1 может принимать любое целое значение от 1 до 15. Итак, стороны Δ равны $a, 8, 16 - a$, где $a \in \mathbb{Z}$, $1 \leq a \leq 15$.

435.

$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 180^\circ$; $\varphi_2 = \varphi_1 + d$, $\varphi_3 = \varphi_3 + d = \varphi_1 + 2d$. Тогда
 $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_1 + d + \varphi_1 + 2d = 3\varphi_1 + 3d$; $3(\varphi_1 + d) = 180^\circ$; $\varphi_1 + d = \varphi_2 = 60^\circ$.

436*.

а) В арифметической прогрессии $a_n = a_{n-1} + d$; $a_{n+1} = a_n + d$; из второго равенства $a_n = a_{n+1} - d$; сложим два этих выражения для a_n : $2a_n = a_{n-1} + d + a_{n+1} - d = a_{n-1} + a_{n+1}$; значит $a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n+1})$, ч.т.д.

б) Пусть в последовательности (a_n) для любого n выполняется равенство $a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n+1})$; $2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$; $a_n + a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$; $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$. Следовательно, найдется такое число $d = a_n - a_{n-1}$, что $a_{n+1} = a_n + d$, т.е. (a_n) по определению арифметическая прогрессия.

437*.

а) $a_4 - a_2 = 2d$; $a_{2n+2} - a_{2n} = 2d$. Следовательно, (a_{2n}) — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

б) $(a_{n+1} - 1) - (a_n - 1) = a_{n+1} - a_n = d$. Следовательно, $(a_n - 1)$ — арифметическая прогрессия с разностью d .

в) $2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2d$. Следовательно, $(2a_n)$ — арифметическая прогрессия с разностью $2d$.

г) $a_{n+1}^2 - a_n^2 = (a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} + a_n) = d(2a_1 + d(n-1)) = d(2a_1 + d(2n-1))$ — зависит от n . Следовательно, (a_n^2) — не является арифметической прогрессией.

438.

а) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_{12} = 9\sqrt{3} - 2 + (2 - \sqrt{3}) \cdot (12-1) = 9\sqrt{3} - 2 + 22 - 11\sqrt{3} = 20 - 2\sqrt{3}$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_8 = \frac{5\sqrt{3} - 7}{3} + \frac{\sqrt{3} - 2}{3} \cdot (8-1) = \frac{5\sqrt{3} - 7}{3} + \frac{7\sqrt{3} - 14}{3} = \frac{5\sqrt{3} - 7 + 7\sqrt{3} - 14}{3} = \frac{12\sqrt{3} - 21}{3} = 4\sqrt{3} - 7$.

439.

а) $\frac{a_n - a_1}{d} + 1 = n$; $\frac{-2,94 - 1,26}{-0,3} + 1 = 15$.

б) $a_n = a_1 + d(n-1)$; $a_5 = a_1 - 0,6 \cdot 4 = a_1 - 2,4 = -3,7$; $a_1 = -1,3$; $a_n = -1,3 - 0,6(n-1) = -0,7 - 0,6n = -9,7$; $0,6n = 9$; $n = 15$.

440.

а) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_n = 2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}(n-1) = 2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}n - \frac{2}{5} = \frac{47}{20} + \frac{2}{5}n$;
 $\frac{47}{20} + \frac{2}{5}n = 14\frac{3}{4} = \frac{59}{4}$; $\frac{2}{5}n = \frac{59}{4} - \frac{47}{20} = \frac{295-47}{20} = \frac{248}{20}$; $n = \frac{248 \cdot 5}{20 \cdot 2} = 31$;
следовательно, $b_{31} = 14\frac{3}{4}$.

б) $b_n = b_1 + d(n-1)$; $b_n = \frac{47}{20} + \frac{2}{5}n$; $\frac{47}{20} + \frac{2}{5}n = 8,35$; $\frac{2}{5}n = 8\frac{7}{20} - 2\frac{7}{20} = 6$;
 $n = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$; следовательно, $b_{15} = 8,35$.

441*.

а) $d = (-10\frac{1}{4}) - (-10\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$; $a_n = -10\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{4}$; $-10\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{4} > 0$;
 $-10\frac{1}{2} + \frac{1}{4}n - \frac{1}{4} > 0$; $-10\frac{3}{4} > -\frac{1}{4}n$; $\frac{1}{4}n > \frac{43}{4}$; $n > 43 \Rightarrow n = 44$.

Следовательно $a_{44} = -10\frac{1}{2} + \frac{43}{4} = -\frac{21}{2} + \frac{43}{4} = \frac{43}{4} - \frac{21}{4} = \frac{43-42}{4} = \frac{1}{4}$.

б) $d = 8\frac{1}{3} - 8\frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = \frac{1}{6}$; $a_n = 8\frac{1}{3} + (n-1)d$; $8\frac{1}{3} + (n-1)(-\frac{1}{6}) < 0$;
 $\frac{25}{3} - \frac{1}{6}n + \frac{1}{6} < 0$; $\frac{50+1}{6} < \frac{1}{6}n$; $n > 51 \Rightarrow n = 52$

Следовательно, $a_{52} = 8\frac{1}{3} + (52-1)(-\frac{1}{6}) = 8\frac{1}{3} - \frac{51}{6} = \frac{50-51}{6} = -\frac{1}{6}$.

442.

а) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $y_2 = y_1 + d$; $y_7 = y_1 + 6d$; $y_4 = y_1 + 3d$; $y_5 = y_5 + 4d$;
следовательно, $y_2 + y_7 - y_4 - y_5 = y_1 + d + y_1 + 6d - (y_1 + 3d) - (y_1 + 4d) = 0$, т.е.
 $y_2 + y_7 = y_4 + y_5$.

б) $y_n = y_1 + d(n-1)$; $y_{n-5} = y_1 + d(n-6)$; $y_{n+10} = y_1 + d(n+9)$; $y_{n+5} = y_1 + d(n+4)$;
следовательно, $y_{n-5} + y_{n+10} - y_n - y_{n+5} = y_1 + d(n-6) + y_1 + d(n+9) - y_1 - d(n-1) - y_1 - d(n+4) = d(n-6+n+9-n-1-n-4) = 0$, т.е. $y_{n-5} + y_{n+10} = y_n + y_{n+5}$.

443.

$x_m = x_1 + d(m-1)$; $x_n = x_1 + d(n-1)$.

$x_m - x_n = x_1 + d(m-1) - x_1 - d(n-1) = dm - dn = d(m-n)$, $\Rightarrow d = \frac{x_m - x_n}{m - n}$.

444.

$$\text{a) } a_{37}=a_{20}+17d \Rightarrow d = \frac{a_{37} - a_{20}}{17} = -0,1.$$

$$\text{б) } a_{100}=a_{10}+90d=270+90(-3)=0.$$

445.

$$\text{a) } a_1 = \frac{2}{3}; a_2 = \frac{3}{4}; d = a_2 - a_1 = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12};$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{12}(10-1)}{2} \cdot 10 = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}{2} \cdot 10 = \frac{(16+1) \cdot 5}{12} = 10 \frac{5}{12};$$

$$\text{б) } a_1 = \sqrt{3}; a_2 = \sqrt{12}; d = a_2 - a_1 = \sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_{10} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3}(10-1)}{2} \cdot 10 = \frac{2\sqrt{3} + 9\sqrt{3}}{2} \cdot 10 = 11\sqrt{3} \cdot 5 = 55\sqrt{3};$$

446.

$$\text{a) } a_1=2; a_2=6; d=a_2-a_1=6-2=4; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; 198=2+ \\ +4(n-1); n=50; S_{50} = \frac{2 \cdot 2 + 4(50-1)}{2} \cdot 50 = 5000;$$

$$\text{б) } a_1=95; a_2=85; d=a_2-a_1=85-95=-10; S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \\ -155=95-10(n-1); n=26; S_{26} = \frac{2 \cdot 95 - 10(26-1)}{2} \cdot 26 = -780.$$

447.

Пусть O — вершина, A_1, \dots, A_{12} — на одной стороне угла $(A_k A_{k+1} = a)$ B_1, \dots, B_{12} — на другой стороне угла $\triangle O A_k B_k \sim \triangle O A_1 B_1$.

Значит, $\frac{\Delta A_k B_k}{A_1 B_1} = \frac{O A_k}{O A_1} = k$; $A_k B_k = k A_1 B_1$; $A_{k+1} B_{k+1} - A_k B_k = A_1 B_1$.

Следовательно, длины отрезков являются членами арифметической прогрессии с первым членом $a_1=3$ и разностью

$d=a_1=3$, а сумма их длин равна

$$S_{12} = \frac{2a_1 + d(12-1)}{2} \cdot 12 = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 6 \cdot 3(2+11) = 18 \cdot 13 = 234 \text{ см};$$

448.

а) $a_n = a_1 + d(n-1) = a_1 + 11(-0,4)$; $2,4 = a_1 - 4,4$; $a_1 = 6,8$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; S_{12} = \frac{2 \cdot 6,8 - 0,4 \cdot 11}{2} \cdot 12 = 6 \cdot 9,2 = 55,2.$$

б) $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 250$; $\frac{-70 + 5(n-1)}{2} \cdot n = 250$; $n^2 - 15n - 100 = 0$;

$$D = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100) = 625$$
; $n = \frac{15 \pm 25}{2}$; $n = 20$ или $n = -5$, не подходит по смыслу задачи $a_n = a_{20} = a_1 + d(n-1) = -35 + 5 \cdot 19 = 60$.

в) $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $2525 = \frac{a_1 + 50}{2} \cdot n$; $5050 = (a_1 + 50)n$. В то же время

$$a_n = a_1 + d(n-1); 50 = a_1 + \frac{1}{2}(n-1). \text{ Имеем систему:}$$

$$\begin{cases} 5050 = a_1 n + 50n; \\ 50 = a_1 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} \frac{101-n}{2} \cdot n + 50n = 5050 \\ a_1 = \frac{101-n}{2} \end{cases}$$

$$5050 = \frac{101}{2}n - \frac{n^2}{2} + 50n; \quad n^2 - 201n + 10100 = 0; \quad D = (-201)^2 -$$

$$4 \cdot 1 \cdot 10100 = 1; \quad n = \frac{201 \pm 1}{2}; \quad n_1 = 100 \text{ или } n_2 = 101; \quad n_1 = 100, \quad a_1 = \frac{1}{2}; \quad n_2 = 101,$$

$$a_1 = 0.$$

г) $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $-450 = -\frac{1}{2} - 29\frac{1}{2}n$; $900 = 30n$; $n = 30$. $a_n = a_1 + d(n-1)$;

$$-29\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + d(30-1); \quad -29\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + 29d; \quad -29 = 29d; \quad d = -1.$$

449*.

$$x_{10} = x_1 + 9d; \quad 1 = x_1 + 9d; \quad S_{16} = \frac{2x_1 + 15d}{2} \cdot 16; \quad 4 = (2x_1 + 15d)8. \text{ Получим}$$

систему:

$$\begin{cases} x_1 + 9d = 1, \\ 4x_1 + 30d = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1 - 9d, \\ 4(1 - 9d) + 30d = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1 - 9d, \\ 6d = 3; \end{cases} \begin{cases} x_1 = -\frac{7}{2}, \\ d = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

450.

а) $d=1$; $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; Найдем количество двузначных

чисел: $99=10+n-1$; $n=90$; $S_{90} = \frac{2 \cdot 10 + 1(90-1)}{2} \cdot 90 = 4905$.

б) $d=1$; $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$; Найдем количество двузначных

чисел: $999=100+n-1$; $n=900$; $S_{900} = \frac{2 \cdot 100 + 1(900-1)}{2} \cdot 900 = 494550$.

451.

а) $a_n = 2n$. $2n \leq 200$; $n \leq 100$. $a_1 = 2$; $a_{100} = 2 \cdot 100 = 200$; $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$;

$$S_{100} = \frac{(2 + 200)}{2} \cdot 100 = 10100.$$

б) $a_n = 2n - 1$. $2n - 1 \leq 150$; $2n \leq 151$; $n \leq 75,5$; $n = 75$ $a_1 = 1$; $a_{75} = 2 \cdot 75 - 1 = 149$;

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; S_{75} = \frac{(1 + 149)}{2} \cdot 75 = 5625.$$

в) $a_1 = 102$; $a_{33} = 198 = a_1 + 33(n-1)$; $n = 33$; $a_n = 3n$.

$$S_{33} = \frac{(102 + 198)}{2} \cdot 33 = 4950.$$

452*.

а) Числа, не кратные трем, имеют вид: $b_n = 1 + 3(n-1)$ и $c_n = 2 + 3(n-1)$. Получим:

1) $b_n < 100$; $1 + 3(n-1) < 100$; $3(n-1) < 99$; $n-1 < 33$; $n < 34$, тогда

$$S_n = S_{33} = \frac{2 \cdot 1 + 3(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 + 3 \cdot 32}{2} \cdot 33 = (1 + 3 \cdot 16) \cdot 33 = 49 \cdot 33 = 1617;$$

2) $c_n < 100$; $2 + 3(n-1) < 100$; $3(n-1) < 98$; $n-1 < \frac{98}{3}$; $n < 32 \frac{2}{3} + 1$. Тогда:

$$S_{33} = \frac{2 \cdot 2 + 3(33-1)}{2} \cdot 33 = \frac{4 + 3 \cdot 32}{2} \cdot 33 = (2 + 3 \cdot 16) \cdot 33 = 50 \cdot 33 = 1650;$$

3) $S = 1657 + 1650 = 3267$.

б) Рассмотрим арифметические прогрессии $a_n=51+(n-1)$ и $b_n=55+5(n-1)$, тогда искомая сумма $S=S_{an}-S_{bn}$, найдем S_{an} и S_{bn} :

$$1) a_n=149; 149=51+n-1; n=149-50=99. S_{an}=S_{99}=\frac{149+51}{2} \cdot 99=99 \cdot 100=9900.$$

$$2) b_n=145 \text{ — наибольшее число, кратное 5 и меньшее 150;} \\ 145=55+5(n-1); 145=55+5n-5; 5n=145-50=95; n=19; \\ S_{bn}=S_{19}=\frac{55+145}{2} \cdot 19=100 \cdot 19=1900.$$

$$3) S=S_{an}-S_{bn}=9900-1900=8000.$$

453*.

$$a) a_n=1+(n-1); S_n=\frac{2 \cdot 1+1(n-1)}{2} \cdot n=\frac{n}{2}(n+1); \text{ по условию } 5a_{n+1}=S_n;$$

тогда $5(1+(n-1)+1)=\frac{n}{2}(n+1); 5(n+1)=\frac{n}{2}(n+1);$ т.к. $n+1 \neq 0$; тогда $\frac{n}{2}=5, n=10.$

$$\text{Искомое число } a_{n+1}=a_{11}=1+(11-1)=11.$$

$$б) \text{ По условию } a_{n+1}=S_n; n+1=\frac{n}{2}(n+1); \frac{n}{2}=1; n=2; \text{ аналогично } a_3=3.$$

454*.

$a_1=2; a_2=5; d=a_2-a_1=3; a_n=2+3(n-1)=3n-2.$ При замене четных членов на противоположное число последовательность имеет вид $3; -5; 8; -11; 14; -17; \dots$ При $n=2k$ ее член $x_n=-a_n$, при $n=2k+1$ имеем $x_n=a_n$; следовательно, $x_n=(-1)^{n+1} a_n=(-1)^{n+1}(3n-2)$. Сумма n членов этой последовательности равна $S_n=x_1+x_2+x_3+\dots+x_n=a_1-a_2+a_3-\dots-a_4+\dots+(-1)^{n+1} a_n=(a_1+a_3+\dots)-(a_2+a_4+\dots)$.

$S_{50}=S'-S''$, где S' – сумма нечетных членов, S'' – сумма четных членов.

Последовательность нечетных членов (a_n) : $a_1; a_3; \dots; a_{2k-1}; \dots n \leq 50$, т.е. $2k-1 \leq 50, 2k \leq 51; k \leq 25$. Это — арифметическая прогрессия с разностью $2d$: $a_{2k-1}-a_{2(k-1)-1}=a_1+(2k-1-1)d-a_1-(2(k-1)-2)d=(2k-2)d-(2k-4)d=2d$. $S_1=\frac{2a_1+2d \cdot 24}{2} \cdot 25=(2+24 \cdot 3) \cdot 25=1850.$

Последовательность четных членов (a_n) ; является арифметической прогрессией с разностью $2d$, и с первым членом, равным a_2 ; $2k \leq 50$, т.е. $k \leq 25$. $S_2=\frac{2 \cdot a_2+2d \cdot 24}{2} \cdot 25=(5+3 \cdot 24) \cdot 25=1925.$

$$\text{Итак, искомая сумма } S'_{50}=1850-1925=-75.$$

455.

$$\text{a) } \frac{x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot \dots \cdot x^n}{x \cdot x^3 \cdot x^5 \cdot \dots \cdot x^{2n-1}} = \frac{x^{1+2+\dots+n}}{x^{1+3+\dots+2n-1}}; \quad 1+2+\dots+n = \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{n}{2}(n+1);$$
$$1+3+\dots+(2n-1) = \frac{1+(2n-1)}{2} \cdot n = n^2; \quad x^{\frac{n(n+1)}{2}} = x^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{n}{2}n} = x^{\frac{n-n^2}{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{x^2 \cdot x^4 \cdot x^6 \cdot \dots \cdot x^{2n}}{x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot \dots \cdot x^n} = \frac{x^{2+4+\dots+2n}}{x^{1+2+\dots+n}} = \frac{(x^2)^{1+2+\dots+n}}{x^{1+2+\dots+n}} =$$
$$= \left(\frac{x^2}{x} \right)^{1+2+\dots+n} = x^{1+2+\dots+n} = x^{\frac{n(n+1)}{2}}.$$

456*.

а) $a_1=8,2; a_2=7,4; d=7,4-8,2=-0,8$. Определим номер последнего положительного члена прогрессии: $a_n=a_1+d(n-1)>0; 8,2+(-0,8)(n-1)>0; 8,2-0,8n+0,8>0; 0,8n<9; n<9:0,8; 9:0,8=9 \cdot \frac{5}{4}=11,25; n<11 \frac{1}{4}$, т.е. $n \leq 11$. Итак, последним положительным членом является a_n . Тогда:

$$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = \frac{2 \cdot 8,2 + 10 \cdot 0,2}{2} \cdot 11 = (8,2+1) \cdot 11 = 101,2.$$

б) $a_1=-6,5; a_2=-6; d=-6+6,5=0,5$. Определим номер последнего отрицательного члена последовательности: $a_n=a_1+d(n-1)<0; -6,5+0,5(n-1)<0; -6,5+0,5n-0,5<0; 0,5n<6,5+0,5; 0,5n<7; n<14$. Итак, последним отрицательным членом является a_{13} . Тогда:

$$S_{13} = \frac{2a_1 + 12d}{2} \cdot 13 = \frac{-6,5 \cdot 2 + 12 \cdot 0,5}{2} \cdot 13 =$$
$$= \frac{-13+6}{2} \cdot 13 = -\frac{7}{2} \cdot 13 = -45,5.$$

457*.

$$S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9d) \cdot 5 = 100; 2a_1 + 9d = 20$$

$$S_{30} = \frac{2a_1 + 29d}{2} \cdot 30 = (2a_1 + 29d) \cdot 15 = 900; 2a_1 + 29d = 60. \text{ Получим сис-}$$

тему:

$$\begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ 2a_1 + 29d = 60 \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ 20d = 40 \end{cases} \begin{cases} 2a_1 + 9d = 20 \\ d = 2 \end{cases} \begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$S_{40} = \frac{2a_1 + 39d}{2} \cdot 40 = (2 + 2 \cdot 39) \cdot 20 = 80 \cdot 20 = 1600.$$

458.

$$\text{а) } S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20 = (2a_1 + 19d) \cdot 10 = 1000; \quad 2a_1 + 19d = 100$$

$$S_{40} = \frac{2a_1 + 39d}{2} \cdot 40 = (2a_1 + 39d) \cdot 20 = 10000; \quad 2a_1 + 39d = 500. \quad \text{Получим}$$

систему:

$$\begin{cases} 2a_1 + 19d = 100 \\ 2a_1 + 39d = 500 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2a_1 + 19d = 100 \\ 20d = 400; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 140 \\ d = 20 \end{cases}$$

$$a_{50} = a_1 + 49d = -140 + 49 \cdot 20 = 140 \cdot 6 = 840.$$

$$\text{б) } S_5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = (a_1 + 2d) \cdot 5 = 0,5; \quad a_1 + 2d = 0,1$$

$$S_{15} = \frac{2a_1 + 14d}{2} \cdot 15 = (a_1 + 7d) \cdot 15 = -81; \quad a_1 + 7d = -5,4$$

тогда:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 0,1 \\ a_1 + 7d = -5,4; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + 2d = 0,1 \\ 5d = -5,5 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2,3 \\ d = -1,1 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } a_{50} = a_1 + 49d = 2,3 + 49(-1,1) = -51,6.$$

459.

$$\text{а) } a_n = 2n + 1; \quad a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3;$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{(3 + 2n + 1)n}{2} = \frac{4n + 2n^2}{2} = 2n + n^2.$$

$$\text{б) } a_n = 3 - n; \quad a_1 = 3 - 1 = 2; \quad S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{(2 + 3 - n)}{2} \cdot n = \frac{5n - n^2}{2}.$$

460*.

$S_n = n^2 - 8n$; $a_1 = S_1 = -7$, т.к. $S_n = S_{n-1} + a_n$, то $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - 8n - ((n-1)^2 - 8(n-1)) = n^2 - 8n - (n^2 - 2n + 1 - 8n + 8) = 2n - 8 = -6 + 2(n-1)$. Следовательно (a_n) является арифметической прогрессией. $a_5 = -6 + 2 \cdot 4 = 2$.

461*.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n = a_1 n + \frac{d}{2} (n-1)n = \frac{d}{2} n^2 + n(a_1 - \frac{d}{2}).$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях n ; получим:

$$\text{a) } S_n = -n^2 + 3n = \frac{d}{2} n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n. \quad d = -2; \quad a_1 + 1 = 3, \quad a_1 = 2.$$

б), в), г) не являются арифметическими прогрессиями, так как в их формулах суммы n членов присутствует слагаемое, не зависящее от n .

462.

$$\text{a) } q = \frac{b_3}{b_4} = -\frac{135}{225} = -\frac{3}{5} = -0,6; \quad b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{225 \cdot 3}{-5} = -135;$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{-135 \cdot 3}{-5} = 81; \quad b_6 = b_5 \cdot q = 81 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -48,6.$$

$$\text{б) } q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{54}{36} = 1,5; \quad b_3 = \frac{b_4}{q} = \frac{36}{1,5} = 24; \quad b_2 = \frac{b_3}{q} = \frac{24}{1,5} = 16;$$

$$b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{16}{1,5} = 1\frac{2}{3};$$

463*.

а) $y_n = x_n + 1$; $y_{n+1} = x_{n+1} + 1$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_{n+1} + 1}{x_n + 1} = \frac{x_1 q^n + 1}{x_1 q^{n-1} + 1}$ — зависит от n , следовательно, (y_n) не является геометрической прогрессией.

б) $y_n = 3x_n$; $y_{n+1} = 3x_{n+1}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{3x_{n+1}}{3x_n} = \frac{x_{n+1}}{x_n} = q$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q .

в) $y_n = x_n^2$; $y_{n+1} = x_{n+1}^2$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_{n+1}^2}{x_n^2} = \frac{(x_1 q^n)^2}{(x_1 q^{n-1})^2} = \frac{x_1^2 q^{2n}}{x_1^2 q^{2(n-1)}} = \frac{q^{2n}}{q^{2(n-1)}} = q^2$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем q^2 .

г) $y_n = \frac{1}{x_n}$; $y_{n+1} = \frac{1}{x_{n+1}}$; Найдем знаменатель геометрической прогрессии: $\frac{y_{n+1}}{y_n} = \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{1}{q}$; значит (y_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $\frac{1}{q}$.

464.

Пусть x_1, x_2, x_3 — арифметическая прогрессия, тогда $x_2 = x_1 + d$, $x_3 = x_1 + 2d = x_2 + d$. Пусть x_1, x_2, x_3 — геометрическая прогрессия, тогда $\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2}$, $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$; $(x_1 + d)^2 = x_1(x_1 + 2d)$; $x_1^2 + 2x_1d + d^2 = x_1^2 + 2dx_1$; $d^2 = 0$, $d = 0$, это значит, что $x_1 = x_2 = x_3$ — любые числа, не равные нулю.

465*.

а) Пусть (b_n) — геометрическая прогрессия, тогда $b_n = qb_{n-1}$; $b_{n+1} = qb_n$; тогда $b_n^2 = q^2 b_{n-1}^2 = q^2 b_{n-1} b_{n-1} = qb_{n-1} b_n = b_{n-1} b_{n+1}$.

б) Пусть $b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$, тогда $\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = q$, а это и означает, что (b_n) — геометрическая прогрессия.

466.

а) Найдем знаменатель геометрической последовательности: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$; следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q=2$.

б) Найдем знаменатель геометрической последовательности: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{3^{-n-1}}{3^{-n}} = \frac{1}{3}$, $x_{n+1} = \frac{1}{3} x_n$, следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией со знаменателем $q = \frac{1}{3}$.

в) Найдем знаменатель геометрической последовательности: $\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2}$ — зависит от n , следовательно, (x_n) не геометрическая прогрессия.

467.

$$\text{a) } b_n = b_1 q^{n-1}; b_8 = \frac{243}{256} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{8-1} = \frac{3^5 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 3^7} = \frac{1}{2^1 \cdot 3^2} = \frac{1}{18}.$$

$$\text{б) } b_n = b_1 q^{n-1}; b_5 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot (-\sqrt{6})^{5-1} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6})^4}{\sqrt{3}} = 36 \frac{\sqrt{6}}{3} = 12\sqrt{6}.$$

468.

$$b_5 = 135; b_9 = \frac{5}{3}; b_9 = b_5 q^4; q^4 = \frac{b_9}{b_5} = \frac{5 \cdot 1}{3 \cdot 135} = \frac{1}{81}; q_1 = \frac{1}{3}; q_2 = -\frac{1}{3};$$

$$1) q = \frac{1}{3}; b_6 = 135 \cdot \frac{1}{3} = 45; b_7 = 45 \cdot \frac{1}{3} = 15; b_8 = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5.$$

$$2) q = -\frac{1}{3}; b_6 = 135 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -45; b_7 = -45 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 15; b_8 = 15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -5.$$

469.

$b_n = b_1 q^{n-1}; b_{n+1} = b_1 q^n$. Рассмотрим разность: $b_{n+1} - b_n = b_1 q^{n-1}(q-1) > 0$;

а) $b_1 > 0, q > 1$; следовательно, $b_{n+1} > b_n$.

б) $b_1 > 0, 0 < q < 1$; следовательно, $b_{n+1} < b_n$.

в) $b_1 < 0, q > 1$; следовательно, $b_{n+1} < b_n$.

г) $b_1 < 0, 0 < q < 1$; следовательно, $b_{n+1} > b_n$.

470.

$$\text{а) } a_n = a_1 q^{n-1}; a_2 = a_1 q; a_3 = a_1 q^2; a_5 = a_1 q^4; a_6 = a_1 q^5.$$

$$a_1 q \cdot a_1 q^5 - a_1 q^2 \cdot a_1 q^4 = a_1^2 q^6 - a_1^2 q^6 = 0. \text{ Следовательно, } a_2 a_6 = a_3 a_5.$$

$$\text{б) } a_n = a_1 q^{n-1}; a_{n-3} = a_1 q^{n-4}; a_{n+8} = a_1 q^{n+7}; a_{n+5} = a_1 q^{n+4}.$$

$$a_1 q^{n-4} \cdot a_1 q^{n+7} - a_1 q^{n-1} \cdot a_1 q^{n+4} = a_1^2 q^{2n+3} - a_1^2 q^{2n+3} = 0; \text{ следовательно, } a_{n-3} a_{n+8} = a_{n-1} a_{n+5}$$

$$3) a_{n+8} = a_n a_{n+5}$$

471.

$$b_n = b_1 q^{n-1}; b_m = b_1 q^{m-1}; \text{ Рассмотрим отношение } \frac{b_n}{b_m} = \frac{b_1 q^{n-1}}{b_1 q^{m-1}} = q^{n-1-(m-1)}$$

$$1) = q^{n-m}; \text{ следовательно, } b_n = b_m q^{n-m}.$$

472*.

$$S_n = \frac{x_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad 20 \frac{1}{3} = \frac{x_1 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^5 - 1 \right)}{-1 \frac{1}{3}}; \quad \frac{61}{3} \cdot \left(-\frac{4}{3} \right) = x_1 \left(-\frac{1}{3^5} - 1 \right);$$

$$x_1 = \frac{61 \cdot 4}{9} \cdot \frac{3^5}{1 + 3^5} = \frac{61 \cdot 4 \cdot 3^3}{1 + 3^5} = \frac{244 \cdot 27}{244} = 27, \quad x_n = x_5 = 27 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^4 = \frac{1}{3}.$$

б) $S_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$; Исходя из условия, запишем систему:

$$\begin{cases} 165 = 11 \frac{q^n - 1}{q - 1}, & \begin{cases} 15 = \frac{8q - 1}{q - 1}, \\ q^{n-1} = 8; \end{cases} & \begin{cases} 7q = 14, \\ q^{n-1} = 8; \end{cases} & \begin{cases} q = 2, \\ n = 4. \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{в) } x_1 = \frac{1}{2}; \quad S_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1}{-\frac{3}{2}}; \quad \frac{21}{64} = -\frac{1}{3} \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right);$$

$$-\frac{63}{64} = \frac{(-1)^n}{2^n} - 1; \quad \frac{1}{64} = \frac{(-1)^n}{2^n}; \quad \frac{1}{64} > 0 \Rightarrow n - \text{четно} \Rightarrow (-1)^n = 1$$

$$(-1)^n = 1; \quad \frac{1}{64} = \frac{1}{2^n}; \quad n = 6. \quad x_n = x_6 = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^5 = -\frac{1}{2^6} = -\frac{1}{64}.$$

$$\text{г) } q = \sqrt{3}; \quad S_n = \frac{x_n q^n - x_1}{q - 1} = \frac{18\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - x_1}{\sqrt{3} - 1}; \quad 26\sqrt{3} + 24 = \frac{3 \cdot 18 - x_1}{\sqrt{3} - 1};$$

$$(26\sqrt{3} + 24)(\sqrt{3} - 1) = 3 \cdot 18 - x_1; \quad 26 \cdot 3 + 24\sqrt{3} - 26\sqrt{3} - 24 - 3 \cdot 18 = -x_1;$$

$$x_1 = 2\sqrt{3}; \quad x_n = x_1 q^{n-1}; \quad 18\sqrt{3} = 2\sqrt{3} (\sqrt{3})^{n-1}; \quad 9 = 9^{\frac{n-1}{4}}; \quad n = 5.$$

473*.

$$x_n = S_n - S_{n-1}; \quad x_n = \frac{3}{4} (5^n - 1) - \frac{3}{4} (5^{n-1} - 1) = \frac{3}{4} (5^n - 5^{n-1}) = \frac{3}{4} \cdot 5^{n-1} \cdot 4 = 3 \cdot 5^{n-1}.$$

Следовательно, (x_n) является геометрической прогрессией с $x_1 = 3$ и $q = 5$.

474*.

$$\begin{aligned} S_5 &= b_1 \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{11}{64}; & S_{10} - S_5 &= b_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} - b_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \\ &= \frac{b}{q - 1} (q^{10} - q^5) = q^5 \cdot S_5 = -\frac{11}{2}; & -\frac{11}{2} &= q^5 \cdot \frac{11}{64}; q^5 = -\frac{11}{2} \cdot \frac{64}{11} = -\frac{64}{2} = -32. \\ S_{15} - S_{10} &= \frac{b_1}{q - 1} (q^{15} - 1 - q^{10} + 1) = \frac{b_1}{q - 1} q^{10} (q^5 - 1) = q^{10} \cdot S_5 = (-32)^2 \cdot S_5 = \\ &= 16 \cdot 64 \cdot \frac{11}{64} = 16 \cdot 11 = 176. \end{aligned}$$

475.

$$\begin{aligned} \text{a) } q &= x; S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}; S_5 = \frac{x^5 - 1}{x - 1} \\ \text{б) } q &= -x; S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}; S_7 = \frac{-x^7 - 1}{-x - 1} = \frac{x^7 + 1}{x + 1}. \end{aligned}$$

476.

$$\begin{aligned} \text{a) } q &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2 - \sqrt{2}}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}; & S &= \frac{b_1}{q - 1} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} : \left(1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right) = \\ &= \frac{2}{(2 - \sqrt{2})(\sqrt{2})} = \frac{2}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt{2} + 1; \\ \text{б) } q &= \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}; \end{aligned}$$

$$S = \frac{b_1}{q - 1} = 1 : \left(1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \right) = \frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$$

477.

$$\text{a) } b_1 = 1; b_2 = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}; q = \frac{1}{2}; S = \frac{b_1}{q - 1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 2.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } b_1=1; b_2=-\cos 30^\circ &= -\frac{\sqrt{3}}{2}; q=-\frac{\sqrt{3}}{2}; S=\frac{b_1}{q-1}=\frac{1}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{2+\sqrt{3}}= \\ &= \frac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2(2-\sqrt{3}). \end{aligned}$$

478*.

$q=\frac{2}{3}$, следовательно, геометрическая прогрессия — бесконечно

убывающая, $S=\frac{b_1}{q-1}$.

$$\text{а) } 4,5=\frac{b_1}{1-\frac{2}{3}}; b_1=\frac{1}{3}\cdot 4,5=1,5.$$

$$\text{б) } b_3=\frac{5}{3}; b_3=q^2 b_1; b_1=\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}; S=\frac{\frac{15}{4}}{1-\frac{2}{3}}=3\cdot\frac{15}{4}=11\frac{1}{4}.$$

479.

$$\begin{aligned} b_2=18; S=81; S=\frac{b_1}{1-q}; b_2=b_1 q; b_1=\frac{b_2}{q}; S=\frac{b_2}{q(1-q)}; q(1-q)=\frac{b_2}{S}= \\ =\frac{18}{81}=\frac{2}{9}; q-q^2=\frac{2}{9}; 9q^2-9q+2=0; D=(-9)^2-4\cdot 9\cdot 2=9; \end{aligned}$$

$$q_1=\frac{19+3}{18}=\frac{2}{3}; q_2=\frac{19-3}{18}=\frac{1}{3}.$$

$$1) \text{ При } q=\frac{2}{3}, b_3=b_2 q=18\cdot\frac{2}{3}=12. \quad 2) \text{ При } q=\frac{1}{3}, b_3=b_2 q=18\cdot\frac{1}{3}=6.$$

480.

а) $2,01(06)=2,01+0,01\cdot 0,(06)$; $0,(06)=0,06+0,0006+\dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0,01, |q|<1$; $S=\frac{0,06}{0,99}=\frac{2}{33}$;

$$2,01(06)=2+\frac{1}{100}+\frac{2}{3300}=2\frac{7}{660}.$$

б) $5,25(21)=5,25+0,01 \cdot 0,(21)$; $0,(21)=0,21+0,0021\dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0,01$, $|q|<1$; $S=\frac{0,21}{0,99}=\frac{7}{33}$;

$$5,25(21)=5+\frac{25}{100}+\frac{7}{3300}=5\frac{208}{825}.$$

в) $0,00(1)=0,01 \cdot 0,(1)$; $0,(1)=0,1+0,01+\dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=0,1$, $|q|<1$; $S=\frac{0,1}{0,9}=\frac{1}{9}$; $0,00(1)=\frac{1}{900}$

г) $0,28(30)=0,28+0,01 \cdot 0,(30)$; $0,(30)=0,30+0,0030+\dots$ — геометрическая прогрессия; Найдем ее сумму: $q=\frac{0,0030}{0,30}=0,01$, $|q|<1$;

$$S=\frac{0,30}{0,99}=\frac{10}{33}; 0,28(30)=\frac{28}{100}+\frac{10}{3300}=\frac{924+10}{3300}=\frac{934}{3300}=\frac{467}{1650}.$$

481.

Радиусы кругов — геометрическая прогрессия (R_n) со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ и $R_1=R$; стороны квадратов — геометрическая прогрессия (a_n) со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ и $a_1=R\sqrt{2}$.

а) Длины окружностей $l_n=2\pi R_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}$;

$$S=\frac{2\pi R}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{2\pi R\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=2\pi R(2+\sqrt{2}).$$

б) Площади кругов $S_n=2\pi R_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$; $S=\frac{\pi R^2}{1-\frac{1}{2}}=2\pi R^2$.

в) Периметры квадратов $p_n=4a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $S=\frac{4R\sqrt{2}}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{8R}{\sqrt{2}-1}=8R(1+\sqrt{2})$.

г) Площади квадратов $S_n = a_n^2$, образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$; $S = \frac{2R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 4R^2$

482*.

Длины сторон треугольника являются членами геометрической прогрессии (a_n) со знаменателем $\frac{1}{2} < 1$ и $a_1 = a$. Радиусы окружностей являются членами геометрической прогрессии (r_n) со знаменателем $\frac{1}{2} < 1$ и $r_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

а) Периметры треугольников $p_n = 3a_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$; $S = \frac{3a}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3a}{\frac{1}{2}} = 6a$.

б) Площади треугольников $S_n = \frac{a_n^2 \sqrt{3}}{4}$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{4}$; $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4 \cdot \frac{3}{4}} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{3}$.

в) Длины окружностей $l_n = 2\pi r_n$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{2}$; $S = \frac{2\pi a}{2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2\pi a \sqrt{3}}{3}$.

г) Площади кругов $S_n = \pi r_n^2$ образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \frac{1}{4}$; $S = \frac{\pi a^2}{12 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\pi a^2}{9}$.

483.

а) $D_p = \mathbf{R}$ функция четна, так как симметрична относительно 0 и $p(x) = p(-x)$: $(-x)^4 = x^4$.

б) $D_p = \mathbf{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(-x) = -3(-x)^6 = -3x^6 = p(x)$.

в) $D_p = \mathbf{R}$ функция является четной, т.к. она симметрична относительно 0 и $p(x) = \frac{1}{(-x)^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1} = p(x)$.

484.

а) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -g(x)$.

б) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = -4(-x)^3 = 4x^3 = -(-4x^3) = -g(x)$.

в) Область определения $D_g = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = \frac{12}{(-x)^3} = -\frac{12}{x^3} = -g(x)$.

г) $D_g = \mathbf{R}$ функция является нечетной, так как симметрична относительно 0 и $g(-x) = -x \cdot |-x| = -x \cdot |x| = -g(x)$.

485.

а) $D_f = \mathbf{R}$ — симметрична относительно 0 и $f(x) = 3x^4 - x^2 + 5 = 3(-x)^4 - (-x)^2 + 5 = f(-x)$, значит, $f(x)$ — четная.

б) $D_f = \mathbf{R}$ — симметрична относительно 0 и $f(-x) = (-x)^7 + 2(-x)^3 = -x^7 - 2x^3 = -(x^7 + 2x^3) = -f(x)$, следовательно, $f(x)$ — нечетная.

в) $f(-x) = 5(-x) - 1 = -5x - 1$, значит, не будет ни нечетной, ни четной функцией.

г) $f(-x) = (-x)^2 + (-x) + 1 = x^2 - x + 1 \neq f(x)$ и $\neq -f(x)$, следовательно, $f(x)$ — не является ни четной, ни нечетной.

д) $D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — функция симметрична относительно 0 и $f(-x) = \frac{1}{-x^5 + x} = -\frac{1}{x^5 - x} = -f(x)$, следовательно $f(x)$ — нечетная функция.

е) D_f — симметрична относительно 0 и $f(-x) = (-x-3)^2 + (-x+3)^2 = (x+3)^2 + (x-3)^2 = f(x)$, значит, $f(x)$ — четная функция.

486.

а) $D_g = \mathbf{R}$ — график функции симметричен относительно 0 и $g(-x) = 5(-x)^3 = -5x^3 = -g(x)$, значит, $g(x)$ — нечетная функция.

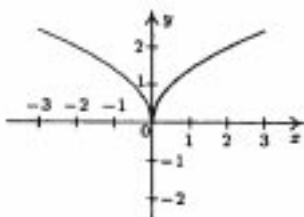
б) $g(-x) = -(-x) + 5 = x + 5 \neq g(x)$ и функция $g(-x) \neq -g(x)$, следовательно $g(x)$ — не является ни четной, ни нечетной функцией.

в) $D_g = (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ — данная функция симметрична относительно 0 и $g(-x) = \frac{8}{(-x)^4 - 1} = \frac{8}{x^4 - 1}$, следовательно, $g(x)$ — четная функция.

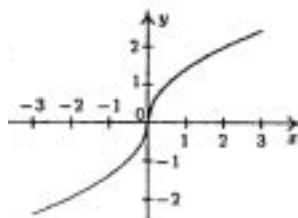
г) $g(-x) = (-x-2)^2 = (x+2)^2 \neq g(x)$ и $g(-x) \neq -g(x)$, следовательно, $g(x)$ — не является ни четной, ни нечетной функцией.

487.

а)



б)

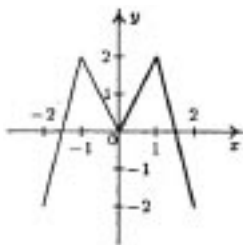


488.

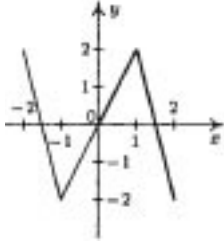
а) Так как график четной функции симметричен относительно оси O_y , то функция на промежутке $(-\infty; 0)$ принимает отрицательные значения.

б) Так как график нечетной функции симметричен относительно начала координат, то функция на промежутке $(-\infty; 0)$ принимает положительные значения.

489.



а) Ноль функции при $x = -1,5; 1,5$;
 Положительные значения функции при $x \in (-1,5; 1,5)$;
 Отрицательные значения функции при $x \in [-2; -1,5) \cup (1,5; 2]$.



б) Функция обращается в ноль при $x = -1,5; 1,5$;
 Отрицательные значения функции при $x \in (-1,5; 0) \cup (1,5; 2]$;
 Положительные значения функция принимает при $x \in [-2; -1,5) \cup (0; 1,5)$.

490.

$$а) \frac{6a^5b^5 \cdot 8a^4b^8}{(2a^2b^3)^4} = \frac{6 \cdot 8(b^5b^8)(a^5a^4)}{2^4a^8b^{12}} = \frac{48a^9b^{13}}{16a^8b^{12}} = 3ab.$$

$$б) \frac{(-3x^2y)^4 \cdot 25x^3y^6}{(15x^5y^4)^2} = \frac{(-3)^4 x^8 y^4 \cdot 25x^3 y^6}{225x^{10} y^8} = 9 \frac{x^{11} y^{10}}{x^{10} y^8} = 9xy^2.$$

491.

$18^5 = (2 \cdot 3^2)^5 = 2^5 \cdot 3^{10} = 2^5 \cdot 3^6 \cdot 3^4$; $12^6 = (2^2 \cdot 3)^6 = 2^{12} \cdot 3^6 = 2^7 \cdot 2^5 \cdot 3^6$; так как $3^4 = 81$ и $2^7 = 128$, $81 < 128$, то $18^5 < 12^6$.

$54^4 = (3^3 \cdot 2)^4 = 3^{12} \cdot 2^4 = 3^{10} \cdot 2^4 \cdot 3^2$, $36^5 = (3^2 \cdot 2^2)^5 = 3^{10} \cdot 2^{10} = 3^{10} \cdot 2^4 \cdot 2^6$; так как $3^2 = 9$ и $2^6 = 64$, $9 < 64$, то $54^4 < 36^5$.

$45^3 = (3^2 \cdot 5)^3 = 3^6 \cdot 5^3$, $6^7 = (3 \cdot 2)^7 = 3^7 \cdot 2^7 = 3^6 \cdot 3 \cdot 2^7$;

так как $5^3 = 125$ и $3 \cdot 2^7 = 384$, $125 < 384$, то $45^3 < 6^7$.

492.

$$а) \begin{cases} 20x + 7y = 5, \\ 15x - 4y = 50; \end{cases} \quad \begin{cases} 20x + 7y = 5, \\ 4y = 15x - 50; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + \frac{7(15x - 50)}{4} = 5, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} 80x + 7(15x - 50) = 20, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80x + 105x - 350 = 20, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} 185x = 370, \\ y = \frac{15x - 50}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = \frac{15 \cdot 2 - 50}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = -5. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 6(x + y) - 10(x - y) = 8, \\ 5(x - y) + 2(x + y) = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+6y-10x+10y=8, \\ 5x-5y+2x+2y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} -4x+16y=8, \\ 7x-3y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y-x=2, \\ 7x-3y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4y-2, \\ 7(4y-2)-3y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=4y-2, \\ 28y-14-3y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=4y-2, \\ 25y=15; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \cdot \frac{3}{5} - 2, \\ y=\frac{3}{5}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2}{5}, \\ y=\frac{3}{5}. \end{cases}$$

493.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{-2x+10}{x^2-10x+25} + \frac{16}{3x-15} + 1 = \frac{-2x+10}{(x-5)^2} + \frac{16}{3(x-5)} + 1 = \\ & = \frac{3(-2x+10) + 16(x-5) + 3(x-5)^2}{3(x-5)^2} = \\ & = \frac{-6x+30+16x-80+3(x^2-10x+25)}{3(x-5)^2} = \frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2}; \end{aligned}$$

Решим уравнение $3x^2-20x+25=0$;

$$D=20^2-4 \cdot 3 \cdot 25=100;$$

$$x_2 = \frac{20 + \sqrt{100}}{6} = 5 \text{ или } x_1 = \frac{20 - \sqrt{100}}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3};$$

$$3x^2-20x+25 = 3\left(x - \frac{5}{3}\right)(x-5) = (3x-5)(x-5) \Rightarrow$$

$$\frac{3x^2-20x+25}{3(x-5)^2} = \frac{(x-5)(3x-5)}{3(x-5)^2} = \frac{3x-5}{3(x-5)}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{3y+18}{y^2+2y+36} + \frac{15y+57}{7y+42} - 2 = \frac{3y+18}{(y+6)^2} + \frac{15y+57}{7(y+6)} - 2 = \\ & = \frac{7(3y+18) + (15y+57)(y+6) - 2 \cdot 7(y+6)^2}{7(y+6)^2} = \\ & = \frac{(y+6)(21+15y+57-14y-84)}{7(y+6)^2} = \frac{y-6}{7(y+6)} = \frac{y-6}{7y+42}. \end{aligned}$$

494.

При $x=3$ $y(3)=3^{36}$ — больше нуля; при $x=0$ $y(0)=0^{36}=0$; $y(-5)=(-5)^{36}$ — больше нуля.

495.

При $x=-9$ $y(-9)=(-9)^{49}$ — меньше нуля; при $x=7$ $y(0)=0^{49}=0$; $y(7)=7^{49}$ — больше нуля.

496.

Функция $f(x)=x^{20}$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0)$.

а) Так как $0 < 3,7 < 4,2$, то $f(3,7) < f(4,2)$.

б) Так как $-6,5 < -5,2 < 0$, то $f(-6,5) > f(-5,2)$.

в) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-7)=f(7)$. $0 < 6 < 7$, следовательно, $f(6) < f(7)=f(-7)$.

г) $f(x)$ — четная функция, значит, $f(-28)=f(28)$. $0 < 28 < 31$, следовательно, $f(-28)=f(28) < f(31)$.

497.

Функция $g(x)=x^{35}$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

а) Так как $8,9 > 7,6$, то $g(8,9) > g(7,6)$.

б) Так как $-4,6 > -5,7$, то $g(-4,6) > g(-5,7)$.

в) Так как $-10 > 7$, то $g(-10) > g(7)$.

г) Так как $-63 < 63$, то $g(-63) < g(63)$.

498.

Функция $u(x)=x^4$ — возрастает на промежутке $(0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0)$.

а) Так как $0 < 1,2 < 1,5$, то $1,2^4 < 1,5^4$.

б) Так как $0 < 0,7 < 0,8$, то $0,7^4 < 0,8^4$.

в) Так как $0 < 0,9 < 1$, то $0,9^4 < 1^4=1$.

г) Так как $-3,4 < -3,2 < 0$, то $(-3,4)^4 > (-3,2)^4$.

д) Функция $u(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$; Так как $0,3 < 0,8 \Rightarrow 0,3^5 < 0,8^5$.

е) Функция $u(x)=x^5$ — возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$;

$$-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^5 < \left(-\frac{1}{4}\right)^5.$$

499.

а) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$; так как $5,7 > 5,4$, то $5,7^3 > 5,4^3$.

б) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$; так как $-4,1 > -4,2$, то $(-4,1)^3 > (-4,2)^3$.

в) Функция $y=x^3$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$; так как $0,8 > (-1,3)$, то $0,8^3 > (-1,3)^3$.

г) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0; +\infty)$; так как $0 < 1,6 < 1,8$, то $1,6^6 < 1,8^6$.

д) Функция $y=x^6$ убывает на промежутке $(-\infty; 0)$; так как $-5,3 < -4,2 < 0$, то $(-5,3)^6 > (-4,2)^6$.

е) Функция $y=x^6$ возрастает на промежутке $(0; +\infty)$; так как $0 < 2,1 < 3,1$, то $2,1^6 < 3,1^6$.

500.

$243=3^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через точку A ;

$243 \neq (-3)^5$, значит, график функции $y=x^5$ не проходит через B ;

$3125=5^5$, значит, график функции $y=x^5$ проходит через C .

501.

$128=2^7$, следовательно, точка A принадлежит графику функции $y=x^7$;

$-128 \neq (-2)^7$, следовательно, точка B принадлежит графику функции $y=x^7$;

$2187 \neq (-3)^7$, следовательно, точка C не принадлежит графику функции $y=x^7$.

502.

а) $y=0,72^5 \approx 0,19$;

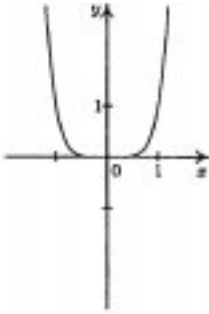
б) $y=2,6^5 \approx 118,81$;

в) $y=(-3,4)^5 \approx -454,35$.

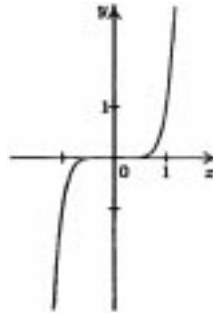
503.

а)

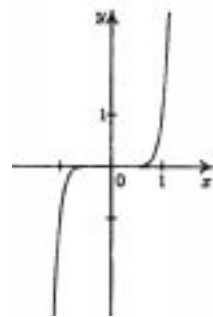
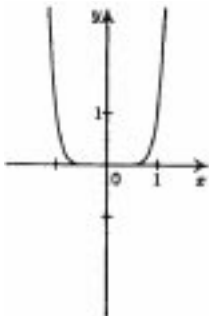
б)



в)



г)



504.

а) 40 — четное число, следовательно, график функции $y=x^{40}$ расположен в I и II четвертях.

б) 123 — нечетное число, следовательно, график функции $y=x^{123}$ расположен в I и III четвертях.

505.

- а) 2 решения;
- б) 1 решение;
- в) нет решений;
- г) 1 решение.

506.

- а) Если $y=5$, то $x_1 \approx -1,5$; $x_2 \approx 1,5$.
- б) Если $y=3,5$, то $x_1 \approx -1,4$; $x_2 \approx 1,4$.
- в) Если $y=8$, то $x_1 \approx -1,7$; $x_2 \approx 1,7$.

507.

- а) $x_1 \approx -1,55$; или $x_2 \approx 1,55$.

б) $x_1 \approx -1,7$ или $x_2 \approx 1,7$.

508.

а) 1) Строим график функции

$y=x^3$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

2) Строим график функции $y=2$ — прямая, параллельная O_x и проходящая через $(0,2)$.

3) Находим точку пересечения.

б) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=4$ — прямая, параллельная O_x и проходящая через $(0,4)$.

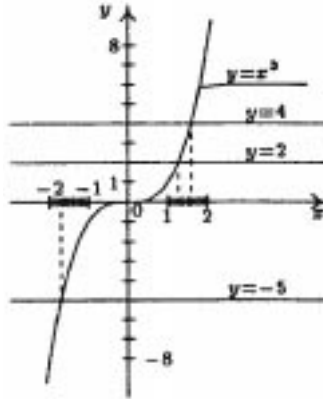
3) Находим точку пересечения.

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=-5$ — прямая, параллельная O_x и проходящая через $(0; 5)$.

3) Находим точку пересечения.

(а) $\approx 1,3$. б) $\approx 1,6$. в) $\approx -1,7$.



509.

Функция $y=x^6$ возрастает на $(0; +\infty)$

$$x=1001 > 2, > 10, > 10^2=100, > 10^3=1000 \Rightarrow y(1001) > 2^6, > 10^6, > 10^{12} = 100^6, > 10^{18}=1000^6.$$

510.

Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$;

Так как $x=-11 < -10, < -3$, то $y(-11) < (-3)^5, < (-10)^5$;

при $x=-10^5$; $y(x)=y(-10^5)=(-10^5)^5=-10^{25} < -10^{21}$.

511.

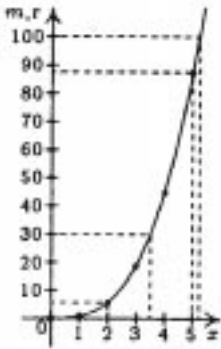
$$f(1)=1^3=1; f(0)=0^3=0; f(2)=2^3=8; f(3)=3^3=27;$$

$$f(1) - f(0) = 1 - 0 = 1;$$

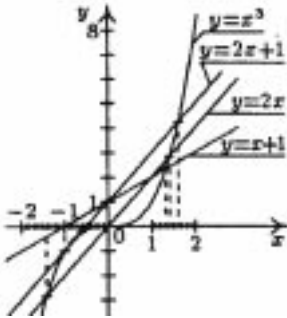
$$f(2) - f(1) = 8 - 1 = 7;$$

$$f(3) - f(2) = 27 - 8 = 19;$$

$$f(1)-f(0)<f(2)-f(1)<f(3)-f(2).$$



если $m=200$, то $x \approx 5,2$.



x	0	2
y	1	3

б) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x$ — прямая. Точки $x_1 \approx 1,6$; $x_2 \approx -0,6$; $x_3 \approx -1,2$ пересечения:

x	0	2
y	0	4

в) 1) Строим график функции $y=x^3$.

2) Строим график функции $y=2x+1$ — прямая.

512.

$m=\rho V$, где ρ — плотность, V — объем. Если x — длина ребра, то $V=x^3$, следовательно, $m=\rho x^3$. Так как при $x=10$ см $m=700$ г, то $700=\rho \cdot 10^3$; $\rho=0,7$ (г/см³). Следовательно, $m=0,7x^3$.

Построим график этой зависимости:

x	0	1	2	3	4	5
m	0	0,7	5,6	18,9	44,8	87,5

По смыслу задачи $x \geq 0$.

Если $x=2$, то $m=5,6$;

если $x=5$, то $m=87,5$;

если $m=30$, то $x \approx 3,5$;

513.

а) 1) Строим график функции $y=x^3$.

x	-2	-1	0	1	2	$x \approx 1,3$
y	-8	-1	0	1	8	

2) Строим график функции $y=x+1$ — прямая.

Точки пересечения: $x_1=0$;
 $x_2 \approx 1,4$;
 $x_3 \approx -1,4$

x	0	2
y	1	5

514.

$$c_n = c_1 q^{n-1}; c_9 = c_1 q^{9-1} = c_1 q^8 \Rightarrow c_1 = \frac{c_9}{q^8} = \frac{81}{(\sqrt{3})^8} = \frac{81}{81} = 1;$$

$$S_n = \frac{c_1(q^n - 1)}{q - 1};$$

$$S_{13} = \frac{\left((\sqrt{3})^{13} - 1\right)}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\left((\sqrt{3})^{13} - 1\right)(\sqrt{3} + 1)}{2} = \frac{3^7 - 1 + (3^6 - 1)\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 1093 + 364\sqrt{3}.$$

515.

1) $y = x^{12} - x^6 \Rightarrow D_y = \mathbf{R}$ — функция симметрична относительно нуля и $y(-x) = (-x)^{12} - (-x)^6 = x^{12} - x^6 = y(x)$ — четная функция.

2) $y = x^9 - x^5 \Rightarrow D_y = \mathbf{R}$ — симметрична относительно нуля и $y(-x) = (-x)^9 - (-x)^5 = (-x)^9 - (-x)^5 = -x^9 + x^5 = -(x^9 - x^5)$ — нечетная функция.

3) $y = x^{10} - x^5$; $y(-x) = (-x)^{10} - (-x)^5 = x^{10} + x^5 \neq y(x) \neq -y(x)$ — ни четная, ни нечетная функция.

4) $y = \frac{x}{x^4 + x^2 + 1} \Rightarrow D_y = \mathbf{R}$ — симметрична относительно нуля и

$$y(-x) = \frac{-x}{(-x)^4 + (-x)^2 + 1} = -\frac{x}{x^4 + x^2 + 1} = -y(x) \text{ — нечетная функ-}$$

ция.

516.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{1-y}{1+y} + \frac{y^2+6y}{y^2-1} &: \frac{6+y}{1+y} = \frac{1-y}{1+y} + \frac{y(y+6)(1+y)}{(y-1)(y+1)(6+y)} = \\ &= \frac{1-y}{1+y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-y^2+2y-1+y+y^2}{y^2-1} = \frac{3y-1}{y^2-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{4x^2 - 49}{2x + 5} \cdot \frac{1}{4x^2 + 14x} - \frac{2x + 7}{4x^2 - 10} = \frac{(2x - 7)(2x + 7)}{(2x + 5) \cdot 2x(2x + 7)} - \\
& - \frac{2x + 7}{2x(2x - 5)} = \frac{(2x - 5)(2x - 7) - (2x + 7)(2x + 5)}{2x(4x^2 - 25)} = \\
& = \frac{4x^2 - 14x - 10x + 35 - 4x^2 - 10x - 14x - 35}{2x(4x^2 - 25)} = \\
& = \frac{-48x}{2x(4x^2 - 25)} = -\frac{24}{4x^2 - 25}.
\end{aligned}$$

517.

$\sqrt{144} = 12$, значит, точка A — принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$.

$\sqrt{169} \neq -13$, значит, точка B — не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$.

$-100 \notin D_y = [0; +\infty)$, значит, точка C — не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$.

518.

а) $\frac{1}{2} \geq 0$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$;

б) $3 \geq 0$ и $3^3 = 27$;

в) Так как $-2 < 0$, то не является арифметическим корнем.

г) $0,1 \geq 0$, но $0,1^5 \neq 0,0001$.

519.

а) $19 \geq 0$ и $19^2 = 361$;

б) $7 \geq 0$ и $7^3 = 343$;

в) $\frac{1}{2} \geq 0$ и $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$;

г) $\frac{2}{3} \geq 0$ и $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{343}$;

д) $1 \geq 0$ и $1^{10} = 1$;

е) $0 \geq 0$ и $0^7 = 0$;

$$\text{ж) } 2 - \sqrt{3} \geq 0 \text{ и } (2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3};$$

$$\text{з) } \sqrt{5} - 2 \geq 0 \text{ и } (\sqrt{5} - 2)^2 = 5 - 4\sqrt{5} + 4 = 9 - 4\sqrt{5}.$$

520.

$$\text{а) } \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2.$$

$$\text{б) } \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$$

$$\text{в) } \sqrt[12]{1} = 1.$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = -\sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } \sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{2^4}} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{е) } \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{ж) } \sqrt[3]{-0,027} = -\sqrt[3]{0,027} = -\sqrt[3]{(0,3)^3} = -0,3.$$

$$\text{з) } \sqrt[4]{0,0625} = \sqrt[4]{(0,5)^4} = 0,5.$$

521.

$$\text{а) } \sqrt[9]{512} = \sqrt[9]{2^9} = 2.$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11^3} = 11.$$

$$\text{в) } \sqrt[8]{0} = 0.$$

$$\text{г) } \sqrt[7]{-128} = -\sqrt[7]{128} = -\sqrt[7]{2^7} = -2.$$

$$\text{д) } \sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \sqrt[4]{\frac{2^4}{5^4}} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{е) } \sqrt[5]{0,00001} = \sqrt[5]{(0,1)^5} = 0,1.$$

$$\text{ж) } \sqrt[4]{7\frac{58}{81}} = \sqrt[4]{\frac{625}{81}} = \frac{5}{3} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{3^4}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

$$\text{з) } \sqrt[5]{7\frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \frac{3}{2}.$$

522.

- а) $\sqrt[3]{5} \approx 1,7$;
 б) $\sqrt[3]{-4} \approx -1,6$;
 в) $\sqrt[3]{-1} = -1$;
 г) $\sqrt[3]{2} \approx 1,25$.

523.

- а) $\sqrt[4]{2} \approx \pm 1,2$;
 б) $\sqrt[4]{5} \approx \pm 1,5$;
 в) $\sqrt[4]{8} \approx \pm 1,7$.

524.

$\sqrt[4]{81} = 3$, следовательно, точка E не принадлежит графику;
 $\sqrt[4]{81} = 3 \neq -3$, следовательно, точка F не принадлежит графику;
 $-16 \notin D_y = [0; +\infty)$, следовательно, точка K не принадлежит графику;
 $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$, следовательно, точка L принадлежит графику.

525.

$\sqrt[3]{8} = 2$, значит, точка A принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{216} = 6$, значит, точка B принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{27} = 3 \neq -3$, значит, точка C не принадлежит графику;
 $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5$, значит, точка D принадлежит графику.

526.

- а) $\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{3,5} < \sqrt[3]{8}$; $1 < \sqrt[3]{3,5} < \sqrt[3]{2^3}$; $1 < \sqrt[3]{3,5} < 2$;
 б) $\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27}$; $\sqrt[3]{2^3} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{3^3} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{20} < 3$;
 в) $\sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{9} < \sqrt[4]{16}$; $1 < \sqrt[4]{9} < \sqrt[4]{2^4} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{9} < 2$;
 г) $\sqrt[4]{16} < \sqrt[4]{52} < \sqrt[4]{81}$; $-\sqrt[4]{2^4} < \sqrt[4]{5^2} < \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 2 < \sqrt[4]{52} < 3$.

527.

- а) $\sqrt[3]{1} \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{8}$; $1 \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow 1 \leq \sqrt[3]{x} \leq 2$
 б) $\sqrt[3]{-1} \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{1}$; $-1 \leq \sqrt[3]{x} \leq 1$.
 в) $\sqrt[3]{-27} \leq \sqrt[3]{x} \leq \sqrt[3]{0}$; $-\sqrt[3]{3^3} \leq x \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 0$.

528.

а) $\sqrt[4]{0} \leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{1} \Rightarrow 0 \leq \sqrt[4]{x} \leq 1.$

б) $\sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{81} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 1 < \sqrt[4]{x} < 3.$

в) $\sqrt[4]{256} \leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{625} \Rightarrow \sqrt[4]{4^4} \leq \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{5^4} \Rightarrow 4 \leq \sqrt[4]{x} \leq 5.$

529.а) $n=3$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;б) $n=7$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;в) $n=4$ — четное \Rightarrow выражение не имеет смысла;г) $n=5$ — нечетное \Rightarrow выражение имеет смысл;д) $n=8$ — четное \Rightarrow выражение не имеет смысла;е) $(-7)^2 > 0 \Rightarrow$ выражение имеет смысл.**530.**

а) $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2.$

б) $\sqrt[7]{-1} = -\sqrt[7]{1} = -1.$

в) $-2 \sqrt[4]{81} = -2 \sqrt[4]{3^4} = -2 \cdot 3 = -6.$

г) $-4 \sqrt[3]{27} = -4 \cdot \sqrt[3]{3^3} = -4 \cdot 3 = -12.$

д) $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - \sqrt[3]{8} = \sqrt[5]{2^5} - \sqrt[3]{2^3} = 2 - 2 = 0.$

е) $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125} = \sqrt[4]{5^4} + \sqrt[3]{5^3} = 5 + 5 = 10.$

ж) $12 - 6 \sqrt[3]{0,125} = 12 - 6 \sqrt[3]{0,5^3} = 12 - 6 \cdot 0,5 = 12 - 3 = 9.$

з) $1 + 10 \sqrt[4]{0,0081} = 1 + 10 \sqrt[4]{0,3^4} = 1 + 10 \cdot 0,3 = 1 + 3 = 4.$

531.

а) $\sqrt[3]{-31} = -\sqrt[3]{31}.$

б) $\sqrt[5]{-17} = -\sqrt[5]{17}.$

в) $\sqrt[11]{-2} = -\sqrt[11]{2}.$

г) $\sqrt[17]{-6} = -\sqrt[17]{6}.$

532.

а) $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -\sqrt[3]{5^3} = -5.$

б) $\sqrt[6]{0} = 0.$

$$\text{в) } -5 \sqrt[4]{16} = -5 \sqrt[4]{2^4} = -5 \cdot 2 = -10.$$

$$\text{г) } -3 \sqrt[3]{-64} = -3 \cdot (-\sqrt[3]{4^3}) = -3 \cdot (-4) = 12.$$

$$\text{д) } \sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{2,25} = -\sqrt[3]{\frac{27}{8}} + 1,5 = -\sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} + \sqrt{(1,5)^2} = -\frac{3}{2} + 1,5 = 0.$$

$$\text{е) } 3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27} = 3\sqrt[4]{2^4} - 4\sqrt[3]{3^3} = 3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 6 - 12 = -6.$$

533.

$$\text{а) } (\sqrt{10})^2 = \left(10^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 10.$$

$$\text{б) } (\sqrt[3]{5})^3 = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 5.$$

$$\text{в) } (-\sqrt[4]{12})^4 = \left(-12^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 12.$$

г)

$$(2\sqrt[5]{-2})^5 = 2^5 \cdot (\sqrt[5]{-2})^5 = 2^5 \cdot (-\sqrt[5]{2})^5 = -32 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^5 = -32 \cdot 2 = -64.$$

$$\text{д) } \sqrt[6]{2^6} = \left(2^6\right)^{\frac{1}{6}} = 2.$$

$$\text{е) } 2\sqrt[4]{(-3)^4} = 2\sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot (3^4)^{\frac{1}{4}} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$\text{ж) } -\sqrt[6]{25^3} = -\sqrt[6]{(5^2)^3} = \sqrt[6]{5^6} = -(5^6)^{\frac{1}{6}} = -5.$$

$$\text{з) } \sqrt[6]{64^2} = \sqrt[6]{(4^3)^2} = \sqrt[6]{4^6} = (4^6)^{\frac{1}{6}} = 4.$$

534.

$$\text{а) } (\sqrt[4]{7})^4 = \left(7^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 7.$$

$$\text{б) } (\sqrt[7]{-3})^7 = (-\sqrt[7]{3})^7 = \left(-3^{\frac{1}{7}}\right)^7 = -3.$$

$$\text{в) } (2\sqrt[4]{3})^4 = 2^4 \cdot (\sqrt[4]{3})^4 = 16 \cdot \left(3^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 16 \cdot 3 = 48.$$

$$\text{г) } (-3\sqrt[3]{2})^3 = (-3)^3 \cdot (\sqrt[3]{2})^3 = -27 \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -27 \cdot 2 = -54.$$

$$\text{д) } \sqrt[5]{7^5} = \left(7^{\frac{1}{5}}\right)^5 = 7.$$

$$\text{е) } 5\sqrt[3]{(-2)^3} = 5 \cdot (-\sqrt[3]{2^3}) = 5 \cdot \left(-\sqrt[3]{2^3}\right) = -5 \left(2^3\right)^{\frac{1}{3}} = -5 \cdot 2 = -10.$$

$$\text{ж) } \sqrt[10]{32^2} = \sqrt[10]{(2^5)^2} = \sqrt[10]{2^{10}} = (2^{10})^{\frac{1}{10}} = 2.$$

$$\text{з) } -\sqrt[6]{27^2} = -\sqrt[6]{(3^3)^2} = -\sqrt[6]{3^6} = -(3^6)^{\frac{1}{6}} = -3.$$

535.

- а) Равенство верно при $a \geq 0$.
 б) Равенство верно при $a \leq 0$.
 в) Равенство верно при любом a .

536.

$$\text{а) } x = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3.$$

$$\text{б) } x = \sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -(3^3)^{\frac{1}{3}} = -3.$$

$$\text{в) } x = \pm\sqrt[4]{16} = \pm\sqrt[4]{2^4} = \pm 2.$$

г) Нет решений, т.к. правая часть — число отрицательное.

$$\text{д) } x = \sqrt[3]{7}.$$

$$\text{е) } x = \sqrt[3]{-7} = -\sqrt[3]{7}.$$

ж) Нет решений, т.к. правая часть — число отрицательное.

$$\text{з) } x = \pm\sqrt[6]{11}.$$

и) $x = \sqrt[8]{0} = 0$.

к) $x^3 = -8$; $x = \sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -\sqrt[3]{2^3} = -2$.

л) $x = \pm \sqrt[8]{1} = \pm 1$.

м) $x^8 = -1$ — нет решений, т.к. правая часть отрицательное число.

537.

а) $16x^4 = 1$; $x^4 = \frac{1}{16}$; $x_1 = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{1}{24}} = \frac{1}{2}$ или

$$x_2 = -\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = -\sqrt[4]{\frac{1}{24}} = -\frac{1}{2}.$$

б) $\frac{1}{8}x^5 = -4$; $x^5 = -32$; $x = \sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -\sqrt[5]{2^5} = -(2^5)^{\frac{1}{5}} = -2$.

в) $-0,01x^3 = -10$; $x^3 = 1000$; $x = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$.

г) $0,02x^6 = 1,28$; $x^6 = 64$; $x_1 = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$ или
 $x_2 = -\sqrt[6]{64} = -\sqrt[6]{2^6} = -2$.

д) $0,3x^9 = 2,4$; $x^9 = 8$; $x = \sqrt[9]{8} = \sqrt[9]{2^3} = \sqrt[3]{2}$.

е) $-\frac{3}{4}x^8 = -12\frac{3}{4}$; $x^8 = \frac{51 \cdot 4}{4 \cdot 3} = 17$; $x_1 = \sqrt[8]{17}$ или $x_2 = -\sqrt[8]{17}$.

538.

а) $x = \sqrt[5]{8}$.

б) $x = \sqrt[7]{-5} = -\sqrt[7]{5}$.

в) $x^4 = 19$; $x_1 = \sqrt[4]{19}$ или $x_2 = -\sqrt[4]{19}$.

г) $x^{10} = -6$ — нет решений, т.к. правая часть — отрицательное число.

д) $0,03x^3 = -0,81$; $x^3 = -27$; $x = \sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -\sqrt[3]{3^3} = -3$.

$$\text{е) } 16x^4=625; \quad x^4 = \frac{625}{16}; \quad x_1 = \sqrt[4]{\frac{625}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}} = \frac{5}{2} \quad \text{или}$$

$$x_2 = -\sqrt[4]{\frac{625}{16}} = -\sqrt[4]{\frac{5^4}{2^4}} = -\frac{5}{2}.$$

539.

а) 1) График функции $y=(x-2)^2$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.

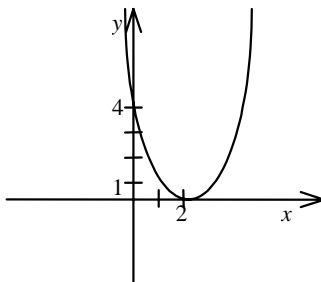
2)

x	-1	0	1	2
-----	----	---	---	---

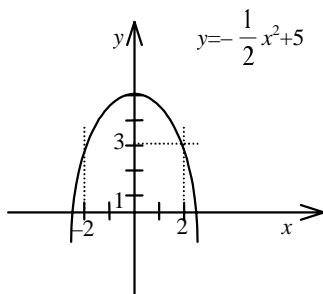
Найдем координаты вершины:

$$3) \quad x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2;$$

$y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$ $(+2; 0)$ — вершина параболы.



y	9	4	+1	0
-----	---	---	----	---



$(0; 5)$ — вершина параболы.

3)	x	2	3	-2	0
	y	3	$\frac{1}{2}$	3	5

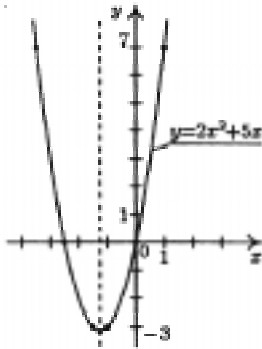
б) 1) График функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ – парабола, у которой ветви направлены вниз.

2) Найдем координаты вершины параболы:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 0;$$

$$y_v = 5;$$

в) 1) График функции $y=2x^2+5x$ – парабола, у которой ветви направлены вверх.



2) Найдем координаты вершины параболы:

$$y_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \cdot 2} = -\frac{5}{4} = -1,25;$$

$$y_д = 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^2 + 5 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \\ = \frac{2 \cdot 25}{16} - \frac{5 \cdot 5}{4} = -\frac{25}{8} = -3\frac{1}{8}.$$

3)

x	0	1	-1	-2,5
y	0	5,5	5,5	0

 — еще три точки строки симметрично табличным относительно прямой $x = -1,25$.

540.

а) Решим уравнение $x^2 + 3x - 10 = 0$;

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49;$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = 2$$

или

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = -5 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5);$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x+5} = \frac{14}{(x-2)(x+5)};$$

$$\frac{x(x+5) - 8(x-2) - 14}{(x-2)(x+5)} = 0; (x-2)(x+5) \neq 0;$$

$$x^2 + 5x - 8x + 16 - 14 = 0; x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1;$$

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = 2 \text{ или } x_2 = \frac{3-1}{2} = 1. \text{ Но } x \neq 2, \text{ значит } x = 1.$$

б) Решим уравнение $2y^2 + 11y - 21 = 0$;

$$D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-21) = 289;$$

$$y_1 = \frac{-11 + \sqrt{289}}{4} = \frac{3}{2} \text{ или } y_2 = \frac{-11 - \sqrt{289}}{4} = -7;$$

$$2y^2 + 11y - 21 = 2\left(y - \frac{3}{2}\right)(y+7) = (2y-3)(y+7);$$

$$\frac{y}{2y-3} + \frac{1}{y+7} + \frac{17}{(2y-3)(y+7)} = 0;$$

$$\frac{y(y+7) + (2y-3) + 17}{(2y-3)(y+7)} = 0; (2y-3)(y+7) \neq 0;$$

$$y^2 + 7y + 2y - 3 + 17 = 0; y^2 + 9y + 14 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 14 = 81 - 56 = 25;$$

$$y_1 = \frac{-9 + \sqrt{25}}{2} = -2 \text{ или } y_2 = \frac{-9 - \sqrt{25}}{2} = -7. \text{ Но } y \neq -7, \text{ значит}$$

$$y = -2.$$

541.

$$\begin{aligned} 1) & \frac{a-5}{a^2-5a+25} - \frac{12a-61}{a^3+5^3} = \frac{a-5}{a^2-5a+25} - \\ & - \frac{12a-61}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \frac{(a-5)(a+5) - (12a-61)}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \\ & = \frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \frac{a^2-12a+36}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \\ & = \frac{a^2-25-12a+61}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \frac{a^2-12a+36}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \\ & = \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} = \frac{(a-6)^2}{a^3+5^3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} : \frac{3a-18}{2a^2-10a+50} = \\ & = \frac{(a-6)^2}{(a+5)(a^2-5a+25)} : \frac{3(a-6)}{2(a^2-5a+25)} = \\ & = \frac{(a-6)^2 \cdot 2(a^2-5a+25)}{(a+5)(a^2-5a+25) \cdot 3(a-6)} = \frac{2(a-6)}{3(a+5)} = \frac{2a-12}{3a+15}. \end{aligned}$$

542.

$$a) \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$b) \sqrt[4]{16 \cdot 0,0001} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{0,0001} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{0,1^4} = 2 \cdot 0,1 = 0,2.$$

$$b) \sqrt[4]{625 \cdot 16} = \sqrt[4]{625} \cdot \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{5^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} = 5 \cdot 2 = 10.$$

$$r) \sqrt[4]{0,0016 \cdot 81} = \sqrt[4]{0,0016} \cdot \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{(0,2)^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 0,2 \cdot 3 = 0,6.$$

$$д) \sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$e) \sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}} = \sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{\sqrt[6]{64}}{\sqrt[6]{729}} = \frac{\sqrt[6]{2^6}}{\sqrt[6]{3^6}} = \frac{2}{3}.$$

$$ж) \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{2}{5}.$$

$$з) \sqrt[5]{-7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{-\frac{243}{32}} = -\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = -\frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = -\frac{3}{2}.$$

543.

a)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9} &= \sqrt[3]{5^6} \cdot \sqrt[3]{2^9} = \sqrt[3]{(5^2)^3} \cdot \sqrt[3]{(2^3)^3} = \left((5^2)^3 \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left((2^3)^3 \right)^{\frac{1}{3}} = \\ &= 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200. \end{aligned}$$

$$б) \sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}} = \frac{\sqrt[4]{(7^2)^4}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{7^2}{3} = \frac{49}{3} = 16 \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} в) \sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}} &= \sqrt[5]{0,2^{10}} \cdot \sqrt[5]{10^{10}} = \sqrt[5]{(0,2^2)^5} \cdot \sqrt[5]{(10^2)^5} = \\ &= \left((0,2^2)^5 \right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left((10^2)^5 \right)^{\frac{1}{5}} = 0,2^2 \cdot 10^2 = 0,04 \cdot 100 = 4. \end{aligned}$$

$$r) \sqrt[3]{\frac{5^6}{2^9}} = \frac{\sqrt[3]{5^6}}{\sqrt[3]{2^9}} = \frac{\sqrt[3]{(5^2)^3}}{\sqrt[3]{(2^3)^3}} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{25}{8} = 3 \frac{1}{8}.$$

$$d) \sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}} = \frac{\sqrt[4]{(3^3)^4}}{\sqrt[4]{(2^2)^4}} = \frac{\left((3^3)^4\right)^{\frac{1}{4}}}{\left((2^2)^4\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{3^3}{2^2} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}.$$

$$e) \sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{13^{10}}} = \frac{5}{\sqrt[5]{(13^2)^5}} = \frac{5}{13^2} = \frac{5}{169}.$$

544.

$$a) \sqrt[3]{0,008 \cdot 5^6} = \sqrt[3]{0,008} \cdot \sqrt[3]{5^6} = \sqrt[3]{(0,2)^3} \cdot \sqrt[3]{(5^2)^3} = 0,2 \cdot 5^2 = 0,2 \cdot 25 = 5.$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{0,125}{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{0,125}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{0,5^3}}{\sqrt[3]{(2^2)^3}} = \frac{0,5}{4} = 0,125.$$

$$b) \sqrt[4]{810000} \cdot \frac{1}{16} = \sqrt[4]{\frac{810000}{16}} = \frac{\sqrt[4]{810000}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{\sqrt[4]{30^4}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{30}{2} = 15.$$

$$r) \sqrt[4]{\frac{2^{16}}{3^8}} = \frac{\sqrt[4]{2^{16}}}{\sqrt[4]{3^8}} = \frac{\sqrt[4]{(2^4)^4}}{\sqrt[4]{(3^2)^4}} = \frac{2^4}{3^2} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}.$$

545.

$$a) \sqrt[3]{24 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$b) \sqrt[5]{48 \cdot 162} = \sqrt[5]{6 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 81} = \sqrt[5]{2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 3^4} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 2^5} = \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{2^5} = 3 \cdot 2 = 6.$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{125}{0,2}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5.$$

$$r) \sqrt[4]{\frac{16}{0,0625}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{0,0625}} = \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{0,5^4}} = \frac{2}{0,5} = 4.$$

546.

$$a) \sqrt[3]{75 \cdot 45} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5^3} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{5^3} = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$6) \sqrt[4]{54 \cdot 24} = \sqrt[4]{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$B) \sqrt[3]{\frac{54}{0,25}} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6.$$

547.

$$a) \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{4 \cdot 4} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2.$$

$$6) \sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{135 \cdot 25} = \sqrt[3]{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3^3} = 5 \cdot 3 = 15.$$

$$B) \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{7^3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^2 \cdot 7^3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^5} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{7^5} = 2 \cdot 7 = 14.$$

$$\Gamma) \sqrt[6]{5^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^{12} \cdot 5^2} = \sqrt[6]{5^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5^2} = \sqrt[6]{5^{12} \cdot 2^{12}} = \sqrt[6]{5^{12}} \cdot \sqrt[6]{2^{12}} = \sqrt[6]{(5^2)^6} \cdot \sqrt[6]{(2^2)^6} = 5^2 \cdot 2^2 = 25 \cdot 4 = 100.$$

$$D) \sqrt[3]{8 - \sqrt{37}} \cdot \sqrt[3]{8 + \sqrt{37}} = \sqrt[3]{(8 - \sqrt{37})(8 + \sqrt{37})} = \sqrt[3]{8^2 - (\sqrt{37})^2} = \sqrt[3]{64 - 37} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

$$e) \sqrt[3]{\sqrt{17} + 3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{17} - 3} = \sqrt[3]{(\sqrt{17} + 3)(\sqrt{17} - 3)} = \sqrt[3]{17 - 9} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2.$$

548.

$$a) \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

$$6) \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}} = \sqrt[5]{\frac{3}{96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}.$$

$$B) \frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}} = \sqrt[7]{\frac{256}{2}} = \sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{2^7} = 2.$$

$$\Gamma) \frac{\sqrt[4]{2500}}{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{\frac{2500}{4}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5.$$

549.

a) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10.$

б) $\sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27} = \sqrt[4]{32 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 27} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^3} =$
 $= \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = \sqrt[4]{(2^2)^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12.$

в) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2.$

г) $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}} = \sqrt[4]{\frac{3}{48}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2^4}} = \frac{1}{2}.$

550.

a) $\sqrt{25a^2} = \sqrt{5^2 \cdot a^2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot a = 5a.$

б) $\sqrt[3]{8b^3} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{b^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} = 2b.$

в) $\sqrt[4]{81c^4} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{c^4} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{c^4} = 3c.$

г) $\sqrt[5]{32x^{10}} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{x^{10}} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{(x^2)^5} = 2x^2.$

551.

a) $\sqrt{9x} = 3\sqrt{x}.$

б) $\sqrt{12b} = \sqrt{4 \cdot 3b} = 2\sqrt{3b}.$

в) $\sqrt{25b^3} = \sqrt{5^2 \cdot b^3} = 5b\sqrt{b}.$

г) $\sqrt[3]{24c^6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3(c^2)^3} = \sqrt[3]{(2c^2)^3} \cdot 3 = 2c^2\sqrt[3]{3}.$

д) $\sqrt[3]{250c^{10}} = \sqrt[3]{2 \cdot 5^3 \cdot c^{10}} = \sqrt[3]{(5 \cdot c^3)^3} \cdot 2c = 5c^3\sqrt[3]{2c}.$

е) $\sqrt[4]{162b^6} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2b^4 \cdot b^2} = \sqrt[4]{(3b)^4 \cdot 2b^2} = \sqrt[4]{(3b)^4} \cdot \sqrt[4]{2b^2} = 3b\sqrt[4]{2b^2}.$

552.

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}.$

б) $5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{375}.$

в) $2\sqrt[5]{\frac{1}{8}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{8}} = \sqrt[5]{\frac{32}{8}} = \sqrt[5]{4}.$

- г) $a^4\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5a^4}$, так как $a > 0$
 д) $b^6\sqrt[6]{2} = -\sqrt[6]{b^6} \cdot \sqrt[6]{2} = -\sqrt[6]{2b^6}$, так как $b < 0$
 е) $c^{10}\sqrt[10]{3c^2} = \sqrt[10]{c^{10}} \cdot \sqrt[10]{3c^2} = \sqrt[10]{3c^{10} \cdot c^2} = \sqrt[10]{3c^{12}}$.

553.

- а) $\sqrt[4]{16c} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{c} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{c} = 2\sqrt[4]{c}$.
 б) $\sqrt[3]{27y} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{y} = 3\sqrt[3]{y}$.
 в) $\sqrt{50x^3} = \sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot x^2 \cdot x} = \sqrt{(5x)^2 \cdot 2x} = \sqrt{(5x)^2} \cdot \sqrt{2x} = 5x\sqrt{2x}$.
 г) $\sqrt[4]{5a^6} = \sqrt[4]{5a^4 \cdot a^2} = \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{5a^2} = -a \cdot \sqrt[4]{5a^2}$.

554.

- а) $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$.
 б) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$.
 в) $3\sqrt[4]{\frac{1}{9}} = \sqrt[4]{\frac{3^4}{9}} = \sqrt[4]{\frac{81}{9}} = \sqrt[4]{9}$.
 г) $a\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2a^3}$.

555.

- а) $\sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$. д) $\sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.
 б) $\sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}$. е) $\sqrt[4]{\frac{5}{b^4}} = \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{b^4}} = -\frac{\sqrt[4]{5}}{b}$.
 в) $\sqrt[3]{1\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}}$. ж) $\sqrt{\frac{a^9}{6}} = \frac{\sqrt{(a^3)^3}}{\sqrt[3]{6}} = \frac{a^3}{\sqrt[3]{6}}$.
 г) $\sqrt[4]{5\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{\frac{16}{3}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$. з) $\sqrt[4]{\frac{7}{b^{12}}} = \frac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt{(b^3)^4}} = \frac{\sqrt[4]{7}}{b^3}$.

556.

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3}{5}\sqrt{5}.$$

$$\text{б) } \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{2}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}.$$

$$\text{в) } \frac{3}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3]{\frac{3^4}{3}} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[4]{27}.$$

$$\text{г) } \frac{7}{\sqrt[3]{49}} = \frac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{49}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{7^2}} = \sqrt[3]{7}.$$

$$\text{д) } \frac{18}{\sqrt[4]{216}} = \frac{\sqrt[4]{18^4}}{\sqrt[4]{216}} = \sqrt[4]{\frac{18^4}{216}} = \sqrt[4]{486} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 6} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{6} = 3\sqrt[4]{6}.$$

557.

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5}\sqrt{5};$$

$$\text{б) } \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{12}}{12} = \frac{1}{6}\sqrt{12};$$

$$\text{в) } \frac{12}{\sqrt[3]{9}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{12 \cdot \sqrt[3]{3}}{3} = 4\sqrt[3]{3};$$

$$\text{г) } \frac{15}{\sqrt[3]{5}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{15\sqrt[3]{25}}{5} = 3\sqrt[3]{25};$$

$$\text{д) } \frac{6}{\sqrt[4]{7}} = \frac{6 \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[4]{343}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{6\sqrt[4]{343}}{7} = \frac{6}{7}\sqrt[4]{343};$$

$$\text{е) } \frac{4}{\sqrt[4]{32}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[4]{8}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{4 \cdot \sqrt[4]{8}}{4} = \sqrt[4]{8}.$$

558.

$$a) \sqrt{\sqrt[3]{6}} = \left(6^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{6}.$$

$$б) \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}.$$

$$в) \sqrt[4]{\sqrt[3]{3}} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3}.$$

$$г) \sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^3}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}.$$

$$д) \sqrt[3]{m\sqrt[3]{m^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{m^3} \cdot \sqrt[3]{m^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{m^5}} = \sqrt[9]{m^5}.$$

$$е) \sqrt{p\sqrt[4]{p^3}} = \sqrt{\sqrt[4]{p^4} \cdot \sqrt[4]{p^3}} = \sqrt{\sqrt[4]{p^7}} = \sqrt[8]{p^7}.$$

$$ж) \sqrt[6]{7^4} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{7^{2 \cdot 2}}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}.$$

$$з) \sqrt[16]{4^2} = \sqrt[8]{\sqrt[2]{4^2}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[2]{2^2} = \sqrt{2}.$$

$$и) \sqrt[9]{a^6} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{3 \cdot 2}}} = \sqrt[3]{a^2}.$$

559.

$$a) \sqrt[3]{\sqrt{3}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{3}.$$

$$б) \sqrt[4]{\sqrt{4}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[2]{\sqrt{2^2}} = \sqrt{2}.$$

$$в) \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[9]{a^4}.$$

$$г) \sqrt[4]{m\sqrt[3]{m}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{m^3} \cdot \sqrt[3]{m}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{m^4}} = \sqrt[12]{m^4} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{m^4}} = \sqrt[3]{m}.$$

$$д) \sqrt[10]{8^{15}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{8^{3 \cdot 5}}} = \sqrt[2]{8^3} = \sqrt{512} = \sqrt{2 \cdot 256} = 16\sqrt{2}.$$

$$е) \sqrt[4]{4\sqrt[3]{4}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{4}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^4}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4^4}} = \sqrt[4]{4}.$$

560.

а) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{36^2} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$;

б) $\sqrt[4]{4096} = \sqrt[4]{64^2} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$;

в) $\sqrt[4]{6561} = \sqrt[4]{81^2} = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

561.

а) Так как $8 < 9$, следовательно, $\sqrt[4]{8} < \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}$.

б) Так как $49 > 48$, следовательно, $\sqrt[6]{49} = \sqrt[3]{7} > \sqrt[6]{48}$.

в) Так как $1,44 > 1,331$, следовательно,
 $\sqrt[6]{1,44} = \sqrt[3]{1,2} > \sqrt[6]{1,331} = \sqrt{1,1}$.

г) Так как $512 > 256$, следовательно,
 $\sqrt[12]{512} = \sqrt[4]{2^3} > \sqrt[12]{256} = \sqrt[3]{2^2}$.

д) Так как $250 > 225$, следовательно,
 $\sqrt[6]{250} = \sqrt{5^2 \sqrt{2}} > \sqrt[6]{225} = \sqrt[3]{15}$.

562.

а) Так как $36 < 125$, то $\sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{6} < \sqrt[6]{125} = \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt[3]{6} - \sqrt{5} < 0$.

б) Так как $125 < 256$, то $\sqrt[12]{125} = \sqrt[4]{5} < \sqrt[12]{256} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow \sqrt[4]{5} - \sqrt[3]{4} < 0$.

в) Так как $256 > 243$, то $\sqrt[20]{256} = \sqrt[5]{4} > \sqrt[20]{243} = \sqrt[4]{3} \Rightarrow \sqrt[5]{4} - \sqrt[4]{3} > 0$.

г) Так как $243 > 64$, то $\sqrt[30]{243} = \sqrt[6]{3} > \sqrt[30]{64} = \sqrt[5]{2} \Rightarrow \sqrt[6]{3} - \sqrt[5]{2} > 0$.

563.

а)
$$\frac{9 - 4\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}} + \frac{9 + 4\sqrt{5}}{9 - 4\sqrt{5}} = \frac{(9 - 4\sqrt{5})^2 + (9 + 4\sqrt{5})^2}{(9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5})} =$$
$$= \frac{81 - 72\sqrt{5} + 80 + 81 + 72\sqrt{5} + 80}{(9 - 4\sqrt{5})(9 + 4\sqrt{5})} = \frac{322}{81 - 80} = \frac{322}{1} = 322$$
 — рациональное число.

$$\begin{aligned}
 & 6) \frac{5+2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{2}} + \frac{5-2\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}} = \frac{(5+2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2}) + (5-2\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})}{(5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})} = \\
 & = \frac{25+20\sqrt{2}+8+25-20\sqrt{2}+8}{25-8} = \frac{66}{17} \text{ — рациональное число.}
 \end{aligned}$$

564.

$$\text{a) } (3+2\sqrt{6})^2 + (3-2\sqrt{6})^2 = 9+12\sqrt{6}+24+9-12\sqrt{6}+24 = 66.$$

$$\begin{aligned}
 & 6) \left(\sqrt{7+2\sqrt{10}} + \sqrt{7-2\sqrt{10}} \right)^2 = 7+2\sqrt{10} + \\
 & + 2\sqrt{(7+2\sqrt{10})\sqrt{(7-2\sqrt{10})}} + 7-2\sqrt{10} = \\
 & = 7+2\sqrt{10}+2\sqrt{49-40}+7-2\sqrt{10} = 14+2\sqrt{9} = 14+6 = 20.
 \end{aligned}$$

565.

$$\text{a) } \sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(4+2\sqrt{2})(4-2\sqrt{2})} = \sqrt[3]{16-8} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\begin{aligned}
 & 6) \sqrt{4+\sqrt{7}} \sqrt[4]{23-8\sqrt{7}} = \sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^2(23-8\sqrt{7})} = \\
 & = \sqrt[4]{(23+8\sqrt{7})(23-8\sqrt{7})} = \sqrt[4]{23^2-64 \cdot 7} = \sqrt[4]{81} = 3.
 \end{aligned}$$

566.

$$\text{a) 1) } \frac{1}{a^2-b^2} : \frac{a+b}{(b-a)^2} = \frac{(b-a)^2}{(a-b)(a+b)(a+b)} = \frac{a-b}{(a+b)^2};$$

$$\begin{aligned}
 & 2) \frac{a-b}{a^2-ab} - \frac{a-b}{(a+b)^2} = \frac{a-b}{a(a-b)} - \frac{a-b}{(a+b)^2} = \\
 & = \frac{(a-b)(a+b)^2 - a(a-b)^2}{a(a-b)(a+b)^2} = \frac{(a-b)((a+b)^2 - a(a-b))}{a(a-b)(a+b)^2} = \\
 & = \frac{(a+b)^2 - a(a-b)}{a(a+b)^2} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+ab}{a(a+b)^2} = \frac{3ab+b^2}{a(a+b)^2} = \frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2};
 \end{aligned}$$

$$\text{3) } \frac{b(3a+b)}{a(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)^2}{b^2} = \frac{3a+b}{ab}.$$

$$\text{6) 1) } \frac{1}{2y+1} - \frac{3}{8y^3+1} + \frac{3}{4y^2-2y+1} = \frac{1}{2y+1} -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} + \frac{3}{4y^2-2y+1} = \frac{4y^2-2y+1-3+3(2y+1)}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \\
& = \frac{4y^2-2y+1-3+6y+3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \frac{4y^2+4y+1}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \\
& = \frac{(2y+1)^2}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} = \frac{2y+1}{4y^2-2y+1} = \frac{2y+1}{(2y-1)^2}. \\
& 2) \ 2y - \frac{4y-1}{2y+1} = \frac{2y(2y+1)-(4y-1)}{2y+1} = \\
& = \frac{4y^2+2y-4y+1}{2y+1} = \frac{4y^2-2y+1}{2y+1} = \frac{(2y-1)^2}{2y+1}; \\
& 3) \ \frac{(2y+1)(2y-1)^2}{(2y-1)^2(2y+1)} = 1.
\end{aligned}$$

567.

$$a) \ c_n = c_1 q^{n-1}; \ c_5 = 3\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^4} = \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

$$\begin{aligned}
& б) \ c_5 = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^3 = \\
& = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(3 - 2\sqrt{6} + 2) = 3\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \\
& = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

$$в) \ c_5 = 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt[4]{3})^4 = 2\sqrt{3} \cdot 3 = 6\sqrt{3}.$$

$$г) \ c_5 = \sqrt{2} \cdot (\sqrt[6]{6})^4 = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4} = 2\sqrt[6]{2 \cdot 81} = 2\sqrt[6]{162}.$$

568.

$$a) \ x^4 = 36; \ x = \pm\sqrt[4]{36} = \pm\sqrt[2]{\sqrt{36}} = \pm\sqrt{6}.$$

$$б) \ x^5 = 1024; \ x = \sqrt[5]{1024}; \ x = \sqrt[5]{4^5} = 4.$$

$$в) \ x^3 = \sqrt{2}; \ x = \sqrt[3]{\sqrt{2}}; \ x = \sqrt[6]{2}.$$

569.

$$a) \ a^4 + 1 - a^3 - a \geq 0; \ a^3(a-1) - (a-1) \geq 0; \ (a-1)(a^3-1) \geq 0;$$

$$(a-1)(a-1)(a^2-a+1) \geq 0; \ (a-1)^2 \left(\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right) \geq 0.$$

$$6) \quad a^3(a-2)-8(a-2)\geq 0; \quad (a-2)(a^3-8)\geq 0; \quad (a-2)(a-2)(a^2+2a+4)\geq 0; \\ (a-2)^2((a+1)^2+3)\geq 0.$$

570.

$$a) \quad 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64};$$

$$6) \quad x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3};$$

$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3};$$

$$y^{-\frac{5}{4}} = y^{\frac{-5}{4}} = \sqrt[4]{y^{-5}} = \sqrt[4]{\frac{1}{y^5}}$$

$$5^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{5^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{1}{\sqrt[4]{125}} = \sqrt[4]{\frac{1}{125}};$$

$$a^{1,2} = a^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{a^6};$$

$$0,2^{0,5} = 0,2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,2};$$

$$b^{-0,8} = b^{-\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{b^{-4}} = \sqrt[5]{\frac{1}{b^4}};$$

$$7^{-0,25} = 7^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{7^{-1}}} = \sqrt[4]{\frac{1}{7}}.$$

$$m^{\frac{2\frac{2}{3}}{3}} = m^{\frac{8}{9}} = \sqrt[9]{m^8}.$$

$$B) \quad (2a)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2a};$$

$$r) \quad (x-y)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(x-y)^2};$$

$$2a^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{a};$$

$$x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2};$$

$$ax^{\frac{3}{5}} = a\sqrt[5]{x^3};$$

$$3(a+b)^{\frac{3}{4}} = 3\sqrt[4]{(a+b)^3};$$

$$xy^{-\frac{5}{2}} = x\sqrt{y^{-5}} = x\sqrt{\frac{1}{y^5}};$$

$$4a^{-\frac{2}{3}} + ax^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{a^{-2}} + a\sqrt[3]{x^2}.$$

$$-b^{-1,5} = -b^{-\frac{3}{2}} = -\sqrt{b^{-3}} = -\sqrt{\frac{1}{b^3}}.$$

571.

$$a) \quad 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7};$$

$$12^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{12^3};$$

$$29^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{29};$$

$$37^{-\frac{1}{4}} = 37^{\frac{-1}{4}} = \sqrt[4]{37^{-1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{37}}.$$

$$\text{б) } 3,8^{0,6} = 3,8^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{3,8^3};$$

$$8,5^{-0,5} = 8,5^{\frac{-1}{2}} = \sqrt{8,5^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{8,5}};$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{9}.$$

$$\text{в) } 5a^{\frac{1}{3}} = 5\sqrt[3]{a};$$

$$(2b)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{2b};$$

$$-c^{\frac{3}{4}} = -\sqrt[4]{c^3}.$$

$$\text{г) } xy^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{y};$$

$$(x+y)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(x+y)^3};$$

$$x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

572.

$$\text{а) } \sqrt{1,3} = 1,3^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{е) } \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{2}{5}}.$$

$$\text{б) } \sqrt{7^{-1}} = (7^{-1})^{\frac{1}{2}} = 7^{-\frac{1}{2}}.$$

$$\text{ж) } \frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}} = \frac{1}{a^{-\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{2,5^2} = (2,5^2)^{\frac{1}{3}} = 2,5^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{з) } \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} = x^{-\frac{3}{4}}.$$

$$r) \sqrt[4]{33^3} = (33^3)^{\frac{1}{4}} = 33^{\frac{3}{4}}. \quad \text{и) } \sqrt[5]{4ab^2} = (4ab^2)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{5}} a^{\frac{1}{5}} b^{\frac{2}{5}}.$$

$$д) \sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad \text{к) } \sqrt[3]{a^2 - b^2} = (a^2 - b^2)^{\frac{1}{3}}.$$

573.

$$a) \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}; \sqrt[3]{17^2} = 17^{\frac{2}{3}}; \sqrt[5]{3^6} = 3^{\frac{6}{5}};$$

$$\sqrt[8]{7^{-5}} = 7^{-\frac{5}{8}}; \sqrt[9]{0,12^2} = (0,12^2)^{\frac{1}{9}} = 0,12^{\frac{2}{9}}.$$

$$б) \sqrt[7]{a^4} = a^{\frac{4}{7}}; \sqrt[8]{a^9} = a^{\frac{9}{8}}; \sqrt[12]{b^{-5}} = b^{-\frac{5}{12}};$$

$$\sqrt[11]{5c^2} = (5c^2)^{\frac{1}{11}} = 5^{\frac{1}{11}} c^{\frac{2}{11}}; \sqrt[3]{a-b} = (a-b)^{\frac{1}{3}}.$$

574.

$$a) 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7.$$

$$б) 1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10.$$

$$в) 4^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{4^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}.$$

$$г) 8^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = \frac{1}{2}.$$

$$д) 9^{\frac{2}{2}} = 9^{\frac{5}{2}} = \sqrt{9^5} = 243.$$

$$е) 0,16^{-\frac{1}{2}} = 0,16^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{0,16^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^3} = \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}.$$

$$\text{ж) } 0,008^{-\frac{1}{3}} = 0,008^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{0,008^{-4}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{1000}\right)^{-4}} =$$

$$= \sqrt[3]{125^4} = \sqrt[3]{5^7} = 5^4 = 625.$$

$$3) \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\left(3\frac{3}{8}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\left(\frac{3}{2}\right)^3\right)^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}.$$

575.

$$a) 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

$$б) 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$$

$$в) 25^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{25^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{5}.$$

$$г) 32^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32^{-1}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}.$$

$$д) 0,16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{0,16^3} = 0,064.$$

$$е) 0,64^{-1,5} = 0,64^{\frac{-3}{2}} = \sqrt{0,64^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{0,64^3}} = \frac{1}{(0,8)^3} =$$

$$= \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} = 1\frac{61}{64}.$$

$$ж) 0,001^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{0,001^{-2}} = \sqrt[3]{1000000} = 100.$$

$$з) 0,008^{\frac{1}{3}} = 0,008^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{0,008^4} = \sqrt[3]{((0,2)^3)^4} = 0,2^4 = 0,0016.$$

577.

$$a) 5^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{5^4} \text{ — имеет;}$$

$$б) (-16)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-16)^2} \text{ — не имеет.}$$

$$в) 23^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt{23^3}} \text{ — имеет;}$$

$$г) 0^{\frac{3}{4}} \text{ — имеет;}$$

$$д) 0^{-\frac{4}{5}} \text{ — не имеет;}$$

е) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$ — не имеет.

578.

а) $x \geq 0$;

б) $y-1 \geq 0, y \geq 1$;

в) $a+2 \geq 0, a \geq -2$;

г) $b > 0$;

д) $c-5 \geq 0, c \geq 5$.

579.

а) Так как $0 < x \leq 81$, то $\sqrt[4]{0} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{81} \Rightarrow 0 < x^{\frac{1}{4}} \leq 3$;

$$\sqrt[4]{0^3} < \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{81^3} \Rightarrow 0 < x^{\frac{3}{4}} \leq 27.$$

б) Так как $1 \leq x \leq 16$, то $\sqrt[4]{1} < \sqrt[4]{x} \leq \sqrt[4]{16} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{1}{4}} \leq 2$;

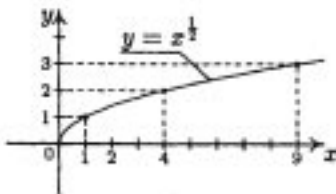
$$\sqrt[4]{1^3} \leq \sqrt[4]{x^3} \leq \sqrt[4]{16^3} \Rightarrow 1 \leq x^{\frac{3}{4}} \leq 8.$$

в) Так как $\frac{1}{625} \leq x < 1$, то $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} \leq \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{1} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq x^{\frac{1}{4}} < 1$;

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{625}\right)^3} \leq \sqrt[4]{x^3} < \sqrt[4]{1^3} \Rightarrow \frac{1}{125} \leq x^{\frac{3}{4}} < 1.$$

г) Так как $0,0001 < x < 10000$, то $\sqrt[4]{0,0001} < \sqrt[4]{x} < \sqrt[4]{10000} \Rightarrow$
 $0,1 < x^{\frac{1}{4}} < 10$; $\sqrt[4]{0,0001^3} < x^{\frac{3}{4}} < \sqrt[4]{10000^3} \Rightarrow 0,001 < x^{\frac{3}{4}} < 1000$.

580.



581.

а) Так как $2 < 3$ и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{2}}$.

б) Так как $0,3 < 0,5$ и функция $y = x^{\frac{1}{2}}$ возрастает, то $0,3^{\frac{1}{2}} < 0,5^{\frac{1}{2}}$.

в) $5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{125} > \sqrt[6]{25} = 5^{\frac{1}{3}}$.

г) $7^{\frac{2}{6}} = 7^{\frac{1}{3}}$.

582.

а) $\frac{x^{-12}(x^2)^4}{x^3x^{-9}} = \frac{x^{-12}x^8}{x^3x^{-9}} = \frac{x^{-4}}{x^{-6}} = \frac{x^6}{x^4} = \frac{1}{x^{-2}} = x^2$.

б) $\frac{x^5(x^{-4})^{-1}}{x^6x} = \frac{x^5x^4}{x^6x} = \frac{x^9}{x^7} = x^2$.

в) $\frac{x(x^{-2})^8}{(x^6)^{-3}} = \frac{xx^{-16}}{x^{-18}} = \frac{x^{-15}}{x^{-18}} = \frac{1}{x^{-3}} = x^3$.

г) $\frac{(x^4)(x^{-3})^4}{(x^{-2})^3} = \frac{x^{20} \cdot x^{-12}}{x^{-6}} = \frac{x^8}{x^{-6}} = x^8 \cdot x^6 = x^{14}$.

583.

а) $\frac{2^{-5} \cdot 8^2}{16^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot (2^3)^2}{(2^4)^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot 2^6}{2^{-4}} = \frac{2}{2^{-4}} = 2 \cdot 2^4 = 2^5 = 32$.

б) $\frac{3^{19} \cdot 27^{-5}}{9^3} = \frac{3^{19} \cdot (3^3)^{-5}}{(3^2)^3} = \frac{3^{19} \cdot 3^{-15}}{3^6} = \frac{3^4}{3^6} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

в) $\frac{5^4 \cdot 49^{-3}}{7^{-7} \cdot 25^3} = \frac{5^4 \cdot (7^2)^{-3}}{7^{-7} (5^2)^3} = \frac{5^4}{5^6} \cdot \frac{7^{-6}}{7^{-7}} = \frac{1}{5^2} \cdot 7 = \frac{7}{25}$.

г) $\frac{81^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 27^{17}} = \frac{(3^4)^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot (3^3)^{17}} = \frac{3^{48}}{3^{51}} \cdot \frac{10^{-7}}{10^{-5}} = \frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{1}{2700}$.

584.

Пусть длина одного катета равна x дм, тогда длина другого катета равна $(x-1)$ дм. $S = \frac{1}{2} x(x-1) = 10$;

$x(x-1) = 20$; $x^2 - x - 20 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot (-20) = 81$; $x = \frac{1 + \sqrt{81}}{2} = 5$ или

$x = \frac{1-9}{2} = -4 < 0$ (не подходит по смыслу). Если $x=5$, то $x-1=5-1=4$ (дм).

2) По теореме Пифагора $5^2+4^2=25+16=41$. Следовательно, гипотенуза равна $\sqrt{41} \approx 6,4$ (дм).

Ответ: длина гипотенузы 6,4 дм.

585.

Пусть длина одной диагонали ромба x см, тогда длина другой равна $(x+2)$ см. $S = \frac{1}{2}x(x+2) = 12$; $x(x+2)=24$; $x^2+2x-24=0$; $D=2^2-4 \cdot$

$(-24)=100$; $x = \frac{-2 + \sqrt{100}}{2}$ или $x = \frac{-2-10}{2} = -6 < 0$ (не подходит по смыслу). Если $x=4$, то $x+2=4+2=6$ (см).

Половина первой диагонали: $4:2=2$ (см). Половина второй диагонали: $6:2=3$ (см).

По теореме Пифагора квадрат стороны ромба равен $2^2+3^2=4+9=13$. Тогда длина стороны равна $\sqrt{13} \approx 3,6$ (см).

Ответ: длина стороны равна 3,6 см.

586.

а) $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = c^{\frac{3+2}{6}} = c^{\frac{5}{6}}$

б) $b^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} = b^{-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = b^{\frac{-2+3}{6}} = b^{\frac{1}{6}}$.

в) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{4+1}{6}} = a^{\frac{5}{6}}$.

г) $d^5d^{\frac{1}{2}} = d^{5+\frac{1}{2}} = d^{5\frac{1}{2}} = d^{\frac{11}{2}}$.

д) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1-3}{2}} = x^{-1} = x^{-1}$.

е) $y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}} = y^{\frac{5-2}{6}} = y^{\frac{3}{6}} = y^{\frac{1}{2}}$.

ж) $z^{\frac{1}{5}} : z^{-\frac{1}{2}} = z^{\frac{2+5}{10}} = z^{\frac{7}{10}}$.

з) $m^{\frac{1}{3}} : m^2 = m^{\frac{1}{3}-2} = m^{-\frac{5}{3}} = m^{-\frac{5}{3}}$.

$$\text{и) } \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3}} = b^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{к) } \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{4}{9}} = a^{\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 9}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{л) } \left(c^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = c^{-\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3}} = c^{-\frac{1}{6}}.$$

$$\text{м) } \left(p^3\right)^{\frac{2}{9}} = p^{\frac{-3 \cdot 2}{9}} = p^{-\frac{2}{3}}.$$

587.

$$\text{а) } x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{5}} = x^{\frac{5+4}{10}} = x^{\frac{9}{10}}.$$

$$\text{б) } y^{-0,6} y^{1,2} = y^{-0,6+1,2} = y^{0,6}.$$

$$\text{в) } a^{\frac{3}{5}} : a^{\frac{1}{10}} = a^{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}} = a^{\frac{6-1}{10}} = a^{\frac{5}{10}} = a^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{г) } b^{-0,2} : b^{-0,7} = b^{-0,2+0,7} = b^{0,5}.$$

$$\text{д) } \left(m^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{8}} = m^{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = m^{\frac{1}{4}}.$$

$$\text{е) } \left(n^{0,4}\right)^{-2,5} = n^{-0,4 \cdot 2,5} = n^{-1}.$$

$$\text{ж) } c^3 c^{-\frac{5}{3}} = c^{3 - \frac{5}{3}} = c^{3 - 1\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{4}{3}}.$$

$$\text{з) } d^{1,7} : d^{-2} = d^{1,7+2} = d^{3,7}.$$

588.

$$\text{а) } x^{0,2} x^{-1} x^{0,6} = x^{0,2-1+0,6} = x^{0,2}.$$

$$\text{б) } a^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{6}} a^{\frac{5}{3}} = a^{\frac{4+1+10}{6}} = a^{\frac{15}{6}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{5}{3}} = a^{\frac{2+1+10}{6}} = a^{\frac{13}{6}}.$$

$$\text{в) } y^{0,8} y^{-5} y^{7,2} = y^{0,8-5+7,2} = y^3.$$

$$\text{г) } b^{\frac{3}{8}} b^{\frac{5}{24}} b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{3}{8} + \frac{5}{24} + \frac{1}{3}} = b^{\frac{9+5+8}{24}} = b^{\frac{22}{24}} = b^{\frac{11}{12}}.$$

589.

$$\text{а) } \left(a^{0,4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8} = a^{0,4 \cdot \frac{1}{2}} a^{0,8} = a^{0,2} \cdot a^{0,8} = a^{0,2+0,8} = a.$$

$$\text{б) } \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 5}} \cdot x^{1,6} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{1,6} = x^{0,6} \cdot x^{1,6} = x^{0,6+1,6} = x^{2,2}.$$

$$\text{в) } a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}} = a \cdot a^{-\frac{6 \cdot 3}{5 \cdot 4}} = a \cdot a^{-\frac{9}{10}} = a^{\frac{10}{10}} - a^{\frac{9}{10}} = a^{\frac{1}{10}}.$$

$$\text{г) } \left(a^{0,8}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(a^{-\frac{2}{5}}\right)^{-1,5} = a^{-\frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 4}} \cdot a^{-\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 2}} = a^{-\frac{3}{5}} \cdot a^{-\frac{3}{5}} = a^{-\frac{3+3}{5}} = a^0.$$

590.

$$a) c^2 c^{-1,5} c^{0,3} = c^{2+(-1,5)+0,3} = c^{0,8}.$$

$$б) x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{14}} x^{\frac{2}{7}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{3}{14} + \frac{2}{7}} = x^{\frac{7+3+4}{14}} = x^{\frac{14}{14}} = x.$$

$$в) y^{1,7} y^{2,8} y^{-1,5} = y^{1,7+2,8-1,5} = y^3.$$

$$г) (a^{0,8})^{0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,8 \cdot 0,5} \cdot a^{0,6} = a^{0,4} \cdot a^{0,6} = a^{0,4+0,6} = a.$$

$$д) (b^{\frac{3}{4}})^{\frac{5}{9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{\frac{-3 \cdot 5}{4 \cdot 9}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{-\frac{5}{12} + \frac{5}{12}} = b^0 = 1.$$

$$е) (m^{0,3})^{1,2} \cdot (m^{-0,4})^{0,4} = m^{0,36} \cdot m^{-0,16} = m^{0,36-0,16} = m^{0,2}.$$

$$ж) x^{\frac{3}{4}} \sqrt[4]{x} = x^{\frac{3}{4}} x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{3+1}{4}} = x^{\frac{4}{4}} = x.$$

$$з) y^{\frac{5}{3}} \sqrt[3]{y^2} = y^{\frac{5}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = y^{\frac{5+2}{3}} = y^{\frac{7}{3}}.$$

$$и) \sqrt[4]{c^3} \cdot \sqrt[5]{c} = c^{\frac{3}{4}} \cdot c^{\frac{1}{5}} = c^{\frac{3}{4} + \frac{1}{5}} = c^{\frac{15+4}{20}} = c^{\frac{19}{20}}.$$

591.

$$a) 10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4} \cdot 10^{-0,5} \cdot 10^{0,1} = 10^{0,4-0,5+0,1} = 10^0 = 1.$$

$$б) 4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{9}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot (2^3)^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2+5-1}{3}} = 2^2 = 4.$$

$$в) 3 \cdot 9^{0,4} \cdot \sqrt[5]{3} = 3 \cdot (3^2)^{0,4} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = 3 \cdot 3^{0,8} \cdot 3^{0,2} = 3^{1+0,8+0,2} = 3^2 = 9.$$

$$г) 8^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{4} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{3+4+2}{3}} = 2.$$

592.

$$a) 2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 2^{1,4} = 2^{1,3-0,7+1,4} = 2^2 = 4.$$

$$б) 7^{-\frac{4}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{12}} \cdot 7^{-\frac{3}{4}} = 7^{-\frac{16+1-9}{12}} = 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}.$$

$$в) 4^{0,7} \cdot 2^{-0,4} = 2^{1,4} \cdot 2^{-0,4} = 2^{1,4-0,4} = 2.$$

$$г) 25^{0,3} \cdot 5^{1,4} = (5^2)^{0,3} \cdot 5^{1,4} = 5^{0,6} \cdot 5^{1,4} = 5^{0,6+1,4} = 5^2 = 25.$$

$$д) 2 \cdot 64^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot (2^6)^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 2^{-2} = 2^{1-2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

$$е) \sqrt[4]{9} \cdot 3^{-1,5} = 9^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-1,5} = (3^2)^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-1,5} = 3^{0,5} \cdot 3^{-1,5} = 3^{0,5-1,5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

593.

$$a) (27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{4^3} = 3 \cdot 4 = 12.$$

$$\text{б) } (27 \cdot 64)^{-\frac{1}{3}} = 27^{-\frac{1}{3}} \cdot 64^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

в)

$$\left(\frac{1}{36} \cdot 0,04\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 0,04^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{36}} \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1}{6^2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{16} \cdot 81^{-1}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1 \cdot 1}{16 \cdot 81}\right)^{-\frac{1}{4}} = (16 \cdot 81)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2 \cdot 3 = 6.$$

д)

$$\left(\sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[3]{2\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt[3]{24 \cdot \frac{8}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = (\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{64})^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{64}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^6}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{е) } \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{(\sqrt[3]{4})^{\frac{3}{2}}}{(\sqrt[3]{9})^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{(\sqrt[3]{4})^3}}{\sqrt{(\sqrt[3]{9})^3}} = \frac{\sqrt{4^{\frac{1}{3} \cdot 3}}}{\sqrt{9^{\frac{1}{3} \cdot 3}}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

594.

$$\text{а) } (27 \cdot 8)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2^3} = 3 \cdot 2 = 6.$$

б)

$$\left(\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{4^3} = 5 \cdot 4 = 20.$$

$$\text{в) } \left(\frac{49}{144}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{49^{\frac{1}{2}}}{144^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{12^2}} = \frac{7}{12}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{36^3}{125^2}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{36^{\frac{3}{6}}}{125^{\frac{2}{6}}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{6}{5}.$$

595.

$$\text{а) } (m^{-3})^{\frac{1}{3}} = m^{-\frac{3}{3}} = m^{-1} = \frac{1}{m}.$$

$$\text{б) } \left(x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{3}} = x^{\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

$$\text{в) } \left(8a^{-1\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(8a^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3}} = \sqrt[3]{64} \cdot a^{-1} = \sqrt[3]{4^3} \cdot a^{-1} = \frac{4}{a}.$$

$$\begin{aligned} \text{r)} (81x^2)^{-\frac{3}{4}} &= 81^{-\frac{3}{4}} \cdot (x^2)^{-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^{-3}} \cdot x^{-\frac{2 \cdot 3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{(3^4)^3}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = \\ &= \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{27\sqrt{x^3}}. \end{aligned}$$

$$\text{д)} \left(\frac{1}{27} m^{-3}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} m^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} m = \sqrt[3]{27} m = \sqrt[3]{3^3} m = 3m.$$

596.

$$\text{а)} a^{\frac{5}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}} \cdot (a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}})^4 = a^{\frac{5}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{-\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{4}{3}} = b^{-\frac{1}{6} + \frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{5}{3} - \frac{4}{3}} = b^{\frac{7}{6}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(c^{-\frac{3}{7}} y^{-0,4}\right)^3 \cdot c^{\frac{2}{7}} \cdot y^{0,2} &= c^{-\frac{9}{7}} \cdot y^{-1,2} \cdot c^{\frac{2}{7}} \cdot y^{0,2} = y^{-1,2+0,2} \cdot c^{-\frac{9}{7} + \frac{2}{7}} = \\ &= y^{-1} \cdot c^{-1} = \frac{1}{yc}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \left(a^{\frac{1}{4}} x^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} &= \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{5}} \left(x^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} = \\ &= a^{\frac{6}{4 \cdot 5}} x^{-\frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 5}} \cdot a^{0,7} \cdot x^{0,8} = a^{\frac{3}{10} + \frac{7}{10}} x^{-\frac{4}{5} + \frac{4}{5}} = ax^0 = a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} p^{-1} q^4 \left(p^{-\frac{2}{7}} q^{\frac{1}{14}}\right)^{-3,5} &= p^{-1} q^{\frac{5}{4}} \cdot p^{-\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)} \cdot q^{\frac{1}{14} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)} = \\ &= (p^{-1} p) \left(q^{\frac{5}{4}} \cdot q^{-\frac{1}{4}}\right) = p^0 q^{\frac{5}{4} - \frac{1}{4}} = p^0 q^1 = q. \end{aligned}$$

597.

$$x^6 = x^{3 \cdot 2} = (x^3)^2; x^{40} = x^{20 \cdot 2} = (x^{20})^2; x^{23} = x^{\frac{23}{2} \cdot 2} = \left(x^{\frac{23}{2}}\right)^2 = (x^{11,5})^2;$$

$$x^{-14} = x^{-7 \cdot 2} = (x^{-7})^2; x^5 = x^{\frac{5}{2} \cdot 2} = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^2;$$

$$x^{-3} = (x^{-1,5})^2; x = (x^{0,5})^2; x^{\frac{1}{4}} = \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^2; x^{-1} = \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^2;$$

$$x^{-3} = x^{-\frac{3}{2} \cdot 2} = \left(x^{-\frac{3}{2}}\right)^2; x = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (x^{0,5})^2; x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{8} \cdot 2} = \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^2;$$

$$x^{-1} = x^{-\frac{1}{2} \cdot 2} = \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^2; x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 2} = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^2; x^{-0,9} = x^{-0,45 \cdot 2} = (x^{-0,45})^2;$$

$$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 2} = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^2$$

598.

$$\begin{aligned}y^6 &= y^{2 \cdot 3} = (y^2)^3; y^{-21} = y^{-7 \cdot 3} = (y^{-7})^3; y^7 = y^{\frac{7}{3} \cdot 3} = (y^{\frac{7}{3}})^3; \\y &= y^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{3}})^3; y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{2} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{6}})^3; y^{-1,5} = y^{-\frac{3}{2}} = y^{-\frac{1}{2} \cdot 3} = (y^{-\frac{1}{2}})^3 \\&; y^{-\frac{1}{3}} = y^{-\frac{1}{9} \cdot 3} = (y^{-\frac{1}{9}})^3; y^{0,2} = y^{\frac{1}{5}} = y^{\frac{1}{15} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{15}})^3; \\y^{-\frac{2}{9}} &= y^{-\frac{2}{27} \cdot 3} = (y^{-\frac{2}{27}})^3; \sqrt{y} = y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = (y^{\frac{1}{6}})^3.\end{aligned}$$

599.

$$\begin{aligned}\text{a) } a &= a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (a^{\frac{1}{2}})^2; \\ \text{б) } a &= a^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (a^{\frac{1}{3}})^3; \\ \text{в) } a &= a^{\frac{1}{7} \cdot 7} = (a^{\frac{1}{7}})^7.\end{aligned}$$

600.

$$\begin{aligned}\text{a) } 3^{\frac{3}{2}} &= 3^{\frac{1}{2} \cdot 3} = (3^{\frac{1}{2}})^3 \approx 1,73^3; \\ \text{б) } 3^{\frac{5}{2}} &= 3^{\frac{1}{2} \cdot 5} = (3^{\frac{1}{2}})^5 \approx 1,73^5; \\ \text{в) } 3^{-\frac{1}{2}} &= \left(\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} \right) \approx \frac{1}{1,73}; \\ \text{г) } 3^{-\frac{5}{2}} &= \frac{1}{3^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{(3^{\frac{1}{2}})^5} \approx \frac{1}{1,73^5}.\end{aligned}$$

601.

$$\begin{aligned}\text{a) } 431^{\frac{1}{2}} &= (4,31 \cdot 100)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 100^{\frac{1}{2}} = 10\alpha; \\ \text{б) } 43100^{\frac{1}{2}} &= (4,31 \cdot 10000)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 10000^{\frac{1}{2}} = 100\alpha; \\ \text{в) } 0,0431^{\frac{1}{2}} &= (4,31 \cdot 0,01)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 0,01^{\frac{1}{2}} = 0,1\alpha; \\ \text{г) } 0,000431^{\frac{1}{2}} &= (4,31 \cdot 0,0001)^{\frac{1}{2}} = 4,31^{\frac{1}{2}} \cdot 0,0001^{\frac{1}{2}} = 0,01\alpha.\end{aligned}$$

602.

$$\text{a) } V = a^3, \text{ следовательно, } a = V^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{б) } V = a^3, S = a^2 = \left(V^{\frac{1}{3}} \right)^2 = V^{\frac{2}{3}};$$

$$\text{в) } P = 6 \cdot S = 6 \cdot V^{\frac{2}{3}}.$$

603.

$$\text{а) } y = x^{\frac{2}{3}}; y^{\frac{3}{2}} = \left(x^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}}; x = y^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{б) } y = x^{\frac{4}{7}}; y^{\frac{7}{4}} = \left(x^{\frac{4}{7}} \right)^{\frac{7}{4}}; x = y^{\frac{7}{4}}.$$

$$\text{в) } y = x^{-\frac{3}{2}}; y^{-\frac{2}{3}} = \left(x^{-\frac{3}{2}} \right)^{-\frac{2}{3}}; x = y^{-\frac{2}{3}}.$$

$$\text{г) } y = x^{-0.75}; y = x^{-\frac{3}{4}}; y^{-\frac{4}{3}} = \left(x^{-\frac{3}{4}} \right)^{-\frac{4}{3}}; x = y^{-\frac{4}{3}}.$$

$$\text{д) } y = 5x^{\frac{4}{5}}; \frac{1}{5}y = x^{\frac{4}{5}}; \left(\frac{y}{5} \right)^{\frac{5}{4}} = \left(x^{\frac{4}{5}} \right)^{\frac{5}{4}}; x = \left(\frac{y}{5} \right)^{\frac{5}{4}}.$$

$$\text{е) } y = \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{6}; 6y = x^{-\frac{2}{3}}; (6y)^{-\frac{3}{2}} = \left(x^{-\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}}; x = (6y)^{-\frac{3}{2}}.$$

604.

$$\text{а) } \sqrt[10]{x} \cdot \sqrt[15]{x} = x^{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = x^{\frac{2+3}{30}} = x^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{б) } \sqrt[8]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a} = a^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{3}{8} + \frac{1}{12}} = a^{\frac{9+2}{24}} = a^{\frac{11}{24}}.$$

$$\text{в) } \sqrt[7]{y^2} \cdot \sqrt[3]{y^{-1}} = y^{\frac{2}{7}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} = y^{\frac{2}{7} - \frac{1}{3}} = y^{\frac{6-7}{21}} = y^{-\frac{1}{21}}.$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}} = \left(b^2 b^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{6}} = b^{\frac{4+1}{6}} = b^{\frac{5}{6}}.$$

$$\text{д) } \sqrt[10]{y^3 \sqrt[3]{y^2}} = \left(y y^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{10}} = y^{\frac{1}{10} + \frac{1}{15}} = y^{\frac{3+2}{30}} = y^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{е) } \sqrt[5]{x^2 \sqrt[4]{x^{-3}}} = \left(x^2 x^{-\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{2}{5} - \frac{3}{20}} = x^{\frac{8-3}{20}} = x^{\frac{1}{4}}.$$

605.

$$\text{а) } \frac{\sqrt[5]{a^2 \sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a \sqrt{a}}} = \frac{\left(a^2 a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{5}}}{\left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(a^{\frac{5}{2}} \right)^{\frac{1}{5}}}{\left(a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = a^0 = 1;$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[4]{a^3 \sqrt{a^2}}}{\sqrt[3]{a^4 \sqrt{a}}} = \frac{\left(a \cdot a^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{4}}}{\left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}}} = \frac{a^{\frac{3+2}{12}}}{a^{\frac{2+1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = a^0 = 1.$$

606.

$$\text{а) } x^{\frac{1}{3}} = 4; \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 4^3; x = 64.$$

$$\text{б) } y^{\frac{3}{4}} = 2; \left(y^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}; y = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}.$$

$$\text{в) } x^{-\frac{1}{4}} = 3; \left(x^{-\frac{1}{4}}\right)^{-4} = 3^{-4}; x = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}.$$

$$\text{г) } y^{-0,5} = 6; \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2} = 6^{-2}; y = \frac{1}{36}.$$

$$\text{д) } x^{-0,3} \cdot x^{1,3} = 1; x^{-0,3+1,3} = 1; x^1 = 1; x = 1.$$

$$\text{е) } x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{13}{8}} = 25; x^{\frac{3+13}{8}} = 25; x^2 = 25; x = 5.$$

608.

$$\text{а) } 10x^2 + 4x - 7,5x - 3 - 10x^2 - 35x - 4 < 0; -38,5x < 7; x > -\frac{2}{11}.$$

$$\text{б) } 9 - 24x + 16x^2 - 16x^2 + 2x - 72x + 9 - 11 > 0;$$

$$-94x > -7; x < -\frac{7}{94}.$$

609.

Обозначим время заполнения бассейна второй трубой за x ч, тогда время первой — за $(1,5)x$ ч. $\frac{1}{x}$ часть бассейна заполняется вто-

рой трубой за 1 ч, $\frac{1}{1,5x}$ часть бассейна заполняется первой трубой

за 1 ч. $6 \cdot \frac{1}{1,5x}$ часть бассейна — заполнила первая труба; $4 \cdot \frac{1}{x}$ часть

бассейна — заполнила вторая труба. Получаем уравнение:

$$6 \cdot \frac{1}{1,5x} + 4 \cdot \frac{1}{x} = 1; \frac{4}{x} + \frac{4}{x} = 1; \frac{8}{x} = 1; x = 8.$$

$$x = 8; 1,5x = 12.$$

Ответ: 12 ч. и 8 ч.

610.

Пусть время, за которое вторая бригада выполнит всю работу — x дней. Тогда время первой — $(x+12)$ дней. Первая бригада за один день выполняет $\frac{1}{x+12}$ часть работы, а вторая бригада — $\frac{1}{x}$ часть

работы. Получаем уравнение: $\frac{14}{x+12} + \frac{5}{x} = 1$;

$$14x+5x+60-x^2-12x=0$$

$$x^2-7x-60=0$$

$$D=7^2-4\cdot(-60)=49+240=289$$

$$x_1 = \frac{7+17}{2} = 12 \text{ или } x_2 = \frac{7-17}{2} = -5 < 0 \text{ — не подходит по}$$

смыслу задачи.

$$x+12=24.$$

Ответ: 24 дня и 12 дней.

611.

$$a) \frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = \frac{x^{-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = \frac{x^{\frac{3}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{\frac{3}{3}-\frac{3}{5}} = x^{\frac{15-9}{15}} = x^{\frac{6}{15}} = x^{\frac{2}{5}}.$$

$$b) \frac{y^{\frac{3}{7}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}{\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}} = \frac{y^{\frac{3}{7}-\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{8}{7}}} = \frac{y^{-\frac{1}{14}}}{y^{-\frac{8}{7}}} = y^{-\frac{1}{14}-\left(-\frac{8}{7}\right)} = y^{\frac{-1+16}{14}} = y^{\frac{15}{14}}.$$

$$в) \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{2}{5}}} = b^{\frac{3}{5}-\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{5}}a^{\frac{1}{4}}.$$

$$г) \frac{\left(c^{-\frac{2}{3}}\right)^4}{c^{\frac{1}{6}}c^{\frac{1}{2}}} = \frac{c^{-\frac{2}{3}\cdot(-4)}}{c^{\frac{1+3}{6}}} = \frac{c^{\frac{8}{3}}}{c^{\frac{4}{6}}} = c^{\frac{8}{3}-\frac{2}{3}} = c^2.$$

$$д) \frac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[5]{b^2}}{a^{-\frac{1}{2}}b^{1,4}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{5}-\frac{7}{5}} = ab^{-1} = \frac{a}{b}.$$

$$e) \frac{x^{\frac{1}{3}}\sqrt{y}}{\left(x^{-\frac{1}{3}}y^{0,5}\right)^5} = \frac{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)} \cdot y^{\frac{1}{2}-\frac{5}{2}} = x^2y^{-2} = \frac{x^2}{y^2}.$$

612.

$$a) \frac{a^{\frac{1}{3}}a^{1,5}}{a^{-\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}}{a^{-\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{2+9+1}{6}} = a^{\frac{12}{6}} = a^2.$$

$$\text{б) } \frac{b^{2,5} \sqrt[4]{b^3}}{\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^{-1} b^{-\frac{1}{4}}} = \frac{b^{\frac{5}{2}} b^{\frac{3}{4}}}{b^{-\frac{1}{4}}} = b^{\frac{5}{2}} b^{\frac{3}{4}} b^{\frac{1}{4}} = b^{\frac{10+3+1}{4}} = b^{\frac{14}{4}} = b^{\frac{7}{2}}.$$

$$\text{в) } \frac{x^{1,5} y^{0,5}}{x^{0,5} y^{1,5}} = y^{0,5-1,5} \cdot x^{1,5-0,5} = y^{-1} x = \frac{x}{y}.$$

$$\text{г) } \frac{d^{2,6} \sqrt[5]{c^3}}{\left(c^{-0,2} d^{0,3}\right)^2} = \frac{d^{2,6} c^{\frac{3}{5}}}{c^{-0,4} d^{0,6}} = d^{2,6-0,6} \cdot c^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}} = d^2 c.$$

613.

$$\text{а) } \frac{8^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9}}{3^{\frac{5}{3}} \sqrt{2}} = \frac{\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{3}{3}-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{3}-\frac{5}{3}} = 2^1 \cdot 3^{-1} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } \frac{16^{\frac{1}{3}} \sqrt[5]{25}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-1,6}} = \frac{\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(5^2\right)^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-\frac{8}{5}}} = 2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{5}+\frac{8}{5}} = 2^1 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50.$$

614.

$$\text{а) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right) x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} =$$

$$= xy^{\frac{1}{2}} - yx^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}.$$

$$\text{б) } a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} = ab^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}} b.$$

$$\text{в) } \left(x^{\frac{1}{3}} + 3\right) \left(x^{\frac{2}{3}} - 3\right) = x^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{3}} + 3x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} - 9 = x + 3\sqrt[3]{x^2} -$$

$$- 3\sqrt[3]{x} - 9.$$

$$\text{г) } \left(m^{\frac{1}{2}} - 1\right) \left(m^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(m^{\frac{1}{2}}\right)^2 + m^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{2}} - 1^2 = m - 1.$$

$$\text{д) } \left(a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) = \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^2 + a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} - \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^3 - b.$$

е)

$$\left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(m^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} + \left(n^{\frac{1}{2}}\right)^2 = m^{\frac{1}{2} \cdot 2} + 2m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2} \cdot 2} =$$

$$= m + 2\sqrt{m}\sqrt{n} + n.$$

$$\text{ж) } \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) \left(a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b\right) = \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^3 + \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^3 = a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{з) } \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right) \left(x + x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} + y\right) = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 - \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3 = x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}.$$

615.

$$\text{a)} \quad b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{2}{3}}+c^{\frac{3}{4}}\right)=b^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{3}{4}}c^{\frac{1}{4}}=bc^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{3}}c.$$

$$\text{б)} \quad x^{0,5}y^{0,5}\left(x^{-0,5}-y^{1,5}\right)=x^{0,5}y^{0,5}x^{-0,5}-x^{0,5}y^{0,5}y^{1,5}=y^{0,5}-x^{0,5}y^2.$$

$$\text{в)} \quad \left(2-y^{1,5}\right)\left(2+y^{1,5}\right)=2^2-\left(y^{1,5}\right)^2=4-y^3.$$

$$\text{г)} \quad \left(3p^{0,5}+q^{-1}\right)\left(3p^{0,5}-q^{-1}\right)=\left(3p^{0,5}\right)^2-\left(q^{-1}\right)^2=3^2 \cdot p^{0,5 \cdot 2}-q^{-1 \cdot 2} = \\ =9p-q^{-2}=9p-\frac{1}{q^2}.$$

$$\text{д)} \quad \left(1-b^{\frac{1}{2}}\right)^2=1-2b^{\frac{1}{2}}+\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2=1-2\sqrt{b}+b^{\frac{2}{2}}=1-2\sqrt{b}+b.$$

е)

$$\left(a^{\frac{1}{2}}+2b^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2+4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\left(2b^{\frac{1}{2}}\right)^2=a^{\frac{2}{2}}+4a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+4b^{\frac{2}{2}}= \\ a+4a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}+4b.$$

$$\text{ж)} \quad \left(x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}\right)\left(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}\right)=\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3+\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3=x+y.$$

$$\text{з)} \quad \left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b\right)=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^3-\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^3=a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}.$$

616.

$$\text{a)} \quad \left(1+c^{\frac{1}{2}}\right)^2-2c^{\frac{1}{2}}=1+2c^{\frac{1}{2}}+\left(c^{\frac{1}{2}}\right)^2-2c^{\frac{1}{2}}=1+c^{\frac{2}{2}}=1+c.$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{b}+\sqrt{c}-\left(b^{\frac{1}{4}}+c^{\frac{1}{4}}\right)^2=\sqrt{b}+\sqrt{c}-\left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2-2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}-\left(c^{\frac{1}{4}}\right)^2= \\ =b^{\frac{1}{2}}+c^{\frac{1}{2}}-2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}-c^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}=-2\sqrt[4]{bc}.$$

$$\text{в)} \quad \left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)^2-\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)^2=a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}+ \\ +2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}}=4a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}=4\sqrt[3]{ab}.$$

$$\text{г)} \quad \left(x^{\frac{1}{4}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{7}{12}}=\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2-2x^{\frac{1}{4}}x^{\frac{1}{3}}+\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{7}{12}}= \\ =x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{3+4}{12}}+x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{7}{12}}=x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{7}{12}}+x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{7}{12}}=x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{7}{6}}.$$

$$\text{д)} \quad \left(y^{\frac{2}{3}}+3y^{\frac{1}{5}}\right)^2-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{5}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}= \\ =y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{10+3}{15}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+6y^{\frac{13}{15}}+9y^{\frac{2}{5}}-6y^{\frac{13}{15}}=y^{\frac{4}{3}}+9y^{\frac{2}{5}}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & \left(x^{\frac{1}{4}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{4}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 1\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\
 & = \left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 1^2 = x^{\frac{1}{2}} - 1^2 = x - 1.
 \end{aligned}$$

617.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} = \\
 & = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} + y^{\frac{1}{2} \cdot 2} = x + y.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \sqrt{m} + \sqrt{n} - \left(m^{\frac{1}{4}} - n^{\frac{1}{4}}\right)^2 = m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}} - \left(m^{\frac{1}{4}}\right)^2 + 2m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}} - \left(n^{\frac{1}{4}}\right)^2 = \\
 & = m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{2}} + 2\sqrt[4]{mn} - n^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt[4]{mn} = 2m^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{4}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \left(a^{\frac{3}{2}} + 5a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 10a^2 = \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^2 + 10a^{\frac{3}{2}}a^{\frac{1}{2}} + 25\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 10a^2 = \\
 & = a^3 + 10a^2 + 25a - 10a^2 = a^3 + 25a.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right) \left(a^{\frac{1}{8}} + b^{\frac{1}{8}}\right) \left(a^{\frac{1}{8}} - b^{\frac{1}{8}}\right) = \\
 & = \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right) \times \left(\left(a^{\frac{1}{8}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{8}}\right)^2\right) = \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right) \left(a^{\frac{1}{8} \cdot 2} - b^{\frac{1}{8} \cdot 2}\right) = \\
 & = \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right) \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right) = \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}.
 \end{aligned}$$

618.

$$\text{a)} \quad x - 2x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} \left(x^{1 - \frac{1}{2}} - 2\right) = x^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right).$$

$$\text{б)} \quad y + 3y^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}} \left(y^{1 - \frac{1}{3}} + 3y^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}\right) = y^{\frac{1}{3}} \left(y^{\frac{2}{3}} + 3\right).$$

$$\text{в)} \quad a^{\frac{1}{2}} - 5a^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} - 5a^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}}\right) = a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{1}{4}} - 5\right).$$

$$\text{г)} \quad a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{6}} \left(a^{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6} - \frac{1}{6}}\right) = a^{\frac{1}{6}} \left(a^{\frac{1}{6}} + 1\right).$$

$$\text{д)} \quad b^{\frac{3}{4}} - 2b^{\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{4}} \left(b^{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} - 2b^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}}\right) = b^{\frac{1}{4}} \left(b^{\frac{1}{2}} - 2\right).$$

$$\text{е)} \quad c^{\frac{5}{3}} + 6c^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{2}{3}} \left(c^{\frac{5}{3} - \frac{2}{3}} + 6c^{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}\right) = c^{\frac{2}{3}} (c + 6).$$

$$\text{ж)} \quad (ab)^{\frac{1}{3}} - (ac)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{3}} - c^{\frac{1}{3}}\right).$$

з)

$$6^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = (3 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \left(3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}\right) = 2^{\frac{1}{2}} (3^{\frac{1}{2}} - 1).$$

619.

$$a) 2 + 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}(2^{1-\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = 2^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}} + 1).$$

$$б) 3 - 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}}(3^{1-\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = 3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} - 1).$$

$$в) a + a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}(a^{1-\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}) = a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} + 1).$$

$$г) b^{\frac{1}{3}} - b = b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} - b^{1-\frac{1}{3}}) = b^{\frac{1}{3}}(1 - b^{\frac{2}{3}}).$$

$$д) 15^{\frac{1}{3}} + 20^{\frac{1}{3}} = (5 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} + (5 \cdot 4)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}}(3^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}}).$$

$$e) (2a)^{\frac{1}{2}} - (5a)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}} - 5^{\frac{1}{2}}).$$

620.

$$a) a - b = (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 = (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}).$$

$$б) a - b = (a^{\frac{1}{3}})^3 - (b^{\frac{1}{3}})^3 = (a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}).$$

621.

$$a) m^2 - 5 = m^2 - 5^{\frac{1}{2} \cdot 2} = m^2 - (5^{\frac{1}{2}})^2 = (m + 5^{\frac{1}{2}})(m - 5^{\frac{1}{2}}).$$

$$б) 2 - x^2 = 2^{\frac{1}{2} \cdot 2} - x^2 = (2^{\frac{1}{2}})^2 - x^2 = (2^{\frac{1}{2}} + x)(2^{\frac{1}{2}} - x).$$

$$в) a^3 - 4 = (a^{\frac{3}{2}})^2 - 2^2 = (a^{\frac{3}{2}} + 2)(a^{\frac{3}{2}} - 2).$$

$$г) x^{\frac{2}{5}} - y^{\frac{4}{5}} = (x^{\frac{1}{5}})^2 - (y^{\frac{2}{5}})^2 = (x^{\frac{1}{5}} + y^{\frac{2}{5}})(x^{\frac{1}{5}} - y^{\frac{2}{5}}).$$

$$д) 4 - a = 2^2 - (a^{\frac{1}{2}})^2 = (2 + a^{\frac{1}{2}})(2 - a^{\frac{1}{2}}).$$

$$e) m - n = (m^{\frac{1}{2} \cdot 2} - n^{\frac{1}{2} \cdot 2}) = (m^{\frac{1}{2}})^2 - (n^{\frac{1}{2}})^2 = (m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}).$$

622.

$$a) x^3 - 2 = x^3 - 2^{\frac{1}{3} \cdot 3} = x^3 - (2^{\frac{1}{3}})^3 = (x - 2^{\frac{1}{3}})(x^2 + 2^{\frac{1}{3}}x + 2^{\frac{2}{3}}).$$

$$б) y^3 + 3 = y^3 + 3^{\frac{1}{3} \cdot 3} = y^3 + (3^{\frac{1}{3}})^3 = (y + 3^{\frac{1}{3}})(y^2 - 3^{\frac{1}{3}}y + 3^{\frac{2}{3}}).$$

$$в) m^{\frac{3}{2}} - 8 = m^{\frac{1}{2} \cdot 3} - 2^3 = (m^{\frac{1}{2}})^3 - 2^3 = (m^{\frac{1}{2}} - 2)(m + 2m^{\frac{1}{2}} + 4).$$

$$г) a^{\frac{6}{5}} + 27 = a^{\frac{2}{5} \cdot 3} + 3^3 = (a^{\frac{2}{5}})^3 + 3^3 = (a^{\frac{2}{5}} + 3)(a^{\frac{4}{5}} - 3a^{\frac{2}{5}} + 9).$$

$$д) x - 5 = x^{\frac{1}{3} \cdot 3} - 5^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (x^{\frac{1}{3}})^3 - (5^{\frac{1}{3}})^3 = (x^{\frac{1}{3}} - 5^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{2}{3}}).$$

$$e) 4 + y = 4^{\frac{1}{3} \cdot 3} + y^{\frac{1}{3} \cdot 3} = (4^{\frac{1}{3}})^3 + (y^{\frac{1}{3}})^3 = (4^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(4^{\frac{2}{3}} - 4^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}).$$

623.

$$\text{a) } a^{\frac{4}{3}} - 1 = a^{\frac{4}{3} \cdot 2} - 1 = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^2 - 1^2 = \left(a^{\frac{2}{3}} - 1\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + 1\right).$$

$$\text{б) } b^{\frac{3}{2}} - 1 = b^{\frac{1}{2} \cdot 3} - 1 = \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^3 - 1^3 = \left(b^{\frac{1}{2}} - 1\right)\left(b + b^{\frac{1}{2}} + 1\right).$$

$$\text{в) } x - 4 = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2^2 = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2^2 = \left(x^{\frac{1}{2}} - 2\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + 2\right).$$

$$\text{г) } 5 - y = 5^{\frac{1}{2} \cdot 2} - y^{\frac{1}{2} \cdot 2} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(5^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)\left(5^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right).$$

624.

а)

$$x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 3} + y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^3 + \left(y^{\frac{1}{6}}\right)^3 = \left(x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}\right).$$

б)

$$c^{\frac{1}{3}} + d^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{9} \cdot 3} + d^{\frac{1}{9} \cdot 3} = \left(c^{\frac{1}{9}}\right)^3 + \left(d^{\frac{1}{9}}\right)^3 = \left(c^{\frac{1}{9}} + d^{\frac{1}{9}}\right)\left(c^{\frac{2}{9}} - c^{\frac{1}{9}}d^{\frac{1}{9}} + d^{\frac{2}{9}}\right).$$

$$\text{в) } a^{-1} + b^{-1} = a^{-\frac{1}{3} \cdot 3} + b^{-\frac{1}{3} \cdot 3} = \left(a^{-\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(b^{-\frac{1}{3}}\right)^3$$

$$= \left(a^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{1}{3}}\right)\left(a^{-\frac{2}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}\right).$$

625.

$$\text{а) } x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6} \cdot 3} - y^{\frac{1}{6} \cdot 3} = \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^3 - \left(y^{\frac{1}{6}}\right)^3 = \left(x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}}\right).$$

б)

$$x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{12} \cdot 3} - y^{\frac{1}{12} \cdot 3} = \left(x^{\frac{1}{12}}\right)^3 - \left(y^{\frac{1}{12}}\right)^3 = \left(x^{\frac{1}{12}} - y^{\frac{1}{12}}\right)\left(x^{\frac{1}{6}} + x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{12}} + y^{\frac{1}{6}}\right).$$

$$\text{в) } a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{9} \cdot 3} - b^{\frac{1}{9} \cdot 3} = \left(a^{\frac{1}{9}}\right)^3 - \left(b^{\frac{1}{9}}\right)^3 = \left(a^{\frac{1}{9}} - b^{\frac{1}{9}}\right)\left(a^{\frac{2}{9}} + a^{\frac{1}{9}}b^{\frac{1}{9}} + b^{\frac{2}{9}}\right).$$

626.

$$\text{а) } \frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}} - 3} = \frac{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}\left(3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} - 3^{1 - \frac{1}{2}}\right)} = \frac{4}{1 - 3^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{б) } \frac{2^{\frac{1}{4}} - 2}{5 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{1}{4}}\left(2^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}} - 2^{1 - \frac{1}{4}}\right)}{5 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{1 - 2^{\frac{3}{4}}}{5}.$$

$$\text{в) } \frac{x + x^{\frac{1}{2}}}{2x} = \frac{x^{\frac{1}{2}}\left(x^{1 - \frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}\right)}{2x} = \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{2x^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{г) } \frac{x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{1}{4}} - 1\right)}{x^{\frac{3}{4}}} = \frac{x^{\frac{1}{4}} - 1}{x^{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}} = \frac{x^{\frac{1}{4}} - 1}{x^{\frac{1}{2}}}.$$

$$д) \frac{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^{\frac{1}{3}})^2 - (b^{\frac{1}{3}})^2}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}.$$

$$е) \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a - b} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.$$

$$ж) \frac{x - y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}.$$

$$з) \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}}{x + y} = \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3} \cdot 3} + y^{\frac{1}{3} \cdot 3}} = \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}}{\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 + \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3} =$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}}}{(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})} = \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}}.$$

627.

$$а) \frac{3 + 3^{\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} + 1)}{3^{-\frac{1}{2}}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}(3^{\frac{1}{2}} + 1) = 3^{1,5} + 3.$$

$$б) \frac{10}{10 - 10^{\frac{1}{2}}} = \frac{10}{10^{\frac{1}{2}}(10^{\frac{1}{2}} - 1)} = \frac{10^{1 - \frac{1}{2}}}{10^{\frac{1}{2}} - 1} = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{10^{\frac{1}{2}} - 1}.$$

$$в) \frac{x - y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \frac{(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}.$$

$$г) \frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25} = \frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{(b^{\frac{1}{2}})^2 - 5^2} = \frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{(b^{\frac{1}{2}} - 5)(b^{\frac{1}{2}} + 5)} = \frac{1}{b^{\frac{1}{2}} + 5}.$$

д)

$$\frac{c + 2c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + d}{c - d} = \frac{\left(c^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}} + \left(d^{\frac{1}{2}}\right)^2}{c^{\frac{1}{2} \cdot 2} - d^{\frac{1}{2} \cdot 2}} = \frac{(c^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{2}})^2}{(c^{\frac{1}{2}})^2 - (d^{\frac{1}{2}})^2} =$$

$$\frac{(c^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{2}})^2}{(c^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}})(c^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{2}})} = \frac{c^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} - d^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \frac{m+n}{m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} &= \frac{(m^{\frac{1}{3}})^3 + (n^{\frac{1}{3}})^3}{m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} = \frac{(m^{\frac{1}{3}})^3 + (n^{\frac{1}{3}})^3}{m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} = \\
 &= \frac{(m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}})(m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}})}{m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{2}{3}}} = m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}}.
 \end{aligned}$$

628.

$$\text{a) } \frac{x^{\frac{5}{6}} + x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{5}{6}} - x^{\frac{1}{3}}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \left(x^{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}} \right)}{x^{\frac{1}{3}} \left(x^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}} \right)} = \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1}.$$

$$\text{При } x=1,44 \quad \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1} = \frac{\sqrt{1,44} + 1}{\sqrt{1,44} - 1} = \frac{1,2 + 1}{1,2 - 1} = \frac{2,2}{0,2} = 11.$$

$$\text{б) } \frac{m^{\frac{2}{3}} - 2,25}{m^{\frac{1}{3}} + 1,5} = \frac{(m^{\frac{1}{3}})^2 - 1,5^2}{m^{\frac{1}{3}} + 1,5} = \frac{(m^{\frac{1}{3}} - 1,5)(m^{\frac{1}{3}} + 1,5)}{m^{\frac{1}{3}} + 1,5} = m^{\frac{1}{3}} - 1,5.$$

$$\text{При } m=8 \quad m^{\frac{1}{3}} - 1,5 = \sqrt[3]{8} - 1,5 = \sqrt[3]{2^3} - 1,5 = 2 - 1,5 = 0,5.$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} &= \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2 - 2^2} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} = \\
 &= \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2} = \frac{2x^{\frac{1}{2}} - (x^{\frac{1}{2}}+2)}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} = \\
 &= \frac{x^{\frac{1}{2}}-2}{(x^{\frac{1}{2}}-2)(x^{\frac{1}{2}}+2)} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}+2}
 \end{aligned}$$

$$\text{При } x=9 \quad \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{\sqrt{9}+2} = \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } \frac{2}{y^{\frac{1}{4}}+3} - \frac{2}{y^{\frac{1}{4}}-3} &= \frac{2(y^{\frac{1}{4}}-3) - 2(y^{\frac{1}{4}}+3)}{(y^{\frac{1}{4}}+3)(y^{\frac{1}{4}}-3)} = \frac{2y^{\frac{1}{4}}-6-2y^{\frac{1}{4}}-6}{(y^{\frac{1}{4}})^2 - 3^2} = \\
 &= -\frac{12}{y^{\frac{1}{2}}-9} = -\frac{12}{\sqrt{y}-9}.
 \end{aligned}$$

$$\text{При } y=100 \quad -\frac{12}{\sqrt{y}-9} = -\frac{12}{\sqrt{100}-9} = -\frac{12}{10-9} = -12.$$

629.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b} = \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \\
 & - \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{(a-b)(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}) - (a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}b+ab^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}. \\
 \text{б)} \quad & \frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{2}\cdot 3}-b^{\frac{1}{2}\cdot 3}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}\cdot 2}-b^{\frac{1}{2}\cdot 2}}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} = \\
 & = \frac{(a^{\frac{1}{2}})^3-(b^{\frac{1}{2}})^3}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{(a^{\frac{1}{2}})^2-(b^{\frac{1}{2}})^2}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \\
 & = \frac{(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b)} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = \\
 & = (a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})^2 + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}\cdot 2} - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}\cdot 2} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}\cdot 2} + b^{\frac{1}{2}\cdot 2} = a + b.
 \end{aligned}$$

630.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} + \frac{\sqrt{y}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}) + y^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})}{(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{x+y}{x-y}. \\
 \text{б)} \quad & \frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} + \\
 & + \frac{b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}) - a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}}+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2 - a + b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{a-b-a+b}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = \frac{0}{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})} = 0. \\
 \text{в)} \quad & \left(\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}q}{p-q};
 \end{aligned}$$

53

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \frac{q^{\frac{1}{2}}}{p - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} = \frac{q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}(p^{1-\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}(q^{1-\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}})} = \\
 & = \frac{q^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}}p^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} = \frac{q - p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})}; \\
 2) \quad & \frac{q - p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})} \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}q}{p - q} = \frac{(q - p)p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}})}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}(p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}})(p - q)} = \\
 & = -\frac{p^{\frac{1}{2}} + q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}} - q^{\frac{1}{2}}} = \frac{q^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}} - p^{\frac{1}{2}}}.
 \end{aligned}$$

631.

а)

$$\begin{cases} 21 - 4x + 2(7x - 0,5) < 0, \\ -4(x + 0,5) - 2x - 1 > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 21 - 4x + 14x - 1 < 0, \\ -4x - 2 - 2x - 1 > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + 20 < 0, \\ -6x - 3 > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -2, \\ x < -0,5. \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} 2(0,5x - 3) - 3(2x + 3) \geq 0, \\ -(4x + 7) + 0,5(4x - 6) \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6 - 6x - 9 \geq 0, \\ -4x - 7 + 2x - 3 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x - 15 \geq 0, \\ -2x - 10 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -5. \end{cases}$$

632.

Пусть расстояние от города до совхоза l км, а скорость автобуса v км/ч. Из первого условия получим следующее уравнение:

$$v + 20 = 1,5v, \text{ т.е. } v = 40.$$

Из второго условия получим следующее уравнение:

$$\frac{l}{v - 10} = \frac{l}{v} + 1, \text{ т.е. } \frac{l}{30} = \frac{l}{40} + 1$$

$$10l = 1200$$

$$l = 120 \text{ (км)}.$$

Ответ: 120 км.

633.

Пусть расстояние от столицы до деревни l км, а скорость велосипедиста — v км/ч.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{l}{v-3} - \frac{l}{v} = \frac{1}{3} \\ \frac{l}{v} - \frac{l}{v+1} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} l \frac{3}{v(v-3)} = \frac{1}{3} \\ l \frac{1}{v(v+1)} = \frac{1}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v(v-3)}{9} = \frac{v(v+1)}{12} \\ l \frac{v(v+1)}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4v-12=3v+3 \\ l = \frac{v(v+1)}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} v=15 \\ l = \frac{15 \cdot 16}{12} = 20 \end{cases}$$

Ответ: 20 км.

634.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} &= \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \\ &= \frac{7 + 2\sqrt{35} + 5 + 7 - 2\sqrt{35} + 5}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{24}{7-5} = 12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} &= \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2}{\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}} = \\ &= \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}} = \frac{4}{\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{4}{\sqrt{4-3}} = 4. \end{aligned}$$

635.

а) не может;

б) не может.

636.

а) Так как $D_f = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^3 + 2(-x)} = \frac{1}{-x^3 - 2x} = -\frac{1}{x^3 + 2x} = -f(x), \text{ следовательно,}$$

$f(x)$ — нечетная функция.

б) Так как $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2 + 7} = \frac{1}{x^2 + 7} = f(x), \text{ следовательно, } f(x) \text{ — чет-$$

ная функция.

в) Так как $f(-x) = \frac{1}{(-x)^4 + 3(-x)} = \frac{1}{x^4 - 3x} \neq f(x)$ и $\neq -f(x)$,

следовательно, не является ни четной, ни нечетной функцией.

г) $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = |-x+3| + |-x-3| + |-(x-3)| + |-(x+3)| = |x-3| + |x+3| =$$

$f(x)$, следовательно, $f(x)$ четная функция.

д) $D_f = \mathbf{R}$ симметрична относительно нуля и

$$f(-x) = |-x+5| - |-x-5| = |-(x-5)| - |-(x+5)| = |x-5| - |x+5| =$$

$-(|x+5| - |x-5|) = -f(x)$, следовательно $f(x)$ нечетная функция.

$$е) f(-x) = |-x+1| + |-x-2| = |-(x-1)| + |-(x+2)| = |x-1| + |x+2| \neq$$

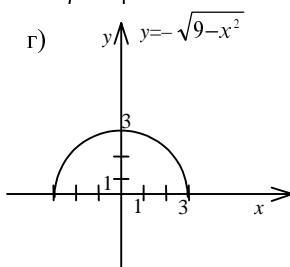
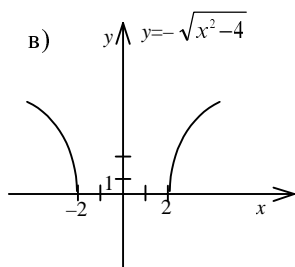
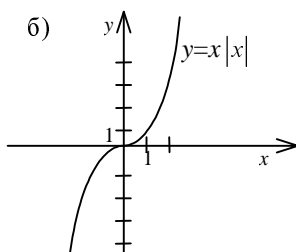
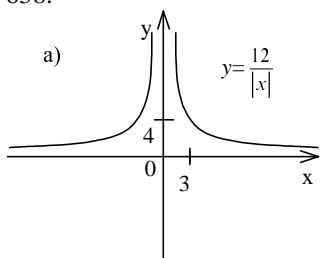
$f(x)$ и $f(-x) \neq -f(x)$ — не является ни четной ни нечетной функцией.

637.

а) может; в) может;

б) не может; г) не может.

638.



639.

а) убывает;

б) возрастает.

640.

По условию имеем: $g(-x) = g(x)$, $f(-x) = f(x)$

а) $y(x) = g(x) + f(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = g(-x) + f(-x) = g(x) + f(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

б) $y(x) = f(x) - g(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = f(-x) - g(-x) = f(x) - g(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

в) $y(x) = g(x) \cdot f(x)$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = g(-x) \cdot f(-x) = g(x) \cdot f(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

г) $y(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = g(x)$, значит, $y(-x) = \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{f(x)}{g(x)} = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

641.

По условию имеем: $f(-x) = -f(x)$; $g(-x) = -g(x)$.

а) $y(x) = g(x) + f(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) = g(-x) + f(-x) = g(x) - f(x) = -y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

б) $y(x) = f(x) - g(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) = f(-x) - g(-x) = -f(x) + g(x) = -(f(x) - g(x)) = -y(x)$; $y(x)$ — нечетная функция.

в) $y(x) = g(x) \cdot f(x)$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) = g(-x) \cdot f(-x) = -g(x) \cdot (-f(x)) = g(x) \cdot f(x) = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

г) $y(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $f(x) = -f(-x)$, $g(x) = -g(-x)$, значит, $y(-x) =$
 $= \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{-g(x)} = y(x)$; $y(x)$ — четная функция.

642.

1) Графиком функции

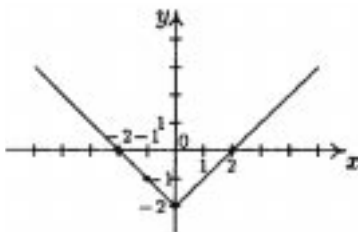
$f(x) = x - 2$ будет прямая

x	0	1
y	-2	-1

2) Графиком функции

$f(x) = -x - 2$ будет прямая

x	0	-2
y	-2	0



643.

График функции $g(x) = x^2 + 1$ — парабола, у которой ветви направлены вверх.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2} = 0; g_0 = 1.$$

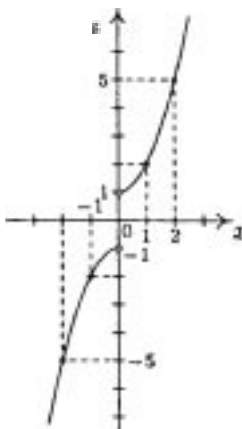
x	1	2	0	-1
y	2	5	1	2

График функции $g(x) = -x^2 - 1$ — парабола. Ветви этой параболы направлены вниз.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0; g_0 = -1.$$

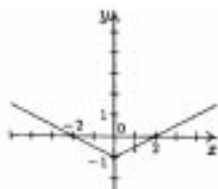
x	-1	-2	-3	0	1	2	3
y	-2	-5	-10	-1	-2	-5	-10

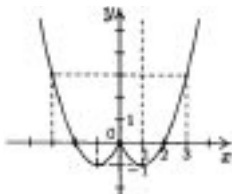


644.

а) Графиком функции $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ будет

прямая.		
x	0	4





$$\sqrt{uy} \quad | -1 \quad | \quad 1$$

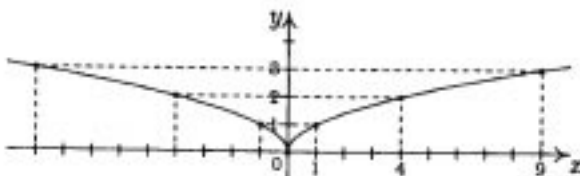
б) График функции $f(x)=x^2-2x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

Координаты вершины параболы:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1; y_{\text{в}} = 1.$$

в) При $x \geq 0$ график функции при построим по точкам: при $x \leq 0$ график будет симметричен построенному относительно Oy .

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

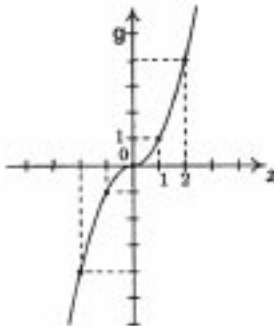


645.

а) График функции $g(x)=x^2$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.

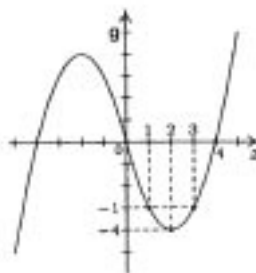
Найдем координаты вершины параболы:

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0; g_{\text{в}} = 0.$$



x	0	1	2	3	4
y	0	1	4	9	16

б) График функции $g(x)=x^2-4x$ – парабола. Ветви этой параболы направлены вверх.



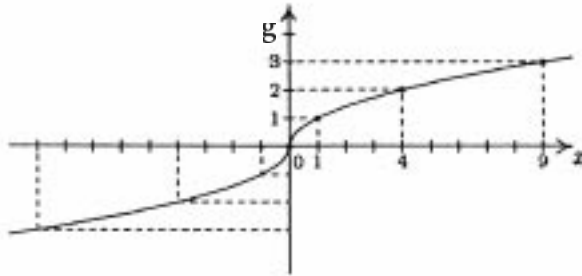
Найдем координаты вершины параболы: $x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$;

$$g_b = 4 - 4 \cdot 2 = -4.$$

x	0	1	2	4
y	0	-3	-4	0

в) Построим график функции $g(x) = \sqrt{x}$:

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4



646.

а) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно оси ординат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=f(x_0)$, то есть $f(x_0)$ — четная функция.

б) График функции $y=f(x)$ является симметричным относительно начала координат. Поэтому, если $(x_0; f(x_0))$ принадлежит графику, то и $(-x_0; -f(x_0))$ принадлежит графику. Следовательно, $f(-x_0)=-f(x_0)$, то есть $f(x)$ — нечетная функция.

647.

а) Да, при $k=0$ $y=b$ — четная функция.

б) Да, при $b=0$: $y=kx$ — нечетная функция.

648.

Да, при $b=0$ и $a \neq 0$ $y=ax^2+c$ — является четной функцией.

649.

а) Функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $5^{100} > 4^{100}$.

б) Т.к. $0,87 < 0,89$ и функция $y=x^{100}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $0,87^{100} < 0,89^{100}$.

в) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $1,5^{261} < 1,6^{261}$.

г) Функция $y=x^{261}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит,
 $\left(\frac{2}{3}\right)^{261} > \left(\frac{3}{5}\right)^{261}$.

650.

а) Функция $y=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, значит, $2^{10} < 3^{10}$.

б) Функция $y=x^5$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $0,3^5 > 0,2^5$.

в) Функция $y=x^{17}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит,
 $\left(\frac{4}{5}\right)^{17} > \left(\frac{8}{9}\right)^{17}$.

$$\text{г) } \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^{10} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20};$$

д) $8^7 = (2^3)^7 = 2^{21}$; $y=x^{21}$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, значит, $3^{21} > 2^{21}$, т.е. $3^{21} > 8^7$.

е) $36^6 = (36^2)^3 = 1296^3$. Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$ и $1250 < 1296$, $1296^3 > 1250^3$, т.е. $36^6 > 1250^3$.

651.

а) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty) \Rightarrow f(25) > f(12) \Rightarrow f(25) - f(12) > 0$.

б) Функция $f(x)=x^7$ возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty) \Rightarrow f(-30) < f(-20) \Rightarrow f(-30) - f(-20) < 0$.

в) $f(0) = 0 \Rightarrow f(0) \cdot f(60) = 0$.

г) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty) \Rightarrow g(17) - g(5) > 0$.

д) $g(-9) > 0$; $g(-17) > 0 \Rightarrow g(-9) \cdot g(-17) > 0$.

е) Функция $g(x)=x^{10}$ возрастает на промежутке $[0; +\infty) \Rightarrow g(38) > g(0) \Rightarrow g(38) - g(0) > 0$.

652.

а) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x \in [0; 1)$, то $x^n \geq 0$, $x-1 \leq 0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n \leq 0$, то есть $x^{n+1} \leq x^n$.

б) Рассмотрим разность $x^{n+1}-x^n=x^n(x-1)$. Так как $x \in (1; +\infty)$, то $x^n \geq 0$, $x-1 > 0$, следовательно, $x^{n+1}-x^n > 0$, то есть $x^{n+1} > x^n$.

653.

а) $8=2^n$, значит, $n=3$.

б) $12,25=3,5^n$, значит, $n=2$.

в) $81=(-3)^n$, значит, $n=4$.

г) $-32=(-2)^n$, значит, $n=5$.

654.

а) $5=2^n$, $y=2^n$ возрастает.

$2^2=4 < 5 < 8^2=2^3$, значит, не существует.

б) $81=(\sqrt{3})^n$, значит, $n=8$.

в) $415=(-5)^n$, значит, $n=2m$.

$415=(-5)^{2m}=25^m$

$y=25^m$ — возрастает.

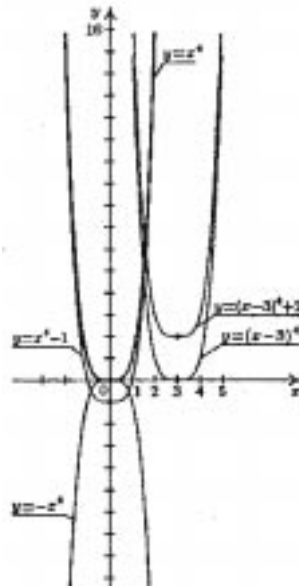
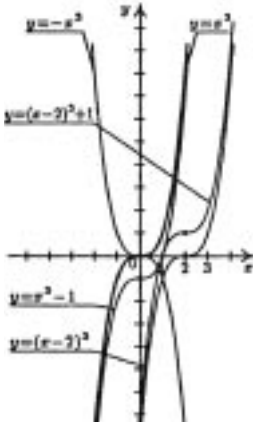
$25^1=25 < 415 < 625=25^2$, значит, не существует.

г) $-343=(-7)^n$, значит, $n=3$.

655.

I. Построим график функции $y=x^3$. II. Построим график функции

		$y=x^4$.													
x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3	x	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-1	-8	$-\frac{1}{8}$	0	1	8	9	y	-1	-16	$-\frac{1}{16}$	0	1	16	$\frac{1}{16}$



а) График функции $y=-x^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$, пользуясь симметрией относительно оси x .

б) График функции $y=x^3-1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y .

в) График функции $y=(x-2)^3$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи параллельного переноса на 2 единицы вправо вдоль оси x .

г) График функции $y=(x-2)^3+1$ можно получить из графика функции $y=x^3$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^3$ на 2 единицы вправо и на 1 единицу вверх.

д) График функции $y=-x^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$, пользуясь симметрией относительно оси x .

е) График функции $y=x^4-1$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 1 единицу вниз вдоль оси y .

ж) График функции $y=(x-3)^4$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи параллельного переноса на 3 единицы вправо вдоль оси x .

з) График функции $y=(x-3)^4+2$ можно получить из графика функции $y=x^4$ при помощи двух параллельных переносов — сдвига $y=x^4$ на 3 единицы вправо и на 2 единицы вверх.

656.

- а) 2 корня;
- б) 1 корень;
- в) нет корней;
- г) 1 корень;
- д) 1 корень;
- е) 1 корень.

657.

а) $-0,5 \sqrt[10]{1024} = -0,5 \cdot \sqrt[10]{2^{10}} = -0,5 \cdot 2 = -1.$

б) $-\frac{2}{3} \sqrt[7]{-2187} = \frac{2}{3} \sqrt[7]{2187} = \frac{2}{3} \sqrt[7]{3^7} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2.$

в) $1,5 \sqrt[9]{512} = 1,5 \sqrt[9]{2^9} = 1,5 \cdot 2 = 3.$

г) $\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} \cdot \sqrt{5 \frac{4}{9}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} \cdot \sqrt{\frac{49}{9}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{7}{2}.$

д) $\sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt[7]{0,1^7} = \sqrt[3]{5^3} \cdot 0,1 = -5 \cdot 0,1 = -0,5.$

е) $\sqrt[4]{16^{-2}} \cdot \sqrt[3]{0,125^3} = \sqrt[4]{\frac{1}{16^2}} \cdot \sqrt[3]{0,125^3} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 8} = \frac{1}{32}.$

658.

а) $\sqrt{x} = 0,2; (\sqrt{x})^2 = 0,2^2; \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 0,04 \Rightarrow x = 0,04.$

б) $\sqrt[3]{y} = \frac{1}{2}; (\sqrt[3]{y})^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3; \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow y = \frac{1}{8}.$

в) $\sqrt[4]{a} = -1$; нет решений, т.к. корень 4-ой степени из любого числа есть число неотрицательное.

г) $\sqrt[4]{b} = 2; (\sqrt[4]{b})^4 = 2^4; \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 2^4 \Rightarrow b = 16.$

д) $\sqrt[8]{x} = 1; (\sqrt[8]{x})^8 = 1^8; \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^8 = 1^8 \Rightarrow x = 1.$

е) $\sqrt[3]{y} = -2; (\sqrt[3]{y})^3 = (-2)^3 = -8; \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (-2)^3 \Rightarrow y = -8.$

659.

а) При $x - 2 \geq 0$; $x \geq 2$ выражение имеет смысл.

б) При $\frac{9-x}{5} \geq 0$; $x \leq 9.$

- в) При любом x выражение имеет смысл.
 г) При $(a-5)(a-2) \geq 0$, т.е. при $a \leq 2$ или $a \geq 5$.



- д) При $y^2 - 5y + 6 \geq 0$. Решим уравнение $y^2 - 5y + 6 = 0$: $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 1$;
 $y = \frac{5+1}{2} = 3$ или $y = \frac{5-1}{2} = 2$; $y^2 - 5y + 6 = (y-3)(y-2) \geq 0$, т.е. $y \leq 2$ или $y \geq 3$.



- е) При $-b^2 + 6b - 8 \geq 0$. Решим уравнение $-b^2 + 6b - 8 = 0$; $b^2 - 6b + 8 = 0$;
 $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$; $b = \frac{6 + \sqrt{4}}{2} = 4$ или $b = \frac{6 - \sqrt{4}}{2} = 2 \Rightarrow -b^2 + 6b - 8 =$
 $= -(b-4)(b-2) \geq 0$; $(b-4)(b-2) \leq 0$, т.е. $2 \leq b \leq 4$.



660.

- а) $x^6 = 12$; $x = \pm \sqrt[6]{12}$.
 б) $x^9 = 5$; $x = \sqrt[9]{5}$.
 в) $x^7 = -3$; $x = \sqrt[7]{-3} = -\sqrt[7]{3}$.
 г) $x^{11} = 2$; $x = \sqrt[11]{2}$.
 д) $\sqrt[4]{x+1} = 2$; $(\sqrt[4]{x+1})^4 = 2^4$; $((x+1)^{\frac{1}{4}})^4 = 2^4 \Rightarrow x+1 = 16$; $x = 15$.
 е) $\sqrt[5]{x-2} = 1$; $(\sqrt[5]{x-2})^5 = 1^5$; $x-2 = 1$; $x = 3$.

661.

- а) $x^8 + 6x^4 - 7 = 0$. Пусть $x^4 = y$; $y^2 + 6y - 7 = 0$;
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-7) = 64$;

$$y_1 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2} \quad \text{или} \quad y_2 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2} = -7; \quad x^4 = -7; \quad \text{в первом случае}$$

$x_1 = 1$ или $x_2 = -1$, во втором случае нет решений, т.к. правая часть равенства $x^4 = -7$ — отрицательное число.

- б) $x^{12} - 9x^6 + 14 = 0$. Пусть $x^6 = y$; $y^2 - 9y + 14 = 0$;
 $D = 9^2 - 4 \cdot 14 = 25$;

$$y_1 = \frac{9 + \sqrt{25}}{2} = 7 \quad \text{или} \quad y_2 = \frac{9 - \sqrt{25}}{2} = 2 \Rightarrow x^6 = 7 \quad \text{или} \quad x^6 = 2; \quad \text{в первом}$$

случае $x_{1,2} = \pm \sqrt[6]{7}$, во втором случае $x_{3,4} = \pm \sqrt[6]{2}$.

- в) $x^6 + 11x^3 + 24 = 0$. Пусть $x^3 = y$; $y^2 + 11y + 24 = 0$;
 $D = 11^2 - 4 \cdot 24 = 25$;

$$y_1 = \frac{-11 + \sqrt{25}}{2} = -3 \quad \text{или} \quad y_2 = \frac{-11 - \sqrt{25}}{2} = -8 \Rightarrow x^3 = -3 \quad \text{или} \quad x^3 = -8;$$

$$x_1 = -\sqrt[3]{3} \quad \text{или} \quad x_2 = \sqrt[3]{-8} = -2.$$

$$\text{г) } x^{14} - 5x^7 + 6 = 0. \quad \text{Пусть } x^7 = y; \quad y^2 - 5y + 6 = 0;$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1;$$

$$y_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \quad \text{или} \quad y_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow x^7 = 3 \quad \text{или} \quad x^7 = 2, \quad \text{т.е. } x_1 = \sqrt[7]{3}, \quad x_2 = \sqrt[7]{2}.$$

662.

$$\text{а) 1) } \sqrt[3]{x} = 5; \quad (\sqrt[3]{x})^3 = 5^3 = 125; \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 5^3 \Rightarrow x = 125.$$

$$2) \sqrt[3]{x} > 5; \quad (\sqrt[3]{x})^3 > 5^3; \quad x > 125.$$

$$3) \sqrt[3]{x} < 5; \quad (\sqrt[3]{x})^3 < 5^3; \quad x < 125.$$

$$\text{б) 1) } \sqrt[4]{x} = 2; \quad (\sqrt[4]{x})^4 = 2^4; \quad \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 2^4 \Rightarrow x = 16.$$

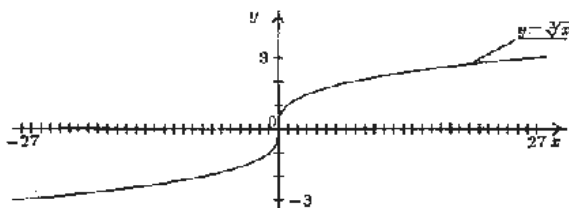
$$2) \sqrt[4]{x} > 2; \quad (\sqrt[4]{x})^4 > 2^4; \quad x > 16.$$

$$3) \sqrt[4]{x} < 2; \quad (\sqrt[4]{x})^4 < 2^4; \quad 0 \leq x < 16.$$

663.

Построим график функции $y = \sqrt[3]{x}$

x	0	1	8	-1	-27
y	0	1	2	-1	-3



$$\text{а) } \sqrt[3]{23} < \sqrt[3]{27};$$

$$\text{б) } \sqrt[3]{-5} < \sqrt[3]{-4};$$

$$\text{в) } \sqrt[3]{-0,1} < \sqrt[3]{-0,01}.$$

664.

а) Так как $6 < 7$, то $\sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{7}$, следовательно,

$$\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{7} < 0.$$

б) Так как $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$, то $\sqrt[5]{\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$, следовательно,

$$\sqrt[5]{\frac{1}{2}} - \sqrt[5]{\frac{1}{3}} > 0.$$

в) Так как $1 > 0,99$,

то $1 > \sqrt[4]{0,99}$, следовательно,

$$1 - \sqrt[4]{0,99} > 0.$$

г) Так как $0,28 = \frac{7}{25} < \frac{2}{7}$,

то $\sqrt[6]{0,28} < \sqrt[6]{\frac{2}{7}}$, следовательно,

$$\sqrt[6]{0,28} - \sqrt[6]{\frac{2}{7}} < 0$$

665.

а) $f(-x) = \sqrt{|-x|} = \sqrt{|x|} = f(x)$

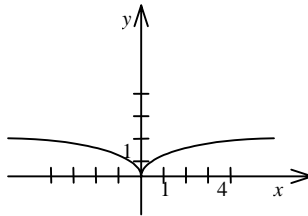
$$D_f = \mathbb{R}$$

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y = f(x)$.

При $x \geq 0$ $y = f(x) = \sqrt{x}$

При $x < 0$ график будет симметричен относительно O_y .



б) $f(-x) = \sqrt[3]{|-x|} = \sqrt[3]{|x|} = f(x)$

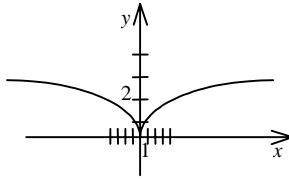
$D_f = \mathbb{R}$ — симметрична относительно нуля.

Следовательно, $f(x)$ — четная функция.

Построим график функции $y = f(x)$.

При $x \geq 0$ $y = f(x) = \sqrt[3]{x}$

При $x < 0$ график является симметричным относительно O_y .



666.

а) $0 < x < 1$, следовательно, $\sqrt[10]{0} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1}$; $0 < \sqrt[10]{x} < 1$.

б) $1 < x < 1000$, следовательно, $\sqrt[10]{1} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$; $1 < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{1000}$.

в) $1000 < x < 10^{10}$, следовательно, $\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} < \sqrt[10]{10^{10}}$; $\sqrt[10]{1000} < \sqrt[10]{x} < 10$.

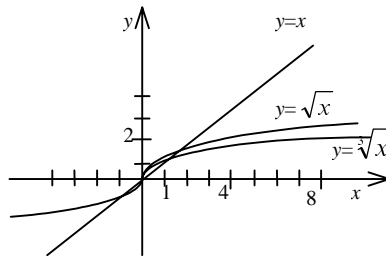
667.

а) $x - 2 \geq 0$, $x \geq 2$.

б) $5 - 2x \geq 0$; $2x \leq 5$; $x \leq 2,5$.

в) $y = \sqrt[3]{8x+1}$ определена при любом x .

668.



а) $\sqrt{x} = x$, значит, $x = x^2$; $x(x-1)=0 \Rightarrow x_1^{\frac{1}{2}} = 0, x_2^{\frac{1}{2}} = 1$, т.е. $x_1=0$, $x_2=1$

$\sqrt{x} = x$, значит, $x > 0$, т.к. корень 2-ой степени число неотрицательное.

$\sqrt{x} > x$, значит, $x(x-1) < 0$, т.е. $0 < x < 1$.

б) $\sqrt[3]{x} = x$, значит, $x = x^3$, т.е. $x(x^2 - 1) = 0$; $x(x-1)(x+1) = 0$, т.е. $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$.

$\sqrt[3]{x} < x$, значит, $x < x^3$; $x(x^2 - 1) > 0$; $-1 < x < 0$ или $x > 1$

$\sqrt[3]{x} > x$, значит, $x > x^3$; $x(x^2 - 1) < 0$; $x < -1$ или $0 < x < 1$.

670.

$$а) \sqrt[3]{\frac{64 \cdot 27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{4^3} \cdot \sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5}.$$

$$б) \sqrt[4]{\frac{81}{16 \cdot 625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{5^4}} = \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}.$$

$$в) \sqrt[5]{\frac{3^{10} \cdot 5^5}{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{3^{10}} \cdot \sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{7^{10}}} = \frac{\sqrt[5]{(3^2)^5} \cdot \sqrt[5]{5^5}}{\sqrt[5]{(7^2)^5}} = \frac{3^2 \cdot 5}{7^2} = \frac{45}{49}.$$

$$г) \sqrt[6]{\frac{9^9}{2^{12} \cdot 5^6}} = \frac{\sqrt[6]{9^9}}{\sqrt[6]{2^{12}} \cdot \sqrt[6]{5^6}} = \frac{\sqrt[6]{(3^2)^{3 \cdot 3}}}{\sqrt[6]{(2^2)^6} \cdot \sqrt[6]{5^6}} = \frac{3^3}{2^2 \cdot 5} = \frac{27}{20} = 1 \frac{7}{20}.$$

671.

$$а) \sqrt{16x^3y} = \sqrt{16x^2} \cdot \sqrt{xy} = 4|x| \sqrt{xy}.$$

$$б) \sqrt[4]{81ab^7} = \sqrt[4]{81b^4} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = \sqrt[4]{3^4 b^4} \cdot \sqrt[4]{ab^3} = 3b \sqrt[4]{ab^3}.$$

$$в) \sqrt[3]{125a^5x^3} = \sqrt[3]{125a^3x^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{5^3 a^3 x^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = 5ax \sqrt[3]{a^2}.$$

$$г) \sqrt[3]{64b^{12}y^7} = \sqrt[3]{(4b^4y^2)^3} \sqrt[3]{y} = 4b^4y^2 \sqrt[3]{y}.$$

672.

$$а) а) \sqrt{\frac{5}{a}} = \sqrt{\frac{5a^2}{a}} = \sqrt{5a}.$$

$$б) x \sqrt[3]{\frac{8}{x^2}} = \sqrt[3]{\frac{8x^3}{x^2}} = \sqrt[3]{2^3 x^{3-2}} = 2 \sqrt[3]{x}.$$

$$в) b \sqrt[4]{\frac{3}{b^3}} = \sqrt[4]{\frac{3b^4}{b^3}} = \sqrt[4]{3b^{4-3}} = \sqrt[4]{3b}.$$

12

$$\text{г) } 2c \sqrt[5]{\frac{1}{16c^4}} = \sqrt[5]{\frac{32 \cdot c^5}{16c^4}} = \sqrt[5]{2c^{5-4}} = \sqrt[5]{2c}.$$

673.

а) Так как $32 > 8$. Тогда

$$\sqrt[15]{32} = \sqrt[15]{2^5} = 2^{\frac{5}{15}} = 2^{\frac{1}{3}} > \sqrt[15]{8} = \sqrt[15]{2^3} = 2^{\frac{3}{15}} = 2^{\frac{1}{5}};$$

б) Так как $\frac{1}{9} < \frac{1}{3}$; тогда

$$\sqrt[4]{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt[4]{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt[4]{\frac{1}{3}} < 0;$$

в) Так как $9 > 3$; тогда

$$2\sqrt[k]{9} = \sqrt[k]{3} > 2\sqrt[k]{3}; \sqrt[k]{3} - 2\sqrt[k]{3} > 0;$$

г) Так как $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$; тогда

$$2\sqrt[k]{\frac{1}{4}} = \sqrt[k]{\frac{1}{2}} < 2\sqrt[k]{\frac{1}{2}};$$

$$\sqrt[k]{\frac{1}{2}} - 2\sqrt[k]{\frac{1}{2}} < 0.$$

674.

$$\text{а) } \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

Так как $6 < 8 < 9$, следовательно, $\sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$;

$$\text{б) } \sqrt{0,5} = \sqrt[6]{(0,5)^3} = \sqrt[6]{\frac{1}{8}} < \sqrt[6]{\frac{9}{100}} = \sqrt[3]{0,3}$$

$$\sqrt[3]{0,3} = \sqrt[15]{\left(\frac{3}{10}\right)^5} = \sqrt[15]{\frac{243}{100000}} < \sqrt[15]{\frac{8}{1000}} = \sqrt[35]{\frac{2^3}{10^3}} = \sqrt[5]{\frac{2}{10}} = \sqrt[5]{0,2},$$

следовательно, $\sqrt{0,5} < \sqrt[3]{0,3} < \sqrt[5]{0,2}$.

675.

$$\text{а) } \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = 1. \quad \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(2-\sqrt{3})^2 \cdot (7+4\sqrt{3})} = \\
&= \sqrt[6]{(4-4\sqrt{3}+3)(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})} = \sqrt[6]{(7^2-(4\sqrt{3})^2)} = \\
&= \sqrt[6]{49-48} = 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{б) } \sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = 1. \quad \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^2}} = \\
&= \sqrt[6]{(3-2\sqrt{2})} \cdot \sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{(\sqrt{2}-1)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}+1}} = \\
&= \sqrt[6]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} = \sqrt[6]{1} = 1.
\end{aligned}$$

676.

$$\text{а) } \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{25})} \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{15}}{5}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{10}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1.$$

$$\begin{aligned}
\text{г) } \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} &= \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3})^3-1^3} = \\
&= \frac{2(\sqrt[3]{3^2}+\sqrt[3]{3}+1)}{2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{д) } \frac{7}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}} &= \frac{7(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})} = \\
&= \frac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{(\sqrt[3]{5})^3+(\sqrt[3]{2})^3} = \frac{7(\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{5+2} = \sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}.
\end{aligned}$$

677.

$$\text{а) } \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0; \quad \sqrt[3]{x} = 2\sqrt[6]{x}; \quad (\sqrt[3]{x})^6 = (2\sqrt[6]{x})^6; \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^6\left(x^{\frac{1}{6}}\right)^6;$$

$x^2 = 64x; \quad x(x-64) = 0; \quad x_1 = 64 \text{ или } x_2 = 0.$

$$\text{б) } \sqrt[6]{x} - 0,1 = 0; \quad \sqrt[6]{x} = 0,1; \quad (\sqrt[6]{x})^6 = 0,1^6; \quad x = 0,000001.$$

в) $\sqrt[10]{x} + 5 = 0$; $\sqrt[10]{x} = -5$ нет решений, т.к. корень 10-ой степени число неотрицательное.

г) $\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0$; пусть $\sqrt[6]{x} = y$, $2y^2 + y - 1 = 0$; $D = 1 + 1 \cdot 2 \cdot 4 = 9$;

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4}$, $y_1 = -1$ или $y_2 = \frac{1}{2}$. В первом случае решений нет, т.к.

корень 6-ой степени – число неотрицательное; во втором случае

$$\sqrt[6]{x} = \frac{1}{2}; x = \left(\frac{1}{2}\right)^6; x = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}.$$

д) $\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0$; пусть $\sqrt[4]{x} = y$ тогда $y^2 - 5y + 6 = 0$;

$D = 25^2 - 6 \cdot 4 = 25 - 24 = 1$; $y_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$; $y_1 = 3$ или $y_2 = 2$. В первом случае

$$\sqrt[4]{x} = 3; x_1 = 3^4 = 81; \text{ во втором случае } \sqrt[4]{x} = 2; x_2 = 2^4 = 16.$$

е) $\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0$; пусть $\sqrt[8]{x} = y$, тогда $y^2 - 2y - 3 = 0$;

$D = 2^2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$; $y = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$; $y_1 = 3$ или $y_2 = -1$ — корней нет, т.к.

левая часть – положительная, а правая – отрицательная; $\sqrt[8]{x} = 3$;
 $x = 6561$.

678.

$$\begin{aligned} \text{а) } 2,5\sqrt{40} &= 2,5 \cdot 2\sqrt{10} = 5\sqrt{10} = 5 \cdot 10^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot (5 \cdot 2)^{\frac{1}{2}} \\ &= 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

$$\text{б) } -8 \cdot \sqrt[3]{2} = -2^3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = -2^{3+\frac{1}{3}} = -2^{\frac{10}{3}}.$$

$$\text{в) } a\sqrt{a} = a \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{1+\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{г) } -b \cdot \sqrt[3]{b} = -b \cdot b^{\frac{1}{3}} = -b^{1+\frac{1}{3}} = -b^{\frac{4}{3}}.$$

$$\text{д) } (x+1)^2 \cdot \sqrt[4]{x+1} = (x+1)^2 \cdot (x+1)^{\frac{1}{4}} = (x+1)^{2+\frac{1}{4}} = (x+1)^{\frac{9}{4}}.$$

$$\text{е) } (y-5)^3 \cdot \sqrt[3]{y-5} = (y-5)^3 \cdot (y-5)^{\frac{1}{3}} = (y-5)^{3+\frac{1}{3}} = (y-5)^{\frac{10}{3}}.$$

679.

а) $512 > 64$, поэтому

$$\sqrt[6]{512} = \sqrt[6]{8^3} = 8^{\frac{3}{6}} = 8^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{2}} > \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{8^2} = 8^{\frac{2}{6}} = 8^{\frac{1}{3}}$$

б) $625 > 512$, поэтому

$$\sqrt[24]{625} = \sqrt[24]{5^4} = 5^{\frac{4}{24}} = 5^{\frac{1}{6}} > \sqrt[24]{512} = \sqrt[24]{8^3} = 8^{\frac{3}{24}} = 8^{\frac{1}{8}}$$

в) $81 < 125$, поэтому

$$\sqrt[12]{81} = \sqrt[12]{3^4} = 3^{\frac{4}{12}} = 3^{\frac{1}{3}} < \sqrt[12]{125} = \sqrt[12]{5^3} = 5^{\frac{3}{12}} = 5^{\frac{1}{4}}$$

г) $81 > 64$, поэтому

$$\sqrt[48]{81} = \sqrt[48]{3^4} = 3^{\frac{4}{48}} = 3^{\frac{1}{12}} > \sqrt[48]{64} = \sqrt[48]{4^3} = 4^{\frac{3}{48}} = 4^{\frac{1}{16}}$$

680.

а) $(x-2)^{\frac{1}{2}} = 4$; $((x-2)^{\frac{1}{2}})^2 = 4^2$; $x-2=16$; $x=18$.

б) $(x-2)^2 = 4^2$. Положим, $x-2=y \Rightarrow y^2 = \sqrt{4} = 2$;
 $y = \pm \sqrt{2}$; $x-2 = \pm \sqrt{2}$; $x_1 = 2 + \sqrt{2}$, $x_2 = 2 - \sqrt{2}$.

в) $(y+3)^{\frac{1}{4}} = -1$; $\sqrt[4]{y+3} = -1$ нет решений, т.к. корень 4-ой степени – число неотрицательное.

г) $(y+3)^{-1} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{y+3} = \frac{1}{4}$; $y+3=4$; $y=1$.

д) $(a-5)^{\frac{1}{3}} = 0$; $a-5=0$; $a=5$.

е) $(a-5)^0 = \frac{1}{3}$ нет решений, т.к. $(a-5)^0 = 1$, но $\frac{1}{3} \neq 1$.

681.

а) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{1}$, значит, $\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} < x^{\frac{1}{5}} < 1^{\frac{1}{5}}$;

$$\frac{1}{32} < x^{\frac{2}{5}} < 1^{\frac{2}{5}}, \text{ значит, } \sqrt[5]{\frac{1}{1024}} < x^{\frac{2}{5}} < 1; \sqrt[5]{\frac{1}{4^5}} < x^{\frac{2}{5}} < 1; \frac{1}{4} < x^{\frac{2}{5}} < 1.$$

б) $\sqrt[5]{1} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{32}$; $1 < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{2^5}$; $1 < x^{\frac{1}{5}} < 2$;

$$1^{\frac{2}{5}} < x^{\frac{2}{5}} < 32^{\frac{2}{5}}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{1024}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{4^5}; 1 < x^{\frac{2}{5}} < 4.$$

16

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad & \sqrt[5]{32} < \sqrt[5]{x} < \sqrt[5]{1000}; \quad \sqrt[5]{2^5} < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{1000}; \quad 2 < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{1000} \\
 & 32^{\frac{2}{5}} < x^{\frac{2}{5}} < 1000^{\frac{2}{5}}; \quad \sqrt[5]{1024} < x^{\frac{2}{5}} < \sqrt[5]{1000000}; \\
 & \sqrt[5]{4^5} < x^{\frac{1}{5}} < \sqrt[5]{10 \cdot 10^5}; \quad 4 < x^{\frac{2}{5}} < 10\sqrt[5]{10}.
 \end{aligned}$$

682.

$$\text{a)} \quad \frac{x^{\frac{3}{5}}}{x^{\frac{3}{10}} \cdot x^{\frac{2}{15}}} = x^{\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{15}} = x^{\frac{18-9-4}{30}} = x^{\frac{5}{30}} = x^{\frac{1}{6}}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{a^{-3,5} \cdot a^{3,8}}{a^{2,1} \cdot a^{-1,9}} = \frac{a^{-3,5} + a^{3,8}}{a^{2,1-1,9}} = \frac{a^{0,3}}{a^{0,2}} = a^{0,3-0,2} = a^{0,1}.$$

$$\text{B)} \quad (m^{-0,6} \cdot m^{0,2})^{2,5} = (m^{-0,6+0,2})^{2,5} = (m^{-0,4})^{2,5} = m^{-0,4 \cdot 2,5} = m^{-1} = \frac{1}{m}.$$

$$\text{r)} \quad \left(c^{\frac{3}{4}} c^{-\frac{1}{6}} \right)^{-\frac{2}{7}} = \left(c^{\frac{9-2}{12}} \right)^{-\frac{2}{7}} = c^{-\frac{7}{12} \cdot \frac{2}{7}} = c^{-\frac{3}{4}}.$$

$$\text{д)} \quad \left(\frac{25a^{-2}}{4b^4} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{25} \cdot (a^{-2})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{4} \cdot (b^4)^{\frac{1}{2}}} = \frac{5a^{-2 \cdot \frac{1}{2}}}{2b^{4 \cdot \frac{1}{2}}} = \frac{5a^{-1}}{2b^2} = \frac{5}{2ab^2}$$

$$\text{e)} \quad \left(\frac{8x^{12}}{y^6} \right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{y^6}{8x^{12}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{y^{\frac{6}{3}}}{8^{\frac{1}{3}} x^{\frac{12}{3}}} = \frac{y^2}{2x^4}.$$

683.

$$\text{a)} \quad \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[10]{x^9} = x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{9}{10}} = x^{\frac{3}{5} + \frac{9}{10}} = x^{\frac{6+9}{10}} = x^{\frac{15}{10}} = x^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{\sqrt[8]{x}}{\sqrt[4]{x^{-1}}} = \frac{x^{\frac{1}{8}}}{x^{-\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{1+2}{8}} = x^{\frac{3}{8}}.$$

$$\text{B)} \quad \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x} = (x^2 x^4)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2+1}{3}} = x^{\frac{9}{12}} = x^{\frac{3}{4}}.$$

684.

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{x^{\frac{8}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{\frac{4}{x^3}} \right)^{\frac{3}{2}} &= \left(\frac{x^{\frac{8}{3} + \frac{2}{3}}}{\frac{4}{x^3}} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{x^2}{\frac{4}{x^3}} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{x^{2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)}}{x^{\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)}} = \frac{x^{-3}}{x^{-2}} = x^{-3+2} = \\ &= x^{-1} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Если $x=0,008$, то $\frac{1}{x} = \frac{1}{0,008} = 125$.

$$\begin{aligned} \text{б) } \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-1}}} \right)^{\frac{3}{4}} &= \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{3}{4}} = \frac{(x^{-\frac{3+2}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{3-2}{6}})^{\frac{3}{4}}} = \frac{(x^{-\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}}{(x^{\frac{1}{6}})^{\frac{3}{4}}} = \\ &= x^{-\frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 4}} = x^{-\frac{1}{8}} : x^{\frac{1}{8}} = x^{-\frac{1}{8} - \frac{1}{8}} = x^{-\frac{1}{4}}. \end{aligned}$$

Если $x=0,0625$, то $x^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x}} = \frac{1}{\sqrt[4]{(0,5)^4}} = \frac{1}{0,5} = 2$.

685.

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 = 8 \\ y_1 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 8 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 27 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -27 \end{cases}$$

686.

$$\text{a) } xy = t^{-\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{1}{2}} = t^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = t^0 = 1; \quad xy = 1.$$

$$\text{б) } x = t^{\frac{2}{3}} = (t^{\frac{1}{3}})^2 = y^2; \quad x = y^2.$$

$$\text{в) } x = t^{\frac{1}{2}}; \quad x^2 = (t^{\frac{1}{2}})^2 = t = (t^{\frac{1}{3}})^3 = y^3; \quad x^3 = y^3.$$

687.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & a^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{3}} (a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}) - (a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = \\
 & = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} - (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \cdot (b^{-\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = \\
 & = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} = a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{4}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{4}}) + (y^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = (x^{\frac{1}{2}})^2 - (y^{\frac{1}{4}})^2 + y^{\frac{1}{2}} = \\
 & = x - y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = x.
 \end{aligned}$$

688.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 2a^{-0,5} - 3a = a^{-0,5}(2a^{-0,5+0,5} - 3a^{1+0,5}) = a^{-0,5}(2 - 3a^{1,5}). \\
 \text{б)} \quad & 3a^{-0,5} + 5a^{0,5} = a^{-0,5}(3a^{-0,5+0,5} + 5a^{0,5+0,5}) = a^{-0,5}(3 + 5a). \\
 \text{в)} \quad & 6a - 1 = a^{-0,5}(6a^{1+0,5} - a^{-0,5}) = a^{-0,5}(6a^{1,5} - a^{-0,5}).
 \end{aligned}$$

689.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & x^{\frac{2}{3}} - 4 = x^{\frac{1}{3} \cdot 2} - 2^3 = (x^{\frac{1}{3}})^2 - 2^2 = (x^{\frac{1}{3}} - 2)(x^{\frac{1}{3}} + 2). \\
 \text{б)} \quad & a^{\frac{4}{3}} - 5 = (a^{\frac{2}{3}})^2 - (5^{\frac{1}{2}})^2 = (a^{\frac{2}{3}} - \sqrt{5})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt{5}). \\
 \text{в)} \quad & m^{\frac{1}{2}} - 25 = m^{\frac{1}{4} \cdot 2} - 5^2 = (m^{\frac{1}{4}})^2 - 5^2 = (m^{\frac{1}{4}} - 5)(m^{\frac{1}{4}} + 5). \\
 \text{г)} \quad & 3 - 2x^{\frac{1}{3}} = (3^{\frac{1}{2}})^2 - (2^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{6}})^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2} x^{\frac{1}{6}})(\sqrt{3} + \sqrt{2} x^{\frac{1}{6}}). \\
 \text{д)} \quad & c^{0,8} - x^{0,5} = (c^{0,4})^2 - (x^{0,25})^2 = (c^{0,4} - x^{0,25})(c^{0,4} + x^{0,25}) \\
 \text{е)} \quad & p - p^{0,6} = p^{\frac{1}{2} \cdot 2} - p^{0,3 \cdot 2} = (p^{0,5})^2 - (p^{0,3})^2 = (p^{0,5} - p^{0,3})(p^{0,5} + p^{0,3}).
 \end{aligned}$$

690.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & a - 8 = a^{\frac{1}{3} \cdot 3} - 2^3 = (a^{\frac{1}{3}})^3 - 2^3 = (a^{\frac{1}{3}} - 2)(a^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}} + 4). \\
 \text{б)} \quad & 1 + 27b = 1^3 + 3^3 b^{\frac{1}{3} \cdot 3} = 1^3 + (3b^{\frac{1}{3}})^3 = (1 + 3b^{\frac{1}{3}})(1 - 3b^{\frac{1}{3}} + 9b^{\frac{2}{3}}). \\
 \text{в)} \quad & a^{0,6} - b^{0,6} = (a^{0,2})^3 - (b^{0,2})^3 = (a^{0,2} - b^{0,2})(a^{0,4} + a^{0,2} b^{0,2} + b^{0,4}). \\
 \text{г)} \quad & x^{0,9} + 125 = x^{0,3 \cdot 3} + 5^3 = (x^{0,3})^3 + 5^3 = (x^{0,3} + 5)(x^{0,6} - 5x^{0,3} + 25).
 \end{aligned}$$

691.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sqrt{x} - \sqrt{y} + x - y &= \sqrt{x} - \sqrt{y} + (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \\ &+ (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{x} + \sqrt{y}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sqrt{a} + a + \sqrt{b} - b &= (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \\ &+ (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(1 + \sqrt{a} - \sqrt{b}); \end{aligned}$$

$$\text{в) } x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{3}{4}} + 4 = (x^{\frac{3}{4}})^2 + 2 \cdot 2x^{\frac{3}{4}} + 2^2 = (x^{\frac{3}{4}} + 2)^2;$$

г)

$$\begin{aligned} x - 2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + a &= x^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 2x^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = (x^{\frac{1}{2}})^2 - 2x^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{2}} + (a^{\frac{1}{2}})^2 = (x^{\frac{1}{2}} - \\ &a^{\frac{1}{2}})^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } x + 2x^{\frac{1}{2}} - 8 &= (x^{\frac{1}{2}})^2 + 2x^{\frac{1}{2}} + 1 - 9 = (x^{\frac{1}{2}} + 1)^2 - 3^2 = \\ &= (x^{\frac{1}{2}} + 1 - 3)(x^{\frac{1}{2}} + 1 + 3) = (x^{\frac{1}{2}} - 2)(x^{\frac{1}{2}} + 4); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } 6x^{\frac{1}{2}} - 5x^{\frac{1}{4}} + 1 &= 6x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} - 2x^{\frac{1}{4}} + 1 = \\ &= 3x^{\frac{1}{4}}(2x^{\frac{1}{4}} - 1) - (2x^{\frac{1}{4}} - 1) = (3x^{\frac{1}{4}} - 1)(2x^{\frac{1}{4}} - 1). \end{aligned}$$

692.

$$\text{При } x = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}; y = \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{xy}{x+y} = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right) : \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right);$$

$$1) \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2} \cdot 2} - b^{\frac{1}{2} \cdot 2}} = \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a - b};$$

$$2) \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}) + b^{\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})} =$$

20

$$= \frac{a + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} + b}{a - b} = \frac{a + b}{a - b};$$

$$3) \frac{(ab)^{\frac{1}{2}}}{a - b} : \frac{a + b}{a - b} = \frac{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} (a - b)}{(a - b)(a + b)} = \frac{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}}{a + b}.$$

693.

а) Положим, $c^{\frac{1}{2}} = y$; $18y^2 + 3y - 10 = 0$;

$$D = 3^2 - 4 \cdot 18 \cdot (-10) = 729; \quad y = \frac{-3 + \sqrt{729}}{36} = \frac{2}{3} \quad \text{или}$$

$y = \frac{-3 - \sqrt{729}}{36} = -\frac{5}{6} < 0$, — корней нет, т.к. $c^{\frac{1}{2}}$ должно быть неотри-

цательным числом; $c^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$; $c = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$.

б) Положим, $x^{-\frac{1}{2}} = y$; $21y^2 - 6y - 15 = 0$;

$$D = 6^2 - 4 \cdot 21 \cdot (-15) = 1296;$$

$$y = \frac{6 + \sqrt{1296}}{42} = 1 \quad \text{или} \quad y = \frac{6 - \sqrt{1296}}{42} = -\frac{5}{7} < 0, \quad \text{— корней нет, так}$$

как $x^{-\frac{1}{2}}$ должно быть неотрицательным числом; $x^{-\frac{1}{2}} = 1$; $x = 1$.

в) Положим, $y^{\frac{1}{3}} = v$; $3v^2 + 5v - 2 = 0$;

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49;$$

$$v_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{или} \quad v_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{6} = -2, \quad \text{— корней нет;}$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}.$$

г) Положим, $a^{-\frac{1}{3}} = y$; $2y^2 - 7y + 3 = 0$;

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25;$$

$$y_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{4} = 3 \quad \text{или} \quad y_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{4} = \frac{1}{2};$$

$$a_1 = 3^{-3} \quad \text{или} \quad a_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; \quad a = \frac{1}{27}, \quad a = 8.$$

694.

$$\text{a) } v = \frac{1}{\frac{2}{t^3}} + 1 = \frac{1+t^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{t^3}} = \frac{u}{\frac{2}{t^3}}; \quad t^{\frac{2}{3}} = u-1, \text{ следовательно, } v = \frac{u}{u-1};$$

$$v(u-1)=u; \quad vu-v=u; \quad vu=u+v;$$

$$\text{б) } u^4=t+2; \quad v^4=2-t; \quad u^4+v^4=4.$$

695.

$$\text{a) 1) } \frac{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{m^{\frac{5}{6}} + m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{2}}}{m-n} = \frac{(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}) \cdot m^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})}{m^{\frac{1}{3}} \cdot (m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}})(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}})} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{2) } \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} - m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}} - 1 &= \frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{2}} - m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}} - m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} + m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}} - m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}}} = \\ &= \frac{m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}} - 1)}{n^{\frac{1}{6}}m^{\frac{1}{6}}(m^{\frac{1}{6}}n^{\frac{1}{6}} - 1)} = m^{\frac{1}{6}} \cdot n^{\frac{1}{6}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) 1) } \frac{x^{\frac{1}{6}} - x^{\frac{1}{3}}}{1+x} + \frac{1-x^{\frac{1}{6}}}{1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}} &= \frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x} + \frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{(1+x^{\frac{1}{3}})(1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}})} = \\ &= \frac{x^{\frac{1}{6}}(1-x^{\frac{1}{6}})}{1+x} + \frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{1}{3}})}{1^3+(x^{\frac{1}{3}})^3} = \frac{(1-x^{\frac{1}{6}})(1+x^{\frac{2 \cdot \frac{1}{6}}+x^{\frac{1}{6}})}{1+x} = \frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x}; \end{aligned}$$

$$\text{2) } \frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x} \cdot \frac{1+x}{1-x} = \frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{(1-x^{\frac{1}{2}})(1+x^{\frac{1}{2}})} = \frac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}}.$$

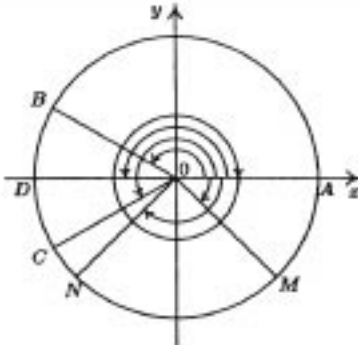
696.

$$\begin{aligned}
& \frac{(a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}}}{(a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}}} = \frac{((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})}{((a+b)^{\frac{1}{2}} - (a-b)^{\frac{1}{2}})((a+b)^{\frac{1}{2}} + (a-b)^{\frac{1}{2}})} = \\
& = \frac{a+b+2(a+b)^{\frac{1}{2}}(a-b)^{\frac{1}{2}}+a-b}{((a+b)^{\frac{1}{2}})^2 - ((a-b)^{\frac{1}{2}})^2} = \frac{2a+2\sqrt{(a+b)(a-b)}}{a+b-a+b} = \\
& = \frac{2a+2\sqrt{a^2-b^2}}{2b} = \frac{2(a+\sqrt{a^2-b^2})}{2b} = \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}.
\end{aligned}$$

Если $b = \frac{4a}{5}$ и $a > 0$, то $\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b} = \frac{a+\sqrt{a^2-\frac{16a^2}{25}}}{\frac{4a}{5}} =$

$$\begin{aligned}
& = \frac{5(a+\sqrt{\frac{25a^2-16a^2}{25}})}{4a} = \frac{5(a+\sqrt{\frac{9a^2}{25}})}{4a} = \frac{5(a+\frac{3a}{5})}{4a} = \frac{5(5a+3a)}{4a \cdot 5} = \\
& = \frac{5 \cdot 8a}{4a \cdot 5} = \frac{8a}{4a} = 2.
\end{aligned}$$

697.



$$\begin{aligned}\angle AOB &= 150^\circ; \\ \angle AOD &= 210^\circ; \\ \angle AOC &= 540^\circ; \\ \angle AON &= -45^\circ; \\ \angle AOL &= -135^\circ.\end{aligned}$$

698.

$$A \rightarrow B = 400^\circ;$$

$$A \rightarrow C = -210^\circ;$$

$$A \rightarrow D = 240^\circ.$$

699.

а) $\alpha = 282^\circ$; $270^\circ < 282^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

б) $\alpha = 190^\circ$; $180^\circ < 190^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

в) $\alpha = 100^\circ$; $90^\circ < 100^\circ < 180^\circ$, значит, $\alpha \in$ II четверти.

г) $\alpha = -20^\circ$; $270^\circ < -20^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

д) $\alpha = -110^\circ$; $180^\circ < -110^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

е) $\alpha = 4200^\circ$; $4200^\circ = 360^\circ \cdot 11 + 240^\circ$; $180^\circ < 240^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

700.

а) $\alpha = 179^\circ$; $90^\circ < 179^\circ < 180^\circ$, значит, $\alpha \in$ II четверти.

б) $\alpha = 325^\circ$; $270^\circ < 325^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

в) $\alpha = -150^\circ$; $180^\circ < -150^\circ < 270^\circ$, значит, $\alpha \in$ III четверти.

г) $\alpha = -10^\circ$; $270^\circ < -10^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

д) $\alpha = 800^\circ$; $800^\circ = 360^\circ \cdot 2 + 80^\circ$; $0^\circ < 80^\circ < 90^\circ$, значит, $\alpha \in$ I четверти.

е) $\alpha = 10000^\circ$; $10000^\circ = 360^\circ \cdot 27 + 280^\circ$; $270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$, значит, $\alpha \in$ IV четверти.

24

701.

$$a) 770^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 50^\circ; -310^\circ = -360^\circ + 50^\circ.$$

$$b) 480^\circ = 360^\circ + 120^\circ; 1560^\circ = 4 \cdot 360^\circ + 120^\circ; -240^\circ = -360^\circ + 120^\circ.$$

702.

$$a) 420^\circ = 360^\circ + 60^\circ; \alpha = 60^\circ;$$

$$b) -210^\circ = -360^\circ + 150^\circ; \alpha = 150^\circ;$$

$$B) -700^\circ = -2 \cdot 360^\circ + 20^\circ; \alpha = 20^\circ.$$

703.

$$\sin 35^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{1,75}{3} \approx 0,58;$$

$$\cos 35^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{2,45}{3} \approx 0,82; \operatorname{tg} 35^\circ = \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} = \frac{y}{x} \approx \frac{1,75}{2,45} \approx 0,71;$$

$$\operatorname{ctg} 35^\circ = \frac{x}{y} \approx 1,4.$$

$$\sin 160^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{1,1}{3} \approx 0,37;$$

$$\cos 160^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{-2,8}{3} \approx -0,93; \operatorname{tg} 160^\circ = \frac{y}{x} \approx \frac{1,1}{-2,8} \approx -0,39;$$

$$\operatorname{ctg} 160^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-2,8}{1,1} \approx -2,55.$$

$$\sin 230^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{-2,25}{3} \approx -0,75; \cos 230^\circ = \frac{x}{R} \approx -\frac{1,95}{3} \approx -0,65;$$

$$\operatorname{tg} 230^\circ = \frac{y}{x} \approx \frac{-2,25}{-1,95} \approx 1,15; \operatorname{ctg} 230^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-1,95}{-2,25} \approx 0,87;$$

$$\sin(-75^\circ) = \frac{y}{x} \approx \frac{-2,9}{3} \approx -0,97;$$

$$\cos(-75^\circ) = \frac{x}{R} \approx \frac{0,8}{3} \approx 0,27; \operatorname{tg}(-75^\circ) = \frac{y}{x} \approx \frac{-2,9}{0,8} \approx -3,625;$$

$$\operatorname{ctg}(-75^\circ) = \frac{x}{y} \approx \frac{0,8}{-2,9} \approx -0,28.$$

704.

$$\sin\alpha = \frac{y}{R}; \cos\alpha = \frac{x}{R};$$

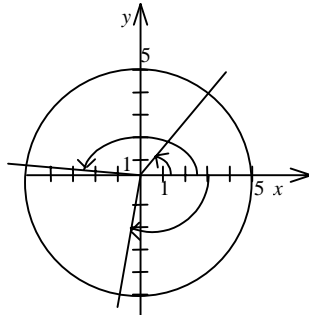
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{x}{y}.$$

$$1) \sin 50^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$\cos 50^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \approx 1,33;$$

$$\operatorname{ctg} 50^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{3}{4} \approx 0,75.$$



$$2) \sin 175^\circ = \frac{y}{R} \approx \frac{0,7}{5} = 0,14;$$

$$\cos 175^\circ = \frac{x}{R} \approx \frac{-5}{5} = -1;$$

$$\operatorname{tg} 175^\circ = \frac{y}{x} = \frac{0,7}{-5} = -0,14;$$

$$\operatorname{ctg} 50^\circ = \frac{x}{y} \approx \frac{-5}{0,7} \approx -7,14.$$

$$3) \sin(-100^\circ) = \frac{y}{R} \approx \frac{-5}{5} = -1;$$

$$\cos(-100^\circ) = \frac{x}{R} \approx \frac{-1}{5} = -0,2;$$

$$\operatorname{tg}(-100^\circ) = \frac{y}{x} = \frac{-5}{-1} = 5;$$

$$\operatorname{ctg}(-100^\circ) = \frac{x}{y} \approx \frac{-1}{-5} = 0,2.$$

705.

$$a) 2\cos 60^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{3}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

$$b) 5\sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ = 5 \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}.$$

$$b) 2\sin 30^\circ + 6\cos 60^\circ - 4\operatorname{tg} 45^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot 1 = 1 + 3 - 4 = 4 - 4 = 0.$$

$$r) 3\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$d) 4\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2(\sqrt{3})^2 = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$e) 12\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}.$$

706.

a) $2\sin 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{(\sqrt{3})^2}{3} = \frac{3}{3} = 1.$

б) $2\sin 45^\circ - 4\cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2} - 2\sqrt{3}.$

в) $7\tg 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot \frac{(\sqrt{3})^2}{3} = 7 \cdot \frac{3}{3} = 7.$

г) $6\operatorname{ctg} 60^\circ - 2\sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}.$

707.

a) $\sin \alpha = 1; \alpha = 90^\circ; \alpha = 90^\circ + 360^\circ = 450^\circ; \alpha = 450^\circ + 360^\circ = 810^\circ;$
 $\alpha = 810^\circ + 360^\circ = 1170^\circ; \dots$

б) $\cos \alpha = -1; \alpha = 180^\circ; \alpha = 180^\circ + 360^\circ = 540^\circ; \alpha = 540^\circ + 360^\circ = 900^\circ;$
 $\alpha = 900^\circ + 360^\circ = 1260^\circ; \dots$

в) $\sin \alpha = 0; \alpha = 0^\circ; \alpha = 0^\circ + 360^\circ = 360^\circ; \alpha = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ;$
 $\alpha = 720^\circ + 360^\circ = 1080^\circ; \dots$

г) $\operatorname{tg} \alpha = 0; \alpha = 0^\circ; 180^\circ; 360^\circ; \dots$

708.

a) $\sin \beta = -1; \beta = -90^\circ; \beta = -90^\circ + 360^\circ = 270^\circ; \beta = 270^\circ + 360^\circ = 630^\circ;$

б) $\cos \beta = 1; \beta = 0^\circ; \beta = 0^\circ + 360^\circ = 360^\circ; \beta = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ;$

в) $\cos \beta = 0; \beta = 90^\circ; \beta = 90^\circ + 360^\circ = 450^\circ; \beta = 450^\circ + 360^\circ = 810^\circ;$

г) $\operatorname{ctg} \beta = 0; \beta = 90^\circ; \beta = 450^\circ; \beta = 270^\circ.$

709.

a) Так как $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, то $0 \leq 1 + \sin \alpha \leq 2$;

б) Так как $1 \leq \cos \alpha \leq 1$, то $1 \leq 2 - \cos \alpha \leq 3$.

710.

a) Так как $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$, то $0 \leq 1 - \sin \alpha \leq 2$;

б) Так как $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, то $1 \leq 2 + \cos \alpha \leq 3$.

711.

а) $\alpha=90^\circ; 450^\circ; 270^\circ; 810^\circ;$

б) $\alpha=0^\circ; 360^\circ; 180^\circ; 540^\circ.$

712.

а) не может, так как $\sqrt{2} > 1;$

б) может, так как $\frac{1}{\sqrt{2}} < 1;$

в) не может, так как $\frac{1+\sqrt{3}}{2} > 1;$

г) может, так как $\frac{1-\sqrt{3}}{2} < 1.$

713.

а) $2\cos 0^\circ - 4\sin 90^\circ + 5\operatorname{tg} 180^\circ = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 5 \cdot 0 = 2 - 4 + 0 = -2.$

б) $2\operatorname{ctg} 90^\circ - 3\cos 270^\circ + 5\sin 0^\circ = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0.$

в) $\operatorname{tg} 360^\circ - \frac{3}{4}\sin 270^\circ - \frac{1}{4}\cos 180^\circ = 0 - \frac{3}{4} \cdot (-1) - \frac{1}{4} \cdot (-1) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1.$

714.

а) $\sin 0^\circ + 2\cos 60^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1.$

б) $\operatorname{tg} 60^\circ \sin 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

в) $4\sin 90^\circ - 3\cos 180^\circ = 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 4 + 3 = 7.$

г) $3\operatorname{ctg} 90^\circ - 3\sin 270^\circ = 3 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3.$

715.

а) $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 0 + 1 = 1.$

б) $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$

в) $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 0 = 1.$

г) $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin 180^\circ + \cos 180^\circ = 0 + (-1) = -1.$

716.

а) $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 30^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}.$

б) $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}.$

в) $\cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \cos 180^\circ + \cos 270^\circ = -1 + 0 = -1.$

28

717.

$$a) \sin 30^\circ + \sin 2 \cdot 30^\circ + 3 \sin 3 \cdot 30^\circ = \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{1 + \sqrt{3} + 2}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

$$b) \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}.$$

718.

$$1) \frac{a^{0,5} + b^{0,5}}{a^{0,5}} - \frac{b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} = \frac{(a^{0,5} + b^{0,5})(a^{0,5} + b^{0,5}) - b^{0,5} a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} =$$
$$= \frac{a + 2a^{0,5}b^{0,5} + b - b^{0,5}a^{0,5}}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})};$$

$$2) \frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a^{0,5}} : \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5})^3 (b^{0,5})^3}{a^{0,5}} :$$

$$: \frac{a + a^{0,5}b^{0,5} + b}{a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})} = \frac{(a^{0,5} - b^{0,5})(a + a^{0,5}b^{0,5} + b) \cdot a^{0,5}(a^{0,5} + b^{0,5})}{a^{0,5}(a + a^{0,5}b^{0,5} + b)} =$$

$$= (a^{0,5})^2 - (b^{0,5})^2 = a - b.$$

719.

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ \frac{(2+3y)^2}{4} + y^2 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2+3y}{2}, \\ (2+3y)^2 + 4y^2 = 80; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2+3y}{2} \\ 4 + 12y + 9y^2 + 4y^2 = 80 \end{cases}$$

$$13y^2 + 12y - 76 = 0;$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-76) = 4096 > 0;$$

следовательно, прямая и окружность пересекаются в двух точках;

$$б) \begin{cases} x+7y=50, & \begin{cases} x=50-7y, \\ (50-7y)^2+y^2=50; \end{cases} \\ x^2+y^2=50; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=50-7y \\ 2500-700y+49y^2+y^2=50 \end{cases}$$

Решим уравнение: $y^2-14y+49=0$;

$$D=14^2-4\cdot 49=196-196=0;$$

Следовательно, прямая и окружность имеют одну точку пересечения, т.е. прямая касается окружности.

720.

$$а) \frac{27^{\frac{2}{3}}-16^{\frac{3}{4}}}{81^{-\frac{1}{4}}} = \frac{((3^3)^{\frac{2}{3}}-(2^4)^{\frac{3}{4}})}{(3^4)^{-\frac{1}{4}}} = \frac{3^2-2^3}{3^{-1}} = (9-8) \cdot 3 = 3;$$

$$б) \frac{8^{\frac{2}{3}}-32^{\frac{1}{5}}}{125^{-\frac{1}{3}}} = \frac{((2^3)^{\frac{2}{3}}-(2^5)^{\frac{1}{5}})}{(5^3)^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2^2-2^1}{5^{-1}} = (4-2) \cdot 5 = 10.$$

721.

а) $\alpha=48^\circ$; так как $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, то $\alpha \in I$ четверти, поэтому $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$; $\operatorname{tg} \alpha > 0$; $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

б) $\alpha=137^\circ$; так как $90^\circ < \alpha < 180^\circ$; $\alpha \in II$ четверти, поэтому $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$; $\operatorname{tg} \alpha < 0$; $\operatorname{ctg} \alpha < 0$.

в) $\alpha=200^\circ$; так как $180^\circ < \alpha < 270^\circ$; $\alpha \in III$ четверти, поэтому $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$; $\operatorname{tg} \alpha > 0$; $\operatorname{ctg} \alpha > 0$.

г) $\alpha=306^\circ$; так как $270^\circ < \alpha < 360^\circ$; $\alpha \in IV$ четверти, поэтому $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$; $\operatorname{tg} \alpha < 0$; $\operatorname{ctg} \alpha < 0$.

722.

а) Так как $90^\circ < 179^\circ < 180^\circ$, то $\alpha=179^\circ \in II$ четверти, поэтому $\sin 179^\circ > 0$.

б) Так как $270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$, то $\alpha=280^\circ \in IV$ четверти, поэтому $\cos 280^\circ > 0$.

в) Так как $90^\circ < 175^\circ < 180^\circ$, то $\alpha=175^\circ \in II$ четверти, поэтому $\operatorname{tg} 175^\circ < 0$.

г) Так как $270^\circ < 359^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 359^\circ \in \text{IV}$ четверти, поэтому $\text{ctg}359^\circ < 0$.

д) Так как $\cos 410^\circ = \cos(360^\circ + 50^\circ) = \cos 50^\circ$, то $0^\circ < 50^\circ < 90^\circ$; $\alpha = 50^\circ \in \text{I}$ четверти, поэтому $\cos 410^\circ > 0$.

е) Так как $\text{tg}500^\circ = \text{tg}(360^\circ + 140^\circ) = \text{tg}140^\circ$, то $90^\circ < 140^\circ < 180^\circ$; $\alpha = 140^\circ \in \text{II}$ четверти, поэтому $\text{tg}500^\circ < 0$.

ж) Так как $\sin(-75^\circ) = \sin(360^\circ - 75^\circ) = \sin 285^\circ$, то $270^\circ < 285^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, поэтому $\sin(-75^\circ) < 0$;

з) Так как $\cos(-116^\circ) = \cos(360^\circ - 116^\circ) = \cos 244^\circ$, то $180^\circ < 244^\circ < 270^\circ$; $\alpha \in \text{III}$ четверти, поэтому $\cos(-116^\circ) < 0$.

723.

а) Так как $270^\circ < 315^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 315^\circ \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\cos 315^\circ > 0$.

б) Так как $90^\circ < 109^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 109^\circ \in \text{II}$ четверти, следовательно, $\sin 109^\circ > 0$.

в) Так как $90^\circ < 145^\circ < 180^\circ$, то $\alpha = 145^\circ \in \text{II}$ четверти, следовательно, $\text{tg}145^\circ < 0$.

г) Так как $270^\circ < 288^\circ < 360^\circ$, то $\alpha = 288^\circ \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\text{ctg}288^\circ < 0$.

д) Так как $\cos(-25^\circ) = \cos(360^\circ - 25^\circ) = \cos 335^\circ$; $270^\circ < 335^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\cos(-25^\circ) > 0$.

е) Так как $\text{tg}(-10^\circ) = \text{tg}(360^\circ - 10^\circ) = \text{tg}350^\circ$; $270^\circ < 350^\circ < 360^\circ$; $\alpha \in \text{IV}$ четверти, следовательно, $\text{tg}(-10^\circ) < 0$.

724.

а) $\sin \alpha > 0$ в I и II четверти, $\cos \alpha > 0$ в I и IV четверти, поэтому $\alpha \in \text{I}$ четверти.

б) $\sin \alpha < 0$ в III и IV четверти, $\cos \alpha > 0$ в I и II четверти, поэтому $\alpha \in \text{IV}$ четверти.

в) $\sin \alpha < 0$ в III и IV четверти, $\cos \alpha > 0$ во II и III четверти, поэтому $\alpha \in \text{III}$ четверти.

г) $\sin \alpha > 0$ в I и II четверти, $\text{tg} \alpha < 0$ в I и III четверти, поэтому $\alpha \in \text{I}$ четверти.

д) $\text{tg} \alpha < 0$ в II и IV четверти, $\cos \alpha > 0$ во I и IV четверти, поэтому $\alpha \in \text{IV}$ четверти.

е) $\operatorname{ctg}\alpha > 0$ в I и III четверти, $\sin\alpha < 0$ в III и IV четверти, поэтому $\alpha \in$ III четверти.

725.

а) $90^\circ < 100^\circ < 180^\circ$, $\sin 100^\circ > 0$; $270^\circ < 300^\circ < 360^\circ$; $\sin 100^\circ > 0$, $\cos 300^\circ > 0$; $\sin 100^\circ \cdot \cos 300^\circ > 0$

б) $180^\circ < 190^\circ < 270^\circ$, $\sin 190^\circ < 0$; $180^\circ < 200^\circ < 270^\circ$; $\sin 190^\circ < 0$, $\operatorname{tg} 200^\circ > 0$; $\sin 190^\circ \cdot \operatorname{tg} 200^\circ < 0$

в) $270^\circ < 320^\circ < 360^\circ$, $\cos 320^\circ > 0$; $0^\circ < 17^\circ < 90^\circ$; $\cos 320^\circ > 0$, $\operatorname{ctg} 17^\circ > 0$; $\cos 320^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ > 0$

г) $90^\circ < 170^\circ < 180^\circ$, $\operatorname{tg} 170^\circ < 0$; $400^\circ = 360^\circ + 40^\circ$, $0^\circ < 40^\circ < 90^\circ$; $\operatorname{tg} 170^\circ < 0$, $\cos 400^\circ > 0$; $\operatorname{tg} 170^\circ \cdot \cos 400^\circ < 0$

726.

а) в I и III четвертях;

б) в I; II; III; IV четвертях;

в) в I; II четвертях.

727.

а) $\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$.

б) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

в) $\operatorname{tg}(-45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$.

г) $\operatorname{ctg}(-30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$

д) $\cos(-90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$

е) $\sin(-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

728.

а) $\sin(-60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

в) $\sin(-90^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$.

г) $\operatorname{ctg}(-45^\circ) = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1$.

729.

а) $\sin 750^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

$$\cos 750^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\operatorname{tg} 750^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\operatorname{ctg} 750^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3};$$

$$\text{б) } \sin 810^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \sin 90^\circ = 1;$$

$$\cos 810^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0;$$

$$\operatorname{tg} 810^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{tg} 90^\circ \text{ — не существует;}$$

$$\operatorname{ctg} 810^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 90^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0.$$

$$\text{в) } \sin 1260^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \sin 180^\circ = 0;$$

$$\cos 1260^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \cos 180^\circ = -1;$$

$$\operatorname{tg} 1260^\circ = \operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0;$$

$$\operatorname{ctg} 1260^\circ = \operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = \operatorname{ctg} 180^\circ \text{ — не существует.}$$

730.

$$\text{а) } \sin 390^\circ = \sin(30^\circ + 360^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \cos 420^\circ = \cos(60^\circ + 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 540^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 360^\circ) = \operatorname{tg} 180^\circ = 0;$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 450^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 360^\circ) = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0.$$

731.

$$\text{а) } \sin 405^\circ = \sin(45^\circ + 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{б) } \cos 720^\circ = \cos(45^\circ + 360^\circ) = \cos 360^\circ = \cos 0^\circ = 1;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 390^\circ = \operatorname{tg}(30^\circ + 360^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 630^\circ = \operatorname{ctg}(270^\circ + 360^\circ) = \operatorname{ctg} 270^\circ = 0.$$

732.

$$\text{а) } \sin(-720^\circ) = -\sin 720^\circ = -\sin(2 \cdot 360^\circ + 0^\circ) = -\sin 0^\circ = 0;$$

$$\text{б) } \cos(-405^\circ) = \cos 405^\circ = \cos(45^\circ + 360^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } \cos(-780^\circ) = \cos 780^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg}(-1110^\circ) = -\operatorname{ctg} 1110^\circ = -\operatorname{ctg}(3 \cdot 360^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}.$$

733.

а) $\operatorname{tg}(-900^\circ) = -\operatorname{tg}(2 \cdot 360^\circ + 180^\circ) = -\operatorname{tg}180^\circ = 0$;

б) $\operatorname{ctg}(-780^\circ) = -\operatorname{ctg}780^\circ = -\operatorname{ctg}(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = -\operatorname{ctg}60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\sin(-1125^\circ) = -\sin1125^\circ = -\sin(3 \cdot 360^\circ + 45^\circ) = -\sin45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

734.

$$\frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-1} - y^{-1}} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} = \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} = \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \cdot \frac{xy}{y - x} \cdot \frac{x^2 y^2}{x + y} =$$
$$= \frac{(y - x)(y + x) \cdot xy}{(y - x)(x + y)} = xy.$$

При $x = -0,12$; $y = -0,5$ $xy = -0,12 \cdot 0,5 = -0,06$.

735.

а) $x^2 - x - 56 < 0$. Найдем корни уравнения $x^2 - x - 56 = 0$;

$D = 1 - 4 \cdot (-56) = 225$;

$x = \frac{1 + \sqrt{225}}{2} = 8$ или $x = \frac{1 - \sqrt{225}}{2} = -7$;



$(-7; 8)$

$x^2 - x - 56 = (x - 8)(x + 7) < 0$.

б) $3x^2 - 29x - 10 > 0$. Найдем корни уравнение $3x^2 - 29x - 10 = 0$;

$D = 29^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 961$;

$x = \frac{29 + 31}{6} = 10$ или $x = \frac{29 - 31}{6} = -\frac{1}{3}$;



$3x^2 - 29x - 10 = 3(x - 10)(x + \frac{1}{3}) > 0$.

$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (10; +\infty)$

в) $4x^2 \leq -1$; $4x^2 + 1 \leq 0$.

Оба слагаемых неотрицательны, поэтому решений нет.

г) $\frac{1}{4} - x + x^2 > 0$; $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 > 0$; $x \neq \frac{1}{2}$.

736.

а) $0,5 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 0,5 = \frac{90^\circ}{\pi} \approx 29^\circ$.

$$\text{б) } 10 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 10 = \frac{1800^\circ}{\pi} \approx 573^\circ.$$

$$\text{в) } \frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{5} = 36^\circ.$$

$$\text{г) } \frac{\pi}{9} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{\pi}{9} = 20^\circ.$$

$$\text{д) } \frac{3\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{3\pi}{4} = 135^\circ.$$

$$\text{е) } -\frac{5\pi}{6} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -150^\circ.$$

$$\text{ж) } -\frac{9\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(\frac{9\pi}{2}\right) = -810^\circ.$$

$$\text{з) } \frac{1}{2}\pi = -\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{2}\pi = 2160^\circ.$$

737.

$$\text{а) } 0,2 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 0,2 = \frac{36^\circ}{\pi} \approx 11^\circ.$$

$$\text{б) } 3,1 = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 3,1 \approx 178^\circ.$$

$$\text{в) } \frac{5\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{2} = 450^\circ.$$

$$\text{г) } -\frac{3\pi}{2} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(\frac{3\pi}{2}\right) = -270^\circ.$$

$$\text{д) } -\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{3}\right) = -60^\circ.$$

$$\text{е) } \frac{5\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{4} = 225^\circ.$$

738.

$$\text{а) } 135^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 135^\circ = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{б) } 210^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 210 = \frac{7\pi}{6}.$$

$$\text{в) } 36^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 36 = \frac{\pi}{5}.$$

$$\text{г) } 150^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 150 = \frac{5\pi}{6}.$$

$$\text{д) } 240^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 240 = \frac{4\pi}{3}.$$

$$\text{е) } 300^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 300 = \frac{5\pi}{4}.$$

$$\text{ж) } -120^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-120) = -\frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{з) } -225^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-225) = -\frac{5\pi}{4}.$$

739.

$$\text{а) } \alpha = 10^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 10 = \frac{\pi}{18}.$$

$$\text{б) } \alpha = 18^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 18 = \frac{\pi}{10}.$$

$$\text{в) } \alpha = 54^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 54 = \frac{3\pi}{10}.$$

$$\text{г) } \alpha = 200^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 200 = \frac{10\pi}{9}.$$

$$\text{д) } \alpha = 225^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 225 = \frac{5\pi}{4}.$$

$$\text{е) } \alpha = 390^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 390 = \frac{13\pi}{6}.$$

$$\text{ж) } \alpha = -45^\circ = \frac{45\pi}{180} \cdot (-45) = -\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{з) } \alpha = -60^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot (-60) = -\frac{\pi}{3}.$$

740.

$$\text{а) } \alpha = \frac{5\pi}{6}; \beta = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{б) } \alpha = \frac{11\pi}{12}; \beta = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{в) } \alpha = 0,3\pi; \beta = \pi - 0,3\pi = 0,7\pi.$$

741.

В равнобедренном прямоугольном треугольнике углы равны
 $90^\circ; 45^\circ; 45^\circ; 90^\circ = 90 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$; $45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$.

742.

- а) $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{4} < \pi$, поэтому $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти.
 б) $\frac{3\pi}{2} < 1,8\pi < 2\pi$, поэтому $1,8\pi \in \text{IV}$ четверти.
 в) $\frac{\pi}{2} < 0,6\pi < \pi$, поэтому $0,6\pi \in \text{II}$ четверти.
 г) $0 < \frac{1 \cdot 180}{\pi} < \frac{\pi}{2}$, поэтому $1 \in \text{I}$ четверти.

743.

- а) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{6} < \pi$; $\frac{5\pi}{6} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \sin \frac{5\pi}{6} > 0$.
 б) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{4} < \pi$; $\frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \cos \frac{3\pi}{4} < 0$.
 в) Так как $1 \approx 57^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \sin 1 > 0$.
 г) Так как $0,9 = \frac{9 \cdot 180^\circ}{10 \cdot \pi} \approx 52^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \cos 0,9 > 0$.
 д) Так как $0 < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \text{tg} \frac{\pi}{4} > 0$.
 е) Так как $3 = \frac{3 \cdot 180^\circ}{\pi} \approx 172^\circ \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \text{tg} 3 < 0$.
 ж) Так как $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} < \pi$; $\frac{2\pi}{3} \in \text{II}$ четверти $\Rightarrow \text{ctg} \frac{2\pi}{3} < 0$.
 з) Так как $0,2 = \frac{1 \cdot 180^\circ}{5 \cdot \pi} \approx 11^\circ \in \text{I}$ четверти $\Rightarrow \text{ctg} 0,2 > 0$.

744.

- а) $(0; \frac{\pi}{2})$ — I четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x > 0$; $\text{tg} x > 0$; $\text{ctg} x > 0$.
 б) $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ — II четверть $\Rightarrow \sin x > 0$; $\cos x < 0$; $\text{tg} x < 0$; $\text{ctg} x < 0$.

в) $(\pi; \frac{3\pi}{2})$ — III четверть $\Rightarrow \sin x < 0; \cos x < 0; \operatorname{tg} x > 0; \operatorname{ctg} x > 0$.

г) $(\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$ — IV четверть $\Rightarrow \sin x < 0; \cos x > 0; \operatorname{tg} x < 0; \operatorname{ctg} x < 0$.

745.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0	-

746.

а) $2\sin \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \sqrt{3} + 1$.

б) $\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2} = 0 - (-1) = 1$.

в) $\cos \pi - 2\sin \frac{\pi}{6} = -1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -1 - 1 = -2$.

г) $2\cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \pi = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 = 1$.

747.

а) $2\sin \pi - 2\cos \frac{3\pi}{2} + 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} = 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 - 0 = 3$.

б) $\sin(-\frac{\pi}{4}) + 3\cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} =$
 $= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$.

$$\text{в) } 2\sin\frac{\pi}{4} - 3\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\pi = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 0 = \sqrt{2} - \sqrt{3}.$$

$$\text{г) } 3\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 2\sin\frac{\pi}{4} - 3\operatorname{tg}0 - 2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = -3 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = \sqrt{2} - 5.$$

748.

$$\text{а) } \sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{\pi}{3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } \cos^2\frac{\pi}{6} - \cos^2\frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{3} \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3} = (1)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} \cos^2\frac{\pi}{6} \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{3 \cdot 2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}.$$

749.

$$\text{а) } 5\sin\frac{\pi}{2} + 4\cos0 - 3\sin\frac{3\pi}{2} + \cos\pi = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + (-1) = 11.$$

$$\text{б) } \sin(-\pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + 2\sin2\pi - \operatorname{tg}\pi = 0 - 0 + 2 \cdot 0 - 0 = 0.$$

$$\text{в) } 3 - \sin^2\frac{\pi}{3} + 2\cos^2\frac{\pi}{2} - 5\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} = 3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 1^2 = 3 - \frac{3}{4} - 5 = -2\frac{3}{4}.$$

$$\text{г) } 3\sin^2\frac{\pi}{2} - 4\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} - 3\cos^2\frac{\pi}{6} + 3\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{2} = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0 =$$

$$= 3 - 4 - \frac{9}{4} = -3\frac{1}{4}.$$

750.

$$\text{а) } \sin2,5\pi = \sin(2\pi + 0,5\pi) = \sin\frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\text{б) } \cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right) = \cos\frac{9\pi}{4} = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$b) \operatorname{tg} \frac{13\pi}{6} = \operatorname{tg}(2\pi + \frac{\pi}{6}) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$r) \sin(-\frac{9\pi}{2}) = \sin \frac{9\pi}{2} = -\sin(4\pi + \frac{\pi}{2}) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1.$$

$$d) \operatorname{ctg} \frac{13\pi}{3} = \operatorname{ctg}(4\pi + \frac{\pi}{3}) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$e) \operatorname{tg}(-\frac{17\pi}{4}) = -\operatorname{tg} \frac{17\pi}{4} = -\operatorname{tg}(4\pi + \frac{\pi}{4}) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1.$$

751.

$$a) \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{3} = \operatorname{ctg}(2\pi + \frac{\pi}{3}) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$b) \cos \frac{17\pi}{4} = \cos(4\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$b) \sin(-\frac{25\pi}{6}) = -\sin \frac{25\pi}{6} = -\sin(4\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

$$r) \cos(-4,5\pi) = \cos 4,5\pi = \cos(4\pi + 0,5\pi) = \cos 0,5\pi = 0.$$

753.

$$\begin{aligned} a) 1) & \frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{a^3+27} = \frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \\ & = \frac{(a-3)(a+3) - 6a + 18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{a^2 - 6a - 9 + 18}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{a^2 - 6a + 9}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \\ & = \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} = \frac{(a-3)^2}{a^3+27}. \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} & \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} : \frac{5a-15}{4a^3+108} = \\ & \frac{(a-3)^2}{(a+3)(a^2-3a+9)} : \frac{5(a-3)}{4(a+3)(a^2-3a+9)} = \\ & = \frac{(a-3)^2 \cdot 4(a+3)(a^2-3a+9)}{(a+3)(a^2-3a+9)(a-3) \cdot 5} = \frac{4(a-3)}{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) 1) } \frac{x-3}{x^3-64} + \frac{x-3}{x^2+4x+16} = \\
 & = \frac{x-3}{(x-4)(x^2+4x+16)} + \frac{x-3}{x^2+4x+16} = \\
 & = \frac{x-3+(x-3)(x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)} = \frac{(x-3)(1+x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)} = \frac{(x-3)^2}{x^3-64}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2) \frac{x^2-6x+9}{(x-4)(x^2+4x+16)} \cdot \frac{2x^3-128}{3-x} = \\
 & = \frac{(3-x)^2 \cdot 2(x-4)(x^2+4x+16)}{(3-x)(x-4)(x^2+4x+16)} = 2(3-x).
 \end{aligned}$$

754.

а) $6x-10x^2 < 0$; $x(3-5x) < 0$;
 $x(x-0,6) > 0$.



$(-\infty; 0) \cup (0,6; \infty)$

б) $7x^2 \leq -2x$; $7x^2+2x \leq 0$;



$[-\frac{2}{7}; 0]$

$x(x + \frac{2}{7}) \leq 0$.

755.

а) $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.

б) $\sin^2 \alpha - 1 = -(1 - \sin^2 \alpha) = -\cos^2 \alpha$.

в) $\cos^2 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$.

г) $\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 1 + \cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha$.

д) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$.

е) $(\cos \alpha - 1)(1 + \cos \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 = -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha$.

756.

а) $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 1 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 - 1 = 0$.

б) $\cos^2 \alpha - (1 - 2 \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 + 2 \sin^2 \alpha = -\sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha$.

757.

а) $\sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin^2 \alpha$.

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} - 1 = \cos^2 \alpha - 1 = \\ &= -(1 - \cos^2 \alpha) = -\sin^2 \alpha. \\ \text{в) } \sin^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha &= \sin^2 \alpha - 1 = -(1 - \sin^2 \alpha) = -\cos^2 \alpha. \\ \text{г) } \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1. \\ \text{д) } \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - 1} &= \frac{\cos^2 \alpha}{-(1 - \cos^2 \alpha)} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha. \\ \text{е) } \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \end{aligned}$$

758.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha &= 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \text{б) } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha &= 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

759.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha. \\ \text{б) } \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha &= \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha. \\ \text{в) } \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} &= \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha. \\ \text{г) } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 &= 1 - 1 = 0. \\ \text{д) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + 1 &= \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1/\operatorname{tg} \alpha} + 1 = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}. \\ \text{е) } \frac{\sin^2 \alpha - 1}{1 - \cos^2 \alpha} &= \frac{(1 - \sin^2 \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -\operatorname{ctg}^2 \alpha. \end{aligned}$$

760.

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1; \\ \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha; \\ \sin^2 \alpha &= 1 - (-0,6)^2 = 1 - 0,36 = 0,64; \sin \alpha = \pm \sqrt{0,64} = \pm 0,8, \text{ но} \\ \alpha &\in \text{II четверти; } \sin \alpha > 0, \text{ т.е. } \sin \alpha = 0,8. \\ \text{б) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1; \end{aligned}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}; \quad \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ но}$$

$$\alpha \in \text{II четверти}; \quad \cos\alpha < 0, \text{ поэтому } \cos\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{в) } 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1 - \left(-\frac{15}{17}\right)^2}{\left(-\frac{15}{17}\right)^2} = \left(1 - \frac{225}{289}\right); \quad \frac{225}{289} = \frac{64}{225};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \pm\sqrt{\frac{64}{225}} = \pm\frac{8}{15}, \quad \text{но } \alpha \in \text{II четверти}; \quad \operatorname{tg}\alpha < 0, \quad \text{поэтому}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{8}{15}.$$

$$\text{г) } 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha};$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}; \quad \sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{5}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{5}, \quad \text{но } \alpha \in \text{II четверти};$$

$$\sin\alpha > 0, \text{ поэтому } \sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

761.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - 0,6^2 = 1 - 0,36 = 0,64;$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{0,64} = \pm 0,8, \quad \text{но } \alpha \in \text{I четверти}; \quad \cos\alpha > 0, \quad \text{поэтому}$$

$$\cos\alpha = 0,8.$$

$$\text{б) } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha;$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16};$$

$$\sin\alpha = \pm \sqrt{\frac{15}{16}} = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти; } \sin\alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

$$в) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha};$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10};$$

$$\cos\alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти; } \cos\alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$г) 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}; \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} - 1;$$

$$\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1 - \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha};$$

$$\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}{\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{1 - \frac{144}{169}}{\frac{144}{169}} = \frac{25 \cdot 169}{169 \cdot 144} = \frac{25}{144};$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \pm \sqrt{\frac{25}{144}} = \pm \frac{5}{12}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти; } \operatorname{ctg}\alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{12}.$$

762.

$$а) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{9}{41}\right)^2 + \left(\frac{40}{41}\right)^2 = \frac{81}{1681} + \frac{1600}{1681} = \frac{1681}{1681} = 1; \text{ выпол-}$$

няется.

$$б) \sin^2\beta + \cos^2\beta = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16} \neq 1; \text{ не выполняется.}$$

$$в) \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\beta = \frac{5}{9} \cdot 1,8 = \frac{5 \cdot 9}{9 \cdot 5} = 1; \text{ выполняется.}$$

$$г) \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\beta = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 - 1 = 1; \text{ выполняется.}$$

763.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 0,33^2 + 0,63^2 = 0,1089 + 0,3969 = 0,5058 \neq 1.$$

764.

$$а) 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{9}{41}\right)^2 = \frac{1600}{1681};$$

$$\cos\alpha = \pm \sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm \frac{40}{41}, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти; } \cos\alpha < 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos\alpha = -\frac{40}{41}.$$

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{9}{41} : \left(-\frac{40}{41}\right) = -\frac{9}{40}.$$

$$б) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 3$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \cos^2\alpha = \frac{1}{10}$$

$$\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ т.к. } \alpha \in \text{III четверти, } \cos\alpha < 0.$$

765.

$$а) 1) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha};$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2}{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{1 - \frac{16}{25}}{\frac{16}{25}} = \frac{9}{16};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}, \text{ но } \alpha \in \text{II четверти, т.е. } \operatorname{tg} \alpha < 0, \text{ поэтому}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}.$$

$$2) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} = -1 \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) 1) } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{-1}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha};$$

($\alpha \in \text{II}$ четверти; $\sin \alpha > 0$).

766.

$$\text{а) 1) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25 - 9}{25} = \frac{16}{25}; \cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}, \text{ но } \alpha \in \text{I четверти};$$

$$\cos \alpha > 0, \text{ поэтому } \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 4} = \frac{3}{4}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) 1) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{289 - 64}{289} = \frac{225}{289}; \sin\alpha = \pm \sqrt{\frac{225}{289}} = \pm \frac{15}{17}, \quad \text{но } \alpha \in I$$

четверти; $\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha = \frac{15}{17}$.

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{17} : \frac{8}{17} = \frac{15 \cdot 17}{17 \cdot 8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}.$$

$$3) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\frac{15}{8}} = \frac{8}{15}.$$

$$в) 1) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\sqrt{3}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}; \sin^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha};$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{1 + (-\sqrt{3})^2} = \frac{1}{4}; \quad \sin\alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}, \quad \text{но } \alpha \in II \text{ четверти;}$$

$\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha = \frac{1}{2}$.

$$3) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}; \cos\alpha = \frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3}{-2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$р) 1) \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{-2,5} = -\frac{2}{5}.$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}; \sin^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha} =$$

$$= \frac{1}{1 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{4}{4 + 5} = \frac{4}{29};$$

$$\sin\alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{29}}, \quad \text{но } \alpha \in III \text{ четверти; } \sin\alpha < 0, \text{ поэтому } \sin\alpha = -\frac{2}{\sqrt{29}}.$$

$$3) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = \cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{29}} : \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2 \cdot 5}{\sqrt{29} \cdot 2} = \frac{5}{\sqrt{29}} =$$

$$= \frac{5\sqrt{29}}{29}.$$

767.

а) 1) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, значит, $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$;

$$\cos^2\beta = 1 - \left(\frac{40}{41}\right)^2 = \frac{81}{1681};$$

$$\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{81}{1681}} = \pm\frac{9}{41}, \text{ но } \beta \in \text{II четверти; } \cos\beta < 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos\beta = -\frac{9}{41}.$$

2) $\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\operatorname{tg}\beta = \frac{40}{41} : \left(-\frac{9}{41}\right) = -\frac{40 \cdot 41}{41 \cdot 9} = -4\frac{4}{9}$.

3) $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{-\frac{40}{9}} = -\frac{9}{40}$.

б) 1) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$; $\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$;

$$\sin^2\beta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25};$$

$$\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}, \text{ но } \beta \in \text{IV четверти; } \sin\beta < 0, \text{ поэтому } \sin\beta = -\frac{3}{5}.$$

2) $\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\operatorname{tg}\beta = -\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = -\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 4} = -\frac{3}{4}$.

3) $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$.

в) 1) $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$; $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{1} = 1$.

2) $1 + \operatorname{tg}^2\beta = \frac{1}{\cos^2\beta}$; $\cos^2\beta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\beta}$; $\cos^2\beta =$

$$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}; \cos\beta = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ но } \beta \in \text{III четверти; } \cos\beta < 0, \text{ по-}$$

этому $\cos\beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3) $\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}$; $\sin\beta = \operatorname{tg}\beta \cdot \cos\beta$; $\sin\beta = 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$r) 1) \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta}; \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{3};$$

$$2) 1 + \operatorname{ctg}^2\beta = \frac{1}{\sin^2\beta}; \sin^2\beta = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\beta};$$

$$\sin^2\beta = \frac{1}{1+9} = \frac{1}{10}; \sin\beta = \pm \sqrt{\frac{1}{10}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ но } \beta \in I \text{ четверти; } \sin\beta > 0,$$

$$\text{поэтому } \sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$3) \operatorname{ctg}\beta = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}; \cos\beta = \operatorname{ctg}\beta \cdot \sin\beta; \cos\beta = 3 \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

768.

$$a) 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - 0,62^2 = 0,6156;$$

$$\cos\alpha = \pm \sqrt{0,6156} \approx \pm 0,78, \text{ но } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi; \cos\alpha < 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos\alpha \approx -0,78.$$

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = 0,62; (-0,78) \approx -0,79.$$

$$3) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{-0,79} \approx -1,3.$$

$$b) 1) \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha};$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = 1; (-2,1) \approx -0,48.$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + (-2,1)^2} = \frac{1}{1 + 4,41} = \frac{100}{541}; \cos\alpha = \pm \sqrt{\frac{100}{541}} \approx \pm 0,43, \text{ но}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi; \cos\alpha > 0, \text{ поэтому } \cos\alpha \approx 0,43.$$

$$3) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha; \sin\alpha = -2,1 \cdot 0,43 \approx -0,90.$$

$$в) 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha;$$

$$\sin^2\alpha = 1 - (-0,23)^2 = 0,9471;$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{0,9471} \approx \pm 0,97, \quad \text{но} \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}; \quad \sin\alpha < 0, \quad \text{поэтому}$$

$$\sin\alpha \approx -0,97.$$

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = -0,97: (-0,23) \approx 4,2.$$

$$3) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{4,2} \approx 0,24.$$

$$r) 1) 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}; \sin^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha};$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{1 + 2,2^2} = \frac{100}{584}; \sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{100}{584}} \approx \pm 0,41, \quad \text{но} \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \quad 0 \sin\alpha > 0,$$

$$\text{поэтому} \quad \sin\alpha = 0,41.$$

$$2) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}; \cos\alpha = \operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin\alpha; \cos\alpha = 0,41 \cdot 2,2 \approx 0,902.$$

$$3) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = 0,41: 0,902 \approx 0,45.$$

769.

$$a) 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{225}{289}; \cos\alpha = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17} \quad \text{или}$$

$$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{225}{289}} = -\frac{15}{17}.$$

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{17} : \frac{15}{17} = \frac{8 \cdot 17}{17 \cdot 15} = \frac{8}{15} \quad \text{или}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{17} : \left(-\frac{15}{17}\right) = -\frac{8}{15}.$$

$$3) \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}; \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\frac{8}{15}} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8} \quad \text{или} \quad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{-\frac{8}{15}} = -1 \frac{7}{8}.$$

$$b) 1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha;$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}; \sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \text{или}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}.$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} : \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ или}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3} \text{ или}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}.$$

770.

$$a) 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \text{ значит,}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \text{ или } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}.$$

$$б) 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \text{ значит,}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \text{ или } \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha} \text{ или } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \text{ или } \operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}.$$

771.

$$a) 1) 1 - \frac{1+b}{b} = \frac{b-1-b}{b} = -\frac{1}{b};$$

$$2) \frac{a+b}{a^2+ab+b^2} \cdot \frac{a^3-b^3}{b^2-a^2} = \frac{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)(b-a)(b+a)} = \frac{a-b}{b-a} = -1;$$

$$3) -1: \left(-\frac{1}{b}\right) = b.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{ab^2 - a^2b}{a+b} \cdot \frac{a + \frac{ab}{a-b}}{a - \frac{ab}{a+b}} &= \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{\frac{a(a-b) + ab}{a-b}}{\frac{a(a+b) - ab}{a+b}} = \\ &= \frac{ab(b-a)}{a+b} \cdot \frac{\frac{a^2 - ab + ab}{a-b}}{\frac{a^2 + ab - ab}{a+b}} = \frac{ab(b-a)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = -ab. \end{aligned}$$

772.

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 6x, \\ y = 10x; \end{cases} \begin{cases} 10x = 2x^2 - 6x, \\ y = 10x; \end{cases} \begin{cases} 2x(8-x) = 0, \\ y = 10x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 8, \\ y_2 = 80 \end{cases}. \text{ Пересекаются в двух точках.}$$

773.

$$\text{а) } 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = -\text{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = 1 + \text{ctg}^2 \alpha - 1 = \text{ctg}^2 \alpha.$$

$$\text{в) } 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\text{ctg} \alpha} = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\text{г) } \frac{\text{tg} \alpha \text{ctg} \alpha - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1}{2} \sin \alpha.$$

774.

$$\begin{aligned} \text{а) } \text{ctg} \beta - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} &= \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \beta - 1}{\sin \beta} = \\ &= \frac{\cos \beta \cdot \sin \beta - \sin \beta \cdot \cos \beta + 1}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta}. \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{1}{\sin \alpha - 1} - \frac{1}{1 + \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha + 1 - (\sin \alpha - 1)}{(\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1)} =$$

$$= \frac{2}{\sin^2 \alpha - 1} = \frac{-2}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{-2}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\text{в) } \frac{1 - \operatorname{ctg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma - 1} = \frac{\operatorname{ctg} \gamma (\operatorname{tg} \gamma - 1)}{\operatorname{tg} \gamma - 1} = \operatorname{ctg} \gamma.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + 1 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \\ &= \frac{1}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

$$\text{д) } \operatorname{tg}^2 \beta (\sin^2 \beta - 1) = \frac{\sin^2 \beta \cdot (-\cos^2 \beta)}{\cos^2 \beta} = -\sin^2 \beta.$$

$$\text{е) } \cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \cdot \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha.$$

775.

$$\text{а) } \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1}{1 + \cos \alpha} + \frac{1}{1 - \cos \alpha} &= \frac{1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \\ &= \frac{2}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \operatorname{ctg}^2 \beta (\cos^2 \beta - 1) + 1 &= -\frac{\cos^2 \beta \cdot (1 - \cos^2 \beta)}{\sin^2 \beta} + 1 = -\frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} + 1 = \\ &= 1 - \cos^2 \beta = \sin^2 \beta. \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{1 + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{\frac{\operatorname{tg} \beta + 1}{\operatorname{tg} \beta}} = \operatorname{tg} \beta.$$

776.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{1 + 2 \sin \beta \cos \beta}{(\sin \beta + \cos \beta)^2} &= \frac{1 + 2 \sin \beta \cos \beta}{\sin^2 \beta + 2 \sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta} = \\ &= \frac{1 + 2 \sin \beta \cos \beta}{1 + 2 \sin \beta \cos \beta} = 1. \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\sin^2 \beta - \cos^2 \beta + 1}{\sin^2 \beta} = \frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2 \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta} = 2.$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \beta}} + \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \beta}} =$$

$$= \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1.$$

$$\text{г) } \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta} \cdot \frac{1 - \sin \beta}{\cos \beta} = \frac{(1 + \sin \beta)(1 - \sin \beta)}{\cos^2 \beta} =$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} = 1.$$

777.

$$\text{а) } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$\text{б) } \frac{2 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha} = \frac{2 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{3(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)} = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{в) } \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1.$$

$$\text{г) } \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

778.

$$\text{а) } \operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha = -\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} + \sin \alpha =$$

$$= -\sin \alpha + \sin \alpha = 0.$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{ctg}(-\alpha) \sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = -1.$$

$$\text{в) } \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha) - 1 = \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - 1 =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1 = \sin^2 \alpha - 1 = -\cos^2 \alpha.$$

$$\text{г) } \frac{1 - \operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin \alpha + \cos(-\alpha)} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\sin \alpha + \cos \alpha} =$$

$$= \frac{(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

779.

$$\text{a) } \operatorname{ctg} \alpha \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha) = -\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} - \cos \alpha =$$

$$= -\cos \alpha - \cos \alpha = -2 \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{1 - \sin^2(-x)}{\cos x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x} = \cos x.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-\beta) \operatorname{ctg} \beta + \sin^2 \beta = -\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \beta + \sin^2 \beta = \sin^2 \beta - 1 = -\cos^2 \beta.$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg}(-x) + 1}{1 - \operatorname{ctg} x} = \frac{-\operatorname{tg} x + 1}{1 - \operatorname{ctg} x} = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg} x}} = \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{tg} x}} = -\operatorname{tg} x.$$

780.

$$\text{a) } \frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos x(1 + \sin x) + \cos x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} =$$

$$= \frac{\cos x + \cos x \sin x + \cos x - \cos x \sin x}{1 - \sin^2 x} = \frac{2 \cos x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos x}.$$

$$\text{б) } \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha + \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

$$\text{в) } \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - 1}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} + \cos^2 \varphi = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi - 1 + \cos^2 \varphi \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi + \cos^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}} = \sin^2 \varphi.$$

$$\text{г) } \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{(\sin \alpha + \cos \alpha)} + \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

781.

$$\text{a) } 1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha.$$

$$|\sin \alpha| \leq 1; \sin 2\alpha \leq 1; \text{ т.е. } 2 \sin^2 \alpha \leq 2.$$

$$\text{б) } 1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$|\cos \alpha| \leq 1; \cos^2 \alpha \leq 1.$$

$$\text{в) } \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 5 \cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= \sin^2 \alpha - 1 + 5 \cos^2 \alpha = -\cos^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha = 4 \cos^2 \alpha.$$

$$|\cos \alpha| \leq 1; \cos^2 \alpha \leq 1, \text{ т.е. } 4 \cos^2 \alpha \leq 4.$$

$$\text{г) } \sin \alpha + 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \sin \alpha + 3(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin \alpha + 3.$$

$$|\sin \alpha| \leq 1, \sin \alpha + 3 \leq 4.$$

782.

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8; (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,8^2 = 0,64;$$

$$\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,64; 2 \sin \alpha \cos \alpha = 0,64 - 1 = -0,36;$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = -0,18.$$

783.

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 2,3; (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 = 2,3^2 = 5,29;$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 5,29;$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 5,29 - 2 = 3,29.$$

784.

$$\text{а) } (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha +$$

$$+ 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = 4 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 4;$$

$$\text{б) } (2 + \sin \beta)(2 - \sin \beta) + (2 + \cos \beta)(2 - \cos \beta) = 4 - \sin^2 \beta + 4 - \cos^2 \beta =$$

$$= 4 + 4 - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) = 4 + 4 - 1 = 7;$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg} \alpha + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} =$$

$$= \frac{\cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{(1 + \cos \alpha) \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha)} = \frac{1}{\sin \alpha};$$

$$\text{г) } \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x} =$$

$$= \frac{(\sin x - \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)} = \sin x - \cos x.$$

785.

$$\text{а) } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha +$$

$$\begin{aligned}
 & +\sin^2\alpha - 2\sin\alpha \quad \cos\alpha + \cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha = 2; \quad \text{б)} \\
 \frac{1 - \sin^2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} &= \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \text{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\text{tg}^2\alpha}; \\
 \text{в)} \sin^4\alpha - \cos^4\alpha &= (\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha; \\
 \text{г)} \frac{\text{ctg}\alpha}{\text{ctg}\alpha + \text{tg}\alpha} &= \frac{\text{ctg}\alpha}{\text{ctg}\alpha + \frac{1}{\text{ctg}\alpha}} = \frac{\text{ctg}\alpha}{\frac{\text{ctg}^2\alpha + 1}{\text{ctg}\alpha}} = \frac{1}{\text{ctg}^2\alpha} + 1 = \cos^2\alpha.
 \end{aligned}$$

786.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \frac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{1 + \sin\alpha \cos\alpha} &= \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos^2\alpha + \cos\alpha \sin\alpha + \sin^2\alpha)}{1 + \sin\alpha \cos\alpha} = \\
 &= \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(1 + \cos\alpha \sin\alpha)}{(1 + \sin\alpha \cdot \cos\alpha)} = \cos\alpha - \sin\alpha; \\
 \text{б)} (1 + \text{tg}\alpha)^2 + (1 - \text{tg}\alpha)^2 &= 1 + 2\text{tg}\alpha + \text{tg}^2\alpha + 1 - 2\text{tg}\alpha + \text{tg}^2\alpha = \\
 &= 2(1 + \text{tg}^2\alpha) = \frac{2}{\cos^2\alpha}; \\
 \text{в)} \frac{\cos\beta}{1 - \sin\beta} - \frac{\cos\beta}{1 + \sin\beta} &= \frac{\cos\beta(1 + \sin\beta) - \cos\beta(1 - \sin\beta)}{(1 + \sin\beta)(1 - \sin\beta)} = \\
 &= \frac{\cos\beta + \cos\beta \sin\beta - \cos\beta + \cos\beta \sin\beta}{1 - \sin^2\beta} = \frac{2\cos\beta \sin\beta}{\cos^2\beta} = \\
 &= 2 \cdot \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = 2\text{tg}\beta; \\
 \text{г)} \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta} &= \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{\frac{1}{\text{tg}\alpha} + \frac{1}{\text{tg}\beta}} = \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{\frac{\text{tg}\beta + \text{tg}\alpha}{\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta}} = \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta. \\
 \text{д)} \sin^2\alpha \cos^2\beta - \cos^2\alpha \sin^2\beta &= \sin^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - \sin^2\beta(1 - \sin^2\alpha) = \\
 &= \sin^2\alpha - \sin^2\alpha \sin^2\beta - \sin^2\beta + \sin^2\beta \sin^2\alpha = \sin^2\alpha - \sin^2\beta; \\
 \text{е)} \cos^2\alpha \cos^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta &= \cos^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - \sin^2\beta(1 - \cos^2\alpha) = \\
 &= \cos^2\alpha - \cos^2\alpha \sin^2\beta - \sin^2\beta + \sin^2\beta \cos^2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\beta.
 \end{aligned}$$

787.

$$\begin{aligned}
 \text{а)} (\sin\beta + \sin\alpha)(\sin\alpha - \sin\beta) - (\cos\alpha + \cos\beta)(\cos\beta - \cos\alpha) &= \\
 &= (\sin^2\alpha - \sin^2\beta) - (\cos^2\beta - \cos^2\alpha) = \sin^2\alpha - \sin^2\beta - \cos^2\beta + \cos^2\alpha = \\
 &= (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) - (\sin^2\beta + \cos^2\beta) = 1 - 1 = 0; \\
 \text{б)} \text{ctg}^2\alpha - \cos^2\alpha &= \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \cos^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \alpha; \\
\text{б)} \quad &\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha} = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) : \left(\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) = \\
&= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha} = \\
&= \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)}{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1} = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha; \\
\text{г)} \quad &\frac{1 - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} + 2\sin \alpha \cos \alpha = \\
&= \frac{1 - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha} + 2\sin \alpha \cos \alpha = \\
&= \frac{(1 - 2\sin \alpha \cos \alpha)(1 + 2\sin \alpha \cos \alpha)}{1 + 2\sin \alpha \cos \alpha} + 2\sin \alpha \cos \alpha = \\
&= 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha = 1.
\end{aligned}$$

788.

$$\text{а)} \quad 1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha.$$

Так как $\sin \alpha = 0,7$, то $1 - \sin^2 \alpha = 1 - 0,7^2 = 1 - 0,49 = 0,51$.

$$\text{б)} \quad \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Так как $\operatorname{tg} \alpha = 2$, то $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5}$.

789.

$$\begin{aligned}
&\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha) + \sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \\
&= \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha)}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.
\end{aligned}$$

Так как $\sin \alpha = -\frac{1}{8}$, то $\frac{2}{\sin \alpha} = 2 : \left(-\frac{1}{8} \right) = -16$.

790.

$$\text{а)} \quad \cos 8,5\pi = \cos(4 \cdot 2\pi + 0,5\pi) = \cos 0,5\pi = 0.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 9\pi = \operatorname{tg}(4 \cdot 2\pi + \pi) = \operatorname{tg} \pi = 0.$$

$$\text{в) } \sin(-3,5\pi) = -\sin 3,5\pi = -\sin(2\pi + 1,5\pi) = -\sin 1,5\pi = -(-1) = 1.$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} \frac{9\pi}{4} = \operatorname{ctg} \left(2\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1.$$

$$\text{д) } \cos \left(-\frac{19\pi}{3} \right) = \cos \frac{19\pi}{3} = \cos \left(6\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

791.

Пусть длина большого катета x дм, а длина меньшего — y дм. По условию задачи $x - y = 5$ и $(x+4)^2 + (y-8)^2 = x^2 + y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ (x+4)^2 + (x-13)^2 = x^2 + (x-5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ x^2 + 8x + 16 + x^2 - 26x + 169 = x^2 + x^2 - 10x + 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 5 \\ -8x = -160 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 \\ y = 20 - 5 = 15 \end{cases}$$

Ответ: 20 дм и 15 дм.

792.

Пусть длины катетов x см и y см. Тогда по условию задачи: $x + y = 79$ и $(x+23)^2 + (y-11)^2 = x^2 + y^2$ (по теореме Пифагора). Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 79, \\ (x+23)^2 + (y-11)^2 = x^2 + y^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 79 - y, \\ (102 - y)^2 + (y - 11)^2 = (79 - y)^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 79 - y \\ 10404 - 204y + y^2 + y^2 - 22y + 121 = 6241 - 158y + y^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 79 - y \\ 68y = 4284 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 16 \\ y = 63 \end{cases}$$

Ответ: 16см и 63см.

793.

Воспользуемся формулами приведения.

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha.$

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha.$

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\alpha.$

г) $\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha.$

д) $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha.$

е) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha.$

ж) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha.$

з) $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha.$

и) $\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha.$

к) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha.$

л) $\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos\alpha.$

м) $\operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha.$

794.

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha.$

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha.$

в) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha.$

г) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha.$

д) $\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha.$

е) $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha.$

ж) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin\alpha.$

з) $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha.$

и) $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha.$

795.

60

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 130^\circ &= \sin(90^\circ + 40^\circ) = \cos 40^\circ; \cos 130^\circ = \\ &= \cos(90^\circ + 40^\circ) = -\sin 40^\circ; \operatorname{tg} 130^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 40^\circ) = \\ &= -\operatorname{ctg} 40^\circ; \operatorname{ctg} 130^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ + 40^\circ) = -\operatorname{tg} 40^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin 190^\circ &= \sin(180^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ; \cos 190^\circ = \\ &= \cos(180^\circ + 10^\circ) = -\cos 10^\circ; \operatorname{tg} 190^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 10^\circ) = \operatorname{tg} 10^\circ; \\ &\operatorname{ctg} 190^\circ = \operatorname{ctg}(180^\circ + 10^\circ) = \operatorname{ctg} 10^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin(-320^\circ) &= -\sin(320^\circ) = -\sin(360^\circ - 40^\circ) = \\ &= -(-\sin 40^\circ) = \sin 40^\circ; \cos(-320^\circ) = \cos(320^\circ) = \\ &= \cos(360^\circ - 40^\circ) = \cos 40^\circ; \operatorname{tg}(-320^\circ) = -\operatorname{tg}(320^\circ) = \\ &= -\operatorname{tg}(360^\circ - 40^\circ) = -(-\operatorname{tg} 40^\circ) = \operatorname{tg} 40^\circ; \operatorname{ctg}(-320^\circ) = \\ &= -\operatorname{ctg}(320^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - 40^\circ) = -(-\operatorname{ctg} 40^\circ) = \operatorname{ctg} 40^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin(-590^\circ) &= \sin(-360^\circ - 230^\circ) = \sin(-230^\circ) = \\ &= -\sin(180^\circ + 50^\circ) = -\sin 50^\circ; \cos(-590^\circ) = \cos(-230^\circ) = \\ &= \cos(180^\circ + 50^\circ) = -\cos 50^\circ; \operatorname{tg}(-590^\circ) = -\operatorname{tg} 50^\circ; \\ &\operatorname{ctg}(-590^\circ) = -\operatorname{ctg} 50^\circ. \end{aligned}$$

796.

$$\text{a) } \cos 0,7\pi = \cos(0,5\pi + 0,2\pi) = -\sin 0,2\pi.$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}(-0,6\pi) = -\operatorname{ctg} 0,6\pi = -\operatorname{ctg}(0,5\pi + 0,1\pi) = \operatorname{tg} 0,1\pi.$$

$$\text{в) } \sin 1,6\pi = \sin(2\pi - 0,4\pi) = -\sin 0,4\pi.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{5}\right) = -\operatorname{tg} 1,8\pi = -\operatorname{tg}(2\pi - 0,2\pi) = -(-\operatorname{tg} 0,2\pi) = \operatorname{tg} 0,2\pi.$$

797.

$$\text{a) } \operatorname{tg} 137^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ + 47^\circ) = -\operatorname{ctg} 47^\circ.$$

$$\text{б) } \sin(-178^\circ) = -\sin 178^\circ = -\sin(180^\circ - 2^\circ) = -\sin 2^\circ.$$

$$\text{в) } \sin 680^\circ = \sin(720^\circ - 40^\circ) = -\sin 40^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \cos(-1000^\circ) &= \cos 1000^\circ = \cos(900^\circ + 100^\circ) = -\cos 100^\circ = \\ &= -\cos(90^\circ + 10^\circ) = \sin 10^\circ. \end{aligned}$$

798.

Вспользуемся формулами приведения:

$$\text{a) } \sin \frac{2\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3};$$

$$\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} = \operatorname{ctg} \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{б) } \sin \frac{3\pi}{4} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} = \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = -1;$$

$$\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4} = \operatorname{ctg} \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -1.$$

$$\text{в) } \sin \frac{5\pi}{6} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2};$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} = \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{6} = \operatorname{ctg} \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}.$$

799.

$$\text{а) } \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) } \cos(-210^\circ) = \cos(210^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 300^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}.$$

$$\text{г) } \sin 330^\circ = \sin(270^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } \operatorname{ctg}(-225^\circ) = -\operatorname{ctg} 225^\circ = -\operatorname{ctg}(180^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$$

$$\text{e) } \sin 315^\circ = \sin(360^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

800.

$$\text{a) } \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } \sin(-150^\circ) = -\sin 150^\circ = -\sin(90^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-225^\circ) = -\operatorname{tg} 225^\circ = -\operatorname{tg}(270^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$$

$$\text{г) } \cos(-225^\circ) = \cos 225^\circ = \cos(270^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{д) } \cos \frac{7\pi}{6} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{e) } \sin \frac{4\pi}{3} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

801.

$$\text{a) } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha.$$

$$\text{б) } \cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha.$$

$$\text{в) } \operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ) = \operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -(-\operatorname{ctg} \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\text{г) } \operatorname{tg}(-\alpha + 270^\circ) = \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

802.

$$\text{a) } \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -(-\cos \alpha) = \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(\alpha - 2\pi) = -\operatorname{tg}(2\pi - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha.$$

803.

$$\text{a) } \sin^2(\pi + \alpha) = (-\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = (-\operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$в) \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = (-\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha.$$

$$г) \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha) = (-\operatorname{ctg} \alpha)^2 = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

804.

Из теоремы о сумме углов треугольника:

$A+B+C=180^\circ$, откуда следует:

$$\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\left(\frac{180^\circ - C}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}.$$

805.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ; \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma; \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{180^\circ - \gamma}{2}, \text{ откуда}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ - \gamma}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$$

806.

$$а) \sin(90^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg}(360^\circ + \alpha) = \\ = \cos \alpha + (-\cos \alpha) + (-\operatorname{ctg} \alpha) + \operatorname{ctg} \alpha = 0.$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(\alpha - \pi) + \operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \\ = \cos \alpha - \cos(\pi - \alpha) - \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \\ = \cos \alpha - (-\cos \alpha) - \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 2 \cos \alpha.$$

807.

$$а) \frac{\cos(-\alpha) \cos(180^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha) \sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{\cos \alpha \cdot (-\cos \alpha)}{-\sin(-\alpha) \cdot \cos \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$б) \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cos(\alpha - \pi)} = \frac{-\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{-\operatorname{tg} \alpha \cos(-\cos \alpha)} = \\ = -\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = -\cos \alpha.$$

$$в) \frac{\sin(-\alpha) \operatorname{ctg}(-\alpha)}{\cos(360^\circ - \alpha) \operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)} = \frac{\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \\ = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$r) \frac{\sin(\pi+\alpha)\sin(\alpha+2\pi)}{\operatorname{tg}(\pi+\alpha)\cos(1,5\pi+\alpha)} = \frac{-\sin\alpha \cdot \sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha} = -\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin\alpha} = -\cos\alpha.$$

808.

$$a) \sin^2(180^\circ-x) + \sin^2(270^\circ-x) = \sin^2x + (-\cos x)^2 = \sin^2x + \cos^2x = 1.$$

$$b) \sin(\pi-x) \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\pi-x) = \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2x + \cos^2x = 1.$$

809.

Вспользуемся формулами приведения.

$$a) \cos^2(\pi+x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = (-\cos x)^2 + (-\sin x)^2 = \cos^2x + \sin^2x = 1.$$

$$b) \sin(\pi+x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - \cos(2\pi+x)\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) = -\sin x \cdot (-\sin x) - \cos x \cdot (-\cos x) = \sin^2x + \cos^2x = 1.$$

810.

$$a) \frac{\operatorname{tg}(\pi-\alpha)}{\cos(\pi+\alpha)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)} = \frac{-\operatorname{tg}\alpha}{-\cos\alpha} \cdot \frac{(-\cos\alpha)}{(-\operatorname{ctg}\alpha)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha;$$

$$b) \frac{\sin(\pi-\alpha)}{\operatorname{tg}(\pi+\alpha)} \cdot \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} \cdot \frac{\cos(2\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha}{(-\operatorname{ctg}\alpha)} \cdot \frac{\cos\alpha}{(-\sin\alpha)} = \frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} = \sin\alpha.$$

811.

По формулам приведения:

$$a) \sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + \sin(\pi-\alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha + \sin\alpha + \operatorname{tg}\alpha =$$

$$= -\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} + \sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha = -\sin \alpha + \sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \\ & = (-\operatorname{ctg} \alpha)^2 + \cos \alpha \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

812.

$$\text{а) } 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - (-0,8)^2 = 0,36; \sin \alpha = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6, \text{ так как } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \text{ то}$$

$\alpha \in \text{II}$ четверти, значит, $\sin \alpha > 0$, поэтому $\sin \alpha = 0,6$.

$$2) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \operatorname{ctg} \alpha = -0,8 : 0,6 = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 1) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + (-5)^2} = \frac{1}{26}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{26}}; \text{ Так как } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \text{ то}$$

$\alpha \in \text{II}$ четверти, значит, $\cos \alpha < 0$, поэтому $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{26}} = -\frac{\sqrt{26}}{26}$.

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha;$$

$$\sin \alpha = -5 \cdot \left(-\frac{\sqrt{26}}{26}\right) = \frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

813.

$$\sin^3 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^3 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) =$$

$$= \sin^3 \alpha \left(1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right) + \cos^3 \alpha \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right) =$$

$$= \sin^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha + \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha \sin \alpha =$$

$$= (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha) + \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha) =$$

$$= (\sin \alpha + \cos \alpha) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha.$$

814.

Пусть x км/ч – это скорость скорого поезда, а y км/ч – скорость товарного поезда. По условию задачи имеем: $x \cdot 0,5 + y \cdot 0,5 = 75$. Так как время движения скорого поезда $\frac{75}{x}$ ч., а время движения товарного — $\frac{75}{y}$ ч., то имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{75}{y} - \frac{75}{x} = \frac{5}{12} \\ x \cdot 0,5 + y \cdot 0,5 = 75 \end{cases} \begin{cases} x = 150 - y \\ \frac{75}{y} - \frac{75}{150 - y} = \frac{5}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 150 - y \\ \frac{15}{y} - \frac{15}{150 - y} = \frac{1}{12} \end{cases} \begin{cases} x = 150 - y \\ 27000 - 180y - 180y = 150y - y^2 \end{cases}$$

$$y^2 = 510y + 27000 = 0$$

$$D = (510)^2 - 4 \cdot 27000 = 152100$$

$$y^2 = \frac{-210 + 390}{2} = 90 \text{ или}$$

$$y^2 = \frac{-210 - 390}{2} = -300 \text{ — не подходит по смыслу.}$$

$$\begin{cases} y = 90 \\ x = 150 - 90 \end{cases} \begin{cases} y = 90 \\ x = 60 \end{cases}$$

Ответ: 90 км/ч, 60 км/ч.

815.

Пусть x км/ч – скорость поезда после ее увеличения. Получим уравнение:

$$\frac{70}{x-10} - \frac{70}{x} = \frac{1}{6};$$

$$420x - 420x + 4200 = x^2 - 10x;$$

$$x^2 - 10x - 4200 = 0;$$

$$D = 10^2 + 4 \cdot 4200 = 16900;$$

$$x = \frac{10 + \sqrt{16900}}{2} = 70; \text{ или}$$

$$x = \frac{10 - \sqrt{16900}}{2} = -60 \text{ — не подходит по смыслу.}$$

Ответ: 70 км/ч.

816.

Воспользуемся формулами косинуса разности и суммы:

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) &= \cos \frac{\pi}{4} \cos \varphi + \sin \frac{\pi}{4} \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \varphi + \sin \varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right) &= \cos \frac{\pi}{4} \cos \varphi - \sin \frac{\pi}{4} \sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \varphi - \sin \varphi); \end{aligned}$$

Воспользуемся формулами синуса суммы и разности:

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin \varphi \cos \frac{\pi}{4} + \cos \varphi \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \varphi + \cos \varphi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin \varphi \cos \frac{\pi}{4} - \cos \varphi \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \varphi - \cos \varphi). \end{aligned}$$

817.

а)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{2} \sin \alpha = 1 \cdot \cos \alpha + 0 \cdot \sin \alpha = \cos \alpha.$$

$$\text{б) } \sin(\pi + \alpha) = \sin \pi \cos \alpha + \cos \pi \sin \alpha = 0 \cdot \cos \alpha - 1 \cdot \sin \alpha = -\sin \alpha.$$

$$\text{в) } \cos(\pi - \alpha) = \cos \pi \cos \alpha + \sin \pi \sin \alpha = -1 \cdot \cos \alpha + 0 \cdot \sin \alpha = -\cos \alpha.$$

г)

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\frac{3\pi}{2} \cos\alpha - \sin\frac{3\pi}{2} \sin\alpha = 0 \cdot \cos\alpha - (-1) \sin\alpha = \sin\alpha.$$

818.

По формулам синуса и косинуса разности:

а) $\sin(60^\circ - \beta) = \sin 60^\circ \cos \beta - \cos 60^\circ \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta - \frac{1}{2} \sin \beta.$

б) $\cos(\beta - 30^\circ) = \cos \beta \cos 30^\circ + \sin \beta \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta + \frac{1}{2} \sin \beta.$

819.

а) $\sin 105^\circ = \sin(45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 60^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

б) $\cos 105^\circ = \cos(45^\circ + 60^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 60^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 60^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}.$

820.

Воспользуемся формулами синуса и косинуса суммы:

а) $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

б) $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$

821.

а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta.$

б) $\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta.$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \frac{1}{2}\cos\alpha &= \sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos\alpha - \cos\frac{\pi}{6} \cdot \sin\alpha - \frac{1}{2}\cos\alpha = \\ &= \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \cos\alpha \cos\frac{\pi}{3} + \sin\alpha \sin\frac{\pi}{3} = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \frac{1}{2} + \sin\alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha. \end{aligned}$$

822.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\alpha &= \\ &= \sqrt{2} \cdot \sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha + \sqrt{2} \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha - \cos\alpha = \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \sin\alpha - \cos\alpha = \cos\alpha + \sin\alpha - \cos\alpha = \sin\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{2}\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\alpha &= \\ &= \sqrt{2} \cdot \sin\alpha \cos\frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cdot \cos\alpha \sin\frac{\pi}{4} - \sin\alpha = \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \cos\alpha - \sin\alpha = \sin\alpha - \cos\alpha - \sin\alpha = -\cos\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha &= \\ &= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} \cos\alpha + \sin\frac{\pi}{3} \sin\alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos\alpha + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\alpha - \\ &= \sqrt{3}\sin\alpha = \cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha = \cos\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \sqrt{3}\cos\alpha - 2\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) &= \\ &= \sqrt{3}\cos\alpha - 2\left(\cos\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cos\alpha - \frac{2\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \end{aligned}$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha = -\sin \alpha.$$

823.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta = \sin \alpha \sin \beta.$

б) $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta.$

в) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha =$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha.$

г) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha.$

824.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos(\alpha - \beta) + \sin(-\alpha) \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta +$
 $+ \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta;$

б) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta +$
 $+ \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta.$

825.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\sin(\alpha - \beta) - \cos \alpha \sin(-\beta) = \sin \alpha \cos \beta -$
 $- \cos \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta;$

б) $\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta -$
 $- \sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta.$

826.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

а) $\cos 2\beta \cos \beta + \sin 2\beta \sin \beta = \cos(2\beta - \beta) = \cos \beta.$

б) $\sin 3\gamma \cos \gamma - \cos 3\gamma \sin \gamma = \sin(3\gamma - \gamma) = \sin 2\gamma.$

827.

Применяем формулы синуса и косинуса суммы и разности.

$$a) \cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ = \cos(107^\circ - 17^\circ) = \cos 90^\circ = 0;$$

$$б) \cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ = \cos(36^\circ + 24^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$в) \sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ = \sin(63^\circ + 27^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$$

$$г) \sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ = \sin(51^\circ - 21^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

828.

$$a) \cos 18^\circ \cos 63^\circ + \sin 18^\circ \sin 63^\circ = \cos(18^\circ - 63^\circ) = \cos(-45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$б) \cos 32^\circ \cos 58^\circ - \sin 32^\circ \sin 58^\circ = \cos(32^\circ + 58^\circ) = \cos 90^\circ = 0.$$

829.

$$a) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \\ = \sin\left(\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right) = \sin 2\alpha.$$

$$б) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = \\ = \cos\left(\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) + \left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)\right) = \cos \frac{2\pi}{4} = 0.$$

830.

По формулам синуса суммы и разности:

$$a) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \\ - \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta;$$

$$б) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta + \\ + \sin \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \sin \beta;$$

$$в) \cos(60^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha - \\ - \cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha = 2 \sin 60^\circ \sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \sqrt{3} \sin \alpha$$

$$г) \sin(30^\circ - \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha - \cos 30^\circ \sin \alpha + \sin 30^\circ \cos \alpha +$$

$$+\cos 30^\circ \sin \alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos \alpha = \cos \alpha.$$

831.

По формулам синуса и косинуса суммы и разности:

$$\text{a) } \sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \\ - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 2 \cos \alpha \sin \beta.$$

$$\text{б) } \cos(30^\circ+\alpha) - \cos(30^\circ-\alpha) = \cos 30^\circ \cos \alpha - \sin 30^\circ \sin \alpha - \\ - \cos 30^\circ \cos \alpha - \sin 30^\circ \sin \alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha = -\sin \alpha.$$

832.

$$\text{a) } \sin(\alpha+\beta) \sin(\alpha-\beta) = (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \\ - \cos \alpha \sin \beta) = (\sin \alpha \cos \beta)^2 - (\cos \alpha \sin \beta)^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \\ = \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \beta + \\ + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta;$$

$$\text{б) } \cos(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta) = (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \cdot (\cos \alpha \cos \beta + \\ + \sin \alpha \sin \beta) = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \\ - \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

833.

$$\text{a) } \frac{\sin(\alpha+\beta) - \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha-\beta) + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \\ = \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \cos \beta} = 1.$$

$$\text{б) } \frac{\sin(\alpha-\beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha-\beta)} = \\ = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)} = \\ = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \operatorname{tg}(\alpha+\beta).$$

834.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{\cos(\alpha+\beta)+\sin\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin\beta} = \\ & = \frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta} = \frac{\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin(\alpha-\beta)} = \\ & = \frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\cos\beta-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta} = \\ & = \frac{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta} = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \operatorname{ctg}(\alpha+\beta). \end{aligned}$$

835.

1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$; $\cos^2\alpha=$
 $= 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{225}{289}$; $\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{225}{289}} = \pm\frac{15}{17}$; так как $\alpha \in I$ четверти,
 значит, $\cos\alpha > 0$, поэтому $\cos\alpha = \frac{15}{17}$.

2) $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$; $\sin^2\beta=1-\cos^2\beta$; $\sin^2\beta=1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$;

$\sin\beta = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$; так как $\beta \in I$ четверти, значит, $\sin\beta > 0$,

поэтому $\sin\beta = \frac{3}{5}$.

a) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \frac{8}{17} \cdot \frac{4}{5} + \frac{15}{17} \cdot \frac{3}{5} = \frac{32}{85} + \frac{45}{85} = \frac{77}{85}$.

б) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \frac{15 \cdot 4}{17 \cdot 5} - \frac{8 \cdot 3}{17 \cdot 5} =$
 $= \frac{60}{85} - \frac{24}{85} = \frac{36}{85}$.

в) $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{15 \cdot 4}{17 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 3}{17 \cdot 5} =$
 $= \frac{60}{85} + \frac{24}{85} = \frac{84}{85}$.

836.

$$1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha; \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{9}{41}\right)^2 = \\ = -\frac{1681 - 81}{1681} = \frac{1600}{1681};$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm\frac{40}{41}, \text{ так как } \alpha \in \text{II четверти, значит, } \cos\alpha < 0,$$

$$\text{поэтому } \cos\alpha = -\frac{40}{41}.$$

$$2) \sin^2\beta + \cos^2\beta = 1; \cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta; \cos^2\beta = 1 - \left(-\frac{40}{41}\right)^2 = \\ = \frac{1681 - 1600}{1681} = \frac{81}{1681}; \cos\beta = \pm\sqrt{\frac{81}{1681}} = \pm\frac{9}{41}; \text{ так как } \beta \in \text{IV четвер-} \\ \text{ти, значит, } \cos\beta > 0, \text{ поэтому } \cos\beta = \frac{9}{41}.$$

$$3) \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta = \frac{9 \cdot 9}{41 \cdot 41} + \frac{40 \cdot 40}{41 \cdot 41} = \\ = \frac{81 + 1600}{1681} = \frac{1681}{1681} = 1.$$

837.

$$1) \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25}; \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{9}}{25} = \pm \frac{3}{5};$$

так как $\alpha \in \Pi$ четверти, значит, $\cos \alpha < 0$, поэтому $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

$$2) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1; \sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta;$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(-\frac{15}{17}\right)^2 = \frac{289-225}{289} = \frac{64}{289}; \sin \beta = \pm \sqrt{\frac{64}{289}} = \pm \frac{8}{17};$$

так как $\beta \in \Pi$ четверти, значит, $\sin \beta > 0$, поэтому $\sin \beta = \frac{8}{17}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 17} - \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \\ &= -\frac{60}{85} - \frac{24}{85} = -\frac{84}{85}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = -\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 17} + \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \\ &= \frac{-60}{85} + \frac{24}{85} = -\frac{36}{85}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{3 \cdot 15}{5 \cdot 17} + \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \\ &= \frac{45 + 32}{85} = \frac{77}{85}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{3 \cdot 15}{5 \cdot 17} - \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 17} = \\ &= \frac{45 - 32}{85} = \frac{13}{85}. \end{aligned}$$

838.

Из теоремы о сумме углов треугольника $\alpha = 180^\circ - \alpha - \beta$.

$$\sin \gamma = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

839.

1) Пусть α , β и γ – углы треугольника

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha, \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25},$$

$\cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$. Угол острый, т.е. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, значит, $\cos\alpha > 0$), поэтому $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

2) $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$

$$\cos^2\beta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169},$$

$$\cos\beta = \pm\sqrt{\frac{144}{169}} = \pm\frac{12}{13}; \text{ так как угол острый, то } 0 < \beta < \frac{\pi}{2}, \text{ значит,}$$

$$\cos\beta > 0, \text{ поэтому } \cos\beta = \frac{12}{13}.$$

3) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$; $180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 0(\alpha + \beta)$,
 $\cos(180^\circ - (\alpha + \beta)) = -\cos(\alpha + \beta) = \sin\alpha \sin\beta - \cos\alpha \cos\beta =$
 $= \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} = \frac{20}{65} - \frac{36}{65} = -\frac{16}{65}.$

840.

Пусть α , β и γ — углы треугольника и пусть $\cos\alpha = \frac{1}{3}$; $\cos\beta = \frac{2}{3}$. Следовательно, α и β — острые углы, а $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$.

1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$, $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$, $\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$,

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}, \text{ но } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ значит, } \sin\alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

2) $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$, $\sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$, $\sin^2\beta = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$,

$\sin\beta = \pm \sqrt{\frac{5}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$, но $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, значит, $\sin\beta > 0$, поэтому

$$\sin\beta = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\begin{aligned} 3) \sin\gamma &= \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta = \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9} + \frac{\sqrt{5}}{9} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}. \end{aligned}$$

841.

Воспользуемся формулой тангенса суммы:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = \frac{(16 + 3)}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{19 \cdot 3}{12 \cdot 2} = 2\frac{3}{8}.$$

842.

$$\begin{aligned} \text{a) } \operatorname{tg}15^\circ &= \operatorname{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\operatorname{tg}45^\circ - \operatorname{tg}30^\circ}{1 + \operatorname{tg}45^\circ \operatorname{tg}30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \\ &= \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{9 - 3} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{tg}75^\circ &= \operatorname{tg}(30^\circ + 45^\circ) = \frac{\operatorname{tg}30^\circ + \operatorname{tg}45^\circ}{1 - \operatorname{tg}30^\circ \operatorname{tg}45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1} = \\ &= \frac{(\sqrt{3} + 3)^2}{3(3 - \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3} + 3)^2}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{3 + 6\sqrt{3} + 9}{9 - 3} = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

843.

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \operatorname{tg}(\alpha + (-\beta)) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}(-\beta)}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}(-\beta)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}.$$

844.

$$\begin{aligned} \text{a) } \operatorname{tg}(\alpha+\beta) &= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}; \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right); \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) = \\ &= \frac{(3+2)}{6}; \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{tg}(\alpha-\beta) &= \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}; \operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right); \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) = \\ &= \frac{(3-2)}{6}; \frac{7}{6} = \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 7} = \frac{1}{7}. \end{aligned}$$

845.

$$\text{a) } \sin 480^\circ = \sin(360^\circ + 120^\circ) = \sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{б) } \cos(-570^\circ) = \cos 570^\circ = \cos(540^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}(-750^\circ) = -\operatorname{tg} 750^\circ = -\operatorname{tg}(720^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{г) } \operatorname{ctg} 495^\circ = \operatorname{ctg}(540^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1.$$

846.

$$\begin{aligned} \frac{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} &= \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\ &= \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha. \end{aligned}$$

847.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\cos \alpha - \sin(-\alpha)}{1 - \operatorname{ctg}(-\alpha)} &= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \\ &= \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{tg}(-\alpha)\operatorname{ctg}\alpha + \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}(-\alpha)} &= -\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha = \\ &= -(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) = -\frac{1}{\cos^2\alpha}. \end{aligned}$$

848.

а) $(x+4)(x+5) - 5 \leq 7;$

$x^2 + 4x + 5x + 20 - 5 \leq 7;$

$x^2 + 9x + 8 \leq 0.$

Найдем корни уравнения: $x^2 + 9x + 8 = 0;$

$D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 81 - 32 = 49;$

$x = \frac{-9 + \sqrt{49}}{2} = -1$ или $x = \frac{-9 - \sqrt{49}}{2} = -8.$



$x^2 + 9x + 8 = (x+1)(x+8) \leq 0.$

Ответ: $-8 \leq x \leq -1.$

б) $6 - (2x+1,5)(4-x) \geq 0;$

$6 - (8x + 6 - 2x^2 - 1,5x) \geq 0;$

$6 - 8x - 6 + 2x^2 + 1,5x \geq 0;$

$2x^2 - 6,5x \geq 0.$

Найдем корни уравнения: $2x^2 - 6,5x = 0;$ $x(x - 3,25) = 0;$

$x = 0$ или $x = 3,25 = 3\frac{1}{4}.$

$2x^2 - 6,5x = 2(x-0)(2 - 3\frac{1}{4}) \geq 0,$

Ответ: $x \leq 0$ или $x \geq 3\frac{1}{4}.$



849.

Пусть x ч – время работы первого автогрузчика, а y ч – время второго. Тогда по условию имеем $x - y = 9$. За 1 ч первый автогрузчик делает $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй – $\frac{1}{y}$ часть работы. Вместе за

1 час они сделают $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ часть работы, а за 20 ч. они сделают

всю работу, значит $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 20 = 1$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 20 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9 + y, \\ \left(\frac{20}{9+y} + \frac{20}{y}\right) - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 9 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9}\right) \cdot 20 = 1 \end{cases}$$

Решим уравнение:

$$\frac{20}{y} + \frac{20}{9+y} = 1;$$

$$20x - 180 + 20x = x^2 - 9x$$

$$x^2 - 49x + 180 = 0.$$

Найдем корни:

$$D = 49^2 - 4 \cdot 1 \cdot 180 = 1681$$

$$x_1 = \frac{49 + \sqrt{1681}}{2} = \frac{49 + 41}{2} = 45$$

$$x_2 = \frac{49 - 41}{2} = 4$$

$$\begin{cases} x_1 = 45 \\ y_1 = 36 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = -5 \end{cases} \quad - \text{ не имеет смысла.}$$

Ответ: 45 ч и 36 ч.

850.

Воспользуемся формулами двойного угла:

$$a) \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2\cos \alpha.$$

$$b) \frac{2\cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2 \alpha}{2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$в) \frac{\sin 2\beta}{\cos \beta} - \sin \beta = \frac{2\sin \beta \cos \beta}{\cos \beta} - \sin \beta = 2\sin \beta - \sin \beta = \sin \beta.$$

$$г) \cos 2\alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$д) \cos^2 \beta - \cos 2\beta = \cos^2 \beta - (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) = \cos^2 \beta - \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = \sin^2 \beta.$$

е)

$$\begin{aligned} \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \cos \alpha &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \cos \alpha = \\ &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \\ &= -\sin \alpha. \end{aligned}$$

851.

По формулам двойного угла:

$$а) \frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin 2 \cdot 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \cos 20^\circ .$$

$$б) \frac{\sin 100^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{\sin 2 \cdot 50^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ}{\cos 50^\circ} = 2 \sin 50^\circ .$$

$$в) \frac{\cos 80^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos(2 \cdot 40^\circ)}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \\ = \frac{\cos^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ)(\cos 40^\circ - \sin 40^\circ)}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ} = \\ = \cos 40^\circ - \sin 40^\circ .$$

$$г) \frac{\cos 36^\circ + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{\cos(2 \cdot 18^\circ) + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \\ = \frac{\cos^2 18^\circ - \sin^2 18^\circ + \sin^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{\cos^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \cos 18^\circ .$$

852.

Используем формулы двойного угла:

$$а) \frac{\sin 2\beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\sin^2 \beta} = 2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = 2 \operatorname{ctg} \beta .$$

$$б) \frac{\sin 2\alpha}{2 \sin \alpha} - \cos \alpha = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = 0 .$$

$$в) \sin^2 \gamma + \cos 2\gamma = \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma = \cos^2 \gamma .$$

$$г) \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \sin \alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \sin \alpha = \\ = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \cos \alpha .$$

853.

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha; \cos^2 \alpha =$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{169 - 25}{169} = \frac{144}{169}; \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}; \text{ так как } \alpha \in \text{II четверти,}$$

$$\text{значит, } \cos \alpha < 0, \text{ поэтому } \cos \alpha = -\frac{12}{13} .$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{13} : \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{5}{12};$$

$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169};$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(-\frac{12}{13}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} - \frac{25}{169} = \frac{119}{169};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)}{1 - \left(-\frac{5}{12}\right)^2} = -\frac{5 \cdot 144}{6 \cdot 119} = -\frac{120}{119} = -1 \frac{1}{119}.$$

854.

$$1) \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3 \cdot 16}{2 \cdot 7} = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7};$$

$$2) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} =$$

$$= \frac{16}{25}; \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}; \text{ так как } \alpha \in \text{III четверти, значит, } \cos \alpha < 0,$$

$$\text{поэтому } \cos \alpha = -\frac{4}{5}.$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha; \sin \alpha = \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3}{5}.$$

$$4) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \cos 2\alpha = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25};$$

$$5) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \sin 2\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{5 \cdot 5} = \frac{24}{25}.$$

855.

1) Пусть α — углы при основании равнобедренного треугольника, а угол при вершине — γ . Тогда $\gamma = 180^\circ - 2\alpha$ по теореме о сумме углов треугольника.

$$2) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sin^2\alpha = 1 - 0,8^2 = 0,36; \sin\alpha = \pm\sqrt{0,36}; \sin\alpha = \pm 0,6;$$

так как $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, значит, $\sin\alpha > 0$, поэтому $\sin\alpha = 0,6$.

$$3) \sin\gamma = \sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,96;$$

$$\cos\gamma = -\cos(180^\circ - 2\alpha) = -\cos 2\alpha = \sin^2\alpha - \cos^2\alpha = 0,6^2 - 0,8^2 = 0,36 - 0,64 = -0,28.$$

856.

Из основного тригонометрического тождества:

$$1) \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha; \sin^2\alpha = 1 - (-0,6)^2 = 1 - 0,36 = 0,64; \sin\alpha = \pm\sqrt{0,64} = \pm 0,8.$$

Так как $\alpha \in \text{III}$ четверти, значит, $\sin\alpha < 0$, поэтому $\sin\alpha = -0,8$.

$$2) \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \operatorname{tg}\alpha = -0,8 : (-0,6) = \frac{8}{6} = \frac{4}{3};$$

$$3) \sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha; \sin 2\alpha = 2 \cdot (-0,8) \cdot (-0,6) = -0,96.$$

$$4) \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha; \cos 2\alpha = (-0,6)^2 - (-0,8)^2 = 0,36 - 0,64 = -0,28.$$

$$5) \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = -\frac{8 \cdot 9}{3 \cdot 7} = -\frac{24}{7} = -3\frac{3}{7}.$$

857.

Воспользуемся формулами двойного угла:

$$a) \sin\alpha = \sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos\alpha = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$б) \sin 4\alpha = \sin 2 \cdot 2\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha;$$

$$\cos 4\alpha = \cos 2 \cdot 2\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha;$$

$$\operatorname{tg} 4\alpha = \operatorname{tg} 2 \cdot 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} 2\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha}.$$

858.

$$a) \frac{\sin \alpha}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$б) \frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} = \frac{\sin 2 \cdot 2\beta}{\cos 2\beta} = \frac{2 \sin 2\beta \cos 2\beta}{\cos 2\beta} = 2 \sin 2\beta.$$

$$B) \frac{\cos \varphi}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\cos 2 \cdot \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2}} =$$

$$= \frac{\left(\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2} \right)}{\left(\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2} \right)} = \cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2}.$$

$$r) \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha} = \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2(2\alpha)} = \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha} =$$

$$= \frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{(\cos 2\alpha + \sin 2\alpha)(\cos 2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{1}{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha}.$$

859.

$$1) \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1; \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \left(\frac{9}{42} \right)^2 = \frac{1600}{1681}; \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1600}{1681}} = \pm \frac{40}{41}$$

Так как $\frac{\alpha}{2} \in I$ четверти, значит, $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$, поэтому $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{40}{41}$.

$$2) \sin \alpha = \sin 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 40}{41 \cdot 41} = \frac{720}{1681};$$

$$3) \cos \alpha = \cos 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{40}{41} \right)^2 - \left(\frac{9}{41} \right)^2 = \frac{1519}{1681};$$

$$4) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{720}{1681} : \frac{1519}{1681} = \frac{720}{1519}.$$

860.

Воспользуемся формулами двойного угла:

$$\text{а) } \frac{\sin 2\alpha - 2\sin \alpha}{\cos \alpha - 1} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha - 2\sin \alpha}{\cos \alpha - 1} = \frac{2\sin \alpha (\cos \alpha - 1)}{(\cos \alpha - 1)} = 2\sin \alpha.$$

$$\text{б) } \frac{\cos 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{-\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = -1.$$

$$\text{в) } \sin 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha - 1 = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} - 1 = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cos 2\alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha.$$

$$\text{г) } (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha) \sin 2\alpha = \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot 2\sin \alpha \cos \alpha = 2\cos^2 \alpha + 2\sin^2 \alpha = 2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 2.$$

861.

$$\text{а) } 0,5 \operatorname{tg} \alpha \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha \cdot 2\sin \alpha \cos \alpha}{2\cos \alpha} + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$\text{б) } \frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta + \sin^2 \beta} = \frac{2\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta + \sin^2 \beta} = \frac{2\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta} = 2 \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 2\operatorname{tg} \beta.$$

862.

По формулам двойного угла:

$$\text{а) } 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin 2 \cdot 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } 8\sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} = 4\sin \frac{\pi}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{в) } \sin 105^\circ \cos 105^\circ = \frac{1}{2} (2\sin 105^\circ \cdot \cos 105^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 105^\circ = \frac{1}{2} \sin 210^\circ = \frac{1}{2} \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\frac{1}{2} \sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{г) } \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2 \cdot 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{д) } 4\cos^2 \frac{\pi}{8} - 4\sin^2 \frac{\pi}{8} = 4 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) =$$

$$= 4 \cos \frac{\pi}{4} = 4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sin^2 \frac{7\pi}{12} &= \cos 2 \cdot \frac{7\pi}{12} = \cos \frac{7\pi}{6} = \\ &= \cos \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

863.

Воспользуемся формулой тангенса двойного угла:

$$\text{a) } \frac{2\text{tg}5^\circ}{1-\text{tg}^2 5^\circ} = \text{tg} 2 \cdot 5^\circ = \text{tg} 10^\circ.$$

$$\text{б) } \frac{4\text{tg}15^\circ}{1-\text{tg}^2 15^\circ} = 2 \cdot \frac{2\text{tg}15^\circ}{1-\text{tg}^2 15^\circ} = 2 \cdot \text{tg} 2 \cdot 15^\circ = 2\text{tg} 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{\text{tg} 75^\circ}{1-\text{tg}^2 75^\circ} &= \frac{1}{2} \frac{2\text{tg} 75^\circ}{1-\text{tg}^2 75^\circ} = \frac{1}{2} \text{tg} 2 \cdot 75^\circ = \frac{1}{2} \text{tg} 150^\circ = \\ &= \frac{1}{2} \text{tg}(90^\circ + 60^\circ) = -\frac{1}{2} \text{ctg} 60^\circ = -\frac{1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

864.

$$\begin{aligned} \text{a) } 2\sin 165^\circ \cos 165^\circ &= \sin 2 \cdot 165^\circ = \sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) = \\ &= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ &= \cos 2 \cdot 75^\circ = \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = \\ &= -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{2\text{tg} 240^\circ}{1-\text{tg}^2 240^\circ} &= \text{tg} 2 \cdot 240^\circ = \text{tg} 480^\circ = \text{tg}(360^\circ + 120^\circ) = \text{tg} 120^\circ = \\ &= \text{tg}(90^\circ + 30^\circ) = -\text{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}. \end{aligned}$$

865.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} &= \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = 2 \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \alpha = \\ &= \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2 \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos^2 \alpha &= \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \cos^2 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2 \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \sin^2 2\alpha &= \frac{(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \sin^2 2\alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 2\alpha}{\frac{1}{4} \cdot \sin^2 2\alpha} = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \cos \frac{\pi - \alpha}{2} &= \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \cos \frac{\pi - \alpha}{2} \right) = \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) = \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 2 \cos^2 \frac{\pi + \alpha}{4} - 2 \sin^2 \frac{\pi + \alpha}{4} &= 2 \left(\cos^2 \frac{\pi + \alpha}{4} - \sin^2 \frac{\pi + \alpha}{4} \right) = \\ &= 2 \cos \frac{\pi + \alpha}{2} = 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) = -2 \sin \frac{\alpha}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{4 \operatorname{tg} \frac{3\pi - \alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi - \alpha}{2}} &= 2 \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \frac{3\pi - \alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{3\pi - \alpha}{2}} = 2 \cdot \operatorname{tg} 2 \cdot \frac{(3\pi - \alpha)}{2} = \\ &= 2 \operatorname{tg}(3\pi - \alpha) = 2 \operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -2 \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

866.

$$\text{а) } 1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha;$$

$$\text{б) } \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \operatorname{ctg}\alpha - \sin 2\alpha &= \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{\cos\alpha - 2\sin^2\alpha \cos\alpha}{\sin\alpha} = \\ &= \frac{\cos\alpha(1 - 2\sin^2\alpha)}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{ctg}\alpha \cos 2\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \\ &= \frac{2 \cos \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \operatorname{ctg}\alpha. \end{aligned}$$

867.

$$\text{a) } (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - \sin 2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha = 1;$$

$$\text{б) } 4\sin\alpha \cos\alpha \cdot \cos 2\alpha = 2\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 4\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin 2\alpha - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha &= 2\sin\alpha \cos\alpha - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha \cos^2\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha} = \\ &= \frac{\sin\alpha(2\cos^2\alpha - 1)}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \cos 2\alpha = \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos 2\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) } (\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha) \sin 2\alpha &= \left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \right) \sin 2\alpha = \\ &= \left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \right) 2\sin\alpha \cos\alpha = 2\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha = 2\cos 2\alpha. \end{aligned}$$

868.

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\pi - \alpha}{2} \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) &= \\ &= 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot (-\cos\alpha) = -2 \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos\alpha = \\ &= -2\sin\alpha \cos\alpha = -\sin 2\alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{(\sin\beta + \cos\beta)^2}{1 + \sin 2\beta} &= \frac{\sin^2\beta + 2\sin\beta \cos\beta + \cos^2\beta}{1 + 2\sin\beta \cos\beta} = \\ &= \frac{1 + 2\sin\beta \cos\beta}{1 + 2\sin\beta \cos\beta} = 1. \end{aligned}$$

$$b) \frac{\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} r) & \left(\frac{\cos \beta}{1 + \sin \beta} + \frac{\cos \beta}{1 - \sin \beta} \right) \sin 2\beta = \\ & = \frac{\cos \beta (1 - \sin \beta) + \cos \beta (1 + \sin \beta)}{(1 + \sin \beta)(1 - \sin \beta)} \sin 2\beta = \\ & = \frac{\cos \beta - \sin \beta \cos \beta + \cos \beta + \cos \beta \sin \beta}{1 - \sin^2 \beta} \sin 2\beta = \\ & = \frac{2 \cos \beta \cdot \sin 2\beta}{1 - \sin^2 \beta} = \frac{2 \cos \beta \cdot 2 \sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta} = 4 \sin \beta. \end{aligned}$$

869.

$$\begin{aligned} a) & 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \frac{2\pi + \alpha}{4} \cos \frac{2\pi + \alpha}{2} = 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{4} \right) \times \\ & \times \cos \left(\pi + \frac{\alpha}{2} \right) = 4 \cos \frac{\alpha}{4} \cdot \left(-\sin \frac{\alpha}{4} \right) \cdot \left(-\cos \frac{\alpha}{2} \right) = \\ & = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \left(2 \cos \frac{\alpha}{4} \sin \frac{\alpha}{4} \right) = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \frac{2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \\ & = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha. \end{aligned}$$

$$b) \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha - (1 - \operatorname{tg} \alpha)}{(1 - \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.$$

$$\begin{aligned} r) & \left(\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \sin 2\alpha = \\ & = \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha) + \sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} \sin 2\alpha = \\ & = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \cdot \sin 2\alpha = \end{aligned}$$

$$= \frac{2\sin\alpha \cdot 2\sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2\alpha} = 4\cos\alpha.$$

870.

Пользуемся формулами двойного угла:

$$\text{а) } 1 + \cos 4\alpha = 1 + \cos 2 \cdot 2\alpha = 1 + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = \\ = \sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = 2\cos^2 2\alpha.$$

$$\text{б) } 1 - \cos 4\alpha = 1 - \cos 2 \cdot 2\alpha = 1 - \cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = \\ = \sin^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = 2\sin^2 2\alpha.$$

$$\text{в) } \frac{1 + \cos 2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \cos^2\alpha}{2\cos\alpha} = \\ = \frac{2\cos^2\alpha}{2\cos\alpha} = \cos\alpha.$$

$$\text{г) } \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{2\sin\alpha \cos\alpha} = \frac{2\sin^2\alpha}{2\sin\alpha \cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$\text{д) } \operatorname{tg}\alpha (1 + \cos 2\alpha) = \frac{\sin\alpha \cdot 2\cos^2\alpha}{\cos\alpha} = 2\sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha.$$

$$\text{е) } \frac{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}{2\sin\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{2\sin\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha}{2\sin\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha} = \\ = \frac{2\sin\alpha(1 + \cos\alpha)}{2\sin\alpha(1 - \cos\alpha)} = \frac{1 + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha} = \frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{ж) } \frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha}{1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha} = \\ = \frac{2\sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha}{2\cos^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha} = \frac{2\sin\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha)}{2\cos\alpha(\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha.$$

$$\text{з) } \frac{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)}{2} = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{2\cos^2\alpha}{2} = \cos^2\alpha.$$

871.

$$\text{а) } \frac{\sin 2\beta}{1 + \cos 2\beta} = \frac{2\sin\beta \cos\beta}{2\cos^2\beta} = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \operatorname{tg}\beta.$$

$$\text{б) } \frac{1 - \cos 2\beta}{2\sin\beta} = \frac{2\sin^2\beta}{2\sin\beta} = \sin\beta.$$

$$в) \operatorname{ctg} \beta (1 - \cos 2\beta) = \frac{\cos \beta \cdot 2 \sin^2 \beta}{\sin \beta} = 2 \cos \beta \sin \beta = \sin 2\beta .$$

$$г) \frac{1 + \cos 4\beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta} = \frac{2 + \cos^2 2\beta - \sin^2 2\beta}{\cos 2\beta} = \frac{2 \cos^2 2\beta}{\cos 2\beta} = 2 \cos 2\beta .$$

$$д) \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + 2\beta)}{2 \sin \beta} = \frac{1 - \cos 2\beta}{2 \sin \beta} = \frac{2 \sin^2 \beta}{2 \sin \beta} = \sin \beta .$$

$$е) \frac{1 + \cos(\pi + \beta)}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{1 - \cos(2 \cdot \frac{\beta}{2})}{\sin(2 \cdot \frac{\beta}{2})} =$$

$$= \frac{2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}{2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\cos \frac{\beta}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} .$$

872.

$$2 \cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) = 1 + \cos(2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})) = 1 + \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = 1 + \sin \alpha .$$

873.

$$а) \frac{1 + \cos 2\varphi}{1 - \cos 2\varphi} = \frac{2 \cos^2 \varphi}{2 \sin^2 \varphi} = \operatorname{ctg}^2 \varphi .$$

$$б) \frac{1 - \sin 2\varphi}{1 + \sin 2\varphi} = \frac{1 - \cos(\frac{\pi}{2} - 2\varphi)}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} - 2\varphi)} = \frac{2 \sin^2(\frac{\pi}{4} - \varphi)}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} - \varphi)} = \operatorname{tg}^2(\frac{\pi}{4} - \varphi) .$$

874.

а) $\sin x \cos x = \frac{3}{7}$, $2 \sin x \cos x = \frac{6}{7}$, $\sin 2x = \frac{6}{7}$. Так как $\frac{6}{7} < 1$, то такой угол существует;

б) $\sin x \cos x = \frac{3}{5}$, $2 \sin x \cos x = \frac{6}{5}$, $\sin 2x = \frac{6}{5}$. Так как $\frac{6}{5} > 1$, то такого угла не существует.

875.

$$а) \cos(3\pi - \alpha) = \cos(2\pi + (\pi - \alpha)) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha .$$

$$б) \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha) = \operatorname{ctg}(4\pi + (\pi + \alpha)) = \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha .$$

$$в) \sin(\pi+\alpha)\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})=-\sin\alpha\cdot\sin\alpha=-\sin^2\alpha.$$

$$г) \operatorname{tg}(\pi-\alpha)\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos\alpha}=-\sin\alpha.$$

876.

$$\begin{aligned} а) \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta} &= \frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\frac{\sin\beta}{\cos\beta}} = \\ &= \frac{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{\frac{\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha}{\cos\alpha\cos\beta}} = \cos\alpha\cos\beta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \frac{c\operatorname{tg}\alpha+c\operatorname{tg}\beta}{\sin(\alpha+\beta)} &= \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\cos\beta}{\sin\beta}}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta} = \\ &= \frac{\frac{\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta} = \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta}. \end{aligned}$$

877.

$$а) x(x+5)\leq 2x^2+4;$$

$$x^2+5x-2x^2-4\leq 0;$$

$$x^2-5x+4\geq 0;$$

Найдем корни уравнения:

$$x^2-5x+4=0;$$

$$D=5^2-4\cdot 1\cdot 4=25-16=9;$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{9}}{2} = 4 \text{ или } x = \frac{5 - \sqrt{9}}{2} = 1;$$

$$x^2-5x+4=(x-4)(x-1)\geq 0.$$



Ответ: $x\leq 1$ или $x\geq 4$

$$б) 10-(2x-1)(3-x)\geq 1-7x,$$

$$10 - (6x - 3 - 2x^2 + x) \geq 1 - 7x;$$

$$10 - 6x + 3 + 2x^2 - x - 1 + 7x \geq 0;$$

$$2x^2 + 12 \geq 0.$$

Это неравенство выполняется при любых значениях x , т.к. $2x^2 \geq 0$ и $12 > 0$.

878.

Пусть x ч – время работы первого сварщика, а y ч – время работы второго сварщика. Тогда по условию задачи $x - y = 11$. За 1 ч. первый сварщик сделает $\frac{1}{x}$ часть работы, а второй — $\frac{1}{y}$ часть ра-

боты. Вместе за 1 ч. они сделают $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ часть работы, а за 30 ч.

они сделают всю работу, значит: $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 30 = 1$. Имеем систему

уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 11, \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 30 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y = x - 11, \\ \frac{30}{x} + \frac{30}{x - 11} = 1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $\frac{30}{x} + \frac{30}{x - 11} = 1$;

$$30x - 330 + 30x = x^2 - 11x;$$

$$x^2 - 71x + 330 = 0$$

$$D = 71^2 - 4 \cdot 330 = 3721;$$

$$x_1 = \frac{71 + \sqrt{3721}}{2} = 66;$$

$$x_2 = \frac{71 - \sqrt{3721}}{2} = 5$$

$$\begin{cases} x_1 = 66 \\ y_1 = 55 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = -6 \end{cases} \quad \text{— не подходит по смыслу.}$$

Ответ: 66 ч и 55 ч.

879.

$$\text{a) } \sin 3\alpha + \sin \alpha = 2 \sin \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2} = 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin \beta - \sin 5\beta &= 2 \sin \frac{\beta - 5\beta}{2} \cos \frac{\beta + 5\beta}{2} = 2 \sin(-2\beta) \cos 3\beta = \\ &= -2 \sin 2\beta \cos 3\beta. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \cos 2x + \cos 3x &= 2 \cos \frac{2x + 3x}{2} \cos \frac{2x - 3x}{2} = \\ &= 2 \cos \frac{5x}{2} \cos \left(-\frac{x}{2}\right) = 2 \cos 2,5x \cos 0,5x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \cos y - \cos 3y &= -2 \sin \frac{y + 3y}{2} \sin \frac{y - 3y}{2} = -2 \sin 2y \sin(-y) = \\ &= 2 \sin 2y \sin y. \end{aligned}$$

880.

Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

$$\text{a) } \sin 40^\circ + \sin 16^\circ = 2 \sin \frac{40^\circ + 16^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ - 16^\circ}{2} = 2 \sin 28^\circ \cos 12^\circ;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin 20^\circ - \sin 40^\circ &= 2 \cos \frac{20^\circ + 40^\circ}{2} \sin \frac{20^\circ - 40^\circ}{2} = \\ &= -2 \cos 30^\circ \sin 10^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ = -\sqrt{3} \sin 10^\circ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \cos 46^\circ - \cos 74^\circ &= -2 \sin \frac{46^\circ + 74^\circ}{2} \sin \frac{46^\circ - 74^\circ}{2} = \\ &= 2 \sin 60^\circ \sin 14^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 14^\circ = \sqrt{3} \sin 14^\circ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \cos 15^\circ + \cos 45^\circ &= 2 \cos \frac{15^\circ + 45^\circ}{2} \cos \frac{15^\circ - 45^\circ}{2} = \\ &= 2 \cos 30^\circ \cos 15^\circ = \sqrt{3} \cos 15^\circ; \end{aligned}$$

$$\text{д) } \sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{5} = 2 \sin \frac{\frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5}}{2} \cos \frac{\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{5}}{2} = 2 \sin \frac{3\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10}.$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{3\pi}{4} &= 2 \cos \frac{\frac{11\pi}{12} + \frac{3\pi}{4}}{2} \cos \frac{\frac{11\pi}{12} - \frac{3\pi}{4}}{2} = \\ &= 2 \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ж) } \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\alpha &= 2 \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \alpha}{2} \times \\
 &\times \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \alpha}{2} = 2 \cos \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi - 6\alpha}{6} = \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right). \\
 \text{з) } \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) &= 2 \sin \frac{\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{2} \times \\
 &\times \cos \frac{\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{2} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \sin \alpha.
 \end{aligned}$$

881.

По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$\text{а) } \sin 12^\circ + \sin 20^\circ = 2 \sin \frac{12^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{12^\circ - 20^\circ}{2} = 2 \sin 16^\circ \cos 4^\circ.$$

$$\text{б) } \sin 52^\circ - \sin 32^\circ = 2 \cos \frac{52^\circ + 32^\circ}{2} \sin \frac{52^\circ - 32^\circ}{2} = 2 \cos 42^\circ \sin 10^\circ.$$

$$\text{в) } \cos \frac{\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{20} = -2 \sin \frac{\frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{20}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{10} - \frac{\pi}{20}}{2} = -2 \sin \frac{3\pi}{40} \sin \frac{\pi}{40}.$$

$$\text{г) } \sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{9} = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{9}}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{9}}{2} = 2 \cos \frac{5\pi}{36} \sin \frac{\pi}{36}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{д) } \sin \alpha - \left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) &= 2 \cos \frac{\alpha + \alpha + \frac{\pi}{3}}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha - \frac{\pi}{3}}{2} = \\
 &= -2 \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6} = -\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{е) } \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) &= -2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha + \frac{\pi}{4} - \alpha}{2} \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha - \frac{\pi}{4} + \alpha}{2} = \\
 &= -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = -\sqrt{2} \sin \alpha.
 \end{aligned}$$

882.

По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin 15^\circ + \cos 65^\circ &= \sin 15^\circ + \cos(90^\circ - 25^\circ) = \\ &= \sin 15^\circ + \sin 25^\circ = 2 \sin \frac{15^\circ + 25^\circ}{2} \cos \frac{15^\circ - 25^\circ}{2} = 2 \sin 20^\circ \cos 5^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos 40^\circ - \sin 16^\circ &= \cos(90^\circ - 50^\circ) - \sin 16^\circ = \\ &= \sin 50^\circ - \sin 16^\circ = 2 \cos \frac{50^\circ + 16^\circ}{2} \sin \frac{50^\circ - 16^\circ}{2} = 2 \cos 33^\circ \sin 17^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \cos 50^\circ + \sin 80^\circ &= \cos 50^\circ + \sin(90^\circ - 10^\circ) = \\ &= \cos 50^\circ + \cos 10^\circ = 2 \cos \frac{50^\circ + 10^\circ}{2} \cos \frac{50^\circ - 10^\circ}{2} = \\ &= 2 \cos 30^\circ \cos 20^\circ = \sqrt{3} \cos 20^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin 40^\circ - \cos 40^\circ &= \sin 40^\circ + \sin(90^\circ - 50^\circ) = \sin 40^\circ - \sin 50^\circ = \\ &= 2 \sin \frac{40^\circ - 50^\circ}{2} \cos \frac{40^\circ + 50^\circ}{2} = -2 \sin 5^\circ \cos 45^\circ = -\sqrt{2} \sin 5^\circ. \end{aligned}$$

883.

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos 18^\circ - \sin 22^\circ &= \cos(90^\circ - 72^\circ) - \sin 22^\circ = \\ &= \sin 72^\circ - \sin 22^\circ = 2 \cos \frac{72^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{72^\circ - 22^\circ}{2} = \\ &= 2 \cos 47^\circ \sin 25^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos 36^\circ + \sin 36^\circ &= \cos 36^\circ + \sin(90^\circ - 54^\circ) = \\ &= \cos 36^\circ + \cos 54^\circ = 2 \cos \frac{36^\circ + 54^\circ}{2} \cos \frac{36^\circ - 54^\circ}{2} = \\ &= 2 \cos 45^\circ \cos 9^\circ = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 9^\circ = \sqrt{2} \cos 9^\circ. \end{aligned}$$

884.

$$\text{а) } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \sin \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

885.

Воспользуемся формулами разности и суммы синусов и косинусов:

$$\text{a) } \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha (2\alpha + \alpha)}{\cos 2\alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha \cos \alpha};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{tg} 3\beta - \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(3\beta - \beta)}{\cos 3\beta \cos \beta} = \frac{\sin 2\beta}{\cos 3\beta \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos 3\beta \cos \beta} = \\ &= \frac{2 \sin \beta}{\cos 3\beta}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{tg} 4x &= \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) + \operatorname{tg} 4x = \\ &= \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \cos 4x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x \cos 4x} = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\cos 4x}. \end{aligned}$$

$$\text{г) } \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} \right)}{\cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{2 \sin \frac{5\pi}{12}}{\cos \frac{\pi}{12}} = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} \right)}{\cos \frac{\pi}{12}} = 2;$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \operatorname{tg} \frac{4\pi}{5} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{5} &= \frac{\sin \left(\frac{4\pi}{5} - \frac{3\pi}{5} \right)}{\cos \frac{4\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}} = \\ &= \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{4\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{5}} = \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\cos \left(\pi - \frac{\pi}{5} \right) \cos \left(\pi - \frac{2\pi}{5} \right)} = \\ &= \frac{\sin \frac{\pi}{5}}{\left(-\cos \frac{\pi}{5} \right) \left(-\cos \frac{2\pi}{5} \right)} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{2\pi}{5}}; \end{aligned}$$

$$\text{е) } \operatorname{tg} \frac{5\pi}{8} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8} = \operatorname{tg} \frac{5\pi}{8} - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) \cos \frac{3\pi}{8}} = -\frac{\sqrt{2}}{2 \cos^2 \frac{3\pi}{8}}.$$

886.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin^2 x - \sin^2 y &= (\sin x - \sin y)(\sin x + \sin y) = \\ &= 4 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \\ &= \left(2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x-y}{2}\right) \left(2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y}{2}\right) = \\ &= \sin(x-y) \sin(x+y). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos^2 x - \cos^2 y &= (\cos x - \cos y)(\cos x + \cos y) = \\ &= -4 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \\ &= -\left(2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y}{2}\right) \cdot \left(2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x-y}{2}\right) = \\ &= -\sin(x+y) \sin(x-y). \end{aligned}$$

887.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin x + \cos y &= \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = 2 \sin \frac{x + \frac{\pi}{2} - y}{2} \cdot \cos \frac{x - \frac{\pi}{2} + y}{2} = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x-y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x+y}{2}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos x - \sin y &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin y = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{2} - x + y}{2} \times \\ &\times \sin \frac{\frac{\pi}{2} - x - y}{2} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x-y}{2}\right). \end{aligned}$$

888.

$$\begin{aligned} \text{а)} \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right) = \\ &= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right) = \cos \alpha + \sin \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} -\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) &= -\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right) = \\ &= -\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right) = \sin \alpha - \cos \alpha. \end{aligned}$$

889.

По формулам суммы и разности косинусов и синусов:

$$\begin{aligned} \text{а)} \frac{1}{2} + \cos \alpha &= \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \frac{1}{2} - \sin \alpha &= \sin \frac{\pi}{6} - \sin \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} 2 \sin \alpha + 1 &= 2\left(\sin \alpha + \frac{1}{2}\right) = 2\left(\sin \alpha + \sin \frac{\pi}{6}\right) = \\ &= 2 \cdot 2 \sin \frac{\alpha + \frac{\pi}{6}}{2} \cos \frac{\alpha - \frac{\pi}{6}}{2} = 4 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{12}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} 1 - 2 \cos \alpha &= 2\left(\frac{1}{2} - \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \alpha\right) = \\ &= 2 \cdot (-2) \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = -4 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

$$\text{д)} \sqrt{2} + 2 \cos \alpha = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha\right) =$$

$$= 2 \cdot 2 \cos \frac{\frac{\pi}{4} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - \alpha}{2} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$\text{e) } 2 \sin \alpha - \sqrt{3} = 2\left(\sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\sin \alpha - \sin \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= 2 \cdot 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{3}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{3}}{2} = 4 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{6}\right).$$

890.

$$\text{a) } \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\alpha + \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{\alpha - \frac{\pi}{4}}{2} =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{8}\right).$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$\text{в) } 1 + 2 \cos \alpha = 2\left(\frac{1}{2} + \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha\right) =$$

$$= 2 \cdot 2 \cos \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{3} - \alpha}{2} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$\text{г) } \sqrt{3} - 2 \cos \alpha = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha\right) = 2\left(\cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha\right) =$$

$$= 2(-2) \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} - \alpha}{2} = -4 \sin\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

891.

По формулам суммы и разности синусов и косинусов:

$$\text{a) } \frac{\sin 2\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 6\alpha} = \frac{2 \sin \frac{2\alpha + 6\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 6\alpha}{2}}{2 \cos \frac{2\alpha + 6\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 6\alpha}{2}} =$$

$$= \frac{\sin 4\alpha \cos 2\alpha}{\cos 4\alpha \cos 2\alpha} = \frac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} &= \frac{-2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}}{2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin 3\alpha \sin \alpha}{\cos 3\alpha \cos \alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

892.

Воспользуемся формулами суммы и разности косинусов и синусов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sin \alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 5\alpha} &= \frac{2 \sin \frac{\alpha + 5\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 5\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\alpha + 5\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 5\alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha}{\cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} &= \frac{2 \sin \frac{2\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - \alpha}{2}}{2 \sin \frac{2\alpha - \alpha}{2} \cos \frac{2\alpha + \alpha}{2}} = \\ &= \frac{\sin \frac{3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{3\alpha}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}. \end{aligned}$$

893.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\cos 68^\circ - \cos 22^\circ}{\sin 68^\circ - \sin 22^\circ} &= \frac{-2 \sin \frac{68^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{68^\circ - 22^\circ}{2}}{2 \cos \frac{68^\circ + 22^\circ}{2} \sin \frac{68^\circ - 22^\circ}{2}} = \\ &= -\frac{\sin 45^\circ \sin 23^\circ}{\cos 45^\circ \sin 23^\circ} = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \frac{\sin 130^\circ + \sin 110^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 110^\circ} &= \frac{2 \sin \frac{130^\circ + 110^\circ}{2} \cos \frac{130^\circ - 110^\circ}{2}}{2 \cos \frac{130^\circ + 110^\circ}{2} \cos \frac{130^\circ - 110^\circ}{2}} = \\
 &= \frac{\sin 120^\circ \cos 10^\circ}{\cos 120^\circ \cos 10^\circ} = \frac{\sin(90^\circ + 30^\circ)}{-\cos(90^\circ + 30^\circ)} = -\frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot 1} = -\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

894.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x &= (\sin x + \sin 4x) + \\
 + (\sin 2x + \sin 3x) &= 2 \sin \frac{x+4x}{2} \cos \frac{x-4x}{2} + \\
 + 2 \sin \frac{2x+3x}{2} \cos \frac{2x-3x}{2} &= 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + \\
 + 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2} &= 2 \sin \frac{5x}{2} (\cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{x}{2}) = \\
 &= 2 \sin \frac{5x}{2} \cdot 2 \cos \frac{3x+x}{2} \cos \frac{3x-x}{2} = 4 \sin \frac{5x}{2} \cdot \cos x \cos \frac{x}{2}. \\
 \text{б) } \cos 2y - \cos 4y - \cos 6y + \cos 8y &= (\cos 2y - \cos 6y) + \\
 + (\cos 8y - \cos 4y) &= -2 \sin \frac{2y+6y}{2} \sin \frac{2y-6y}{2} - \\
 - 2 \sin \frac{8y+4y}{2} \sin \frac{8y-4y}{2} &= 2 \sin 4y \sin 2y - \\
 - 2 \sin 6y \sin 2y &= 2 \sin 2y (\sin 4y - \sin 6y) = \\
 = 2 \sin 2y \cdot 2 \sin \frac{4y-6y}{2} \cos \frac{4y+6y}{2} &= -4 \sin 2y \sin y \cos 5y.
 \end{aligned}$$

895.

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = (\cos x + \cos 4x) +$$

$$\begin{aligned}
& + (\cos 2x + \cos 3x) = 2 \cos \frac{x+4x}{2} \cos \frac{x-4x}{2} + \\
& + 2 \cos \frac{2x+3x}{2} \cos \frac{2x-3x}{2} = 2 \cos 2,5x \cos 1,5x + \\
& + 2 \cos 2,5x \cos 0,5x = 2 \cos 2,5x (\cos 1,5x + \cos 0,5x) = \\
& 2 \cos 2,5x \cdot 2 \cos \frac{1,5x+0,5x}{2} \cos \frac{1,5x-0,5x}{2} = \\
& = 4 \cos 2,5x \cos x \cos 0,5x.
\end{aligned}$$

896.

$$\begin{aligned}
& \text{a) } \sin 87^\circ - \sin 59^\circ - \sin 93^\circ + \sin 61^\circ = (\sin 87^\circ - \sin 93^\circ) + \\
& + (\sin 61^\circ - \sin 59^\circ) = 2 \sin \frac{87^\circ - 93^\circ}{2} \cos \frac{87^\circ + 93^\circ}{2} + \\
& + 2 \sin \frac{61^\circ - 59^\circ}{2} \cos \frac{61^\circ + 59^\circ}{2} = -2 \sin 3^\circ \cos 90^\circ + \\
& + 2 \sin 1^\circ \cos 60^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 1^\circ = \sin 1^\circ; \\
& \text{б) } \cos 115^\circ - \cos 35^\circ + \cos 65^\circ + \cos 25^\circ = (\cos 115^\circ + \cos 65^\circ) + \\
& + (\cos 25^\circ - \cos 35^\circ) = 2 \cos \frac{115^\circ + 65^\circ}{2} \cos \frac{115^\circ - 65^\circ}{2} - \\
& - 2 \sin \frac{25^\circ + 35^\circ}{2} \sin \frac{25^\circ - 35^\circ}{2} = 2 \cos 90^\circ \cos 25^\circ + \\
& + 2 \sin 30^\circ \sin 5^\circ = 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 5^\circ = \sin 5^\circ.
\end{aligned}$$

897.

$$\begin{aligned}
& \text{a) } \sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 2 \sin \frac{20^\circ + 40^\circ}{2} \cos \frac{20^\circ - 40^\circ}{2} - \\
& - \cos 10^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 10^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 10^\circ - \cos 10^\circ = 0; \\
& \text{б) } \cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 2 \cos \frac{85^\circ + 35^\circ}{2} \cos \frac{85^\circ - 35^\circ}{2} - \\
& - \cos 25^\circ = 2 \cos 60^\circ \cos 25^\circ - \cos 25^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 25^\circ - \cos 25^\circ = 0.
\end{aligned}$$

898.

$$\text{a) } \cos 2\alpha - \sin(\pi + \alpha) \sin(4\pi + \alpha) = \cos 2\alpha + \sin \alpha \sin \alpha =$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha;$$

$$\text{б) } 4 \sin \alpha \cos \alpha + \sin(2\alpha - \pi) =$$

$$= 2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha - \sin(\pi - 2\alpha) = 2 \sin \alpha - \sin \alpha = \sin \alpha.$$

899.

$$\text{а) } \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin(\pi + 2\alpha)} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{2 \sin^2 2\alpha}{-\sin 2\alpha} \cdot (-\operatorname{ctg}\alpha) =$$

$$= \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)}{1 + \cos 2\alpha} \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \frac{-\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha} \operatorname{ctg}\alpha =$$

$$= -\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha} = -1.$$

900.

а) Точки А (0,6;-2,7) и О (0; 0) принадлежат прямой $y=kx+b$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0 = k \cdot 0 + b \\ -2,7 = k \cdot 0,6 + b \end{cases} \quad \begin{cases} b = 0 \\ k = -2,7 - b : 0,6 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 0 \\ k = -4,5 \end{cases} \quad y = -4,5x$$

б) Точки В (0;4) и С (-2,5;0) принадлежат прямой $y=kx+b$.

Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 4 = k \cdot 0 + b \\ 0 = k \cdot (-2,5) + b \end{cases} \quad \begin{cases} b = 4 \\ k = 4 : 2,5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 4 \\ k = 1,6 \end{cases}$$

Уравнение прямой имеет вид: $y = 1,6x + 4$.

901.

$$\text{а) 1) } \frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} =$$

$$= \frac{4ab + (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{(a+b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{2(a-b)};$$

$$\text{2) } \frac{a+b}{2(a-b)} \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{a-b}{a-b} = 1;$$

$$6) 1) \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2-y^2} = \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} =$$

$$= \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)};$$

$$2) \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)} =$$

$$= \frac{x(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)^2(x+y)} = \frac{x}{x-y};$$

$$3) \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -1.$$

902.

а) При $\alpha=30^\circ$ $\sin\alpha - \cos 2\alpha - \cos 3\alpha = \sin 30^\circ - \cos 2 \cdot 30^\circ -$
 $-\cos 3 \cdot 30^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 0 = 0;$

б) При $\alpha=45^\circ$ $\sin 2\alpha + \operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{ctg}\alpha = \sin 2 \cdot 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ -$
 $-2\operatorname{ctg} 45^\circ = 1 + 1 - 2 \cdot 1 = 0;$

в) При $\alpha=45^\circ$ $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) + \sin(45^\circ + \alpha) + \cos(180^\circ - 2\alpha) =$
 $= \operatorname{tg} 45^\circ + \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 1 + 0 = 2.$

903.

а) $\cos 60^\circ + \cos 45^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} > 1$ – верно;

б) $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ > 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} > 1$ – верно.

904.

При $\alpha=30^\circ$ $\frac{\sin 2\alpha}{\sin(15^\circ + \alpha) - \sin \alpha} =$

$$= \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ - \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2 - 1} = \sqrt{6} + \sqrt{3};$$

б) При $\alpha = 60^\circ, \beta = 30^\circ$

$$\frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} =$$

$$= \frac{2 \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{\cos(60^\circ + 30^\circ) + \cos(60^\circ - 30^\circ)} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 90^\circ + \cos 30^\circ} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}}{0 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

905.

а) $\operatorname{tg}^2 45^\circ \cos 30^\circ \operatorname{ctg}^2 30^\circ = 1^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2};$

б) $\operatorname{tg}^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \cos^2 30^\circ =$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} + \sqrt{3} - 1 + \frac{3}{4} =$$

$$= \frac{4 + 12\sqrt{3} - 12 + 9}{12} = \frac{12\sqrt{3} + 1}{12} = \sqrt{3} + \frac{1}{12};$$

в) $\operatorname{ctg}^2 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 60^\circ + \frac{3}{4} \operatorname{ctg}^2 60^\circ =$

$$= 1^2 + \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1.$$

906.

1) Преобразуем правую часть:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 60^\circ (1 + \sin^2 45^\circ) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right) = \\ &= \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

2) Преобразуем левую часть:

$$\cos 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$$

907.

а) $\operatorname{tg} x \cdot \sin x = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$; $\sin^2 x \geq 0$, следовательно, $\operatorname{tg} x \cdot \sin x > 0$ в I и IV

четвертях;

б) $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x} = \sin x$, следовательно, $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x} > 0$ в I и II четвертях;

в) $\sin x \cos x \operatorname{tg} x = \frac{\sin x \cos x \sin x}{\cos x} = \sin^2 x \geq 0$.

908.

а) $\sin 170^\circ > 0$, значит, выражение имеет смысл;

б) $\cos 160^\circ < 0$, значит, выражение не имеет смысла;

в) $\operatorname{tg} 230^\circ > 0$, значит, выражение имеет смысл;

г) $\operatorname{ctg} 340^\circ < 0$, значит, выражение не имеет смысла.

909.

а) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$, т.е. $\sin \alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или II четверти;

б) $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$, т.е. $\cos \alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или III четверти;

в) $|\operatorname{tg} \alpha| = \operatorname{tg} \alpha$, т.е. $\operatorname{tg} \alpha > 0$, значит, $\alpha \in$ I или III четверти;

г) $|\operatorname{ctg} \alpha| = -\operatorname{ctg} \alpha$, т.е. $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, значит, $\alpha \in$ II или IV четверти.

910.

а) $\sin \alpha = 1$; $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

б) $\sin \alpha = 0$; $\alpha = \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$\text{в) } \sin \alpha = -1; \alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{г) } \cos \alpha = 0; \alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{д) } \cos \alpha = 1; \alpha = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{е) } \cos \alpha = -1; \alpha = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

911.

$$\text{а) } -1 \leq \sin \alpha \leq 1; -2 \leq 2 \sin \alpha \leq 2;$$

$$-1 \leq 1 + 2 \sin \alpha \leq 3.$$

$$\text{б) } -1 \leq \cos \alpha \leq 1; -3 \leq -3 \cos \alpha \leq 3;$$

$$-2 \leq 1 - 3 \cos \alpha \leq 4.$$

$$\text{в) } -1 \leq \sin \alpha \leq 1; 0 \leq |\sin \alpha| \leq 1.$$

$$\text{г) } -1 \leq \cos \alpha \leq 1; 0 \leq |\cos \alpha| \leq 1.$$

$$\text{д) } -1 \leq \cos \alpha \leq 1;$$

$$-4 \leq 4 \sin \alpha \leq 4; -1 \leq 3 + 4 \sin \alpha \leq 7.$$

$$\text{е) } -1 \leq \cos \alpha \leq 1; 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1;$$

$$0 \leq 2 \cos^2 \alpha \leq 2.$$

912.

$$\text{а) } 3 \sin(-90^\circ) + 2 \cos 0^\circ - 3 \sin(-270^\circ) = -3 \sin 90^\circ + 2 \cos 0^\circ + 3 \sin 270^\circ = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -4.$$

$$\text{б) } 2 \cos(-270^\circ) - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 180^\circ - \sin(-90^\circ) = 2 \cos 270^\circ - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 180^\circ + \sin 90^\circ = 2 \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1.$$

913.

$$\text{а) При } \alpha = -45^\circ \quad \sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-45^\circ) + \cos(-45^\circ) = -\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

$$\text{б) При } \alpha = -90^\circ \quad \sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-90^\circ) + \cos(-90^\circ) = -\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = -1 + 0 = -1.$$

$$\text{в) Если } \alpha = -360^\circ \quad \sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-360^\circ) + \cos(-360^\circ) = -\sin 360^\circ + \cos 360^\circ = 0 + 1 = 1.$$

г) При $\alpha = -180^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-180^\circ) + \cos(-180^\circ) = -\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = 0 - 1 = -1$.

д) При $\alpha = -420^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-420^\circ) + \cos(-420^\circ) = -\sin 420^\circ + \cos 420^\circ = -\sin(360^\circ + 60^\circ) + \cos(360^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$.

е) При $\alpha = -1710^\circ$ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(-1710^\circ) + \cos(-1710^\circ) = -\sin 1710^\circ + \cos 1710^\circ = -\sin(1800^\circ - 90^\circ) + \cos(1800^\circ + 90^\circ) = \sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1 + 0 = 1$.

914.

а) $\frac{5\pi}{6} \in \text{II}$ четверти, значит, $\alpha = \sin \frac{5\pi}{6} > 0$;

$\frac{2\pi}{3} \in \text{II}$ четверти, значит, $\alpha = \cos \frac{2\pi}{3} < 0$;

следовательно, $\sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{2\pi}{3} < 0$.

б) $\alpha = \frac{5\pi}{4} \in \text{III}$ четверти, значит, $\text{tg} \frac{5\pi}{4} > 0$;

$\alpha = \frac{\pi}{5} \in \text{I}$ четверти, значит, $\text{ctg} \frac{\pi}{5} > 0$;

следовательно, $\text{tg} \frac{5\pi}{4} \text{ctg} \frac{\pi}{5} > 0$.

в) $\alpha = \frac{5\pi}{7} \in \text{II}$ четверти, значит, $\cos \frac{5\pi}{7} > 0$;

$\alpha = \frac{3\pi}{4} \in \text{II}$ четверти, значит, $\cos \frac{3\pi}{4} < 0$;

следовательно, $\cos \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{4} < 0$.

г) $\alpha = \frac{\pi}{8} \in \text{I}$ четверти, значит, $\text{tg} \frac{\pi}{8} > 0$;

$\alpha = \frac{\pi}{5} \in \text{I}$ четверти, значит, $\text{ctg} \frac{\pi}{5} > 0$;

следовательно, $\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5} > 0$.

915.

Пусть x – равные углы при основании равнобедренного треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует:

$$x + x + \frac{\pi}{9} = \pi; 2x = \pi - \frac{\pi}{9}; x = \frac{4\pi}{9}.$$

Ответ: $\frac{4\pi}{9}$ и $\frac{4\pi}{9}$.

916.

Пусть x ; $2x$; $3x$ – углы треугольника. Тогда из теоремы о сумме углов треугольника следует:

$$x + 2x + 3x = \pi; 6x = \pi; x = \frac{\pi}{6}; 2x = \frac{\pi}{3}; 3x = \frac{\pi}{2}.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$.

917.

$$\text{а) } \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos(-\pi) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{2 \sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{3\pi}{2}} = \frac{1 + (-1) + 1}{2 \cdot \frac{1}{2} - 0} = \frac{1}{1} = 1.$$

$$\text{б) } \frac{3 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \operatorname{tg}(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{2})}{5 \operatorname{tg} 0 + 6 \sin(-\frac{\pi}{2})} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 1 + 0}{5 \cdot 0 - 6 \cdot 1} = \frac{\frac{3}{2} - 2}{-6} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{в) } \frac{5 \sin(-\frac{\pi}{3}) + 2 \cos(-\frac{\pi}{3})}{\cos(-\frac{\pi}{2}) + \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{-\frac{5\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2}}{0 + (-1)} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{2}.$$

$$\text{г) } \frac{\sin(-\frac{\pi}{4}) + \cos(-\frac{\pi}{4}) - 1}{\sin \frac{3\pi}{2} + \cos(-\frac{3\pi}{2})} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{-1 + 0} = \frac{-1}{-1} = 1.$$

918.

$$\text{a) } \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{2\pi + \pi}{6} = \sin \frac{\pi}{2} = 1; \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{6} = \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \neq 1, \text{ значит, равенство неверно.}$$

$$\text{б) } \cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} > 1; \text{ значит, неравенство не-} \\ \text{верно.}$$

919.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = \\ = \frac{a^2}{a^2 + b^2} + \frac{b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2} = 1; \text{ следовательно, могут.}$$

920.

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1; \left(a + \frac{1}{a}\right) \cdot \frac{a}{a^2 + 1} = \frac{a^2 + 1}{a} \cdot \frac{a}{a^2 + 1} = 1; \text{ следовательно,} \\ \text{могут.}$$

921.

$$\text{a) } \frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha} = \\ = \frac{\frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} = \\ = \frac{\cos^4 \alpha (-\cos^2 \alpha)}{\sin^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha} = -\frac{\cos^6 \alpha}{\sin^6 \alpha} = -\operatorname{ctg}^6 \alpha \\ \text{б) } \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \frac{1+tg\gamma+tg^2\gamma}{1+ctg\gamma+ctg^2\gamma} &= \frac{\frac{1}{\cos^2\gamma}+tg\gamma}{\frac{1}{\sin^2\gamma}+ctg\gamma} = \frac{\frac{1}{\cos^2\gamma}+\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}}{\frac{1}{\sin^2\gamma}+\frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}} = \\ &= \frac{1+\sin\gamma\cos\gamma}{\frac{\cos^2\gamma}{\sin^2\gamma}} = \frac{(1+\sin\gamma\cos\gamma)\cdot\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma\cdot(1+\sin\gamma\cos\gamma)} = \frac{\sin^2\gamma}{\cos^2\gamma} = tg^2\gamma. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \quad \frac{tg\gamma}{1-tg^2\gamma} \cdot \frac{ctg^2\gamma-1}{ctg\gamma} &= \frac{tg\gamma}{1-tg^2\gamma} \cdot \frac{\frac{1}{tg^2\gamma}-1}{\frac{1}{tg\gamma}} = \\ &= \frac{tg\gamma}{1-tg^2\gamma} \cdot \frac{(1-tg^2\gamma)\cdot tg\gamma}{tg^2\gamma} = 1. \end{aligned}$$

922.

$$\text{a)} \quad \sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 = 1^2 = 1.$$

$$\text{б)} \quad \frac{\cos^2\alpha}{1+\sin\alpha} + \sin\alpha = \frac{\cos^2\alpha + \sin\alpha + \sin^2\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{1+\sin\alpha}{1+\sin\alpha} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \cos^4\alpha - \sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha &= (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha + \\ + \sin^2\alpha) + 2\sin^2\alpha &= (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \cdot 1 + 2\sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \\ + \sin^2\alpha &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \quad \frac{1}{1-tg^2\alpha} + \frac{1}{1-ctg^2\alpha} &= \frac{1}{1-tg^2\alpha} + \frac{1}{1-\frac{1}{tg^2\alpha}} = \\ &= \frac{1}{1-tg^2\alpha} + \frac{tg^2\alpha}{tg^2\alpha-1} = \frac{1-tg^2\alpha}{1-tg^2\alpha} = 1. \end{aligned}$$

923.

$$\text{a)} \quad (tg\alpha + ctg\alpha)(1 + \cos\alpha)(1 - \cos\alpha) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = \\
 &= \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } &\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = \\
 &= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\cos \alpha - \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \\
 &= \frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } &\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \\
 &+ \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } &\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \times \\
 &\times (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.
 \end{aligned}$$

924.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } &\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha}{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha} = \\
 &= \frac{\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \frac{\sin^6 \alpha}{\cos^6 \alpha} = \operatorname{tg}^6 \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} = \frac{\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}^2 \beta + 1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \beta}} = \sin^2 \beta;$$

$$\begin{aligned} \text{b) 1) } \frac{tg\beta}{1-tg^2\beta} &= \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{1-\frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \\ &= \frac{\sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{\cos \beta (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)} = \frac{\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } \frac{ctg\beta}{ctg^2\beta - 1} &= \frac{\frac{1}{tg\beta}}{\frac{1}{tg^2\beta} - 1} = \frac{tg\beta}{1-tg^2\beta} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{1-\frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} = \\ &= \frac{\sin \beta \cos \beta}{\cos^2 \beta - \sin^2 \beta}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) } \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^4 \alpha} = tg^4 \alpha. \end{aligned}$$

925.

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos^4 \gamma - \sin^4 \gamma &= (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)(\cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma) = \\ &= \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma - \sin^2 \gamma = 1 - 2\sin^2 \gamma; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \\ &= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = ctg\alpha - tg\alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \\
 &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } \frac{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1}{\operatorname{tg}^2 \gamma - 1} &= \frac{\frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} + 1}{\frac{\sin^2 \gamma}{\cos^2 \gamma} - 1} = \frac{\frac{\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma}}{\frac{\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma}} = \\
 &= \frac{\cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma (\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma)} = \frac{1}{\sin^2 \gamma - \cos^2 \gamma}
 \end{aligned}$$

926.

$$\begin{aligned}
 &(a \sin \alpha + b)(a \sin \alpha - b) + (a \cos \alpha + b)(a \cos \alpha - b) = \\
 &= a^2 \sin^2 \alpha - b^2 + a^2 \cos^2 \alpha - b^2 = a^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - \\
 &- 2b^2 = a^2 - 2b^2 \quad \text{— значение выражения не зависит от } a.
 \end{aligned}$$

927.

$$\begin{aligned}
 \text{а) Упростим } &\left(\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right)^2 = \\
 &= \left(\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} \right)^2 + 2 \sqrt{\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right)^2 = \\
 &= \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} + 2\sqrt{1} + \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \\
 &= \frac{(1 - \sin \alpha)^2 + 2(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha) + (1 + \sin \alpha)^2}{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)} = \\
 &= \frac{1 - 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha + 2(1 - \sin^2 \alpha) + 1 + 2 \sin \alpha + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \\
 &= \frac{4}{\cos^2 \alpha};
 \end{aligned}$$

следовательно, $\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} = \sqrt{\frac{4}{\cos^2 \alpha}} = \frac{2}{|\cos \alpha|}$.

б) Упростим

$$\begin{aligned} & \left(\left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) \right)^2 = \\ & = \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right)^2 = \\ & = \left[\left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} \right)^2 - 2 \sqrt{\frac{(1-\sin \alpha)(1+\sin \alpha)}{(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right)^2 \right] \times \\ & \times \left[\left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} \right)^2 - 2 \sqrt{\frac{(1-\cos \alpha)(1+\cos \alpha)}{(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha)}} + \left(\sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right)^2 \right] = \\ & = \left(\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha} - 2 + \frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha} \right) \cdot \left(\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha} - 2 + \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha} \right) = \\ & = \frac{(1-\sin \alpha)^2 - 2(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha) + (1+\sin \alpha)^2}{(1+\sin \alpha)(1-\sin \alpha)} \times \\ & \times \frac{(1-\cos \alpha)^2 - 2(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha) + (1+\cos \alpha)^2}{(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha)} = \\ & = \frac{1-2\sin \alpha + \sin^2 \alpha - 2(1-\sin^2 \alpha) + 1+2\sin \alpha + \sin^2 \alpha}{1-\sin^2 \alpha} \times \\ & \times \frac{1-2\cos \alpha + \cos^2 \alpha - 2(1-\cos^2 \alpha) + 1+2\cos \alpha + \cos^2 \alpha}{1-\cos^2 \alpha} = \\ & = \frac{4\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{4\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 16; \end{aligned}$$

следовательно,

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) = \sqrt{16} = 4 \\ \text{или} & \left(\sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}} \right) = \sqrt{16} = -4. \end{aligned}$$

928.

$$\text{а) } \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 - (1 - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \cos^4 \alpha.$$

$$\text{б) } \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^2 - (1 - \sin^2 \alpha) + \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha - 1 + \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha.$$

929.

Разделим знаменатель и числитель дроби на $\cos \alpha$:

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1}.$$

$$\text{Если } \operatorname{tg} \alpha = 3, \text{ то } \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1} = \frac{3 + 1}{3 - 1} = 2.$$

930.

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha};$$
$$; \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha} =$$
$$= \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \alpha}.$$

$$\text{Если } \sin \alpha = \frac{1}{3}, \text{ то } \frac{1}{1 - 2 \sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{9}{7} = 1 \frac{2}{7}.$$

931.

$$\text{а) } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha =$$
$$= 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2; \text{ значит, } 2 \sin \alpha \cos \alpha = a^2 - 1;$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}.$$

$$\text{б) } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha +$$

$$+ \cos^2 \alpha) = a(1 - \sin \alpha \cos \alpha);$$

$$\text{но } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\alpha^2 - 1}{2} \quad (\text{см. а)),$$

$$\text{значит } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \alpha \cdot \left(1 - \frac{a^2 - 1}{2} \right) = a \cdot \frac{2 - a^2 + 1}{2} = \frac{a(3 - a^2)}{2}.$$

932.

$$\begin{aligned} \text{а) } (tg \alpha + ctg \alpha)^2 &= tg^2 \alpha + 2tg \alpha ctg \alpha + ctg^2 \alpha = \\ &= tg^2 \alpha + 2 + ctg^2 \alpha = m^2; tg^2 \alpha + ctg^2 \alpha = m^2 - 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } tg^3 \alpha + ctg^3 \alpha &= (tg \alpha + ctg \alpha)(tg^2 \alpha - tg \alpha ctg \alpha + ctg^2 \alpha) = \\ &= m(tg^2 \alpha + ctg^2 \alpha - 1); \end{aligned}$$

$$\text{но } tg^2 \alpha + ctg^2 \alpha = m^2 - 2 \quad (\text{см. а)).}$$

$$\text{Следовательно, } tg^3 \alpha + ctg^3 \alpha = m(m^2 - 2 - 1) = m(m^2 - 3).$$

933.

Преобразуем:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \right)^2 &= \frac{(\sin x + \cos x)^2}{(\sin x - \cos x)^2} = \\ &= \frac{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x} = \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin x \cos x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Так как } \sin x \cos x = 0,4, \text{ то } \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin x \cos x} &= \frac{1 + 2 \cdot 0,4}{1 - 2 \cdot 0,4} = \\ &= \frac{1,8}{0,2} = 9. \text{ Следовательно, } \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \sqrt{9} = 3 \text{ или} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = -\sqrt{9} = -3.$$

934.

$$\frac{\sin \alpha + tg \alpha}{\cos \alpha + ctg \alpha} = \frac{\sin \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha} :$$

$$\begin{aligned} &: \frac{\cos \alpha \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(\sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha}{(\cos \alpha \sin \alpha + \cos \alpha) \cos \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha (\cos \alpha + 1)}{\cos^2 \alpha (\sin \alpha + 1)} = \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha + 1}. \end{aligned}$$

Но $\cos \alpha \geq -1$ и $\sin \alpha \geq -1$, следовательно, $\operatorname{tg}^2 \alpha \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha + 1} \geq 0$.

935.

$$\begin{aligned} \text{а) При } \alpha &= \frac{7\pi}{6} \quad \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \\ &= \cos \frac{7\pi}{6} + \cos \frac{7\pi}{3} + \cos \frac{7\pi}{2} = \\ &= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} + \\ &+ \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + 0 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) При } \alpha &= -120^\circ \quad \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha = \\ &= \cos 120^\circ + \cos 240^\circ + \cos 360^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) + \cos(180^\circ + \\ &+ 60^\circ) + \cos 360^\circ = -\sin 30^\circ - \cos 60^\circ + \cos 360^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = 0. \end{aligned}$$

936.

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos(60^\circ - \alpha) &= \cos(90^\circ - 30^\circ - \alpha) = \cos(90^\circ - (30^\circ + \alpha)) = \\ &= \sin(30^\circ + \alpha); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{ctg}\left(80^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) &= \operatorname{ctg}\left(90^\circ - 10^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{ctg}\left(90^\circ - \left(10^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)\right) = \\ &= \operatorname{tg}\left(10^\circ + \frac{\alpha}{2}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin(30^\circ - 2\alpha) &= \sin(90^\circ - 60^\circ - 2\alpha) = \\ &= \sin(90^\circ - (60^\circ + 2\alpha)) = \cos(60^\circ + 2\alpha). \end{aligned}$$

937.

Пусть α – острый угол параллелограмма, β – тупой угол параллелограмма.

Сумма односторонних углов равна 180° ;

$$\alpha + \beta = 180^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha.$$

Следовательно, $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -0,7$.

Ответ: $-0,7$.

938.

Пусть α – внешний угол треугольника, а β и γ – острые углы треугольника. Известно, что сумма смежных углов равна 180° , $\Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$, следовательно, $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -k$.

Сумма острых углов треугольника равна 90° , поэтому

$$\gamma = 90^\circ - \beta, \text{ следовательно, } \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(90^\circ - \beta) = \operatorname{ctg} \beta = -\frac{1}{k}.$$

Ответ: $-k; -\frac{1}{k}$.

939.

Обозначим смежные углы α и β и $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$;

$\cos \alpha < 0$, следовательно, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Тогда $\sin \alpha > 0$; $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5};$$

Так как сумма смежных углов равна 180° ,

поэтому $\sin \beta = \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$.

940.

$\alpha + \beta = \pi - \gamma$.

а) $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\pi - \gamma) = \sin \gamma$.

б) $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\pi - \gamma) = -\cos \gamma$.

$$в) \sin 2(\alpha + \beta) = \sin 2(\pi - \gamma) = \sin(2\pi - 2\gamma) = -\sin 2\gamma.$$

$$г) \cos 2(\alpha + \beta) = \cos 2(\pi - \gamma) = \cos(2\pi - 2\gamma) = \cos 2\gamma.$$

941.

$$а) \operatorname{tg} 75^\circ = \operatorname{tg}(90^\circ - 15^\circ) = \operatorname{ctg} 15^\circ, \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{ctg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 60^\circ = \\ = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = 1.$$

$$б) \operatorname{ctg} 18^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ - 72^\circ) = \operatorname{tg} 72^\circ \operatorname{ctg} 36^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ - 54^\circ) = \operatorname{tg} 54^\circ, \\ (\operatorname{tg} 72^\circ \cdot \operatorname{ctg} 72^\circ) \cdot (\operatorname{tg} 54^\circ \cdot \operatorname{ctg} 54^\circ) = 1 \cdot 1 = 1.$$

942.

$$а) \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}. \text{ Если } \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}, \text{ тогда } \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}.$$

$$б) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36;$$

$\sin \alpha = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6$ ($\alpha \in 1$ четверти, значит, $\sin \alpha > 0$), поэтому $\sin \alpha = 0,6$;

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha = -0,6.$$

$$в) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} =$$

$$= \frac{1 - (\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 3;$$

$\operatorname{ctg} \alpha = \pm \sqrt{3}$, но $\alpha \in \text{II}$ четверти, значит $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, поэтому $\operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3}$.

$$\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}.$$

$$г) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - (-\frac{4}{5})^2 = \frac{25 - 16}{25} = \frac{9}{25};$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} \text{ (}\alpha \in \text{III четверти, значит, } \cos \alpha < 0\text{), поэтому}$$

$$\cos \alpha = -\frac{3}{5}.$$

$$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha = \frac{3}{5}.$$

943.

a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\alpha = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$;

б) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, $\alpha = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$;

в) $\operatorname{tg} \alpha = -1$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\alpha = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$;

г) $\operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{3}$ и $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, $\alpha = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$.

944.

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ)(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 88^\circ) \cdot \dots \\ & \cdot (\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ) \operatorname{tg} 45^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 89^\circ))(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 2^\circ)) \cdot \dots \\ & \cdot (\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 44^\circ)) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = (\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{ctg} 1^\circ)(\operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{ctg} 2^\circ) \cdot \dots \\ & \cdot (\operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{ctg} 44^\circ) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 1. \end{aligned}$$

945.

$$\begin{aligned} & \text{a) } (\sin(\pi + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha))^2 + (\cos(2\pi - \alpha) - \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha))^2 = \\ & = (-\sin \alpha - \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha + \cos \alpha)^2 = (-2 \sin \alpha)^2 + (2 \cos \alpha)^2 = \\ & = 4 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } (\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + \alpha))^2 - (\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha))^2 = \\ & = (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha)^2 - (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)^2 = \\ & = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha = \\ & = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 4. \end{aligned}$$

946.

$$\begin{aligned} & \frac{\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\cos(2\pi - \alpha)} + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) \sin(\pi - \alpha) + \\ & + \cos(\pi + \alpha) \sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \frac{-\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} + \sin \alpha \sin \alpha + \cos \alpha \cos \alpha = \\ & = -\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = -1 + 1 = 0. \end{aligned}$$

947.

$$\begin{aligned} & \text{a) } \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ + \text{tg} 110^\circ \cdot \text{tg} 340^\circ = \\ & = \sin(180^\circ - 20^\circ) \cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(270^\circ - 20^\circ) \\ & \cdot \cos(360^\circ - 20^\circ) + \text{tg}(90^\circ + 20^\circ) \text{tg}(360^\circ - 20^\circ) = \\ & = \sin 20^\circ (-\sin 20^\circ) + (-\cos 20^\circ) \cos 20^\circ + \text{ctg} 20^\circ \text{tg} 20^\circ = \\ & = -\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ + 1 = -1 + 1 = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \text{tg} 18^\circ \text{tg} 288^\circ + \sin 32^\circ \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \sin 122^\circ = \\ & = \text{tg} 18^\circ \text{tg}(270^\circ + 18^\circ) + \sin 32^\circ \sin(180^\circ - 32^\circ) - \sin(270^\circ + \\ & + 32^\circ) \sin(90^\circ + 32^\circ) = -\text{tg} 18^\circ \text{ctg} 18^\circ + \sin 32^\circ \sin 32^\circ + \cos 32^\circ \\ & \cdot \cos 32^\circ = -1 + \sin^2 32^\circ + \cos^2 32^\circ = -1 + 1 = 0. \end{aligned}$$

948.

Пользуемся формулами приведения:

$$\begin{aligned} & \text{a) } \frac{\cos^2(\pi - \alpha) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\text{tg}^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \text{ctg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \\ & = \frac{\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \alpha}{\text{ctg}^2 \alpha \text{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1} = \cos^2 \alpha. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{б) } \frac{\sin^3\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) \cos(2\pi - \alpha)}{\text{tg}^3\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos^3\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{\cos^3 \alpha \cdot \cos \alpha}{\text{ctg}^3 \alpha \sin^3 \alpha} = \frac{\cos^4 \alpha \sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha \cdot \sin^3 \alpha} = \\ & = \cos \alpha. \end{aligned}$$

$= \cos \alpha.$

949.

$$\text{a) } \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \cos \alpha + \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \sin \alpha \sin(\alpha + \beta) + \cos \alpha \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta - \alpha) = \cos \beta;$$

$$\begin{aligned} & \text{в) } \cos(36^\circ + \alpha) \cos(54^\circ + \alpha) - \sin(36^\circ + \alpha) \sin(54^\circ + \alpha) = \\ & = \cos(36^\circ + \alpha + 54^\circ + \alpha) = \cos(90^\circ + 2\alpha) = -\sin 2\alpha; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \sin \beta \cos(\alpha + \beta) - \cos \beta \sin(\alpha + \beta) = \sin(\beta - \alpha - \beta) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$

950.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \cos \alpha = 1 - \sin \alpha, \text{ значит, } \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}, \text{ но } \alpha \in I \text{ четверти, т.е. } \cos \alpha > 0, \text{ поэтому}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos^2(45^\circ - \alpha) &= (\cos 45^\circ \cos \alpha + \sin 45^\circ \sin \alpha)^2 = \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 7}{2 \cdot 5}\right)^2 = 0,98. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos^2(60^\circ + \alpha) &= (\cos 60^\circ \cos \alpha - \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 = \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \right. \\ &\left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}\right)^2 = 0,43 - 0,24\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{в) } \sin(30^\circ + \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha + \cos 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha;$$

$$\sin(30^\circ - \alpha) = \sin 30^\circ \cos \alpha - \cos 30^\circ \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\begin{aligned} \sin^2 60^\circ + \sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} - \right. \\ &\left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{4}{10} + \frac{3\sqrt{3}}{10}\right) \cdot \left(\frac{4}{10} - \frac{3\sqrt{3}}{10}\right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{4}{10}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{10}\right)^2 = \\ &= \frac{75 + 16 - 27}{100} = 0,64. \end{aligned}$$

951.

$$\text{а) } \cos^2 \alpha + \cos^2(60^\circ + \alpha) + \cos^2(60^\circ - \alpha) = \cos^2 \alpha + (\cos 60^\circ \cos \alpha - \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 + (\cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha\right)^2 = \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} \cos \alpha -$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3}{4} \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \cos^2 \alpha + \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{3}{4} \sin^2 \alpha =$$

$$= \frac{3}{2} \cos^2 \alpha + \frac{3}{2} \sin^2 \alpha = \frac{3}{2} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \frac{3}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ & = \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ & = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ & = \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ & = \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta (\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \\ & = \frac{(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta} = \sin \alpha - \sin \beta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \sin^2(120^\circ + \alpha) &= \sin^2(90^\circ + 30^\circ + \alpha) = \cos^2(30^\circ + \alpha) = (\cos 30^\circ \cos \alpha - \\ & - \sin 30^\circ \sin \alpha)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right)^2 = \frac{3}{4} \cos^2 \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \\ & + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha; \sin^2(120^\circ - \alpha) \sin^2(90^\circ + 30^\circ - \alpha) = \cos^2(30^\circ - \alpha) = \\ & = (\cos 30^\circ \cos \alpha + \sin 30^\circ \sin \alpha)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha \right)^2 = \frac{3}{4} \cos^2 \alpha + \\ & + \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha; \\ & \sin^2 \alpha + \frac{3}{4} \cos^2 \alpha - \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha + \frac{3}{4} \cos^2 \alpha + \\ & + \frac{2\sqrt{3}}{4} \cos \alpha \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha = \frac{3}{2} \sin^2 \alpha + \frac{3}{2} \cos^2 \alpha = \\ & = \frac{3}{2} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
&= \frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
&= \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
&= \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \\
&= \frac{(\cos \alpha - \sin \beta)(\cos \alpha + \sin \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta} = \cos \alpha + \sin \beta.
\end{aligned}$$

952.

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha;$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25 - 9}{25} = \frac{16}{25}; \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

($\alpha \in I$ четверти, значит, $\sin \alpha > 0$), поэтому $\sin \alpha = \frac{4}{5}$;

$$2) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1; \sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta;$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2 = \frac{625 - 49}{625} = \frac{576}{625}; \sin \beta = \pm \sqrt{\frac{576}{625}} = \pm \frac{24}{25}$$

($\beta \in I$ четверти, значит, $\sin \beta > 0$), поэтому $\sin \beta = \frac{24}{25}$;

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3}; \operatorname{tg} \beta = \frac{24 \cdot 25}{25 \cdot 7} = \frac{24}{7};$$

$$4) \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\frac{4}{3} + \frac{24}{7}}{1 - \frac{4 \cdot 24}{3 \cdot 7}} = \frac{\frac{100 \cdot 21}{21 \cdot 75}}{1 - \frac{96}{21}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}.$$

953.

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha;$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2 = \frac{289 - 64}{289} = \frac{225}{289};$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{225}{289}} = \pm \frac{15}{17} \quad (\alpha \in \text{III четверти, следовательно, } \cos \alpha < 0),$$

$$\text{поэтому } \cos \alpha = -\frac{15}{17};$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{17} : \left(-\frac{15}{17}\right) = \frac{8 \cdot 17}{17 \cdot 15} = \frac{8}{15};$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \frac{8}{15}}{1 + 1 \cdot \frac{8}{15}} = \frac{7 \cdot 15}{15 \cdot 23} = \frac{7}{23}.$$

954.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta} &= \frac{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \beta); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) &= \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \\ &= \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + 1}. \end{aligned}$$

По формуле тангенса суммы:

$$\text{в) } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha};$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} + \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = \frac{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)(1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)(1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta} = \\
& = \frac{(\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta)(1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta) + (\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta)(1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}{(\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta)} = \\
& = \frac{(\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta) \cdot 2}{\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta} = 2.
\end{aligned}$$

955.

$$\text{a) } \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha} = \alpha;$$

$$\begin{aligned}
& 1 + \operatorname{tg}\alpha = \alpha(1 - \operatorname{tg}\alpha); \quad 1 + \operatorname{tg}\alpha = \alpha - \alpha \operatorname{tg}\alpha; \quad \alpha \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha = \alpha - 1; \quad \operatorname{tg}\alpha(\alpha + 1) = \alpha - 1 \\
& \operatorname{tg}\alpha = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}.
\end{aligned}$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = \frac{1}{\alpha};$$

$$\operatorname{ctg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{ctg}\alpha - 1}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha - 1}{\operatorname{ctg}\alpha + 1} = \frac{1}{\alpha};$$

$$\operatorname{ctg}\alpha + 1 = \alpha(\operatorname{ctg}\alpha - 1); \quad \operatorname{ctg}\alpha + 1 = \alpha \operatorname{ctg}\alpha - \alpha;$$

$$\alpha \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha = 1 + \alpha; \quad \operatorname{ctg}\alpha(\alpha - 1) = \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1}.$$

956.

$$\begin{aligned}
\text{a) } \frac{1 + \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)}{1 - \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)} &= \frac{1 + \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha}}{1 - \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha}} = \frac{1 + \frac{1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha}}{1 - \frac{1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha}} = \\
&= \frac{2(1 + \operatorname{tg}\alpha)}{(1 + \operatorname{tg}\alpha)(2\operatorname{tg}\alpha)} = \frac{2}{2\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha;
\end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{1 + \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) - 1} = \frac{1 + \frac{\operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{ctg}\alpha + 1}{\operatorname{ctg} 45^\circ - \operatorname{ctg}\alpha}}{\frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha} - 1} = \frac{1 + \frac{\operatorname{ctg}\alpha + 1}{\operatorname{ctg}\alpha - 1}}{\frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha} - 1} =$$

$$= \frac{(ctg\alpha - 1 + ctg\alpha + 1)(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)(1 + tg\alpha - 1 + tg\alpha)} = \frac{2ctg\alpha(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)tg\alpha \cdot 2} =$$

$$= \frac{ctg\alpha(1 - tg\alpha)}{(ctg\alpha - 1)tg\alpha} = ctg\alpha \frac{1 - tg\alpha}{1 - tg\alpha} = ctg\alpha;$$

По формулам синусов, косинусов, тангенсов суммы и разности:

$$в) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) =$$

$$= \frac{(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}\alpha)}{(1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha)(1 + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg}\alpha)} + \sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha +$$

$$+ \sin\frac{\pi}{6}\cos\alpha - \cos\frac{\pi}{6}\sin\alpha = \frac{(1 + \operatorname{tg}\alpha)(1 - \operatorname{tg}\alpha)}{(1 - \operatorname{tg}\alpha)(1 + \operatorname{tg}\alpha)} + \frac{1}{2}\cos\alpha +$$

$$+ \frac{1}{2}\cos\alpha = 1 + \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha = 1 + \cos\alpha.$$

$$г) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) =$$

$$= \frac{(ctg\frac{\pi}{4}ctg\alpha + 1)(ctg\frac{\pi}{4}ctg\alpha - 1)}{(ctg\alpha - ctg\frac{\pi}{4})(ctg\frac{\pi}{4} + ctg\alpha)} + \cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha +$$

$$+ \cos\frac{\pi}{3}\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{3}\sin\alpha = \frac{(ctg\alpha + 1)(ctg\alpha - 1)}{(ctg\alpha - 1)(1 + ctg\alpha)} + \frac{1}{2}\cos\alpha +$$

$$+ \frac{1}{2}\cos\alpha = 1 + \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha = 1 + \cos\alpha.$$

957.

Разделим числитель и знаменатель на $\cos\alpha \cdot \cos\beta$

$$а) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta}{\sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta} =$$

$$= \frac{\frac{\sin\alpha \cos\beta}{\cos\alpha \cos\beta} + \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\cos\alpha \cos\beta}}{\frac{\sin\alpha \cos\beta}{\cos\alpha \cos\beta} - \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\cos\alpha \cos\beta}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}.$$

Разделим числитель и знаменатель на $\sin\alpha \cdot \cos\beta$

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} = \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \cos \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}. \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta}
 \end{aligned}$$

958.

Разделим числитель и знаменатель на $\sin \alpha \cdot \sin \beta$

$$\begin{aligned}
 1) \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) &= \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} - \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - 1 = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}; \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) &= \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta} = \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + 1 = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}. \\
 & \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}
 \end{aligned}$$

959.

$$\begin{aligned}
 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha; \cos^2 \alpha = 1 - \\
 & - (0,1 \sqrt{2})^2 = 0,98; \cos \alpha = \pm \sqrt{0,98} = \pm 0,7 \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Так как α —острый, то $\cos \alpha > 0$, поэтому $\cos \alpha = 0,7 \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 2) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta &= 1; \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta; \cos^2 \beta = \\
 & = 1 - (0,6)^2 = 0,64; \cos \beta = \pm \sqrt{0,64} = \pm 0,8
 \end{aligned}$$

Так как β —острый, то $\cos \beta > 0$, поэтому $\cos \beta = 0,8$

$$\begin{aligned}
 3) \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \\
 & = 0,1 \sqrt{2} \cdot 0,8 + 0,7 \cdot 0,6 = (0,8 + 0,42) \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.
 \end{aligned}$$

Следовательно, $\alpha + \beta = 45^\circ$.

960.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{5}{11} + \frac{3}{8}}{1 - \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{73 \cdot 88}{88 \cdot 73} = 1.$$

Следовательно, $\alpha + \beta = 45^\circ$ (α и β — острые).

961.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = \frac{\frac{25}{3}}{1 - \frac{28}{3}} = \frac{\frac{25}{3}}{-\frac{25}{3}} = -1.$$

$\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0; \frac{\pi}{2})$; $\alpha + \beta \in (0; \pi)$. Следовательно, $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{2}$.

962.

$$\text{a) } \sin\alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} =$$

$$= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2(-3)}{1 + (-3)^2} = -0,6.$$

$$\text{б) } \cos\alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$\cos\alpha = \frac{1 - (-3)^2}{1 + (-3)^2} = -0,8;$$

$$\text{b) } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cdot (-3)}{1 - (-3)^2} = \frac{6}{8} = 0,75;$$

$$\text{r) } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - (-3)^2}{2 \cdot (-3)} = \frac{8}{6} = 1 \frac{1}{3}.$$

963.

$$\cos 4\alpha = 1 - 2\sin^2 2\alpha = 1 - 8\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 8\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha);$$

$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2};$$

$$\begin{aligned} \cos 4\alpha &= 1 - 8\left(1 - \frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = 1 - 2\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = 1 - 4\sqrt{3} + 6 = \\ &= 7 - 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

964.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = \sin \alpha (\cos^2 \alpha - \\ &- \sin^2 \alpha) + \cos \alpha (2\sin \alpha \cos \alpha) = \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha + 2\sin \alpha \cos^2 \alpha = \\ &= 3\sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha = 3\sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^3 \alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos 3\alpha &= \cos(2\alpha + \alpha) = \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha \sin \alpha = \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \\ &- \sin^2 \alpha) - \sin \alpha (2\sin \alpha \cos \alpha) = \cos^3 \alpha - \cos \alpha \sin^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha = \\ &= \cos^3 \alpha - 3\sin^2 \alpha \cos \alpha = \cos^3 \alpha - 3(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha = \cos^3 \alpha - 3\cos \alpha + \\ &+ 3\cos^3 \alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} &= \frac{\sin 3\alpha \cos \alpha - \cos 3\alpha \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{\sin(3\alpha - \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2; \end{aligned}$$

$$\text{r) } \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha + \sin \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\alpha + 3\alpha}{2} \sin \frac{3\alpha - \alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{\alpha - 3\alpha}{2}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

965.

$$\text{a) } \sin 4\alpha = 2\sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \cdot 2\sin \alpha \cos \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) =$$

$$=4\sin\alpha \cos^3\alpha - 4\sin^3\alpha \cos\alpha.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \cos 4\alpha &= 1 - 2\sin^2 2\alpha = 1 - 8\sin^2\alpha \cos^2\alpha = 1 - 8(1 - \cos^2\alpha)\cos^2\alpha = \\ &= 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1. \end{aligned}$$

966.

$$\text{а) } 4\sin 15^\circ \cos 15^\circ (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ) = 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 4\sin^2 75^\circ \cos^2 75^\circ - (\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ)^2 &= (2 \cdot \sin 75^\circ \cos 75^\circ)^2 - \\ - (\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ)^2 &= \sin^2(2 \cdot 75^\circ) - \cos^2(2 \cdot 75^\circ) = -\cos(2 \cdot 2 \cdot 75^\circ) = \\ &= -\cos 300^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } 1 - 6\sin^2 \frac{\pi}{12} \cos^2 \frac{\pi}{12} &= 1 - \frac{3}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \right)^2 = \\ &= 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{8}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \sin \frac{\pi}{16} \cos^3 \frac{\pi}{16} - \sin^3 \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} &= \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \right) \cdot \\ \cdot \left(\cos^2 \frac{\pi}{16} - \sin^2 \frac{\pi}{16} \right) &= \frac{1}{4} 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{8}. \end{aligned}$$

967.

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = \\ &= \sin^2\alpha + 2\sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha - \\ &- 2\sin\alpha \cos\alpha + \sin^2\alpha = 2\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha = (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = 2. \end{aligned}$$

968.

$$\begin{aligned} 1) \cos^2 x + \sin^2 x &= 1; \sin^2 x = 1 - \cos^2 x; \sin^2 x = 1 - \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 = \\ &= 1 - \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

$$2) \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x; \cos 2x = \left(\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{4} = 1 - \sqrt{3}, \quad \text{следовательно, равенство}$$

$\cos 2x = 2\cos x$ верно.

969.

$$\frac{\sin 4\alpha}{\sin \alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{\sin \alpha} =$$

$$= \frac{4 \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin \alpha} =$$

$$= 4 \cos \alpha (\cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)) = 4 \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Если $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$,

то $4 \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) = 4 \cdot (-\frac{1}{4}) (2 \cdot (-\frac{1}{4})^2 - 1) = -(\frac{2}{16} - 1) = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{7}{8}$.

970.

$$a) \cos 2\alpha - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin 2\alpha \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha -$$

$$- \frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} - 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} =$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} -$$

$$- 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$= \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \left((\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha \right) =$$

$$= \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \cdot (\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha - 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) = 0$$

Следовательно, $\cos 2\alpha - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sin 2\alpha \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$;

$$\begin{aligned}
& \text{б)} \left(\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} 2\alpha \right) \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \right) = \left(\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) \cdot \\
& \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \right) = \frac{2(1 - \operatorname{tg} \alpha) + 2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \\
& \cdot \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \right) = \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \\
& = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha}{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \cos^2 \alpha; \\
& \text{в)} \frac{3 + \cos \beta}{4} = \frac{1}{4} (3 + 1 - 2 \sin^2 2\beta) = \frac{1}{4} (4 - 8 \sin^2 \beta \cos^2 \beta) = 1 - \\
& - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta = (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta)^2 - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta = \sin^4 \beta + \\
& + 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta = \sin^4 \beta + \cos^4 \beta.
\end{aligned}$$

971.

$$\begin{aligned}
& \text{а)} \frac{1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha - 1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = -\frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \\
& = -\frac{2}{1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} = -\frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} : \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б)} \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} : \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \\
& = \frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = \\
& = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{1} = \cos 2\alpha
\end{aligned}$$

$$\text{в)} \frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) + 1} = \frac{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)} - 1}{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)} + 1} =$$

$$\frac{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha) - \cos^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)}}{\frac{\sin^2(45^\circ + \alpha) + \cos^2(45^\circ + \alpha)}{\cos^2(45^\circ + \alpha)}} =$$

$$= \frac{(\sin^2(45^\circ + \alpha) - \cos^2(45^\circ + \alpha)) \cos^2(45^\circ + \alpha)}{(\sin^2(45^\circ + \alpha) + \cos^2(45^\circ + \alpha)) \cos^2(45^\circ + \alpha)} =$$

$$-\cos(90^\circ + 2\alpha) = \sin 2\alpha.$$

$$\text{r) } (\operatorname{tg} 2\alpha - 2\operatorname{tg} \alpha) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) =$$

$$= \left(\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} - 2\operatorname{tg} \alpha \right) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) =$$

$$= \frac{(2\operatorname{tg} \alpha - 2\operatorname{tg} \alpha + 2\operatorname{tg}^3 \alpha) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} =$$

$$= \frac{2\operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 2\operatorname{tg}^4 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2\operatorname{tg}^2 \alpha - 2\operatorname{tg}^4 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} =$$

$$= \frac{2\operatorname{tg}^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 2\operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{д) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} : \frac{1}{\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} =$$

$$= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\frac{1}{\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos 2\alpha}}{\cos 2\alpha \cdot \cos \alpha} =$$

$$= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos 2\alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos 2\alpha}{\sin \alpha} = \cos 2\alpha;$$

е) 1) Рассмотрим

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2 \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} =$$

$$= -2 \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = -2 \operatorname{ctg} 2\alpha$$

2) Рассмотрим

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha + 2\operatorname{tg} 2\alpha + 4\operatorname{ctg} 4\alpha = -2\operatorname{ctg} 2\alpha + 2\operatorname{tg} 2\alpha + 4\operatorname{ctg} 4\alpha =$$

$$= 2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha) + 4\operatorname{ctg} 4\alpha = 2(-2\operatorname{ctg} 4\alpha) + 4\operatorname{ctg} 4\alpha = 0;$$

Следовательно, $\operatorname{tg}\alpha + 2\operatorname{tg}2\alpha + 4\operatorname{ctg}4\alpha = \operatorname{ctg}\alpha$.

972.

Пользуемся формулами суммы и разности синусов и косинусов:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta} &= \frac{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}} = \\ &= \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} &= \frac{2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}}{-2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{\cos \frac{\alpha + \beta}{2}}{-\sin \frac{\alpha + \beta}{2}} = \\ &= -\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - \cos \alpha} &= \frac{\sin \alpha + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin \alpha - \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos(\alpha - \frac{\pi}{4})}{2 \cos \frac{\pi}{4} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = \\ &= \operatorname{ctg}(\alpha - \frac{\pi}{4}). \end{aligned}$$

973.

По формулам суммы косинусов и синусов:

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos \alpha &= \cos 2\alpha + 2 \cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = 2 \cos 2\alpha \left(\frac{1}{2} + \cos 3\alpha \right) = \\ &= 2 \cos 2\alpha \left(\cos \frac{\pi}{3} + \cos 3\alpha \right) = 4 \cos 2\alpha \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{3}{2} \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{2} \alpha \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha &= \sin 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos \alpha = 2 \sin 2\alpha \left(\frac{1}{2} + \cos \alpha \right) = \\ &= 2 \sin 2\alpha \left(\cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \right) = 4 \sin 2\alpha \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2} \right). \end{aligned}$$

974.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin 19^\circ + \sin 25^\circ + \sin 31^\circ &= 2 \sin \frac{19^\circ + 31^\circ}{2} \cos \frac{19^\circ - 31^\circ}{2} + \sin 25^\circ = \\ &= 2 \sin 25^\circ \cos(-6^\circ) + \sin 25^\circ = 2 \sin 25^\circ (\cos 6^\circ + \frac{1}{2}) = \\ &= 2 \sin 25^\circ (\cos 6^\circ + \cos 60^\circ) = 2 \sin 25^\circ \cdot 2 \cos \frac{6^\circ + 60^\circ}{2} \cdot \cos \frac{6^\circ - 60^\circ}{2} = \\ &= 4 \sin 25^\circ \cos 33^\circ \cos(-27^\circ) = 4 \sin 25^\circ \cos 33^\circ \cos 27^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ &= 2 \sin \frac{16^\circ + 24^\circ}{2} \cos \frac{16^\circ - 24^\circ}{2} + \sin 40^\circ = \\ &= 2 \sin 20^\circ \cos 4^\circ + 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ = 2 \sin 20^\circ (\cos 4^\circ + \cos 20^\circ) = \\ &= 2 \sin 20^\circ \cdot 2 \cos \frac{4^\circ + 20^\circ}{2} \cos \frac{4^\circ - 20^\circ}{2} = 4 \sin 20^\circ \cos 12^\circ \cdot \cos 8^\circ. \end{aligned}$$

975.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sin 22^\circ + \sin 8^\circ}{\sin 30^\circ} &= \frac{2 \sin \frac{22^\circ + 8^\circ}{2} \cos \frac{22^\circ - 8^\circ}{2}}{2 \sin \frac{30^\circ}{2} \cos \frac{30^\circ}{2}} = \\ &= \frac{2 \sin 15^\circ \cos 7^\circ}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 7^\circ}{\cos 15^\circ}; \\ \frac{\sin 12^\circ - \sin 2^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 80^\circ} &= \frac{2 \sin 5^\circ \cos 7^\circ}{2 \sin 75^\circ \cdot \sin 5^\circ} = \frac{\cos 7^\circ}{\cos(90^\circ - 75^\circ)} = \frac{\cos 7^\circ}{\sin 15^\circ}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{\cos 20^\circ - \cos 50^\circ}{\cos 31^\circ + \sin 11^\circ} &= \frac{2 \sin \frac{20^\circ - 50^\circ}{2} \cdot \sin \frac{20^\circ + 50^\circ}{2}}{2 \sin 59^\circ + \sin 11^\circ} = \\ &= \frac{2 \sin(-15^\circ) \sin 35^\circ}{2 \sin 35^\circ \cos 24^\circ} = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 24^\circ}; \\ \frac{\sin 80^\circ - \sin 70^\circ}{\sin 29^\circ - \sin 19^\circ} &= \frac{2 \sin 5^\circ \cos 75^\circ}{2 \sin 5^\circ \cos 24^\circ} = \frac{\cos 75^\circ}{\cos 24^\circ} = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 24^\circ}. \end{aligned}$$

976.

a)

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) - \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)} =$$

$$= \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha} =$$

$$= \frac{2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4}} = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\text{б) } \frac{\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) - \sin(\alpha - \frac{\pi}{3})}{\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{3})} = \frac{-2 \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3}}{2 \cos \alpha \cos \frac{\pi}{3}} = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha$$

977.

$$\text{a) } \sin \alpha + \cos \alpha - \sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) = (\sin \alpha - \sin(\alpha - \frac{\pi}{6})) + (\cos \alpha +$$

$$+ \cos(\alpha - \frac{\pi}{6})) = 2 \cos \frac{\alpha + \alpha - \frac{\pi}{6}}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha + \frac{\pi}{6}}{2} +$$

$$+ 2 \cos \frac{\alpha + \alpha - \frac{\pi}{6}}{2} \cos \frac{\alpha - \alpha + \frac{\pi}{6}}{2} =$$

$$= 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) \sin \frac{\pi}{12} + 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) \cos \frac{\pi}{12} =$$

$$= 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) (\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}) = 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) \cdot (\sin \frac{\pi}{12} + \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12})) =$$

$$= 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos(-\frac{\pi}{6}) =$$

$$= 2 \cos(\alpha - \frac{\pi}{12}) \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} \cos(\alpha - \frac{\pi}{12});$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = (\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \\
& - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)) - (\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)) = \\
& = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{6} - \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{6} + \alpha - \frac{\pi}{6} + \alpha}{2} + \\
& + 2 \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha + \frac{\pi}{3} - \alpha}{2} \sin \frac{\frac{\pi}{3} + \alpha - \frac{\pi}{3} + \alpha}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{6} \sin \alpha + 2 \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \\
& = -\sin \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha = \sin \alpha (\sqrt{3} - 1).
\end{aligned}$$

978.

$$\begin{aligned}
& \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \cdot (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = \\
& = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos^2 \alpha) = \\
& = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.
\end{aligned}$$

980.

$$\begin{aligned}
& \frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1} = \frac{(1 + \cos 2\alpha) + (\cos 3\alpha + \cos \alpha)}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha - 1} = \\
& = \frac{(1 + \cos 2\alpha) + 2 \cos \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2}}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha - 1} = \frac{2 \cos^2 \alpha + 2 \cos 2\alpha \cos \alpha}{\cos 2\alpha + \cos \alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \alpha (\cos \alpha + \cos 2\alpha)}{\cos \alpha + \cos 2\alpha} = 2 \cos \alpha.
\end{aligned}$$

981.

$$\begin{aligned}
& \text{а) } \frac{\cos \alpha - 2 \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \frac{(\cos 3\alpha + \cos \alpha) + 2 \cos 2\alpha}{(\sin 3\alpha + \sin \alpha) + 2 \sin 2\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{3\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{3\alpha - \alpha}{2} + 2 \cos 2\alpha}{2 \sin \frac{3\alpha + \alpha}{2} \sin \frac{3\alpha - \alpha}{2} + 2 \sin \alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha \sin \alpha + 2 \sin 2\alpha} = \\
& \frac{2 \cos 2\alpha (\cos \alpha + 1)}{2 \sin 2\alpha (\cos \alpha + 1)} = \\
& = \frac{2 \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\sin 4\alpha + 2 \cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = \frac{(\sin 4\alpha - \sin 2\alpha) + 2 \cos 3\alpha}{(\cos 4\alpha - \cos 3\alpha) - 2 \sin 3\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \sin \frac{4\alpha - 2\alpha}{2} + 2 \cos 3\alpha}{-2 \sin \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \sin \frac{4\alpha - 2\alpha}{2} - 2 \sin 3\alpha} = \frac{2 \cos 3\alpha \sin \alpha + 2 \cos 3\alpha}{-2 \sin 3\alpha \sin \alpha - 2 \sin 3\alpha} = \\
& = \frac{2 \cos 3\alpha (\sin \alpha + 1)}{-2 \sin 3\alpha (\sin \alpha + 1)} = -\frac{\cos 3\alpha}{\sin 3\alpha} = \\
& = -\operatorname{ctg} 3\alpha.
\end{aligned}$$

982.

$$\begin{aligned}
& \text{а) } \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha}{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha} = \\
& = \frac{(\cos 5\alpha + \cos \alpha) - (\cos 7\alpha + \cos 3\alpha)}{(\sin 5\alpha + \sin \alpha) + (\sin 7\alpha + \sin 3\alpha)} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \cos \frac{7\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{7\alpha - 3\alpha}{2}}{2 \sin \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} + 2 \sin \frac{7\alpha + 3\alpha}{2} \cos \frac{7\alpha - 3\alpha}{2}} = \\
& = \frac{2 \cos 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \cos 5\alpha \cos 2\alpha}{2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha + 2 \sin 5\alpha \cos 2\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha (\cos 3\alpha - \cos 5\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 3\alpha + \sin 5\alpha)} = \\
& = \frac{\cos 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha} = -2 \frac{\sin 4\alpha \sin(-\alpha)}{2 \sin 4\alpha \cos(-\alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{\cos \alpha - \cos 2\alpha - \cos 4\alpha + \cos 5\alpha}{\sin \alpha - \sin 2\alpha - \sin 4\alpha + \sin 5\alpha} = \\
& = \frac{(\cos 5\alpha + \cos \alpha) - (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha)}{(\sin 5\alpha + \sin \alpha) - (\sin 4\alpha + \sin 2\alpha)} = \\
& = \frac{2 \cos \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \cos \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \cos \frac{4\alpha - 2\alpha}{2}}{2 \sin \frac{5\alpha + \alpha}{2} \cos \frac{5\alpha - \alpha}{2} - 2 \sin \frac{4\alpha + 2\alpha}{2} \cos \frac{4\alpha - 2\alpha}{2}} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2 \cos 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \cos 3\alpha \cos \alpha}{2 \sin 3\alpha \cos 2\alpha - 2 \sin 3\alpha \cos \alpha} = \frac{2 \cos 3\alpha (\cos 2\alpha - \cos \alpha)}{2 \sin 3\alpha (\cos 2\alpha - \cos \alpha)} = \\
&= \frac{\cos 3\alpha}{\sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 3\alpha.
\end{aligned}$$

983.

$$\begin{aligned}
\sin A + \sin B + \sin C &= \sin A + \sin B + \sin(\pi - A - B) = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \\
+ 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A+B}{2} &= 2 \sin \frac{A+B}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) = \\
= 2 \sin \frac{\pi - C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} &= 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2}.
\end{aligned}$$