



Серия

РЕШЕБНИК

ТОЛЬКО ДЛЯ
РОДИТЕЛЕЙ

NEW

Домашняя работа по алгебре

К двум изданиям

8

«АЛГЕБРА. 8 класс»
Ю.Н. Макарычев,
Н.Т. Миндюк, К.И. Нешков,
С.Б. Суворова;
Под ред. С.А. Теляковского



03-zaebalo.ru

Всё для учащихся!
Всё! Всё! Всё!

О.И. Кубатько

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

**к учебникам «Алгебра. 8 класс: учеб.
для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова];
под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. —
М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл.
общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова];
под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. —
М.: Просвещение, 2005»**

***Учебно-методическое
пособие***

Издание одиннадцатое, переработанное и исправленное

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2010**

УДК 372.8:512

ББК 22.141я72

К88

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Условия заданий приводятся исключительно в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстративный материал.

Изображение учебников «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова], под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. — М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. — М.: Просвещение, 2005» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Кубатько, О.И.

К88 Домашняя работа по алгебре за 8 класс к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений»: учебно-методическое пособие / О.И. Кубатько. — 11-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2010. — 287, [1] с. (Серия «Решебник»)

ISBN 978-5-377-02801-7

Предлагаемое учебное пособие содержит образцы выполнения всех заданий и упражнений из учебников «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. — М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. — М.: Просвещение, 2005».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре.

УДК 372.8:512

ББК 22.141я72

Формат 84х108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 12,81.
Усл. печ. л. 15,12. Тираж 30 000 экз. Заказ № 6799(4)

ISBN 978-5-377-02801-7

© Кубатько О.И., 2010

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

Оглавление

Глава I. Рациональные дроби

§ 1. Рациональные дроби и их свойства

- 1. Рациональные выражения 5
- 2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей 9

§ 2. Сумма и разность дробей

- 3. Сложение и вычитание дробей
с одинаковыми знаменателями 16
- 4. Сложение и вычитание дробей
с разными знаменателями 21

§ 3. Произведение и частное дробей

- 5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень 35
- 6. Деление дробей 41
- 7. Преобразование рациональных выражений 47
- 8. Функция $y = \frac{r}{x}$ и ее график 61
- 9. Представление дроби в виде суммы дробей 65
- Дополнительные упражнения к главе I 67

Глава II. Квадратные корни

§ 4. Действительные числа

- 10. Рациональные числа 90
- 11. Иррациональные числа 91

§ 5. Арифметический квадратный корень

- 12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень 93
- 13. Уравнение $x^2 = a$ 97
- 14. Нахождение приближенных значений квадратного корня 100
- 15. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график 101

§ 6. Свойства арифметического квадратного корня

- 16. Квадратный корень из произведения и дроби 103
- 17. Квадратный корень из степени 107

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

- 18. Вынесение множителя за знак корня.
Внесение множителя под знак корня 110
- 19. Преобразование выражений,
содержащих квадратные корни 113
- 20. Преобразование двойных радикалов 121
- Дополнительные упражнения к главе II 123

Глава III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

21 Определение квадратного уравнения.	
Неполные квадратные уравнения	134
20 (с). Решение квадратных уравнений	
выделением квадрата двучлена.....	139
22 Формула корней квадратного уравнения	141
23 Решение задач с помощью квадратных уравнений.....	150
24 Теорема Виета.....	155
§ 9. Дробные рациональные уравнения	
25 Решение дробных рациональных уравнений.....	160
26. Решение задач с помощью рациональных уравнений	170
26. Графический способ решения уравнений.....	173
27 Уравнения с параметром.....	179
Дополнительные упражнения к главе III	180

Глава IV. Неравенства

§ 10. Числовые неравенства и их свойства

28 Числовые неравенства.....	206
29. Свойства числовых неравенств	210
30. Сложение и умножение числовых неравенств	212
31 Погрешность и неточность приближения	215

§ 11. Неравенства с одной переменной и их системы

32. Пересечение и объединение множеств	216
33. Числовые промежутки.....	217
34. Решение неравенств с одной переменной	220
35. Решение систем неравенств с одной переменной.....	228
36. Доказательство неравенств	238
Дополнительные упражнения к главе IV	239

Глава V. Степень с целым показателем

§ 12. Степень с целым показателем и ее свойства

37 Определение степени	
с целым отрицательным показателем	247
38. Свойства степени с целым показателем	251
39. Стандартный вид числа.....	257

§ 13. Элементы статистики

40. Сбор и группировка статистических данных	259
41. Наглядное представление статистической информации	261
42. Функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства.....	264

§ 14 (с). Приближенные вычисления

36 (с). Запись приближенных значений	264
37 (с). Действия над приближенными значениями	266
Дополнительные упражнения к главе V	270
Задачи повышенной трудности.....	276

ГЛАВА I. Рациональные дроби

§ 1. Рациональные дроби и их свойства

1. Рациональные выражения

№ 1 (№1).

Целыми выражениями являются: $\frac{1}{3}a^2b$; $(x-y)^2 - 4xy$; $\frac{a^2 - 2ab}{12}$

Дробными выражениями являются: $\frac{m+3}{m-3}$, $\frac{8}{x^2+y^2}$; $(+3)^2 + \frac{2}{c}$

№ 2 (№2). Целыми выражениями являются: $7x^2 - 2xy$; $\frac{a}{9}$; $\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2$

Дробными выражениями являются: $\frac{12}{b}$, $a(a-b) - \frac{b}{3a}$, $\frac{a}{a+3} - 8$

№ 3 (№3). При $y=3$, $\frac{y-1}{y} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$; при $y=1$, $\frac{y-1}{y} = \frac{1-1}{1} = 0$;

при $y=-5$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-5-1}{-5} = 1\frac{1}{5}$; при $y=\frac{1}{2}$, $\frac{y-1}{y} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = -1$,

при $y=-1,6$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-1,6-1}{-1,6} = 1,625$; при $y=100$, $\frac{y-1}{y} = \frac{100-1}{100} = 0,99$

№ 4 (№4). При $a=-2$, $\frac{a-8}{20+5} = \frac{-2-8}{2(-2)+5} = \frac{-10}{-4+5} = -10$;

при $b=3$, $\frac{b^2+6}{2b} = \frac{3^2+6}{2 \cdot 3} = \frac{9+6}{6} = 2\frac{1}{2}$;

при $x=\frac{1}{2}$, $x + \frac{8}{x-1} = \frac{1}{2} + \frac{8}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} - \frac{8 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{1}{2} - 16 = -15\frac{1}{2}$,

при $y=1,5$, $\frac{y+3}{y} + \frac{y}{y-3} = \frac{1,5+3}{1,5} + \frac{1,5}{1,5-3} = \frac{4,5}{3} + \frac{1,5}{-1,5} = 3+1=4$,

№ 5 (№5). Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{(a+b-1)(a+b+1)}{a^2 + 1};$$

$$\text{а) } \frac{(-3-1-1)(-3-1+1)}{(-3)^2 + 1} = \frac{(-5)(-3)}{9+1} = \frac{15}{10} = 1,5;$$

$$\text{б) } \frac{(1,5+0,5-1)(1,5+0,5+1)}{1,5^2 + 1} = \frac{1 \cdot 3}{2,25+1} = \frac{3}{3,25} = \frac{300}{325} \approx 0,92.$$

$$\text{№ 6 (№6). 1) при } x = -13 \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{-13+5}{-13-3} = \frac{-8}{16} = \frac{1}{2},$$

$$2 \text{ при } x = -5 \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0;$$

$$3 \text{ при } x = -0,2. \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{-0,2+5}{-0,2-3} = \frac{4,8}{-3,2} = -1,5;$$

$$4 \text{ при } x = 0. \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{0+5}{0-3} = -1\frac{2}{3};$$

$$5 \text{ при } x = \frac{1}{17} \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{\frac{1}{17}+5}{\frac{1}{17}-3} = -\frac{86}{17} \div \frac{50}{17} = -\frac{86 \cdot 17}{50 \cdot 17} = -\frac{86}{50} = -1\frac{36}{50} = -1\frac{18}{25}.$$

$$6 \text{ при } x = 1 \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{1+5}{1-3} = -3;$$

$$7 \text{ при } x = 5\frac{2}{3} \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{5\frac{2}{3}+5}{5\frac{2}{3}-3} = \frac{32}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = 4;$$

$$8) \text{ при } x = 7 \quad \frac{x+5}{x-3} = \frac{7+5}{7-3} = 3.$$

$$\text{№7. (с). а) } \frac{1}{1,01} = \frac{1}{1+0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,01 = 0,99;$$

$$б) \frac{1}{1,002} = \frac{1}{1+0,002} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,002 = 0,998;$$

$$в) \frac{1}{0,99} = \frac{1}{1-0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,01) = 1,01,$$

$$г) \frac{1}{0,997} = \frac{1}{1-0,003} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,003) = 1,003$$

№8. (с). Запишем формулу для средней скорости: $v = \frac{s}{t}$ получаем:

$$а) t = 3; \quad s = 180; \text{ тогда } v = \frac{180}{3} = 60 \text{ (км/ч);}$$

$$б) t = 2,5; \quad s = 225; \text{ тогда } v = \frac{225}{2,5} = 90 \text{ (км/ч);}$$

$$\text{№ 7. (н). а) } s = vt, \quad t = \frac{s}{v}; \quad б) \quad V = \frac{m}{\rho}.$$

№ 8 (№9). Исходя из условия задачи можно составить уравнения

$$v_1 t + v_2 t = s; \quad t(v_1 + v_2) = s; \quad t = \frac{s}{(v_1 + v_2)};$$

$$a) s = 250, \quad v_1 = 60, \quad v_2 = 40; \quad t = \frac{250}{60+40} = \frac{250}{100} = 2,5 \text{ (ч)};$$

$$б) s = 310, \quad v_1 = 75, \quad v_2 = 80; \quad t = \frac{310}{75+80} = \frac{310}{155} = 2 \text{ (ч)}.$$

Ответ: а) $t=2,5$ часа; б) $t=2$ часа.

$$\text{№ 9 (№10). а) } \frac{xy}{x+y}; \quad б) \frac{a-b}{ab}$$

№ 10 (№11). Рациональное выражение имеет смысл, если его знаменатель отличен от нуля. а) При $x-2 \neq 0$, т.е. $x \neq 2$

б) при b – любое число, т.к. $b^2 + 7 > 0$ всегда;

в) при $y \neq 0$; $y \neq 3$; г) при $a \neq 0$, $a \neq 1$

$$\text{№ 11 (№12). а) } x - \text{любое число}; \quad б) 6x-3 \neq 0, \quad 6x \neq 3, \quad x \neq \frac{3}{6} \quad x \neq \frac{1}{2}$$

в) x – любое число; г) $x \neq 0$; $x \neq -1$,

д) x – любое число; т.к. $x^2 + 25 > 0$ всегда; е) $x \neq -8$, $x \neq 0$

$$\text{№ 12 (№13). а) } \frac{5y-8}{11}; \quad y - \text{любое число}; \quad б) \frac{25}{y-9} \quad y-9 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 9$$

$$в) \frac{y^2+1}{y^2-2y} = \frac{y^2+1}{y(y-2)}; \quad y(y-2) \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 0; \quad y \neq 2$$

$$г) \frac{y-10}{y^2+3}, \quad y - \text{любое число, поскольку } y^2+3 \text{ всегда больше нуля};$$

$$д) \frac{y}{y-6} + \frac{15}{y+6}; \quad y-6 \neq 0, \text{ и } y+6 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq -6, \text{ и } y \neq 6$$

$$е) \frac{32}{y} - \frac{y+1}{y+7}; \quad y \neq 0, \text{ и } y+7 \neq 0; \text{ т.е. } y \neq 0, \text{ и } y \neq -7$$

$$\text{№ 13 (№14). а) } y = \frac{1}{x-2}; \quad \text{область определения: } x \neq 2$$

$$б) y = \frac{2x+3}{x(x+1)}; \quad \text{область определения: } x \neq 0, \quad x \neq -1$$

$$в) y = x + \frac{1}{x+5}; \quad \text{область определения: } x \neq -5$$

№ 14 (№15).

$$а) \frac{x-3}{5} = 1; \quad 5\left(\frac{x-3}{5} - 1\right) = 0 \cdot 5; \quad \frac{5(x-3)}{5} - 5 = 0; \quad x-3-5 = 0; \quad x = 8$$

Ответ: $x = 8$.

$$б) \frac{x-3}{5} = 0; \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 0 \cdot 5, \quad x-3 = 0, \quad x = 3$$

Ответ: $x = 3$

$$\text{в } \frac{x-3}{5} = -1 \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = (-1) \cdot 5, \quad x-3 = -5; x = -2 \quad \text{Ответ: } x = -2$$

$$\text{г) } \frac{x-3}{5} = 3, \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 3 \cdot 5 \quad x-3 = 15, x = 18. \quad \text{Ответ: } x = 18$$

$$\text{№ 15 (№16). а) } \frac{y-5}{8} = 0, y-5 = 0, y = 5. \quad \text{Ответ: } y = 5$$

$$\text{б) } \frac{2y+3}{10} = 0 \quad 2y+3 = 0; y = -1\frac{1}{2}. \quad \text{Ответ: } y = -1\frac{1}{2}$$

$$\text{в) } \frac{x(x-1)}{x+4} = 0: x(x-1) = 0; 1)x = 0; 2)x-1 = 0; x = 1;$$

$$\text{при } x = 0 \text{ и } x = 1, x+4 \neq 0 \quad \text{Ответ: } x = 0; x = 1.$$

$$\text{г) } \frac{x(x+3)}{x-5} = 0; x(x+3) = 0; 1)x = 0; 2)x+3 = 0; x = -3;$$

$$\text{при } x = 0 \text{ и } x = -3, x-5 \neq 0. \quad \text{Ответ: } x = 0; x = -2.$$

$$\text{№ 16 (№17). а) } \frac{a}{b} > 0; \text{ б) } \frac{a}{b} < 0; \text{ в) } \frac{a}{b} < 0; \text{ г) } \frac{a}{b} > 0.$$

$$\text{№ 17 (№18). а) } \frac{3}{x^2+1} > 0, \text{ поскольку } 3 > 0 \text{ и } x^2+1 > 0 \text{ при всех } x,$$

$$\text{б) } \frac{-5}{y^2+4} < 0, \text{ поскольку } -5 < 0 \text{ и } y^2+4 > 0 \text{ при всех } y;$$

$$\text{в) } \frac{(a-1)^2}{a^2+10} \geq 0, \text{ поскольку } (a-1)^2 \geq 0 \text{ и } a^2+10 > 0 \text{ при всех } a,$$

$$\text{г) } \frac{(b-3)^2}{-b^2-1} \leq 0, \text{ поскольку } (b-3)^2 \geq 0 \text{ и } -(b^2+1) < 0 \text{ при всех } b$$

$$\text{№ 18. (н). а) при } a = 0; \text{ б) при } a = 3.$$

$$\text{№ 19. (н). а) при } b = 0; \text{ б) при } b = 2.$$

$$\text{№ 20. (н). Наибольшее значение дроби равно } \frac{18}{9} = 2 \text{ (при } x = 0, y = 0),$$

то есть верный ответ – 3.

№19. (с).

$$\text{а) При } x = 2,47, \frac{2x-3}{3x+2} = \frac{2 \cdot 2,47-3}{3 \cdot 2,47+2} = \frac{4,94-3}{7,41+2} = \frac{1,94}{9,41} \approx 0,20616365. \approx 0,21,$$

$$\text{б) При } x = 3,18 \frac{7x+9}{8x-1} = \frac{7 \cdot 3,18+9}{8 \cdot 3,18-1} = \frac{22,26+9}{25,44-1} = \frac{31,26}{24,44} \approx 0,2790507 \approx 0,28.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 21 (№20). а) (с) } (x-10)(x+10) = x^2 - 10x + 10x - 100 = x^2 - 100$$

$$a) (б) (2a+3)(2a-3) = 4a^2 - 6a + 6a - 9 = 4a^2 - 9,$$

$$б) (в) (y-5b)(y+5b) = y^2 + 5by - 5by - 25b^2 = y^2 - 25b^2,$$

$$в) (н) (0,8x+y)(y-0,8x) = y^2 - 0,64x^2;$$

$$г) (н) (b+0,5)^2 = b^2 + b + 0,25;$$

$$г) (с) (y+8x)(y-8x) = y^2 + 8xy - 8xy - 64x^2 = y^2 - 64x^2$$

$$д) (с) (x+7)^2 = x^2 + 14x + 49, \quad e) (с) (b+5)^2 = b^2 + 10b + 25$$

$$д) (ж) (a-2x)^2 = a^2 - 4ax + 4x^2, \quad e) (з) (ab-1)^2 = a^2b^2 - 2ab + 1$$

$$\text{№21. (с). а) } 15ax + 20ay = 5a(3x + 4y); \quad б) 36by - 9cy = 9y(4b - c)$$

$$в) x^2 - xy = x(x - y), \quad г) xy - y^2 = y(x - y),$$

$$д) a^2 + 5ab = a(a + 5b), \quad e) 15c - 10c^2 = 5c(3 - 2c).$$

$$\text{№22 (№22). а) } x^2 - 25 = (x-5)(x+5); \quad б) 16 - c^2 = (4-c)(4+c)$$

$$в) a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2; \quad г) c^2 + 8c + 16 = (c+4)^2;$$

$$д) a^3 - 8 = (a-2)(a^2 + 2a + 4); \quad e) b^3 + 27 = (b+3)(b^2 - 3b + 9)$$

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

№23 (№23).

$$a) \text{ Общий множитель } x; \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}. \quad б) \text{ Общий множитель } 5, \frac{15x}{25y} = \frac{3x}{5y}$$

$$в) \text{ Общий множитель } 6a; \frac{6a}{24a} = \frac{1}{4}. \quad г) \text{ Общий множитель } 7b, \frac{7ab}{21bc} = \frac{a}{3c}$$

$$д) \text{ Общий множитель } xy; \frac{-2xy}{5x^2y} = -\frac{2}{5x}$$

$$e) \text{ Общий множитель } 8xy; \frac{8x^2y^2}{24xy} = \frac{xy}{3}$$

$$\text{№24 (№24). а) } \frac{10xz}{15yz} = \frac{2x}{3y}; \quad б) \frac{6ab^2}{9bc^2} = \frac{2ab}{3c^2}, \quad в) \frac{2ay^3}{-4a^2b} = \frac{y^3}{-2ab} = -\frac{y^3}{2ab}$$

$$г) \frac{-6p^2q}{-2q^3} = \frac{3p^2}{q^2}, \quad д) (с) \frac{-ax^2}{xy} = -\frac{ax}{y}; \quad e) (с) \frac{3axy}{6ay^3} = \frac{x}{2y^2},$$

$$д) (ж) \frac{24a^2c^2}{36ac} = \frac{2ac}{3}; \quad e) (з) \frac{63x^2y^3}{42x^6y^4} = \frac{3}{2x^4y}.$$

$$\text{№25 (№25). а) } \frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} = \frac{2b}{a^2}; \quad б) \frac{3xy^2}{6x^3y^3} = \frac{1}{2x^2y}, \quad в) \frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} = \frac{p^2q^2}{2}$$

$$\text{r)} \frac{36m^2n}{18mn} = 2m; \text{д)} \frac{-32b^5c}{12b^4c^2} = \frac{-8b}{3c} = -\frac{8b}{3c}; \text{е)} \frac{-6ax}{-18ax} = \frac{1}{3}$$

$$\text{№ 26 (№26). a) (c)} \frac{8b}{24c} = \frac{b}{3c}, \text{б) (c)} \frac{5ay}{15by} = \frac{a}{3b}; \text{a) (в)} \frac{4a^2}{6ac} = \frac{2a}{3c}$$

$$\text{б) (r)} \frac{7x^2y}{21xy^2} = \frac{x}{3y}, \text{д) (c)} \frac{a^5b^3}{a^3b^5} = \frac{a^2}{b^2}; \text{е) (c)} \frac{x^6y^4}{x^4y^6} = \frac{x^2}{y^2},$$

$$\text{в) (ж)} \frac{56m^2n^5}{35mn^5} = \frac{8m}{5} = 1\frac{3}{5}m; \text{r) (3)} \frac{25p^4q}{100p^5q} = \frac{1}{4p}.$$

$$\text{№ 27 (№27). a)} \frac{8^{16}}{16^{12}} = \frac{(2^3)^{16}}{(2^4)^{12}} = \frac{2^{48}}{2^{48}} = 1; \text{б)} \frac{81^{25}}{27^{33}} = \frac{(3^4)^{25}}{(3^3)^{33}} = \frac{3^{100}}{3^{99}} = 3^1 = 3$$

$$\text{№ 28 (№28). a)} \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \frac{a}{5}; \text{б)} \frac{3(x+4)}{c(x+4)} = \frac{3}{c}.$$

$$\text{в)} \frac{ab(y+3)}{a^2b(y+3)} = \frac{1}{a}, \text{r)} \frac{15a(a-b)}{20b(a-b)} = \frac{3a}{4b}.$$

№ 29 (№29).

$$\text{a)} \frac{3a+12b}{6ab} = \frac{3(a+4b)}{6ab} = \frac{a+4b}{2ab}; \text{б)} \frac{15b-20c}{10b} = \frac{5(3b-4c)}{10b} = \frac{3b-4c}{2b}$$

$$\text{в)} \frac{2a-4}{3(a-2)} = \frac{2(a-2)}{3(a-2)} = \frac{2}{3}; \text{r)} \frac{5x(y+2)}{6y+12} = \frac{5x(y+2)}{6(y+2)} = \frac{5x}{6},$$

$$\text{д)} \frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a}; \text{е)} \frac{3x^2+15xy}{x+5y} = \frac{3x(x+5y)}{x+5y} = 3x.$$

$$\text{№ 30 (№30). a)} \frac{y^2-16}{3y+12} = \frac{(y-4)(y+4)}{3(y+4)} = \frac{y-4}{3};$$

$$\text{б)} \frac{5x-15y}{x^2-9y^2} = \frac{5(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{5}{x+3y}; \text{в)} \frac{(c+2)^2}{7c^2+14c} = \frac{(c+2)^2}{7c(c+2)} = \frac{c+2}{7c},$$

$$\text{r)} \frac{6cd-18c}{(d-3)^2} = \frac{6c(d-3)}{(d-3)^2} = \frac{6c}{d-3}; \text{д)} \frac{a^2+10a+25}{a^2-25} = \frac{(a+5)^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{a+5}{a-5},$$

$$\text{е)} \frac{y^2-9}{y^2-6y+9} = \frac{(y-3)(y+3)}{(y-3)^2} = \frac{y+3}{y-3}$$

$$\text{№ 31 (№31). a)} \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3} = \frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} = \frac{1}{a+b};$$

$$6) \frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

$$\text{№ 32 (№32). a) } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} = \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5(-2)}{-0,1} = \frac{-10}{-0,1} = 100;$$

$$6) \frac{9c^2 - 4d^2}{18c^2d - 12cd^2} = \frac{(3c - 2d)(3c + 2d)}{6cd(3c - 2d)} =$$

$$= \frac{3c + 2d}{6cd} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{3c} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$b) \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} = \frac{6x(x + 2y)}{5y(x + 2y)} = \frac{6x}{5y} = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{5(-0,4)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$r) \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{4x^2 + 12xy} = \frac{(x + 3y)^2}{4x(x + 3y)} = \frac{x + 3y}{4x} =$$

$$= \frac{-0,2 + 3(-0,6)}{4(-0,2)} = \frac{-0,2 - 1,8}{-0,8} = \frac{-2}{-0,8} = \frac{2}{0,8} = 2,5.$$

$$\text{№ 33 (№33). a) (c) } \frac{x(y - 7)}{y(y - 7)} = \frac{x}{y}; \quad 6) (c) \frac{10a - 15b}{16a - 24b} = \frac{5(2a - 3b)}{8(2a - 3b)} = \frac{5}{8},$$

$$b) (c) \frac{2m + 14}{m^2 - 49} = \frac{2(m + 7)}{(m - 7)(m + 7)} = \frac{2}{m - 7};$$

$$r) (c) \frac{p^2 - 25q^2}{2p - 10q} = \frac{(p - 5q)(p + 5q)}{2(p - 5q)} = \frac{p + 5q}{2};$$

$$a) (d) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x - 2)^2}{x(x - 2)} = \frac{x - 2}{x};$$

$$6) (e) \frac{3y^2 + 24y}{y^2 + 16y + 64} = \frac{3y(y + 8)}{(y + 8)^2} = \frac{3y}{y + 8};$$

$$b) (ж) \frac{a^2 + a + 1}{a^3 - 1} = \frac{a^2 + a + 1}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} = \frac{1}{a - 1},$$

$$r) (з) \frac{b + 2}{b^3 + 8} = \frac{b + 2}{(b + 2)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{1}{b^2 - 2b + 4}$$

$$\text{№ 34 (№34). a) } (9x^2 - y^2) : (3x + y) = \frac{(9x^2 - y^2)}{(3x + y)} = \frac{(3x - y)(3x + y)}{(3x + y)} = 3x - y;$$

$$6) (2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1) = \frac{2ab - a}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{a(2b - 1)}{(2b - 1)^2} = \frac{a}{2b - 1}$$

$$b) (x^2 + 2x + 4) : (x^3 - 8) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x-2};$$

$$r) (1 + a^3) : (1 + a) = \frac{1 + a^3}{1 + a} = \frac{(1 + a)(1 - a + a^2)}{(1 + a)} = 1 - a + a^2$$

№ 35 (№35).

$$a) \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} = \frac{2(x - y) + b(x - y)}{7(x - y)} = \frac{(x - y)(2 + b)}{7(x - y)} = \frac{2 + b}{7};$$

$$b) \frac{8a + 4b}{2ab + b^2 - 2ad - bd} = \frac{4(2a + b)}{(2ab + b^2) - (2ad + bd)} =$$

$$= \frac{4(2a + b)}{b(2a + b) - d(2a + b)} = \frac{4(2a + b)}{(2a + b)(b - d)} = \frac{4}{b - d},$$

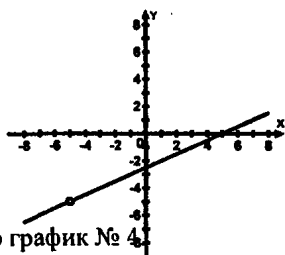
$$b) \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(xy - y^2) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} =$$

$$= \frac{y(x - y) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(x - y)(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y},$$

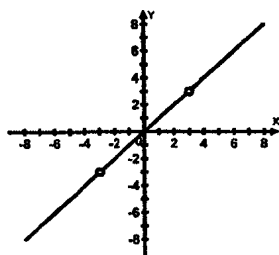
$$r) \frac{a^2 + 2ac + c^2}{a^2 + ac - ax - cx} = \frac{(a + c)^2}{(a^2 + ac) - (ax + cx)} =$$

$$= \frac{(a + c)^2}{a(a + c) - x(a + c)} = \frac{(a + c)^2}{(a + c)(a - x)} = \frac{a + c}{a - x}.$$

№ 36 (н). а)



б)



№ 37 (н). Это график № 4.

№ 38 (№36). а) $\frac{-x}{-y}$, $-\frac{-x}{y}$, б) $\frac{-x}{y}$; $\frac{x}{-y}$

№ 39 (№37). а) $\frac{a-b}{b-a} = -\frac{b-a}{b-a} = -1$; б) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)^2} = 1$.

в) $\frac{(a-b)^2}{b-a} = \frac{(b-a)^2}{b-a} = b-a$; г) $\frac{a-b}{(b-a)^2} = \frac{a-b}{(a-b)^2} = \frac{1}{a-b}$;

$$д) \frac{(-a-b)^2}{a+b} = \frac{((-1)(a+b))^2}{a+b} = \frac{(-1)^2(a+b)^2}{a+b} = a+b;$$

$$е) \frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2} = \frac{(a+b)^2}{((-1)(a+b))^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2} = 1$$

№ 40 (№38).

$$а) \frac{a(x-2y)}{b(2y-x)} = \frac{a(x-2y)}{-b(x-2y)} = -\frac{a}{b}; \quad б) \frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)} = \frac{5x(x-y)}{-x^3(x-y)} = \frac{5}{-x^2} = -\frac{5}{x^2}$$

$$в) \frac{3a-36}{12b-ab} = \frac{3(a-12)}{b(12-a)} = \frac{3(a-12)}{-b(a-12)} = -\frac{3}{b};$$

$$г) \frac{7b-14b^2}{42b^2-21b} = \frac{7b(1-2b)}{21b(2b-1)} = \frac{7b(1-2b)}{-21b(1-2b)} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$д) \frac{25-a^2}{3a-15} = \frac{(5-a)(5+a)}{3(a-5)} = \frac{-(a-5)(a+5)}{3(a-5)} = -\frac{5+a}{3}$$

$$е) \frac{3-3x}{x^2-2x+1} = \frac{3(1-x)}{(x-1)^2} = \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{x-1},$$

$$ж) \frac{8b^2-8a^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{8(b^2-a^2)}{(a-b)^2} = \frac{8(b-a)(b+a)}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{-8(a-b)(b+a)}{(a-b)^2} = -\frac{8(b+a)}{a-b} = \frac{8(b+a)}{b-a}; \quad з) \frac{(b-2)^3}{(2-b)^2} = \frac{(b-2)^3}{(b-2)^2} = b-2$$

№ 41 (№39). а) $\frac{ax+bx-ay-by}{bx-by} = \frac{(ax-ay)+(bx-by)}{b(x-y)} =$

$$= \frac{a(x-y)+b(x-y)}{b(x-y)} = \frac{(x-y)(a+b)}{b(x-y)} = \frac{a+b}{b};$$

$$б) \frac{ab-3b-2a+6}{15-5a} = \frac{(ab-3b)-(2a-6)}{5(3-a)} =$$

$$= \frac{b(a-3)-2(a-3)}{5(3-a)} = \frac{(a-3)(b-2)}{-5(a-3)} = \frac{b-2}{-5} = \frac{2-b}{5},$$

$$в) (с) \frac{7p-35}{15-3p} = \frac{7(p-5)}{3(5-p)} = -\frac{7(5-p)}{3(5-p)} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3},$$

$$г) (е) \frac{18a-3a^2}{8a^2-48a} = \frac{3a(6-a)}{8a(a-6)} = \frac{-3a(a-6)}{8a(a-6)} = -\frac{3}{8};$$

$$д) (с) \frac{4-x^2}{10-5x} = \frac{(2-x)(2+x)}{5(2-x)} = \frac{2+x}{5};$$

$$\text{е) (с) } \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3} = \frac{(a-3)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{(3-a)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{3-a}{9+3a+a^2}$$

$$\text{№ 42 (№40). а) } \frac{x^0 + x^4}{x^4 + x^2} = \frac{x^2 x^2 (x^2 + 1)}{x^2 (x^2 + 1)} = x^2;$$

$$\text{б) } \frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2} = \frac{y^4 y^2 (1 - y^2)}{y^2 (y^2 - 1)} = -y^4; \text{ в) } \frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2} = \frac{b^7 (1 - b^3)}{b^2 (b^3 - 1)} = -b^5;$$

$$\text{г) } \frac{c^6 - c^4}{c^3 - c^2} = \frac{c^4 (c^2 - 1)}{c^2 (c - 1)} = \frac{c^2 (c - 1)(c + 1)}{c - 1} = c^3 + c^2.$$

$$\text{№ 43 (№41). а) при } a = -\frac{1}{2}, \frac{a^8 + a^5}{a^5 + a^2} = \frac{a^5 (a^3 + 1)}{a^2 (a^3 + 1)} = a^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8};$$

$$\text{б) при } b = -0,1 \quad \frac{b^{10} - b^8}{b^8 - b^6} = \frac{b^8 (b^2 - 1)}{b^6 (b^2 - 1)} = b^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

$$\text{№ 44 (№42). а) } \frac{(2a - 2b)^2}{a - b} = \frac{(2(a - b))^2}{a - b} = \frac{4(a - b)^2}{a - b} = 4(a - b);$$

$$\text{б) } \frac{(3c + 9d)^2}{c + 3d} = \frac{(3(c + 3d))^2}{c + 3d} = \frac{9(c + 3d)^2}{c + 3d} = 9(c + 3d);$$

$$\text{в) } \frac{(3x + 6y)^2}{5x + 10y} = \frac{(3(x + 2y))^2}{5(x + 2y)} = \frac{9(x + 2y)^2}{5(x + 2y)} = \frac{9(x + 2y)}{5};$$

$$\text{г) } \frac{4x^2 - y^2}{(10x + 5y)^2} = \frac{(2x - y)(2x + y)}{(5(2x + y))^2} = \frac{(2x - y)(2x + y)}{25(2x + y)^2} = \frac{2x - y}{25(2x + y)}.$$

$$\text{№ 45. (н). а) } \frac{2^{2n-1} + 2^{2n+1}}{5 \cdot 2^n} = \frac{2^{2n-1}(1 + 2^2)}{2^n \cdot 5} = 2^{n-1};$$

$$\text{б) } \frac{7^{2n+1} + 7^{2n-1}}{100 \cdot 7^{n-1}} = \frac{7^{2n-1}(7^2 + 1)}{100 \cdot 7^{n-1}} = \frac{7^n}{2}.$$

$$\text{№ 46. (н). а) } \frac{3^{n+2} - 3^n}{3^{n+2} + 3^{n+1} + 3^n} = \frac{3^n(3^2 - 1)}{3^n(3^2 + 3 + 1)} = \frac{8}{13} - \text{не зависит от } n;$$

$$\text{б) } \frac{16^{n+1} - 2^{n+4}}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^{4n+4} - 2^{n+4}}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^{n+4}(2^{3n} - 1)}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^4}{4} = 4 - \text{не зависит от } n.$$

$$\text{№ 47 (№43). а) } \frac{5b}{8a^3} = \frac{5b \cdot 3b^2}{8a^3 \cdot 3b^2} = \frac{15b^3}{24a^3b^2}; \text{ б) } \frac{7a}{3b^2} = \frac{7a \cdot 8a^3}{3b^2 \cdot 8a^3} = \frac{56a^4}{24a^3b^2}$$

$$\text{в) } \frac{1}{2ab} = \frac{12a^2b}{2ab \cdot 12a^2b} = \frac{12a^2b}{24a^3b^2}; \text{ г) } \frac{2}{a^2b^2} = \frac{2 \cdot 24a}{a^2b^2 \cdot 24a} = \frac{48a}{24a^3b^2}.$$

$$\text{№ 48 (№44). а) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)b}{b}; \text{ б) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)5}{5};$$

$$\text{в) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)3a}{3a}; \text{ г) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)(2a-b)}{2a-b}.$$

№ 49 (№45).

$$\text{а) } \frac{x}{a-b} = \frac{x(a-b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{x(a-b)}{(a-b)^2}; \text{ б) } \frac{y}{x-a} = \frac{y(x+a)}{(x-a)(x+a)} = \frac{y(x+a)}{x^2-a^2};$$

$$\text{в) } \frac{2y}{x-1} = \frac{2y(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2y(x^2+x+1)}{x^3-1};$$

$$\text{г) } \frac{3a}{a^2+ab+b^2} = \frac{3a(a-b)}{(a^2+ab+b^2)(a-b)} = \frac{3a(a-b)}{a^3-b^3};$$

$$\text{д) } \frac{7}{y-b} = -\frac{7}{b-y}; \text{ е) } \frac{a}{a-10} = -\frac{a}{10-a};$$

$$\text{ж) } \frac{p}{p-2} = -\frac{p(2+p)}{(2-p)(2+p)} = -\frac{p(2+p)}{4-p^2};$$

$$\text{з) } \frac{a+3}{6-2a} = -\frac{a+3}{2(a-3)} = -\frac{(a+3)(a+3)}{2(a-3)(a+3)} = -\frac{(a+3)^2}{2(a^2-9)}.$$

$$\text{№46. (с). а) } \frac{8}{3xy^2} = \frac{8 \cdot 5x}{3xy^2 \cdot 5x} = \frac{40x}{15x^2y^2}; \text{ б) } \frac{b}{7a^2c} = \frac{b \cdot 5ac^2}{7a^2c \cdot 5ac^2} = \frac{5abc^2}{35a^3c^3};$$

$$\text{в) } \frac{a}{a-2} = \frac{a \cdot a}{a(a-2)} = \frac{a^2}{a^2-2a}; \text{ г) } \frac{1}{x+1} = \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x^3+1};$$

$$\text{д) } \frac{12}{y-x} = -\frac{12}{x-y}; \text{ е) } \frac{a}{a-4} = -\frac{a(4+a)}{(4-a)(4+a)} = -\frac{4a+a^2}{16-a^2}.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 50 (№47). а) } x = \frac{-16}{5} = -3\frac{1}{5}; \text{ б) } x = \frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10}; \text{ в) } x = 4 : \frac{1}{3} = 12;$$

$$\text{г) } x = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}; \text{ д) } x = 3 : 0,6 = 3 : \frac{6}{10} = 3 \cdot \frac{10}{6} = \frac{10}{2} = 5;$$

$$\text{е) } x = 5 : (-0,7) = -5 \cdot \frac{7}{10} = -5 \cdot \frac{10}{7} = -\frac{50}{7} = -7\frac{1}{7}.$$

$$\text{№48. (с) а) } 6b^2 - (2b+5)(3b-7) = 6b^2 - (6b^2 + b - 35) = \\ = 6b^2 - 6b^2 - b + 35 = -b + 35;$$

$$\text{б) } 16x^2 - (4x+0,5)(4x-0,5) = 16x^2 - 16x^2 + 0,25 = 0,25;$$

$$\text{в) } 2y(y-1,5x) - 5(x+4y)(y-x) = 2y^2 - 3xy - 5(4y^2 - x^2 - 3xy) = \\ = 2y^2 - 3xy + 5x^2 + 15xy - 20y^2 = 5x^2 - 18y^2 + 12xy;$$

$$r) 3(a-2b)(2b+a) - 0,5b(a-24b) = 3(a^2 - 4b^2) - 0,5ab + 12b^2 = \\ = 3a^2 - 12b^2 - 0,5ab + 12b^2 = 3a^2 - 0,5ab.$$

$$\text{№ 51 (№49). а) } 5bc - 5c = 5c(b-1); \text{ б) } 10n + 15n^2 = 5n(2+3n);$$

$$\text{в) } 8ab + 12bc = 4b(2a+3c);$$

$$r) 5y - 5x + y^2 - xy = (5y - 5x) + (y^2 - xy) = 5(y-x) + y(y-x) = (y-x)(5+y);$$

$$\text{д) (с) } pq - 4p + 12 - 3q = (pq - 4p) + (12 - 3q) = p(q-4) + 3(4-q) = \\ = p(q-4) - 3(q-4) = (q-4)(p-3);$$

$$\text{д) (е) } a^2 - 9 = (a-3)(a+3); \text{ ж) } x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 = (x+5)(x+5);$$

$$\text{ж) (з) } y^2 - 2y + 1 = (y-1)^2 = (y-1)(y-1);$$

$$\text{з) (и) } a^3 + 64 = (a+4)(a^2 - 4a + 16); \text{ и) (к) } b^3 - 1 = (b-1)(b^2 + b + 1).$$

$$\text{№ 52 (№50). 1) } -\frac{5 \cdot 7}{16} < 0; \text{ 2) } \frac{5}{16} : 6 = \frac{5}{16} : \frac{6}{1} = \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 16} = \frac{5}{16 \cdot 6} > 0;$$

$$\text{3) } \frac{5}{16} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 1}{16 \cdot 10} = \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{10} > 0. \quad \text{Ответ: } \frac{5}{16} \cdot (-7); \frac{5}{16} \cdot 0,1; \frac{5}{16} : 6.$$

§ 2. Сумма и разность дробей

3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

$$\text{№ 53 (№51). а) } \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{x+y}{3}; \text{ б) (с) } \frac{a}{5} - \frac{b}{5} = \frac{a-b}{5};$$

$$\text{в) (с) } \frac{a}{y} + \frac{2a}{y} = \frac{3a}{y}; \text{ б) (r) } \frac{5b^2}{a} - \frac{13b^2}{a} = \frac{5b^2 - 13b^2}{a} = -\frac{8b^2}{a};$$

$$\text{в) (д) } \frac{x+y}{9} - \frac{x}{9} = \frac{x+y-x}{9} = \frac{y}{9};$$

$$\text{r) (е) } \frac{2c-x}{b} - \frac{x}{b} = \frac{2c-x-x}{b} = \frac{2c-2x}{b} = \frac{2(c-x)}{b}.$$

$$\text{№ 54 (№52). а) } \frac{m}{p} - \frac{m-p}{p} = \frac{m}{p} + \frac{(-m)+p}{p} = \frac{m-m+p}{p} = \frac{p}{p} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{a+b}{6} - \frac{a-2b}{6} = \frac{a+b-a+2b}{6} = \frac{3b}{6} = \frac{b}{2};$$

$$\text{в) (с) } \frac{x+5}{9} - \frac{x+2}{9} = \frac{x+5-x-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$\text{r) (с) } \frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x} = \frac{11x-5+3x-2}{14x} = \frac{14x-7}{14x} = \frac{2x-1}{2x};$$

$$\text{в) (д) } \frac{7y-13}{10y} - \frac{2y+3}{10y} = \frac{7y-13-2y-3}{10y} = \frac{5y-16}{10y};$$

$$r) (e)) \frac{8c+25}{6c} + \frac{5-2c}{6c} = \frac{8c+25+5-2c}{6c} = \frac{6c+30}{6c} = \frac{c+5}{c}.$$

$$\text{№ 55 (№53). a)} \frac{2x-3y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy} = \frac{2x-3y+11y-2x}{4xy} = \frac{8y}{4xy} = \frac{2}{x};$$

$$b) \frac{5a+b^5}{8b} - \frac{5a-7b^5}{8b} = \frac{5a+b^5-5a+7b^5}{8b} = \frac{8b^5}{8b} = b^4;$$

$$B) (c) \frac{3x-y^4}{4y^5} - \frac{y^4+3x}{4y^5} = \frac{3x-y^4-y^4-3x}{4y^5} = -\frac{2y^4}{4y^5} = -\frac{1}{2y};$$

$$B) (r)) \frac{a-2}{8a} + \frac{2a+5}{8a} - \frac{3-a}{8a} = \frac{a-2+2a+5-3+a}{8a} = \frac{4a}{8a} = \frac{1}{2};$$

$$д) (c) \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} = \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{4-3y}{2y};$$

$$r) (e)) \frac{11a-2b}{4a} + \frac{2a-3b}{4a} - \frac{a-b}{4a} = \frac{11a-2b+2a-3b-a+b}{4a} = \frac{12a-4b}{4a} = \frac{3a-b}{a}.$$

$$\text{№ 56 (№54). a)} \frac{17-12x}{x} + \frac{10-x}{x} = \frac{17-12x+10-x}{x} = \frac{27-13x}{x};$$

$$b) \frac{12p-1}{3p^2} - \frac{1-3p}{3p^2} = \frac{12p-1-1+3p}{3p^2} = \frac{15p-2}{3p^2};$$

$$B) \frac{6y-3}{5y} - \frac{y+2}{5y} = \frac{6y-3-y-2}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y};$$

$$r) (c) \frac{b}{6} - \frac{3a-2b}{6} = \frac{b-3a+2b}{6} = \frac{3b-3a}{6} = \frac{b-a}{2};$$

$$r) (д)) \frac{3p-q}{5p} - \frac{2p+6q}{5p} + \frac{p-4q}{5p} = \frac{3p-q-2p-6q+p-4q}{5p} = \frac{2p-11q}{5p};$$

$$д) (e)) \frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c} = \frac{5c-2d-3d+d-5c}{4c} = -\frac{4d}{4c} = -\frac{d}{c};$$

$$e) (ж)) \frac{2a}{b} - \frac{1-6a}{b} + \frac{13-8a}{b} = \frac{2a-1+6a+13-8a}{b} = \frac{12}{b};$$

$$3) (c) \frac{4b-2}{3b} - \frac{2b-1}{3b} + \frac{1}{3b} = \frac{4b-2-2b+1+1}{3b} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{№ 57 (№55). a)} \frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4} = \frac{16-x^2}{x-4} = \frac{-(4-x)(4+x)}{4-x} = -(4+x);$$

$$6) \frac{25}{a+5} - \frac{a^2}{a+5} = \frac{25-a^2}{a+5} = \frac{(5-a)(5+a)}{a+5} = 5-a;$$

$$B) \frac{3a-1}{a^2-b^2} - \frac{3b-1}{a^2-b^2} = \frac{3a-1-3b+1}{a^2-b^2} = \frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b};$$

$$r) \frac{x-3}{x^2-64} + \frac{11}{x^2-64} = \frac{x-3+11}{x^2-64} = \frac{x+8}{(x-8)(x+8)} = \frac{1}{x-8};$$

$$д) \frac{2a+b}{(a-b)^2} + \frac{2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{2a+b+2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{3b-3a}{(a-b)^2} = -\frac{3(b-a)}{(b-a)(b-a)} = \frac{3}{b-a};$$

$$e) \frac{13x+6y}{(x+y)^2} - \frac{11x+4y}{(x+y)^2} = \frac{13x+6y-11x-4y}{(x+y)^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)^2} = \frac{2(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{2}{x+y}.$$

№ 58 (№56).

$$a) \frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{ab} = \frac{4ab}{ab} = 4;$$

$$6) \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2} = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{a^2+b^2} = \\ = \frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2} = \frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2} = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2} = 2.$$

№57. (с). а) При $x=97$, $\frac{x^2+1}{x-3} - \frac{10}{x-3} = \frac{x^2+1-10}{x-3} = \\ = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3 = 97+3 = 100;$

б) при $y=-5,1$, $\frac{y+7}{y^2-25} - \frac{2y+2}{y^2-25} = \frac{y+7-2y-2}{y^2-25} = \frac{5-y}{(y-5)(y+5)} = \\ = -\frac{y-5}{(y-5)(y+5)} = -\frac{1}{y+5} = -\frac{1}{(-5,1)+5} = -\frac{1}{-0,1} = \frac{1}{0,1} = 10;$

№ 59 (№58). а) при $a=10,25$, $\frac{a^2-43}{a-6} + \frac{7}{a-6} = \frac{a^2-43+7}{a-6} = \\ = \frac{a^2-36}{a-6} = \frac{(a-6)(a+6)}{a-6} = a+6 = 10,25+6 = 16,25;$

б) при $b=3,5$, $\frac{9b-1}{b^2-9} - \frac{6b-10}{b^2-9} = \frac{9b-1-6b+10}{b^2-9} = \\ = \frac{3b+9}{(b-3)(b+3)} = \frac{3(b+3)}{(b-3)(b+3)} = \frac{3}{b-3} = \frac{3}{3,5-3} = \frac{3}{0,5} = 3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6;$

№ 60. (н). $\frac{a^2-12b}{a^2-3ab} - \frac{3ab-4a}{a^2-3ab} = \frac{a^2+4a-3ab-12b}{a(a-3b)} = \frac{a(a+4)-3b(a+4)}{a(a-3b)} =$

$$= \frac{(a-3b)(a+4)}{a(a-3b)} = \frac{a+4}{a} = \frac{-0,8+4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4 \text{ при } a = -0,8.$$

$b = -1,75$ – лишние данные.

$$\text{№ 61 (№59). а) } \frac{x}{y-1} + \frac{5}{1-y} = \frac{x}{y-1} - \frac{5}{y-1} = \frac{x-5}{y-1};$$

$$\text{б) } \frac{a}{c-3} - \frac{6}{3-c} = \frac{a}{c-3} + \frac{6}{c-3} = \frac{a+6}{c-3};$$

$$\text{в) } \frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2m-2n}{m-n} = \frac{2(m-n)}{m-n} = 2;$$

$$\text{г) } \frac{5p}{2q-p} + \frac{10}{p-2q} = \frac{5p}{2q-p} - \frac{10}{2q-p} = \frac{5(p-2q)}{2q-p} = -\frac{5(2q-p)}{2q-p} = -5;$$

$$\text{д) } \frac{a^2+16}{a-4} + \frac{8a}{4-a} = \frac{a^2+16}{a-4} - \frac{8a}{a-4} = \frac{a^2-8a+16}{a-4} = \frac{(a-4)^2}{a-4} = a-4;$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{x^2+9y^2}{x-3y} + \frac{6xy}{3y-x} &= \frac{x^2+9y^2+(-6xy)}{x-3y} = \\ &= \frac{x^2+9y^2-6xy}{x-3y} = \frac{x^2-6xy+9y^2}{x-3y} = \frac{(x-3y)^2}{x-3y} = x-3y. \end{aligned}$$

$$\text{№ 62 (№60). а) } \frac{10p}{p-q} + \frac{3p}{q-p} = \frac{10p}{p-q} - \frac{3p}{p-q} = \frac{10p-3p}{p-q} = \frac{7p}{p-q};$$

$$\text{б) } \frac{5a}{a-b} + \frac{5b}{b-a} = \frac{5a}{a-b} - \frac{5b}{a-b} = \frac{5a-5b}{a-b} = \frac{5(a-b)}{a-b} = 5;$$

$$\text{в) } \frac{x-3}{x-1} - \frac{2}{1-x} = \frac{x-3}{x-1} + \frac{2}{x-1} = \frac{x-3+2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1;$$

$$\text{г) } \frac{a}{2a-b} + \frac{3a-b}{b-2a} = \frac{a}{2a-b} - \frac{3a-b}{2a-b} = \frac{a-3a+b}{2a-b} = \frac{b-2a}{2a-b} = -\frac{2a-b}{2a-b} = -1;$$

$$\text{д) } \frac{a}{a^2-9} + \frac{3}{9-a^2} = \frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9} = \frac{a-3}{(a-3)(a+3)} = \frac{1}{a+3};$$

$$\text{е) } \frac{y^2}{y-1} + \frac{1}{1-y} = \frac{y^2}{y-1} - \frac{1}{y-1} = \frac{y^2-1}{y-1} = \frac{(y-1)(y+1)}{y-1} = y+1.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 63 (№61). а) } \frac{3x+5}{2x-1} + \frac{7x+3}{1-2x} &= \frac{3x+5}{2x-1} - \frac{7x+3}{2x-1} = \\ &= \frac{3x+5-7x-3}{2x-1} = \frac{-4x+2}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)}{2x-1} = -2; \text{ не зависит от } x. \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{5x+1}{5x-20} + \frac{x+17}{20-5x} = \frac{5x+1}{5x-20} - \frac{x+17}{5x-20} =$$

$$-\frac{5x+1-x-17}{5x-20} = \frac{4x-16}{5(x-4)} = \frac{4(x-4)}{5(x-4)} = \frac{4}{5}; \text{ не зависит от } x$$

$$\text{№ 64 (№62). а) } \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(5-x)^2} = \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(x-5)^2} =$$

$$= \frac{x^2-25}{(x-5)^2} = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(x-5)} = \frac{x+5}{x-5};$$

$$\text{б) } \frac{x^2+25}{(x-5)^3} + \frac{10x}{(5-x)^3} = \frac{x^2+25}{(x-5)^3} - \frac{10x}{(x-5)^3} = \frac{x^2-10x+25}{(x-5)^3} = \frac{(x-5)^2}{(x-5)^3} = \frac{1}{x-5}.$$

$$\text{№ 65 (№63). а) } \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{8(x-2)}{x^2-16} = \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$\text{б) } \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(8-a)^2} = \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(a-8)^2} =$$

$$= \frac{64-2ab+2ab-a^2}{(a-8)^2} = \frac{64-a^2}{(a-8)^2} = \frac{(a-8)(8+a)}{(8-a)(8-a)} = \frac{8+a}{8-a}.$$

$$\text{№ 66 (№64). а) } \frac{a+b}{x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}; \text{ б) } \frac{2a^2+a}{y} = \frac{2a^2}{y} + \frac{a}{y};$$

$$\text{в) } \frac{x^2+6y^2}{2xy} = \frac{x^2}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{x}{2y} + \frac{3y}{x}; \text{ г) } \frac{12a+y^2}{6ay} = \frac{12a}{6ay} + \frac{y^2}{6ay} = \frac{2}{y} + \frac{y}{6a}.$$

$$\text{№ 67 (№65). а) } \frac{x^2+y^2}{x^4} = \frac{x^2}{x^4} + \frac{y^2}{x^4} = \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{x^4}; \text{ б) } \frac{2x-y}{b} = \frac{2x}{b} - \frac{y}{b};$$

$$\text{в) } \frac{a^2+1}{2a} = \frac{a^2}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{a}{2} + \frac{1}{2a}; \text{ г) } \frac{a^2-3ab}{a^3} = \frac{a^2}{a^3} - \frac{3ab}{a^3} = \frac{1}{a} - \frac{3b}{a^2}.$$

$$\text{№ 68. (н). } \frac{5n^2+3n+6}{n} = 5n+3+\frac{6}{n}.$$

Данное выражение принимает натуральные значения при $n = 1, 2, 3, 6$

$$\text{№ 69. (н). } \frac{(m-1)(m+1)-10}{m} = \frac{m^2-1-10}{m} = \frac{m^2-11}{m} = m - \frac{11}{m}.$$

Данное выражение принимает целые значения при $m = \pm 1, \pm 11$.

Упражнения для повторения

$$\text{№66. (с). а) при } a=2, \frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{12}{3} = 4;$$

$$\text{б) при } a = -\frac{1}{3}, \frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1} = \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{-\frac{2}{3} - 1} = \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = -\frac{1}{5};$$

№ 70 (№67). а) $3(5x-4)-8x=4x+9$; $15x-12-8x=4x+9$; $3x=21$;
 $x=7$;

б) $19x-8(x-3)=66-3x$; $19x-8x+24=66-3x$; $11x+3x=66-24$;
 $14x=42$; $x=3$;

в) $0,2(0,7x-5)+0,02=1,4(x-1,6)$; $0,14x-1+0,02=1,4x-2,24$;
 $0,14x-0,98=1,4x-2,24$; $1,26=1,26x$; $x=1$;

г) $2,7(0,1x+3,2)+0,6(1,3-x)=16,02$; $0,27x+8,64+0,78-0,6x=16,02$;
 $-0,33x=16,02-8,64-0,78$; $-0,33x=6,6$;

№ 71 (№68). а) $8x^2-16x^3y=8x^3(x-2y)$; б) $15xy^5+10y^2=5y^2(3xy^3+2)$;

в) $8a^2-50y^2=2(4a^2-25y^2)=2(2a-5y)(2a+5y)$;

г) $18b^2-98a^2=2(9b^2-49a^2)=2(3b-7a)(3b+7a)$;

д) $x^3-125=(x-5)(x^2+5x+25)$; е) $y^3+8=(y+2)(y^2-2y+4)$;

ж) $ab+8a+9b+72=a(b+8)+9(b+8)=(b+8)(a+9)$;

з) $6m-12-2n+mn=6(m-2)+n(m-2)=(m-2)(6+n)$.

№ 72 (№69). Достаточно выяснить, когда знаменатель дроби отличен от нуля. а) $2a+25 \neq 0$; $2a \neq -25$; $a \neq -\frac{25}{2}$; $a \neq -12,5$;

б) y – любое число, так как $9+y^2 > 0$ при всех y ,

в) $3x(x+12) \neq 0$; 1) $3x \neq 0$; $x \neq 0$; 2) $x+12 \neq 0$; $x \neq -12$; итак: $x \neq 0$ и $x \neq -12$;

г) $(a+1)(a-4) \neq 0$; 1) $a+1 \neq 0$; $a \neq -1$; 2) $a-4 \neq 0$; $a \neq 4$;

итак: $a \neq -1$ и $a \neq 4$.

4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

№ 73 (№70). а) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3x+2y}{6}$; б) $\frac{c}{4} - \frac{d}{12} = \frac{3c-d}{12}$;

в) (с) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2+q^2}{qp}$; в) (г) $\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^2-b^3}{ab}$;

г) (д) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3x} = \frac{9-4}{6x} = \frac{5}{6x}$; е) (с) $\frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c} = \frac{4a+15a}{20c} = \frac{19a}{20c}$;

д) (ж) $\frac{5x}{8y} + \frac{x}{4y} = \frac{5x+2x}{8y} = \frac{7x}{8y}$; е) (з) $\frac{17y}{24c} - \frac{25y}{36c} = \frac{51y-50y}{72c} = \frac{y}{72c}$;

и) (с) $\frac{5a}{18b} - \frac{7a}{45b} = \frac{25a-14a}{90b} = \frac{11a}{90b}$.

№ 74 (№71). а) $\frac{5y-3}{6y} + \frac{y+2}{4y} = \frac{2(5y-3)+3(y+2)}{12y} = \frac{13y}{12y} = \frac{13}{12}$.

б) $\frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x} = \frac{3(3x+5)+5(x-3)}{105x} = \frac{14x}{105x} = \frac{2}{15}$;

$$\text{в)} \frac{b+2}{15b} - \frac{3c-5}{45c} = \frac{3c(b+2) - b(3c-5)}{45bc} = \frac{6c+5b}{45bc};$$

$$\text{г)} \frac{8b+y}{40b} - \frac{6y+b}{30y} = \frac{24by+3y^2-24by-4b^2}{120y} = \frac{3y^2-4b^2}{120y}$$

$$\text{№ 75 (№ 72). а) (с). } \frac{3x}{4} - \frac{5x}{9} = \frac{27x-20x}{36} = \frac{7x}{36};$$

$$\text{б) (с) } \frac{6a}{5} - \frac{3a}{4} = \frac{24a-15a}{20} = \frac{9a}{20}; \text{ в) (с) } \frac{7a}{12b} - \frac{2a}{15b} = \frac{35a-8a}{60b} = \frac{27a}{60b} = \frac{9a}{20b},$$

$$\text{г) (с) } \frac{9p}{10} - \frac{7p}{12} = \frac{54p-35p}{60} = \frac{19p}{60};$$

$$\text{а) (д) } \frac{15a-b}{12a} - \frac{a-4b}{9a} = \frac{45a-3b-4a+16b}{36a} = \frac{41a+13b}{36a};$$

$$\text{б) (е) } \frac{7x+4}{8y} - \frac{3x-1}{6y} = \frac{21x+12-12x+4}{24y} = \frac{9x+16}{24y}.$$

$$\text{№ 76 (№ 73). а) } \frac{b}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{b-a}{a^2}; \text{ б) } \frac{1-x}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \frac{1-x+x}{x^3} = \frac{1}{x^3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{2a^7} + \frac{4-2a^3}{a^{10}} = \frac{a^3+8-4a^3}{2a^{10}} = \frac{8-3a^3}{2a^{10}};$$

$$\text{г) } \frac{a+b}{a^2} + \frac{a-b}{ab} = \frac{ab+b^2+a^2-ab}{a^2b} = \frac{a^2+b^2}{a^2b};$$

$$\text{д) } \frac{2a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} = \frac{2ab-3b^2+4a^2-5ab}{a^2b^2} = \frac{4a^2-3ab-3b^2}{a^2b^2};$$

$$\text{е) } \frac{x-2y}{xy^2} - \frac{2y-x}{x^2y} = \frac{x^2-2xy-2y^2+xy}{x^2y^2} = \frac{x^2-2y^2-xy}{x^2y^2}.$$

$$\text{№ 77 (№ 74). а) } \frac{2xy-1}{4x^3} - \frac{3y-x}{6x^2} = \frac{6xy-3-6xy+2x^2}{12x^3} = \frac{2x^2-3}{12x^3};$$

$$\text{б) } \frac{1-b^2}{3ab} + \frac{2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b(1-b^2)+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-2b^3+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-1}{6ab^2};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3a^3} - \frac{2}{5a^5} = \frac{5a^2-6}{15a^5}; \text{ г) } \frac{b^2}{6x^5} - \frac{b}{3x^6} = \frac{xb^2-2b}{6x^6}$$

$$\text{№ 78 (№ 75). а) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{c}{abc} + \frac{b}{abc} + \frac{a}{abc} = \frac{a+b+c}{abc},$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{ab-b}{a} - \frac{ab-a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} &= \frac{b(ab-b)-a(ab-a)-a^2+b^2}{ab} = \\ &= \frac{ab^2-b^2-a^2b+a^2-a^2+b^2}{ab} = \frac{ab^2-a^2b}{ab} = b-a; \end{aligned}$$

$$b) \frac{b-a}{ab} + \frac{c-b}{bc} - \frac{c-a}{ac} = \frac{cb-ac+ac-ab-bc+ab}{abc} = 0;$$

$$r) \frac{3ab+2b^2}{ab} - \frac{a+2b}{a} + \frac{a-2b}{b} = \frac{3ab+b^2}{ab} - \frac{b(a+2b)}{ab} + \frac{a(a-2b)}{ab} = \\ = \frac{3ab+2b^2-ab-2b^2+a^2-2ab}{ab} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{№ 79 (№ 76). a) } \frac{x-y}{xy} - \frac{x-z}{xz} = \frac{zx-zy-yx+yz}{xyz} = \frac{zx-yx}{xyz} = \frac{z-y}{yz};$$

$$b) \frac{a-2b}{3b} - \frac{b-2a}{3a} = \frac{a^2-2ab-b^2+2ab}{3ab} = \frac{a^2-b^2}{3ab}$$

$$b) \frac{p-q}{p^3q^2} - \frac{p+q}{p^2q^3} = \frac{qp-q^2-p^2-pq}{p^3q^3} = -\frac{q^2+p^2}{p^3q^3};$$

$$r) \frac{3m-n}{3m^2n} - \frac{2n-m}{2mn^2} = \frac{2m(3m-n)-3m(2n-m)}{6m^2n^2} = \\ = \frac{6mn-2n^2-6mn+3m^2}{6m^2n^2} = \frac{3m^2-2n^2}{6m^2n^2};$$

$$n) (c) \frac{3b+2c}{9b^2c} - \frac{2c-5b}{6bc^2} = \frac{6bc+4c^2-bc+15b^2}{18b^2c^2} = \frac{4c^2+15b^2}{18b^2c^2};$$

$$e) (c) \frac{2x-7y}{2x^2y} - \frac{5y-8x}{5xy^2} = \frac{10xy-35y^2-10xy+16x^2}{10x^2y^2} = \frac{16x^2-35y^2}{10x^2y^2};$$

$$\text{№ 80 (№ 77). a) } x + \frac{1}{y} = \frac{x}{1} + \frac{1}{y} = \frac{xy+1}{y}; \quad b) \frac{1}{a} - a = \frac{1}{a} - \frac{a}{1} = \frac{1-a^2}{a};$$

$$b) 3a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{1} - \frac{a}{4} = \frac{12a-a}{4} = \frac{11a}{4}; \quad r) 5b - \frac{2}{b} = \frac{5b}{1} - \frac{2}{b} = \frac{5b^2-2}{b};$$

$$n) \frac{a^2+b}{a} - a = \frac{a^2+b}{a} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b-a^2}{a} = \frac{b}{a};$$

$$e) 2p - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{2p}{1} - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{4p^2-(4p^2+1)}{2p} = \frac{4p^2-4p^2-1}{2p} = -\frac{1}{2p};$$

$$ж) \frac{(a-b)^2}{2a} + b = \frac{(a-b)^2}{2a} \cdot \frac{1}{1} = \frac{a^2-2ab+b^2+2ab}{2a} = \frac{a^2+b^2}{2a};$$

$$3) c - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{c}{1} - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{2bc-(b^2+2bc+c^2)}{2b} = \\ = \frac{2bc-b^2-bc-c^2}{2b} = \frac{-b^2-c^2}{2b} = -\frac{b^2+c^2}{2b}.$$

$$\text{№ 81 (№ 78). a) } 5 - \frac{c}{2} = \frac{5}{1} - \frac{c}{2} = \frac{10-c}{2};$$

$$\text{б) } 5y^2 - \frac{15y^2 - 1}{3} = \frac{15y^2 - 15y^2 + 1}{3} = \frac{1}{3}; \quad \text{в) } a + b - \frac{a-3}{3} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a-3}{3} =$$

$$= \frac{3a + 3b - (a-3)}{3} = \frac{3a + 3b - a + 3}{3} = \frac{2a + 3b + 3}{3};$$

$$\text{г) } \frac{2b^2 - 1}{b} - b + 5 = \frac{2b^2 - 1 - b^2 + 5b}{b} = \frac{b^2 + 5b - 1}{b}.$$

$$\text{№ 82 (№ 79). а) } 1 - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{1}{1} - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{20 - 4a - 5b}{20};$$

$$\text{б) } 12 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12}{1} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12ab - b - a}{ab};$$

$$\text{в) } \frac{a-2}{2} - 1 - \frac{a-3}{3} = \frac{a-2}{2} - \frac{1}{1} - \frac{a-3}{3} = \frac{3a - 6 - 6 - 2a + 6}{6} = \frac{a-6}{6};$$

$$\text{г) } 4a - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{4a}{1} - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{48a - 3a + 3 - 4a - 8}{12} = \frac{41a - 5}{12};$$

$$\text{д) } \frac{a+b}{4} - a + b = \frac{a+b}{4} - \frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{5b - 3a}{4};$$

$$\text{е) } a + b - \frac{a^2 + b^2}{a} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a^2 + b^2}{a} = \frac{a^2 + ab - (a^2 + b^2)}{a} = \frac{ab - b^2}{a}.$$

$$\text{№ 83 (№ 80). а) } x - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} = \frac{x}{1} - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} =$$

$$= \frac{4x - 2x + 2y + x + y}{4} = \frac{3x + 3y}{4};$$

$$\text{б) } \frac{3}{x} - 2 - \frac{5}{x} = \frac{3}{x} - \frac{2}{1} - \frac{5}{x} = \frac{3 - 2x - 5}{x} = -\frac{2x + 2}{x};$$

$$\text{в) } 3 - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} = \frac{3}{1} - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} =$$

$$= \frac{36 - 6x + 3y + x + 4y}{12} = \frac{36 - 5x + 7y}{12};$$

$$\text{г) } \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - 2 = \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - \frac{2}{1} =$$

$$= \frac{18a - 12b - 5b - 35a - 30}{15} = -\frac{17a + 17b + 30}{15}.$$

$$\text{№ 84 (№ 81). а) } \frac{b-c}{b} + \frac{b}{b+c} = \frac{(b+c)(b-c) + b^2}{b(b+c)} = \frac{b^2 - c^2 + b^2}{b(b+c)} = \frac{2b^2 - c^2}{b(b+c)};$$

$$\text{б) } \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+3}{x} = \frac{x(x+1) - (x-2)(x+3)}{(x-2)x} = \frac{x^2 + x - x^2 - x + 6}{x(x-2)} = \frac{6}{x(x-2)};$$

$$b) \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{(m+n)m - n(m-n)}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + mn - mn + n^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2};$$

$$r) \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a+1} = \frac{2a(2a+1) - (2a-1)}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2 + 2a - 2a + 1}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2 + 1}{4a^2 - 1};$$

$$d) \frac{a}{a+2} - \frac{a}{a-2} = \frac{a(a-2) - a(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a^2 - 2a - a^2 - 2a}{a^2 - 4} = \frac{4a}{4 - a^2};$$

$$e) \frac{p}{3p-1} - \frac{p}{3p+1} = \frac{p(3p+1) - p(3p-1)}{(3p-1)(3p+1)} = \frac{3p^2 + p - 3p^2 + p}{9p^2 - 1} = \frac{2p}{9p^2 - 1}$$

№ 85 (№82).

$$a) \frac{3x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} = \frac{9x-10y}{15(x+y)}; \quad 6) \frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)} = \frac{4a^2 - 5b^2}{20(a-b)};$$

$$b) \frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{by-bx} = \frac{3}{a(x-y)} - \frac{2}{b(x-y)} = \frac{3b-2a}{ab(x-y)};$$

$$r) \frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm} = \frac{13c}{b(m-n)} + \frac{12b}{c(m-n)} = \frac{13c^2 + 12b^2}{bc(m-n)};$$

$$d) (c) \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6} = \frac{a}{2(x+2)} - \frac{a}{3(x+2)} = \frac{3a-2a}{6(x+2)} = \frac{a}{6(x+2)};$$

$$e) (c) \frac{p}{7a-14} + \frac{1}{2-a} = \frac{p}{7(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{p-7}{7(a-2)}.$$

№ 86 (№83).

$$a) \frac{p}{2x+1} - \frac{p}{3x-2} = \frac{p(3x-2) - p(2x+1)}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{3xp - 2p - 2xp - p}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{p(x-3)}{(3x-2)(2x+1)};$$

$$6) \frac{6a}{x-2y} + \frac{2a}{x+y} = \frac{6a(x+y) + 2a(x-2y)}{(x+y)(x-2y)} = \frac{8ax + 2ay}{(x+y)(x-2y)} = \frac{2a(4x+y)}{(x+y)(x-2y)};$$

$$b) \frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12} = \frac{a}{5(x-2)} + \frac{a}{6(x-2)} = \frac{6a+5a}{30(x-2)} = \frac{11a}{30(x-2)};$$

$$r) \frac{5b}{12a-36} - \frac{b}{48-16a} = \frac{5b}{12(a-3)} + \frac{b}{16(a-3)} = \frac{20b+3b}{48(a-3)} = \frac{23b}{48(a-3)}.$$

$$\text{№ 87 (№84). } a) \frac{5y+3}{2y+2} - \frac{7y+4}{3y+3} = \frac{5y+3}{2(y+1)} - \frac{7y+4}{3(y+1)} =$$

$$= \frac{15y+9-14y-8}{6(y+1)} = \frac{y+1}{6(y+1)} = \frac{1}{6}, \text{ не зависит от } y.$$

$$6) \frac{11y+13}{3y-3} + \frac{15y+17}{4-4y} = \frac{11y+13}{3(y-1)} - \frac{15y+17}{4(y-1)} =$$

$$= \frac{44y + 52 - 45y - 51}{12(y-1)} = \frac{-y+1}{12(y-1)} = -\frac{y-1}{12(y-1)} = -\frac{1}{12}, \text{ не зависи от } y$$

№ 88 (№85).

$$a) \frac{a^2}{ax-x^2} + \frac{x}{x-a} = \frac{a^2}{x(a-x)} - \frac{x}{a-x} = \frac{a^2-x^2}{x(a-x)} = \frac{(a-x)(a+x)}{x(a-x)} = \frac{a+x}{x};$$

$$6) \frac{b^2-4by}{2y^2-by} - \frac{4y}{b-2y} = \frac{b^2-4by}{y(2y-b)} + \frac{4y}{2y-b} = \frac{b^2-4by+4y^2}{y(2y-b)} = \frac{(b-2y)^2}{y(2y-b)} = \frac{2y-b}{y},$$

$$в) (c) \frac{b}{2a^2-ab} - \frac{4a}{2ab-b^2} = \frac{b}{a(2a-b)} - \frac{4a}{b(2a-b)} =$$

$$= \frac{b^2-4a^2}{ab(2a-b)} = \frac{(b-2a)(b+2a)}{ab(2a-b)} = -\frac{b+2a}{ab};$$

$$г) (c) \frac{4y}{3x^2+2xy} - \frac{9x}{3xy+2x^2} = \frac{4y}{x(3x+2y)} - \frac{9x}{x(3y+2x)} =$$

$$= \frac{4y(3y+2x) - x(3x+2y)}{x(3x+2y)(3y+2x)} = \frac{12y^2-10xy-27x^2}{x(3x+2y)(3y+2x)}.$$

$$\text{№ 89 (№86). } a) (c) \frac{x-25}{5x-25} + \frac{3x+5}{x^2-5x} = \frac{x-25}{5(x-5)} + \frac{3x+5}{x(x-5)} =$$

$$= \frac{x(x-25)+5(3x+5)}{5x(x-5)} = \frac{x^2-10x+25}{5x(x-5)} = \frac{(x-5)^2}{5x(x-5)} = \frac{x-5}{5x},$$

$$6) (c) \frac{12-y}{6y-36} - \frac{6}{y^2-6y} = \frac{12-y}{6(y-6)} - \frac{6}{y(y-6)} =$$

$$= \frac{12y-y^2-36}{6y(y-6)} = -\frac{(y-6)^2}{6y(y-6)} = -\frac{y-6}{6y} = \frac{6-y}{6y};$$

$$a) (в) \frac{1}{a^2+ab} + \frac{1}{ab+b^2} = \frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(a+b)} = \frac{b+a}{ab(a+b)} = \frac{1}{ab};$$

$$6) (г) \frac{1}{b^2-ab} - \frac{1}{ab-a^2} = \frac{1}{b(b-a)} - \frac{1}{a(b-a)} =$$

$$= \frac{a}{ab(b-a)} - \frac{b}{ab(b-a)} = \frac{a-b}{ab(b-a)} = -\frac{1}{ab}.$$

$$\text{№ 90 (№87). } a) 1 - \frac{a+b}{a-b} = \frac{1}{1} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b-(a+b)}{a-b} = \frac{a-b-a-b}{a-b} = \frac{2b}{b-a};$$

$$6) \frac{a^2+b^2}{a-b} - a = \frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b^2-a(a-b)}{a-b} = \frac{b^2+ab}{a-b} = \frac{b(b+a)}{a-b};$$

$$\text{B} \quad m - n + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m}{1} - \frac{n}{1} + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m(m+n) - n(m+n) + n^2}{m+n} = \frac{m^2}{m+n};$$

$$\text{Г} \quad a + b - \frac{a^2 + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{a+b} = \frac{2ab}{a+b};$$

$$\text{Д) } x - \frac{9}{x-3} - 3 = \frac{x}{1} - \frac{9}{x-3} - \frac{3}{1} = \frac{x^2 - 3x - 9 - 3x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x}{x-3};$$

$$\text{е) } a^2 - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + 1 = \frac{a^2}{1} - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + \frac{1}{1} = \frac{a^2(a^2 - 1)}{a^2 - 1} - \frac{a^4 + 1}{a^2 - 1} + \frac{a^2 - 1}{a^2 - 1} =$$

$$= \frac{a^4 - a^2 - a^4 - 1 + a^2 - 1}{a^2 - 1} = -\frac{2}{a^2 - 1} = \frac{2}{1 - a^2}.$$

$$\text{№ 91 (№ 88). а) } \frac{a^2 + 3a}{ab - 5b + 8a - 40} - \frac{a}{b+8} = \frac{a^2 + 3a}{(a-5)(b+8)} - \frac{a}{b+8} =$$

$$= \frac{a^2 + 3a - a(a-5)}{(a-5)(b+8)} = \frac{a^2 + 3a - a^2 + 5a}{(a-5)(b+8)} = \frac{8a}{(a-5)(b+8)};$$

$$\text{б) } \frac{y}{3x-2} - \frac{3y}{6xy+9x-4y-6} = \frac{y}{3x-2} - \frac{3y}{(2y+3)(3x-2)} =$$

$$= \frac{y(2y+3) - 3y}{(2y+3)(3x-2)} = \frac{2y^2 + 3y - 3y}{(2y+3)(3x-2)} = \frac{2y^2}{(2y+3)(3x-2)}.$$

$$\text{№ 89. (с). а) } \frac{x^2}{3ax - 2 - x + 6a} - \frac{x}{3a-1} = \frac{x^2}{(3a-1)(x+2)} - \frac{x}{3a-1} =$$

$$= \frac{x^2 - x(x+2)}{(3a-1)(x+2)} = \frac{x^2 - x^2 - 2x}{(3a-1)(x+2)} = -\frac{2x}{(3a-1)(x+2)} = \frac{2x}{(1-3a)(x+2)};$$

$$\text{б) } \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2 + 3x}{4xy - 3 - 2y + 6x} = \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2 + 3x}{2x(2y+3) - (2y+3)} =$$

$$= \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2 + 3x}{(2y+3)(2x-1)} = \frac{3x(2x-1) + x^2 + 3x}{(2y+3)(2x-1)} = \frac{7x^2}{(2y+3)(2x-1)}.$$

$$\text{№ 92 (№ 90). а) (с) } \frac{x^2 - 3xy}{(x+y)(x-y)} + \frac{y}{(x-y)} = \frac{x^2 - 3xy + y(x+y)}{(x+y)(x-y)} =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)}{(x+y)};$$

$$\text{а) (б) } \frac{c}{b-c} + \frac{b^2 - 3bc}{b^2 - c^2} = \frac{c(b+c) + b^2 - 3bc}{b^2 - c^2} =$$

$$= \frac{c(b+c) + b^2 - 3bc}{(b-c)(b+c)} = \frac{bc + c^2 + b^2 - 3bc}{(b-c)(b+c)} =$$

$$= \frac{b^2 - 2bc + c^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{(b-c)^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{b-c}{b+c};$$

$$\begin{aligned} \text{B) (c)} \quad & \frac{a-2y}{a+y} - \frac{y^2-5ay}{a^2-y^2} = \frac{(a-y)(a-2y) - (y^2-5ay)}{(a-y)(a+y)} = \\ & = \frac{a^2 - 2ay - ay + 2y^2 - y^2 + 5ay}{(a-y)(a+y)} = \frac{y^2 + 2ay + a^2}{(a-y)(a+y)} = \frac{(a+y)^2}{(a-y)(a+y)} = \frac{a+y}{a-y}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6) (r)} \quad & \frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a} = \frac{a+3}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a(a+1)} = \\ & = \frac{a(a+3) - (a-1)}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2 + 2a + 1}{a(a-1)(a+1)} = \frac{(a+1)^2}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a(a-1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 93 (№ 91). a)} \quad & \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2} = \frac{b-6}{(2-b)(2+b)} + \frac{2}{b(2-b)} = \\ & = \frac{b(b-6) + 2(2+b)}{b(2-b)(2+b)} = \frac{b^2 - 6b + 4 + 2b}{b(2-b)(2+b)} = \frac{(2-b)^2}{b(2-b)(2+b)} = \frac{2-b}{b(2+b)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6)} \quad & \frac{b}{ab-5a^2} - \frac{15b-25a}{b^2-25a^2} = \frac{b}{a(b-5a)} - \frac{15b-25a}{(b-5a)(b+5a)} = \\ & = \frac{b(b+5a)}{a(b-5a)(b+5a)} - \frac{a(15b-25a)}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b^2 + 5ab - 15ab + 25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \\ & = \frac{b^2 - 10ab + 25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{(b-5a)^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b-5a}{a(b+5a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad & \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} - \frac{4a}{x(4a-x)} = \\ & = \frac{x(x-12a) + 4a(x+4a)}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2 - 12ax + 4ax + 16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2 - 8ax + 16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \\ & = \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad & \frac{a-30y}{a^2-100y^2} - \frac{10y}{10ay-a^2} = \frac{a-30y}{(a-10y)(a+10y)} - \frac{10y}{a(10y-a)} = \\ & = \frac{a(a-30y) + 10y(a+10y)}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a^2 - 30ay + 10ay + 100y^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \\ & = \frac{(a-10y)^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a-10y}{a(a+10y)}. \end{aligned}$$

№ 94 (№ 92).

$$\text{a)} \frac{a+4}{a^2-2a} - \frac{a}{a^2-4} = \frac{a+4}{a(a-2)} - \frac{a}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^2+4a+2a+8-a^2}{a(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{6a+8}{a(a-2)(a+2)} = \frac{2(3a+4)}{a(a-2)(a+2)};$$

$$\text{б)} \frac{4-x^2}{16-x^2} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2}{(4-x)(4+x)} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2-(4-x)(x+1)}{(4-x)(4+x)} =$$

$$= \frac{4-x^2-4x-4+x^2+x}{(4-x)(4+x)} = \frac{-3x}{(4-x)(4+x)} = \frac{3x}{x^2-16};$$

$$\text{в)} \text{ (c)} \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{1-4b^2} = \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{3}{1+2b} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} =$$

$$= \frac{3(1-2b)+b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{10-5b}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{5(2-b)}{1-4b^2};$$

$$\text{г)} \text{ (c)} \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{25-16a^2} = \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{(5-4a)(5+4a)} =$$

$$= \frac{5b}{4a-5} - \frac{16ab+30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{20ab+25b-16ab-30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b(4a-5)}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b}{4a+5};$$

$$\text{в)} \text{ (д)} \frac{(a+b)^2}{a^2ab} + \frac{(a-b)^2}{a^2-ab} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} + \frac{(a-b)^2}{a(a-b)} = \frac{a+b}{a} + \frac{a-b}{a} =$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + 1 - \frac{b}{a} = 2;$$

$$\text{г)} \text{ (e)} \frac{x^2-4}{5x-10} - \frac{x^2+4x+4}{5x+10} = \frac{x^2-4}{5(x-2)} - \frac{x^2+4x+4}{5(x+2)} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{5(x-2)} - \frac{(x+2)^2}{5(x+2)} = \frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{5} = 0.$$

№ 95 (№ 93).

$$\text{a)} \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x+2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+1)-x(x-1)}{x(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2+2x+1-x^2+2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x^2-1)};$$

подставим $x = -1,5$, $\frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{1}{(-1,5)[(-1,5)^2-1]} = \frac{1}{(-1,5) \cdot 1,25} =$

$$= \frac{1}{-1 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{1}{4}} = -\frac{1}{\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}} = -\frac{8}{15};$$

$$6) \frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{1-x}{x^2-9} = \frac{x+2}{x(x+3)} - \frac{1+x}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+2) - x(1+x)}{x(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{x^2+2x-3x-6-x-x^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-2x-6}{x(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x(3-x)};$$

подставим $x = -1,5$, $\frac{2}{x(3-x)} = \frac{2}{-1,5[3-(-1,5)]} = \frac{2}{-1,5 \cdot 4,5} = -\frac{2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2}} = -\frac{8}{27}$

№ 94. (c). а) $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} - \frac{1}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} - \frac{1}{a+b} = \frac{ab}{a^3+b^3};$

$$6) \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{p^3-q^3} = \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} =$$

$$= \frac{p^2-2pq+q^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{(p-q)^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{p-q}{p^2+pq+q^2};$$

$$в) \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{a^3+1} = \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{(1+a)(1-a)+a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{1}{a^3+1};$$

$$г) \frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} = \frac{6a^3+48a}{(a+4)(a^2-4a+16)} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} =$$

$$= \frac{6a^3+48a-3a^2(a+4)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{6a^3+48a-3a^3-12a^2}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a(a^2-4a+16)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a}{a+4}$$

№ 96 (№ 95).

$$а) \frac{4}{y+2} - \frac{3}{y-2} + \frac{12}{y^2+4} = \frac{4(y-2)-3(y+2)+12}{(y+2)(y-2)} = \frac{y-2}{(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y+2},$$

$$6) \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{36-a^2} = \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{(a-6)(a+6)} =$$

$$= \frac{a(a+6)-3(a-6)-a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{a^2+6a-3a+18-a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{18+3a}{(a-6)(a+6)} = \frac{3}{a-6},$$

$$в) \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2x-2y} = \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2(x-y)} = \frac{2x^2-(x+y)(x-y)}{2(x-y)^2} =$$

$$= \frac{2x^2-x^2+y^2}{2(x-y)^2} = \frac{x^2+y^2}{2(x-y)^2};$$

$$г) \frac{b}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{b^2-ab} = \frac{b^2-(b-a)(b+a)}{b(b-a)^2} = \frac{b^2-b^2+a^2}{b(b-a)^2} = \frac{a^2}{b(b-a)^2}$$

№ 97 (№ 96).

$$а) \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab} = \frac{2a+b}{a(2a-b)} - \frac{16a}{(2a-b)(2a+b)} -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2a-b}{a(2a+b)} = \frac{(2a+b)^2 - 16a^2 - (2a-b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{2b \cdot 4a - 16a^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \\
 & = \frac{8ab - 16a^2}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8a(2a-b)}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8}{2a+b};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{a^2-9} + \frac{1}{(a+3)^2} = \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)^2} = \\
 & = \frac{a^2+6a+9-2(a-3)(a+3)+a^2-6a+9}{(a-3)^2(a+3)^2} = \frac{2a^2+18-2a^2+18}{(a-3)^2(a+3)^2} = \\
 & = \frac{36}{(a-3)^2(a+3)^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{6x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{1}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \\
 & + \frac{1}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2)-6x+x^2+2x+4}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2x^2-8x+8}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \\
 & = \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2(x-2)}{x^2+2x+4};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \frac{2a^2+7a+3}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{3}{a-1} = \frac{2a^2+7a+3-(a-1)(1-2a)-3(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \\
 & = \frac{2a^2+7a+3-a+2a^2+1-2a-3a^2-3a-3}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{1}{a-1}.
 \end{aligned}$$

№ 98 (№ 97).

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} - \frac{2a}{16b^2-a^2} = \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} + \frac{2a}{(a-4b)(a+4b)} = \\
 & = \frac{a+4b-a+4b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{8b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{2}{a-4b};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{1}{2b-2a} + \frac{1}{2b+2a} + \frac{a^2}{a^2b-b^3} = \frac{1}{2(b-a)} + \frac{1}{2(b+a)} + \frac{a^2}{b(a^2-b^2)} = \\
 & = \frac{b(b+a)+b(b-a)-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{b^2+ab+b^2-ab-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2b(b-a)(b+a)} = \\
 & = \frac{2(b-a)(b+a)}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad \text{с)} \quad & \frac{1}{2x-b} + \frac{6bx}{b^3-8x^3} = \frac{6bx}{(b-2x)(b^2+2bx+4x^2)} + \frac{1}{2x-b} = \\
 & = \frac{b^2+2bx+4x^2-6bx}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{b^2-4bx+4x^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{(2x-b)^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{2x-b}{b^2+2bx+4x^2};$$

$$\text{г) (c) } \frac{2y^2+16}{y^3+8} - \frac{2}{y+2} = \frac{2y^2+16}{(y+2)(y^2-2y+4)} - \frac{2}{y+2} =$$

$$= \frac{2y^2+16-2(y^2-2y+4)}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4y+8}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4}{y^2-2y+4}.$$

$$\text{№ 99 (№ 98). а) } \frac{3}{a^2-3a} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3}{a(a-3)} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3+a^3}{a(a-3)};$$

$$a+3 + \frac{9a+3}{a^2-3a} = \frac{a+3}{1} + \frac{9a+3}{a(a-3)} = \frac{a(a-3)(a+3)+9a+3}{a(a-3)} =$$

$$= \frac{a^3-9a+9a+3}{a(a-3)} = \frac{a^3+3}{a(a-3)}; \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

$$\text{б) } \frac{a^3}{a^2-4} - \frac{a}{a-2} - \frac{2}{a+2} = \frac{a^3-a(a+2)-2(a-2)}{a^2-4} = \frac{a^3-a^2-4a+4}{a^2-4} =$$

$$= \frac{(a-1)(a^2-4)}{a^2-4} = a-1. \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

№ 100. (№ 99).

$$\text{а) } \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{x^2-4} + 2x = \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{(x-2)(x+2)} + 2x =$$

$$= \frac{(x^3+3x)(x-2) - (3x^2-14x+16) + 2x(x^2-4)}{(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{x^4-2x^3+3x^2-6x-3x^2+14x-16+2x^3-8x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^4-16}{x^2-4} =$$

$$= \frac{(x^2-4)(x^2+4)}{x^2-4} = x^2+4 > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$\text{б) } y + \frac{2y^2+3y+1}{y^2-1} - \frac{y^3+2y}{y-1} = \frac{y}{1} + \frac{2y^2+3y+1}{(y-1)(y+1)} - \frac{y^3+2y}{y-1} =$$

$$= \frac{y(y-1)(y+1) + 2y^2+3y+1 - (y+1)(y^3+2y)}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= \frac{y^3-y+2y^2+3y+1-y^4-2y^2-y^3-2y}{(y-1)(y+1)} = \frac{1-y^4}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= -\frac{(1-y^2)(1+y^2)}{1-y^2} = -(1+y^2) < 0 \text{ при всех значениях } y.$$

№ 101. (н).

$$-x + \frac{2x-25}{x-5} = \frac{-x(x-5)+2x-25}{x-5} = \frac{-x^2+7x-25}{x-5} \neq \frac{x^2+7x-25}{x-5}. \text{ то есть}$$

неверный ответ - 3.

$$\begin{aligned} \text{№ 102. (н). } \frac{1}{x+n} - \frac{1}{x+n+1} &= \frac{x+n+1-x-n}{(x+n)(x+n+1)} = \frac{1}{(x+n)(x+n+1)} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} &= \\ = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} &= \\ = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} = \frac{x+4-x-1}{(x+1)(x+4)} = \frac{3}{(x+1)(x+4)} \end{aligned}$$

№ 103 (№ 100). Исходя из условия задачи получаем, что скорость катера по течению реки $(v+5)$ км/ч, против течения $-(v-5)$ км/ч; получаем что $\left(\frac{s}{v+5}\right)$ ч - время в пути от А до В; $\left(\frac{s}{v-5}\right)$ ч - время в пути от В

до А; тогда $\left(\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5}\right)$ ч - общее время в пути от А до В и обратно

Получаем выражение:

$$\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5} = \frac{s(v-5) + s(v+5)}{(v+5)(v-5)} = \frac{sv - 5s + sv + 5s}{(v-5)(v+5)} = \frac{2sv}{v^2 - 25}$$

а) Подставим $s=50$, $v=25$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 25}{25^2 - 25} = \frac{2500}{625 - 25} = \frac{2500}{600} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ (ч)} = 4 \text{ ч } 10 \text{ мин.}$$

б) Подставим $s=105$, $v=40$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 105 \cdot 40}{40^2 - 25} = \frac{8400}{1600 - 25} = \frac{8400}{1575} = 5\frac{1}{3} \text{ (ч)} = 5 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

Ответ: а) 4 ч. 10 мин; б) 5 ч 20 мин.

№ 104 (№ 101).

$s = vt$; $t = \frac{s}{v}$. Для удобства представим данные задачи в виде таблицы.

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По шоссе	s	v	$\frac{s}{v}$
По проселочной дороге	$2s$	$v-2$	$\frac{2s}{v-2}$

$$t_{\text{общ}} = \frac{s}{v} + \frac{2s}{v-2} = \frac{s(v-2) + 2sv}{v(v-2)} = \frac{sv - 2s + 2sv}{v(v-2)} = \frac{3sv - 2s}{v(v-2)} = \frac{s(3v-2)}{v-(v-2)},$$

если $s = 10$, $v = 6$, то

$$\frac{s(3v-2)}{v(v-2)} = \frac{10(3 \cdot 6 - 2)}{6(6-2)} = \frac{10 \cdot 16}{6 \cdot 4} = \frac{10 \cdot 2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (ч)} = 6 \text{ ч } 40 \text{ мин.}$$

Упражнения для повторения

№ 102. (с).

$$\frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(2x^2 + 2x) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{2x(x + 1) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(x + 1)(2x - 1)}{4x^2 - 3x + 2};$$

а) при $x = \frac{1}{2}$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль;

б) при $x = -1$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль.

Ответ: а) 0; б) 0.

№ 105 (№ 103). I. $y = \frac{2x-5}{3}$; 1) при $x = -2$; $y = \frac{2 \cdot (-2) - 5}{3} = \frac{-4-5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$;

2) при $x = 0$; $y = \frac{2 \cdot 0 - 5}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$;

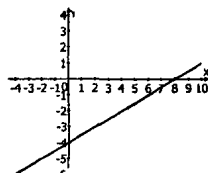
3) при $x = 16$; $y = \frac{2 \cdot 16 - 5}{3} = \frac{32-5}{3} = \frac{27}{3} = 9$;

II. 1) подставим $y = 3$; $3 = \frac{2x-5}{3}$; $3 \cdot 3 = 2x-5$; $2x = 14$; $x = 7$;

2) подставим $y = 0$; $0 = \frac{2x-5}{3}$; $2x-5 = 0$; $x = \frac{5}{2}$; $x = 2,5$;

3) подставим $y = -9$;

$-9 = \frac{2x-5}{3}$; $2x-5 = -27$; $2x = -22$; $x = -11$.

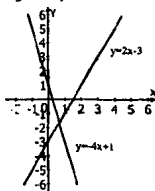


№ 104. (с).

На рисунке – график функции $y = \frac{1}{2}x - 4$.

а) При $x = 6$, $y = -1$; при $x = -6$, $y = -7$;

б) при $y = -2$, $x = 4$; при $y = 0$, $x = 8$.



№ 106 (№ 105). На рисунке – график и данных функций. Пусть А – их точка пересечения.

1) Из рисунка видно, что $A \approx (0,7; -1,7)$.

2) Найдем координаты точки А из уравнения:

$$-4x+1=2x-3; 2x-3+4x-1=0; 6x-4=0; 6x=4; x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} - 3 = \frac{4}{3} - 3 = -1\frac{2}{3}. \text{ Окончательно: } A\left(\frac{2}{3}; -1\frac{2}{3}\right).$$

№ 107 (№ 106). Для удобства запишем данные задачи в виде таблицы:

Ямы	Заложили, т	Взяли, т	Осталось, т
I	90	$3x$	$90-3x$
II	75	x	$75-x$

Исходя из того, что в первой яме осталось силоса в 2 раза меньше, чем во второй, запишем уравнение: $2(90-3x)=75-x$; $75-x+6x-180=0$; $5x=105$; $x=21$, $3x=63$. Ответ. Из первой ямы взяли 63 т силоса.

§ 3. Произведение и частное дробей

5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень

$$\text{№ 108 (№ 108). а) } \frac{5}{3a} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{10b}{9a}; \text{ б) } \frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5a \cdot 7}{8y \cdot 10} = \frac{7a}{16y};$$

$$\text{в) (с). } \frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x \cdot 1}{4x} = \frac{3}{4}; \text{ г) (с). } \frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3} = \frac{9 \cdot 5a}{2a \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7,5;$$

$$\text{в) (д)) } \frac{b^2}{10} \cdot \frac{5}{b} = \frac{5b^2}{10b} = \frac{b}{2}; \text{ г) (е)). } \frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24} = \frac{18c^3}{24c^4} = \frac{3}{4c},$$

$$\text{ж) (с). } \frac{12x^5}{25} \cdot \frac{15}{8x^2} = \frac{12x^5 \cdot 15}{25 \cdot 8x^2} = \frac{9x^3}{10} = 0,9x^3; \text{ з) (с). } \frac{3}{4a^3} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{3 \cdot 16a^2}{4a^3 \cdot 9} = \frac{4}{3a}$$

$$\text{№ 109 (№ 109). а) } \frac{3x}{4y} \cdot \frac{10}{3x^2} = \frac{10 \cdot 3x}{4y \cdot 3x^2} = \frac{5}{2xy} = \frac{2,5}{xy},$$

$$\text{б) } \frac{2,5}{2a^2} \cdot \frac{4a^3}{5b^2} = \frac{2\frac{1}{2} \cdot 4a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{\frac{5 \cdot 4}{2} a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{10a^3}{10a^2b^2} = \frac{a}{b^2},$$

$$\text{в) (с) } \frac{m^2}{16} \cdot \frac{24}{mn} = \frac{24m^2}{16mn} = \frac{3m}{16mn} = \frac{3m}{2n} = \frac{1,5m}{n};$$

$$\text{г) (с) } \frac{1}{9x^3} \cdot \frac{3x}{2a^2} = \frac{3x}{9x^3 \cdot 2a^2} = \frac{1}{3x^2 \cdot 2a^2} = \frac{1}{6a^2x^2};$$

$$\text{в) (д)) } \frac{7a^3}{24b} \cdot 8b^2 = \frac{7a^3 \cdot 8b^2}{24b \cdot 1} = \frac{7}{3} a^3 b; \text{ и г) (е)) } 14ab \cdot \frac{1}{21b^3} = \frac{14ab}{21b^3} = \frac{2a}{3b^2} = \frac{2}{3} \frac{a}{b^2}$$

$$\text{№ 110 (№ 110). а) } \frac{12}{5x} \cdot \frac{x^3}{12a} = \frac{12x^3}{5x \cdot 12a} = \frac{x^2}{5a};$$

$$\text{б) } \frac{8c^2}{15m} \cdot \frac{1}{4c^2} = \frac{8c^2}{15m \cdot 4c^2} = \frac{2}{15m};$$

$$\text{в) } \frac{11a^4}{6} \cdot \frac{12b}{a^5} = \frac{11a^4 \cdot 12b}{6 \cdot a^5} = \frac{22b}{a}; \text{ г) } \frac{4n^2}{3m^2} \cdot \frac{9m}{2} = \frac{4n^2}{3m^2} \cdot \frac{9m}{2} = \frac{6n^2}{m}$$

$$\text{№ 111 (№ 111). а) } 15x^2 \cdot \frac{7}{6x^3} = \frac{15x^2 \cdot 7}{6x^3} = \frac{35}{2x} = \frac{17,5}{x},$$

$$\text{б) } \frac{25}{16y^2} \cdot 2y^3 = \frac{25 \cdot 2y^3}{16y^2} = \frac{25}{8} y;$$

$$\text{в) } 6am^2 \cdot \frac{4a}{3m^3} = \frac{6am^2 \cdot 4a}{3m^3} = \frac{8a^2}{m}; \text{ г) } \frac{2b}{5a^3} \cdot 10a^2 = \frac{2b \cdot 10a^2}{5a^3} = \frac{4b}{a}$$

$$\text{№ 112 (№ 112).}$$

$$\text{а) } \frac{48x^5}{49y^4} \cdot \frac{7y^2}{16x^3} = \frac{48x^5 \cdot 7y^2}{49y^4 \cdot 16x^3} = \frac{3x^2}{7y^2}; \text{ б) } \frac{18m^3}{11n^3} \cdot \frac{22n^4}{9m^2} = \frac{18m^3}{11n^3} \cdot \frac{22n^4}{9m^2} = 4mn,$$

$$в) (с) \quad -\frac{15p^4}{8q^6} \cdot \frac{16q^7}{25p^3} = \frac{15p^4 \cdot 16q^7}{8q^6 \cdot 25p^3} = -\frac{6p}{5q},$$

$$в) (г) \quad \frac{72x^4}{25y^5} \cdot \left(-\frac{2,5y^4}{27x^5}\right) = -\frac{72x^4 \cdot 2,5y^4}{25y^5 \cdot 27x^5} = -\frac{8 \cdot 25y^4}{3x \cdot 250y^5} = -\frac{8}{30xy} = -\frac{4}{15xy},$$

$$г) (д) \quad -\frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{21xy} = \frac{35ax^2 \cdot 8ab}{12b^2y \cdot 21xy} = -\frac{10a^2x}{9by^2};$$

$$е) (с) \quad -\frac{25x^3y^3}{14a^2b} \cdot \left(-\frac{21ab}{10x^2y^2}\right) = \frac{25x^3y^3 \cdot 21ab}{14a^2b \cdot 10x^2y^2} = \frac{15xy}{4a}.$$

$$\text{№ 113 (№ 113). а) (с)} \quad \frac{14a^2b}{3x^3} \cdot \frac{8x^2}{21a^2b} = \frac{14a^2b \cdot 8x^2}{3x^3 \cdot 21a^2b} = \frac{16}{9x};$$

$$б) (с) \quad \frac{9a^2}{25x^2y} \cdot \frac{5ax}{6y} = \frac{9a^2 \cdot 5ax}{25x^2y \cdot 6y} = \frac{3a^3}{10xy^2};$$

$$а) (в) \quad -\frac{10x^2y^2}{9a^2} \cdot \frac{27a^3}{5xy} = -\frac{6a^3x^2y^2}{a^2xy} = -6axy;$$

$$б) (г) \quad \frac{2m^3}{35a^3b^2} \cdot \left(-\frac{7a^2b}{6m^3}\right) = -\frac{2m^3 \cdot 7a^2b}{35a^3b^2 \cdot 6m^3} = -\frac{1}{15ab};$$

$$в) (д) \quad \frac{13x}{12mn^2} \cdot 4m^2n = \frac{13x \cdot 4m^2n}{12mn^2} = \frac{13mx}{3n};$$

$$г) (е) \quad -ab \cdot \left(-\frac{11x^2}{3a^2b^2}\right) = \frac{11abx^2}{3a^2b^2} = \frac{11x^2}{3ab}.$$

$$\text{№ 114 (№ 114). а)} \quad \frac{2a^2b}{3xy} \cdot \frac{3x^2y}{4ab^2} \cdot \frac{6ax}{15b^2} = \frac{2a^2b \cdot 3x^2y \cdot 6ax}{3xy \cdot 4ab^2 \cdot 15b^2} = \frac{a^2x^2}{5b^3};$$

$$б) \quad \frac{6m^3n^2}{35p^3} \cdot \frac{49n^4}{m^5p^3} \cdot \frac{5m^4p^2}{42n^6} = \frac{6 \cdot 49 \cdot 5m^3m^4n^2n^4p^2}{35 \cdot 42m^5n^6p^3p^3} = \frac{m^2}{p^4}.$$

№ 115 (№ 115).

$$а) \left(\frac{x}{2y}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^3}; \quad б) \left(\frac{3a}{c}\right)^4 = \frac{81a^4}{c^4}; \quad в) \left(\frac{n^2}{10m}\right)^3 = \frac{n^6}{1000m^3}; \quad г) \left(\frac{9a^3}{2b^2}\right)^2 = \frac{81a^6}{4b^4}$$

$$\text{№ 116 (№ 116). а)} \quad \left(\frac{2a}{p^2q^3}\right)^4 = \frac{16a^4}{p^8q^{12}}; \quad б) \quad \left(\frac{3a^2b^3}{s^4}\right)^2 = \frac{9a^4b^6}{s^8};$$

$$в) \quad \left(-\frac{2a^2b}{3mn^3}\right)^2 = \frac{4a^4b^2}{9m^2n^6}; \quad г) \quad \left(-\frac{3x^2}{2y^3}\right)^3 = -\frac{27x^6}{8y^9};$$

$$\text{№ 117 (№ 117) а) (с)} \quad \left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 = \frac{x^6}{y^4}, \quad б) (с) \quad \left(\frac{2a^2}{b^3}\right)^3 = \frac{8a^6}{b^9},$$

$$a) (B) \left(\frac{5a^3}{3b^2} \right)^4 = \frac{625a^{12}}{81b^8}; \quad 6) (r) \left(\frac{2x^2}{3y^3} \right)^5 = \frac{32x^{10}}{243y^{15}},$$

$$д) (c) \left(\frac{x^2 y^4}{4m^3} \right)^5 = \frac{x^{10} y^{20}}{1024m^{15}}; \quad e) (c) \left(\frac{3a^2}{b^2 c} \right)^4 = \frac{81a^8}{b^8 c^4};$$

$$B) (ж) \left(-\frac{10m^2}{n^2 p} \right)^3 = -\frac{1000m^6}{n^6 p^3}; \quad r) (3) \left(-\frac{b^3 c^2}{8a^3} \right)^2 = \frac{b^6 c^4}{64a^6}$$

$$\text{№ 118. (H). } a^2 + \frac{25}{a^2} = \left(a - \frac{5}{a} \right)^2 + 10 = 2^2 + 10 = 14$$

$$\text{№ 119 (№ 118). a) } \frac{x^2 - xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x} = \frac{x(x-y)y^2}{yx} = (x-y)y;$$

$$6) \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{ab + b^2}{9} = \frac{3ab(a+b)}{9b^2} = \frac{(a+b)a}{3b};$$

$$B) \frac{m-n}{mn} \cdot \frac{2mn}{mn-m^2} = \frac{(m-n)2mn}{m(n-m)mn} = -\frac{2}{m};$$

$$r) \frac{4ab}{cx+dx} \cdot \frac{ax+bx}{2ab} = \frac{4abx(a+b)}{2abx(c+d)} = \frac{2(a+b)}{c+d};$$

$$д) \frac{ma-mb}{3n^2} \cdot \frac{2m}{nb-na} = \frac{(ma-mb)2m}{(nb-na)3n^2} = \frac{2m \cdot m(a-b)}{3n^2 n(b-a)} = -\frac{2m^2}{3n^3};$$

$$e) \frac{ax-ay}{5x^2 y^2} \cdot \left(-\frac{5xy}{by-bx} \right) = -\frac{5xy(ax-ay)}{5x^2 y^2 (by-bx)} = -\frac{a(x-y)}{xyb(y-x)} = \frac{a(x-y)}{bxy(x-y)} = \frac{a}{bxy}$$

$$\text{№ 120 (№ 119). a) } (3a-15b) \cdot \frac{8}{a^2-25b^2} = \frac{8 \cdot 3(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{24}{a+5b}$$

$$6) (x^2-4) \cdot \frac{2x}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)}{x+2}$$

$$B) \frac{y}{3y^2-12} \cdot (y^2-4y+4) = \frac{y(y-2)^2}{3(y^2-4)} = \frac{y(y-2)^2}{3(y-2)(y+2)} = \frac{y(y-2)}{3(y+2)}$$

$$r) \frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2} (a^2-9b^2) = \frac{2ab(a-3b)(a+3b)}{(a-3b)^2} = \frac{2ab(a+3b)}{a-3b}$$

$$\text{№ 121 (№ 120). a) (c) } \frac{kx+k^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x+k} = \frac{xk(x+k)}{x^2(x+k)} = \frac{k}{x};$$

$$6) (c) \frac{ax+ay}{xy^2} \cdot \frac{x^2 y}{3x+3y} = \frac{ax(x+y)}{3y(x+y)} = \frac{ax}{3y};$$

$$a) (B) \frac{xy}{a^2+a^3} \cdot \frac{a+a^2}{x^2 y^2} = \frac{xy(a+a^2)}{x^2 y^2 (a^2+a^3)} = \frac{a(1+a)}{a^2 xy(1+a)} = \frac{1}{axy}$$

$$6) (r) \frac{6a}{x^2-x} \cdot \frac{2x-2}{3ax} = \frac{6a \cdot (2x-2)}{3ax(x^2-x)} = \frac{2 \cdot 6(x-1)}{3x^2(x-1)} = \frac{4}{x^2}.$$

№ 122 (№ 121).

$$a) (c) \frac{x^2-y^2}{2xy} \cdot \frac{2x}{x+y} = \frac{2x(x^2-y^2)}{2xy(x+y)} = \frac{2x(x-y)(x+y)}{2xy(x+y)} = \frac{x-y}{y};$$

$$6) (c) \frac{4x^2}{x^2-9} \cdot \frac{3a-ax}{4x} = \frac{4x^2(3a-ax)}{4x(x^2-9)} = \frac{ax(3-x)}{(x-3)(x+3)} = -\frac{ax}{x+3};$$

$$a) (B) \frac{y^2-16}{10xy} \cdot \frac{5y}{3y+12} = \frac{5y(y^2-16)}{10xy(3y+12)} = \frac{5y(y-4)(y+4)}{10xy(3y+12)} = \\ = \frac{(y-4)(y+4)}{2 \cdot 3x(y+4)} = \frac{y-4}{6x};$$

$$6) (r) \frac{b-a}{a} \cdot \frac{3ab}{a^2-b^2} = \frac{3ab(b-a)}{a(a-b)(a+b)} = -\frac{3b}{a+b}.$$

$$\text{№ 123 (№ 122). } a) \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{7a-7b}{a^2+a} = \frac{(a^2-1)(7a-7b)}{(a-b)(a^2+a)} = \frac{7(a-b)(a^2-1)}{(a-b)(a^2+a)} = \\ = \frac{7(a-1)(a+1)(a-b)}{a(a+1)(a-b)} = \frac{7(a-1)}{a};$$

$$6) \frac{b^2+2bc}{b+3} \cdot \frac{5b+15}{b^2-4c^2} = \frac{(b^2+2bc)(5b+15)}{(b+3)(b^2-4c^2)} = \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b+3)(b^2-4c^2)} = \\ = \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b-2c)(b+2c)(b+3)} = \frac{5b}{b-2c};$$

$$B) \frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} = \frac{(x+3)^2(x-2)(x+2)}{2(x-2) \cdot 3(x+3)} = \frac{(x+3)(x+2)}{6};$$

$$r) \frac{(y-5)^2}{2y+12} \cdot \frac{y^2-36}{2y-10} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{(2y+12)(2y-10)} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} = \\ = \frac{(y-5)^2(y-6)(y+6)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} = \frac{(y-5)(y-6)}{4}.$$

№ 124 (№ 123).

$$a) \frac{(5mn-m)(16m^2-n^2)}{(4m+n)(5n-1)} = \frac{m(5n-1)(4m-n)(4m+n)}{(5n-1)(4m+n)} = m(4m-n).$$

Найдем значение этого выражения при $m = \frac{1}{4}; n = -3$:

$$m(4m-n) = \frac{1}{4} \cdot \left(4 \cdot \frac{1}{4} + 3\right) = \frac{1}{4} (1+3) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1;$$

$$6) \frac{(x+2)^2(2x+6)}{(3x+9)(x^2-4)} = \frac{2(x+2)^2(x+3)}{3(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)}.$$

Найдем значение этого выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(0,5+2)}{3(0,5-2)} = \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot (-1,5)} = \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot 1,5} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$$

Найдем значение этого выражения при $x = -1,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(-1,5+2)}{3(-1,5-2)} = \frac{2 \cdot 0,5}{3 \cdot (-3,5)} = \frac{1}{-10,5} = -\frac{2}{21}$$

Ответ: а) 1; б) $-1\frac{1}{9}$; $-\frac{2}{21}$.

$$\text{№ 125 (№ 124). а) (с)} \quad \frac{x^2-1}{5xy} \cdot \frac{x^2y}{1+x} = \frac{x^2y(x-1)(x+1)}{5xy(1+x)} = \frac{x(x-1)}{5},$$

$$\begin{aligned} \text{б) (с)} \quad \frac{8n^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-4m}{6n} &= \frac{8n^2(m^2-4m)}{6n(m^2-16)} = \frac{8mn(m-4)}{6(m^2-16)} = \frac{4nm(m-4)}{3(m-4)(m+4)} = \\ &= \frac{4nm}{3(m+4)}; \end{aligned}$$

$$\text{а) (в)} \quad \frac{a^2-b^2}{a^2-3a} \cdot \frac{2a-6}{(a+b)^2} = \frac{(2a-6)(a^2-b^2)}{(a^2-3a)(a+b)^2} = \frac{2(a-3)(a-b)(a+b)}{a(a-3)(a+b)(a+b)} = \frac{2(a-b)}{a(a+b)}$$

$$\text{б) (г)} \quad \frac{bx+3b}{x^2-25} \cdot \frac{(x-5)^2}{ax+3a} = \frac{(bx+3b)(x-5)(x-5)}{(x-5)(x+5)(ax+3a)} = \frac{b(x+3)(x-5)}{a(x+5)(x+3)} = \frac{b(x-5)}{a(x+5)}$$

№ 126 (№ 125).

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{mx^2-my^2}{2m+8} \cdot \frac{3m+12}{my+mx} &= \frac{(mx^2-my^2)(3m+12)}{(2m+8)(my+mx)} = \frac{3(mx^2-my^2)(m+4)}{(2m+8)(my+mx)} = \\ &= \frac{3m(x^2-y^2)(m+4)}{2m(m+4)(y+x)} = \frac{3(x-y)(x+y)(m+4)}{2(m+4)(x+y)} = \frac{3(x-y)}{2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{7x+7y} &= \frac{(ax+ay)(x^2-xy)}{(x^2-2xy+y^2)(7x+7y)} = \\ &= \frac{ax(x+y)(x-y)}{7(x-y)^2(x+y)} = \frac{ax(x-y)}{7(x-y)^2} = \frac{ax}{7(x-y)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{x^3-y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} &= \frac{(x^3-y^3)(x^2-y^2)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} = \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x+y)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} = (x-y)^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{a^2-1}{a^3+1} \cdot \frac{a^2-a+1}{a^2+2a+1} &= \frac{(a^2-1)(a^2-a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)(a^2+2a+1)} = \\ &= \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^3} = \frac{a-1}{(a+1)^2}; \end{aligned}$$

$$\text{д) (c)} \frac{b^3 - 8}{b^2 - 9} \cdot \frac{b + 3}{b^2 + 2b + 4} = \frac{(b - 2)(b^2 + 2b + 4)(b + 3)}{(b - 3)(b + 3)(b^2 + 2b + 4)} = \frac{b - 2}{b + 3};$$

$$\text{е) (c)} \frac{c^2 + 6c + 9}{c^3 + 27} \cdot \frac{c^2 - 3c + 9}{3c + 9} = \frac{(c + 3)^2(c^2 - 3c + 9)}{3(c + 3)(c^2 - 3c + 9)(c + 3)} = \frac{1}{3}.$$

№ 127 (№ 126).

$$\text{а) } \frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} \cdot \frac{x^2 - 16}{2x - 10} = \frac{(x - 5)^2 \cdot (x^2 - 16)}{(3x + 12) \cdot 2(x - 5)} = \frac{(x - 5)(x - 4)(x + 4)}{6(x + 4)} = \frac{(x - 5)(x - 4)}{6};$$

$$\text{б) } \frac{1 - a^2}{4a + 8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a} = \frac{(1 - a)(1 + a) \cdot (a + 2b)^2}{4 \cdot (a + 2b) \cdot (1 - a) \cdot 3} = \frac{(1 + a)(a + 2b)}{12};$$

$$\text{в) } \frac{y^2 - 25}{y^2 + 12y + 36} \cdot \frac{3y + 18}{2y + 10} = \frac{(y - 5)(y + 5) \cdot 3 \cdot (y + 6)}{(y + 6)^2 \cdot 2 \cdot (y + 5)} = \frac{3(y - 5)}{2(y + 6)};$$

$$\text{г) } \frac{b^3 + 8}{18b^2 + 27b} \cdot \frac{2b + 3}{b^2 - 2b + 4} = \frac{(b + 2)(b^2 - 2b + 4) \cdot (2b + 3)}{9b(2b + 3)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{b + 2}{9b}.$$

№ 128. (н). Пусть $\frac{a}{b} = \left(\frac{c}{d}\right)^2 = \frac{c^2}{d^2}$, тогда $ab = \frac{a}{b} \cdot b^2 = \frac{c^2}{d^2} \cdot b^2 = \left(\frac{cb}{d}\right)^2$.

Упражнения для повторения

№ 129 (№ 127). а) (с) $\frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{6a^2 + 2ab + 3ac + bc} =$

$$= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{2a(3a + b) + c(3a + b)} =$$

$$= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{(3a + b)(2a + 3c) - (2a + c)(2b - 3a) - 2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{6a^2 + 9ac + 2ab + 3bc - 4ab + 6a^2 - 2bc + 3ac - 6ac - 2bc}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{12a^2 + 6ac - 2ab - bc}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a(2a + c) - b(2a + c)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{(2a + c)(6a - b)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a - b}{3a + b},$$

б) $\frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a^2 - ab + bc - ac} + \frac{a + 3b}{b - a} + \frac{a + 2c}{a - c} = \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a(a - b) - c(a - b)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} =$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{(a - b)(a - c)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} =$$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc - (a - c)(a + 3b) + (a - b)(a + 2c)}{(a - b)(a - c)} =$$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc - a^2 - 3ab + ac + 3bc + a^2 + 2ac - ab - 2bc}{(a-b)(a-c)} =$$

$$= \frac{a^2 - ac + 4bc - 4ab}{(a-b)(a-c)} = \frac{a(a-c) - 4b(a-c)}{(a-b)(a-c)} = \frac{(a-c)(a-4b)}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-4b}{a-b}$$

№ 130 (№ 128). Первые 30 км велосипедист проехал за $\frac{30}{v}$ ч; на втором этапе пути его скорость была $-(v+2)$ км/ч, значит он проехал его за $\frac{17}{v+2}$ ч. Тогда всего ему потребовалось:

$$\frac{30}{v} + \frac{17}{v+2} = \frac{30(v+2) + 17v}{v(v+2)} = \frac{47v + 60}{v(v+2)}.$$

а) Подставим $v=15$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 15 + 60}{15(15+2)} = \frac{705 + 60}{15 \cdot 17} = \frac{765}{255} = 3 \text{ (ч)}.$$

б) Подставим $v=18$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 18 + 60}{18(18+2)} = \frac{846 + 60}{18 \cdot 20} = \frac{906}{360} \text{ (ч)} = 2 \text{ ч } 31 \text{ мин.}$$

№ 129. (с). На рисунке изображены графики данных функций.

Найдем координаты точки пересечения:

I. А (1,5; 2,6) – из рисунка.

II. Найдем координаты точки пересечения

графиков данных функций из уравнения:

$$1,2x + 0,9 = -1,3x + 4,4; \quad 1,2x + 1,3x = 4,4 - 0,9;$$

$$2,5x = 3,5; \quad x = 3,5 : 2,5; \quad x = 1,4.$$

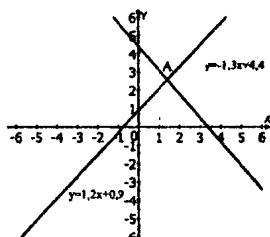
$$\text{Тогда } y = 1,2 \cdot 1,4 + 0,9;$$

$$y = 1,68 + 0,9; \quad y = 2,58; \quad \text{т.е. } A(1,4; 2,58).$$

Абсолютная погрешность приближенного значения абсциссы равна

$$|1,4 - 1,5| = |-0,1| = 0,1; \quad \text{абсолютная погрешность приближенного значения}$$

$$\text{ординаты равна } |2,58 - 2,6| = |-0,02| = 0,02.$$



№ 131 (№ 130). а) $3x + b = a; \quad 3x = a - b; \quad x = \frac{a-b}{3};$

б) $b - 7x = a - b; \quad 7x = 2b - a; \quad x = \frac{2b-a}{7};$

в) $\frac{x}{a} + 1 = b; \quad \frac{x}{a} = b - 1; \quad x = a(b - a);$

г) $b - \frac{x}{10} = a; \quad 10b - x = 10a; \quad x = 10b - 10a = 10(b - a).$

6. Деление дробей

№ 132 (№ 131). а) $\frac{5m}{6n} : \frac{15m^2}{8} = \frac{5m \cdot 8}{6n \cdot 15m^2} = \frac{40m}{90m^2n} = \frac{4m}{9m^2n} = \frac{4}{9mn};$

$$6) \frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2} = \frac{14 \cdot 2y^2}{9x^3 \cdot 7x} = \frac{14 \cdot 2y^2}{7 \cdot 9x^4} = \frac{4y^2}{9x^4}; \text{ в) } \frac{a^2}{12b} : \frac{ab}{36} = \frac{36a^2}{12b \cdot ab} = \frac{3a}{b^2}.$$

$$r) \frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2} = \frac{3x \cdot 5a^2}{10a^3} = \frac{15xa^2}{10a^3} = \frac{3x}{2a};$$

$$д) \frac{11x}{4y^2} : (22x^2) = \frac{11x}{4y^2} : \frac{22x^2}{1} = \frac{11x \cdot 1}{4y^2 \cdot 22x^2} = \frac{1}{8xy^2};$$

$$e) 27a^3 : \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3}{1} : \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3 \cdot 7b^2}{18a^4} = \frac{21b^2}{2a};$$

$$ж) \frac{18c^4}{7d} : (9c^2d) = \frac{18c^4}{7d} : \frac{9c^2d}{1} = \frac{18c^4}{7d \cdot 9c^2d} = \frac{2c^2}{7d^2};$$

$$з) 35x^5y : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y}{1} : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y \cdot 34}{7x^3} = 170x^2y.$$

$$\text{№ 133 (№ 132). а) } \frac{6x^2}{5y} : \frac{3x}{10y^3} = \frac{6x^2 \cdot 10y^3}{3x \cdot 5y} = \frac{4x^2y^3}{xy} = 4xy^2;$$

$$6) (c) \frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} = \frac{(a+2)^2(4+b)^2}{(4-b^2)(4+b^2)(2-a)(2+a)} = ;$$

$$в) (c) \frac{12p^2}{7d^2} : \frac{6p^3}{35d^2} = \frac{12p^2 \cdot 35d^2}{7d^4 \cdot 6p^3} = \frac{10}{pd^2};$$

$$r) (c) -\frac{9y^2}{20x^3} : \frac{y^5}{16x} = -\frac{9y^2 \cdot 16x}{20x^3y^5} = -\frac{36 \cdot 4xy^2}{4 \cdot 5x^3y^5} = -\frac{36}{5x^2y^3};$$

$$6) \frac{8c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d} = \frac{8c}{21d^2} \cdot \frac{7d}{6c^2} = \frac{4}{3d \cdot 3c} = \frac{4}{9cd};$$

$$в) (д) \frac{3ab}{4xy} : \left(-\frac{21a^2b}{10x^2y} \right) = -\frac{3ab \cdot 10x^2y}{21a^2b \cdot 4xy} = -\frac{5x}{14a};$$

$$r) (e) -\frac{18a^2b^2}{5cd} : \left(-\frac{9ab^3}{5c^2d^4} \right) = \frac{18a^2b^2 \cdot 5c^2d^4}{5cd \cdot 9ab^3} = \frac{2acd^3}{b}.$$

$$\text{№ 134 (№ 133). а) } \frac{6x^2}{m^3n} : \frac{x}{3mn^2} = \frac{6x^2 \cdot 3mn^2}{xm^3n} = \frac{18x^2mn^2}{xm^3n} = \frac{18xn}{m^2};$$

$$6) \frac{35x^2y}{12ab} : \frac{7xy}{8ab^2} = \frac{35x^2y \cdot 8ab^2}{12ab \cdot 7xy} = \frac{10ab^2x^2y}{3abxy} = \frac{10bx}{3};$$

$$в) (c) \frac{a^2b^3}{11mn^2} : \left(-\frac{4ab^3}{33mn} \right) = \frac{a^2b^3 \cdot 33mn}{11mn^2 \cdot 4ab^3} = -\frac{3a^2b^3mn}{4ab^3mn^2} = -\frac{3a}{4n};$$

$$г) (c) -\frac{6xy^2}{5ab} : \left(\frac{9x^2y^2}{10ab} \right) = -\frac{6xy^2 \cdot 10ab}{5ab \cdot 9x^2y^2} = -\frac{4}{3x};$$

$$\text{в) (д)} \quad \frac{8mx^2}{3y^3} : (4m^2x) = \frac{8mx^2}{3y^3} : \frac{4m^2x}{1} = \frac{8mx^2 \cdot 1}{3y^3 \cdot 4m^2x} = \frac{2x}{3my^3};$$

$$\text{г) (е)} \quad 15a^2bx : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx}{1} : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx \cdot 30x^2}{a^3b^2} = \frac{450x^3}{ab}.$$

$$\text{№ 135 (№ 134). а)} \quad \frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} : \frac{5y}{3x} = \frac{3x^2 \cdot 2y^2 \cdot 5y}{5y^3 \cdot 9x^3 \cdot 3x} = \frac{2}{9x^3};$$

$$\text{б)} \quad \frac{7p^4}{10q^3} : \frac{5q}{14p^2} : \frac{3p}{4q^4} = \frac{7p^4 \cdot 5q \cdot 4q^4}{10q^3 \cdot 14p^2 \cdot 3p} = \frac{pq^2}{3};$$

$$\text{в) (с)} \quad \frac{2ab}{3c^2d} : \frac{2cd^2}{9ab} : \frac{a^2b}{c^3d} = \frac{2ab \cdot 9ab \cdot c^3d}{3c^2d \cdot 2cd^2 \cdot a^2b} = \frac{3a^2b^2c^3d}{a^2bc^3d^3} = \frac{3b}{d^2};$$

$$\text{г) (с)} \quad \frac{8x^2y}{7ab^2} : \frac{4xy^2}{7a^2b} : \frac{2x^2y}{ab} = \frac{8x^2y \cdot 7a^2b \cdot ab}{7ab^2 \cdot 4xy^2 \cdot 2x^2y} = \frac{a^3b^2x^2y}{ab^2x^3y^3} = \frac{a^2}{xy^2}.$$

$$\text{№ 136 (№ 135). а)} \quad \frac{11m^4}{6n^2} : \frac{5m}{6n^3} : \frac{11n^3}{12m^3} = \frac{11m^4 \cdot 5m \cdot 12m^3}{6n^2 \cdot 6n^3 \cdot 11n^3} = \frac{10m^8}{6n^8} = \frac{5m^8}{3n^8};$$

$$\text{б)} \quad \frac{8x^3}{7y^3} : \frac{4x^4}{49y^2} : \frac{7x}{y^2} = \frac{8x^3 \cdot 49y^2 \cdot y^2}{7y^3 \cdot 4x^4 \cdot 7x} = \frac{2y}{x^2};$$

$$\text{в) (с)} \quad \frac{4c^3d^2}{9a^3x^3} : \frac{2cd^2}{3a^2x} : \frac{2cd}{3a^2x^2} = \frac{4c^3d^2 \cdot 3a^2x \cdot 3a^2x^2}{9a^3x^3 \cdot 2cd^2 \cdot 2cd} = \frac{ac}{d};$$

$$\text{г) (с)} \quad \frac{2ax}{yz} : \frac{3bx}{ay} : \frac{9b^2z}{8a^2xy} = \frac{2ax \cdot ay \cdot 9b^2z}{yz \cdot 3bx \cdot 8a^2xy} = \frac{3a^2xyb^2z}{4a^2x^2y^2bz} = \frac{3b}{4xy}.$$

$$\text{№ 137 (№ 136). а)} \quad \frac{m^2 - 3m}{8x^2} : \frac{3m}{8x} = \frac{m(m-3) \cdot 8x}{3m \cdot 8x^2} = \frac{m-3}{3x};$$

$$\text{б)} \quad \frac{5a^2}{6b^3} : \frac{a^3}{ab-b^2} = \frac{5 \cdot b(a-b)}{6ab^3} = \frac{5(a-b)}{6ab^2};$$

$$\text{в)} \quad \frac{x^2 + x^3}{11a^2} : \frac{4+4x}{a^3} = \frac{a^3(x^2 + x^3)}{11a^2(4+4x)} = \frac{ax^2(1+x)}{11 \cdot 4(1+x)} = \frac{ax^2}{44};$$

$$\text{г)} \quad \frac{6ax}{m^2 - 2m} : \frac{8ax}{3m - 6} = \frac{6ax(3m-6)}{8ax(m^2 - 2m)} = \frac{3 \cdot 3(m-2)}{4m(m-2)} = \frac{9}{4m};$$

$$\text{д)} \quad \frac{a^2 - 3ab}{3b} : (7a - 21b) = \frac{a(a-3b)}{3 \cdot 7b(a-3b)} = \frac{a}{21b};$$

$$\text{е)} \quad (x^2 - 4y^2) : \frac{5x-10y}{x} = \frac{(x^2 - 4y^2)}{1} : \frac{5x-10y}{x} = \frac{(x-2y)(x+2y)x}{5(x-2y)} = \frac{x(x+2y)}{5};$$

$$\begin{aligned} \text{ж)} \quad (2a-b)^2 : \frac{4a^3 - ab^2}{3} &= \frac{(2a-b)^2}{1} : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{3(2a-b)^2}{a(4a^2 - b^2)} = \\ &= \frac{3(2a-b)^2}{a(2a-b)(2a+b)} = \frac{3(2a-b)}{a(2a+b)}; \end{aligned}$$

$$3) (10m-15n) : \frac{(2m-3n)^2}{2m} = \frac{(10m-15n)}{1} : \frac{(2m-3n)^2}{2m} =$$

$$= \frac{5(2m-3n)2m}{(2m-3n)(2m-3n)} = \frac{10m}{(2m-3n)}.$$

№ 138 (№ 137).

$$a) (c) \frac{x^2-4y^2}{xy} : \frac{x^2-2xy}{3y} = \frac{(x^2-4y^2)3y}{(x^2-2xy)xy} = \frac{3y(x-2y)(x+2y)}{yx^2(x-2y)} = \frac{3(x+2y)}{x^2}.$$

$$6) (c) \frac{ab^2}{a^2-1} : \frac{5b}{a-a^2} = \frac{a \cdot ab^2(1-a)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b^2(a-1)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b}{5(a+1)};$$

$$B) (c) \frac{a^2-3a}{a^2-25} : \frac{a^2-9}{a^2+5a} = \frac{(a^2-3a)(a^2+5a)}{(a^2-25)(a^2-9)} =$$

$$= \frac{a \cdot a(a-3)(a+5)}{(a-5)(a+5)(a-3)(a+3)} = \frac{a^2}{(a-5)(a+3)};$$

$$r) (c) \frac{3m^2-3n^2}{m^2+mp} : \frac{6m-6n}{p+m} = \frac{(3m^2-3n^2)(p+m)}{(m^2+mp)(6m-6n)} =$$

$$= \frac{3(m-n)(m+n)(m+p)}{3 \cdot 2m(m+p)(m-n)} = \frac{m+n}{2m};$$

$$a) (д) (x+3y) : (x^2-9y^2) = \frac{(x+3y)}{1} : \frac{(x^2-9y^2)}{1} =$$

$$= \frac{x+3y}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{1}{x-3y};$$

$$6) (e) (a^2-6ab+9b^2) : (a^2-9b^2) = \frac{(a-3b)^2}{1} : \frac{(a^2-9b^2)}{1} =$$

$$= \frac{(a-3b)^2}{a^2-9b^2} = \frac{(a-3b)^2}{(a-3b)(a+3b)} = \frac{a-3b}{a+3b};$$

$$B) \frac{x^2-49y^2}{49y^2+14xy+x^2} = \frac{(x-7y)(x+7y)}{(x+7y)^2} = \frac{x-7y}{x+7y};$$

$$r) \frac{(m-4n)^2}{32n^2-2m^2} = \frac{(m-4n)^2}{2 \cdot (4n-m)(4n+m)} = \frac{4n-m}{8n+2m}.$$

$$\text{№ 139 (№ 138). } a) \frac{x^2-xy}{9y^2} : \frac{2x}{3y} = \frac{x(x-y)3y}{2x \cdot 9y^2} = \frac{x-y}{6y};$$

$$6) \frac{2a^3-a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3} = \frac{(2a^3-a^2b)9b^3}{36b^2(2a-b)} = \frac{a^2(2a-b)b}{4(2a-b)} = \frac{a^2b}{4};$$

$$B) (m^2-16n^2) : \frac{3m+12n}{mn} = \frac{(m^2-16n^2)}{1} \cdot \frac{3m+12n}{mn} =$$

$$= \frac{mn(m-4n)(m+4n)}{3(m+4n)} = \frac{mn(m-4n)}{3};$$

$$\text{г) (c)} \quad (x^2 - 25y^2) : (x^2 + 10xy + 25y^2) = \frac{x^2 - 25y^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} =$$

$$= \frac{(x-5y)(x+5y)}{(x+5y)^2} = \frac{x-5y}{x+5y};$$

$$\text{д) (c)} \quad \frac{c^2 + 4c}{c^2 - 4} : \frac{3c + 12}{c - 2} = \frac{(c^2 + 4c)(c - 2)}{(c^2 - 4)(3c + 12)} =$$

$$= \frac{c(c+4)(c-2)}{3(c+4)(c-2)(c+2)} = \frac{c}{3(c+2)};$$

$$\text{г) (e)} \quad \frac{9p^2 - 1}{pq - 2q} : \frac{1 - 3p}{3p - 6} = \frac{(9p^2 - 1)(3p - 6)}{(pq - 2q)(1 - 3p)} = \frac{3(9p^2 - 1)(p - 2)}{q(p - 2)(1 - 3p)} =$$

$$= \frac{3(3p - 1)(3p + 1)(p - 2)}{-q(p - 2)(3p - 1)} = -\frac{3(3p + 1)}{q}.$$

№ 140 (№ 139).

$$\text{а) } \frac{4x^2 - 4x}{x + 3} : \frac{(2x - 2)}{1} = \frac{4x^2 - 4x}{(2x - 2)(x + 3)} = \frac{4x(x - 1)}{2(x - 1)(x + 3)} = \frac{2x}{x + 3}$$

$$\text{подставим } x = 2,5, \text{ получим: } \frac{2x}{x + 3} = \frac{2 \cdot 2,5}{2,5 + 3} = \frac{5}{5,5} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11}$$

$$\text{подставим } x = -1, \text{ получим: } \frac{2x}{x + 3} = \frac{2 \cdot (-1)}{-1 + 3} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{б) } \frac{(3a + 6b)}{1} : \frac{2a^2 - 8b^2}{a + b} = \frac{(3a + 6b)(a + b)}{2a^2 - 8b^2} = \frac{3(a + 2b)(a + b)}{2(a^2 - 4b^2)} =$$

$$= \frac{3(a + 2b)(a + b)}{2(a - 2b)(a + b)} = \frac{3(a + 2b)}{2(a - 2b)}; \text{ подставим } a = 26, \text{ получим}$$

$$\frac{3(a + 2b)}{2(a - 2b)} = \frac{3(26 - 12)}{2(26 - 2(-12))} = \frac{3 \cdot 14}{2(26 + 24)} = \frac{42}{2 \cdot 50} = \frac{42}{100} = 0,42$$

Ответ: а) $\frac{10}{11}$; -1; б) 0,42.

$$\text{№ 141 (№ 140). а) } \frac{3x + 6y}{x^2 - y^2} : \frac{5x + 10y}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{(3x + 6y)(x^2 - 2xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(5x + 10y)} =$$

$$= \frac{3(x + 2y)(x - y)^2}{5(x - y)(x + y)(x + 2y)} = \frac{3(x - y)}{5(x + y)};$$

$$\text{б) } \frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} = \frac{(a + 2)^2(4 + b^2)}{(4 - b^2)(4 + b^2)(2 - a)(2 + a)} = \frac{a + 2}{(4 - b^2)(2 - a)}.$$

$$\text{в) (c)} \quad \frac{a^2 + ax + x^2}{ax + 2ay} : \frac{a^3 - x^3}{bx + 2by} = \frac{b(a^2 + ax + x^2)(x + 2y)}{a(x + 2y)(a - x)(a^2 + ax + x^2)} = \frac{b}{a(a - x)}$$

$$\text{r) (c)} \quad \frac{4m^2 - 25n^2}{m^3 + 8} : \frac{2m + 5n}{m^2 - 2m + 4} = \frac{(4m^2 - 25n^2)(m^2 - 2m + 4)}{(m^3 + 8)(2m + 5n)} =$$

$$= \frac{(2m + 5n)(2m - 5n)(m^2 - 2m + 4)}{(m + 2)(m^2 - 2m + 4)(2m + 5n)} = \frac{2m - 5n}{m + 2}.$$

$$\text{№ 142 (№ 141). a) (c)} \quad \frac{m^2 + 6m + 9}{2x^2y} : \frac{am + 3a}{4xy} = \frac{(m^2 + 6m + 9)4xy}{(am + 3a)2x^2y} =$$

$$= \frac{(m + 3)^2 4xy}{a(m + 3)2x^2y} = \frac{2(m + 3)}{ax};$$

$$\text{б) (c)} \quad \frac{ab^3}{7 - 7p} : \frac{a^2b^2}{1 - 2p + p^2} = \frac{ab^3(1 - 2p + p^2)}{(7 - 7p)a^2b^2} = \frac{b^2(1 - p)^2}{7(1 - p)ab} = \frac{b(1 - p)}{7a}$$

$$\text{a) (в)} \quad \frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1} : \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} = \frac{(a^2 + ax + x^2)(x^2 - 1)}{(x - 1)(a^3 - x^3)} =$$

$$= \frac{(x - 1)(x + 1)(a^2 + ax + x^2)}{(x - 1)(a - x)(a^2 + ax + x^2)} = \frac{x + 1}{a - x};$$

$$\text{б) (г)} \quad \frac{ap^2 - 9a}{p^3 - 8} : \frac{p + 3}{2p - 4} = \frac{(ap^2 - 9a)(2p - 4)}{(p^3 - 8)(p + 3)} = \frac{a(p^2 - 9)(2p - 4)}{(p^3 - 8)(p + 3)} =$$

$$= \frac{2a(p - 3)(p + 3)(p - 2)}{(p - 2)(p^2 + 2p + 4)(p + 3)} = \frac{2a(p - 3)}{p^2 + 2p + 4}.$$

$$\text{№ 143. (н).} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}; \quad c = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{ab}{a+b};$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a} = \frac{a - c}{ac}; \quad b = \frac{ac}{a - c}.$$

Упражнения для повторения

№ 144 (№ 142).

$$\text{a)} \quad \frac{2b}{2b + 3} + \frac{5}{3 - 2b} - \frac{4b^2 + 9}{4b^2 - 9} = \frac{2b}{2b + 3} - \frac{5}{2b - 3} - \frac{4b^2 + 9}{(2b - 3)(2b + 3)} =$$

$$= \frac{2b(2b - 3) - 5(2b + 3) - (4b^2 + 9)}{(2b - 3)(2b + 3)} = \frac{4b^2 - 6b - 10b - 15 - 4b^2 - 9}{(2b - 3)(2b + 3)} =$$

$$= -\frac{8(2b + 3)}{(2b - 3)(2b + 3)} = -\frac{8}{2b - 3} = \frac{8}{3 - 2b};$$

$$\text{б)} \quad \frac{c + 6b}{ac + 2bc - 6ab - 3a^2} + \frac{2b}{a^2 + 2ab} - \frac{b}{ac - 3a^2} =$$

$$= \frac{c + 6b}{c(a - 2b) - 3a(2b + a)} + \frac{2b}{a(a + 2b)} - \frac{b}{a(c - 3a)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{c+6b}{(a+2b)(c-3a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
 &= \frac{a(c+6b) + 2b(c-3a) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
 &= \frac{ac + 6ba + 2bc - 6ab - ab - 2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{ac + 2bc - ab - 2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
 &= \frac{c(a+2b) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{(a+2b)(c-b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{c-b}{a(c-3a)}.
 \end{aligned}$$

№ 145 (№ 143). Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда $(10 - x)$

км/ч – скорость лодки против течения; 45 мин = $\frac{3}{4}$ ч; за $\frac{3}{4}$ ч лодка про-

шла – $\frac{3}{4}(10 - x)$ км; $(3 \cdot x)$ км – лодка прошла обратно до пристани после того, как испортился мотор. Получаем уравнение:

$$\frac{3}{4}(10 - x) = 3x; \quad \frac{30}{4} - \frac{3}{4}x = 3x; \quad \frac{30}{4} = \frac{15}{4}x; \quad x = \frac{30}{4} : \frac{15}{4} = 2. \quad \text{Ответ: 2 км/ч.}$$

№ 146 (№ 144). а) $2cy = ab; c = \frac{ab}{2y}$; б) $2cy = ab; a = \frac{2cy}{b}$.

№ 145. (с). а) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac = ab; c(a+b) = ab; c = \frac{ab}{a+b}$;

б) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac = ab$;

$$bc - ab = -ac; b(c - a) = -ac;$$

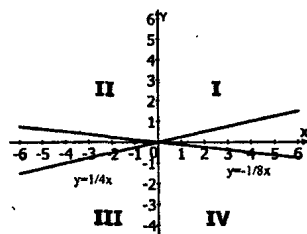
$$b = -\frac{ac}{c-a}; b = \frac{ac}{a-c}.$$

№ 147 (№ 146).

На рисунке изображены графики данных функций.

При $k > 0$ график в I и III четвертях;

При $k < 0$ график во II и IV четвертях.



7. Преобразование рациональных выражений

№ 148 (№ 147).

$$\text{а) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) = \frac{x^2 - y^2}{xy^2} : \frac{x+y}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)xy}{(x+y)xy^2} = \frac{x-y}{y};$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } &\left(\frac{a}{m^2} + \frac{a^2}{m^3} \right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a} \right) = \frac{am + a^2}{m^3} : \frac{m^2 + am}{a^2} = \\
 &= \frac{a^2(am + a^2)}{m^3(m^2 + am)} = \frac{a^2 \cdot a(m+a)}{m^3 \cdot m(m+a)} = \frac{a^3}{m^4};
 \end{aligned}$$

$$\text{в)} \frac{ab+b^2}{3} : \frac{b^3}{3a} + \frac{a+b}{b} = \frac{3a(ab+b^2)}{3b^3} + \frac{a+b}{b} = \\ = \frac{ab(a+b)}{b^3} + \frac{a+b}{b} = \frac{a^2+ab+ab+b^2}{b^2} = \frac{(a+b)^2}{b^2};$$

$$\text{г)} \frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} : \frac{x^2-xy}{5y} = \frac{x-y}{x} - \frac{5y(x^2-xy)}{5x^2y} = \\ = \frac{x-y}{x} - \frac{5yx(x-y)}{5x^2y} = \frac{x-y}{x} - \frac{x-y}{x} = 0.$$

$$\text{№ 149 (№ 148). а)} \left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) \cdot \frac{1+x}{2x-1} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x+1)(2x-1)} = \frac{2x+1}{2x-1};$$

$$\text{б)} \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y} \right) = \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(\frac{1-y-1}{1-y} \right) = \\ = -\frac{5y^2(1-y)}{y(1-y^2)} = -\frac{5y(1-y)}{(-y)(1+y)} = -\frac{5y}{1+y};$$

$$\text{в)} \left(\frac{4a}{2-a} - a \right) : \frac{a+2}{a-2} = \left(\frac{4a-a(2-a)}{2-a} \right) : \frac{a+2}{a-2} = \\ = \frac{4a-2a+a^2}{2-a} : \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a^2+2a)(a-2)}{(2-a)(a+2)} = -a;$$

$$\text{г)} \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x} \right) = \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(\frac{x(2-x)+x}{2-x} \right) = \frac{(x-2)(2x-x^2+x)}{(x-3)(2-x)} = \\ = \frac{-(x-2)(x^2-3x)}{-(x-3)(x-2)} = \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-2)} = x.$$

№ 150 (№ 149).

$$\text{а)} \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5} = \frac{(2m+1)^2 - (2m-1)^2}{(2m-1)(2m+1)} : \frac{4m}{10m-5} = \\ = \frac{(4m^2+4m+1-4m^2+4m-1)(10m-5)}{(2m-1)(2m+1) \cdot 4m} = \frac{8m(10m-5)}{4m(2m-1)(2m+1)} = \frac{10}{2m+1};$$

$$\text{б)} \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} \right) = \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x^2+6x+9+x^2-6x+9}{(x-3)(x+3)} \right) = \\ = \frac{(x+3)(2x^2+18)}{(x^2+3)(x-3)(x+3)} = \frac{2(x^2+9)}{(x-3)(x^2+3)}.$$

№ 151 (№ 150).

$$\text{а)} \frac{a^2-9}{2a^2+1} : \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3} \right) = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a^2+18a+a+3+6a^2-18a-a+3}{(a-3)(a+3)} \right) = \\ = \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{12a^2+6}{(a-3)(a+3)} \right) = \frac{6(a-3)(a+3)(2a^2+1)}{(2a^2+1)(a-3)(a+3)} = 6;$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\
 & = \frac{(5x+y)(x+5y) + (x-5y)(5x-y)}{(x-5y)(x+5y)} : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\
 & = \frac{(5x^2+25xy+xy+5y^2+5x^2-xy-25xy+5y^2)(x^2-25y^2)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = \\
 & = \frac{10(x^2+y^2)(x-5y)(x+5y)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = 10.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 151. (c). a)} & \left(\frac{a}{b^2-ab} + \frac{b}{a^2-ab} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \left(\frac{a}{b(b-a)} + \frac{b}{a(a-b)} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \\
 & = \frac{a^2-b^2}{ab(b-a)} \cdot \frac{ab}{b-a} = \frac{(a-b)(a+b)ab}{ab(b-a)(b-a)} = \frac{ab(a-b)(a+b)}{ab(a-b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \left(\frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \\
 & = \frac{(x^2-y^2)8xy}{(x^2-y^2)xy(x-y)} = \frac{8}{x-y};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} & \left(\frac{4p-8}{p^3-2p^2} - \frac{q+2}{q^3+2q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \left(\frac{4(p-2)}{p^2(p-2)} - \frac{q+2}{q^2(q+2)} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \\
 & = \left(\frac{4}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{4q^2-p^2}{p^2q^2} \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{(2q-p)(2q+p)}{(2q-p)pq^2} = \frac{2q+p}{pq^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{r)} & \left(\frac{a-7b}{ab-b^2} + \frac{7a+b}{a^2-ab} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \left(\frac{a-7b}{b(a-b)} + \frac{7a+b}{a(a-b)} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \frac{a(a-7b)+b(7a+b)}{ab(a-b)} : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \frac{(a^2-7ab+7ab+b^2)(a-b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)} = \frac{1}{ab}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 152 (№ 152). a)} & \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2+5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a(a+3)(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \\
 & = \frac{a-5}{a(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{(a-3)(a-5) - (a+3)(a+5)}{a(a+3)(a-3)} = \\
 & = \frac{a^2-5a-3a+15 - a^2-5a-3a-15}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16a}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16}{9-a^2};
 \end{aligned}$$

$$6) \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x+2} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{(x^2+3x)(4x+2)}{(4x^2-1)(3+x)} =$$

$$= \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x(x+3)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)(x+3)} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x}{2x-1} =$$

$$= \frac{-(2x-1)(2x-1) + 2x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{-4x^2 + 4x - 1 + 4x^2 + 2x}{4x^2 - 1} = \frac{6x-1}{4x^2-1};$$

$$\text{B)} \frac{b-c}{a+b} \cdot \frac{ab-b^2}{a^2-ac} \cdot \frac{a^2-c^2}{a^2-b^2} = \frac{b-c}{a+b} \cdot \frac{b(a-b)(a-c)(a+c)}{a(a-c)(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{b-c}{a+b} \cdot \frac{b(a+c)}{a(a+b)} = \frac{a(b-c) - b(a+c)}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{ab-ac-ab-bc}{a(a+b)} = \frac{-c(a+b)}{a(a+b)} = -\frac{c}{a};$$

$$\text{Г)} \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a^2-2a}{xy+3y} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a(a-2)}{y(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} =$$

$$= \frac{y(a^2-4)(x+3)}{a(a-2)(x-3)(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a-2)(a+2)}{a(a-2)(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} =$$

$$= \frac{y(a+2)}{a(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a+2) + a(2-y)}{a(x-3)} = \frac{ay+2y+2a-ay}{a(x-3)} =$$

$$= \frac{2y+2a}{a(x-3)} = \frac{2(a+y)}{a(x-3)}.$$

№ 153 (№ 153).

$$\text{a) (c)} \left(2x+1 - \frac{1}{1-2x} \right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1} \right) = \left(\frac{2x+1}{1} + \frac{1}{2x-1} \right) : \left(\frac{2x}{1} - \frac{4x^2}{2x-1} \right) =$$

$$= \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x-1} : \frac{2x(2x-1)-4x^2}{2x-1} = \frac{4x^2-1+1}{2x-1} : \frac{4x^2-2x-4x^2}{2x-1} =$$

$$= \frac{-4x^2(2x-1)}{2x(2x-1)} = -2x; \text{ б) (c)} \left(\frac{pq}{p^2-q^2} + \frac{q}{q-p} \right) : \left(p-q + \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right) =$$

$$= \left(\frac{pq}{(p-q)(p+q)} - \frac{q}{p-q} \right) : \left(\frac{p-q}{1} + \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right) =$$

$$= \frac{pq-q(p+q)}{(p-q)(p+q)} : \frac{(p+q)(p-q)+4q^2-p^2}{p+q} =$$

$$= \frac{(pq-pq-q^2)}{(p-q)(p^2-q^2+4q^2-p^2)} = \frac{-q^2}{(p-q)3q^2} = \frac{1}{3(q-p)};$$

$$\text{a) (B)} (a^2+2a+1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right) =$$

$$= (a+1)^2 \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{(a+1)(a-1)} - \frac{1}{a-1} \right) =$$

$$= (a+1)^2 \frac{a-1+1-a-1}{(a+1)(a-1)} = -\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a+1}{a-1};$$

$$\begin{aligned} \text{б) (r)} \left(1 - \frac{9x^2 + 4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right) + 1 &= \left(\frac{12x - 9x^2 - 4}{12x} : \frac{2 - 3x}{6x} \right) + 1 = \\ &= \frac{-6(9x^2 - 12x + 4)}{12x(2 - 3x)} + 1 = \frac{(3x - 2)^2}{2(3x - 2)} + 1 = \frac{3x - 2}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 1 + 1 = \frac{3x}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) (д)} 1 - \left(\frac{2}{a-2} - \frac{2}{a+2} \right) \cdot \left(a - \frac{3a+2}{4} \right) &= \\ = 1 - \left(\frac{2(a+2) - 2(a-2)}{(a-2)(a+2)} \right) \cdot \left(\frac{4a - 3a - 2}{4} \right) &= \\ = 1 - \left(\frac{2a + 4 - 2a + 4}{(a-2)(a+2)} \right) \cdot \frac{a-2}{4} &= 1 - \frac{8(a-2)}{4(a-2)(a+2)} = \\ = 1 - \frac{2}{a+2} = \frac{a+2-2}{a+2} = \frac{a}{a+2}; \text{ r) (e)} (y^2 - 4) \cdot \left(\frac{3}{y+2} - \frac{2}{y-2} \right) + 5 &= \\ = (y-2)(y+2) \cdot \left(\frac{3y-6-2y-4}{(y+2)(y-2)} \right) + 5 &= y - 10 + 5 = y - 5. \end{aligned}$$

№ 154 (№ 154).

$$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y} \right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + y^2}{x+y} \right) &= \left(\frac{x-y+2y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x(x+y) - x^2 - y^2}{x+y} \right) = \\ = \left(\frac{x+y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x^2 + xy - x^2 - y^2}{x+y} \right) &= \frac{(xy - y^2)}{y(x-y)} = \frac{y(x-y)}{y(x-y)} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \left(a+b - \frac{2ab}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a} \right) &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a(a+b)} = \\ = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{a(a+b)} &= \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{(a^2 + b^2)(a+b)} = a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 \right) &= (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{x+1-x+1+x^2-1}{(x-1)(x+1)} \right) = \\ = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} &= x^2 + 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \left(m+1 - \frac{1}{1-m} \right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1} \right) &= \frac{(m+1)(1-m)-1}{1-m} : \frac{m(m-1)-m^2}{m-1} = \\ = \frac{-(m+1)(m-1)-1}{-(m-1)} : \frac{m^2-m-m^2}{m-1} &= -\frac{(-m^2+1-1)(m-1)}{m(m-1)} = -\frac{m^2(m-1)}{m(m-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left(\frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \right) = \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left(\frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(x+y)^2} \right) = \\
 & = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{x+y+y-x}{(y-x)(y+x)^2} = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{2y}{(y-x)(y+x)^2} = \\
 & = \frac{4xy(y-x)(y+x)^2}{(y-x)(y+x)2y} = 2x(y+x);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(2y-x)^2}{(x-2y)(x+2y)(x+2y)} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(x-2y)}{(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{(x+2y)(x-2y) - x(x-2y)}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{x^2 - 4y^2 - x^2 + 2xy}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \frac{-2y(2y-x)(x+2y)^2}{4y^2 x(x+2y)^2} = \\
 & = \frac{(x-2y)(x+2y)^2}{2yx(x+2y)^2} = \frac{x-2y}{2xy};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right) = \\
 & = \frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{(a+n)^2} : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{(a-n)(a+n)} \right) = \\
 & = \frac{a^2(a+n) - a^3}{(a+n)^2} : \left(\frac{a^2 - an - a^2}{(a+n)(a-n)} \right) = \frac{a^2 n(a+n)(a-n)}{an(a+n)^2} = \frac{a(n-a)}{a+n};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right) = \\
 & = \frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{(2a+b)^2} : \left(\frac{2a}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{1}{2a-b} \right) = \\
 & = \frac{2a(2a+b) - 4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{2a-2a-b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{4a^2+2ab-4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{(-b)}{(2a-b)(2a+b)} =
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{2ab(2a-b)(2a+b)}{(2a+b)^2b} = -\frac{2a(2a-b)}{2a+b} = \frac{2a(b-2a)}{2a+b}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 156 (№ 156). a)} & \frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} - \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1)^2(x-2)(x+2)} - \frac{3}{x-2} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} - \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3-3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3-3x+3}{(x-1)(x-2)} = \frac{3(2-x)}{(x-1)(x-2)} = -\frac{3}{x-1} = \frac{3}{1-x}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & \frac{a-2}{4a^2+16a+16} : \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a^2+4}{2a^2-8} - \frac{2}{a^2+2a} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \left(\frac{a}{2(a-2)} - \frac{a^2+4}{2(a-2)(a+2)} - \frac{2}{a(a+2)} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^2(a+2) - a(a^2+4) - 4(a-2)}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^3+2a^2-a^3-4a-4a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2a^2-8a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2(a-2)^2}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a(a-2)(a-2)(a+2)}{(2a+4)^2(a-2)^2} = \frac{a(a+2)}{(2a+4)(2a+4)} = \frac{a}{4(a+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) (c)} & \left(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9} - \frac{3y+9}{y^2-9} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \left(\frac{y^2-3y}{(y-3)^2} - \frac{3y+9}{(y-3)(y+3)} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \\ & = \frac{y(y-3)(y+3) - 3(y+3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \left(\frac{y-3}{y} \right) = \\ & = \frac{(y+3)(y-3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y-3}{y}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 157. (c). a)} & \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \left(\frac{a-1}{3a+a^2-2a+1} - \frac{1-3a+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \frac{a^2-2a+1-a^2+3a-1-a^2-a-1}{(a-1)(a^2+a+1)} : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \frac{(-a^2-1)(1-a)}{(a-1)(a^2+a+1)(a^2+1)} = \frac{1}{a^2+a+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right) = \\
 & = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(\frac{x(x+1)-2x+1}{x+1} \right) = \\
 & = \frac{x^2-x+1-3+3x+3}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2+x-2x+1}{x+1} = \\
 & = \frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2(x^2-x+1)}{(x+1)(x+1)(x^2-x+1)} = 1.
 \end{aligned}$$

№ 157. (н).

$$\begin{aligned}
 (0,5(a-1)^2 - 18) \left(\frac{a+5}{a-7} + \frac{a-7}{a+5} \right) & = \frac{(a-1)^2 - 36}{2} \cdot \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{(a-7)(a+5)} = \\
 & = \frac{(a+5)(a-7)}{2} \cdot \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{(a-7)(a+5)} = \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{2} = \\
 & = \frac{2a^2 - 4a + 74}{2} = a^2 - 2a + 37 = (a-1)^2 + 36.
 \end{aligned}$$

Это выражение принимает наименьшее значение, равное 36, при $a = 1$.

№ 158. (н). $\frac{81}{(0,5b+9)^2 + (0,5b-9)^2} = \frac{81}{0,5b^2 + 162}$. Это выражение при-

нимает наибольшее значение при $b = 0$ и это значение равно $\frac{1}{2}$.

№ 159 (№ 158). а) $\frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{p^2-q^2}{qp} =$

$$\begin{aligned}
 & = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{(p-q)(p+q)}{qp} = \frac{2p-q}{pq} - \frac{(p-q)(p+q)}{pq(p+q)} = \\
 & = \frac{2p-q}{pq} - \frac{p-q}{pq} = \frac{2p-q-p+q}{pq} = \frac{p}{pq} = \frac{1}{q}; \text{ что и требовалось доказать.}
 \end{aligned}$$

б) $\frac{a+b}{2(a-b)} - \frac{a-b}{2(a+b)} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} =$

$$\begin{aligned}
 & = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2a \cdot 2b}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \\
 \frac{b}{a-b} - \frac{b^2-ab}{a^2-b^2} & = \frac{b}{a-b} - \frac{b(b-a)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} = \\
 & = \frac{ab+b^2+ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \text{ тождество доказано.}
 \end{aligned}$$

в) (с) $\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : (a-b) = \frac{a(a+b) - 4ab + b(a+b)}{a+b} : (a-b) =$

$$= \frac{a^2 + ab - 4ab + ab + b^2}{a+b} \cdot \frac{a-b}{1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b};$$

$$\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{a^2 - ab + ab + b^2 - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}; \text{ что и требовалось доказать.}$$

№ 160 (№ 159).

$$\text{a) } \frac{1,2x^2 - xy}{0,36x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{6x+5y}; \quad \frac{100(1,2x^2 - xy)}{100(0,36x^2 - 0,25y^2)} = \frac{20x}{6x+5y};$$

$$\frac{120x^2 - 100xy}{36x^2 - 25y^2} - \frac{20x}{6x+5y} = 0; \quad \frac{120x^2 - 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} - \frac{20x}{6x+5y} = 0;$$

$$\frac{120x^2 - 100xy - 120x^2 + 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0; \quad \frac{0}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0;$$

$0=0$, что и требовалось доказать.

$$\text{б) } \frac{4,5a+4x}{0,81a^2 - 0,64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{100(0,81a^2 - 0,64x^2)} = \frac{50}{9a-8x};$$

$$\frac{100(4,5a+4x)}{81a^2 - 64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{(9a-8x)(9a+8x)} - \frac{50}{9a-8x} = 0;$$

$$\frac{450a+400x-450a-400x}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0; \quad \frac{0}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0, 0=0; \text{ тождество доказано.}$$

№ 161 (№ 160). а) $\left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} =$

$$= \left(\frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} =$$

$$= \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)(a+b)} - \frac{b}{a-b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1;$$

что и требовалось доказать.

б) $\frac{y}{x-y} - \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2} \right) =$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} \right) =$$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)^2(x+y)} =$$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -1, \text{ что и требо-}$$

валось доказать.

$$\begin{aligned} \text{№ 161. (c). a)} & \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{a^3-c^3} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\ & = \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\ & = \frac{a^2+ac+c^2-3c^2-ac+c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} \cdot \frac{ac+c^2+a^2}{a+c} = \\ & = \frac{(a^2-c^2)(a^2+ac+c^2)}{(a^2+ac+c^2)(a-c)(a+c)} = 1, \text{ не зависит от } a \text{ и } c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3-c^3} \cdot \frac{a^2+ac+c^2}{a+c} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c(a^2+ac+c^2)}{(a-c)(a^2+ac+c^2)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = 3a \left(\frac{a+c-c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \frac{3a \cdot a}{(a-c)(a+c)} - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = \frac{3a^2-3c^2}{a^2-c^2} = 3 - \text{ не зависит от } a \text{ и } c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 162. (н).} & \left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) : \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) = \frac{n^3+27}{3n^2} : \frac{9-3n+n^2}{3n^2} = \\ & = \frac{n^3+27}{n^2-3n+9} = \frac{(n+3)(n^2-3n+9)}{n^2-3n+9} = n+3 - \text{ является натуральным числом} \\ & \text{при любом натуральном } n. \end{aligned}$$

$$\text{№ 163 (№ 162). а)} \left(n + \frac{1}{n} \right)^2 = \left(\frac{n^2+1}{n} \right)^2 = \frac{n^4+2n^2+1}{n^2};$$

$$\text{б)} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2 = \left(\frac{a^2-b^2}{ab} \right)^2 = \frac{a^4-2a^2b^2+b^4}{a^2b^2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2 + \left(\frac{x}{y} - 1 \right)^2 = \left(\frac{x}{y} \right)^2 + 2\frac{x}{y} + 1 + \left(\frac{x}{y} \right)^2 - 2\frac{x}{y} + 1 = 2\frac{x^2}{y^2} + 2 = \frac{2(x^2+y^2)}{y^2};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} & \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right)^2 = \left(\frac{p}{q} \right)^2 + 2\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} + \left(\frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \\ & + 2\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} - \left(\frac{q}{p} \right)^2 = 2+2=4; \end{aligned}$$

$$\text{д) (c)} \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right)^2 - \left(\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right)^2 = \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} + \frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right)$$

$$\cdot \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right) = \frac{2(x+y)}{x} \cdot \frac{2(x-y)}{y} = \frac{4(x^2 - y^2)}{xy};$$

$$\text{e) (c) } a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1 \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{b} + 1 \right)^2 =$$

$$= a^2 \left(\frac{a+b-a}{a} \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b+b}{b} \right)^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2} + \frac{b^2 a^2}{b^2} = b^2 + a^2.$$

$$\text{№ 164 (№ 163). a) } \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1} = \frac{2a-b+b}{b} : \frac{2a+b-b}{b} = \frac{2a}{b} : \frac{2a}{b} = 1;$$

$$\text{в) } \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} = \frac{x^3 + y^3}{y^2 x^2} : \frac{x^3 - y^3}{x^2 y^2} = \frac{(x^3 + y^3)x^2 y^2}{(x^3 - y^3)x^2 y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}} = \frac{bc + ac + ab}{abc} : \frac{c + a + b}{abc} = \frac{(bc + ac + ab)abc}{abc(c + a + b)} =$$

$$= \frac{bc + ac + ab}{a + b + c}.$$

$$\text{№ 165 (№ 164). a) } \frac{2 - \frac{a}{x}}{2 + \frac{a}{x}} = \frac{2x - a}{x} : \frac{2x + a}{x} = \frac{x(2x - a)}{x(2x + a)} = \frac{2x - a}{2x + a};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{a-b}{c} + 3}{\frac{a+b}{c} - 1} = \frac{a-b+3c}{c} : \frac{a+b-c}{c} = \frac{(a-b+3c)c}{(a+b-c)c} = \frac{a-b+3c}{a+b-c};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{y+x}{xy} : \frac{y-x}{xy} = \frac{xy(y+x)}{xy(y-x)} = \frac{y+x}{y-x};$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} = \frac{x-y}{1} : \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy}{x+y}.$$

$$\text{№ 166 (№ 165). a) Подставим } x = \frac{ab}{a+b} \text{ и получим:}$$

$$\frac{x-a}{x-b} = \frac{\frac{ab}{a+b} - a}{\frac{ab}{a+b} - b} = \frac{ab - a^2 - ab}{a+b} : \frac{ab - ab - b^2}{a+b} = \left(-\frac{a^2}{a+b} \right) : \left(-\frac{b^2}{a+b} \right) =$$

$$= \frac{a^2(a+b)}{b^2(a+b)} = \frac{a^2}{b^2}. \text{ б) Подставим } x = \frac{a-b}{a+b} \text{ и получим:}$$

$$\frac{\frac{a}{b} - x}{\frac{a}{b} + x} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a}{b} + \frac{a-b}{a+b}} = \frac{a^2 + ab - a^2 + b^2}{b(a+b)} : \frac{ab + b^2 + a^2 - ab}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{b(a+b)} : \frac{a^2 + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{b(a^2 + b^2)(a+b)} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{№ 167. (н). а) } \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}} = \frac{2}{1-x^2} : \frac{2x}{1-x^2} = \frac{1}{x};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{ax}{a+x} - \frac{bx}{b-x} &= \frac{a \cdot \frac{ab}{a-b}}{a + \frac{ab}{a-b}} - \frac{b \cdot \frac{ab}{a-b}}{b - \frac{ab}{a-b}} = \\ &= \frac{a^2b}{a-b} : \frac{a^2 - ab + ab}{a-b} - \frac{ab^2}{a-b} : \frac{ab - b^2 - ab}{a-b} = b + a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 168 (№ 166). а) } \frac{\frac{a^4}{4} - \frac{b^4}{9}}{\frac{a}{12} + \frac{b}{18}} &= \frac{9a^2 - 4b^2}{36} : \frac{3a+2b}{36} = \frac{36(9a^2 - 4b^2)}{36(3a+2b)} = \\ &= \frac{(3a-2b)(3a+2b)}{3a+2b} = 3a-2b. \text{ Подставим } a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{2} \text{ и получим:} \end{aligned}$$

$$3a - 2b = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 + 1 = 3;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{0,2a-b}{\frac{a^2}{25} - b^2} &= \frac{0,2a-b}{\frac{a^2 - 25b^2}{25}} = \frac{0,2a-b}{1} : \frac{a^2 - 25b^2}{25} = \\ &= \frac{5 \cdot 5(0,2a-b)}{a^2 - 25b^2} = \frac{5(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{5}{a+5b}; \text{ Подставим } a = -8, b = 0,6 \text{ и} \end{aligned}$$

$$\text{получим: } \frac{5}{a+5b} = \frac{5}{-8+5 \cdot 0,6} = \frac{5}{-8+3} = -1.$$

$$\text{№ 169. (н). а) Выражение имеет смысл, если } 3 - \frac{1}{x-2} \neq 0 \text{ и } x-2 \neq 0$$

$$3 - \frac{1}{x-2} = \frac{3x-7}{x-2} = 0 \text{ при } x = \frac{7}{3}.$$

Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq 2$, $x \neq \frac{7}{3}$

б) Выражение имеет смысл, если $2 + \frac{1}{x+8} \neq 0$ и $x+8 \neq 0$

$$2 + \frac{1}{x+8} = \frac{2x+17}{x+8} = 0 \text{ при } x = -\frac{17}{2}.$$

Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq -\frac{17}{2}$, $x \neq -8$

№ 170. (н). а) $\frac{2}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5}} = \frac{2}{\frac{6}{5}} = 2 \cdot \frac{5}{6} = 3,75;$

б) $\frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = 3 \cdot \frac{8}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7};$

в) $\frac{4}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} = \frac{4}{\frac{25}{60}} = \frac{4}{\frac{5}{12}} = 4 \cdot \frac{12}{5} = 9,6.$

№ 171. (н). $v_{cp} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{90}} = \frac{2}{\frac{5}{180}} = 2 \cdot \frac{180}{5} = 72 \text{ (км/ч)}.$

№ 172. (н). За $\frac{2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{5}{12}} = 2 \cdot \frac{12}{5} = 4,8 \text{ (ч)}.$

№ 173. (н).

$$v_{cp} = \frac{3}{\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{\frac{20}{180} + \frac{15}{180} + \frac{18}{180}} = \frac{3}{\frac{53}{180}} = 3 \cdot \frac{180}{53} = \frac{540}{53} \approx 10,2 \text{ (км/ч)}.$$

Упражнения для повторения

№ 174 (№ 167).

а) 1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е. $\frac{1}{2}x - 2 = 0$; $x = 4$.

$$= 0, \text{ т.е. } \frac{1}{2}x - 2 = 0; x = 4.$$

Таким образом, точка пересечения с осью x — это $(4; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$,

$$0, \text{ т.е. } y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2; y = -2.$$

Таким образом, точка пересечения с осью y — это $(0; -2)$.

б) 1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

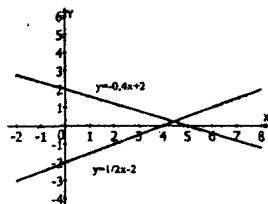
$$0 = -0,4x + 2; 0,4x = 2; x = 5.$$

Точка пересечения с осью x — это $(5; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = -0,4 \cdot 0 + 2; y = 2.$$

Точка пересечения с осью y — это $(0; 2)$.

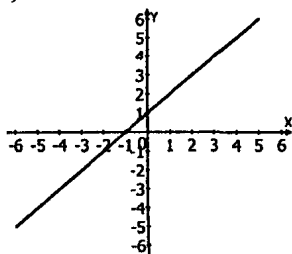


№ 175 (№ 168). а) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки (0; 4) в это уравнение: $4 = k \cdot 0 + b$; $b = 4$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно $k = 3$; получим уравнение: $y = 3x + 4$.

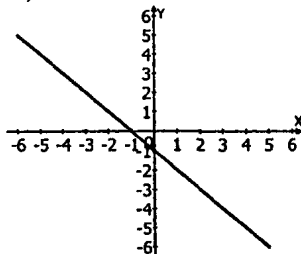
б) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки (0; 0) в это уравнение: $0 = k \cdot 0 + b$; $b = 0$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно, $k = -\frac{1}{2}$; получим уравнение: $y = -\frac{1}{2}x$

№ 176 (№ 169).

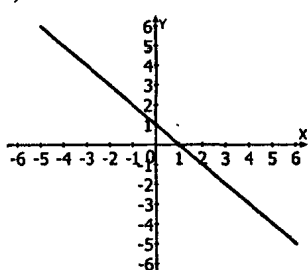
а)



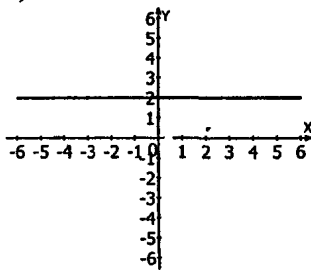
б)



в)



г)



№ 177 (№ 170). Пусть x см – длина меньшей стороны, тогда $(x+20)$ см – длина большей стороны, $2x$ – удвоенная длина меньшей стороны, $3(x+20)$ см – утроенная длина большей стороны. По условию задачи периметр нового прямоугольника равен 240 см. Составим уравнение:

$$2(2x + 3(x + 20)) = 240; \quad 2x + 3(x + 20) = 120;$$

$$2x + 3x + 60 = 120; \quad 5x = 60; \quad x = 12; \quad x + 20 = 32.$$

Ответ. 12 см, 32 см.

№ 178 (№ 171). Пусть x ч – время в пути пассажирского поезда, тогда $(x+1)$ ч – время в пути скорого поезда, $110(x+1)$ км – расстояние до места встречи, которое прошел скорый поезд, $90x$ км – расстояние до места встречи, которое прошел пассажирский поезд. Расстояние между двумя станциями равно 710 км. Составим уравнение:

$$110(x+1) + 90x = 710;$$

$$110x + 110 + 90x = 710; \quad 200x = 600; \quad x = 3; \quad x+1 = 4$$

Ответ. Через 4 ч.

8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

№ 179 (№ 172). $y = \frac{8}{x}$

x	-4	-2	-0,25	2	5	16	20
y	-2	-4	-32	4	1,6	0,5	0,4

1) $x = -4$; $y = \frac{8}{-4} = -2$; 2) $y = -4$; $-4 = \frac{8}{x}$; $-4x = 8$; $x = -2$;

3) $x = -0,25$; $y = \frac{8}{-0,25} = -32$; 4) $x = 2$; $y = \frac{8}{2} = 4$;

5) $x = 5$; $y = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1,6$; 6) $x = 16$; $y = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5$.

7) $y = 0,4$; $0,4 = \frac{8}{x}$; $0,4x = 8$; $x = 20$.

№ 180 (№ 173). $y = \frac{120}{x}$

x	-1200	-600	240	-120	75	120	300	1000
y	-0,1	-0,2	-0,5	-1	1,6	1	0,4	0,12

1) $x = -1200$; $y = \frac{120}{-1200} = -\frac{1}{10} = -0,1$; 2) $x = -600$; $y = \frac{120}{-600} = -0,2$;

3) $y = -0,5$; $-0,5 = \frac{120}{x}$; $-0,5x = 120$; $x = -240$;

4) $y = -1$; $-1 = \frac{120}{x}$; $x = -120$; 5) $x = 75$; $y = \frac{120}{75} = 1,6$;

6) $x = 120$; $y = \frac{120}{120} = 1$; 7) $y = 0,4$; $0,4 = \frac{120}{x}$; $0,4x = 120$; $x = 300$;

8) $x = 1000$; $y = \frac{120}{1000} = 0,12$.

№ 181 (№ 174). $s = vt = 600$, отсюда получаем:

а) $v = \frac{600}{t}$ (км/ч); б) $t = \frac{600}{v}$ (ч).

№ 182 (№ 175). $x = 100$; $y = \frac{10}{x}$; $y = \frac{10}{100} = 0,1$; $x = 1000$; $y = \frac{10}{1000} = 0,01$;

$x = 0,1$; $y = \frac{10}{0,1} = 100$; $x = 0,02$; $y = \frac{10}{0,02} = 500$; $A(-0,05, -200)$, про-

верим $-200 = -\frac{10}{-0,05}$; $-200 = -200$; данная точка принадлежит графику

функции $y = \frac{10}{x}$; $B(-0,1, 100)$, проверим

$100 = \frac{10}{-0,1}$; $100 \neq -100$; данная точка не принадлежит графику данной

функции; $C(400; 0,025)$; проверим $0,025 = \frac{10}{400}$; $0,025 = 0,025$; данная точка принадлежит графику данной функции; $D(500; -0,02)$; проверим

$-0,02 = \frac{10}{500}$; $-0,02 \neq 0,02$; данная точка не принадлежит графику данной функции.

№ 183 (№ 176). Как известно, обратная пропорциональность задается формулой: $y = \frac{k}{x}$, отсюда получаем: $12 = \frac{k}{2}$; $k = 24$; следовательно.

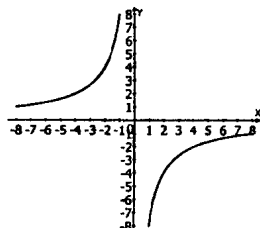
искомая функция $y = \frac{24}{x}$

№ 184 (№ 177). При рассмотрении графика получаются следующие результаты: а) $x = 2$; $y = 4$; $x = 4$; $y = 2$; $x = -1$; $y = -8$; $x = -4$; $y = -2$; $x = -5$; $y = -1,5$; б) $y = -4$; $x = -2$; $y = -2$; $x = -4$; $y = 8$; $x = 1$.

№ 185 (№ 178). Построим график функции по точкам;

x	-8	-4	-2	2	4	8
y	1	2	4	-4	-2	-1

По графику найдем искомые значения x и y :



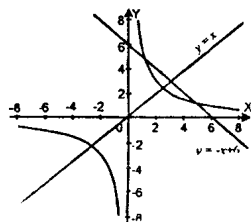
а) $x = 4$; $y = -2$; $x = 2,5$; $y = -3,2$; $x = 1,5$; $y = -5,3$; $x = -1$; $y = 8$.
 $x = -2,5$; $y = 3,2$; б) $y = 8$; $x = -1$; $y = -2$; $x = 4$.

№ 186 (№ 179). Построим график функции по точкам:

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	-1	-2	-6	6	2	1

По графику найдем искомые значения:

а) $\frac{6}{x} = x \Rightarrow x \approx \pm 2,4$;



б) $\frac{6}{x} = -x + 6$; $x \approx 1,3$ и $x \approx 4,7$;

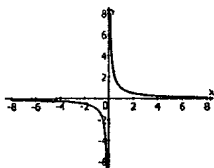
а) (с) $x = 1,5$; $y = 4$; $x = -2,5$; $y = -2,3$; $x = 3,5$; $y = 1,6$;

б) (с) $y = -3$; $x = -2$; $y = -1,5$; $x = -4$; $y = 4$; $x = 1,5$; $y = 7$; $x = 0,8$.

№ 180. (с). Построим график функции по точкам:

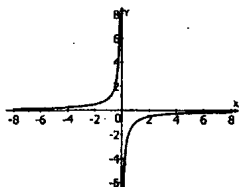
а)

x	-2	-1	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$



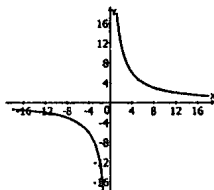
б)

x	-2	-1	1	2
y	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$



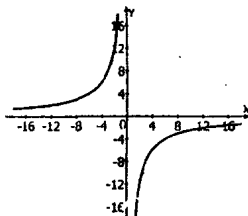
в)

x	-6	-2	-1	1	3	6
y	-4	-8	-24	24	8	4

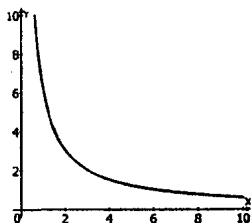


г)

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	4	8	24	-24	-8	-4



№ 189 (№ 181). Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = abc = 120 \text{ см}^3$; (где c – его высота). получаем: - обратная пропорциональность,

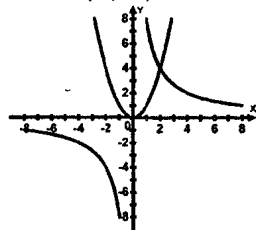


так как она имеет вид $y = \frac{k}{x}$, при $k = 6$. Область определения функции

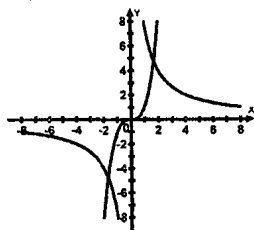
$b = \frac{6}{a}$ - все положительные числа, т.е. $a > 0$ (поскольку длина стороны основания - положительное число). Построим график функции по точкам:

a	1	2	3
b	6	3	2

№ 187 (н). а)



б)



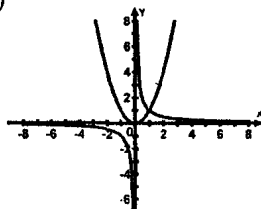
Корень $x = 2$

при $x \approx \pm 1,7$

№ 188 (н).

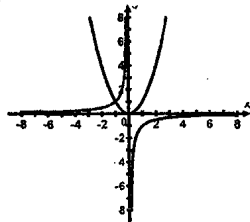
а)

1 корень



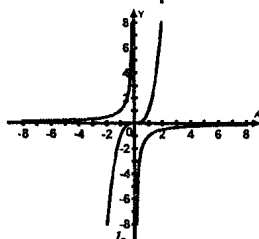
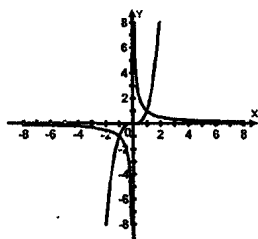
б)

1 корень



в)

г)



2 корня

0 корней

№ 190 (№ 182). а) $A(8; 0,125)$; получаем $0,125 = \frac{k}{8}$; $k = 0,125 \cdot 8 = 1$; $y = \frac{1}{x}$,

б) $B(\frac{2}{3}; 1\frac{4}{5})$; получаем $1\frac{4}{5} = \frac{k}{\frac{2}{3}}$; $k = 1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{6}{5} = 1,2$; $y = \frac{1,2}{x}$;

в) $C(-25; -0,2)$; получаем $-0,2 = \frac{k}{-25}$; $k = (-0,2) \cdot (-25)$; $k = 5$; $y = \frac{5}{x}$

№ 192 (№ 184). а) $k > 0$; т.к. $x > 0$ и $y > 0$, либо $x < 0$ и $y < 0$

б) $k < 0$, т.к. $x > 0$ и $y < 0$, либо $x < 0$ и $y > 0$.

№ 193. (н). На рисунке построен график функции $y = -\frac{3}{x}$ - ответ 2

Упражнения для повторения

№ 194 (№ 185). а) $\frac{5(x-y)^2}{(3y-3x)^2} = \frac{5(x-y)^2}{3(y-x) \cdot 3(y-x)} = \frac{5(x-y)^2}{9(x-y)^2} = \frac{5}{9}$ не зависит от x и y ;

б) $\frac{(3x-6y)^2}{4(2y-x)^2} = \frac{3(x-2y) \cdot 3(x-2y)}{4(2y-x)^2} = \frac{9(x-2y)^2}{4(x-2y)^2} = \frac{9}{4}$ не зависит от x и y

№ 195 (№ 186).

$$\left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} \right) : \frac{x+7}{x-2} = \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{12}{(x-2)(x+2)} \right) : \frac{x+7}{x-2} =$$

$$= \frac{3(x-2) - (x+2) + 12}{(x-2)(x+2)} : \frac{x+7}{x-2} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x+7} = \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+7)} = \frac{2}{x+7}$$

№ 196 (№ 187).

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} - \frac{1}{z}; \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0; \frac{yz - xz + xy}{xyz} = 0; yz - xz + xy = 0;$$

а) $yz - xz + xy = 0$; $yz = xz - xy$; $yz = x(z - y)$; $x = \frac{yz}{z - y}$;

б) $yz - xz + xy = 0$; $yz - xz = -xy$; $z(y - x) = -xy$; $z = \frac{-xy}{y - x} = \frac{xy}{x - y}$

9. Представление дроби в виде суммы дробей.

№ 197. (н). $a(x-2) + b(x-1) = 6x$; $x(a+b) - (2a+b) = 6x$

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 2a+b=0 \end{cases} \quad a=-6, b=12.$$

№ 198. (н).

$$\frac{5x-1}{(x+4)(x-2)} = \frac{a}{x+4} + \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)+b(x+4)}{(x+4)(x-2)} = \frac{(a+b)x+4b-2a}{(x+4)(x-2)}$$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ 2a-4b=1 \end{cases} \quad a=3,5, b=1,5$$

Следовательно, $\frac{5x-1}{(x+4)(x-2)} = \frac{3,5}{x+4} + \frac{1,5}{x-2}$.

№ 199. (н). $\frac{4x+3}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} = \frac{a(x+1)+b(x-1)}{x^2-1} = \frac{(a+b)x+a-b}{x^2-1}$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ a-b=3 \end{cases} \quad a=3,5, b=0,5.$$

Следовательно, $\frac{4x+3}{x^2-1} = \frac{3,5}{x-1} + \frac{0,5}{x+1}$.

№ 200. (н). $\frac{a^2-4a+1}{a-2} = \frac{a^2-4a+4-3}{a-2} = \frac{(a-2)^2-3}{a-2} = a-2 - \frac{3}{a-2}$

Дробь $\frac{3}{a-2}$ является целым числом, когда $a-2=1$, $a-2=-1$, $a-2=3$.

$a-2=-3$. Отсюда, $a=-1$; 1; 3; 5. Искомые значения равны -2; 2; -2; 2.

№ 201. (н). а) $\frac{m^2-6m+10}{m-3} = m-3 + \frac{1}{m-3}$

При $m=2$ значение дроби равно -2, а при $m=4$ значение дроби равно 2

б) $\frac{(m-4)^2}{m-2} = \frac{m^2-8m+16}{m-2} = \frac{m^2-8(m-2)}{m-2} = \frac{m^2}{m-2} - 8 =$
 $= \frac{m^2-4+4}{m-2} - 8 = m+2 + \frac{4}{m-2} - 8 = m-6 + \frac{4}{m-2}$.

При $m=6$ значение дроби равно 1, при $m=4$ значение дроби равно 0, при $m=3$ значение дроби равно 1, при $m=1$ значение дроби равно -9, при $m=0$ значение дроби равно -8, при $m=-2$ значение дроби равно -9.

№ 202. (н). а) $5x+y-x=2$; $y(1-x)=2-5x$

$y = \frac{2-5x}{1-x} = \frac{5-5x-3}{1-x} = 5 - \frac{3}{1-x}$

При $x=-2$, $y=4$, при $x=0$, $y=2$, при $x=2$, $y=8$, при $x=4$, $y=6$.

б) $xy-x+y=8$; $y(x+1)=8+x$; $y = \frac{x+8}{x+1} = \frac{x+1+7}{x+1} = 1 + \frac{7}{x+1}$

При $x=-8$, $y=0$, при $x=-2$, $y=-6$, при $x=0$, $y=8$, при $x=6$, $y=2$.

№ 203. (н). $y = \frac{x^2-6x+1}{x-3} = \frac{x^2-6x+9-8}{x-3} = x+3 - \frac{8}{x-3}$

$x-3$	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
x	-5	-1	1	2	4	5	7	11
y	-1	4	8	13	-1	4	8	13

№ 204. (н). $\frac{5a^2+6}{a^2+1} = \frac{5a^2+5+1}{a^2+1} = 5 + \frac{1}{a^2+1}$

$\frac{1}{a^2+1}$ является целым числом только при $a=0$.

№ 205. (н). $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{7}$; $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{7}$; $7a+7b=ab$; $7a+7b-ab=0$;

$a(7-b)=-7b$; $a = \frac{7b}{b-7} = \frac{7b-49+49}{b-7} = 7 + \frac{49}{b-7}$.

$b-7$	-49	-7	-1	1	7	49
b	-42	0	6	8	14	56
a	6	0	-42	56	14	8

Так как a и b по условию натуральные числа, то искомые пары - (8; 56), (56; 8) и (14; 14).

№ 206. (н). $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = 3$;

$$\frac{3x^2 - xy + 6y^2}{y^2} = 3 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 6 = 3 \cdot 3^2 - 3 + 6 = 30$$

$$\text{№ 207. (н). } \frac{a-2b}{a} = 1 + 2\frac{b}{a} = 11 \Rightarrow \frac{b}{a} = 5, \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{(a-3b)^2}{b^2} &= \frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6\frac{a}{b} + 9 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{5} + 9 = \\ &= 9 - \frac{6}{5} + \frac{1}{25} = 7\frac{21}{25}. \end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе I

К параграфу I

$$\text{№ 188. (с). а) } 5x^2(x^2 - 2x + 3) = 5x^4 - 10x^3 + 15x^2;$$

$$\text{б) } -8y^2(y^2 - 5y - 1) = -8y^4 + 40y^3 + 8y^2;$$

$$\text{в) } (a^2 - 5a + 4)(2a + 3) = 2a^3 - 10a^2 + 8a + 3a^2 - 15a + 12 = 2a^3 - 7a^2 - 7a + 12,$$

$$\text{г) } (3b - 2)(b^2 - 7b - 5) = 3b^3 - 21b^2 - 15b - 2b^2 + 14b + 10 = 3b^3 - 23b^2 - b + 10,$$

$$\text{д) } 3x^2(-5x^2 + 4x - 1) + 16x^4 = -15x^4 + 12x^3 - 3x^2 + 16x^4 = x^4 + 12x^3 - 3x^2$$

$$\text{е) } 8y^6 - 2y^3(1 - 5y - y^2 + 4y^3) = 8y^6 - 2y^3 + 10y^4 + 2y^5 - 8y^6 = 2y^5 + 10y^4 - 2y^3$$

$$\text{ж) } (a^2 + 7a + 3)(a^2 - 4a + 2) = a^4 + 7a^3 + 3a^2 - 4a^3 - 28a^2 - 12a + 2a^2 + 14a + 6 = a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6;$$

$$\text{з) } (b^2 - 3b - 5)(b^2 + 3b - 5) = (b^2 - 5)^2 - (3b)^2 = b^4 - 10b^2 + 25 - 9b^2 = b^4 - 19b^2 + 25.$$

$$\text{№ 189. (с). а) } (-4x + 7a)(7a + 4x) = (7a - 4x)(7a + 4x) = 49a^2 - 16x^2,$$

$$\text{б) } (3c^2 - 8)(3c^2 + 8) = 9c^4 - 64; \text{ в) } (2x - 5y)^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2;$$

$$\text{г) } (p^2 + 2)^2 = p^4 + 4p^2 + 4; \text{ д) } (3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2) = 27a^3 - 8b^3,$$

$$\text{е) } (x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2) = x^6 + 125y^3;$$

$$\text{ж) } (m - n)^3 - (m - n)(m^2 + mn + n^2) = m^3 - 3m^2n + 3m^2n - n^3 - (m^3 - n^3) = 3mn^2 - 3m^2n;$$

$$\text{з) } (x + y)^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - (x^3 + y^3) = 3x^2y + 3xy^2.$$

$$\text{№ 190. (с). а) } a^2b + ab^2 = ab(a + b); \text{ б) } x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2),$$

$$\text{в) } 7x^2 - 14xy + 21ax = 7x(x - 2y + 3a); \text{ г) } 9xy - 3by + 15ay = 3y(3x - b + 5a),$$

$$\text{д) } x^4 - x^3 + x^2 - x = x^3(x - 1) + x(x - 1) = (x - 1)(x^3 + x) = x(x - 1)(x^2 + 1),$$

$$\begin{aligned} \text{е) } c^4 - 2c^3 - c^2 + 2c &= c^3(c - 2) - c(c - 2) = (c - 2)(c^3 - c) = \\ &= c(c - 2)(c^2 - 1) = c(c - 2)(c - 1)(c + 1), \end{aligned}$$

$$\text{ж)} (a-2)^2 - 25a^2 = (a-2-5a)(a-2+5a) = (-4a-2)(6a-2) = \\ = -4(2a+1)(3a-1) = 4(2a+1)(1-3a);$$

$$\text{з)} (b+3)^2 - 36b^2 = (b+3+6b)(b+3-6b) = (7b+3)(-5b+3) = (7b+3)(3-5b);$$

$$\text{и)} 125x^3 + 8 = (5x+2)(25x^2 - 10x + 4); \text{к)} 216x^3 - 27 = (6x-3)(36x^2 + 18x + 9).$$

$$\text{л)} (a+1)^3 + a^3 = (a+1+a)((a+1)^2 - a(a+1) + a^2) = \\ = (2a+1)(a^2 + 2a + 1 - a^2 - a + a^2) = (2a+1)(a^2 + a + 1);$$

$$\text{м)} (b+2)^3 - 8b^3 = (b+2-2b)((b+2)^2 + (b+2)2b + 4b^2) = \\ = (2-b)(b^2 + 4b + 4 + 2b^2 + 4b + 4b^2) = (2-b)(7b^2 + 8b + 4).$$

$$\text{№ 191. (с). а)} (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^3 + a^2 + a^3 - a^2 + a + a^2 - a + 1 = \\ = a^4 + a^2 + 1, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б)} (b^4 + b^2 + 1)(b^4 - b^2 + 1) = b^8 - b^6 + b^4 + b^6 - b^4 + b^2 + b^4 - b^2 + 1 = \\ = b^8 + b^4 + 1, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{в)} (c^2 - 2c + 2)(c^2 + 2c + 2) = c^4 + 2c^3 + 2c^2 - 2c^3 - 4c^2 - 4c + 2c^2 + 4c + 4 = c^4 + 4, \\ \text{что и требовалось доказать.}$$

$$\text{№ 208 (№ 192). а)} \frac{51 + 17^2}{10} = \frac{17 \cdot 3 + 17^2}{10} = \frac{17(3 + 17)}{10} = \frac{17 \cdot 20}{10} = 34;$$

$$\text{б)} \frac{37^2 + 111}{40} = \frac{37^2 + 37 \cdot 3}{40} = \frac{37(37 + 3)}{40} = \frac{37 \cdot 40}{40} = 37.$$

№ 209 (№ 193). Составим таблицу:

Поезда	t , ч	v , км/ч	s , км
1-й	t	60	$60t$
2-й	$t - 3$	v	$v(t - 3)$

Запишем уравнение: $60t + v(t - 3) = 600$; $600 - 60t = v(t - 3)$;

$$v = \frac{600 - 60t}{t - 3}; \quad v = \frac{60(10 - t)}{t - 3}.$$

$$\text{Подставим } t = 7: v = \frac{60(10 - 7)}{7 - 3} = \frac{60 \cdot 3}{4} = 45 \text{ (км/ч).}$$

$$\text{Подставим } t = 6: v = \frac{60(10 - 6)}{6 - 3} = \frac{60 \cdot 4}{3} = 80 \text{ (км/ч).}$$

№ 210 (№ 194). а) x – любое действительное число;

$$\text{б)} 2y + 7 \neq 0; 2y \neq -7; y \neq -\frac{7}{2}; y \neq -3,5.$$

$$\text{в)} \frac{9}{x^2 - 7x} = \frac{9}{x(x - 7)}; x(x - 7) \neq 0; 1) x \neq 0; 2) x - 7 \neq 0, x \neq 7$$

Ответ: $x \neq 0$ и $x \neq 7$,

г) y – любое действительное число;

д) $|x| - 3 \neq 0$; $x \neq -3$ и $x \neq 3$ Ответ: $x \neq -3$ и $x \neq 3$,

е) y — любое действительное число.

№ 211 (№ 195). а) $\frac{5}{x-2}$; б) $\frac{7-2x}{3x^2-x^3}$; в) $\frac{4x+1}{9-x^2}$, г) $\frac{6}{4x^2-1}$

№ 196. (с). $\frac{8-3x}{4x^2+7}$, потому что $4x^2+7 > 0$ при всех x .

№ 212 (№ 197). а) $x-2 \neq 0$; $x \neq 2$; б) $x+5 \neq 0$; $x \neq -5$;

в) $2x-6 \neq 0$; $2x \neq 6$; $x \neq 3$.

№ 198. (с). а) $-\frac{99x}{22y} = -\frac{9 \cdot 11x}{2 \cdot 11y} = -\frac{9x}{2y}$; б) $\frac{216bc}{180ac} = \frac{36 \cdot 6b}{36 \cdot 5a} = \frac{6b}{5a}$;

в) $\frac{405ac}{45ay} = \frac{45 \cdot 9c}{45y} = \frac{9c}{y}$; г) $\frac{18abc}{180ac} = \frac{18b}{18 \cdot 10} = \frac{b}{10}$;

д) $\frac{35a^5y^4}{28a^4y^8} = \frac{7 \cdot 5a^5y^4}{7 \cdot 4a^4y^8} = \frac{5a}{4y^4}$; е) $\frac{7x^4y^4}{14x^4y^{14}} = \frac{7y^4}{7 \cdot 2y^{14}} = \frac{1}{2y^{10}}$.

№ 213. (н). а) $\frac{\overline{a00a}}{91} = \frac{1000a+a}{91} = \frac{1001a}{91} = 11a$;

б) $\frac{\overline{a0a0}}{101} = \frac{1000a+10a}{101} = \frac{1010a}{101} = 10a$.

№ 214 (№ 199). а) (с) $\frac{17xy+34}{17(xy+34)} = \frac{17(xy+2)}{17(xy+34)} = \frac{xy+2}{xy+34}$;

а) (б) $\frac{(3a-3c)^2}{9a^2-9c^2} = \frac{(3a-3c)^2}{(3a-3c)(3a+3c)} = \frac{3a-3c}{3a+3c} = \frac{3(a-c)}{3(a+c)} = \frac{a-c}{a+c}$;

в) (с) $\frac{2b^2-2a^2}{(2a-2b)^2} = \frac{2(b^2-a^2)}{(2a-2b)(2a-2b)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2 \cdot 2(a-b)(a-b)} =$
 $= \frac{(b-a)(b+a)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{(a-b)(a+b)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{a+b}{2(a-b)} = \frac{a+b}{2(b-a)}$;

б) (г) $\frac{(a^2-9)^2}{(3-a)^3} = \frac{(a-3)^2(a+3)^2}{(a-3)^2(3-a)} = \frac{(a+3)^2}{3-a}$;

д) (с) $\frac{x^2-100}{x^3+1000} = \frac{(x-10)(x+10)}{(x+10)(x^2-10x+100)} = \frac{x-10}{x^2-10x+100}$;

в) (е) $\frac{8y^3-1}{y-4y^3} = \frac{(2y-1)(4y^2+2y+1)}{y(1-2y)(1+2y)} = -\frac{4y^2+2y+1}{y(1+2y)}$;

ж) (с) $\frac{2x-y}{x^2-0,5xy} = \frac{2x-y}{x(x-0,5y)} = \frac{2(2x-y)}{x(2x-y)} = \frac{2}{x}$;

г) (з) $\frac{5a^2-3ab}{a^2-0,36b^2} = \frac{25a(5a-3b)}{25(a-0,6b)(a+0,6b)} = \frac{25a(5a-3b)}{(5a-3b)(5a+3b)} = \frac{25}{5a+3b}$

№ 215 (№ 200).

$$a) (c) \frac{10ab - 15b^2}{4a^2 - 6ab} = \frac{5b(2a - 3b)}{2a(2a - 3b)} = \frac{5b}{2a}; \quad 6) (c) \frac{21xy - 7y^2}{6x^2 - 2xy} = \frac{7y(3x - y)}{2x(3x - y)} = \frac{7y}{2x};$$

$$a) (c) \frac{2x^2 + 10xy}{x^2 - 25y^2} = \frac{2x(x + 5y)}{(x - 5y)(x + 5y)} = \frac{2x}{x - 5y};$$

$$r) (c) \frac{6p^2 - 8pq}{9p^2 - 24pq + 16q^2} = \frac{2p(3p - 4q)}{(3p - 4q)^2} = \frac{2p}{3p - 4q};$$

$$a) (d) \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ab - 2a - 2b} = \frac{(a - 2)^2}{a(a + b) - 2(a + b)} = \frac{(a - 2)^2}{(a + b)(a - 2)} = \frac{a - 2}{a + b},$$

$$6) (e) \frac{6x^2 - 3xy + 4x - 2y}{9x^2 + 12x + 4} = \frac{3x(2x - y) + 2(2x - y)}{(3x + 2)^2} =$$

$$= \frac{(2x - y)(3x + 2)}{(3x + 2)^2} = \frac{2x - y}{3x + 2};$$

$$a) (ж) \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^3 + 8b^3} = \frac{(a + 2b)^2}{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)} = \frac{a + 2b}{a^2 - 2ab + 4b^2};$$

$$r) (3) \frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2} = \frac{(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{2(9x^2 + 3xy + y^2)} = \frac{3x - y}{2}.$$

$$\text{№ 216 (№ 201). } a) \frac{b^{14} - b^7 + 1}{b^{21} + 1} = \frac{b^{14} - b^7 + 1}{(b^7 + 1)(b^{14} - b^7 + 1)} = \frac{1}{b^7 + 1};$$

$$6) \frac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}} = \frac{(x^{11} - 1)(x^{22} + x^{11} + 1)}{x^{11}(x^{22} + x^{11} + 1)} = \frac{x^{11} - 1}{x^{11}};$$

$$a) \frac{x(y - z) - y(x - z)}{x(y - z)^2 - y(x - z)^2} = \frac{xy - xz - xy + yz}{x(y^2 - 2yz + z^2) - y(x^2 - 2xz + z^2)} =$$

$$= \frac{yz - xz}{xy^2 - 2xyz + xz^2 - x^2y + 2xyz - yz^2} = \frac{z(y - x)}{(xy^2 - x^2y) + (xz^2 - yz^2)} =$$

$$= \frac{z(y - x)}{xy(y - z) + z^2(x - y)} = \frac{z(y - x)}{(y - x)(xy - z^2)} = \frac{z}{xy - z^2};$$

$$r) \frac{a(b + 1)^2 - b(a + 1)^2}{a(b + 1) - b(a + 1)} = \frac{a(b^2 + 2b + 1) - b(a^2 + 2a + 1)}{ab + a - ab - b} =$$

$$= \frac{ab^2 + 2ab + a - a^2b - 2ab - b}{a - b} = \frac{(ab^2 - a^2b) + (a - b)}{a - b} =$$

$$= \frac{ab(b - a) + (a - b)}{a - b} = \frac{(a - b)(1 - ab)}{a - b} = 1 - ab.$$

№ 217 (№ 202). Произведем замену:

$\frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} = \frac{(kx)^2 - 2(ky)^2}{3(ky)^2 + 5kx \cdot ky} = \frac{k^2x^2 - 2k^2y^2}{3k^2y^2 + 5k^2xy} = \frac{k^2(x^2 - 2y^2)}{k^2(3y^2 + 5xy)} = \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy}$
 дробь, тождественно равная первоначальной.

№ 203. (с). При $x = \frac{2}{7}$ и $y = \frac{3}{7}$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2}{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3 \cdot \frac{4}{49} + \frac{9}{49}}{3 \cdot \frac{4}{49} - \frac{9}{49}} = \frac{\frac{12+9}{49}}{\frac{12-9}{49}} = \frac{21}{49} \cdot \frac{49}{3} = \frac{21 \cdot 49}{3 \cdot 49} = 7$$

При $x = 2$ и $y = 3$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot 2^2 + 3^2}{3 \cdot 2^2 - 3^2} = \frac{3 \cdot 4 + 9}{3 \cdot 4 - 9} = \frac{12 + 9}{12 - 9} = \frac{21}{3} = 7, \text{ что и требовалось доказать}$$

№ 218 (№ 204). а) $\frac{36}{(a-b)^2} = \frac{36}{9^2} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9};$

б) $\frac{108}{(b-a)^2} = \frac{108}{(a-b)^2} = \frac{108}{9^2} = \frac{108}{81} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3};$

в) $\frac{(5a-5b)^2}{45} = \frac{5 \cdot 5(a-b)^2}{45} = \frac{25 \cdot 9^2}{45} = 5 \cdot 9 = 45;$

г) $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3} = \frac{a^2 + ab + b^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{9}$

№ 219. (н). $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Отсюда $a^2 = bc$, $b^2 = ac$, $c^2 = ab$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} \Rightarrow a^3 = b^3; a = b; \frac{a^2}{c^2} = \frac{bc}{ab} = \frac{c}{a} \Rightarrow a^3 = c^3, a = c$$

В итоге имеем: $a = b = c$

К параграфу 2

№ 220 (№ 205).

а) $\frac{x^2 - 2x}{x-3} - \frac{4x-9}{x-3} = \frac{x^2 - 2x - 4x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3.$

б) $\frac{y^2 - 10}{y-8} - \frac{54}{y-8} = \frac{y^2 - 10 - 54}{y-8} = \frac{y^2 - 64}{y-8} = \frac{(y-8)(y+8)}{y-8} = y+8,$

в) $\frac{a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2} = \frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 1,$

г) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - y^2} - \frac{2y - y^2}{y^2 - x^2} = \frac{x^2 - 2x + 2y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x^2 - y^2) - (2x - 2y)}{x^2 - y^2} =$
 $= \frac{(x-y)(x+y) - 2(x-y)}{x^2 - y^2} = \frac{(x-y)(x+y-2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y-2}{x+y}$

№ 221 (№ 206).

$$a) \frac{(y-b)^2}{y-b+1} + \frac{y-b}{y-b+1} = \frac{(y-b)^2 + y-b}{y-b+1} = \frac{(y-b)(y-b+1)}{y-b+1} = y-b,$$

$$б) \frac{(a+x)^2}{a+x-2} - \frac{2a+2x}{a+x-2} = \frac{(a+x)^2 - 2(a+x)}{a+x-2} = \frac{(a+x)(a+x-2)}{a+x-2} = a+x.$$

$$в) \frac{x^2-y^2}{x-y-1} + \frac{x+y}{y-x+1} = \frac{y^2-x^2}{y-x+1} + \frac{x+y}{y-x+1} = \frac{(y-x)(y+x) + (y+x)}{y-x+1} = \frac{(y+x)(y-x+1)}{y-x+1} = y+x;$$

$$г) \frac{b^2-9c^2}{b+3c-2} + \frac{2(b-3c)}{2-b-3c} = \frac{(b-3c)(b+3c)}{b+3c-2} - \frac{2(b-3c)}{b+3c-2} = \frac{(b-3c)(b+3c-2)}{b+3c-2} = b-3c$$

$$\text{№ 207. (с). а) } \frac{a^2-12b}{a^2-3ab} - \frac{3ab-4a}{a^2-3ab} = \frac{a^2-12b-3ab+4a}{a^2-3ab} = \frac{a(a+4)-3b(4+a)}{a(a-3b)} = \frac{(a+4)(a-3b)}{a(a-3b)} = \frac{a+4}{a}.$$

Подставим $a = -0,8$:

$$\frac{a+4}{a} = \frac{-0,8+4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4, \quad b = -1,75 - \text{лишнее данное в задаче.}$$

$$б) \frac{x^2-2y}{x^2+xy+2x} - \frac{4-xy}{x^2+xy+2x} = \frac{x^2-2y-4+xy}{x^2+xy+2x} = \frac{(x-2)(x+2)+y(x-2)}{x(x+y+2)} = \frac{(x-2)(x+2+y)}{x(x+y+2)} = \frac{x-2}{x}.$$

Подставим $x = 20$:

$$\frac{x-2}{x} = \frac{20-2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}, \quad y = 22,5 - \text{лишнее данное в задаче.}$$

$$\text{№ 208. (с). а) } \frac{x+2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x}; \quad б) \frac{y+z^2}{z} = \frac{y}{z} + \frac{z^2}{z} = \frac{y}{z} + z,$$

$$в) \frac{a^2-2a+4}{a} = \frac{a^2}{a} - \frac{2a}{a} + \frac{4}{a} = a - 2 + \frac{4}{a};$$

$$г) \frac{b^2+3b-6}{b} = \frac{b^2}{b} + \frac{3b}{b} - \frac{6}{b} = b + 3 - \frac{6}{b}.$$

№ 222. (н). Пусть правильная обыкновенная дробь $\frac{a}{b}$ несократима.

Дробь, дополняющая ее до единицы – это дробь $1 - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$. Если она

сократима, то $b - a = nk$, отсюда имеем $a = b - nk = mk - nk = (m - n)k$, но тогда сократима и дробь $\frac{a}{b}$ — противоречие, значит дробь $1 - \frac{a}{b}$ также несократима.

№ 223 (№ 209). а) $\frac{n+6}{n} = \frac{n}{n} + \frac{6}{n} = 1 + \frac{6}{n}$; при $n = 1; 2; 3; 6$. Значение выражения — натуральное; б) $\frac{5n-12}{n} = \frac{5n}{n} - \frac{12}{n} = 5 - \frac{12}{n}$; при $n = 3; 4; 6; 12$.

Значение выражения — натуральное; в) $\frac{36-n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - \frac{n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - 1$, при $n = 1; 2; 3$. Значение выражения — натуральное.

№ 224 (№ 210).

а) $\frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = \frac{x}{y} + 1 = 5 + 1 = 6$; б) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 5 - 1 = 4$;

в) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{x+2y}{x} = 1 + 2\frac{y}{x} = 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} \cdot 2 = 1 + (5^{-1}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$

№ 225 (№ 211). а) $\frac{x+y}{y} = 3$; $\frac{x}{y} = 3 - \frac{y}{y}$; $\frac{x}{y} = 3 - 1 = 2$;

б) $\frac{y}{x+y} = \left(\frac{x+y}{y}\right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; в) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 - 1 = 1$;

г) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = (2)^{-1} = \frac{1}{2}$.

№ 226 (№ 212). а) $\frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{5b-3}{by} = \frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{b(5b-3)}{b^2y} =$
 $= \frac{3b^2-5b-1+5b^2-3b}{b^2y} = \frac{8b^2-8b-1}{b^2y}$;

б) $\frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3} = \frac{(a^2-a+1)x^2 - a^2(x^2-1)}{a^3x^3} =$
 $= \frac{a^2x^2 - ax^2 + x^2 - a^2x^2 + a^2}{a^3x^3} = \frac{x^2 + a^2 - ax^2}{a^3x^3}$;

в) $\frac{1+c}{c^3y^4} - \frac{c^3+y^4}{c^2y^8} = \frac{y^4+cy^4-c^4-cy^4}{c^3y^8} = \frac{y^4-c^4}{c^3y^8}$;

г) $\frac{c^2+x^2}{c^2x^5} - \frac{c+x}{c^3x^3} = \frac{c^3+cx^2-cx^2-x^3}{c^3x^5} = \frac{c^3-x^3}{c^3x^5}$

$$a) x + y + \frac{x-y}{4} = \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{x-y}{4} = \frac{4x+4y+x-y}{4} = \frac{5x+3y}{4};$$

$$б) m + n - \frac{1+mn}{n} = \frac{m}{1} + \frac{n}{1} - \frac{1+mn}{n} = \frac{mn+n^2-1-mn}{n} = \frac{n^2-1}{n};$$

$$в) a - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a}{1} - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a(a+b+c)-ab-ac-bc}{a+b+c} =$$

$$= \frac{a^2+ab+ac-ab-ac-bc}{a+b+c} = \frac{a^2-bc}{a+b+c};$$

$$г) a^2 - b^2 - \frac{a^3 - b^3}{a+b} = \frac{a^2}{1} - \frac{b^2}{1} - \frac{a^3 - b^3}{a+b} = \frac{(a^2 - b^2)(a+b) - a^3 + b^3}{a+b} =$$

$$= \frac{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 - a^3 + b^3}{a+b} = \frac{a^2b - ab^2}{a+b} = \frac{ab(a-b)}{a+b}$$

$$\text{№ 228 (№ 214). } a) \frac{mn+1}{m+n} + \frac{mn-1}{m-n} = \frac{(m-n)(mn+1) + (m+n)(mn-1)}{(m+n)(m-n)} =$$

$$= \frac{m^2n + m - mn^2 - n + m^2n - m + mn^2 - n}{(m+n)(m-n)} = \frac{2m^2n - 2n}{(m+n)(m-n)} =$$

$$= \frac{2n(m^2-1)}{(m+n)(m-n)} = \frac{2n(m-1)(m+1)}{(m+n)(m-n)};$$

$$б) (c) \frac{a+b}{2a} - \frac{b}{a+b} = \frac{a^2+2ab+b^2-2ab}{2a(a+b)} = \frac{a^2+b^2}{2a(a+b)};$$

$$б) (в) \frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x} = \frac{(x+4a)(a-x) - (a-4x)(a+x)}{3(a+x)(a-x)} =$$

$$= \frac{ax+4a^2-x^2-4ax-a^2+4ax-ax+4x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{3a^2+3x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}.$$

$$г) (c) \frac{9a-24b}{a(a-b)} + \frac{21b-6a}{a(a-b)} = \frac{9a-24b+21b-6a}{a(a-b)} = \frac{3a-3b}{a(a-b)} = \frac{3}{a};$$

$$д) (c) \frac{3x+21y}{x^2-49y^2} + \frac{2xy}{x^2-7xy} = \frac{3x+21y}{(x-7y)(x+7y)} + \frac{2xy}{x(x-7y)} =$$

$$= \frac{x(3x+21y) + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{3x^2 + 21xy + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} =$$

$$= \frac{3x(x+7y) + 2xy(x+7y)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{(x+7y)(3x+2xy)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{x(3+2y)}{x(x-7y)} = \frac{3+2y}{x-7y}.$$

$$е) (c) \frac{m^2-2mn}{m^2-4n^2} + \frac{2n^2}{mn+2n^2} = \frac{m^2-2mn}{(m-2n)(m+2n)} + \frac{2n^2}{n(m+2n)} =$$

$$= \frac{n(m^2-2mn) + 2n^2(m-2n)}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{nm^2 - 2mn^2 + 2n^2m - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} =$$

$$= \frac{nm^2 - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{n(m^2 - 4n^2)}{n(m+2n)(m+2n)} = 1.$$

№ 229 (№ 215).

$$\begin{aligned} \text{a) (c)} \quad & \frac{2b^2 - bc}{b^2 - 0,25c^2} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4(2b^2 - bc)}{4(b^2 - 0,25c^2)} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b(2b-c)}{4b^2 - c^2} - \frac{2c}{2b+c} = \\ & = \frac{4b(2b-c)}{(2b-c)(2b+c)} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b}{2b+c} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b-2c}{2b+c} = \frac{2(2b-c)}{2b+c}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) (c)} \quad & \frac{2x-1}{x^2 - 0,5x} + \frac{4x+2}{x^2 + 0,5x} = \frac{2x-1}{x(x-0,5)} + \frac{2(2x+1)}{x(x+0,5)} = \\ & = \frac{2(2x-1)}{x(2x-1)} + \frac{4(2x+1)}{x(2x+1)} = \frac{2}{x} + \frac{4}{x} = \frac{6}{x}; \quad \text{a) (в)} \quad \frac{2y^2 - y}{y^2 - y + \frac{1}{4}} - \frac{2y^2 + y}{y^2 + y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{y^2 - \frac{1}{4}} = \\ & = \frac{4(2y^2 - y)}{4(y^2 - y + \frac{1}{4})} - \frac{4(2y^2 + y)}{4(y^2 + y + \frac{1}{4})} - \frac{4}{4(y^2 - \frac{1}{4})} = \\ & = \frac{4y(2y-1)}{4y^2 - 4y + 1} - \frac{4y(2y+1)}{4y^2 + 4y + 1} - \frac{4}{4y^2 - 1} = \frac{4y(2y-1)}{(2y-1)^2} - \frac{4y(2y+1)}{(2y+1)^2} - \frac{4}{(2y-1)(2y+1)} = \\ & = \frac{4y}{2y-1} - \frac{4y}{2y+1} - \frac{4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{4y(2y+1) - 4y(2y-1) - 4}{(2y-1)(2y+1)} = \\ & = \frac{8y^2 + 4y - 8y^2 + 4y - 4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{8y - 4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{4}{2y+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r) (c)} \quad & \frac{a^2 + 0,3ab}{ab + 0,3b^2} - \frac{ab - 0,7b^2}{a^2 - 0,7ab} = \frac{a(a + 0,3b)}{b(a + 0,3b)} - \frac{b(a - 0,7b)}{a(a - 0,7b)} = \\ & = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) (c)} \quad & \frac{1,8xy + 0,81y^2}{0,81y^2 - 4x^2} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \frac{0,9y(2x + 0,9y)}{(0,9y - 2x)(0,9y + 2x)} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \\ & = \frac{0,9y}{0,9y - 2x} - \frac{2x}{0,9y - 2x} = \frac{0,9y - 2x}{0,9 - 2x} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) (e)} \quad & \frac{6a}{2,25a^2 - 0,64} - \frac{8}{6a - 3,2} = \frac{6a}{(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} - \frac{8}{4(1,5a - 0,8)} = \\ & = \frac{24a - 8(1,5a + 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{12a - 6,4}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \\ & = \frac{8(1,5a - 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{2}{1,5a + 0,8} = \frac{20}{15a + 8}. \end{aligned}$$

№ 230 (№ 216). $\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} - \frac{1}{(b-c)(c-a)} =$

$$= \frac{c-a+b-c+a-b}{(a-b)(c-a)(b-c)} = \frac{0}{(a-b)(c-a)(b-c)} = 0,$$

при всех допустимых a, b , и c .

$$\text{№ 231 (№ 217). а) } \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{y^2-9} = \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{(y-3)(y+3)} =$$

$$= \frac{5y+15+y-3-4y+18}{(y-3)(y+3)} = \frac{2y+30}{(y-3)(y+3)} = \frac{2(y+15)}{(y-3)(y+3)};$$

$$\text{б) } \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9} = \frac{2a}{2a+3} - \frac{5}{2a-3} - \frac{4a^2+9}{(2a-3)(2a+3)} =$$

$$= \frac{4a^2-6a-10a-15-4a^2-9}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{-16a-24}{(2a-3)(2a+3)} = -\frac{8(2a+3)}{(2a-3)(2a+3)} = -\frac{8}{3-2a},$$

$$\text{в) в) } \frac{2b^2+10b}{3by+15y} + \frac{b^2-3b}{by-3y} - \frac{2b}{3y} = \frac{2b(b+5)}{3y(b+5)} + \frac{b(b-3)}{y(b-3)} - \frac{2b}{3y} =$$

$$= \frac{2b}{3y} + \frac{b}{y} - \frac{2b}{3y} = \frac{b}{y};$$

$$\text{г) в) } \frac{14ax-21x}{10a-15} - \frac{6ax+9x}{8a+12} + \frac{x}{10} = \frac{7x(2a-3)}{5(2a-3)} - \frac{3x(2a+3)}{4(2a+3)} + \frac{x}{10} =$$

$$= \frac{7x}{5} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{10} = \frac{28x-15x+2x}{20} = \frac{15x}{20} = \frac{3x}{4};$$

$$\text{в) д) } \frac{4m}{4m^2-1} - \frac{2m+1}{6m-3} + \frac{2m-1}{4m+2} =$$

$$= \frac{4m}{(2m-1)(2m+1)} - \frac{2m+1}{3(2m-1)} + \frac{2m-1}{2(2m-1)} =$$

$$= \frac{6 \cdot 4m - (4m+2)(2m+1) + (6m-3)(2m-1)}{6(2m-1)(2m+1)} =$$

$$= \frac{24m-8m^2-4m-4m-2+12m^2-6m-6m+3}{6(2m-1)(2m+1)} =$$

$$= \frac{4m+4m^2+1}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{(2m+1)^2}{6(2m+1)(2m-1)} = \frac{2m+1}{6(2m-1)};$$

$$\text{г) е) } \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(x-y)^2} =$$

$$= \frac{x^2-2xy+y^2-2x^2+2y^2+x^2+2xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)^2} = \frac{4y^2}{(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\text{д) ж) } \frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} = \frac{4a^2+3a+2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} =$$

$$= \frac{4a^2+3a+2-(a-1)(1-2a)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{4a^2+3a+2-a+2a^2+1-2a}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{6a^2+3}{(a-1)^3} = \frac{3(2a^2+1)}{(a-1)^3},$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma) (3)) \quad & \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{x^3-y^3} + \frac{1}{x-y} = \\
 = & \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{1}{x-y} = \\
 = & \frac{(x-y)^2 - 3xy + (x^2+xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 3xy + x^2 + xy + y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \\
 = & \frac{2x^2 + 2y^2 - 4xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2(x^2 + y^2 - 2xy)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \\
 = & \frac{2(x-y)^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2(x-y)}{(x^2+xy+y^2)}.
 \end{aligned}$$

№ 232 (№ 218).

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax+by}{(a-b)(x+y)} - \frac{bx-ay}{(a-b)(x+y)} = \frac{(a+b)(ax+by) - (a-b)(bx-ay)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\
 = & \frac{a^2x+aby+abx+b^2y-abx+a^2y+b^2x-aby}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\
 = & \frac{a^2x+b^2x+b^2y+a^2y}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{x(a^2+b^2)+y(b^2+a^2)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{(a^2+b^2)(x+y)}{(a^2-b^2)(x+y)} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}
 \end{aligned}$$

т.е. эти выражения тождественно равны.

$$\begin{aligned}
 \text{№ 233 (№ 219). а)} \quad & \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)} = \\
 = & \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
 = & \frac{-b^2(a-c) + b(a^2 - c^2) - ac(a-c)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-c)(-b^2 + ab + bc - ac)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
 = & \frac{(b-c)(a-b)}{abc(a-b)(b-c)} = \frac{1}{abc}; \text{ б)} \quad \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = \\
 = & \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} - \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = \\
 = & \frac{x^2(y-z) - y^2(x-z) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{x^2y - x^2z - xy^2 + y^2z + xz^2 - yz^2}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\
 = & \frac{xy(x-y) - z(x-y)(x+y) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{(x-y)(xy - zx - zy + z^2)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\
 = & \frac{x(y-z) - z(y-z)}{(x-z)(z-y)} = \frac{(x-z)(y-z)}{(x-z)(z-y)} = 1
 \end{aligned}$$

$$\text{№ 234 (№ 220). а)} \quad \frac{x^2-3x+6}{x-3} = \frac{x(x-3)}{x-3} + \frac{6}{x-3} = x + \frac{6}{x-3},$$

$$\text{б)} \frac{y^2+5y-8}{y+5} = \frac{y(y+5)}{y+5} - \frac{8}{y+5} = y - \frac{8}{y+5};$$

$$\text{в)} \frac{a^2+7a+2}{a+6} = \frac{a^2+6a+a+2}{a+6} = \frac{a(a+6)}{a+6} + \frac{a+2}{a+6} = a + \frac{a+2}{a+6};$$

$$\text{г)} \frac{3b^2-10b-1}{b-3} = \frac{3b^2-9b-b-1}{b-3} = \frac{3b(b-3)}{b-3} - \frac{b+1}{b-3} = 3b - \frac{b+1}{b-3}.$$

№ 221. (с). 1) $\frac{x^2+7x-25}{x-5} = \frac{x^2-25}{x-5} + \frac{7x}{x-5} = x+5 + \frac{7x}{x-5}$; следовательно,

ответ верный;

$$\begin{aligned} 2) \frac{x^2+7x-25}{x-5} &= \frac{x^2+12x-5x-25}{x-5} = \frac{x^2-5x}{x-5} + \frac{12x-25}{x-5} = \frac{x(x-5)}{x-5} + \frac{12x-60+35}{x-5} = \\ &= x + \frac{12x-60}{x-5} + \frac{35}{x-5} = x + \frac{12(x-5)}{x-5} + \frac{35}{x-5} = x+12 + \frac{35}{x-5}; \end{aligned}$$

следовательно, ответ верный; 3) ответ неверный, т.к. при подстановке $x = 1$,

$$\frac{x^2+7x-25}{x-5} = \frac{17}{4}, \quad a - x + \frac{2x-25}{x-5} = \frac{19}{4}$$

№ 222. (с). а) $\frac{6x}{x+3} = \frac{6x+18-18}{x+3} = 6 - \frac{18}{x+3}$, то есть тождество верно.

б) $\frac{ax}{x+b} = \frac{ax+ab-ab}{x+b} = \frac{a(x+b)-ab}{x+b} = a - \frac{ab}{x+b}$, то есть тождество верно.

№ 235 (№ 223). а) $\frac{2x}{x+3} = 2 + \frac{a}{x+3}$; $\frac{2x}{x+3} - 2 = \frac{a}{x+3}$; $\frac{2x-2x-6}{x+3} = \frac{a}{x+3}$,
 $-\frac{6}{x+3} = \frac{a}{x+3}$, $a = -6$;

б) $\frac{x}{x-5} = 1 + \frac{a}{x-5}$, $\frac{x}{x-5} - 1 = \frac{a}{x-5}$; $\frac{x-x+5}{x-5} = \frac{a}{x-5}$; $\frac{5}{x-5} = \frac{a}{x-5}$, $a = 5$,

в) $\frac{2x}{3-x} = \frac{a}{3-x} - 2$; $\frac{2x}{3-x} + 2 = \frac{a}{3-x}$; $\frac{2x+6-2x}{3-x} = \frac{a}{3-x}$; $\frac{6}{3-x} = \frac{a}{3-x}$, $a = 6$,

г) $\frac{x+2}{5-x} = \frac{a}{5-x} - 1$; $\frac{x+2}{5-x} + 1 = \frac{a}{5-x}$; $\frac{x+2+5-x}{5-x} = \frac{a}{5-x}$; $\frac{7}{5-x} = \frac{a}{5-x}$, $a = 7$

№ 236. (№ 224). а) $\frac{5x}{x+2} = \frac{5(x+2)}{x+2} - \frac{10}{x+2} = 5 - \frac{10}{x+2}$;

б) $\frac{-2x}{x-1} = \frac{-2(x-1)}{x-1} - \frac{2}{x-1} = -2 - \frac{2}{x-1}$;

в) $\frac{2x}{5-x} = \frac{2(x-5)}{5-x} + \frac{10}{5-x} = -2 + \frac{10}{5-x}$;

г) $\frac{x-3}{2-x} = \frac{x-2-1}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} - \frac{1}{2-x} = -1 - \frac{1}{2-x}$

$$\text{№ 237 (№ 225). а) } \frac{5n^2+2n+3}{n} = \frac{5n^2}{n} + \frac{2n}{n} + \frac{3}{n} = 5n + 2 + \frac{3}{n} - \text{целое при}$$

$$n = \pm 1; \pm 3;$$

$$\text{б) } \frac{(n-3)^2}{n} = \frac{n^2-6n+9}{n} = \frac{n^2}{n} - \frac{6n}{n} + \frac{9}{n} = n - 6 + \frac{9}{n} - \text{целое при } n = \pm 1; \pm 3; \pm 9.$$

$$\text{в) } \frac{3n}{n+2} = \frac{3(n+2)}{n+2} - \frac{6}{n+2} = 3 - \frac{6}{n+2} - \text{целое при } n = -8; 0; \pm 1; -3; \pm 4; -5,$$

$$\text{г) } \frac{7n}{n-4} = \frac{7(n-4)}{n-4} + \frac{28}{n-4} = 7 + \frac{28}{n-4} - \text{целое при } n = 0; 2; \pm 3; 5; 6; 8; -10; 11; 18; -24; 32$$

$$\text{№ 238 (№ 226).}$$

$$\text{а) } \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}; \quad \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a(x+3)+b(x-2)}{(x-2)(x+3)};$$

$$5x = a(x+3) + b(x-2); \quad 5x = ax + 3a + bx - 2b;$$

$$5x = (ax + bx) + 3a - 2b; \quad 5x = x(a+b) + 3a - 2b; \text{ запишем систему:}$$

$$\begin{cases} a+b=5, \\ 3a-2b=0; \end{cases} \begin{cases} a=5-b, \\ 3(5-b)-2b=0; \end{cases} \quad 15-3b-2b=0; \quad b=3; \quad a=2.$$

$$\text{Ответ: } b=3; a=2.$$

$$\text{б) } \frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} - \frac{b}{x+2}; \quad 5x+31 = ax + 2a - bx + 5b;$$

$$5x+31 = ax - bx + 2a + 5b; \quad 5x+31 = x(a-b) + 2a + 5b;$$

$$\text{запишем систему:}$$

$$\begin{cases} a-b=5, \\ 2a+5b=31; \end{cases} \begin{cases} a=b+5, \\ 2(b+5)+5b=31; \end{cases} \quad 2b+10+5b=31; \quad 7b=21, \quad b=3; \quad a=8$$

$$\text{Ответ: } b=3; a=8.$$

К параграфу 3

$$\text{№ 227. (с). а) } \frac{x^5+x^3}{x^4-x^2} \cdot \frac{x^6-x^3}{x^2+x^4} = \frac{x^3(x^2+1)}{x^2(x^2-1)} \cdot \frac{x^3(x^3-1)}{x^2(x^2+1)} =$$

$$= \frac{x^3(x^2+1)x^3(x^3-1)}{x^2(x^2-1)x^2(x^2+1)} = \frac{x^2(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2(x^2+x+1)}{x+1};$$

$$\text{б) } \frac{2m^5-3m^4}{m^4-4m} \cdot \frac{m^4+2m^2}{3m^2-2m^3} = \frac{m^4(2m-3)}{m(m^3-4)} \cdot \frac{m^2(m^2+2)}{m^2(3-2m)} = \frac{m^3(m^2+2)}{m^3-4} = \frac{m^3(m^2+2)}{4-m^3}$$

$$\text{№ 228. (с).}$$

$$\text{а) } \frac{m^5+m^4+m^3}{m^3+m^2} \cdot \frac{m^5+m^3}{m^4+m^3+m^2} = \frac{m^3(m^2+m+1)}{m^2(m+1)} \cdot \frac{m^3(m^2+1)}{m^2(m^2+m+1)} = \frac{m^2(m^2+1)}{n+1}$$

$$\text{б) } \frac{n^2-n^4+n^6}{1-n} \cdot \frac{n^2-1}{n^5-n^3+n} = \frac{n^2(n^4-n^2+1)(n-1)(n+1)}{n(n-1)(n^4-n^2+1)} = -n(n+1)$$

$$\text{№ 239 (№ 229). а) } \frac{a^2+ax+ab+bx}{a^2-ax-ab+bx} \cdot \frac{a^2-ax-bx+ab}{a^2+ax-bx-ab} =$$

$$= \frac{a(a+x)+b(a+x)}{x(b-a)+a(a-b)} \cdot \frac{-x(a+b)+a(a+b)}{a(a-b)+x(a-b)} = \frac{(a+x)(a+b)(a+b)(a-x)}{(a-b)(a-x)(a-b)(a+x)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2},$$

$$6) \frac{x^2+ax-3x-3a}{x^2-ax-3x+3a} \cdot \frac{x^2+4x-ax-4a}{x^2+4x+ax+4a} = \frac{x(x+a)-3(x+a)}{x(x-a)-3(x-a)} \cdot \frac{x(x-a)+4(x-a)}{x(x+a)+4(x-a)} =$$

$$= \frac{(x+a)(x-3)(x-a)(x+4)}{(x-a)(x-3)(x+a)(x+4)} = \frac{(x+a)(x-a)}{(x-a)(x+a)} = 1.$$

№ 230. (c). а) $\frac{a-a^8}{a^6+a^2} \cdot \frac{a^9-a^2}{a^5+a} = \frac{(a-a^8)(a^5+a)}{(a^6+a^2)(a^9-a^2)} = \frac{a(1-a^7) \cdot a(a^4+1)}{a^2(a^4+1) \cdot a^2(a^7-1)} = -\frac{1}{a^2}.$

б) $\frac{9x^2-x^6}{x^5+x^7} \cdot \frac{x^4-3x^2}{x^9+x^7} = \frac{(9x^2-x^6)(x^9+x^7)}{(x^5+x^7)(x^4-3x^2)} =$

$$= \frac{x^2(9-x^4) \cdot x^7(x^2+1)}{x^5(x^2+1) \cdot x^2(x^2-3)} = \frac{(3-x^2)(3+x^2)(x^2+1) \cdot x^2}{(x^2+1)(x^2-3)} = -x^2(x^2+3)$$

№ 231. (c).

а) $\frac{x^2-bx+ax-ab}{x^2+bx-ax-ab} \cdot \frac{x^2+bx+ax+ab}{x^2-bx-ax+ab} = \frac{(x^2-bx+ax-ab)}{(x^2+bx-ax-ab)} \cdot \frac{(x^2-bx+ax+ab)}{(x^2-bx-ax+ab)} =$

$$= \frac{[x(x-b)+a(x-b)][x(x-b)-a(x-b)]}{[x(x+b)-a(x+b)][x(x+b)+a(x+b)]} = \frac{(x-b)(x+a)(x-b)(x-a)}{(x+b)(x-a)(x+b)(x+a)} = \frac{(x-b)^2}{(x+b)^2},$$

б) $\frac{m^2+m-mn-n}{m^2+m+mn+n} \cdot \frac{m^2-m-mn+n}{m^2-m+mn-n} = \frac{(m^2+m-mn-n)}{(m^2+m+mn+n)} \cdot \frac{(m^2-m+mn-n)}{(m^2-m-mn+n)} =$

$$= \frac{[m(m+1)-n(m+1)][m(m-1)+n(m-1)]}{[m(m+1)+n(m+1)][m(m-1)-n(m-1)]} = \frac{(m+1)(m-n)(m-1)(m+n)}{(m+1)(m+n)(m-1)(m-n)} = 1$$

№ 240 (№232). Учтем, что $m \neq n$, $-m \neq 0$, $n \neq 0$:

$$\frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2} = \frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{n-m}{mn} \right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2} = \frac{2m^2n^2}{mn(n-m)^2} - \frac{m^2+n^2}{(n-m)^2} =$$

$$= \frac{2mn}{(n-m)^2} - \frac{m^2+n^2}{(n-m)^2} = \frac{2mn-m^2-n^2}{(n-m)^2} = -\frac{n^2-2mn+m^2}{(n-m)^2} = -\frac{(n-m)^2}{(n-m)^2} = -1,$$

что не зависит от указанных переменных.

№233. (c). $\left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) = \frac{27+n^3}{3n^2} \cdot \frac{9-3n+n^2}{3n^2} =$

$$= \frac{(27+n^3) \cdot 3n^2}{(9-3n+n^2) \cdot 3n^2} = \frac{(3+n)(9-3n+n^2)}{9-3n+n^2} = 3+n,$$

натуральное при всех натуральных n .

№ 241 (№234).

$$a - \frac{a^2+x^2}{a-x} \cdot \left(\frac{2a}{x} + \frac{4a}{a-x} \right) = \frac{a(a+x)-(a^2-x^2)}{a+x} \times \frac{2a(a-x)+4ax}{x(a-x)} =$$

$$= \frac{a^2 + ax - a^2 - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 - 2ax + 4ax}{x(a-x)} = \frac{ax - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 + 2ax}{x(a-x)} = \frac{x(a-x) \cdot 2a(a+x)}{(a+x) \cdot x(a-x)} = 2a,$$

четное при всех целых значениях a .

$$\begin{aligned} \text{№ 242 (№235). } & \left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2 \right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{(x+1)(x+3) + 8x - 4x(x+3)}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{x^2 + 3x + x + 3 + 8x - 4x^2 - 12x}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3x^2 + 3}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x^2 - 1)(x+3)}{2x(x+3)(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3(x-1)(x+1)}{2x(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x-1)}{2x} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3x + 3 - x^2 + 5x - 3}{2x} = \frac{-x^2 + 2x}{2x} = -\frac{x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} = -\frac{x}{2} + 1 \quad \text{— отрицательное} \end{aligned}$$

число при любом $x > 2$.

$$\begin{aligned} \text{№236. (c). а) } & \left(a + 2b + \frac{4b^2}{a-2b} \right) : \left(a - \frac{2ab}{a+2b} \right) + 1 = \\ & = \frac{(a+2b)(a-2b) + 4b^2}{a-2b} : \frac{a(a+2b) - 2ab}{a+2b} + 1 = \frac{a^2 - 4b^2 + 4b^2}{a-2b} : \frac{a^2 + 2ab - 2ab}{a+2b} + 1 = \\ & = \frac{a^2}{a-2b} : \frac{a^2}{a+2b} + 1 = \frac{a^2(a+2b)}{a^2(a-2b)} + 1 = \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{2a}{a-2b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right) = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y-2x(x^2-y^2)+3y(x^2-y^2)}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y-2x^3+2xy^2+3x^2y-3y^3}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{(2x-3y)(1-x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3(1-x^2+y^2)}{x+y} = \frac{3-3+3x^2-3y^2}{x+y} = \frac{3(x^2-y^2)}{x+y} = 3(x-y); \end{aligned}$$

$$\text{в) } \left(\frac{5x^2-15xy}{x^2-9y^2} - \frac{3xy+9y^2}{x^2+6xy+9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right) = \left(\frac{5x(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} - \frac{3y(x+3y)}{(x+3y)^2} \right) : \frac{5x-3y}{xy} =$$

$$= \left(\frac{5x}{x+3y} - \frac{3y}{x+3y} \right) : \frac{5x-3y}{xy} = \frac{5x-3y}{x+3y} : \frac{5x-3y}{xy} = \frac{xy}{x+3y};$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \left(\frac{4a^2 - 6ac}{4a^2 - 12ac + 9c^2} - \frac{6ac + 9c^2}{4a^2 + 12ac + 9c^2} \right) \cdot \frac{6a + 9c}{4a^2 + 9c^2} &= \\ &= \left(\frac{2a(2a-3c)}{(2a-3c)^2} - \frac{3c(2a+3c)}{(2a+3c)^2} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \left(\frac{2a}{2a-3c} - \frac{3c}{2a+3c} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ &= \frac{2a(2a+3c) - 3c(2a-3c)}{(2a-3c)(2a+3c)} \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \frac{4a^2 + 6ac - 6ac + 9c^2}{(2a-3c)(2a+3c)} \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ &= \frac{(4a^2 + 9c^2)3(2a+3c)}{(2a-3c)(2a+3c)(4a^2+9c^2)} = \frac{3}{2a-3c}. \end{aligned}$$

№ 243 (№ 237).

$$\begin{aligned} \text{a)} ab + \frac{ab}{a+b} \left(\frac{a+b}{a-b} - a - b \right) &= ab + \frac{ab}{a+b} \cdot \frac{a+b - (a+b)(a-b)}{a-b} = \\ &= ab + \frac{ab(a+b)(1 - (a-b))}{(a+b)(a-b)} = ab + \frac{ab \cdot (1 - a + b)}{a-b} = \\ &= \frac{ab(a-b) + ab(1 - a + b)}{a-b} = \frac{a^2b - ab^2 + ab - a^2b + ab^2}{a-b} = \frac{ab}{a-b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(\frac{y^2 - xy}{x^2 + xy} - xy + y^2 \right) \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} &= \frac{y^2 - xy - (xy - y^2)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \\ &= \frac{-y(x-y) - y(x-y)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \frac{-y(x-y)(1 + x^2 + xy)}{x(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x+y} = \\ &= \frac{-y - yx^2 - xy^2 + y}{x+y} = \frac{-(x^2y + xy^2)}{x+y} = -\frac{xy(x+y)}{x+y} = -xy; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \left(\frac{1}{(2a-b)^2} + \frac{2}{4a^2 - b^2} + \frac{1}{(2a+b)^2} \right) \cdot \frac{4a^2 + 4ab + b^2}{16a} &= \\ &= \frac{(2a+b)^2 + 2(2a-b)(2a+b) + (2a-b)^2}{(2a-b)^2(2a+b)^2} \cdot \frac{(2a+b)^2}{16a} = \\ &= \frac{16a^2(2a+b)^2}{(2a+b)^2(2a-b)^2 \cdot 16a} = \frac{a}{(2a-b)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \left(\frac{1}{(c+2)^2} + \frac{1}{(c-2)^2} + \frac{2}{c^2 - 4} \right) &= \\ &= \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \frac{(c-2)^2 + (c+2)^2 + 2(c-2)(c+2)}{(c-2)^2(c+2)^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)} : \frac{c^2 - 4c + 4 + c^2 + 4c + 4 + 2c^2 - 8}{(c-2)^2(c+2)^2} =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \frac{4c^2}{(c-2)^2(c+2)^2} = \frac{4c^2(c+2)^2(c-2)^2}{4c^2(c-2)^4} = \frac{(c+2)^2}{(c-2)^2}.$$

№ 244 (№238). а) $\left(x - \frac{4xy}{x+y} + y\right) \cdot \left(x + \frac{4xy}{x-y} - y\right) =$

$$= \frac{x(x+y) - 4xy + y(x+y)}{x+y} \cdot \frac{x(x-y) + 4xy - y(x-y)}{x-y} =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x+y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} = (x-y)(x+y) = x^2 - y^2,$$

б) $\left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1\right) : \left(1 - \frac{1}{1-a}\right) = \frac{a(1-a) - (1-2a^2) + 1-a}{1-a} : \frac{1-a-1}{1-a} =$

$$= \frac{a-a^2-1+2a^2+1-a}{1-a} : \frac{-a}{1-a} = \frac{a^2}{1-a} : \left(-\frac{a}{1-a}\right) = -\frac{a^2(1-a)}{a(1-a)} = -a$$

№ 245 (№239).

$$\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2 - p^2} - \frac{2}{p+2q} = \frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{(2q-p)(2q+p)} - \frac{2}{p+2q} =$$

$$= \frac{p+2q-6q-2(p-2q)}{(p-2q)(p+2q)} = \frac{p+2q-6q-2p+4q}{(p-2q)(p+2q)} = -\frac{p}{p^2-4q^2};$$

$$-\frac{1}{2p} \cdot \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1\right) = -\frac{1}{2p} \cdot \frac{p^2+4q^2+p^2-4q^2}{p^2-4q^2} =$$

$$= -\frac{1}{2p} \cdot \frac{2p^2}{p^2-4q^2} = -\frac{p}{p^2-4q^2}; \text{ тождество доказано.}$$

№ 246 (№240). $a^3 + b^3 + \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right) = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$

$$a^3 + b^3 = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3 - \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$$

$$a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3} - \frac{b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3}; \quad a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3};$$

$$(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)^3 = a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3.$$

Будем преобразовывать левую и правую части неравенства отдельно:

1) $(a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = (a^3 + b^3)(a^9 - 3a^6b^3 + 3a^3b^6 - b^9) = a^{12} + a^9b^3 - 3a^9b^3 -$
 $- 3a^6b^6 + 3a^6b^6 + 3a^3b^9 - a^3b^9 - b^{12} = a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12};$

$$2) a^3(a^3+2b^3)^3 - b^3(2a^3+b^3)^3 = a^3(a^9+6a^6b^3+6a^3b^6+8b^9) - b^3(8a^9+6a^6b^3+6a^3b^6+b^9) = a^{12}+6a^9b^3+6a^6b^6+8a^3b^9 - 8a^9b^3-6a^6b^6-6a^3b^9-b^{12} = a^{12}-2a^9b^3+2a^3b^9-b^{12}.$$

$$\text{№ 247 (№241). } \frac{\frac{3}{2}a^2-2ab+\frac{2}{3}b^2}{\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2} + \frac{6b}{\frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b} = \frac{9a^2-12ab+4b^2}{6} : \frac{9a^2-4b^2}{36} + \frac{6b}{1} : \frac{3a+2b}{4} = \frac{(3a-2b)^2 \cdot 36}{6(9a^2-4b^2)} + \frac{4 \cdot 6b}{3a+2b} = \frac{6(3a-2b)^2}{(3a-2b)(3a+2b)} + \frac{24b}{3a+2b} = \frac{6(3a-2b)}{3a+2b} + \frac{24b}{3a+2b} = \frac{18a-12b+24b}{3a+2b} = \frac{6(3a+2b)}{3a+2b} = 6, \text{ что не зависит от } a \text{ и } b.$$

$$\text{№242. (c). а) } \left(\frac{0,5b-1,5}{0,5b^2-1,5b+4,5} - \frac{2b-6}{\frac{1}{3}b^3+9} \right) : \frac{b-3}{0,8b^3+21,6} =$$

$$= \left(\frac{0,5(b-3)}{0,5(b^2-3b+9)} - \frac{2(b-3)}{\frac{1}{3}(b^3+27)} \right) : \frac{b-3}{0,8(b^3+27)} =$$

$$= \left(\frac{b-3}{b^2-3b+9} - \frac{6(b-3)}{(b+3)(b^2-3b+9)} \right) : \frac{5(b-3)}{4(b^3+27)} =$$

$$= \frac{(b+3)(b-3)-6(b-3)}{b^3+27} : \frac{5(b-3)}{4(b^3+27)} = \frac{4(b-3)(b+3-6)(b^3+27)}{5(b^3+27)(b-3)} = \frac{4(b-3)}{5}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{0,5a+1} + \frac{\frac{2}{3}a}{2-a} + \frac{2a}{\frac{1}{4}a^2-1} \right) : \frac{0,5a-1}{0,5a-2} = \left(\frac{2a}{a+2} - \frac{2a}{3(a-2)} + \frac{8a}{(a-2)(a+2)} \right) \frac{a-2}{a-4} =$$

$$= \frac{6a(a-2)-2a(a+2)+24a}{3(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a-2}{a-4} = \frac{(4a^2+8a)(a-2)}{3(a-2)(a+2)(a-4)} = \frac{4a}{3(a-4)};$$

$$\text{в) } \left(\frac{3,6xy+2,1y^2}{1,44x^2-0,49y^2} + \frac{2x}{2,4x-1,4y} \right) : \frac{12x^2-7xy}{x+3y} =$$

$$= \left(\frac{3y(1,2x+0,7y)}{(1,2x-0,7y)(1,2x+0,7y)} + \frac{2x}{2(1,2x-0,7y)} \right) : \frac{x(12x+7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{3y(1,2x+0,7y)+x(1,2x+0,7y)}{(1,2x-0,7y)(1,2x+0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{(1,2x+0,7y)(3y+x)}{(1,2x+0,7y)(1,2x-0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{(x+3y) \cdot x(12x-7y)}{(x+3y)(1,2x-0,7y)} = \frac{10x(12x-7y)}{12x-7y} = 10x;$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{0,5x+y} - \frac{2y}{0,25x^2+xy+y^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25x^2-y^2} + \frac{1}{2y-x} \right) + 2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{0,5(x+2y)} - \frac{2y}{0,25(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
&= \left(\frac{2}{x+2y} - \frac{8y}{(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{2x}{(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
&= \frac{2(x+2y) - 8y}{(x+2y)^2} : \frac{2x - x - 2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} : \frac{x-2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \\
&= \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} : \frac{1}{x+2y} + 2 = \frac{2(x-2y)(x+2y)}{(x+2y)^2} + 2 = \frac{2(x-2y) + 2(x+2y)}{x+2y} = \frac{4x}{x+2y}.
\end{aligned}$$

№ 248 (№243). а) $\frac{x - \frac{yz}{y-z}}{y - \frac{xz}{x-z}} = \frac{\frac{xy - xz - yz}{y-z}}{\frac{xy - yz - xz}{x-z}} = \frac{(xy - xz - yz)(x-z)}{(xy - xz - yz)(y-z)} = \frac{x-z}{y-z};$

б) $\frac{\frac{a-x}{a} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a+x}{a} + \frac{x}{a+x}} = \frac{\frac{(a-x)(a-x) + ax}{a(a-x)}}{\frac{(a+x)^2 - ax}{a(a+x)}} =$
 $= \frac{a(a^2 - 2ax + x^2 + ax)(a+x)}{a(a-x)(a^2 + 2ax + x^2 - ax)} = \frac{(a^2 - ax + x^2)(a+x)}{(a^2 + ax + x^2)(a-x)} = \frac{a^3 + x^3}{a^3 - x^3};$

в) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1};$

г) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1-x}{x+1}} = \frac{x+1}{1} = x+1.$

№ 249. (н). а) Выражение имеет смысл, если $x-2 \neq 0$, $x+2 \neq 0$, $x^2-4 \neq 0$, $\frac{3x}{x^2-4} \neq 0$, то есть при $x \neq -2$; 0 ; 2 .

б) Выражение имеет смысл, если $x \neq 0$, $1 - \frac{1}{x} \neq 0$, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} \neq 0$.

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \neq 0 \text{ при } x \neq 1; \quad 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{x}{x-1} = -\frac{1}{x-1} \neq 0 \text{ ни при каких}$$

значениях x . Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq 0$; 1 .

№ 250. (н). $v_{cp} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}} = \frac{2}{\frac{7}{240}} = \frac{480}{7} \approx 68,6 \text{ км/ч.}$

№ 251. (н). Работа была закончена через $\frac{3}{\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{23}{72}} = \frac{216}{23} \approx 9,4$ часа.

№ 252. (н). $z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, $a \neq b$. Тогда

$$\frac{1}{z-a} + \frac{1}{z+b} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - a} + \frac{1}{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - b} = \frac{1}{2 - 1 - \frac{a}{b}} + \frac{1}{2 - \frac{b}{a} - 1} =$$

$$= \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 - \frac{a}{b}} + \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 - \frac{b}{a}} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \left(\frac{b}{b-a} + \frac{a}{a-b} \right) =$$

$$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{b-a}{b-a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

№ 244. (с). 1. Точка $A(-4;1)$ принадлежит т.к. $1 = -\frac{4}{-4}$; $1=1$.

2. Точка $B(8;0,5)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{8} = -0,5 \neq 0,5$.

3. Точка $C(0;0)$ не принадлежит т.к. $x=0$ не входит в область определения функции.

4. Точка $D(0,01;-400)$ принадлежит т.к. $-400 = -\frac{4}{0,01}$.

5. Точка $E(16;1/4)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \neq \frac{1}{4}$.

6. Точка $F(40;0,1)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{40} = -0,1 \neq 0,1$.

7. Точка $G(1000;-0,004)$ принадлежит т.к. $-0,004 = -\frac{4}{1000}$.

8. Точка $K(-0,004;-1000)$ не принадлежит, т.к. $\frac{-4}{-0,004} = 1000 \neq -1000$.

№ 253 (№ 245). $y = \frac{k}{x}$; $18 = \frac{k}{-9}$; $k = 18 \cdot (-9)$; $k = -162$; $y = -\frac{162}{x}$.

№ 254 (№ 246). а) Точка $A(40;0,025)$ принадлежит, т.к. $0,025 = \frac{1}{40}$.

б) Точка $B(0,03125;32)$ принадлежит, т.к. $32 = \frac{1}{0,03125}$;

в) Точка $C(0,016; 6\frac{1}{4})$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,016} = 62,5 \neq 6,25 = 6\frac{1}{4}$

г) Точка $D(0,125; 0,8)$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,125} = 8 \neq 0,8$.

№ 255 (№247). Подставим координаты точки $A(10; 2,4)$ в уравнение

функции и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $2,4 = \frac{k}{10}$; $k = 2,4 \cdot 10 = 24$, т.е. $y = \frac{24}{x}$

а) Точка $B(1; 24)$ принадлежит т.к. $24 = \frac{24}{1}$.

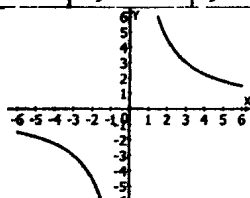
б) Точка $C(-\frac{1}{5}; -120)$ принадлежит т.к. $-120 = \frac{24}{-\frac{1}{5}}$.

в) Точка $D(-2; 12)$ не принадлежит т.к. $\frac{24}{-2} = -12 \neq 12$.

№ 256 (№248). а) $y = \frac{36}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{36}{(x+1+x-1)(x+1-x+1)} =$
 $= \frac{36}{2x \cdot 2} = \frac{36}{4x} = \frac{9}{x}$. Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

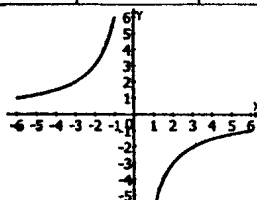
x	-9	-3	-1	1	3	9
y	-1	-3	-9	9	3	1



б) $y = \frac{18-12x}{x^2-3x} - \frac{6}{3-x} = \frac{18-12x}{x(x-3)} - \frac{6}{3-x} = \frac{18-12x+6x}{x(x-3)} = \frac{18-6x}{x(x-3)} = \frac{6(3-x)}{x(x-3)} = -\frac{6}{x}$.

Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

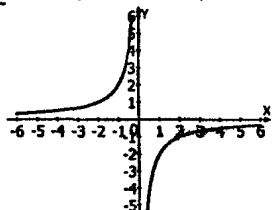
x	-3	-2	-1	1	2	3
y	2	3	6	-6	-3	-2



$$в) y = \frac{16}{(2-x)^2 - (2+x)^2} = \frac{16}{(2-x+2+x)(2-x-2-x)} = \frac{16}{4(-2x)} = \frac{16}{-8x} = -\frac{2}{x}$$

Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

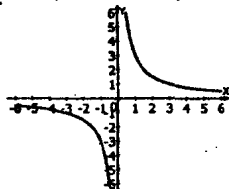
x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	1	2	4	-4	-2	-1



$$г) y = \frac{3x(x+1) - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x^2 + 3x - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x+15}{x(x+5)} = \frac{3(x+5)}{x(x+5)} = \frac{3}{x}$$

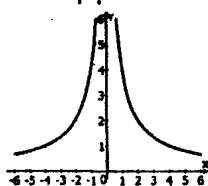
Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	1,5	1

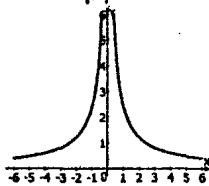


№ 257 (№249).

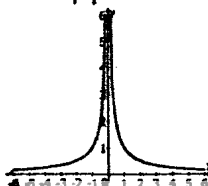
$$а) y = \frac{4}{|x|};$$



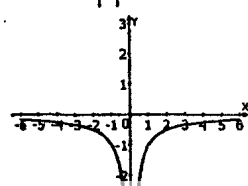
$$б) y = \frac{2,4}{|x|};$$



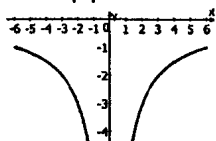
$$в) y = \frac{1}{|x|};$$



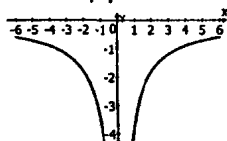
$$г) y = -\frac{1}{|x|};$$



$$д) y = \frac{-6}{|x|};$$

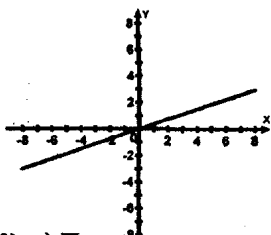


$$е) y = \frac{-3,6}{|x|}.$$

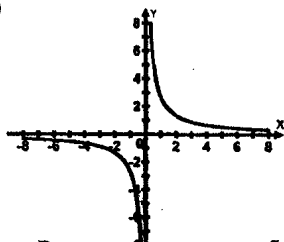


№ 258. (н). $y = \frac{17}{5x} = \frac{3,4}{x}$ – обратная пропорциональность с коэффициентом обратной пропорциональности $k = \frac{17}{5} = 3,4$.

№ 259 (н). а)



б)



№ 260 (№250). а) Подставим координаты точки P в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $1 = \frac{k}{2}$; $k=2$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $1 = 2 \cdot 2 + b$, $b = 1 - 4 = -3$.

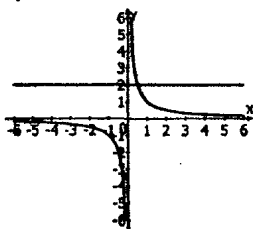
б) Подставим координаты точки Q в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $3 = \frac{k}{-2}$, $k = -6$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $3 = (-6) \cdot (-2) + b$; $3 = 12 + b$; $b = 3 - 12 = -9$.

в) Подставим координаты точки R в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $1 = \frac{k}{-1}$, $k = -1$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $1 = (-1) \cdot (-1) + b$; $1 = 1 + b$; $b = 0$.

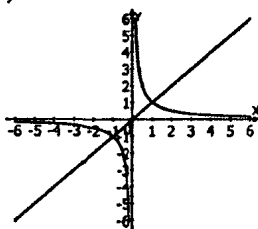
№ 261 (№251). а) Только в 1 точке – да;

б) только в 2 точках – да; в) в 3 точках – нет.

а)

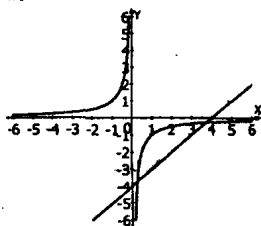


б)

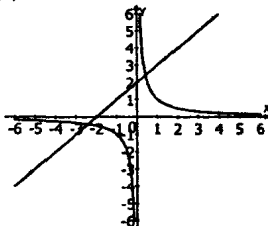


№ 262 (№252). а) В одной четверти – да;
б) в I и II четвертях – нет; в) в I и III четвертях – да.

а)



в)



ГЛАВА II. Квадратные корни

§4. Действительные числа

10. Рациональные числа

№ 263 (№253).

а) Натуральные числа: 10; 15; б) целые числа: -100; -2; 0; 10; 15.

в) рациональные числа: -100; -14,5; -2; $-\frac{2}{3}$; 0; 10; 15; $20\frac{1}{6}$

№255. (с) а) $27 \in \mathbb{N}$ – да; б) $2,7 \notin \mathbb{N}$ – да; в) $0 \in \mathbb{Z}$ – да; г) $-8 \notin \mathbb{Z}$ – нет

№ 264 (№256). а) $-4 \in \mathbb{N}$ – нет; $-4 \in \mathbb{Z}$ – да; $-4 \in \mathbb{Q}$ – да;

б) $5,6 \notin \mathbb{N}$ – да; $5,6 \in \mathbb{Z}$ – нет; $5,6 \in \mathbb{Q}$ – да;

в) $28 \in \mathbb{N}$ – да; $28 \in \mathbb{Z}$ – да; $28 \in \mathbb{Q}$ – да.

№ 265 (№257). $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$; $1\frac{2}{5} = \frac{14}{10}$; $1\frac{2}{5} = \frac{21}{15}$; $0,3 = \frac{3}{10}$; $0,3 = \frac{6}{20}$; $0,3 = \frac{18}{60}$

$-3\frac{1}{4} = -\frac{13}{4}$; $-3\frac{1}{4} = -\frac{26}{8}$; $-3\frac{1}{4} = -\frac{39}{12}$;

$-27 = -\frac{27}{1}$; $-27 = -\frac{54}{2}$; $-27 = -\frac{81}{3}$; $0 = \frac{0}{1}$; $0 = \frac{0}{5}$; $0 = \frac{0}{13}$.

№ 266 (№258).

$36 = \frac{36}{1}$; $-45 = -\frac{45}{1}$; $4,2 = 4\frac{1}{5} = \frac{21}{5}$; $-0,8 = -\frac{4}{5}$; $15\frac{1}{6} = \frac{91}{6}$; $-\frac{2}{9} = -\frac{2}{9}$

№ 267 (№259).

а) $\frac{1}{3} = 0,(3)$; б) $\frac{5}{6} = 0,8(3)$; в) $\frac{1}{7} = 0,(142857)$; г) $-\frac{20}{9} = -2,(2)$;

д) $-\frac{8}{15} = -0,5(3)$; е) $10,28 = 10,28(0)$; ж) $-17 = -17,(0)$;

з) $\frac{3}{16} = 0,1875(0)$; и) $-1\frac{3}{40} = -\frac{43}{40} = -1,075(0)$; к) $2\frac{7}{11} = \frac{29}{11} = 2,6(36)$

№260. (с). а) $\frac{5}{3} = 1,(6)$; б) $\frac{7}{30} = 0,2(3)$; в) $\frac{3}{7} = 0,4285\dots$;

г) $-\frac{5}{8} = -0,625(0)$; д) $1,347 = 1,347(0)$; е) $-125 = -125,(0)$

№ 268 (№261). а) $0,013 < 0,1004$; б) $-24 < 0,003$; в) $-3,24 > -3,42$;

г) $\frac{3}{8} = 0,375$; д) $-1,174 > -1\frac{7}{40}$; е) $0,9(09) < 0,91(6)$;

ж) $-2,005 > -2,04$; з) $-1\frac{3}{4} = -1,75$; и) $0,437 < 0,437 = \frac{7}{16}$.

№269 (н). а) $\frac{2}{15}$; б) $\frac{2}{11}$.

№ 270 (№263). а) $10,01$; $10,005$; $10,09$; б) $-0,00001$; $-0,0005$; $-0,0008$;

в) $-1000,1$; $-1000,5$; $-1000,03$; г) $\frac{3}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{12}$.

№ 271 (№264). а) $1,31$; $1,32$; $1,33$; $1,34$; $1,35$; б) $5,01$; $5,02$; $5,03$; $5,04$; $5,05$;
в) -1001 ; -1002 ; -1010 ; -1153 ; -1278 .

Упражнения для повторения

$$\begin{aligned}\text{№ 272 (№265). а) } & \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} = \\ & = \frac{a(a+b) + 3a(a-b) - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab + 3a^2 - 3ab - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \\ & = \frac{4a^2 - 4ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a}{a+b};\end{aligned}$$

$$\text{б) } \left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1} = -\frac{1 \cdot (1-x) \cdot x}{x(1+x)(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

№266. (с). а) Четные числа можно представить в виде $2n$ и $2m$; их сумма равна $2m+2n=2(n+m)$, — четное число.

б) Четное число можно представить в виде $2n$, а нечетное — в виде $2m+1$; их сумма равна: $2n+(2m+1)=2n+2m+1=2(n+m)+1$, — нечетное число.

№ 273 (№267). а) $(2n)^2=4n^2$ — четное число.

б) $(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$ — нечетное число.

№ 274 (№268). а) $|10|=10$; $|0,3|=0,3$; $|0|=0$; $|-2,7|=2,7$; $|-9|=9$;

б) $|x|=6 \Rightarrow x=\pm 6$; $|x|=3,2 \Rightarrow x=\pm 3,2$; $|x|=0 \Rightarrow x=0$.

№ 275 (№269). а) при $a>0$, $|a|=a$; б) при $c<0$, $|c|=-c$;

в) при $b<0$, $|2b|=-2b$; г) при $c\geq 0$, $|3c|=3c$.

№ 270. (с). а) $\frac{1}{2}$; б) π .

№ 271. (с). а) да; б) нет, так как иррациональные числа действительные, но не рациональные; в) да; г) нет, так как $\frac{1}{2}$ — действительное, но не иррациональное.

11. Иррациональные числа

№ 276. (н). а) $1,818181\dots$; б) $2,010010001\dots$

№ 277. (н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 278 (№272). Рациональные числа: $\frac{1}{7}$; 0; 0,25; -2,(3); 4,2(51); 217;

иррациональные числа: 0,818118111...; π .

№ 279 (№273). а) $7,16 \in N$ – нет; $7,16 \in Z$ – нет; $7,16 \in Q$ – да; $7,16 \in R$ – да;
б) $409 \in N$ – да; $409 \in Z$ – да; $409 \in Q$ – да; $409 \in R$ – да;

в) $\pi \in N$ – нет; $\pi \in Z$ – нет; $\pi \in Q$ – нет; $\pi \in R$ – да.

№ 280 (№274). а) $7,653... > 7,563...$; б) $0,123... > 0,114...$;

в) $-48,075 > -48,275...$; г) $-1,444... > -1,456...$

№ 281 (№275). а) 1,(56); б) -4,45; в) 1,6668; г) $-\frac{5}{22}$; д) $\pi=3,14159...$; е) π .

№ 282 (№276). а) $9,835... < 9,847$; б) $-1,(27) < 1,272$;

в) $2\frac{1}{7} = 2,1428... > 2,142$; г) $1,(375) > 1\frac{3}{8} = 1,375$.

№ 283 (н). а) $7,45 - 1,15 = 6,3$; б) $3\frac{2}{3} - \left(-5\frac{1}{3}\right) = 3\frac{2}{3} + 5\frac{1}{3} = 9$.

№ 284 (н). а) $CN = 4,514 - 1,304 = 3,21$

$DN = 1,304 + 1,9368... = 3,2408... > CN$,

поэтому точка C ближе к точке N , чем точка D .

б) $CN = 4,586 + 2,4815 = 7,0675...$; $DN = 11,454 - 4,586 = 6,8... < CN$, по-
этому точка D ближе к точке N , чем точка C .

№ 285 (№ 277). $-2,75... < -2,63... < 3,(3) < 4,62$.

№ 286 (№ 278). $2,065 > 2,056... > 1,(37) > 1,371 > -0,078...$

№ 287. (н) а) -3; -2; -1; 0; 1; 2; б) -5; -4; -3; -2; -1.

№ 288 (№279).

а) $a = 1,0539... \approx 1,1$; $b = 2,0610... \approx 2,1$; $a + b \approx 1,1 + 2,1 = 3,2$;

б) $a = 1,0539... \approx 1,05$; $b = 2,0610... \approx 2,06$; $a + b \approx 1,05 + 2,06 = 3,11$;

в) $a = 1,0539... \approx 1,054$; $b = 2,0610... \approx 2,061$; $a + b \approx 1,054 + 2,061 = 3,115$

№ 289 (№280).

а) $a = 59,678... \approx 59,7$; $b = 43,123... \approx 43,1$; $a - b \approx 59,7 - 43,1 = 16,6$;

б) $a = 59,678... \approx 59,68$; $b = 43,123... \approx 43,12$; $a - b \approx 59,68 - 43,12 = 16,56$.

№ 290 (№281). Пусть r – радиус окружности. Тогда ее длина
 $C = 2\pi r$; $\pi \approx 3,14$; $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 6,28 \cdot 4,5 = 28,26$ (см).

№ 291 (№282). Пусть r – радиус круга. Тогда его площадь

$S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 10^2 = 3,14 \cdot 100 = 314$ (м²).

№ 292. (н). $a + b = 1,32322322... + 2,31311311... = 3,636336333...$ – ирра-
циональное число.

№ 293. (н). $a + b = \frac{a^2 - b^2}{a - b}$ – рациональное число, как отношение двух
рациональных чисел.

Упражнения для повторения

№ 294 (№283).

$$\left(\frac{a+b}{b} - \frac{a}{a+b}\right) : \left(\frac{a+b}{a} - \frac{b}{a+b}\right) = \frac{(a+b)^2 - ab}{b(a+b)} : \frac{(a+b)^2 - ab}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{a(a+b)((a+b)^2 - ab)}{b(a+b)((a+b)^2 - ab)} = \frac{a}{b}.$$

№ 295 (№284). 1) $x = -2,5$; $|2x-8| = |2 \cdot (-2,5) - 8| = |-5-8| = |-13| = 13$;

2) $x=0$; $|2x-8| = |2 \cdot 0 - 8| = |-8| = 8$; 3) $x=4$; $|2x-8| = |2 \cdot 4 - 8| = |8-8| = |0| = 0$;

4) $x=5$; $|2x-8| = |2 \cdot 5 - 8| = |10-8| = |2| = 2$;

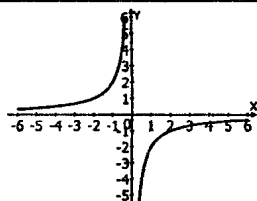
5) $x=9,5$; $|2x-8| = |2 \cdot 9,5 - 8| = |11| = 11$.

№285. (с). а) $|ab|=ab$; б) $|ab|=-ab$.

№ 296 (№286). Найдем k : $-0,5 = \frac{k}{4}$; $k = -0,5 \cdot 4 = -2$; $y = -\frac{2}{x}$.

Область определения: $x \neq 0$

x	1	2	-4	1/2	-1	-2	-4
y	-2	-1	-1/2	-4	2	1	1/2



№ 297. (н). $x + b = ax - 2b = 1$ при $x = 3$.

$$\begin{cases} b+3=1 \\ 3a-2b=1 \end{cases} \Rightarrow b=-2; a=-1.$$

§5 Арифметический квадратный корень

12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

№ 298 (№287). а) $5 > 0$ и $5^2=25$, следовательно, число 5 – арифметический квадратный корень из 25;

б) $0,3 > 0$ и $0,3^2=0,09$, следовательно, число 0,3 – арифметический квадратный корень из 0,09;

в) $-7 < 0$, следовательно число -7 не является арифметическим квадратным корнем из 49;

г) $0,6^2=0,36 \neq 36$, следовательно, число 0,6 не является арифметическим квадратным корнем из 36.

№ 299 (№288). а) $11 > 0$ и $11^2=121$; б) $13 > 0$ и $13^2=169$;

в) $1,2 > 0$ и $1,2^2=1,44$; г) $0,7 > 0$ и $0,7^2=0,49$.

№ 300 (№289). а) $\sqrt{81} = 9$; б) (с) $\sqrt{64} = 8$; б) (в) $\sqrt{36} = 6$;

в) (г) $\sqrt{1600} = 40$; д) (с) $\sqrt{2500} = 50$; г) (е) $\sqrt{10000} = 100$;

д) (ж) $\sqrt{0,04} = 0,2$; з) (с) $\sqrt{0,25} = 0,5$; е) (и) $\sqrt{0,81} = 0,9$;

ж) (к) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$; л) (с) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; д) (м) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$

№ 301 (№290). а) $\sqrt{400} = 20$; б) $\sqrt{900} = 30$; в) $\sqrt{4900} = 70$; г) $\sqrt{0,01} = 0,1$,

д) $\sqrt{0,16} = 0,4$; е) $\sqrt{0,64} = 0,8$; ж) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$; з) $\sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$;

и) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; к) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

№ 302 (№291). а) при $a=32$, $b=4$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6$

при $a=33$, $b=-8$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{33-8} = \sqrt{25} = 5$;

при $a=0,65$, $b=0,16$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{0,65+0,16} = \sqrt{0,81} = 0,9$;

при $a=-25$, $b=26$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{-25+26} = \sqrt{1} = 1$

б) при $x=7$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 7 - 5} = \sqrt{21-5} = \sqrt{16} = 4$;

при $x=23$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 23 - 5} = \sqrt{69-5} = \sqrt{64} = 8$;

при $x=1,83$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 1,83 - 5} = \sqrt{5,49-5} = \sqrt{0,49} = 0,7$

в) при $x=0$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{0} = 0 + 0 = 0$;

при $x=0,01$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,01 + \sqrt{0,01} = 0,01 + 0,1 = 0,11$;

при $x=0,36$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,36 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 0,6 = 0,96$;

при $x=0,64$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,64 + \sqrt{0,64} = 0,64 + 0,8 = 1,44$;

при $x=1$ получаем: $x + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$;

при $x=25$ получаем: $x + \sqrt{x} = 25 + \sqrt{25} = 25 + 5 = 30$;

при $x=100$ получаем: $x + \sqrt{x} = 100 + \sqrt{100} = 100 + 10 = 110$;

при $x=3600$ получаем: $x + \sqrt{x} = 3600 + \sqrt{3600} = 3600 + 60 = 3660$

№ 303 (№292). а) при $x=25$, $y=0$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{25} + \sqrt{0} = 5$,

при $x=0$, $y=1$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1$;

при $x=\frac{9}{25}$, $y=0,36$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{0,36} = \frac{3}{5} + 0,6 = 0,6 + 0,6 = 1,2$;

б) при $a=0$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 0} = \sqrt{4-0} = 2$;

при $a=2$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 2} = \sqrt{4-4} = 0$;

при $a=1,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 1,5} = \sqrt{4-3} = 1$;

при $a=-22,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot (-22,5)} = \sqrt{4+45} = 7$

№ 304 (№293). а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$; б) $\sqrt{81} \cdot \sqrt{100} = 9 \cdot 10 = 90$;

в) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + 0,5 = 0,8$; г) $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} = 0,2 - 0,1 = 0,1$,

д) $3\sqrt{9} - 16 = 3 \cdot 3 - 16 = 9 - 16 = -7$;

е) $-7\sqrt{0,36} + 5,4 = -7 \cdot 0,6 + 5,4 = -4,2 + 5,4 = 1,2$;

$$\text{ж)} 0,1\sqrt{400} + 0,2\sqrt{1600} = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 = 2 + 8 = 10;$$

$$\text{з)} \frac{1}{3}\sqrt{0,36} + \frac{1}{5}\sqrt{900} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{5} \cdot 30 = 0,2 + 6 = 6,2.$$

$$\text{№ 305 (№294). а)} 0,6\sqrt{36} = 0,6 \cdot 6 = 3,6; \text{б)} -2,5\sqrt{25} = -2,5 \cdot 5 = -12,5,$$

$$\text{в)} \sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} = 0,7 + 0,4 = 1,1; \text{г)} \sqrt{0,64} - \sqrt{0,04} = 0,8 - 0,2 = 0,6;$$

$$\text{д)} -\sqrt{0,0036} + \sqrt{0,0025} = -0,06 + 0,05 = -0,01;$$

$$\text{е)} \sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001} = 0,1 - 0,01 = 0,09; \text{ж)} \frac{1}{3}\sqrt{0,81} - 1 = \frac{1}{3} \cdot 0,9 - 1 = 0,3 - 1 = -0,7,$$

$$\text{з)} 4 - 10\sqrt{0,01} = 4 - 10 \cdot 0,1 = 4 - 1 = 3.$$

$$\text{№ 306. (н). а)} 15, 13, 18, 19; \text{б)} 1,2, 1,8, 1,6, 1,5$$

$$\text{в)} 24, 42, 61, 86; \text{г)} 2,7, 3,7, 7,5, 8,8.$$

$$\text{№ 307. (н). а)} n = 2, 7, 10; \text{б)} n = 9, 16, 21, 24.$$

$$\text{№ 308. (н). а)} \text{точка } A \text{ ближе. б)} \text{точка } B \text{ ближе.}$$

$$\text{№ 309 (№296). а)} \text{Да; б)} \text{нет; в)} \text{да; г)} \text{да; д)} \text{да; е)} \text{нет.}$$

$$\text{№ 310 (№297). 1)} \sqrt{a} = 0; (\sqrt{a})^2 = 0^2; a = 0; \text{2)} \sqrt{a} = 1; (\sqrt{a})^2 = 1^2; a = 1.$$

$$\text{3)} \sqrt{a} = 3; (\sqrt{a})^2 = 3^2; a = 9; \text{4)} \sqrt{a} = 10; (\sqrt{a})^2 = 10^2; a = 100;$$

$$\text{5)} \sqrt{a} = 0,6; (\sqrt{a})^2 = 0,6^2; a = 0,36.$$

$$\text{№ 311 (№298). а)} \sqrt{x} = 4; (\sqrt{x})^2 = 4^2; x = 16; \text{б)} \sqrt{x} = 0,5; (\sqrt{x})^2 = 0,5^2; x = 0,25;$$

$$\text{в)} 2\sqrt{x} = 0; \sqrt{x} = 0; x = 0; \text{г)} 4\sqrt{x} = 1; \sqrt{x} = \frac{1}{4}; (\sqrt{x})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2; x = \frac{1}{16},$$

$$\text{д)} \sqrt{x} - 8 = 0; \sqrt{x} = 8; (\sqrt{x})^2 = 8^2; x = 64;$$

$$\text{е)} 3\sqrt{x} - 2 = 0; 3\sqrt{x} = 2; \sqrt{x} = \frac{2}{3}; (\sqrt{x})^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2; x = \frac{4}{9}.$$

$$\text{№ 312 (№299). а)} \sqrt{x} = 0,1; (\sqrt{x})^2 = (0,1)^2; x = 0,01;$$

$$\text{б)} \text{нет; в)} \text{нет; г)} \sqrt{x} - 3 = 0; \sqrt{x} = 3; x = 9.$$

$$\text{№ 313 (№300). а)} \sqrt{x} = 11; (\sqrt{x})^2 = 11^2; x = 121;$$

$$\text{б)} 10\sqrt{x} = 3; \sqrt{x} = \frac{3}{10}; (\sqrt{x})^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2; x = \frac{9}{100};$$

$$\text{в)} \sqrt{x} = -20 - \text{такого значения } x \text{ не существует;}$$

$$\text{г)} 2\sqrt{x} - 1 = 0; 2\sqrt{x} = 1; \sqrt{x} = \frac{1}{2}; x = \frac{1}{4};$$

д) $5 - \sqrt{x} = 0$; $-\sqrt{x} = -5$; $\sqrt{x} = 5$; $x = 25$;

е) $2 + \sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = -2$ — такого значения x не существует

№ 314 (№301). а) $\sqrt{3+5x} = 7$; $(\sqrt{3+5x})^2 = 7^2$;

$3+5x = 49$; $5x = 46$; $x = 9,2$; б) $\sqrt{10x-14} = 11$; $(\sqrt{10x-14})^2 = 11^2$,

$10x-14 = 121$; $x = 13,5$; в) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$; $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$; $x = 1,5$.

№ 315. (н). $n^2 + 39 = m^2$, n — двузначное число. $(m-n)(m+n) = 39$

$\begin{cases} m-n=1 \\ m+n=39 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-1 \\ m+n=-39 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=3 \\ m+n=13 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-3 \\ m+n=-13 \end{cases}$
$m=20, n=19$	$m=-20, n=-19$	$m=-8, n=-5$	$m=20, n=-19$
$\begin{cases} m-n=39 \\ m+n=1 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-39 \\ m+n=-1 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=13 \\ m+n=3 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-13 \\ m+n=-3 \end{cases}$
$m=20, n=-19$	$m=-20, n=19$	$m=8, n=-5$	$m=-8, n=5$

Итак, $\sqrt{n^2+39}$ является двузначным числом при $n = 19$

Упражнения для повторения

№ 316 (№302).

а) $x = -2,5$; $y \approx 6,25$; $x = -1,3$; $y \approx 1,7$;

$x = -0,8$; $y \approx 0,65$; $x = 0,6$; $y \approx 0,35$;

$x = 1,7$; $y \approx 2,8$; $x = 2,3$; $y \approx 5,2$;

б) $y = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$; $y = 2$; $x_{1,2} \approx \pm 1,4$,

$y = 5$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$; $y = 7,5$; $x_{1,2} \approx \pm 2,8$,

в) $(-1,4)^2 \approx 2$; $(-0,8)^2 \approx 0,65$; $(1,2)^2 \approx 1,45$; $(-2,8)^2 \approx 7,65$;

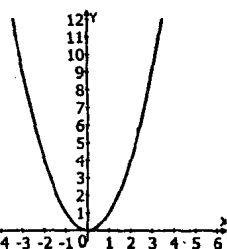
г) $\sqrt{0,5} \approx 0,7$; $\sqrt{2,5} \approx 1,6$; $\sqrt{3} \approx 1,75$; $\sqrt{4} \approx 2$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{9} = 3$

№303. (с). $\left(x-1+\frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2-x}{(2-x)^2} = \frac{x(1-x)-1(1-x)+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} =$
 $= \frac{x-x^2-1+x+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{x(x-2) \cdot x(x-1)}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{x^2}{x-2}$

Подставим $x = -2$ получим: $\frac{x^2}{x-2} = \frac{(-2)^2}{-2-2} = \frac{4}{-4} = -1$.

№ 317. (н). $1,5x^3y^2 \cdot 6,2xy = 9,3x^4y^3 = 9,3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot 4^3 = \frac{9,3 \cdot 625}{4} = 1453,125$

№318 (304). а) $|a^2| = a^2$; б) при $a > 0$: $|a^3| = a^3$; в) при $a < 0$: $|a^3| = -a^3$.



13. Уравнение $x^2 = a$

№ 319 (№305). а) $x^2 = 81$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{81} = \pm 9$;

б) $x^2 = 18$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$; в) $x^2 = 0$; $x = 0$,

г) $x^2 = -25$; уравнение не имеет корней.

№ 320 (№306). а) $x^2 = 36$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$;

б) $x^2 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$; в) $x^2 = 121$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{121} = \pm 11$,

г) $x^2 = 11$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; д) $x^2 = 8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 2} = \pm 2\sqrt{2}$; е) $x^2 = 2,5$,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{2,5} = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2}} = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}.$$

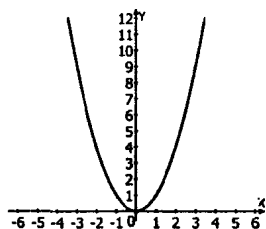
№ 321. (№307). Нарисуем график и найдем приближенные значения:

а) $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,7$;

б) $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$;

в) $x^2 = 4,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,1$;

г) $x^2 = 8,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{8,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,9$.



№308. Нарисуем график и найдем приближенные значения (см. график к №307):

а) $x^2 = 3,6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3,6}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,85$;

б) $x^2 = 2,8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2,8}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,65$;

в) $x^2 = 1,4$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{1,4}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,2$;

г) $x^2 = 6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,45$.

№ 322 (№309).

а) $x^2 - 0,01 = 0,03$; $x^2 = 0,03 + 0,01 = 0,04$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,04} = \pm 0,2$,

б) $80 + y^2 = 81$; $y^2 = 81 - 80 = 1$; $y_{1,2} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$;

в) $19 + c^2 = 10$; $c^2 = 10 - 19 = -9$; уравнение корней не имеет;

г) $20 - b^2 = -5$; $b^2 = 5 + 20 = 25$; $b_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

д) $3x^2 = 1,47$; $x^2 = 1,47 : 3 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$;

е) $\frac{1}{4}a^2 = 10$; $a^2 = 10 : \frac{1}{4} = 40$; $a_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 10} = \pm 2\sqrt{10}$;

ж) $\frac{1}{2}x^2 = 32$; $x^2 = 32 : \frac{1}{2} = 64$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;

з) $-5y^2 = 1,8$; $y^2 = -(1,8 : 5) = -0,36$; уравнение корней не имеет;

№ 323 (№310). а) $16 + x^2 = 0$; $x^2 = -16$; уравнение корней не имеет;

б) $0,3x^2 = 0,027$; $x^2 = 0,027 : 0,3 = 0,09$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,09} = \pm 0,3$.

в) $0,5x^2 = 30$; $x^2 = 30 : 0,5 = 60$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 15} = \pm 2\sqrt{15}$.

г) $-5x^2 = \frac{1}{20}$; $x^2 = -\frac{1}{20} : 5$; $x^2 = -\frac{1}{100}$; уравнение корней не имеет

№ 324 (№311). а) $(x-3)^2 = 25$; $x-3 = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

1) $x-3 = 5$; $x = 5+3$; $x_1 = 8$; 2) $x-3 = -5$; $x = -5+3$; $x_2 = -2$.

б) $(x+4)^2 = 9$; $x+4 = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;

1) $x+4 = 3$ $x = 3-4$ $x_1 = -1$, 2) $x+4 = -3$ $x = -3-4$, $x_2 = -7$

в) $(x-6) = \sqrt{7}$; $x-6 = \pm\sqrt{7}$;

1) $x-6 = \sqrt{7}$; $x_1 = \sqrt{7} + 6$, 2) $x-6 = -\sqrt{7}$; $x_2 = -\sqrt{7} + 6$;

г) $(x+2)^2 = 6$; $x+2 = \pm\sqrt{6}$;

1) $x+2 = \sqrt{6}$, $x_1 = \sqrt{6} - 2$; 2) $x+2 = -\sqrt{6}$, $x_2 = -\sqrt{6} - 2$;

№ 325 (№312). 1) При $x=-3,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5(-3,4)} = \sqrt{8+17} = \sqrt{25} = 5$

2) При $x=0$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 0} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

3) При $x=1,2$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,2} = \sqrt{8-6} = \sqrt{2}$.

4) При $x=1,6$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,6} = \sqrt{8-8} = 0$.

5) При $x=2,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 2,4} = \sqrt{8-12} = \sqrt{-4}$ — выражение не имеет смысла.

№ 326 (№313). а) При $a \geq 0$; б) при $x \geq 0$; в) при $c \geq 0$; г) при $b \leq 0$.

№ 327 (№314). а) При $x \geq 0$; б) при $x \leq 0$.

№ 328 (№315). 1) $(\sqrt{25})^2 = 25$; 2) $(\sqrt{81})^2 = 81$; 3) $(\sqrt{2})^2 = 2$; 4) $(\sqrt{3})^2 = 3$;

5) $(-\sqrt{4})^2 = 4$; 6) $(\sqrt{5})^2 = 5$; 7) $(-\sqrt{6})^2 = 6$; 8) $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$; 9) $(\sqrt{1,3})^2 = 1,3$.

№ 329 (№316). а) $(\sqrt{7})^2 = 7$; б) $(-\sqrt{26})^2 = 26$;

в) $-2\sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = -2(\sqrt{14})^2 = -2 \cdot 14 = -28$; г) $(3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$;

д) $0,5(-\sqrt{8})^2 = 0,5 \cdot 8 = 4$; е) $(-2\sqrt{15})^2 = 4 \cdot 15 = 60$;

ж) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$; з) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

№ 330 (№317). а) $0,49 + 2(\sqrt{0,4})^2 = 0,49 + 2 \cdot 0,4 = 0,49 + 0,8 = 1,29$;

$$б) (3\sqrt{11})^2 - \sqrt{6400} = 9 \cdot 11 - 80 = 99 - 80 = 19;$$

$$в) (2\sqrt{6})^2 + (-3\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 6 + 9 \cdot 2 = 42;$$

$$г) -0,1(\sqrt{120})^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 = -0,1 \cdot 120 - \frac{1}{4} \cdot 20 = -12 - 5 = -17$$

$$\text{№ 331. (н). а) } (2 - \sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} = 4 - 4\sqrt{5} + 5 + 4\sqrt{5} = 9;$$

$$б) (5 + \sqrt{3})^2 - 10\sqrt{3} = 25 + 10\sqrt{3} + 3 - 10\sqrt{3} = 28;$$

$$в) (2 - \sqrt{5})^2 + (2 + \sqrt{5})^2 = 4 - 4\sqrt{5} + 5 + 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 18;$$

$$г) (5 + \sqrt{3})^2 + (5 - \sqrt{3})^2 = 25 + 10\sqrt{3} + 3 + 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 56$$

$$\text{№ 332 (№318). а) } 2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6}) = -2 \cdot 6 = -12; б) - (3\sqrt{5})^2 = -9 \cdot 5 = -45;$$

$$в) \sqrt{1,44} - 2(\sqrt{0,6})^2 = 1,2 - 2 \cdot 0,6 = 0;$$

$$г) (0,1\sqrt{70})^2 + \sqrt{1,69} = 0,01 \cdot 70 + 1,3 = 0,7 + 1,3 = 2.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 333 (№319). } \frac{|x|}{x} = 1, \text{ при } x > 0; \frac{|x|}{x} = -1, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{При } x = -8; -5, \frac{|x|}{x} = -1; \text{ при } x = 1; 7; 128, \frac{|x|}{x} = 1.$$

$$\text{№ 334 (№320). а) } \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}.$$

$$\text{Если } x = -0,5, \text{ то } \frac{x-1}{x+1} = \frac{-0,5-1}{-0,5+1} = -\frac{1,5}{0,5} = -3;$$

$$б) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}.$$

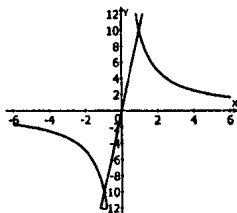
$$\text{Если } x = -0,4, \text{ то } \frac{x+1}{2x+1} = \frac{-0,4+1}{2 \cdot (-0,4)+1} = \frac{0,6}{-0,8+1} = \frac{0,6}{0,2} = 3.$$

$$\text{№321. (с).}$$

$$а) \frac{8-x^3}{25x^2+100-100x} = \frac{(2-x)(4+2x+x^2)}{25(x^2-4x+4)} = \frac{(2-x)(x^2+2x+4)}{25(2-x)^2} = \frac{x^2+2x+4}{25(2-x)},$$

$$б) \frac{16a^4+16a}{a^2+1-a} = \frac{16a(a^3+1)}{a^2-a+1} = \frac{16a(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} = 16a(a+1)$$

№ 335 (№322). Графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = 10x$ имеют две общие точки



14. Нахождение приближенных значений квадратного корня

№ 336 (№323). а) 5 и 6; б) 6 и 7; в) 10 и 11; г) 3 и 4; д) 0 и 1.

№ 324. а) 3 и 4; б) 8 и 9; в) 14 и 15; г) 2 и 3.

№ 325. Ответ: 2; 4; 4. № 326. Ответ: 3; 1.

№ 327. 1) $x = 16$; $\sqrt{x} = 4$; 2) $x = 0,25$; $\sqrt{x} = 0,5$;

3) $x = 3$; $\sqrt{x} = 1,732..$; 4) $x = 245$; $\sqrt{x} = 15,652..$;

5) $x = 0,37$; $\sqrt{x} = 0,608...$

№ 337. (н). $\sqrt{6} = 2,449...$

2 в разряде единиц, 4 в разряде десятых, 4 в разряде сотых.

№ 338. (н). а) $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{0,25} = 0,5$; $\sqrt{3} = 1,7325...$

$\sqrt{245} = 15,652...;$ $\sqrt{0,37} = 0,608...$

б) $\sqrt{8,5 + 4} = 3,535...;$ $\sqrt{14,1 + 4} = 4,254...;$ $\sqrt{0,2549 + 4} = 2,062...$

№ 339. (н). а) $\sqrt{5} = 2,23... > 2$; б) $\sqrt{7} = 2,645... < 3$;

в) $4,358... = \sqrt{19} < \sqrt{25} = 4,582...$

№ 340. (н). а) не имеет, т.к. $\sqrt{5} < 3$; б) имеет, т.к. $4 > \sqrt{12}$.

№ 341 (№ 328). Площадь квадрата равна 18 см^2 . Обозначим за a см его сторону. Тогда $18 = S = a^2$, т.е. $a = \sqrt{18} \approx 4,2$. Ответ: 4,2 см.

№ 342 (№ 329). а) $\sqrt{(a+b) \cdot c}$, т.к. его вычисление потребует меньшего количества действий; б) $\sqrt{b} + a$, т.к. его вычисления потребует меньшего количества действий.

№ 343 (№ 330). а) $\sqrt{48,5 \cdot 7,3 + 39,6 \cdot 7,3} = \sqrt{(48,5 + 39,6) \cdot 7,3} \approx 25,36$,

б) $8,567 + \sqrt{54} = \sqrt{54} + 8,567 \approx 15,91$.

№ 344 (н). а) $6 + \sqrt{17} \approx 10,12$; б) $12 - \sqrt{34} \approx 6,17$;

в) $\sqrt{10} + \sqrt{15} \approx 7,04$; г) $\sqrt{62} - \sqrt{48} \approx 0,95$;

д) $\sqrt{3,4 \cdot 4,9} \approx 4,08$; е) $6,5 + 3\sqrt{7,8} \approx 18,15$

№ 345(н). а) $a_8 = 9,4\sqrt{2-\sqrt{2}} \approx 7,2$; б) $a_8 = 10,5\sqrt{2-\sqrt{2}} \approx 9$

№ 346 (н).. а) $t = \sqrt{\frac{2l}{g}} \approx 5,9$ (с); б) $t = \sqrt{\frac{2l}{g}} \approx 6,7$ (с).

№ 347 (н).. а) $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 9,3$ (с); б) $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 22,3$ (с).

№ 348(н). а) $x = \pm 5,48$; б) $x = \pm 1,2$;

в) $x_1 = -0,46$, $x_2 = 6,46$; г) $x_1 = -3,83$, $x_2 = 1,83$

Упражнения для повторения

№ 349(н). а) $3\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225} = 3 \cdot 0,4 - 0,1 \cdot 1,5 = 1,2 - 1,5 = -0,3$,

б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}} = 0,2 \cdot 30 + 1,8 \cdot \frac{1}{3} = 5 + 0,6 = 5,6$;

в) $0,3 \cdot \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{400} = 0,3 \cdot 1,1 \cdot 20 = 6,6$;

г) $5 : \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,81} = 5 : 0,5 \cdot 0,9 = 10 \cdot 0,9 = 9$.

№ 350 (н). При $x=7$; 10; 0; -3; -8 $x+|x|$ соответственно равняется 14; 20;

0; 0; 0. а) $x+|x| = 2x$ при $x \geq 0$; б) $x+|x| = 0$ при $x < 0$.

№ 351 (н). а) $\frac{4a^2 - 20a + 25}{25 - 4a^2} = \frac{(2a-5)^2}{(5-2a)(5+2a)} = \frac{5-2a}{5+2a}$;

б) $\frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2} = \frac{(3x-2y)^2}{(2y-3x)(2y+3x)} = \frac{2y-3x}{2y+3x}$.

15. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

№ 352 (н). а) $r^2 = \frac{S}{\pi}$; $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$; б) $d^2 = \frac{4S}{\pi}$; $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

№ 353 (н). а) $S = 6a^2$; б) $a = \sqrt{\frac{S}{6}}$.

№ 354 (н). $R^2 = \frac{S}{4\pi}$; $R = \frac{\sqrt{S}}{2\sqrt{\pi}}$.

№ 355 (н). а) 1,6; 2,3; 2,9; б) 1,44; 2,89; 6,25.

№ 356 (н). а) 0,7; 1,2; 2,5; 2,7; б) 0,25; 2,25; 3,24; 5,29

№ 357 (н). Точка А принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как

$\sqrt{64} = 8$. Точка В принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как

$\sqrt{10000} = 100$

Точка C не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как $\sqrt{-81}$ не определена. Точка D не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как $\sqrt{25} = 5 \neq -5$.

№ 358 (н). а) да, в точке (1; 1); б) да, в точке (100; 10); в) да, в точке (10000; 100); г) нет, не пересекает.

№ 359 (н). Приравняем: $\sqrt{x} = x + 0,5$; $x = (x + 0,5)^2 = x^2 + x + 0,25$

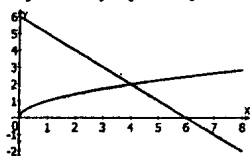
$x^2 = -0,25$ – нет решений, поэтому графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x + 0,5$ не имеют общих точек.

№ 360 (н). а) общие точки (0; 0) и (1; 1); б) общая точка (1000000; 1000); в) нет общих точек;

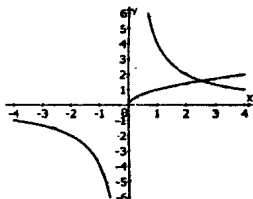
г) есть общая точка с примерными координатами (0,7; 0,8).

№ 361 (н). График 4 не пересекает графика функции $y = \sqrt{x}$.

№ 362 (629). а) $\sqrt{x} = 6 - x$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$; находим $x \approx 4$;



б) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{4}{x}$; находим $x \approx 2,5$.



№ 363 (н). а) $\sqrt{11} > \sqrt{10}$; б) $\sqrt{0,15} > \sqrt{0,12}$; в) $\sqrt{60} > \sqrt{50}$;

г) $\sqrt{50} > 7$; д) $8 > \sqrt{60}$; е) $\sqrt{2} > 1,4$.

№ 364 (н). а) $\sqrt{27} < \sqrt{28}$; б) $\sqrt{1,3} < \sqrt{1,5}$;

в) $\sqrt{7} < 3$; г) $\sqrt{6,25} = 2,5$; д) $\sqrt{\frac{1}{5}} > \sqrt{\frac{1}{6}}$.

№ 365 (н). а) $\sqrt{2,3}$; $\sqrt{10,4}$; $\sqrt{19,5}$; б) $\sqrt{12}$; 4; $\sqrt{18}$;

в) 0,5; $\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$; г) $\sqrt{0,7}$; 1; $\sqrt{1,7}$.

Упражнения для повторения

№ 366 (н). а) $0,5 \sqrt{121} + 3 \sqrt{0,81} = 0,5 \cdot 11 + 3 \cdot 0,9 = 5,5 + 2,7 = 8,2$;

$$6) \sqrt{144} \cdot \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,01} = 12 \cdot 30 \cdot 0,1 = 36;$$

$$в) \sqrt{400} - (4\sqrt{0,5})^2 = 20 - 16 \cdot 0,5 = 20 \cdot 8 = 12;$$

$$г) ((-3\sqrt{\frac{1}{2}})^2 - 10\sqrt{0,64} = 9 \cdot \frac{1}{3} - 10 \cdot 0,8 = 3 - 8 = -5.)$$

№ 367 (н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

$$\text{№ 368 (н). а) } x^2 = 11; \sqrt{x} = 11; x = \pm\sqrt{11}; x = 121$$

$$6) 2x^2 = \frac{1}{2}; 2\sqrt{x} = \frac{1}{2}; x^2 = \frac{1}{4}; \sqrt{x} = \frac{1}{4}; x = \pm\frac{1}{2}; x = \frac{1}{16}$$

§ 6. Свойства арифметического квадратного корня

16. Квадратный корень из произведения и дроби

$$\text{№ 369 (н). а) } \sqrt{100 \cdot 49} = 10 \cdot 7 = 70; 6) \sqrt{81 \cdot 400} = 9 \cdot 20 = 180;$$

$$в) \sqrt{64 \cdot 121} = 8 \cdot 11 = 88; г) \sqrt{144 \cdot 0,25} = 12 \cdot 0,5 = 6;$$

$$д) \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{169} = 0,1 \cdot 13 = 1,3; е) \sqrt{2,25 \cdot 0,04} = 1,5 \cdot 0,2 = 0,3;$$

$$\text{№ 370 (н). а) } \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}; 6) \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}; в) \sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{11}{5};$$

$$г) \sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}; д) \sqrt{2\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{13}{9}; е) \sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\text{№ 371 (н). а) } \sqrt{81 \cdot 900} = 9 \cdot 30 = 270; 6) \sqrt{0,36 \cdot 49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2;$$

$$в) \sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}; г) \sqrt{10\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{169}{16}} = \frac{13}{4}.$$

$$\text{№ 372 (№360). а) } \sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12;$$

$$6) \sqrt{0,36 \cdot 2,25 \cdot 144} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{144} = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 12 = 10,8;$$

$$в) \sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,1 \cdot 0,3 \cdot 0,01 = 0,0033$$

$$г) \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27};$$

$$д) \sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{1}{14}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{14}{5} = 2,8;$$

$$е) \sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \sqrt{\frac{196}{16}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}$$

$$\text{№ 373 (№361). а) } \sqrt{0,04 \cdot 81 \cdot 25} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 9 \cdot 5 = 9;$$

$$6) \sqrt{0,09 \cdot 16 \cdot 0,04} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{0,04} = 0,3 \cdot 4 \cdot 0,2 = 0,24;$$

$$в) \sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15};$$

$$\text{г)} \sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2 \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{121}{144}} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{33}{24} = 1 \frac{3}{8};$$

$$\text{№ 374 (№ 362). а)} \sqrt{810 \cdot 40} = \sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180;$$

$$\text{б)} \sqrt{10 \cdot 250} = \sqrt{2500} = 50;$$

$$\text{в)} \sqrt{72 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 16 \cdot 4} \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48,$$

$$\text{г)} \sqrt{8 \cdot 98} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 4} = \sqrt{16 \cdot 49} = 4 \cdot 7 = 28;$$

$$\text{д)} \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30;$$

$$\text{е)} \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{0,25 \cdot 10 \cdot 144 \cdot 0,1} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 12 = 6;$$

$$\text{ж)} \sqrt{90 \cdot 6,4} \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{9 \cdot 64} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} = 3 \cdot 8 = 24;$$

$$\text{з)} \sqrt{16,9 \cdot 0,4} = \sqrt{169 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 9,1} = \sqrt{169 \cdot 4 \cdot 0,01} = \\ = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 2 \cdot 0,1 = 2,6.$$

$$\text{№ 375 (№ 363). а)} \sqrt{75 \cdot 48} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 16 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60;$$

$$\text{б)} \sqrt{45 \cdot 80} = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60;$$

$$\text{в)} \sqrt{4,9 \cdot 360} = \sqrt{4,9 \cdot 3,6 \cdot 10} = \sqrt{49 \cdot 36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{36} = 7 \cdot 6 = 42;$$

$$\text{г)} \sqrt{160 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 64} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{64} = 4 \cdot 8 = 32.$$

$$\text{№ 376 (№ 364). а)} \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{25} = 1 \cdot 5 = 5$$

$$\text{б)} \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\text{в)} \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313-312)(313+312)} = \sqrt{1 \cdot 625} = \sqrt{625} = 25;$$

$$\text{г)} \sqrt{122^2 - 22^2} = \sqrt{(122-22)(122+22)} = \sqrt{100 \cdot 144} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{144} = 10 \cdot 12 = 120;$$

$$\text{д)} \sqrt{45,8^2 - 44,2^2} = \sqrt{(45,8-44,2)(45,8+44,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 90} = \\ = \sqrt{1,6 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\text{е)} \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{(21,8-18,2)(21,8+18,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 40} = \\ = \sqrt{3,6 \cdot 10 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12.$$

$$\text{№ 377 (№ 365).}$$

$$\text{а)} \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$\text{б)} \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{в)} \sqrt{82^2 - 18^2} = \sqrt{(82-18)(82+18)} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80;$$

$$\text{г)} \sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117-108)(117+108)} = \sqrt{9 \cdot 225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot 15 = 45;$$

$$\text{д)} \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8-3,2)(6,8+3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\text{е)} \sqrt{\left(1\frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{17}{16} + \frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{17-8}{16} \cdot \frac{17+8}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}.$$

№ 378 (№336).

а) $\sqrt{15} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$; б) $\sqrt{21} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$; в) $\sqrt{7a} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{a}$; г) $\sqrt{3c} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{c}$

№ 379 (№367). а) $\sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; б) $\sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$; в) $\sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}}$, г) $\sqrt{\frac{b}{3}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{3}}$

№ 380 (№368). а) $10\sqrt{\frac{n}{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{10} = \sqrt{n}$, тождество доказано

б) $\frac{1}{10}\sqrt{100n} = \frac{1}{10}\sqrt{100}\sqrt{n} = \frac{1}{10} \cdot 10 \cdot \sqrt{n} = \sqrt{n}$, тождество доказано

№ 381. (н). $\sqrt{n^2 - 75} = m \in \mathbb{N}$; $n^2 - 75 = m^2$; $n^2 - m^2 = 75$;
 $(n-m)(n+m) = 3 \cdot 5 \cdot 5$

$\begin{cases} n-m=1 \\ n+m=75 \end{cases}$	$\begin{cases} n-m=3 \\ n+m=25 \end{cases}$	$\begin{cases} n-m=15 \\ n+m=5 \end{cases}$
$n=38, m=37$	$n=14, m=11$	$n=10, m=5$

$\begin{cases} n-m=25 \\ n+m=3 \end{cases}$	$\begin{cases} n-m=5 \\ n+m=15 \end{cases}$	$\begin{cases} n-m=75 \\ n+m=1 \end{cases}$
$n=14, m=-11$	$n=10, m=5$	$n=38, m=-37$. Итак, $n=10; 14; 38$

№ 382 (№369). а) $\sqrt{7500} = \sqrt{75 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 10 = 87$;

б) $\sqrt{750000} = \sqrt{75 \cdot 100 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 100 = 870$;

в) $\sqrt{0,75} = \sqrt{75 \cdot 0,01} \approx 8,7 \cdot 0,1 = 0,87$; г) $\sqrt{0,0075} = \sqrt{75 \cdot 0,0001} \approx 8,7 \cdot 0,01 = 0,087$

№ 383 (№370). а) $\sqrt{57600} = \sqrt{576} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{576} \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240$,

б) $\sqrt{230400} = \sqrt{2304} \cdot \sqrt{100} = 48 \cdot 10 = 480$;

в) $\sqrt{152100} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{100} = 39 \cdot 100 = 390$;

г) $\sqrt{129600} = \sqrt{1296} \cdot \sqrt{100} = 36 \cdot 10 = 360$;

д) $\sqrt{20,25} = \sqrt{\frac{2025}{100}} = \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{100}} = \frac{45}{10} = 4,5$;

е) $\sqrt{9,61} = \sqrt{\frac{961}{100}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{100}} = \frac{31}{10} = 3,1$;

ж) $\sqrt{0,0484} = \sqrt{\frac{484}{10000}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{10000}} = \frac{22}{100} = 0,22$;

з) $\sqrt{0,3364} = \sqrt{\frac{3364}{10000}} = \frac{\sqrt{3364}}{\sqrt{10000}} = \frac{58}{100} = 0,58$.

№ 384 (№371). а) $\sqrt{44100} = \sqrt{441} \cdot \sqrt{100} = 21 \cdot 10 = 210$,

б) $\sqrt{435600} = \sqrt{4356} \cdot \sqrt{100} = 66 \cdot 10 = 660$;

$$в) \sqrt{0,0729} = \sqrt{729 \cdot 0,0001} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{0,0001} = 27 \cdot 0,01 = 0,27 ;$$

$$г) \sqrt{15,21} = \sqrt{1521 \cdot 0,01} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{0,01} = 39 \cdot 0,1 = 3,9 .$$

$$\text{№ 385 (№372). а) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 ; 6) \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9 ;$$

$$в) \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} = 14 ; г) \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8 ;$$

$$д) \sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{676} = 22 ; е) \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21 ;$$

$$ж) \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{225} = 15 ; з) \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{1\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2 .$$

$$\text{№ 386 (№373). а) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} ; 6) \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2300}} = \sqrt{\frac{23}{2300}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} ;$$

$$в) \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}} = \sqrt{\frac{52}{117}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} ; г) \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5 ;$$

$$д) \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{7,5}{0,3}} = \sqrt{25} = 5 .$$

$$\text{№ 387 (№374). а) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{400} = 20 ; 6) \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6 ;$$

$$в) \sqrt{162} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{324} = 18 ; г) \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} ;$$

$$д) \sqrt{110} \cdot \sqrt{4,4} = \sqrt{484} = 22 ; е) \sqrt{1\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{0,2} = \sqrt{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} ;$$

$$ж) \frac{\sqrt{999}}{111} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3 ; з) \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7} .$$

$$\text{№ 388 (№375). Второй способ удобнее; произведем вычисления } \sqrt{6} \approx 2,45 .$$

$$\text{№376. (с) а) } \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35} \approx 5,92 ; 6) \sqrt{3,1} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{3,1 \cdot 4,5} \approx 3,73 ;$$

$$в) \sqrt{10} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{10 \cdot 11 \cdot 12} \approx 36,33 ; г) \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{117}{6}} \approx 4,42 ;$$

$$д) \frac{\sqrt{10,2}}{\sqrt{38,6}} = \sqrt{\frac{10,2}{38,6}} \approx 0,51 ; е) \frac{\sqrt{2,3} \cdot \sqrt{8,1}}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{2,3 \cdot 8,1}{4,5}} \approx 2,03 .$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 389 (№377). } x=-4; \sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 ;$$

$$x=-3; \sqrt{x^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 ; x=0; \sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = \sqrt{0} = 0 ;$$

$$x=9; \sqrt{x^2} = \sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9 ; x=20; \sqrt{x^2} = \sqrt{20^2} = \sqrt{400} = 20 ;$$

Выражение $\sqrt{x^2}$ имеет смысл при любых значениях x .

$$\text{№378. (с). а) при } x > 0, x \cdot |x| = x \cdot x = x^2 ;$$

$$б) \text{ при } x = 0, x \cdot |x| = 0 \cdot |0| = 0 \cdot 0 = 0 ; в) x < 0, x \cdot |x| = -x \cdot x = -x^2 .$$

№379 (н). а) $2a^2 \cdot \frac{1}{8}a^3 = \frac{1}{4}a^5$; б) $4(3a^4)^2 = 4 \cdot 9a^8 = 36a^8$;

в) $20a^4 \cdot \left(\frac{1}{2}a^3\right)^2 = \frac{20a^4 \cdot 1 \cdot a^6}{4} = 5a^{10}$.

№ 390 (№380). а) $a^4 = (a^2)^2$; б) $a^6 = (a^3)^2$; в) $a^{18} = (a^9)^2$;

г) $\frac{1}{a^{10}} = \left(\frac{1}{a^5}\right)^2$; д) $a^2b^8 = (ab^4)^2$; е) $\frac{a^6}{b^{12}} = \left(\frac{a^3}{b^6}\right)^2$;

№ 391 (№381). Из условия $V=a^2b$; $a^2 = \frac{V}{b}$; откуда $a = \sqrt{\frac{V}{b}}$

№382. (с).

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1} = \frac{(5a-1)^2}{5a-1} = 5a-1$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1} = \frac{(3x-1)^2}{3x-1} = 3x-1$.

№ 392 (№383). а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$;

$12x-5x-90-x=690$; $6x=780$; $x=130$;

б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$; $20x-20+24x+12=45x-15$; $45x-44x=-8+15$; $x=7$.

17. Квадратный корень из степени

№ 393 (№384). а) $\sqrt{(0,1)^2} = (0,1) = 0,1$; б) $\sqrt{(-0,4)^2} = (-0,4) = 0,4$,

в) $\sqrt{(-0,8)^2} = (-0,8) = 0,8$; г) $\sqrt{(1,7)^2} = (1,7) = 1,7$;

д) $\sqrt{(-19)^2} = (-19) = 19$; е) $\sqrt{24^2} = (24) = 24$;

ж) $2\sqrt{(-23)^2} = 2 \cdot (-23) = 2 \cdot 23 = 46$; з) $5\sqrt{52^2} = 5 \cdot |52| = 5 \cdot 52 = 260$;

и) $0,2\sqrt{(-61)^2} = 0,2 \cdot (-61) = 0,2 \cdot 61 = 12,2$.

№ 394 (№385). а) подставим $x=22$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{22^2} = |22| = 22$

подставим $x=-35$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-35)^2} = (-35) = 35$;

подставим $x=-1\frac{2}{3}$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{\left(-1\frac{2}{3}\right)^2} = \left(-1\frac{2}{3}\right) = 1\frac{2}{3}$;

подставим $x=0$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = (0) = 0$;

б) подставим $a=-7$: $2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{(-7)^2} = 2 \cdot (-7) = 2 \cdot 7 = 14$;

подставим $a=12$: $2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{12^2} = 2 \cdot (12) = 2 \cdot 12 = 24$;

в) подставим $n=-1,5$: $0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{(-15)^2} = 0,1 \cdot (-15) = 0,1 \cdot 15 = 1,5$;

подставим $y = 27 : 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{27^2} = 0,1 \cdot (27) = 0,1 \cdot 27 = 2,7$

№ 395 (№386). а) $\sqrt{p^2} = (p)$; б) $\sqrt{y^2} = (y)$; в) $3\sqrt{b^2} = 3(3b)$;

г) $-0,2\sqrt{x^2} = -0,2(x)$; д) $\sqrt{25a^2} = 5 \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot (a)$.

№ 396 (№387). а) $\sqrt{a^2} = (a) = a$, если $a > 0$; б) $\sqrt{n^2} = (n) = -n$, если $n < 0$;

в) $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot (c) = 3c$, если $c > 0$; $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot (c) = 3 \cdot 0 = 0$, если $c = 0$;

г) $-5\sqrt{y^2} = -5 \cdot (y) = -5y$, если $y > 0$;

д) $\sqrt{36x^2} = (6x) = (6) \cdot (x) = -6x$, если $x < 0$;

$\sqrt{36x^2} = |6x| = |6| \cdot |0| = 6 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

е) $-\sqrt{9y^2} = -3 \cdot (y) = -3(-y) = 3y$, если $y < 0$;

ж) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot (2x) = -5 \cdot 2x = -10x$, если $x > 0$;

$-5\sqrt{4x^2} = -10x = -10 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

з) $0,5\sqrt{16a^2} = 0,5 \cdot (4a) = 0,5 \cdot (-a) = -2a$, если $a < 0$.

№338. (с). а) $2\sqrt{m^2} = 2(m) = 2m$, при $m \geq 0$; б) $-3\sqrt{a^2} = -3(a) = -3a$, при $a > 0$;

в) $\sqrt{0,64x^2} = |0,8| \cdot |x| = 0,8(-x) = -0,8x$, при $x \leq 0$;

г) $-\sqrt{0,25y^2} = -|0,5y| = -0,5 \cdot |y| = 0,5y$, при $y < 0$.

№389. (с). а) $\sqrt{y^6} = (y^3) = y^3$, если $y \geq 0$; б) $\sqrt{m^4} = (m^2) = m^2$;

в) $\sqrt{x^6} = (x^3) = -x^3$, если $x < 0$; г) $5\sqrt{a^8} = 5(a^4) = 5a^4$;

д) $\frac{1}{3}\sqrt{c^{12}} = \frac{1}{3}(c^6) = \frac{1}{3}c^6$; е) $1,5\sqrt{t^{14}} = 1,5(t^7) = 1,5 \cdot (-t^7) = -1,5t^7$, если $t < 0$.

№390. (с). а) $\sqrt{0,49x^{18}} = (0,7x^9) = 0,7x^9$, при $x < 0$;

б) $\sqrt{0,01a^{26}} = (0,1a^{13}) = 0,1a^{13}$; при $a > 0$; $\sqrt{0,01a^{26}} = 0,1a^{13} = 0$, при $a = 0$;

в) $15\sqrt{0,16c^{12}} = 15 \cdot (0,4c^6) = 15 \cdot 0,4c^6 = 6c^6$;

г) $0,8\sqrt{100y^{16}} = 0,8 \cdot 10y^8 = 8y^8$.

№391. (с). а) $\sqrt{p^{10}} = (p^5)$, при $p > 0$; б) $\sqrt{x^{18}} = (x^9) = -x^9$, при $x < 0$;

в) $\sqrt{y^{12}} = (y^6) = y^6$; г) $15\sqrt{b^{16}} = 15 \cdot (b^8) = 15b^8$;

д) $1,6\sqrt{x^8} = 1,6 \cdot (x^4) = 1,6x^4$;

е) $0,1\sqrt{a^6} = 0,1 \cdot (a^3) = 0,1 \cdot (-a^3) = -0,1a^3$, при $a < 0$.

№ 397. (н). а) $\sqrt{a^2 - 4a + 4} = \sqrt{(a-2)^2} = |a-2| = 2-a$ при $0 \leq a < 2$;

$$\text{б) } \sqrt{a^2 - 4a + 4} = |a - 2| = a - 2 \text{ при } a \geq 2.$$

$$\text{№ 398. (н). } \sqrt{9 - 6\sqrt{x} + x} = \sqrt{(\sqrt{x} - 3)^2} = |\sqrt{x} - 3|$$

$$\text{а) При } x = 2,89 \quad |\sqrt{x} - 3| = |\sqrt{2,89} - 3| = |1,7 - 3| = |-1,3| = 1,3$$

$$\text{б) При } x = 82,81 \quad |\sqrt{x} - 3| = |\sqrt{82,81} - 3| = |9,1 - 3| = |6,1| = 6,1$$

№ 399. (н). а) верно; б) неверно.

$$\text{№ 400. (н). а) } \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} = |\sqrt{3} + 2| = \sqrt{3} + 2,$$

$$\text{б) } \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 1.$$

$$\text{№ 401 (№392). а) } \sqrt{2^4} = (2^2) = 4; \text{ б) } \sqrt{3^4} = 3^2 = 9; \text{ в) } \sqrt{2^6} = 2^3 = 8,$$

$$\text{г) } \sqrt{10^8} = 10^4; \text{ д) } \sqrt{(-5)^4} = ((-5)^2) = 25; \text{ е) } \sqrt{(-2)^8} = ((-2)^4) = 16,$$

$$\text{ж) } \sqrt{3^4 \cdot 5^2} = (3^2 \cdot 5) = 45; \text{ з) } \sqrt{2^6 \cdot 2^7} = (2^7 \cdot 2^2) = (8 \cdot 49) = 392$$

$$\text{№ 402 (№393). а) } \sqrt{11^4} = (11^2) = 121; \text{ б) } \sqrt{4^6} = (4^3) = (64) = 64,$$

$$\text{в) } \sqrt{(-3)^8} = ((-3)^4) = (81) = 81; \text{ г) } \sqrt{(-6)^4} = |(-6)^2| = 36;$$

$$\text{д) } \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = (2^4 \cdot 3) = 48; \text{ е) } \sqrt{3^4 \cdot 5^6} = (3^2 \cdot 5^3) = (9 \cdot 125) = 1125,$$

$$\text{ж) } \sqrt{7^2 \cdot 2^4 \cdot 7 \cdot 2^4} = (7) \cdot (2^4) = 112; \text{ з) } \sqrt{3^6 \cdot 5^4} = (3^3 \cdot 5^2) = 27 \cdot 25 = 675$$

$$\text{№ 403 (№394). а) } \sqrt{20736} = \sqrt{2^8 \cdot 3^4} = (2^4 \cdot 3^2) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144,$$

$$\text{б) } \sqrt{50625} = \sqrt{3^4 \cdot 5^4} = (3^2 \cdot 5^2) = 9 \cdot 25 = 225;$$

$$\text{в) } \sqrt{28224} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = (2^3 \cdot 3 \cdot 7) = 8 \cdot 3 \cdot 7 = 168;$$

$$\text{г) } \sqrt{680625} = \sqrt{3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^2} = |3 \cdot 5^2 \cdot 11| = 3 \cdot 25 \cdot 11 = 825$$

$$\text{№ 404 (№395). а) } \sqrt{2304} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = (2^4 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48;$$

$$\text{б) } \sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = (3^3 \cdot 5) = 27 \cdot 5 = 135;$$

$$\text{в) } \sqrt{254016} = \sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3^2 \cdot 7| = 8 \cdot 9 \cdot 7 = 504.$$

Упражнения для повторения

№397. (с).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{a^2-1} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{(a+1)(a-1)} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \frac{5(a-1) - 3(a+1) + 6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{5a - 5 - 3a - 3 + 6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2a-2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{2(a-1)(a+1)}{2(a+1)(a-1)} = 1, \text{ что не зависит от } a.$$

№ 398. (с).

$$\left(\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x}{x^2-25} \right) \cdot \frac{x^2-25}{5} = \left(\frac{x+5}{x(x-5)} - \frac{x}{(x-5)(x+5)} \right) \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} =$$

$$= \frac{x^2+10x+25-x^2}{x(x-5)(x+5)} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \frac{5(2x+5)}{5x} = \frac{2x+5}{x}.$$

№ 405 (№ 399). а – график функции $y = 2x + 2$;

б – график функции $y = -2x + 2$; с – график в функции $y = -\frac{x}{4} - 3$

№ 406 (№ 400).

Из условия задачи имеем: $V = \pi R^2 H$; $R^2 = \frac{V}{\pi H}$; $R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}$.

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

18. Вынесение множителя за знак корня.

Внесение множителя под знак корня

№ 407 (№ 401).

- а) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;
 в) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$; г) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
 д) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$;
 е) $\sqrt{108} = \sqrt{27 \cdot 4} = \sqrt{27} \cdot \sqrt{4} = 3\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3}$;
 ж) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$;
 з) $\sqrt{845} = \sqrt{5 \cdot 169} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{5} = 13\sqrt{5}$.

№ 408 (№ 402). а) $\frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 6} = \frac{1}{2}\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$;

б) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{9 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$;

в) $-\frac{1}{7}\sqrt{147} = -\frac{1}{7}\sqrt{49 \cdot 3} = -\frac{1}{7} \cdot 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$;

г) $-\frac{1}{5}\sqrt{275} = -\frac{1}{5}\sqrt{25 \cdot 11} = -\frac{1}{5}\sqrt{25} \cdot \sqrt{11} = -\frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{11} = -\sqrt{11}$;

д) $0,1\sqrt{20000} = 0,1\sqrt{10000 \cdot 2} = 0,1 \cdot 100\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$;

е) $-0,05\sqrt{28800} = -0,05\sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot 10^2} = -0,05 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 10\sqrt{2} = -0,05 \cdot 120\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$.

№ 409 (№ 403). а) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$; б) $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$; г) $\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot 10} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10}$;

д) $0,2\sqrt{75} = 0,2\sqrt{3 \cdot 25} = 0,2\sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 5\sqrt{3} = \sqrt{3}$;

$$\text{е) } 0,7\sqrt{300} = 0,7\sqrt{3 \cdot 100} = 0,7 \cdot 10\sqrt{3} = 7\sqrt{3};$$

$$\text{ж) } -0,125\sqrt{192} = -0,125\sqrt{16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = -0,125\sqrt{16 \cdot 2^2 \cdot 3} = -0,125 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = -\sqrt{3},$$

$$\text{з) } -\frac{1}{3}\sqrt{450} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 5 \cdot 10} = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2} = -5\sqrt{2};$$

$$\text{и) (с) } -10\sqrt{0,02} = -1 \cdot 10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{к) (с) } 5\sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{\frac{25a}{5}} = \sqrt{5a};$$

$$\text{л) (с) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.$$

$$\text{№ 410 (№ 404). а) } 7\sqrt{10} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{490}; \text{ б) } 5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{x} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{36x}; \text{ г) } 10\sqrt{y} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{100y};$$

$$\text{д) } 3\sqrt{2a} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{18a}; \text{ е) } 5\sqrt{3b} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{75b}.$$

$$\text{№ 405. (с). а) } -2\sqrt{3} = -\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{12}; \text{ б) } -3\sqrt{5} = -\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{45},$$

$$\text{в) } -7\sqrt{a} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{a} = -\sqrt{49a}; \text{ г) } -0,2\sqrt{b} = -\sqrt{0,04} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{0,04b}$$

№ 411. (н). Не имеет смысла выражение 4, так как $8\sqrt{3} - 14 < 0$
 $(8\sqrt{3} < 14, \text{ т.к. } 192 = (8\sqrt{3})^2 < (14)^2 = 196).$

№ 412 (№ 406).

$$\text{а) } 3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3}; \text{ б) } 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4}{4}} = \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2}; \text{ г) } -10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{д) } 5\sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{45}; \text{ е) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.$$

$$\text{№ 413 (№ 407). а) } 2\sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}; \text{ б) } 5\sqrt{y} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{25y};$$

$$\text{в) } -7\sqrt{3} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{147}; \text{ г) } -6\sqrt{2a} = -\sqrt{36} \cdot \sqrt{2a} = -\sqrt{72a};$$

$$\text{д) } \frac{1}{3}\sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1 \cdot 18}{9 \cdot 1}}b = \sqrt{2b}; \text{ е) } -0,1\sqrt{200c} = -\sqrt{0,1 \cdot 200c} = -\sqrt{2c}$$

№ 414 (№ 408).

$$\text{а) } 3\sqrt{3} \vee \sqrt{12}; (3\sqrt{3})^2 \vee (\sqrt{12})^2; 9 \cdot 3 \vee 12; 27 > 12; 3\sqrt{3} > \sqrt{12};$$

$$\text{б) } \sqrt{20} \vee 3\sqrt{5}; \sqrt{20} \vee \sqrt{5 \cdot 9}; \sqrt{20} < 45; \sqrt{20} < 3\sqrt{5};$$

$$\text{в) } 5\sqrt{4} \vee 4\sqrt{5}; \sqrt{4 \cdot 25} \vee \sqrt{5 \cdot 16}; \sqrt{100} > \sqrt{80}; 5\sqrt{4} > 4\sqrt{5};$$

$$\text{г) } 2\sqrt{5} \vee 3\sqrt{2}; \sqrt{5 \cdot 4} \vee \sqrt{2 \cdot 9}; \sqrt{20} > \sqrt{18}; 2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$$

№ 415 (№ 409).

$$a) \frac{1}{3}\sqrt{351} \vee \frac{1}{2}\sqrt{188}; \sqrt{\frac{351}{9}} \vee \sqrt{\frac{188}{4}}; \sqrt{39} < \sqrt{47}; \frac{1}{3}\sqrt{351} < \frac{1}{2}\sqrt{188}.$$

$$б) \frac{1}{3}\sqrt{54} \vee \frac{1}{5}\sqrt{150}; \sqrt{\frac{54}{9}} \vee \sqrt{\frac{150}{25}}; \sqrt{6} = \sqrt{6}; \frac{1}{3}\sqrt{54} = \frac{1}{5}\sqrt{150};$$

$$в) \sqrt{24} \vee \frac{1}{3}\sqrt{216}; \sqrt{24} \vee \sqrt{\frac{216}{9}}; \sqrt{24} \vee \sqrt{24}; \sqrt{24} = \sqrt{24}; \sqrt{24} = \frac{1}{3}\sqrt{216}.$$

$$г) \frac{2}{3}\sqrt{72} \vee 7\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{4 \cdot 72}{9}} \vee \sqrt{\frac{49 \cdot 2}{3}}; \sqrt{\frac{96}{3}} < \sqrt{\frac{98}{3}}; \frac{2}{3}\sqrt{72} < 7\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

№ 416 (№ 410). а) $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$;

$$4\sqrt{2} = \sqrt{32}, \sqrt{24} < \sqrt{27} < \sqrt{32}, \text{ значит, } 2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2};$$

$$б) 6\sqrt{2} = \sqrt{36} \sqrt{2} = \sqrt{72}; 3\sqrt{7} = \sqrt{63};$$

$$2\sqrt{14} = \sqrt{56}, \sqrt{56} < \sqrt{58} < \sqrt{63} < \sqrt{72} \Rightarrow 2\sqrt{14} < 58 < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}.$$

№ 417 (№ 411). а) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \vee \sqrt{49} \cdot \sqrt{2}$; $\sqrt{28} < \sqrt{98}$; $2\sqrt{7} < 7\sqrt{2}$;

$$б) \sqrt{9} \sqrt{120} \vee \sqrt{4} \sqrt{270}; \sqrt{1080} = \sqrt{1080}; 3\sqrt{120} = 2\sqrt{270};$$

$$в) \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{6} \vee \sqrt{36} \sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{6}{4}} \vee \sqrt{\frac{36}{2}}; \sqrt{1,5} < \sqrt{18}; \frac{1}{2}\sqrt{6} < 6\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

№ 412. (с). а) $\sqrt{7x^2} = \sqrt{7}|x| = \sqrt{7}x$, при $x \geq 0$;

$$б) \sqrt{10y^2} = \sqrt{10}|y| = \sqrt{10}y$$
, при $y < 0$; в) $\sqrt{x^3} = |x| \cdot \sqrt{x} = x\sqrt{x}$;

$$г) \sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \cdot a} = \sqrt{a}|a^2| = a^2\sqrt{a};$$

$$д) \sqrt{16y^7} = \sqrt{16y^6} \sqrt{y} = |4\sqrt{y}|y^3 = 4y^3\sqrt{y};$$

$$е) \sqrt{\frac{3x^3}{16}} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{3} \cdot \left|\frac{1}{4}x\right| = \frac{\sqrt{3x}}{4}x = \frac{x\sqrt{3x}}{4}.$$

№ 413. (с). а) $\sqrt{8a^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2a^2 \cdot a} = 2a\sqrt{2a}$;

$$б) \sqrt{300b^5} = \sqrt{3 \cdot 100b^4 \cdot b} = 10b^2\sqrt{3b};$$

$$в) \sqrt{48x^2} = \sqrt{16 \cdot 3x^2} = 4|x|\sqrt{3} = -4x\sqrt{3}, \text{ при } x \leq 0;$$

$$г) \sqrt{72a^4} = \sqrt{2 \cdot 36a^4} = 6a^2\sqrt{2}; д) \sqrt{50a^7} = \sqrt{2 \cdot 25a^6 \cdot a} = 5a^3\sqrt{2a},$$

$$е) \sqrt{27c^6} = \sqrt{3^2 \cdot 3c^6} = 3|c^3|\sqrt{3} = -3c^3\sqrt{3}, \text{ при } c < 0.$$

№ 414. (с). а) $\sqrt{6x^2} = \sqrt{6} \cdot |x| = x\sqrt{6}$, при $x \geq 0$;

$$б) \sqrt{3y^2} = \sqrt{3} \cdot |y| = -\sqrt{3}y$$
, при $y < 0$; в) $\sqrt{9a^3} = 3\sqrt{a} \cdot a = 3a\sqrt{a}$;

$$г) \sqrt{50b^4} = \sqrt{2 \cdot 25b^4} = \sqrt{2} \cdot 5b^2 = 5b^2\sqrt{2}.$$

Упражнения для повторения

№ 418 (№ 415).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x-1}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \left(\frac{2x+1}{x(x-3)} - \frac{2x-1}{x(x+3)} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{(2x+1)(x+3) - (x-3)(2x-1)}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \frac{2x^2+6x+x+3-2x^2+x+6x-3}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{14x}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{7x} + 1 = \frac{14x}{x \cdot 7x} + 1 = \frac{2}{x} + 1 = \frac{2+x}{x}. \end{aligned}$$

№ 419 (№ 416). Обозначим за x – количество книг, переплетенных в первый день; тогда $(x+12)$ – количество книг, переплетенных во второй день; также $(x+x+12)$ – количество книг, переплетенных за первые два дня; $\frac{5}{7}(x+x+12)$ – количество книг, переплетенных в третий день.

Всего за три дня было переплетено 144 книги. Получаем уравнение:

$$x + (x+12) + \frac{5}{7}(x+x+12) = 144; \quad 2x+12 + \frac{5}{7}(2x+12) = 144;$$

$$(2x+12) \left(1 + \frac{5}{7} \right) = 144, \quad \frac{12}{7}(2x+12) = 144;$$

$$\frac{x+6}{7} = 6; \quad x+6 = 42; \quad x = 36; \quad x+12 = 48; \quad \frac{5}{7}(x+x+12) = 60$$

Ответ: в первый день переплели 36 книг, во второй – 48 книг, в третий – 60 книг.

№ 420 (№ 417). а) $\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{5-x}{9}; \quad 36 \cdot \left(\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} \right) = \frac{5-x}{9} \cdot 36;$

$$3(4x-1) + 9 \cdot 7 = 4(5-x); \quad 12x-3+63 = 20-4x; \quad 16x = -40; \quad x = -2,5.$$

б) $\frac{2x-9}{6} - \frac{2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2}; \quad \frac{30(2x-9)}{6} - \frac{30 \cdot 2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2} \cdot 30;$

$$5(2x-9) - 4(5x+3) = 15; \quad -10x-57 = 15; \quad 10x = -72; \quad x = -7,2.$$

19. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

№ 421 (№ 418). а) (с) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5\sqrt{x} - \sqrt{y};$

б) (с) $-4\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} = 2\sqrt{b} - \sqrt{a};$

в) (с) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a};$

г) (с) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n} = 4\sqrt{n} + 5\sqrt{n} - 3\sqrt{n} = 6\sqrt{n};$

д) (с) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a} = \sqrt{5a} - 2\sqrt{4 \cdot 5a} - 3\sqrt{16 \cdot 5a} =$
 $= \sqrt{5a} - 4\sqrt{5a} - 12\sqrt{5} = -15\sqrt{5a};$

а) (е) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 100} =$
 $= 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -\sqrt{3}.$

$$\text{б) (ж)} \quad 3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} + 2\sqrt{2 \cdot 9} = \\ = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2};$$

$$\text{в) (з)} \quad \sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} + \sqrt{2 \cdot 4} = \\ = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2};$$

$$\text{г) (и)} \quad \sqrt{75} - 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 0,1\sqrt{3 \cdot 100} - \sqrt{3 \cdot 9} = \\ = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{д) (к)} \quad \sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} + 0,5\sqrt{4 \cdot 2} = \\ = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{№ 422 (№ 419). а)} \quad \sqrt{8p} - \sqrt{25} + \sqrt{18p} = 2\sqrt{2p} - 5 + 3\sqrt{2p} = 5\sqrt{2p} - 5;$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{16c} + 2\sqrt{40c} - 3\sqrt{90c} = 4\sqrt{c} + 2 \cdot 2\sqrt{10c} - 3 \cdot 3\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} + 4\sqrt{10c} - 9\sqrt{10c} = \\ = 4\sqrt{c} - 5\sqrt{10c};$$

$$\text{в)} \quad 5\sqrt{27} - 4\sqrt{48m} - 2\sqrt{12m} = 5\sqrt{3 \cdot 9} - 4\sqrt{3 \cdot 16m} - 2\sqrt{4 \cdot 3m} = \\ = 15\sqrt{3} - 16\sqrt{3m} - 4\sqrt{3m} = 15\sqrt{3} - 20\sqrt{3m};$$

$$\text{г)} \quad \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{150} = \sqrt{6 \cdot 9} - \sqrt{6 \cdot 4} + \sqrt{25 \cdot 6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 6\sqrt{6};$$

$$\text{д)} \quad 3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2};$$

$$\text{е)} \quad 2\sqrt{72} - \sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 2\sqrt{2 \cdot 36} - \sqrt{2 \cdot 25} - 2\sqrt{2 \cdot 4} = \\ = 2 \cdot 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}.$$

№ 420. (с).

$$\text{а)} \quad (\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3} = 6 + 3\sqrt{5};$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{5}(3\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot 5 + 5\sqrt{4 \cdot 10} = 15 + 5 \cdot 2\sqrt{10} = \\ = 15 + 10\sqrt{10};$$

$$\text{в)} \quad (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 4 \cdot 3\sqrt{2} = 24 - 12\sqrt{2};$$

$$\text{г)} \quad (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} + \sqrt{60} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 15} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 15;$$

$$\text{д)} \quad (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + \sqrt{84} = \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{21 \cdot 4} = \\ = \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 7 \cdot 2 + 7 = 21;$$

$$\text{е)} \quad (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \\ = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} + 12 - 4\sqrt{6} = 12 - 2\sqrt{6}.$$

№ 421. (с).

$$\text{а)} \quad \sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{27}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 - 18 = -12;$$

$$\text{б)} \quad (5\sqrt{2} - 7\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 7 \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 21\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \quad \sqrt{8} - (\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{8} - \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \\ = \sqrt{2 \cdot 4} - 5\sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 5 = 5 - 3\sqrt{2};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \sqrt{48} - 2\sqrt{3} \cdot (2 - 5\sqrt{12}) = \sqrt{16 \cdot 3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{4 \cdot 3} = \\ & = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60. \end{aligned}$$

№422. (с).

$$\text{а)} \quad (1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 6 \cdot 2 = \sqrt{2} - 11;$$

$$\text{б)} \quad (3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3 \cdot 2 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6 + 5\sqrt{3} + 3 = 9 + 5\sqrt{3},$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \\ & = 6 \cdot 2 - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 2 \cdot 3 = 18 - 7\sqrt{6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \\ & = 5 - 3\sqrt{10} - \sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} = 5 - 3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 17 - 5\sqrt{10}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & (2\sqrt{5} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{5}) - \sqrt{135} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{12} - \\ & - \sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{135} = 2 \cdot 2\sqrt{15} - 10 + 12 - 2\sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5} = \\ & = 4\sqrt{15} + 2 - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{15} = 2 - \sqrt{15}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & (3\sqrt{2} - \sqrt{27})(\sqrt{27} - \sqrt{2}) - \sqrt{54} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{27} \cdot \sqrt{27} + \\ & + \sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{54} = 3 \cdot 3\sqrt{6} - 6 - 27 + \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2} = \\ & = 9\sqrt{6} - 33 + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 9\sqrt{6} - 33. \end{aligned}$$

№ 423 (№423). а) $(x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y}) = x^2 - y$;

б) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a - b$;

в) $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} - 3 \cdot 3 = 2$;

г) $(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 7 - 10 = -3$;

д) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b$;

е) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n$;

ж) $(\sqrt{2} + 3)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot 3 + 3^2 = 11 + 6\sqrt{2}$;

з) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{10}$.

№ 424 (№424). а) $(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 1 = 4 \cdot 5 - 1 = 19$;

б) $(5\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 5\sqrt{7}) = (5\sqrt{7})^2 - \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 25 \cdot 7 - 13 = 175 - 13 = 162$.

в) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6$;

г) $(0,5\sqrt{14} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 0,5\sqrt{14}) = (\sqrt{3})^2 - (0,5\sqrt{14})^2 = 3 - 0,25 \cdot 14 = 3 - 3,5 = -0,5$;

д) $(1 + 3\sqrt{5})^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 = 1 + 6\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 46 + 6\sqrt{5}$;

е) $(2\sqrt{3} - 7)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} + 7^2 = 12 + 49 - 28\sqrt{3} = 61 - 28\sqrt{3}$;

ж) $(2\sqrt{10} - 2)^2 = (2\sqrt{10})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 40 - 4 \cdot 2\sqrt{5} + 2 = 42 - 8\sqrt{5}$

$$3) (3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 =$$

$$= 9 \cdot 6 - 12\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3} + 4 \cdot 3 = 66 - 36\sqrt{2}.$$

№ 425 (№425).

$$a) (c) (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - \sqrt{12 \cdot 10} =$$

$$= 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 11;$$

$$b) (c) \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = \sqrt{15 \cdot 4} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 =$$

$$= 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8;$$

$$в) (c) (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28} = (\sqrt{14})^2 - 2 \cdot \sqrt{14} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{4 \cdot 7} =$$

$$= 14 - 3 \cdot 2\sqrt{4 \cdot 7} + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 2\sqrt{7} = 14 + 18 = 32;$$

$$r) (c) (3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 - 10\sqrt{27} = (3\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 - 10\sqrt{9 \cdot 3} =$$

$$= 9 \cdot 5 + 6\sqrt{5 \cdot 3 \cdot 5} + 15 - 10 \cdot 3\sqrt{3} = 60 + 30\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = 60;$$

$$a) (д) (\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}})^2 =$$

$$= (\sqrt{4 + \sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{7}} + (\sqrt{4 - \sqrt{7}})^2 =$$

$$= 4 + \sqrt{7} + 2(\sqrt{4 + \sqrt{7}})(\sqrt{4 - \sqrt{7}}) + 4 - \sqrt{7} = 8 + 2(\sqrt{4^2 - \sqrt{7}^2}) =$$

$$= 8 + 2(\sqrt{16 - 7}) = 8 + 2\sqrt{9} = 8 + 6 = 14;$$

$$b) (c) (\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2 =$$

$$= (\sqrt{5 + 2\sqrt{6}})^2 - 2\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + (\sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2 =$$

$$= 5 + 2\sqrt{6} - 2(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}) \cdot (\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}) + 5 - 2\sqrt{6} =$$

$$= 10 - 2(\sqrt{25 - 4 \cdot 6}) = 10 - 2\sqrt{1} = 8.$$

№ 426 (№426). a) $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = x - 1;$

b) $(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{a})^2 = x - a;$

в) $(\sqrt{m} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{m})^2 + 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = m + 2\sqrt{2m} + 2;$

г) $(\sqrt{3} - \sqrt{x})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 3 - 2\sqrt{3x} + x;$

д) $(5\sqrt{7} - 13)(5\sqrt{7} + 13) = (5\sqrt{7})^2 - 13^2 = 175 - 169 = 6;$

е) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 2 - 9 \cdot 3 = -19;$

ж) $(6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 6^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{16 \cdot 2} = 36 - 12\sqrt{2} + 2 + 3 \cdot 4\sqrt{2} = 38;$

з) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 - 30 =$

$$= 2 + 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} + 18 - 30 = 20 + 12 - 30 = 2.$$

№ 427 (№427). a) $x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7});$ б) $5 - c^2 = (\sqrt{5 - c})(\sqrt{5 + c});$

в) $4a^2 - 3 = (2a - \sqrt{3})(2a + \sqrt{3});$ г) $11 - 16b^2 = (\sqrt{11} - 4b)(\sqrt{11} + 4b);$

д) $y - 3 = (\sqrt{y} - \sqrt{3})(\sqrt{y} + \sqrt{3});$ e) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}).$

$$\text{№ 428 (№428). a) } 3 + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1);$$

$$\text{б) } 10 - 2\sqrt{10} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - 2\sqrt{10} = \sqrt{10}(\sqrt{10} - 2);$$

$$\text{в) } \sqrt{x} + x = \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x}(1 + \sqrt{x}); \text{ г) } a - 5\sqrt{a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - 5\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 5);$$

$$\text{д) } \sqrt{a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}(1 - \sqrt{2});$$

$$\text{е) } \sqrt{3m} + \sqrt{5m} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{m} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{m}(\sqrt{3} + \sqrt{5});$$

$$\text{ж) } \sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{2} - 1); \text{ з) } \sqrt{33} + \sqrt{22} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{3} + \sqrt{2}).$$

$$\text{№ 429 (№429). a) } \frac{b^2 - 5}{b - \sqrt{5}} = \frac{(b - \sqrt{5})(b + \sqrt{5})}{b - \sqrt{5}} = b + \sqrt{5},$$

$$\text{б) } \frac{m + \sqrt{6}}{6 - m^2} = \frac{m + \sqrt{6}}{(\sqrt{6} - m)(\sqrt{6} + m)} = \frac{1}{\sqrt{6} - m}.$$

$$\text{в) } \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4} = \frac{2 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = -\frac{1}{\sqrt{x} + 2}; \text{ г) } \frac{b - 9}{\sqrt{b} + 3} = \frac{(\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 3)}{\sqrt{b} + 3} = \sqrt{b} - 3;$$

$$\text{д) } \frac{a - b}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{4x - 9y} = \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})} = \frac{1}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}};$$

$$\text{ж) (c) } \frac{\sqrt{7} - 7}{\sqrt{7} - 1} = \frac{\sqrt{7}(1 - \sqrt{7})}{\sqrt{7} - 1} = -\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} - 1)}{\sqrt{7} - 1} = -\sqrt{7};$$

$$\text{з) (c) } \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} = \sqrt{a}; \text{ и) (c) } \frac{3 + \sqrt{x}}{3\sqrt{x} + x} = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{№ 430 (№430).}$$

$$\text{а) } \frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}} = \frac{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x + \sqrt{2}} = x - \sqrt{2}; \text{ б) } \frac{\sqrt{5} - a}{5 - a^2} = \frac{\sqrt{5} - a}{(\sqrt{5} - a)(\sqrt{5} + a)} = \frac{1}{\sqrt{5} + a};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{x} - 5}{25 - x} = \frac{\sqrt{x} - 5}{(5 - \sqrt{x})(5 + \sqrt{x})} = -\frac{1}{5 + \sqrt{x}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2};$$

$$\text{д) } \frac{5 + \sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{3} - 3}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{5\sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{5};$$

$$\text{ж) (c) } \frac{\sqrt{2a} - \sqrt{2b}}{3\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{3(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2}}{3};$$

$$3) \text{ (c) } \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$\text{н) (c) } \frac{a+\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+a} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{a}}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{a}.$$

$$\text{№ 431 (№431). a) } \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{5}; \text{ б) } \frac{3}{\sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{b};$$

$$\text{в) } \frac{2}{7\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7y}; \text{ г) } \frac{a}{b\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b \cdot b} = \frac{a\sqrt{b}}{b^2};$$

$$\text{д) } \frac{4}{\sqrt{a+b}} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{(\sqrt{a+b})(\sqrt{a+b})} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{a+b};$$

$$\text{е) } \frac{1}{\sqrt{a-b}} = \frac{1 \cdot \sqrt{a-b}}{(\sqrt{a-b})(\sqrt{a-b})} = \frac{\sqrt{a-b}}{a-b};$$

$$\text{ж) } \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}; \text{ з) } \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{и) } \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0,3\sqrt{10}.$$

$$\text{№ 432 (№432). a) } \frac{m}{\sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{x}; \text{ б) } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } \frac{3}{5\sqrt{c}} = \frac{3 \cdot \sqrt{c}}{5\sqrt{c} \cdot \sqrt{c}} = \frac{3\sqrt{c}}{5c}; \text{ г) } \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6};$$

$$\text{д) } \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ е) } \frac{5}{4\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4 \cdot 15} = \frac{\sqrt{15}}{12}.$$

№ 433 (№433).

$$\text{а) } \frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 2(\sqrt{3}-1);$$

$$\text{б) } \frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -\frac{1+\sqrt{2}}{1} = -(1+\sqrt{2});$$

$$\text{в) } \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{г) } \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b};$$

$$\text{д) } \frac{33}{7-3\sqrt{3}} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{(7-3\sqrt{3})(7+3\sqrt{3})} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{7^2-3^2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{22} = \frac{3(7+3\sqrt{3})}{2};$$

$$\text{e)} \frac{15}{2\sqrt{5}+5} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5}+5)(2\sqrt{5}-5)} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5})^2-5^2} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{4 \cdot 5 - 25} = -\frac{15(2\sqrt{5}-5)}{5} = -3(2\sqrt{5}-5) = 15 - 6\sqrt{5}.$$

№ 434. (н).

$$\text{a)} \frac{1}{3\sqrt{3}-4} - \frac{1}{3\sqrt{3}+4} = \frac{3\sqrt{3}+4-3\sqrt{3}+4}{(3\sqrt{3})^2-4^2} = \frac{8}{11} - \text{рациональное число};$$

$$\text{б)} \frac{1}{5-2\sqrt{6}} - \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{5+2\sqrt{6}-5+2\sqrt{6}}{5^2-(2\sqrt{6})^2} = 4\sqrt{6} - \text{иррациональное число}.$$

$$\text{№ 435. (н). а)} \frac{1}{\sqrt{5}-2} \approx 4,24; \text{ б)} \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \approx 1,99;$$

$$\text{в)} \frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} \approx 0,52; \text{ г)} \frac{5+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} \approx 2,73.$$

$$\text{№ 436 (№435). а)} \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y};$$

$$\text{б)} \frac{b}{a-\sqrt{b}} = \frac{b(a+\sqrt{b})}{(a-\sqrt{b})(a+\sqrt{b})} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-b};$$

$$\text{в)} \frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{8} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{2};$$

$$\text{г)} \frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2} = -\frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{3} = 4(\sqrt{6}-\sqrt{3});$$

$$\text{д)} \frac{9}{3-2\sqrt{2}} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{9-4 \cdot 2} = 9(3+2\sqrt{2});$$

$$\text{е)} \frac{14}{1+5\sqrt{2}} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{(1+5\sqrt{2})(1-5\sqrt{2})} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1^2-(5\sqrt{2})^2} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1-50} = -\frac{2 \cdot 7(1-5\sqrt{2})}{7 \cdot 7} = \frac{2(5\sqrt{2}-1)}{7}.$$

№ 437 (№436).

$$\text{а)} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = 0,2\sqrt{15}, \text{ что и требовалось доказать};$$

$$\text{б)} \sqrt{\frac{2}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2a}}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{2a}, \text{ что и требовалось доказать}.$$

$$\text{№437. (с). а)} \sqrt{\frac{x}{3}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3x}}{3}; \text{ б)} \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{5a}}{a};$$

$$в) \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad г) \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$д) \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}; \quad a \geq 0; \quad е) \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3x^2}}{\sqrt{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}; \quad x \geq 0.$$

$$\text{№438. (с). а) } \sqrt{\frac{m}{9}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{m}}{3}; \quad б) \sqrt{\frac{a}{7}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7a}}{7};$$

$$в) \sqrt{\frac{c}{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{c} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3c}}{6};$$

$$г) \sqrt{\frac{8}{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{2a}}{a}.$$

№ 438. (н). $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$, то есть числа $2 - \sqrt{3}$ и $2 + \sqrt{3}$ взаимно обратные.

$2\sqrt{6} - 5 + \frac{1}{2\sqrt{6} + 5} = \frac{(2\sqrt{6} - 5)(2\sqrt{6} + 5) + 1}{2\sqrt{6} + 5} = \frac{24 - 25 + 1}{2\sqrt{6} + 5} = 0$, то есть числа $2\sqrt{6} - 5$ и $\frac{1}{2\sqrt{6} + 5}$ противоположные.

№ 439. (н). $\sqrt{80} - 5\sqrt{3}$ и $\sqrt{75} - 4\sqrt{5}$ – противоположные числа;
 $15\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$ и $\frac{1}{\sqrt{675} - \sqrt{32}}$ – взаимно обратные числа.

Упражнения для повторения

№ 440 (№439).

$$\begin{aligned} \frac{9-x^2}{4x} \cdot \frac{8x}{x^2+6x+9} - 2 &= \frac{(3-x)(3+x) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 = \frac{(3-x)(x+3) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 = \\ &= \frac{2(3-x)}{x+3} - 2 = \frac{2(3-x) - 2(x+3)}{x+3} = \frac{6-2x-2x-6}{x+3} = -\frac{4x}{x+3}; \text{ подставляем} \\ x &= -2,5 \text{ и находим: } -\frac{4x}{x+3} = \frac{-4 \cdot (-2,5)}{-2,5+3} = \frac{10}{0,5} = 20. \end{aligned}$$

№440. (с). Обозначим за S км – расстояние от А до В, тогда время велосипедиста в пути равно $\frac{S}{12}$ ч; $\frac{S}{48}$ ч – время мотоциклиста в пути.

По условию задачи мотоциклист отправился в путь на 0,5 ч позже и прибыл на 1 ч 15 мин = 1,25 ч раньше, чем велосипедист. Запишем

$$\text{уравнение: } \frac{S}{12} = 0,5 + \frac{S}{48} + 1,25; \quad \frac{S}{12} = \frac{S}{48} + 1,75; \quad 4S = S + 84; \quad 3S = 84; \quad S = 28.$$

Ответ: $AB = 28$ км.

$$\text{№ 441 (№441). а) } \frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1 = 0; \quad 6(\frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1) = 0;$$

$$3(3x-1)+2(2-x)+6=0; \quad 9x-3+4-2x+6=0; \quad 7x=-7; \quad x=-1;$$

$$б) \frac{y-10}{6} - \frac{5-2y}{4} = 2,5; \quad 2(y-10) - 3(5-2y) = 2,5 \cdot 12;$$

$$2y-20-15+6y=30; \quad 8y=65; \quad y=8\frac{1}{8}; \quad y=8,125.$$

№ 442 (№442).

Условие задачи, $S = \pi(R^2 - r^2)$; $S = \pi R^2 - \pi r^2$; $S + \pi r^2 = \pi R^2$, откуда

$$R^2 = \frac{S + \pi r^2}{\pi}; \quad R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}. \quad \text{Ответ: } R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}.$$

№ 443 (№443). 1) Для прямой b уравнение: $y = -2x + 1$;

2) Для прямой a уравнение: $y = \frac{1}{5}x - 2$.

№444. (с).а) $x^2 - 7 = 0$; $x^2 = 7$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$;

б) $x^2 + 49 = 0$; $x^2 = -49$; уравнение не имеет корней;

в) $(x+1)^2 = 1$; $x+1 = \pm\sqrt{1}$; $x+1 = \pm 1$;

1) $x+1=1$; $x_1=0$; 2) $x+1=-1$; $x_2=-2$;

г) $(x-5)^2 = 2$; $x-5 = \pm\sqrt{2}$;

1) $x-5=\sqrt{2}$; $x_1=5+\sqrt{2}$; 2) $x-5=-\sqrt{2}$; $x_2=5-\sqrt{2}$.

20. Преобразование двойных радикалов.

$$\text{№ 444. (н). а)} \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \sqrt{5}+1;$$

$$б) \sqrt{11-4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \sqrt{7}-2.$$

$$\text{№ 445. (н). а)} \sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = 3+\sqrt{2}-\sqrt{2}=3;$$

$$б) \sqrt{27-5\sqrt{8}} + \sqrt{2} = \sqrt{(5-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = 5-\sqrt{2}+\sqrt{2}=5.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 446. (н). а)} \sqrt{55+2\sqrt{216}} &= \sqrt{\frac{55+\sqrt{55^2-216}}{2}} + \sqrt{\frac{55-\sqrt{55^2-216}}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{55+\sqrt{2809}}{2}} + \sqrt{\frac{55-\sqrt{2809}}{2}} = \sqrt{\frac{55+53}{2}} + \sqrt{\frac{55-53}{2}} = 1+\sqrt{54} = 1+3\sqrt{6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \sqrt{86-\sqrt{5460}} &= \sqrt{\frac{86+\sqrt{86^2-5460}}{2}} - \sqrt{\frac{86-\sqrt{86^2-5460}}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{86+\sqrt{1936}}{2}} - \sqrt{\frac{86-\sqrt{1936}}{2}} = \sqrt{\frac{86+44}{2}} - \sqrt{\frac{86-44}{2}} = \sqrt{65} - \sqrt{21}. \end{aligned}$$

№ 447. (н).

а) $a^2 = 11 + \sqrt{85} + 11 - \sqrt{85} - 2\sqrt{11^2 - 85} = 22 - 2\sqrt{36} = 10 \Rightarrow a = \sqrt{10}$.

б) $a^2 = 7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{49 - (4\sqrt{3})^2} = 14 + 2 = 16 \Rightarrow a = 4$.

№ 448. (н). а) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} =$
 $= 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} + 1 = 2$ — рациональное число;

б) $\sqrt{19 - 2\sqrt{34}} + \sqrt{19 + 2\sqrt{34}} = \sqrt{(\sqrt{17} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{17} + \sqrt{2})^2} =$
 $= \sqrt{17} - \sqrt{2} + \sqrt{17} + \sqrt{2} = 2\sqrt{17}$ — иррациональное число.

№ 449. (н). а) $\frac{\sqrt{4 - \sqrt{11}}}{\sqrt{4 + \sqrt{11}}} = \frac{4 - \sqrt{11}}{\sqrt{16 - 11}} = \frac{4\sqrt{5} - \sqrt{55}}{5}$;

б) $\frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5 - 3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2}$.

№ 450. (н).

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 - (2 + \sqrt{3})} =$$
$$= \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{4 - 3} = 1.$$

№ 451. (н). а) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 2 + 3 + 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} =$
 $= 10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}$, поэтому
 $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}$.

б) $(1 + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 1 + 3 + 5 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{15} =$
 $= 9 + \sqrt{12} - \sqrt{20} - \sqrt{60}$, поэтому $1 + \sqrt{3} - \sqrt{5} = \sqrt{9 + \sqrt{12} - \sqrt{20} - \sqrt{60}}$

№ 452. (н). а) $\sqrt{\frac{b+1}{2}} - \sqrt{b} - \sqrt{\frac{b+1}{2} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b - 2\sqrt{b} + 1} - \sqrt{b + 2\sqrt{b} + 1}}{\sqrt{2}} =$
 $= \frac{|\sqrt{b} - 1| - |\sqrt{b} + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{\frac{c+4}{4}} + \sqrt{c} - \sqrt{\frac{c+4}{4} - \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c + 4\sqrt{c} + 4}}{2} - \frac{\sqrt{c - 4\sqrt{c} + 4}}{2} =$
 $= \frac{|\sqrt{c} + 2| - |\sqrt{c} - 2|}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

№ 453. (н). а) $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} = \sqrt{(\sqrt{a-1} + 1)^2} = 1 + \sqrt{a-1}$;

$$\begin{aligned} \text{б) } \sqrt{a+b+1+2\sqrt{a+b}} - \sqrt{a+b+1-2\sqrt{a+b}} &= \\ = \sqrt{(\sqrt{a+b}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a+b}-1)^2} &= |\sqrt{a+b}+1| - |\sqrt{a+b}-1| = 2. \end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе II

К параграфу 4

№ 454 (№445). а) Да; б) не всегда; в) да; г) не всегда.

№ 455 (№446). а) Да; б) да; в) да; г) не всегда.

№ 456 (№447). а) Да; б) да; в) да; г) да.

№ 457 (№448). Считаем, что $x = 2n$, $y = 2k$, где n и k – натуральные числа. Тогда: а) $x - y = 2n - 2k = 2(n - k) = 2m$ – четное число;

б) $xy = 2n \cdot 2k = 2(2nk) = 2m$ – четное число;

в) $3x + y = 6n + 2k = 2(3n + k) = 2m$ – четное число.

№ 458 (№449). Считаем, что $x = 2n + 1$, $y = 2k + 1$. Тогда:

а) $x + y = 2n + 1 + 2k + 1 = 2(n + k + 1) = 2m$ – четное число;

б) $x - y = 2n + 1 - 2k - 1 = 2n - 2k = 2(n - k)$ – четное число;

в) $xy = (2n+1)(2k+1) = 4nk + 2n + 2k + 1 = 2(2nk + n + k) + 1$ – нечетное число.

№ 459 (н). а) 0,001; 0,0001; 0,00015; 0,00012; 0,00001;

б) $-\frac{1}{12}$; $-\frac{1}{13}$; $-\frac{1}{14}$; $-\frac{1}{15}$; -0,001; в) 0,4; 0,41; 0,45; 0,47; 0,49.

№ 460 (№451). а) $\frac{23}{64} = 0,359375(0)$; б) $-\frac{7}{25} = -0,28(0)$;

в) $\frac{11}{13} = 0,(846153)$; г) $\frac{1}{27} = 0,(037)$; д) $\frac{2}{35} = 0,0(571428)$;

е) $-\frac{7}{22} = -0,3(18)$; ж) $\frac{23}{30} = 0,7(6)$; з) $\frac{12}{55} = 0,2(18)$.

№452. (с). Пусть $\frac{a}{b}$ – рациональное число; предположим, что $(\frac{a}{b})^2 = 3$, т.е.

$a^2 = 3b^2$. Пусть a содержит в своем разложении n простых множителей равных 3, где n – число натуральное или нуль. Тогда, число a^2 содержит в разложении $2n$ простых множителей, равных 3. Поскольку $a^2 = 3b^2$, то b^2 содержит в разложении $2n-1$ простых множителей, но квадрат натурального числа должен быть четным, и мы приходим к противоречию. Итак, не существует рационального числа, квадрат которого равен 3.

№ 461 (№453). Рациональные 10,01; 10,0001;

Иррациональные 10,0157419...; 10,0232425...

№ 462 (№454). а) Иррациональное число; б) иррациональное число.

К параграфу 5

№ 463 (№455). а) $0,3\sqrt{289} = 0,3 \cdot 17 = 5,1$; б) $-4\sqrt{0,81} = -4 \cdot 0,9 = -3,6$;

в) $\sqrt{\frac{9}{49}} - 1 = \frac{3}{7} - 1 = \frac{3-7}{7} = -\frac{4}{7}$; г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$;

д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100} = 2 \cdot 0,11 + 10 = 10,22$; е) $\frac{\sqrt{0,16}}{2\sqrt{0,04}} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,2} = \frac{0,4}{0,4} = 1$;

ж) $\sqrt{2500} - \sqrt{625} = 50 - 25 = 25$; з) $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$;

и) $-0,03\sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$; к) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{19} + \frac{1}{2} = \frac{21}{38}$

№456. (с).

а) $5 - (3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}) = 5 - (3 \cdot \frac{2}{3} + 0,5) = 5 - (2 + 0,5) = 5 - 2 - 0,5 = 5 - 2,5 = 2,5$;

б) $11:(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}) = 11:(0,15 \cdot 40 - 0,29 \cdot 20) = 11:0,2 = 110:2 = 55$;

в) $(\sqrt{225} + 3\sqrt{121}):(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}) =$
 $= (15 + 3 \cdot 11):(\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 0,78 \cdot 10) = 48:(\frac{1}{5} + 7,8) = 48:(0,2 + 7,8) = 48:8 = 6$;

г) $(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{342}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}):\sqrt{25} = ((-6) \cdot \frac{1}{2} + \frac{18 + 0,4}{2 \cdot 0,2}):5 = (-3 + 18):5 = 15:5 = 3$.

№ 464 (№457). а) Подставим $x = 2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2 - 10} = \sqrt{0} = 0$.

Подставим $x = 2,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2,2 - 10} = \sqrt{11-10} = 1$.

Подставим $x = 5,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 5,2 - 10} = \sqrt{26-10} = \sqrt{16} = 4$

Подставим $x = 22$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 22 - 10} = \sqrt{110-10} = \sqrt{100} = 10$.

б) Подставим $y = 1$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2 \cdot 1} = 2$.

Подставим $y = -1,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-1,5)} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$

Подставим $y = -15$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-15)} = \sqrt{36} = 6$.

Подставим $y = -37,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-37,5)} = \sqrt{81} = 9$

в) Подставим $x = 0$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0}}{3-\sqrt{0}} = 1$. Подставим $x = 1$

$\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{1}}{3-\sqrt{1}} = \frac{4}{2} = 1$. Подставим $x = 16$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{16}}{3-\sqrt{16}} = \frac{3+4}{3-4} = -7$

Подставим $x = 0,25$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0,25}}{3-\sqrt{0,25}} = \frac{3+0,5}{3-0,5} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{35}{25} = 1\frac{2}{5}$.

г) Подставим $a = 0$, $b = 0$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 0 - 0} = 0$.

Подставим $a = 4$, $b = 7$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 4 - 7} = \sqrt{8-7} = 1$

д) Подставим $m = 0$, $n = -1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{0-4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} = 2$.

Подставим $m = 33$, $n = 1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{33-4 \cdot 2} = \sqrt{25} = 5$.

№ 465 (№458). а) $5\sqrt{x} = 3$; $(5\sqrt{x})^2 = 3^2$; $25x = 9$; $x = \frac{9}{25}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3x}} = 1$; $1 = \sqrt{3x}$; $1^2 = (\sqrt{3x})^2$; $1 = 3x$; $x = \frac{1}{3}$;

в) $\frac{1}{4\sqrt{x}} = 2$; $1 = 8\sqrt{x}$; $1^2 = (8\sqrt{x})^2$; $1 = 64x$; $x = \frac{1}{64}$;

г) $\sqrt{x-5} = 4$; $(\sqrt{x-5})^2 = 4^2$; $x-5 = 16$; $x = 21$;

д) $1 + \sqrt{2x} = 10$; $\sqrt{2x} = 9$; $(\sqrt{2x})^2 = 9^2$; $2x = 81$; $x = 40,5$.

№ 466 (№459).

$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2$; $(\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}})^2 = 2^2$; $1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}} = 4$; $\sqrt{2 + \sqrt{x}} = 3$;
 $(\sqrt{2 + \sqrt{x}})^2 = 3^2$; $2 + \sqrt{x} = 9$; $\sqrt{x} = 7$; $x = 49$.

№ 467 (№460). а) Да; $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in Q$; б) нет.

№ 468 (№ 461). а) $x^2 = 1$ имеет два рациональных корня: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$;

б) $x^2 = 3$ имеет два иррациональных корня: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$;

в) $x^2 = -1$ не имеет корней.

№ 469 (№462). а) $x \geq 0$; б) x – любое действительное число;

в) x – любое действительное число;

г) x – любое действительное число; д) $x = 0$; е) $x \leq 0$.

№ 470 (№463). а) $\sqrt{ab}$; $ab \geq 0$; 1) $a \geq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \leq 0$, $b \leq 0$;

б) $\sqrt{-ab}$; $ab \leq 0$; 1) $a \leq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \geq 0$, $b \leq 0$;

в) $\sqrt{a^2b}$; $b \geq 0$; a – любое действительное число;

г) $\sqrt{a^2b^2}$; a, b – любые действительные числа;

д) $\sqrt{-ab^2}$; $a \leq 0$, b – любое действительное число.

№ 471 (№464). а) При $x > 0$; б) при $x \geq 0$; в) при $x \geq 0$, $x \neq 1$

№ 472 (№465). а) $\sqrt{0,16} + (2\sqrt{0,1})^2 = 0,4 + 4 \cdot 0,1 = 0,8$;

б) $(0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} = 0,04 \cdot 10 + 0,5 \cdot 4 = 0,4 + 2 = 2,4$;

в) $\sqrt{144} - 0,5(\sqrt{12})^2 = 12 - 0,5 \cdot 12 = 6$; г) $(3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 3 + 9 \cdot 3 = 54$;

д) $(5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 30$; е) $(-3\sqrt{6})^2 - 3(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 36$.

№ 473. (н). $d = \sqrt{(-3,5 - 4,3)^2 + (7,8 - 0,4)^2} = \sqrt{7,8^2 + 7,4^2} =$

$$= \sqrt{60,84 + 54,76} = \sqrt{115,6} \approx 10,75.$$

№ 474. (н). а) $\sqrt{7,5} < \sqrt{7,6}$; б) $\sqrt{0,1} > \sqrt{0,01}$; в) $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{0,3}$;

г) $\sqrt{2,16} > \sqrt{2\frac{1}{6}}$; д) $\sqrt{\frac{5}{9}} > \sqrt{\frac{6}{11}}$; ж) $\sqrt{7} > 2,6$;

з) $3,2 > \sqrt{9,8}$; и) $\sqrt{1,23} > 1,1$.

№ 475. (н). а) 0,1 или 2 корня; б) 0 или 1 корень.

К параграфу 6

№ 476 (№468). а) $\sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} = 14 \cdot 0,9 \cdot 0,6 = 14 \cdot 0,54 = 14 \cdot \frac{54}{100} = 7,56$;

б) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{7}{24}$;

в) $\sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} = \sqrt{49(0,87 + 0,82)} = \sqrt{49 \cdot 1,69} = 7 \cdot 1,3 = 9,1$;

г) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = 1,2 \cdot 0,9 = \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{108}{100} = 1,08$.

№ 477 (№469).

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8,5$;

б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \sqrt{\frac{98}{(176 - 112)(176 + 112)}} = \sqrt{\frac{98}{64 \cdot 288}} = \sqrt{\frac{49}{64 \cdot 144}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 - 76)(149 + 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{73 \cdot 225}{73 \cdot 841}} = \frac{15}{29}$;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} = \sqrt{\frac{(145,5 - 96,5)(145,5 + 96,5)}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} =$
 $= \sqrt{\frac{49 \cdot 242}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 121}{81 \cdot 225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}$

№ 478 (№470). а) $15\sqrt{20} \cdot 0,1\sqrt{45} = 1,5\sqrt{20 \cdot 45} = 1,5\sqrt{900} = 1,5 \cdot 30 = 45$;

б) $0,3\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{15} \cdot 0,5\sqrt{6} = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,5\sqrt{10 \cdot 15 \cdot 6} = 0,03\sqrt{900} = 0,3 \cdot \sqrt{9} = 0,9$;

в) $\frac{8\sqrt{5}}{0,4\sqrt{0,2}} = \frac{8}{0,4} \sqrt{\frac{5}{0,2}} = 20\sqrt{25} = 100$;

г) $\frac{\sqrt{0,48}}{5\sqrt{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{0,48}{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{0,04} = \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{25}$

№ 479 (№471). а) $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$; б) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$.

№ 480 (№472). а) $\sqrt{(-12)^2} = |12| = 12$; б) $-\sqrt{10^2} = -|10| = -10$;

в) $\sqrt{-10^2}$ выражение не имеет смысла; г) $-\sqrt{(-11)^2} = -|11| = -11$;

д) $\sqrt{-(-15)^2}$ выражение не имеет смысла; е) $-\sqrt{(-25)^2} = -|25| = -25$

№ 481 (№473).

а) $3\sqrt{(-2)^6} = 3|(-2)^3| = 3 \cdot 8 = 24$; б) $-2\sqrt{10^4} = -2 \cdot 10^2 = -200$;

в) $-3\sqrt{5^4} = -3 \cdot 5^2 = -3 \cdot 25 = -75$; г) $0,1\sqrt{2^{10}} = 0,1 \cdot 2^5 = 0,1 \cdot 32 = 3,2$;

д) $0,1\sqrt{(-3)^8} = 0,1 \cdot (-3^4) = 0,1 \cdot 81 = 8,1$;

е) $100\sqrt{0,1^{10}} = 100 \cdot (0,1)^5 = 100 \cdot 0,00001 = 0,001$;

ж) $-\sqrt{(-2)^{12}} = -(-2)^6 = -64$; з) $2,5\sqrt{(-0,1)^4} = 2,5 \cdot (0,1)^2 = 2,5 \cdot 0,01 = 0,025$.

№ 482 (№474). а) $\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$; б) $\sqrt{9^5} = 9^2 \cdot 3 = 3^5 = 243$;

в) $\sqrt{16^5} = 16^2 \cdot 4 = 2^{10} = 1024$; г) $\sqrt{25^3} = \sqrt{25^2 \cdot 25} = 5^3 = 125$;

д) $\sqrt{8 \cdot 162} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt{81 \cdot 4^2} = 9 \cdot 4 = 36$;

е) $\sqrt{96 \cdot 486} = \sqrt{96 \cdot 6 \cdot 81} = \sqrt{576 \cdot 81} = 24 \cdot 9 = 216$;

ж) $\sqrt{750 \cdot 270} = \sqrt{75 \cdot 27 \cdot 100} = \sqrt{9^2 \cdot 25 \cdot 100} = 9 \cdot 5 \cdot 10 = 450$;

з) $\sqrt{853 \cdot 776} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 84 \cdot 11 = 924$.

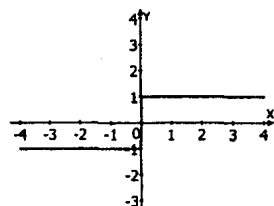
№ 483 (№475). Ответ: при $x \geq 0$.

№ 484 (№476). а) y – любое число; б) x – любое число; в) $x \geq 0$;

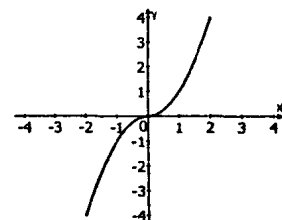
г) $c \leq 0$; д) $a \leq 0$; е) b – любое число.

№ 485 (№477).

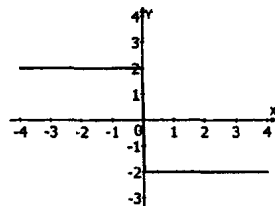
а)



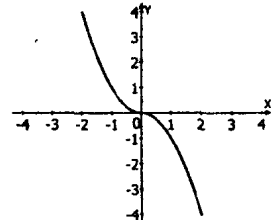
в)



б)



г)



№ 487 (№478).

а) $\sqrt{a^4 b^4} = a^2 b^2$; б) $\sqrt{b^6 c^8} = b^3 c^4$, $b \geq 0$; в) $\sqrt{16x^4 y^{12}} = 4x^2 y^6$;

г) $\sqrt{0,25 p^2 y^6} = 0,5 p(-y^3) = -0,5 p y^3$, $p \geq 0$, $y \leq 0$;

д) $\sqrt{\frac{p^4}{a^8}} = \frac{p^2}{a^4}$; е) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}} = \frac{4a^6}{b^5}$, $b > 0$;

ж) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}} = \frac{2(-x)}{-y^3} = \frac{2x}{y^3}$, $x < 0$, $y < 0$;

з) $\sqrt{\frac{c^6}{9a^2}} = \frac{(-c^3)}{3a} = -\frac{c^3}{3a}$, $c < 0$, $a > 0$.

№ 488. (н). $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} = \sqrt{n(n+3) \cdot (n+1)(n+2)+1} =$
 $= \sqrt{(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1} = \sqrt{(n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1} =$
 $= n^2+3n+1$ – натуральное число при любом натуральном n .

№ 489 (№479).

а) $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = |a|$; б) $\sqrt{(-a)^2(-b)^4} = \sqrt{a^2 b^4} = |ab^2| = |a||b^2| = |a|b^2$

К параграфу 7

№ 490 (№480). а) $0,5\sqrt{60a^2} = 0,5\sqrt{15 \cdot 4a^2} = 0,5 \cdot 2|a|\sqrt{15} = |a|\sqrt{15}$;

б) $2,1\sqrt{300x^4} = 2,1\sqrt{3 \cdot 100x^4} = 2,1 \cdot 10x^2\sqrt{3} = 21x^2\sqrt{3}$;

в) $0,1\sqrt{150x^3} = 0,1\sqrt{25 \cdot 6x^2 \cdot x} = 0,1 \cdot 5|x|\sqrt{6x} = 0,5x\sqrt{6x}$;

г) $0,2\sqrt{225a^5} = 0,2 \cdot 15a^2\sqrt{a} = 3a^2\sqrt{a}$;

д) $a\sqrt{18a^2b} = a\sqrt{9 \cdot 2a^2b} = |a| \cdot 3a\sqrt{2b}$;

е) $-m\sqrt{48am^4} = -m\sqrt{16 \cdot 3am^4} = -m \cdot 4m^2\sqrt{3a} = -4m^3\sqrt{3a}$

№481. (с). а) $\sqrt{9a^2b} = -3a\sqrt{b}$, $a < 0$; б) $\sqrt{25a^2b^3} = 5ab\sqrt{b}$, $a > 0$;

в) $\sqrt{144a^3b^3} = 12(-a)(-b)\sqrt{ab} = 12ab\sqrt{ab}$, $a < 0$, $b < 0$;

г) $\sqrt{32a^4x^3} = 4a^2|x|\sqrt{2x}$; $4a^2x\sqrt{2x}$, $x > 0$;

д) $\sqrt{-3c^3} = -c\sqrt{-3c}$, $c < 0$; е) $\sqrt{-5m^7} = -m^3\sqrt{-5m}$, $m < 0$;

ж) $a\sqrt{a^5} = a^3\sqrt{a}$; $a > 0$; з) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3} = \frac{|x|}{x}\sqrt{-x} = -\sqrt{-x}$, $x < 0$

№482. (с). а) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}$, $a \geq 0$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$, $a < 0$;

в) $x\sqrt{\frac{2}{x}} = \sqrt{\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{2x}$; г) $x\sqrt{-\frac{2}{x}} = \sqrt{-\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{-2x}$.

№483. (с). а) Равенство верно при $x \geq 0$; б) Равенство верно при $y \leq 0$;
в) Равенство верно при $c \leq 0$; г) Равенство верно при $a \leq 0$

№484. (с). а) $x^2 \sqrt{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{x^4}{x}} = \sqrt{x^3}$; б) $-x^2 \sqrt{5} = -\sqrt{5x^4}$;

в) $-3a \sqrt{\frac{1}{3}a} = -\sqrt{3a^3}$; г) $3a \sqrt{-\frac{a}{3}} = -\sqrt{-3a^3}$;

д) $ab \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{ab^3}$, $a > 0$, $b > 0$; е) $2ab \sqrt{\frac{a}{2b}} = \sqrt{2a^3b}$, $a < 0$, $b < 0$;

ж) $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $a > 0$, $b > 0$; з) $-ab \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{ab^2 + a^2b}$, $a > 0$, $b < 0$

№ 491. (н). а) $0,2\sqrt{200} < 10\sqrt{8}$; б) $7\sqrt{\frac{32}{49}} < 0,8\sqrt{50}$,

в) $0,5\sqrt{108} < 9\sqrt{3}$; г) $\frac{5}{2}\sqrt{63} < 4,5\sqrt{28}$.

№ 492. (н). а) $\sqrt{30} < \frac{2}{3}\sqrt{72} < 7\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{62} < \sqrt{17} < 5\sqrt{\frac{7}{2}}$,

в) $8\sqrt{0,2} < \frac{2}{5}\sqrt{250} < \sqrt{41}$; г) $12\sqrt{0,5} < \sqrt{89} < \frac{3}{4}\sqrt{160}$

№ 493 (№487). а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{ax} - \sqrt{bx}$,

б) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{x} = x + \sqrt{xy}$; в) $\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

г) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})\sqrt{mn} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{mn} - \sqrt{n} \cdot \sqrt{mn} = m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

д) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(2\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} - \sqrt{y} \cdot \sqrt{y} = 2x + \sqrt{xy} - y$;

е) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(3\sqrt{a} + 2\sqrt{b}) = 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} =$
 $= 3a - \sqrt{ab} - 2b$;

ж) $(2\sqrt{a} + \sqrt{b})(3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) =$
 $= 2\sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = 6a - \sqrt{ab} - 2b$;

з) $(4\sqrt{x} - \sqrt{2x})(\sqrt{x} - \sqrt{2x}) =$
 $= 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{2x} = 6x - 5x\sqrt{2}$

№ 494 (№488). а) $(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x} + x) = 1^3 - (\sqrt{x})^3 = 1 - x\sqrt{x}$,

б) $(\sqrt{a} + 2)(a - 2\sqrt{a} + 4) = (\sqrt{a})^3 + 2^3 = a\sqrt{a} + 8$;

в) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + n + \sqrt{mn}) = (\sqrt{m})^3 - (\sqrt{n})^3 = m\sqrt{m} - n\sqrt{n}$,

г) $(x + \sqrt{y})(x^2 + y - x\sqrt{y}) = x^3 + (\sqrt{y})^3 = x^3 + y\sqrt{y}$

№ 495 (н). а) $x - 4\sqrt{x-1} + 3 = (\sqrt{x-1} - 2)^2$,

$$6) y + 2\sqrt{y+2} + 3 = (\sqrt{y+2} + 1)^2.$$

№ 496 (№489). а) $(\sqrt{6+4\sqrt{2}})^2 = (2+\sqrt{2})^2$; $6+4\sqrt{2} = 4+2\cdot 2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$;
 $6+4\sqrt{2} = 6+4\sqrt{2}$, тождество доказано;

б) $(\sqrt{8\sqrt{3}+19})^2 = (\sqrt{3}+4)^2$; $8\sqrt{3}+19 = (\sqrt{3})^2 + 2\cdot 4\sqrt{3}+16$;
 тождество доказано.

№ 497 (№490).

а) Подставим $x = 1 + \sqrt{5}$: $x^2 - 6 = (1 + \sqrt{5})^2 - 6 = 1 + 2\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 6 = 2\sqrt{5}$

б) Подставим $x = 3 - \sqrt{3}$: $x^2 - 6x = (3 - \sqrt{3})^2 - 6(3 - \sqrt{3}) =$
 $= 9 - 2\cdot 3\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 6\cdot 3 + 6\sqrt{3} = -6.$

в) Подставим $x = 2 + \sqrt{3}$: $x^2 - 4x + 3 = (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 3 =$
 $= 4 + 2\cdot 2\cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 2.$

г) Подставим $x = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$: $x^2 - 3x + 5 = (\frac{3 + \sqrt{2}}{2})^2 - 3(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}) + 5 =$
 $= \frac{9 + 3\cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 =$
 $= \frac{11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + 20}{4} = \frac{13}{4} = 3,25$

№ 498 (№491). 1) $(\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$
 $= (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$
 $= 7 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + 7 - 4\sqrt{3} = 14 + 2\sqrt{49-16\cdot 3} =$
 $= 14 + 2\sqrt{1} = 16$ – натуральное число;

2) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \sqrt{49-16\cdot 3} =$
 $= \sqrt{49-48} = 1$ – натуральное число.

№ 499 (№492). а) $\frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4} = \frac{3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = \frac{8}{(3\sqrt{2})^2-4^2} =$
 $= \frac{8}{9\cdot 2-16} = \frac{8}{2} = 4$ – рациональное число;

б) $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{10}{25-4\cdot 6} =$
 $= \frac{10}{1} = 10$ – рациональное число.

$$a) \frac{1}{11-2\sqrt{30}} - \frac{1}{11+2\sqrt{30}} = \frac{11+2\sqrt{30}-11+2\sqrt{30}}{(11-2\sqrt{30})(11+2\sqrt{30})} = \frac{4\sqrt{30}}{121-4 \cdot 30} = \frac{4\sqrt{30}}{1} = 4\sqrt{30};$$

$$b) \frac{5}{3+2\sqrt{2}} + \frac{5}{3-2\sqrt{2}} = \frac{5(3-2\sqrt{2})-5(3+2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} =$$

$$= \frac{15-10\sqrt{2}+15+10\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{30}{9-4 \cdot 2} = 30;$$

$$b) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} =$$

$$= \frac{16 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{16}{2} = 8;$$

$$r) \frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}} + \frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}} = \frac{(11+\sqrt{21})^2 + (11-\sqrt{21})^2}{(11-\sqrt{21})(11+\sqrt{21})} =$$

$$= \frac{11^2 + 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2 + 11^2 - 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2}{11^2 - (\sqrt{21})^2} =$$

$$= \frac{121 + 22\sqrt{21} + 21 + 121 - 22\sqrt{21} + 21}{121-21} = \frac{284}{100} = 2,84$$

№ 501 (№494). Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$

$$\frac{x^2 - 3xy + y^2}{x + y + 2} = \frac{1}{3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} + 2} [(3 + \sqrt{5})^2 - 3(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) +$$

$$+ (3 - \sqrt{5})^2] = \frac{1}{8} [9 + 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 3(9 - (\sqrt{5})^2) + 9 - 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2] =$$

$$= \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5 - 3(9 - 5) + 9 - 6\sqrt{5} + 5}{8} = \frac{28 - 3 \cdot 4}{8} = \frac{16}{8} = 2.$$

№ 502 (№495). a) $\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = x + \sqrt{xy} + y;$

$$b) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} = \frac{1}{a - \sqrt{ab} + b},$$

$$b) \frac{2\sqrt{2} - x\sqrt{x}}{2 + \sqrt{2x} + x} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{x})(2 + \sqrt{2x} + x)}{2 + \sqrt{2x} + x} = \sqrt{2} - \sqrt{x},$$

$$r) \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{a\sqrt{a} + 3\sqrt{3}} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{3})^3} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a} + \sqrt{3})(a - \sqrt{3a} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{3}}$$

$$\text{№ 503 (№496). a) } \frac{\sqrt{70}-\sqrt{30}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{35} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{35}-\sqrt{15})}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \sqrt{2};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{в) } \frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot 2 - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 3 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-2)}{\sqrt{2}(3\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3};$$

$$\text{е) } \frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{10}-1-\sqrt{3})(\sqrt{10}-1+\sqrt{3})}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \sqrt{10}-1-\sqrt{3}.$$

$$\text{№ 504 (№497). a) } \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{(1+\sqrt{a})\sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+a}{a};$$

$$\text{б) } \frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+b)}{b\sqrt{y}} = \frac{y(\sqrt{y}+b)}{by} = \frac{\sqrt{y}+b}{b};$$

$$\text{в) } \frac{x-\sqrt{ax}}{a\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{a};$$

$$\text{г) } \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})\sqrt{ab}}{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab}} = \frac{a\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab} + b\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}}{ab} =$$

$$= \frac{ab\sqrt{a}+ab\sqrt{b}}{ab} = \frac{ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{ab} = \sqrt{a}+\sqrt{b};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{3}-3)}{5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5};$$

$$\text{е) } \frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{(2-3\sqrt{2})\sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}-3 \cdot 2}{8} = \frac{2\sqrt{2}-6}{8} = \frac{\sqrt{2}-3}{4}$$

$$\text{№ 505 (№498). a) } \frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-\sqrt{xy}+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}-y\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{б) } \frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}} = \frac{(9+3\sqrt{a}+a)(3-\sqrt{a})}{(3+\sqrt{a})(3-\sqrt{a})} = \frac{27-a\sqrt{a}}{3^2-(\sqrt{a})^2} = \frac{27-a\sqrt{a}}{9-a};$$

$$\text{в) } \frac{1-2\sqrt{x}+4x}{1-2\sqrt{x}} = \frac{(1-2\sqrt{x}+4x)(1+2\sqrt{x})}{(1-2\sqrt{x})(1+2\sqrt{x})} =$$

$$= \frac{1 - 2\sqrt{x} + 4x + 2\sqrt{x} - 4x + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1 - 4x},$$

$$r) \frac{a^2b + 2a\sqrt{b} + 4}{a\sqrt{b} + 2} = \frac{(a^2b + 2a\sqrt{b} + 4)(a\sqrt{b} - 2)}{(a\sqrt{b} + 2)(a\sqrt{b} - 2)} = \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{(a\sqrt{b})^2 - 4} = \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{a^2b - 4}$$

$$\text{№ 506 (№ 499). a) } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x - y}{x + \sqrt{xy}},$$

$$b) \frac{a + \sqrt{b}}{a\sqrt{b}} = \frac{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}{a\sqrt{b}(a - \sqrt{b})} = \frac{a^2 - (\sqrt{b})^2}{a^2\sqrt{b} - ab} = \frac{a^2 - b}{a^2\sqrt{b} - ab};$$

$$b) \frac{7 - \sqrt{a}}{49 - 7\sqrt{a} + a} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{(49 - 7\sqrt{a} + a)(7 + \sqrt{a})} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{7^3 + a\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{7^2 - (\sqrt{a})^2}{7^3 + a\sqrt{a}} = \frac{49 - a}{343 + a\sqrt{a}};$$

$$r) \frac{\sqrt{mn} + 1}{mn + \sqrt{mn} + 1} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{(mn + \sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{mn\sqrt{mn} - 1} =$$

$$= \frac{(\sqrt{mn})^2 - 1^2}{mn\sqrt{mn} - 1} = \frac{mn - 1}{mn\sqrt{mn} - 1}$$

№ 507 (№ 500).

$$a) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)}{[\sqrt{2} + (\sqrt{3} + 1)][\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)]} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} + 1)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{2 - 4 - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{-2 - 2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1)(1 - \sqrt{3})}{-2(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{6} + 3 + \sqrt{3}}{-2(1 - 3)} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{4};$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})}{[\sqrt{5} + (2 - \sqrt{3})][\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})]} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (2 - \sqrt{3})^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{5 - (4 - 4\sqrt{3} + 3)} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{-2 + 4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 1)}{2(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)} =$$

$$= \frac{2\sqrt{15} - 4\sqrt{3} + 6 + \sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{2(12 - 1)} = \frac{4 + 2\sqrt{15} + \sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{22}$$

$$\text{№ 508 (№ 501). } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$$

Дробь принимает наибольшее значение, когда ее знаменатель наименьший, значит, $x = 0$

$$\text{№ 509 (№502) а) } 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{160} = 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{16 \cdot 10} = 15\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 5}} - 4\sqrt{10} = \\ = 3 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 25}{25}} - 4\sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 4\sqrt{10} = -\sqrt{10};$$

$$\text{б) } \sqrt{135} + 10\sqrt{0,6} = \sqrt{5 \cdot 27} + 10\sqrt{\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = 3\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 5\sqrt{15};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{27} = 6\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{9 \cdot 3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}} - 3\sqrt{3} = \\ = \frac{12}{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{г) } 0,5\sqrt{24} + 10\sqrt{\frac{3}{8}} = 0,5\sqrt{4 \cdot 6} + 10\sqrt{\frac{3}{2 \cdot 4}} = 0,5 \cdot 2\sqrt{6} + \frac{10}{2}\sqrt{\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}} = \\ = \sqrt{6} + 2,5\sqrt{6} = 3,5\sqrt{6}.$$

$$\text{№ 510 (№503). а) } \left(\frac{1}{x+x\sqrt{y}} + \frac{1}{x-x\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{x-x\sqrt{y}+x+x\sqrt{y}}{(x+x\sqrt{y})(x-x\sqrt{y})} \cdot \frac{y-1}{2} = \\ = \frac{2x}{x^2-(x\sqrt{y})^2} \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{2x(y-1)}{2x^2(1-y)} = -\frac{y-1}{x(y-1)} = -\frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \\ = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - \sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \frac{2\sqrt{ab}}{(a-b)} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \\ = \frac{2\sqrt{ab} \cdot (a-b)^2}{(a-b) \cdot 2} = \sqrt{ab}(a-b).$$

№ 511 (и).

$$\sqrt{b+49-14\sqrt{b}} + \sqrt{b+49+14\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{b}-7)^2} + \sqrt{(\sqrt{b}+7)^2} = \\ = |\sqrt{b}-7| + |\sqrt{b}+7| = 7-\sqrt{b} + \sqrt{b}+7 = 17 \text{ при } 0 \leq b \leq 49 - \text{ не зависит от } b.$$

ГЛАВА III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

21. Определение квадратного уравнения.

Неполные квадратные уравнения

№ 512 (№504). Ответ: а) является; б) нет; в) является; г) нет; д) неполное квадратное уравнение; е) неполное квадратное уравнение

№ 513 (№505). Коэффициенты:

а) $a=5$; $b=-9$; $c=4$; б) $a=1$, $b=3$; $c=-10$; в) $a=-1$; $b=-8$; $c=1$;
г) $a=-4$; $b=5$; $c=0$; д) $a=6$; $b=0$; $c=-30$; е) $a=9$; $b=0$; $c=0$.

№506. (c). а) $(2x-1)(2x+1)=x(2x+3)$; $4x^2-1=2x^2+3x$; $2x^2-3x-1=0$;
 б) $(3x+2)^2=(x+2)(x-3)$; $(3x+2)^2=x^2-3x+2x-6$; $9x^2+12x+4=x^2-3x+2x-6$;
 $8x^2+13x+10=0$;

в) $(x+1)(x+2)=(2x-1)(x-2)$; $x^2+2x+x+2=2x^2-4x+2-x$;
 $x^2+3x+2-2x^2+5x-2=0$; $-x^2+8x=0$; $x^2-8x=0$;

г) $(x+3)(3x-2)=(4x+5)(2x-3)$; $(x+3)(3x-2)=8x^2-12x+10x-15$;
 $3x^2-2x+9x-6=8x^2-12x+10x-15$; $5x^2-9x-9=0$.

№507. (c). а) $4x^2-2x(3x+1)=5$; $4x^2-6x^2-2x=5$; $-2x^2-2x=5$; $2x^2+2x+5=0$;
 б) $x^2+(1-x)(1-3x)=x$; $x^2+1-3x-x+3x^2=x$; $4x^2-5x+1=0$;

в) $-5x(x+6)=4(x-3)-10$; $-5x^2-30x=4x-12-10$;
 $5x^2+30x+4x-12-10=0$; $5x^2+34x-22=0$;

г) $(x-8)(2x+3)=(3x-5)(x+4)$; $2x^2+3x-16x-24=3x^2+12x-5x-20$;
 $-2x^2-3x+16x+24=3x^2+12x-5x-20$; $x^2+20x+4=0$.

№ 514 (№508). 1) $7x^2-12x=0$; 2) $2x^2-4=0$; 3) $x^2=0$.

№ 515 (№509). а) $4x^2-9=0$; $(2x-3)(2x+3)=0$;

1) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$; 2) $2x-3=0$; $2x=3$; $x=1\frac{1}{2}$; $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{2}$;

б) $-x^2+3=0$; $x^2=3$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$;

в) $-0,1x^2+10=0$; $0,1x^2=10$; $x^2=100$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{100}$; $x_{1,2}=\pm 10$;

г) $y^2-\frac{1}{9}=0$; $y^2=\frac{1}{9}$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}$; $y_{1,2}=\pm\frac{1}{3}$;

д) $6y^2+24=0$; $6y^2=-24$; $y^2=-4$; но квадрат числа не может быть меньше нуля, следовательно, корней нет;

е) $3m^2-1=0$; $3m^2=1$; $m^2=\frac{1}{3}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}}$; $m_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

№ 516 (н). а) $2x^2-17=0$; $2x^2=17$; $x^2=8,5$; $x\approx\pm 2,9$

б) $3t^2-7,2=0$; $t^2=2,4$; $t\approx\pm 1,5$

в) $-p^2+12,6=0$; $p^2=12,6$; $p\approx\pm 3,5$.

№ 517 (№510). а) $3x^2-4x=0$; $x(3x-4)=0$; $x=0$; $3x-4=0$;

$3x=4$; $x=1\frac{1}{3}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{3}$;

б) $-5x^2+6x=0$; $5x^2-6x=0$; $x(5x-6)=0$;

$x=0$ или $5x-6=0$; $5x=6$; $x=1\frac{1}{5}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{5}$;

в) $10x^2+7x=0$; $x(10x+7)=0$;

1) $x=0$; 2) $10x+7=0$; $10x=-7$; $x=-\frac{7}{10}$; $x=-0,7$; $x_1=0$ или $x_2=-0,7$;

г) $4a^2-3a=0$; $a(4a-3)=0$;

1) $a=0$; 2) $4a-3=0$. $4a=3$. $a=\frac{3}{4}$, $a_1=0$ или $a=\frac{3}{4}$

$$д) 6z^2 - z = 0; z(6z - 1) = 0;$$

$$1) z = 0; 2) 6z - 1 = 0; 6z = 1; z = \frac{1}{6}; z_1 = 0 \text{ или } z_2 = \frac{1}{6};$$

$$е) 2y + y^2 = 0; y(2 + y) = 0; 1) y = 0; 2) 2 + y = 0; y = -2; y_1 = 0 \text{ или } y_2 = -2.$$

$$\text{№ 518 (№511). а) } 2x^2 + 3x = 0; x(2x + 3) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) 2x + 3 = 0; 2x = -3; x = -\frac{1}{2}; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = -\frac{1}{2};$$

$$б) 3x^2 - 2 = 0; 3x^2 = 2; x^2 = \frac{2}{3}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{3}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$в) 5u^2 - 4u = 0; u(5u - 4) = 0; 1) u = 0; 2) 5u - 4 = 0; u = \frac{4}{5}; u_1 = 0 \text{ или } u_2 = \frac{4}{5};$$

$$г) 7a - 14a^2 = 0; 7a(1 - 2a) = 0;$$

$$1) a = 0; 2) 1 - 2a = 0; 2a = 1; a = \frac{1}{2}; a_1 = 0 \text{ или } a_2 = \frac{1}{2};$$

$$д) 1 - 4y^2 = 0; (1 - 2y)(1 + 2y) = 0;$$

$$1) 1 + 2y = 0; 2y = -1; y = -\frac{1}{2}; 2) 1 - 2y = 0; 2y = 1; y = \frac{1}{2}; y_1 = \frac{1}{2} \text{ или } y_2 = -\frac{1}{2};$$

$$е) 2x^2 - 6 = 0; 2(x^2 - 3) = 0; x^2 = 3; x_{1,2} = \pm \sqrt{3}.$$

№ 519. (н). Уравнение 2 не имеет корней.

№ 520. (н). При $a = -2$ — ответ 3.

$$\text{№ 521 (№512). а) } 4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7; 2x^2 - 4x = 0; 2x(x - 2) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) x - 2 = 0; x = 2; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 2;$$

$$б) -5y^2 + 8y + 8 = 8y + 3; -5y^2 + 5 = 0; 5(y^2 - 1) = 0; y^2 = 1; y_{1,2} = \pm 1;$$

$$в) 10 - 3x^2 = x^2 + 10 - x; 10 - 3x^2 - x^2 - 10 + x = 0;$$

$$-4x^2 + x = 0; 4x^2 - x = 0; x(4x - 1) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) 4x - 1 = 0; 4x = 1; x = \frac{1}{4}; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = \frac{1}{4};$$

$$г) 1 - 2y + 3y^2 = y^2 - 2y + 1; 3y^2 - 2y + 1 - y^2 + 2y - 1 = 0; 2y^2 = 0; y = 0.$$

$$\text{№ 522 (№513). а) } (x + 3)(x - 4) = -12; x^2 - 4x + 3x - 12 = -12;$$

$$x^2 - x = 0; x(x - 1) = 0; x = 0; x - 1 = 0; x = 1; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 1;$$

$$б) 1 \frac{2}{3}x + (2x + 1)\left(\frac{1}{3}x - 1\right) = 0; 1 \frac{2}{3}x + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{3}x - 1 = 0;$$

$$\frac{2}{3}x^2 - 1 = 0; x^2 - \frac{3}{2} = 0 \cdot \frac{3}{2}; x^2 = \frac{3}{2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$в) (с) (3x - 1)^2 - 1 = 0; (3x - 1 - 1)(3x - 1 + 1) = 0; (3x - 2)(3x + 0) = 0;$$

$$3x - 2 = 0; 3x = 2; x = \frac{2}{3}; 3x = 0; x = 0; x_1 = \frac{2}{3} \text{ или } x_2 = 0;$$

$$в) (г) 3x(2x + 3) = 2x(x + 4,5) + 2; 6x^2 + 9x = 2x^2 + 9x + 2; 4x^2 - 2 = 0; 2(2x^2 - 1) = 0;$$

$$2x^2 = 1; x^2 = \frac{1}{2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$д) (с) 18-(x-5)(x-4)=-x^2; 18-(x^2-4x-5x+20)=-x^2;$$

$$18-x^2+4x+5x-20+x^2=0; 9x-2=0; 9x=2; x=\frac{2}{9};$$

$$г) (е) (x-1)(x+1)=2(x^2-3); x^2-1=2x^2-6; x^2-1-2x^2+6=0;$$

$$-x^2+5=0; x^2-5=0; x^2=5; x_{1,2}=\pm\sqrt{5}.$$

$$\text{№ 523 (№514). а) } x^2-5=(x+5)(2x-1); x^2-5=2x^2-x+10x-5;$$

$$x^2+9x=0; x(x+9)=0; x=0 \text{ или } x+9=0; x=-9; x_1=0 \text{ или } x_2=-9;$$

$$б) (с) (2x+3)(3x+1)=11x+30; 6x^2+2x+9x+3-11x-30=0;$$

$$6x^2-27=0; 3(2x^2-9)=0; 2x^2-9=0; 2x^2=9; x^2=\frac{9}{2}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{9}{2}}=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$б) (в) 2x-(x+1)^2=3x^2-6; 2x-(x^2+2x+1)=3x^2-6;$$

$$3x^2-6-2x+x^2+2x+1=0; 4x^2-5=0; 4x^2=5; x^2=\frac{5}{4}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}; x_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$в) (г) 6a^2-(a+2)^2=4(a-4); 6a^2-(a^2+4a+4)=-4a+16;$$

$$6a^2-a^2-4a-4+4a-16=0; 5a^2-20=0; 5(a^2-4)=0; a^2-4=0; a^2=4; a_{1,2}=\pm 2;$$

$$д) x(7-6x)=(1-3x)(1+2x); 7x-6x^2=1+2x-3x-6x^2;$$

$$7x-1-2x+3x=0; 8x-1=0; 8x=1; x=\frac{1}{8};$$

$$г) (е) (5y+2)(y-3)=-13(2+y); 5y^2-15y+2y-6=-26-13y;$$

$$5y^2-13y-6+26+13y=0; 5y^2+20=0; 5(y^2+4)=0;$$

$y^2+4=0; y^2=-4$; корней нет, поскольку квадрат действительного числа не может быть меньше нуля.

№ 524 (№515). Обозначим за n и $(n+1)$ — два последовательных целых числа. Их произведение по условию задачи 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Составим уравнение: $n(n+1)=1,5n^2; n^2+n-1,5n^2=0;$

$$-0,5n^2+n=0; 0,5n^2-n=0; n(0,5n-1)=0; n_1=0; \text{ (не подходит по условию задачи),}$$

$$0,5n-1=0; 0,5n=1; n=1:0,5; n=2; n+1=3. \quad \text{Ответ: 2 и 3.}$$

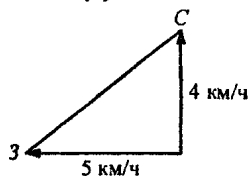
№ 525 (н). Пусть ширина корта a (м), тогда его длина $2a$ (м).

$$S=a \cdot 2a=800; a^2=400; a=20; 2a=40. \quad \text{Ответ: 20 м и 40 м.}$$

№ 526 (№516). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S=a^2$ (см²). Тогда имеем: $S=S_{\text{тр}}+S_{\text{ост. части}}; S_{\text{кв}}=59+85; S=144$ см²; г.е

$a^2=144$ см²; $a=\pm\sqrt{144}=\pm 12; a_1=12; a_2=-12$ — не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть отрицательным числом. Ответ: 12 см

№ 527 (н).



Через время t расстояние между туристами равно $\sqrt{(4t)^2 + (5t)^2} = 16,$

$$41t^2 = 256; t^2 = \frac{256}{41}; t = \frac{16}{\sqrt{41}} \approx 2,5 \text{ (ч).} \quad \text{Ответ: } \approx 2,5 \text{ ч.}$$

№ 528 (н). $S = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2s}{g}$; $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4$. Ответ: ≈ 4 с.

№ 529 (н). Пусть длина участка равна x м, тогда его ширина равна $0,75x$ м.
 $S = x \cdot 0,75x = 0,75x^2 = 4800$; $x^2 = 6400$; $x = 80$; $0,75x = 60$;
 $p = 2 \cdot 80 + 2 \cdot 60 = 280$ (м). Ответ: 280 м.

№ 530 (н). Пусть длина экрана равна $4x$, а ширина $3x$.

Тогда $\sqrt{(4x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{25x^2} = 5x = 25$; $x = 5$; $4x = 20$; $3x = 15$.

Ответ: 20 дюймов и 15 дюймов; 50,8 см и 38,1 см.

№517. (с). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}} = a^2$ (см²). По условию задачи, $S_{\text{кв}} - S_{\text{кр}} = 12$ (см²). Составим уравнение:

$a^2 - 12 = 36$; $a^2 = 48$. Откуда находим: $a_{1,2} = \pm\sqrt{48}$; $a_{1,2} = \pm\sqrt{16 \cdot 3}$; $a_1 = 4\sqrt{3}$;

$a_2 = -4\sqrt{3}$ — не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля. Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

№518. (с). Площадь круга равна πr^2 , где r — радиус круга.

Из условия $S_{\text{кр}} = 1$ дм². Составляем уравнение: $\pi r^2 = 1$; $r^2 = \frac{1}{\pi}$;

$r_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1 \cdot \pi}{\pi \cdot \pi}} = \pm\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_2 = -\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ — не подходит, так как радиус

круга не может быть меньше нуля. Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ дм.

№519. (с). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}} = a^2$, $S_{\text{кр}} = \pi r^2$. По условию задачи площади круга и квадрата равны, значит, можно составить уравнение: $a^2 = \pi r^2$; откуда $a_{1,2} = \pm\sqrt{\pi r^2}$;

$a_1 = r\sqrt{\pi}$, $a_2 = -r\sqrt{\pi}$; — не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля. Ответ: $r\sqrt{\pi}$ см.

Упражнения для повторения

№ 531 (№520). а) $y = (1 - \sqrt{2})x$; $y = kx$; $k = 1 - \sqrt{2} < 0$, следовательно, график функции $y = (1 - \sqrt{2})x$ расположен во II и IV четвертях;

б) $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$; $y = kx$, $k = \sqrt{35} - 5,7$; $\sqrt{37} \approx 5,92$, следовательно, график функции $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$ расположен в I и III координатных четвертях.

№ 532 (№521). $\frac{9 + 6x + x^2}{x + 3} + \sqrt{x} = \frac{(x + 3)^2}{x + 3} + \sqrt{x} = x + 3 + \sqrt{x}$.

Подставим $x = 0,36$: $x + 3 + \sqrt{x} = 0,36 + 3 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 3 + 0,6 = 3,96$.

Подставим $x = 49$: $x + 3 + \sqrt{x} = 49 + 3 + \sqrt{49} = 52 + 7 = 59$

№522. (с) а) $a^2 + b^2 > 0$ и $a^2 + b^2 + 1 > 0$, следовательно, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 + 1} > 0$;

б) $(a+b)^2 > 0$ и $(a-b)^2 + 1 > 0$, следовательно, $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2 + 1} > 0$.

20. (с) Решение квадратных уравнений выделением квадратного двучлена

№523. (с). а) $x^2 + 12x + 36 = 0$; $(x+6)^2 = 0$; $x+6=0$; $x=-6$;

б) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$; $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$; $x - \frac{1}{2} = 0$; $x = \frac{1}{2}$.

№524. (с) а) $x^2 - 8x + 15 = 0$; $x^2 - 8x + 16 = 16 - 15$; $(x-4)^2 = 1$; $x-4 = \pm 1$;

1) $x_1 = 4+1=5$; 2) $x_2 = 4-1=3$; $x_1=5$ или $x_2=3$;

б) $x^2 + 12x + 20 = 0$; $x^2 + 12x + 36 = 36 - 20$; $(x+6)^2 = 16$; $x+6 = \pm 4$;

1) $x+6=4$; $x=-2$; 2) $x+6=-4$; $x=-10$; $x_1=-2$ или $x_2=-10$;

в) $x^2 - 5x - 6 = 0$; $x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 6$;

$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25+24}{4}$; $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$; $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2}$;

1) $x = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$; 2) $x = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = -1$; $x_1=6$ или $x_2=-1$;

г) $x^2 - 8x - 9 = 0$; $x^2 - 2 \cdot 4x + 16 - 16 - 9 = 0$; $x^2 - 8x + 16 = 16 + 9$; $(x-4)^2 = 25$;

$x-4 = \pm 5$; 1) $x=4+5=9$; 2) $x=4-5=-1$; $x_1=9$ или $x_2=-1$.

№525. (с). а) $x^2 - 4x + 3 = 0$; $x^2 - 4x - 3 = 0$; $x-2 \cdot 2x-4=4-3$; $x^2 - 4x + 4 = 1$;

$(x-2)^2 = 1$; $x-2 = \pm \sqrt{1}$;

1) $x-2=1$; $x=3$; 2) $x-2=-1$; $x=1$; $x_1=3$ или $x_2=1$;

б) $x^2 + 3x - 10 = 0$; $x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 10$;

$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$; $x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$; $x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}$; $x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$;

$x_1=2$ или $x_2=-5$;

в) $x^2 + 9x + 14 = 0$; $x^2 + 2 \cdot \frac{9}{2}x + \frac{81}{4} = \frac{81}{4} - 14$; $\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$; $x + \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2}$;

1) $x + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$; $x = \frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -2$; 2) $x + \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}$; $x = -\frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -7$; $x_1=-2$ или $x_2=-7$;

г) $x^2 - 2x - 1 = 0$; $x^2 - 2x + 1 = 1 - 1$; $(x-1)^2 = 2$; $x-1 = \pm \sqrt{2}$;

1) $x-1 = \sqrt{2}$; $x = \sqrt{2} + 1$; 2) $x-1 = -\sqrt{2}$; $x = -\sqrt{2} + 1$;

$x_1 = \sqrt{2} + 1$ или $x_2 = -\sqrt{2} + 1$.

№526. (с). а) $x^2 - 6x + 8 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 3x + 9) - 9 + 8 = 0$; $(x-3)^2 = 1$; $x-3 = \pm 1$;

1) $x-3=1$; $x=4$; 2) $x-3=-1$; $x=2$; $x_1=4$ или $x_2=2$;

б) $x^2 + x - 6 = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - 6 = 0$;

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = 6 + \frac{1}{4}; \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}; x + \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2};$$

$$1) x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2; 2) x + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}; x = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3; x_1 = 2 \text{ или } x_2 = -3;$$

$$в) x^2 + 4x + 3 = 0; x^2 + 4x + 4 - 4 + 3 = 0; (x+2)^2 = 1; x+2 = \pm 1;$$

$$1) x+2=1: x=-1; 2) x+2=-1; x=-3; x_1=-1 \text{ или } x_2=-3;$$

$$г) x^2 + 4x - 2 = 0; x^2 + 4x + 4 - 4 - 2 = 0; (x+2)^2 = 6; x+2 = \pm \sqrt{6};$$

$$1) x = -2 + \sqrt{6}; 2) x = -2 - \sqrt{6}; x_1 = -1 + \sqrt{6} \text{ или } x_2 = -2 - \sqrt{6}.$$

$$\text{№527. (с). а) } 2x^2 - 9x + 10 = 0; x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{10}{2} = 0; x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{10}{2};$$

$$x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \frac{81}{16} = \frac{81}{16} - \frac{10}{2}; x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81 - 80}{16};$$

$$\left(x - \frac{9}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}; x - \frac{9}{4} = \pm \sqrt{\frac{1}{16}};$$

$$1) x - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}; x = \frac{9}{4} + \frac{1}{4}; x = \frac{10}{4} = 2,5; 2) x - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}; x_1 = 2,5; x_2 = 2;$$

$$б) 5x^2 + 3x - 8 = 0; x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{8}{5} = 0; x^2 + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5};$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100};$$

$$x + \frac{3}{10} = \pm \sqrt{\frac{169}{100}}; x + \frac{3}{10} = \pm \frac{13}{10};$$

$$1) x = \frac{13}{10} - \frac{3}{10} = 1; 2) x = -\frac{13}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{16}{10}; x = -1,6; x_1 = 1; x_2 = -1,6.$$

$$\text{№528. (с). } 5x^2 + 14 - 3 = 0; x^2 + \frac{14}{5}x - \frac{3}{5} = 0; x^2 + \frac{14}{5}x = \frac{3}{5};$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{14}{10}x + \left(\frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \left(\frac{14}{10}\right)^2; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \frac{196}{100};$$

$$x + \frac{14}{10} = \pm \frac{16}{10}; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \left(\frac{16}{10}\right)^2; x + \frac{14}{10} = \pm \frac{16}{10};$$

$$1) x = \frac{16}{10} - \frac{14}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; 2) x = -\frac{16}{10} - \frac{14}{10} = -\frac{30}{10} = -3; x_1 = \frac{1}{5}; x_2 = -3.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№529. (с). Ответ: } a^2 + 4; 5a^2 + 2; (a-4)^2 + 4.$$

$$\text{№530. (с). } \left(\frac{8}{8-c^2} + \frac{c}{c-2} - 1\right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2}\right) =$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8}{(2-c)(4+2c+c^2)} - \frac{c}{c-2} - 1 \right) \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\ &= \frac{8-c(4+2c+c^2)-(8-c^3)}{(2-c) \cdot (4+2c+c^2)} \cdot \frac{2c-(c+2)^2}{2(c+2)} = \\ &= \frac{8-4c-2c^2-c^3-8+c^3}{8-c^3} \cdot \frac{2c-c^2-4c-4}{2(c+2)} = \\ &= \frac{-4(4c+2c^2)}{8-c^3} \cdot \frac{-c^2-2c-4}{2(c+2)} = \frac{2c(2+c)}{(2-c)(4+2c+c^2)} \times \\ & \times \frac{(c^2+2c+4)}{2(c+2)} = \frac{2c(c+2)(c^2+2c+4)}{2(2-c)(c^2+2c+4)(c+2)} = \frac{c}{2-c}. \end{aligned}$$

№531. (с). а) $\frac{(3x-6)^2}{(2-x)^2} = \frac{3^2 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2} = 9$; б) $\frac{a^2+8a+16}{(2a+8)^2} = \frac{(a+4)^2}{2 \cdot 2(a+4)^2} = \frac{1}{4}$

№532. (с). $(\sqrt{10+5\sqrt{3}} + \sqrt{10-5\sqrt{3}})^2 = 10+5\sqrt{3} + 2\sqrt{(10+5\sqrt{3})(10-5\sqrt{3})} +$
 $+10-5\sqrt{3} = 20+2\sqrt{100-25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20+2\sqrt{100-25 \cdot 3} = 20+2\sqrt{25} =$
 $= 20+2 \cdot 5 = 30, 30 \in N, \text{ следовательно, } 30 \in Q, \text{ что и требовалось доказать.}$

22. Формула корней квадратного уравнения.

№ 533 (№533). а) $2x^2+3x+1=0$; $D=9-4 \cdot 2 \cdot 1=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня; б) $2x^2+x+2=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 2=1-16=-15$; $D<0$, у уравнения нет корней; в) $9x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 9 \cdot 1=36-36=0$; $D=0$, уравнение имеет один корень; г) $x^2+5x-6=0$; $D=5^2-1 \cdot 1 \cdot (-6)=25+24=49$; $D>0$, уравнение имеет два корня.

№ 534 (№534).

а) $3x^2-7x+4=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 3 \cdot 4=49-48=1$, $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}; x_2 = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1,$$

б) $5x^2-8x+3=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 5 \cdot 3=64-60=4$; $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10}; x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{10}{10} = 1; x_2 = \frac{8-2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$

в) $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{13 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{13+1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; x_2 = \frac{13-1}{6} = \frac{12}{6} = 2,$$

г) $2y^2-9y+10=0$; $D=9^2-4 \cdot 2 \cdot 10=81-80=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4}; y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}; y_2 = \frac{9-1}{4} = 2,$$

д) $5y^2-6y+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 5 \cdot 1=36-20=16$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm 4}{10}; y_1 = \frac{6+4}{10} = 1; y_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

е) $4x^2+x-33=0$; $D=1^2-4 \cdot 4 \cdot (-33)=1+528=529$; $D>0$, уравнение имеет два кор-

ня: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 23}{8}$; $x_1 = \frac{-1-23}{8} = \frac{-24}{8} = -3$; $x_2 = \frac{-1+23}{8} = \frac{22}{8} = 2,75$;

ж) $y^2-10y-24=0$; $D=(-10)^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=100+96=196$; $D>0$, уравнение име-

ет два корня: $y = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2}$; $y_1 = \frac{10+14}{2} = 12$; $y_2 = \frac{10-14}{2} = -2$;

з) $p^2+p-90=0$; $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-90)=1+360=361$; $D>0$, уравнение имеет два

корня: $p = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}$; $p_1 = \frac{-1-19}{2} = -10$; $p_2 = \frac{-1+19}{2} = 9$.

№ 535 (№535). а) $14x^2-5x-1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 14 \cdot (-1)=25+56=81$; $D>0$.
уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 14} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{28}; x_1 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-9}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7};$$

б) $-y^2+3y+5=0$; $y^2-3y-5=0$;

$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-5)=9+20=29$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}, y_1 = \frac{3+\sqrt{29}}{2}; y_2 = \frac{3-\sqrt{29}}{2};$$

в) $2x^2+x+67=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 67=1-536=-535$;

$D<0$, у уравнения нет корней;

г) $1-18p+81p^2=0$; $D_1=9^2-1 \cdot 81=0$; $D_1=0$ — один корень: $p = \frac{9 \pm \sqrt{0}}{81} = \frac{1}{9}$;

д) $-11y+y^2-152=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot (-152)=121+608=729$; $D>0$, уравнение

имеет два корня: $y = \frac{11 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{11 \pm 27}{2}$; $y_1 = \frac{11-27}{2} = -8$; $y_2 = \frac{11+27}{2} = 19$;

е) $18+3x^2-x=0$; $3x^2-x+18=0$; $D=(-1)^2-4 \cdot 3 \cdot 18=1-216=-215$,

$D<0$ — нет корней.

№ 536 (№536). а) $5x^2-11x+2=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 5 \cdot 2=121-40=81$; $D>0$, урав-
нение имеет два корня:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm 9}{10}; x_1 = \frac{11+9}{10} = 2; x_2 = \frac{11-9}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

б) $2p^2+7p-30=0$; $D=7^2-4 \cdot 2 \cdot (-30)=49+240=289$; $D>0$, уравнение имеет
два корня:

$$p = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 17}{4}; p_1 = \frac{-7+17}{4} = \frac{10}{4} = 2,5; p_2 = \frac{-7-17}{4} = \frac{-24}{4} = -6;$$

в) $9y^2-30y+25=0$; $D_1=15^2-9 \cdot 25=225-225=0$; $D_1=0$ — один корень:

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{2}{3};$$

г) $35x^2+2x-1=0$; $D_1=1^2-35 \cdot (-1)=1+35=36$; $D_1>0$, уравнение имеет два

корня: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{35}$, $x_1 = \frac{-1-6}{35} = -\frac{7}{35} = -\frac{1}{5}$; $x_2 = \frac{-1+6}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$;

д) $2y^2 - y - 5 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 1 + 40 = 41$; $D > 0$, уравнение имеет два

корня: $y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$;

е) $16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D_1 = 4^2 - 16 \cdot 1 = 0$; $D = 0$ — один корень: $x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}$.

№ 537 (№ 537). а) $x^2 - 11x + 31 = 1$; $x^2 - 11x + 30 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1$,

$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2}$; $x_1 = \frac{11 - 1}{2} = 5$; $x_2 = \frac{11 + 1}{2} = 6$;

б) $x^2 - 5x - 3 = 2x - 5$; $x^2 - 7x + 2 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 49 - 8 = 41$;

$x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$; $x_1 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2}$; $x_2 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2}$;

в) $7x + 1 = 3x^2 - 2x + 1$; $3x^2 - 9x = 0$; $3x(x - 3) = 0$;

1) $3x = 0$; $x = 0$; 2) $x - 3 = 0$; $x = 3$; $x_1 = 0$ или $x_2 = 3$;

г) $-2x^2 + 5x + 6 = 4x^2 + 5x$; $6x^2 - 6 = 0$; $6(x^2 - 1) = 0$; $x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$.

№ 538 (№ 538). а) $x^2 - 6x = 5x - 18$; $x^2 - 11x + 18 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49$;

$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{11 \pm 7}{2}$; $x_1 = \frac{11 - 7}{2} = 2$; $x_2 = \frac{11 + 7}{2} = 9$;

б) $3x^2 - 4x + 3 = x^2 + x + 1$; $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9$;

$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4}$; $x_1 = \frac{5 + 3}{4} = 2$; $x_2 = \frac{5 - 3}{4} = \frac{1}{2}$.

№ 539 (№ 539). а) $3x^2 - 14x + 16 = 0$; $D_1 = 7^2 - 3 \cdot 16 = 1$;

$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3}$; $x_1 = \frac{7 + 1}{3} = 2\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{7 - 1}{3} = 2$;

б) $5x^2 - 16x + 3 = 0$; $D_1 = 8^2 - 5 \cdot 3 = 49$;

$x = \frac{8 \pm \sqrt{49}}{5} = \frac{8 \pm 7}{5}$; $x_1 = \frac{8 + 7}{5} = 3$; $x_2 = \frac{8 - 7}{5} = \frac{1}{5} = 0,2$;

в) $x^2 + 2x - 80 = 0$; $D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-80) = 81$;

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{1} = -1 \pm 9$; $x_1 = -1 - 9 = -10$; $x_2 = -1 + 9 = 8$;

г) $x^2 - 22x - 23 = 0$; $D_1 = 11^2 - 1 \cdot (-23) = 144$;

$x = \frac{11 \pm \sqrt{144}}{1} = 11 \pm 12$; $x_1 = 11 + 12 = 23$; $x_2 = 11 - 12 = -1$;

д) $4x^2 - 36x + 77 = 0$; $D_1 = 18^2 - 4 \cdot 77 = 16$;

$x = \frac{18 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{18 \pm 4}{4}$; $x_1 = \frac{18 + 4}{4} = \frac{22}{4} = 5,5$; $x_2 = \frac{18 - 4}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5$;

е) $15y^2 - 22y - 37 = 0$; $D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676$;

$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}$; $y_1 = \frac{11 + 26}{15} = 2\frac{1}{15}$; $y_2 = \frac{11 - 26}{15} = -1$;

ж) $7z^2 - 20z + 14 = 0$; $D_1 = 10^2 - 7 \cdot 14 = 2$; $z_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{7}$;

$$3) y^2 - 10y - 25 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-25) = 50; y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{50}}{1} = 5 \pm \sqrt{2 \cdot 25} = 5 \pm 5\sqrt{2}$$

$$\text{№ 540 (№540). a) } 8x^2 - 14x + 5 = 0; D_1 = 7^2 - 8 \cdot 5 = 9;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{7 \pm 3}{8}, x_1 = \frac{7+3}{8} = 1\frac{1}{4}; x_2 = \frac{7-3}{8} = \frac{1}{2};$$

$$6) 12x^2 + 16x - 3 = 0, D = 8^2 - 12 \cdot (-3) = 100;$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-8 \pm 10}{12}; x_1 = \frac{-8+10}{12} = \frac{1}{6}; x_2 = \frac{-8-10}{12} = -1\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 4x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0; x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{г) } x^2 - 8x - 84 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-84) = 100;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{1} = 4 \pm 10, x_1 = 4+10=14; x_2 = 4-10=-6;$$

$$\text{д) } x^2 - 6x - 19 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-19) = 28; x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{28}}{1} = -3 \pm \sqrt{4 \cdot 7} = -3 \pm 2\sqrt{7},$$

$$\text{е) } 5x^2 + 26x - 24 = 0; D_1 = 13^2 - 5 \cdot (-24) = 289;$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; x_1 = \frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}; x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6;$$

$$\text{ж) } x^2 - 34x + 289 = 0; D_1 = 17^2 - 1 \cdot 289 = 0; x = \frac{17 \pm \sqrt{0}}{1} = 17;$$

$$3) 3x^2 + 32x + 80 = 0; D_1 = 16^2 - 3 \cdot 80 = 16;$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{-16 \pm 4}{3}; x_1 = \frac{-16+4}{3} = -4; x_2 = \frac{-16-4}{3} = -6\frac{2}{3}$$

$$\text{№ 541 (№541). a) } 2x^2 - 5x - 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4}, x_1 = \frac{5+7}{4} = 0,5; x_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 3x^2 - 8x + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 3 \cdot 5 = 1; x = \frac{4 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{4+1}{3} = 1\frac{2}{3}; x_2 = \frac{4-1}{3} = 1.$$

$$\text{в) } 5x^2 - 9x - 4 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 1;$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{10}, x_1 = \frac{-9+1}{10} = -0,8; x_2 = \frac{-9-1}{10} = -1;$$

$$\text{г) } 36y^2 - 12y + 1 = 0; D_1 = 6^2 - 36 \cdot 1 = 0; y = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$\text{д) } 3t^2 - 3t + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 - \text{корней нет};$$

$$\text{е) } x^2 + 9x - 22 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 169;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-9 \pm 13}{2}; x_1 = \frac{-9+13}{2} = 2; x_2 = \frac{-9-13}{2} = -11;$$

$$\text{ж) } y^2 - 12y + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 1 \cdot 32 = 4; y = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{1} = 6 \pm 2; y_1 = 6+2=8; y_2 = 6-2=4;$$

$$3) 100x^2 - 160x + 63 = 0; D_1 = 80^2 - 63 \cdot 100 = 100;$$

$$x = \frac{80 \pm \sqrt{100}}{100} = \frac{80 \pm 10}{100}; x_1 = \frac{80 - 10}{100} = \frac{70}{100} = 0,7; x_2 = \frac{80 + 10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9.$$

$$\text{№ 542 (№ 542). a) } 5x^2 = 9x + 2; 5x^2 - 9x - 2 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{5 \cdot 2} = \frac{9 \pm 11}{10}; x_1 = \frac{9 - 11}{10} = -0,2; x_2 = \frac{9 + 11}{10} = 2;$$

$$6) -x^2 = 5x - 14; x^2 + 5x - 14 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 81; x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 9}{2} = 2; x_2 = \frac{-5 - 9}{2} = -7;$$

$$\text{в) } 6x + 9 = x^2; x^2 - 6x - 9 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-9) = 18; x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{1} = 3 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$

$$\text{г) } z - 5 = z^2 - 25; z^2 - z - 20 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; z = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2}; z_1 = \frac{1 + 9}{2} = 5; z_2 = \frac{1 - 9}{2} = -4;$$

$$\text{д) } y^2 = 52y - 576; y^2 - 52y + 576 = 0; D_1 = 26^2 - 1 \cdot 576 = 100;$$

$$y = \frac{26 \pm \sqrt{100}}{1} = 26 \pm 10; y_1 = 26 + 10 = 36; y_2 = 26 - 10 = 16;$$

$$\text{е) } 15y^2 - 30 = 22y + 7; 15y^2 - 22y - 37 = 0; D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}; y_1 = \frac{11 - 26}{15} = -1; y_2 = \frac{11 + 26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$\text{ж) } 25p^2 = 10p - 1; 25p^2 - 10p + 1 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 25 = 0; p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5};$$

$$3) 299x^2 + 10x = 500 - 101x^2; 400x^2 + 100x - 500 = 0; 4x^2 + x - 5 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5) = 81; x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8}; x_1 = \frac{-1 + 9}{8} = 1; x_2 = \frac{-1 - 9}{8} = -1,25$$

$$\text{№ 543 (№ 543). a) } 25 = 26x - x^2; x^2 - 26x + 25 = 0; D_1 = 13^2 - 1 \cdot 25 = 144;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{144}}{1} = 13 \pm 12; x_1 = 13 + 12 = 25; x_2 = 13 - 12 = 1;$$

$$6) 3x^2 = 10 - 29x; 3x^2 + 29x - 10 = 0; D = 29^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 841 + 120 = 961;$$

$$x = \frac{-29 \pm \sqrt{961}}{3 \cdot 2} = \frac{-29 \pm 31}{6}; x_1 = \frac{-29 + 31}{6} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-29 - 31}{6} = -10;$$

$$\text{в) } y^2 = 4y + 96; y^2 - 4y - 96 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-96) = 100;$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{1} = 2 \pm 10; y_1 = 2 + 10 = 12; y_2 = 2 - 10 = -8;$$

$$\text{г) } 3p^2 + 3 = 10p; 3p^2 - 10p + 3 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 3 \cdot 3 = 16; p = \frac{5 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3}; p_1 = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}; p_2 = \frac{5 + 4}{3} = 3;$$

$$\text{д) } x^2 - 20x = 20x + 100; x^2 - 40x - 100 = 0; D_1 = 20^2 - 1 \cdot (-100) = 500;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{500}}{1} = 20 \pm \sqrt{5 \cdot 100} = 20 \pm 10\sqrt{5};$$

$$e) 25x^2 - 13x = 10x^2 - 7; 15x^2 - 13x + 7 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 15 \cdot 7 = 169 - 420 = -251 < 0 - \text{у уравнения нет корней.}$$

$$\text{№ 544 (№544). а) } (2x-3)(5x+1) = 2x + \frac{2}{5}; 10x^2 + 2x - 15x - 3 - 2x - \frac{2}{5} = 0;$$

$$10x^2 - 15x - 3\frac{2}{5} = 0; 50x^2 - 75x - 17 = 0; D = 75^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-17) = 5625 + 3400 = 9025;$$

$$x = \frac{75 \pm \sqrt{9025}}{2 \cdot 50} = \frac{75 \pm 95}{100}; x_1 = \frac{75 - 95}{100} = -0,2; x_2 = \frac{75 + 95}{100} = \frac{170}{100} = 1,7;$$

$$б) (3x-1)(x+3) = x(1+6x); 3x^2 + 9x - x - 3 = x + 6x^2;$$

$$3x^2 - 7x + 3 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6};$$

$$в) (x-1)(x+1) = 2(5x-10\frac{1}{2}); x^2 - 1 = 10x - 2 \cdot \frac{21}{2};$$

$$x^2 - 1 = 10x - 21; x^2 - 10x + 20 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 20 = 5; x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5};$$

$$г) -x(x+7) = (x-2)(x+2); -x^2 - 7x = x^2 - 4; 2x^2 + 7x - 4 = 0;$$

$$D = 49 - 2 \cdot (-4) \cdot 4 = 81; x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 9}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-7 - 9}{4} = -4.$$

$$\text{№ 545 (№545). а) } (x+4)^2 = 3x + 40; x^2 + 8x + 16 - 3x - 40 = 0;$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 121;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2}; x_1 = \frac{-5 + 11}{2} = 3; x_2 = \frac{-5 - 11}{2} = -8;$$

$$б) (2x-3)^2 = 11x - 19; 4x^2 - 12x + 9 - 11x + 19 = 0; 4x^2 - 23x + 28 = 0; D = 23^2 - 4 \cdot 4 \cdot 28 = 81;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{23 \pm 9}{8}; x_1 = \frac{23 - 9}{8} = 1,75; x_2 = \frac{23 + 9}{8} = 4;$$

$$в) (x+1)^2 = 7918 - 2x; x^2 + 2x + 1 + 2x - 7918 = 0;$$

$$x^2 + 4x - 7917 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-7917) = 4 + 7917 = 7921;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{7921}}{1} = -2 \pm 89; x_1 = -2 + 89 = 87; x_2 = -2 - 89 = -91;$$

$$г) (x+2)^2 = 3131 - 2x; x^2 + 4x + 4 - 3131 + 2x = 0;$$

$$x^2 + 6x - 3127 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-3127) = 9 + 3127 = 3136;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3136}}{1} = -3 \pm 56; x_1 = -3 + 56 = 53; x_2 = -3 - 56 = -59.$$

$$\text{№ 546 (№546). а) } 3(x+4)^2 = 10x + 32; 3(x^2 + 8x + 16) = 10x + 32; 3x^2 + 14x + 16 = 0;$$

$$D_1 = 7^2 - 3 \cdot 16 = 1; x = \frac{-7 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{-7 + 1}{3} = -2; x_2 = \frac{-7 - 1}{3} = -\frac{8}{3};$$

$$б) 15x^2 + 17 = 15(x+1)^2; 15x^2 + 17 = 15(x^2 + 2x + 1);$$

$$15x^2+17=15x^2+30x+15; 30x-2=0; 2(15x+1)=0; 15x-1=0; x=\frac{1}{15};$$

$$\text{в)} (x+1)^2=(2x-1)^2; x^2+2x+1=4x^2-4x+1=0; 3x^2-6x=0; 3x(x-2)=0; x_1=0; x_2=2;$$

$$\text{г)} (x-2)^2+48=(2-3x)^2; x^2-4x+4+48=4-12x+9x^2; 8x^2-8x-58=0; x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25;$$

$$x=\frac{1 \pm \sqrt{25}}{1 \cdot 2} = \frac{1 \pm 5}{2}; x_1=\frac{1-5}{2}=-2; x_2=\frac{1+5}{2}=3.$$

№ 547 (№547).

$$\text{а)} \frac{x^2-1}{2}-11x=11; x^2-1-22x=22; x^2-22x-23=0; D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144;$$

$$x=11 \pm \sqrt{144}=11 \pm 12; x_1=11+12=23; x_2=11-12=-1;$$

$$\text{б)} \frac{x^2+x}{2}=\frac{8x-7}{3}; \frac{x^2+x}{2}-\frac{8x-7}{3}=0;$$

$$3x^2+3x-16x+14=0; 3x^2-13x+14=0; D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1;$$

$$x=\frac{13 \pm 1}{6}; x_1=\frac{13-1}{6}=2; x_2=\frac{13+1}{6}=2\frac{1}{3};$$

$$\text{в)} \frac{4x^2-1}{3}=x(10x-9); \frac{4x^2-1}{3}=10x^2-9x;$$

$$10x^2-9x-\frac{4x^2-1}{3}=0; 30x^2-27x-4x^2+1=0;$$

$$26x^2-27x+1=0; D=27^2-4 \cdot 26 \cdot 1=729-104=625=25^2;$$

$$x=\frac{27 \pm 25}{52}; x_1=\frac{27+25}{52}=1; x_2=\frac{27-25}{52}=\frac{1}{26};$$

$$\text{г)} \frac{3}{4}x^2-\frac{2}{5}x=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}; \frac{3}{4}x^2-\frac{2}{5}x-\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}=0;$$

$$15x^2-8x-16x^2-15=0; x^2+8x+15=0; D_1=4^2-1 \cdot 15=1;$$

$$x=\frac{-4 \pm 1}{1}; x_1=-4+1=-3; x_2=-4-1=-5.$$

№ 548' (№548).

$$\text{а)} 5x^2-x-1=0; D=1^2-4 \cdot 5 \cdot (-1)=21; x=\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5}=\frac{1 \pm \sqrt{21}}{10} \approx \frac{1 \pm 4,58}{10};$$

$$x_1 \approx \frac{1+4,58}{10}=\frac{5,58}{10}=0,558 \approx 0,56; x_2 \approx \frac{1-4,58}{10}=\frac{-3,58}{10}=-0,358 \approx -0,36$$

$$\text{б)} 2x^2+7x+4=0; D=7^2-4 \cdot 2 \cdot 4=17; x=\frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2}=\frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4} \approx \frac{-7 \pm 4,12}{4};$$

$$x_1 \approx \frac{-7-4,12}{4}=-\frac{11,12}{4}=-2,78; x_2 \approx \frac{-7+4,12}{4}=\frac{-2,88}{4}=-0,72;$$

$$\text{в)} 3(y^2-2)-y=0; 3y^2-y-6=0; D=1^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=1+72=73;$$

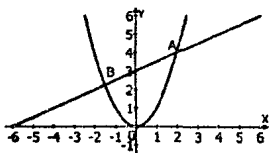
$$y = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{3 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \approx \frac{1 \pm 8,54}{6};$$

$$y_1 \approx \frac{1+8,54}{6} = \frac{9,54}{6} = 1,59; y_2 \approx \frac{1-8,54}{6} = -\frac{7,54}{6} \approx -1,26;$$

$$r) y^2 + 8(y-1) = 3; y^2 + 8y - 8 - 3 = 0; y^2 + 8y - 11 = 0; D_1 = 16 - 1 \cdot (-11) = 27;$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{27}}{1} \approx -4 \pm 5,20; y_1 \approx -4 - 5,20 = -9,20; y_2 \approx -4 + 5,20 = 1,20$$

№ 549 (623).



$$x^2 = 0,5x + 3;$$

1) строим графики:

$$y = x^2 \text{ и } y = 0,5x + 3; \text{ находим } x_1 = -1,5; x_2 = 2.$$

$$2) x^2 - 0,5x - 3 = 0;$$

$$D = (-0,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 0,25 + 12 =$$

$$= 12,25 = 3,5^2; x = \frac{0,5 \pm 3,5}{2}; x_1 = 2; x_2 = -1,5;$$

$$\text{№ 550 (№549). а) } x^2 - 8x + 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 9 = 7; x = 4 \pm \sqrt{7} \approx 4 \pm 2,65;$$

$$x_1 \approx 4 + 2,65 = 6,65; x_2 \approx 4 - 2,65 = 1,35;$$

$$\text{б) } 2y^2 - 8y + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6; y = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2} \approx \frac{4 \pm 2,45}{2};$$

$$y_1 \approx \frac{4+2,45}{2} = \frac{6,45}{2} \approx 3,22; y_2 \approx \frac{4-2,45}{2} = \frac{1,55}{2} \approx 0,78.$$

$$\text{№ 551 (№550). а) } 0,7x^2 = 1,3x + 2; 0,7x^2 - 1,3x - 2 = 0;$$

$$D = 1,3^2 - 4 \cdot 0,7 \cdot (-2) = 1,69 + 5,6 = 7,29;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{7,29}}{2 \cdot 0,7} = \frac{1,3 \pm 2,7}{1,4}; x_1 = \frac{1,3 + 2,7}{1,4} = \frac{4}{1,4} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7};$$

$$x_2 = \frac{1,3 - 2,7}{1,4} = \frac{-1,4}{1,4} = -1;$$

$$\text{б) } 7 = 0,4y + 0,2y^2; 0,2y^2 + 0,4y - 7 = 0; D_1 = 0,2^2 - 0,2 \cdot (-7) = 1,44;$$

$$y = \frac{-0,2 \pm \sqrt{1,44}}{0,2} = \frac{-0,2 \pm 1,2}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{-0,2+1,2}{0,2} = \frac{1}{0,2} = 5; y_2 = \frac{-0,2-1,2}{0,2} = \frac{-1,4}{0,2} = -7;$$

$$\text{в) } x^2 - 1,6x - 0,36 = 0; D_1 = 0,8^2 - 1 \cdot (-0,36) = 1;$$

$$x = \frac{0,8 \pm \sqrt{1}}{1} = 0,8 \pm 1; x_1 = 0,8 + 1 = 1,8; x_2 = 0,8 - 1 = -0,2;$$

$$\text{г) } z^2 - 2z + 2,91 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot 2,91 = -1,91; D < 0 - \text{у уравнения нет корней};$$

$$\text{д) } 0,2y^2 - 10y + 125 = 0; D_1 = 5^2 - 0,2 \cdot 125 = 0; y = \frac{5 \pm 0}{0,2} = 5 \cdot \frac{10}{2} = 25;$$

$$e) \frac{1}{3}x^2 + 2x - 9 = 0; D_1 = 1^2 - \frac{1}{3} \cdot (-9) = 4; x = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{1}{3}} = -3 \pm 6;$$

$$x_1 = -3 + 6 = 3; x_2 = -3 - 6 = -9.$$

$$\text{№ 552 (№ 551). a) } \frac{1}{7}x^2 = 2x - 7; x^2 - 14x + 49 = 0; D_1 = 7^2 - 1 \cdot 49 = 0; x = 7;$$

$$b) x^2 + 1,2 = 2,6x; x^2 - 2,6x + 1,2 = 0; D_1 = 1,3^2 - 1 \cdot 1,2 = 1,69 - 1,2 = 0,49;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{0,49}}{1} = 1,3 \pm 0,7; x_1 = 1,3 + 0,7 = 2; x_2 = 1,3 - 0,7 = 0,6;$$

$$b) 4x^2 = 7x + 7,5; 4x^2 - 7x - 7,5 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7,5) = 49 + 120 = 169;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4 \cdot 2} = \frac{7 \pm 13}{8}; x_1 = \frac{7 - 13}{8} = -0,75; x_2 = \frac{7 + 13}{8} = 2,5.$$

$$\text{№ 553 (№ 552). a) } 3a + 0,6 = 9a^2 + 0,36;$$

$$9a^2 - 3a - 0,24 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-0,24) = 9 + 8,64 = 17,64;$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17,64}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm 4,2}{18}; a_1 = \frac{3 + 4,2}{18} = \frac{2}{5}; a_2 = \frac{3 - 4,2}{18} = \frac{-1,2}{18} = -\frac{1}{15};$$

$$b) 0,4a + 1,2 = 0,16a^2 + 1,44; 0,16a^2 - 0,4a - 1,2 + 1,44 = 0;$$

$$0,04a^2 - 0,1a + 0,06 = 0; D = 0,1^2 - 4 \cdot 0,04 \cdot 0,06 = 0,01 - 0,0096 = 0,0004;$$

$$a = \frac{0,1 \pm \sqrt{0,0004}}{2 \cdot 0,04} = \frac{0,1 \pm 0,02}{0,08}; a_1 = \frac{0,1 + 0,02}{0,08} = \frac{0,12}{0,08} = 1,5;$$

$$a_2 = \frac{0,1 - 0,02}{0,08} = \frac{0,08}{0,08} = 1.$$

$$\text{№ 554. (н). a) } x^2 - 5x + 6 = 0; D = 25 - 4 \cdot 6 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}; x_1 = 2, x_2 = 3; 6x^2 - 5x + 1 = 0;$$

$$D = 25 = 4 \cdot 6 = 1; x = \frac{5 \pm 1}{12}; x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$$

$$b) 2x^2 - 13x + 6 = 0; D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 121;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{4}; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 6; 6x^2 - 13x + 2 = 0;$$

$$D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 121; x = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{12}; x_1 = \frac{1}{6}; x_2 = 2.$$

$$\text{Корни уравнения } ax^2 + bx + c = 0: x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\text{Корни уравнения } cx^2 + bx + a = 0: x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}.$$

Эти корни образуют две пары взаимно обратных чисел:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = 1, \quad \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} \cdot \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 1$$

№ 555. (н). $x^2 - ax + a - 4 = 0$

$D = a^2 - 4(a - 4) = a^2 - 4a + 16 = (a - 4)^2 + 12 > 0$ при любых значениях a .
Поэтому данное уравнение всегда имеет 2 различных корня.

Упражнения для повторения

№ 556 (№553).

$$\begin{aligned} \text{а) (с)} \quad & \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + 4}{2(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{4x + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x-1}. \end{aligned}$$

Подставим $x = -0,5$: $\frac{2}{x-1} = \frac{2}{-0,5-1} = \frac{2}{-1,5} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$;

$$\text{а) (б)} \quad \frac{a - \frac{2a-1}{a}}{\frac{1-a}{3a}} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} : \frac{1-a}{3a} = \frac{(a^2 - 2a + 1)3a}{a(1-a)} = \frac{3(1-a)^2}{1-a} = 3(1-a)$$

Подставим $a = -1,5$: $3 \cdot (1-a) = 3 \cdot (1 - (-1,5)) = 3 \cdot (1 + 1,5) = 3 \cdot 2,5 = 7,5$.

№ 557 (№554).

$$\begin{aligned} \text{а) } & (\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{7} - \frac{2\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \\ & = \frac{7\sqrt{3}}{7} + \frac{7\sqrt{2}}{7} - \frac{2 \cdot 7\sqrt{5}}{7} + 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{75} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \\ & + \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} = 5 - 5\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = 2 + 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

№ 558 (№555). а) Приравняем правые части обоих уравнений: $7x - 1 = 2x$;

$$7x - 2x - 1 = 0; 5x - 1 = 0; 5x = 1; x = \frac{1}{5}; y = 2x = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$$\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) - \text{искомая точка.}$$

б) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$3x - 11 = 4; 3x = 4 + 11; 3x = 15; x = 5; y = 4; (5; 4) - \text{искомая точка.}$$

23. Решение задач с помощью квадратных уравнений

№ 559 (№556). Пусть n и $(n+6)$ – данные натуральные числа.

По условию, произведение этих чисел равно 187. Составим уравнение:
 $n(n+6) = 187; n^2 + 6n - 187 = 0;$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-187) = 9 + 187 = 196; n = \frac{-3 \pm \sqrt{196}}{1} = -3 \pm 14;$$

$$n_1 = -3 - 14 = -17 \text{ (не подходит, поскольку не натуральное);}$$

$$n_2 = -3 + 14 = 11; \text{ тогда } n+6 = 11+6 = 17. \quad \text{Ответ: } 11, 17.$$

№557. (с). Пусть x и $(x-2)$ – данные числа.

По условию, их произведение равно 120. Составим уравнение:

$$x(x-2)=120; x^2-2x=120; x^2-2x-120=0;$$

$$D_1=1^2-1 \cdot (-120)=1+120=121; x=\frac{1 \pm \sqrt{121}}{1}=1 \pm 11;$$

$$1) x_1=1+11=12, x-2=10; \quad 2) x_2=1-11=-10, x-2=-12.$$

Обе пары чисел удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 1) 12 и 10; 2) -10 и -12.

№ 560 (№558). Пусть x см и $(x+4)$ см соответственно – ширина и длина прямоугольника. По условию задачи площадь $S=60$ см². Составляем уравнение: $x(x+4)=60; x^2+4x-60=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-60)=64; x=\frac{-2 \pm \sqrt{64}}{1}=-2 \pm 8;$$

$$x_1=-2+8=6; x_2=-2-8=-10 - \text{не подходит.}$$

Значит $x+4=10$; периметр $P=2 \cdot (6+10)=32$ (см). Ответ: 32 см.

№ 561 (№559). Пусть x м и $(x+10)$ м – ширина и длина участка. Площадь участка по условию задачи равна 1200 м². Составляем уравнение: $x(x+10)=1200; x^2+10x-1200=0; D_1=5^2-1 \cdot (-1200)=1225;$

$$x=-5 \pm \sqrt{1225}=-5 \pm 35; x_1=-5+35=40 - \text{не подходит,}$$

$$x_2=-5-35=-40. \text{ Значит } x+10=40, \text{ а длина изгороди, т.е. периметр участка } P=2 \cdot (30+40)=140 \text{ м.}$$

№ 562 (№560). Пусть a м и b м – длина и ширина прямоугольника. Периметр прямоугольника по условию равен 62 м, а его площадь – 210 м². Так как $P=2(a+b)$, $S=ab$, то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 62=2(a+b); \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} 31=a+b, \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ 210=(31-b)b; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=31-b, \\ 31b-b^2-210=0; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ b^2-31b+210=0; \end{cases}$$

Решим второе уравнение: $D=31^2-4 \cdot 1 \cdot 210=961-840=121;$

$$b=\frac{31 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{31 \pm 11}{2}; b_1=\frac{31+11}{2}=21; \text{ значит, } a_1=31-b_1=10;$$

$$b_2=\frac{31-11}{2}=10; \text{ значит } a_2=31-b_2=21. \quad \text{Ответ: 21 м, 10 м.}$$

№ 563 (№561). Пусть катеты данного треугольника равны a см и b см. Сумма катетов по условию равна 23 см, т.е. $a+b=23$, а площадь треугольника равна 60 см², т.е. $\frac{1}{2}ab=60$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a+b=23, \\ ab=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ (23-b)b=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ b^2-23b+120=0; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение:

$$D=23^2-4 \cdot 1 \cdot 120=529-480=49; b=\frac{23 \pm \sqrt{49}}{2}=\frac{23 \pm 7}{2};$$

$$b_1=15; \text{ значит } a_1=23-b_1=8; b_2=8; \text{ значит } a_2=23-b_2=15. \quad \text{Ответ: 8 см и 15 см}$$

№ 564 (№562). Пусть n и $(n+1)$ – данные натуральные числа. Произведение этих чисел по условию больше их суммы на 109. Составляем уравнение: $n(n+1)-109=n+(n+1)$; $n^2+n-109=n+n+1$; $n^2-n-110=0$;

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-110)=441; n=\frac{1 \pm \sqrt{441}}{2}=\frac{1 \pm 21}{2}; n_1=\frac{1+21}{2}=11;$$

$$n_2=\frac{1-21}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к. не натуральное. Значит, } n=11, n+1=12.$$

Ответ: 11, 12.

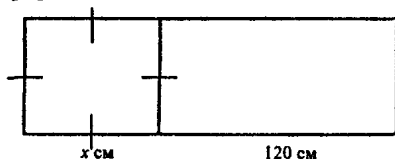
№563 (с). Пусть x см и $(x+3)$ см – ширина и длина оставшейся части листа, тогда длина стороны квадрата будет равна $(x+3)$ см. Площадь прямоугольной части листа по условию задачи равна 70 см^2 . Составляем уравнение: $x(x+3)=70$; $x^2+3x-70=0$;

$$D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=289; x=\frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2}=\frac{-3 \pm 17}{2};$$

$$x_1=\frac{-3+17}{2}=7; \text{ значит, } x+3=10; x_2=\frac{-3-17}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к. дли-}$$

на не может быть отрицательной. Ответ: 10 см.

№ 565 (№564). Пусть x см и $(x+120)$ см – сторона квадрата и длина доски прямоугольной формы.

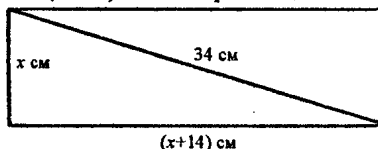


Площадь доски прямоугольной формы по условию задачи равна 4500 см^2 . Составляем уравнение: $x(x+120)=4500$; $x^2+120x-4500=0$;

$$D_1=60^2-1 \cdot (-4500)=3600+4500=8100; x=\frac{-60 \pm \sqrt{8100}}{1}=-60 \pm 90;$$

$$x_1=-60+90=30; x_2=-60-90=-150 \text{ – не подходит, т.к. } -150 < 0. \text{ Ответ: 30 см.}$$

№565. (с). Пусть x см и $(x+14)$ см – ширина и длина прямоугольника.



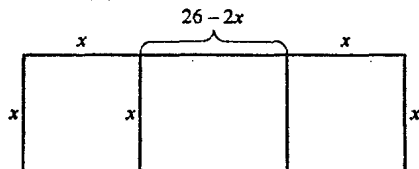
Воспользуемся теоремой Пифагора: $x^2+(x+14)^2=34^2$;
 $x^2+x^2+28x+196=1156$; $2x^2+28x-960=0$; $x^2+14x-480=0$;

$$D_1=7^2-1 \cdot (-480)=49+480=529; x=\frac{-7 \pm \sqrt{529}}{1}=-7 \pm 23;$$

$$x_1=-7-23=-30 \text{ – не подходит; } x_2=-7+23=16; \text{ значит, } x+14=30.$$

Ответ: 16 см и 30 см.

№ 566 (н).



$$S = (26 - 2x)x = 80; 26x - 2x^2 = 80; 2x^2 - 26x + 80 = 0;$$

$$x^2 - 13x + 40 = 0; D = 169 - 4 \cdot 40 = 9; x = \frac{13 \pm 3}{2}; x_1 = 5; x_2 = 8.$$

Ответ: 5 см или 8 см.

№ 567 (№566). Обозначим за x см – длину гипотенузы, тогда $(x-3)$ см и $(x-6)$ см – длины катетов. Составляем уравнение, исходя из теоремы Пифагора: $x^2 = (x-3)^2 + (x-6)^2$; $x^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 12x + 36$; $x^2 - 18x + 45 = 0$;

$$D_1 = 9^2 - 1 \cdot 45 = 81 - 45 = 36; x = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6; x_1 = 15; x_2 = 3 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

№ 568 (№567). Обозначим за x и $(x+8)$ количество рядов и количество мест в ряду. По условию в кинотеатре 884 места. Составим уравнение: $x(x+8) = 884$; $x^2 + 8x - 884 = 0$; $D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-884) = 16 + 884 = 900 = 30^2$;

$$x = -4 \pm 30; x_1 = -4 + 30 = 26; x_2 = -4 - 30 = -34 - \text{не подходит. Ответ: 26.}$$

№ 569 (н). Пусть обезьян x штук. Тогда $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$.

$$\frac{1}{64}x^2 - x + 12 = 0; D = 1 - 4 \cdot \frac{12}{64} = 0,25; x = \frac{1 \pm 0,25}{2 \cdot \frac{1}{64}}; x_1 = 16; x_2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48 обезьян.

№ 570 (н). Обезьян – x штук. Тогда $\left(\frac{1}{5}x - 3\right)^2 + 1 = x$;

$$\frac{1}{25}x^2 - \frac{6}{5}x + 9 + 1 = x; \frac{1}{25}x^2 - \frac{11}{5}x + 10 = 0;$$

$$x^2 - 55x + 250 = 0; D = 55^2 - 4 \cdot 250 = 2025 = 45^2;$$

$$x = \frac{55 \pm 45}{2}; x_1 = 5; x_2 = 50; x = 5 \text{ не подходит, так как } \frac{1}{5}x - 3 = -2 < 0.$$

Ответ: 50 обезьян.

№ 571 (н). $\frac{n(n-3)}{2} = n + 25$; $n^2 - 3n = 2n + 50$; $n^2 - 5n - 50 = 0$;

$$D = 25 + 4 \cdot 50 = 225; n = \frac{5 \pm 15}{2} = n = 10. \quad \text{Ответ: в десятиугольнике.}$$

№ 572 (н). Если было n команд, то общее количество сыгранных матчей равно $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = 36$;

$$n^2 - n = 72; n^2 - n - 72 = 0; D = 1 + 4 \cdot 72 = 289; n = \frac{1 \pm 17}{2}; n = 9.$$

Ответ: 9 команд.

$$\text{№ 573 (н). } \frac{n(n-1)}{2} = 45; n^2 - n = 90; n^2 - n - 90 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 90 = 361; n = \frac{1 \pm 19}{2}; n = 10. \quad \text{Ответ: 10 команд.}$$

$$\text{№ 574 (н). Площадь основания коробки равна } (60 - 2x)(40 - 2x) = 800;$$

$$2400 - 120x - 80x + 4x^2 = 800; 4x^2 - 200x + 1600 = 0;$$

$$x^2 - 50x + 400 = 0; D = 50^2 - 4 \cdot 400 = 900;$$

$$x = \frac{50 \pm 30}{2}; x_1 = 40; x_2 = 10. x = 40 \text{ не подходит, так как } 40 - 2x = -40 <$$

0. Поэтому $x = 10$. Ответ: 10 см.

№ 575 (№568). Пусть n , $(n+1)$ и $(n+2)$ — данные целые числа. Сумма их квадратов по условию задачи равна 869. Составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 869; n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 869; 3n^2 + 6n - 864 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 288 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-288) = 289; n = -1 \pm \sqrt{289} = -1 \pm 17;$$

$$n_1 = -1 - 17 = -18; \text{значит } n+1 = -17; n+2 = -16;$$

$$n_2 = -1 + 17 = 16; \text{значит } n+1 = 17, n+2 = 18.$$

Ответ: -18, -17, -16; или 16, 17, 18.

Упражнения для повторения

$$\text{№ 576 (№569). а) } \frac{8a^3 - 27}{9 - 12a + 4a^2} = \frac{(2a-3)(4a^2 + 6a + 9)}{(2a-3)^2} = \frac{4a^2 + 6a + 9}{2a-3};$$

$$\text{б) } \frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x} = \frac{x(a-2) - 4(a-2)}{3(a-2) - x(a-2)} = \frac{(a-2)(x-4)}{(a-2)(3-x)} = \frac{x-4}{3-x}.$$

№ 577 (№570).

$$\text{а) } \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - b}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{b})}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1};$$

подставляем $a=5$ и $b=2$ и находим:

$$\frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2} + 2 \cdot 2 + 1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{2\sqrt{5 \cdot 2} + \sqrt{5 \cdot 5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{5})} = 1,$$

$$\text{б) } \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x - 2\sqrt{xy} + y + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1};$$

подставляем $x=4$ и $y=6$ и находим:

$$\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{4 \cdot 6} + 6}{4 + \sqrt{4 \cdot 6} + 1} = \frac{10 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2(5 + 2\sqrt{6})}{5 + 2\sqrt{6}} = 2.$$

$$\text{№ 578 (№571). а) } \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0; x(x-3) - 3x = 0; x^2 - 6x = 0; x(x-6) = 0;$$

$$1) x_1 = 0; 2) x - 6 = 0; x_2 = 6; \text{б) } \frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2; 12 \left(\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} \right) = \frac{2}{i} \cdot 12.$$

$$\frac{12x(x+1)}{3} + \frac{12(8+x)}{4} = 24;$$

$$4x(x+1)+3(8+x)=24; 4x^2+4x+24+3x=24; 4x^2+7x=0; x(4x+7)=0;$$

$$x_1=0; 4x_2+7=0; 4x_2=-7; x_2=-\frac{7}{4}=-1\frac{3}{4}.$$

№ 579 (№572). Искомая точка должна удовлетворять следующим двум

уравнениям: 1) $y=0$; $13x-2,6=y$; $13x=2,6$; $x=\frac{2,6}{13}=0,2$; $(0,2;0)$;

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:
2) $x=0$; $y=13 \cdot 0-2,6$; $y=-2,6$; $(0;-2,6)$. Ответ: $(0,2;0)$; $(0;-2,6)$.

24. Теорема Виета

№ 580 (№573). а) $x^2-37x+27=0$; $D=37^2-4 \cdot 1 \cdot 27=1369-108=1261$;

$D>0$, значит, уравнение имеет два корня; $x_1+x_2=37$; $x_1 \cdot x_2=27$;

б) $y^2+41y-371=0$; $y_1+y_2=-41$; $y_1 \cdot y_2=-371$;

в) $x^2-210x=0$; $x_1+x_2=210$; $x_1 \cdot x_2=0$;

г) $y^2-19=0$; $y_1+y_2=0$; $y_1 \cdot y_2=-19$;

д) $2x^2-9x-10=0$; $\frac{2x^2}{2}-\frac{9}{2}x-\frac{10}{2}=0$; $x_1+x_2=\frac{9}{2}$; $x_1 \cdot x_2=-5$;

е) $5x^2+12x+7=0$; $x^2+\frac{12}{5}x+\frac{7}{5}=0$; $x_1+x_2=-\frac{12}{5}=-2,4$; $x_1 \cdot x_2=1,4$;

ж) $-z^2+z=0$; $z^2-z=0$; $z_1+z_2=1$; $z_1 \cdot z_2=0$;

з) $3x^2-10=0$; $x^2-\frac{10}{3}=0$; $x_1+x_2=0$; $x_1 \cdot x_2=-\frac{10}{3}$.

№ 581 (№574).

а) $x^2-2x-9=0$; $D_1=1^2-1 \cdot (-9)=10$; $x=1 \pm \sqrt{10}$; $x_1=1-\sqrt{10}$; $x_2=1+\sqrt{10}$.

Произведем проверку:

$x_1+x_2=1-\sqrt{10}+1+\sqrt{10}=2$; $x_1 \cdot x_2=(1-\sqrt{10})(1+\sqrt{10})=1-10=-9$;

б) $3x^2-4x-4=0$; $x^2-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}=0$;

$D=\left(\frac{4}{3}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{16}{9}+\frac{16}{3}=\frac{16+48}{9}=\frac{64}{9}$; $x=\frac{\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{64}{9}}}{2}=\frac{\frac{4}{3} \pm \frac{8}{3}}{2}$;

$x_1=\frac{\frac{4}{3}+\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3}=\frac{4}{2}=2$; $x_2=\frac{\frac{4}{3}-\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$.

Произведем проверку: $x_1+x_2=2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}$; $x_1 \cdot x_2=2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3}$;

в) $2x^2+7x-6=0$; $x^2+\frac{7}{2}x-3=0$;

$D=\left(\frac{7}{2}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=\frac{49}{4}+\frac{12}{1}=\frac{49+48}{4}=\frac{97}{4}$; $x=\frac{-\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{97}{4}}}{2}=\frac{-\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{97}}{2}}{2}$;

$$x_1 = \frac{\frac{7 + \sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4}; x_2 = \frac{\frac{7 - \sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 - \sqrt{97}}{4}$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4} + \frac{-7 - \sqrt{97}}{4} = -\frac{7}{4} + \frac{\sqrt{97}}{4} - \frac{7}{4} - \frac{\sqrt{97}}{4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-7 + \sqrt{97}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-7 - \sqrt{97}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{97} + 7}{4} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{97} - 7}{4} \right) =$$

$$= - \frac{(\sqrt{97})^2 - 7^2}{16} = - \frac{97 - 49}{16} = - \frac{48}{16} = -3;$$

$$r) 2x^2 + 9x + 8 = 0; x^2 + \frac{9}{2}x + 4 = 0; D = \left(\frac{9}{2} \right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = \frac{81}{4} - 16 = \frac{81 - 64}{4} = \frac{17}{4},$$

$$x = \frac{-\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}; x_1 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{4}$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4} + \frac{-9 - \sqrt{17}}{4} = \frac{-9 + \sqrt{17} - 9 - \sqrt{17}}{4} = -\frac{18}{4} = -\frac{9}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-9 - \sqrt{17}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{17} + 9}{4} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{17} - 9}{4} \right) = - \frac{(\sqrt{17})^2 - 9^2}{16} = - \frac{17 - 81}{16} = 4.$$

$$\text{№ 582 (№575). a) } x^2 - 15x - 16 = 0; D = 15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 225 + 64 = 289;$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}; x_1 = \frac{15 + 17}{2} = 16; x_2 = \frac{15 - 17}{2} = -1.$$

$$\text{Произведем проверку: } x_1 + x_2 = 16 + (-1) = 15; x_1 \cdot x_2 = 16 \cdot (-1) = -16,$$

$$\text{б) } x^2 - 6x - 11 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-11) = 20; x = 3 \pm \sqrt{20} = 3 \pm 2\sqrt{5};$$

$$x_1 = 3 + 2\sqrt{5}; x_2 = 3 - 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Произведем проверку: } x_1 + x_2 = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6;$$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 3^2 - (2\sqrt{5})^2 = 9 - 20 = -11;$$

$$\text{в) } 12x^2 - 4x - 1 = 0;$$

$$x^2 - \frac{4}{12}x - \frac{1}{12} = 0; x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{12} = 0; D = \left(\frac{1}{3} \right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9},$$

$$x = \frac{\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}}{2} = \frac{\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}}{2}; x_1 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}}{2} = -\frac{1}{6}$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}; x_1 \cdot x_2=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{12};$$

$$r) x^2-6=0; (x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})=0;$$

$$1) x_1-\sqrt{6}=0; x_1=\sqrt{6}; 2) x_2+\sqrt{6}=0; x_2=-\sqrt{6}.$$

$$\text{Произведем проверку: } x_1+x_2=\sqrt{6}-\sqrt{6}=0; x_1 \cdot x_2=\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6})=-6;$$

$$д) 5x^2-18x=0; x(5x-18)=0; 1) x_1=0; 2) 5x-18=0; 5x=18; x_2=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}.$$

$$\text{Произведем проверку: } x_1+x_2=0+3\frac{3}{5}=3\frac{3}{5}; x_1 \cdot x_2=0 \cdot 3\frac{3}{5}=0;$$

$$е) 2x^2-41=0; x^2-\frac{41}{2}=0; \left(x-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=0;$$

$$1) x-\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_1=\sqrt{\frac{41}{2}}; 2) x+\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_2=-\sqrt{\frac{41}{2}}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\sqrt{\frac{41}{2}}-\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_1 \cdot x_2=\sqrt{\frac{41}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=-\frac{41}{2}.$$

№ 583 (№576). а) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2-9x+20=0$, тогда $x_1+x_2=9$; $x_1 \cdot x_2=20$, откуда $x_1=4$; $x_2=5$.

б) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2+11x-12=0$, тогда $x_1+x_2=-11$, $x_1 \cdot x_2=-12$, откуда подберем $x_1=1$; $x_2=-12$.

в) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2+x-56=0$, тогда $x_1+x_2=-1$; $x_1 \cdot x_2=-56$, откуда подберем $x_1=7$; $x_2=-8$.

г) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2-19x+88=0$, тогда $x_1+x_2=19$; $x_1 \cdot x_2=88$, откуда подберем $x_1=11$; $x_2=8$.

№ 584 (№577). а) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2+16x+63=0$, тогда $x_1+x_2=-16$; $x_1 \cdot x_2=63$, откуда $x_1=-7$; $x_2=-9$.

б) Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2+2x-48=0$, тогда $x_1+x_2=-2$; $x_1 \cdot x_2=-48$, откуда подберем $x_1=6$; $x_2=-8$.

№ 585 (№578). Поскольку $x_1=7$, то (по теореме Виета):

$$x_1 \cdot x_2=-35, 7 \cdot x_2=-35; x_2=-5. x_1+x_2=7+(-5)=2; p=-2. \text{ Ответ: } x_2=-5, p=-2.$$

№ 586 (№579). Поскольку $x_1=12,5$, то (по теореме Виета): $x_1+x_2=13$; $x_1 \cdot x_2=q$; $12,5+x_2=13$; $x_2=13-12,5=0,5$; $q=12,5 \cdot 0,5=6,25$.

Ответ: $x_2=0,5$, $q=6,25$.

$$\text{№ 587 (№580). } 5x^2+bx+24=0; x^2+\frac{1}{5}bx+\frac{24}{5}=0.$$

$$\text{Поскольку } x_1=8; \text{ то } x_1 \cdot x_2=\frac{24}{5}; 8 \cdot x_2=\frac{24}{5}; x_2=\frac{24}{5} \cdot \frac{8}{1}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5};$$

$$x_1 + x_2 = 8 + \frac{3}{5} = 8\frac{3}{5}; 8\frac{3}{5} = \frac{1}{5}b; \frac{43}{5} = \frac{1}{5}b; \text{откуда } b = \frac{43}{5} : \frac{1}{5} = \frac{43 \cdot 5}{5 \cdot 1} = 43.$$

Ответ: $x_2 = \frac{3}{5}$; $b = -43$.

№ 588 (№581). $10x^2 - 33x + c = 0$; $x^2 - \frac{33}{10}x + \frac{c}{10} = 0$; $x^2 - 3,3x + 0,1c = 0$;

поскольку $x_1 = 5,3$, то $x_1 + x_2 = 3,3$; $x_1 \cdot x_2 = 0,1c$;
 $5,3 + x_2 = 3,3$; $x_2 = 3,3 - 5,3$; $x_2 = -2$; $5,3 \cdot (-2) = -10,6 = 0,1c$; $c = -106$.

Ответ: $x_2 = -2$; $c = -106$.

№ 589 (№582). Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения
 По условию задачи $x_1 - x_2 = 2$, а по теореме Виета получим: $x_1 + x_2 = 12$.

Затем получим систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 12. \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим: $2x_1 = 14$, откуда $x_1 = 7$. Вычтем первое уравнение из второго, получим: $2x_2 = 10$, откуда $x_2 = 5$. Значит, $q = x_1 \cdot x_2 = 7 \cdot 5 = 35$. Ответ: 35.

№ 590 (№583). Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения.

Тогда имеем систему:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1. \end{cases}$$

Находим: $2x_1 = 5$, $2x_2 = -7$, т.е. $x_1 = 2,5$; $x_2 = -3,5$.

Значит, $c = x_1 \cdot x_2 = 2,5 \cdot (-3,5) = -8,75$. Ответ: $-8,75$.

№ 591. (н). $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 12$

$$x_1 - x_2 = \frac{12}{x_1 + x_2} = \frac{12}{-2} = -6; \begin{cases} x_1 - x_2 = -6 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases}; x_1 = -4; x_2 = 2; q = x_1 x_2 = -8.$$

№ 592. (н). $x_1^2 + x_2^2 = 65$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3^2 - 2a = 9 - 2a = 65 \Rightarrow a = -28.$$

№ 593 (№584). а) $3x^2 + 113x - 7 = 0$; $x^2 + \frac{113}{3}x - \frac{7}{3} = 0$; $D > 0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3} < 0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

б) $5x^2 - 291x - 16 = 0$; $x^2 - \frac{291}{5}x - \frac{16}{5} = 0$; $D > 0$, по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2 = -\frac{16}{5} < 0$,

следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

№ 594 (№585). а) имеет два корня противоположных знаков;

б) имеет два положительных корня; в) не имеет корней;

г) имеет два положительных корня; д) не имеет корней;

е) имеет два корня противоположных знаков.

№ 595 (№586). а) имеет два положительных корня;

б) имеет два корня противоположных знаков;

в) имеет два положительных корня;

г) имеет два корня противоположных знаков;

д) имеет два положительных корня;

е) имеет два корня противоположных знаков.

Упражнения для повторения

№ 596 (№587).

а) $(3x+1)^2=3x+1$; $9x^2+6x+1=3x+1$; $9x^2+3x=0$; $3x(3x+1)=0$; $x(3x+1)=0$;

$$x_1=0; 3x_2+1=0; 3x_2=-1; x_2=-\frac{1}{3};$$

б) $(3x+1)^2=3(x+1)$; $9x^2+6x+1=3x+3$; $9x^2+3x-2=0$; $D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-2)=81$;

$$x=\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{-3 \pm 9}{18}; x_1=\frac{-3+9}{18}=\frac{1}{3}; x_2=\frac{-3-9}{18}=-\frac{2}{3};$$

в) $(3x+1)^2=(2x-5)^2$; $9x^2+6x+1=4x^2-20x+25$; $5x^2+26x-24=0$;

$$D_1=13^2-5 \cdot (-24)=169+120=289;$$

$$x=\frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; x_1=\frac{-13+17}{5}=\frac{4}{5}; x_2=\frac{-13-17}{5}=-6;$$

г) $(3x+4)^2=4(x+3)$; $9x^2+24x+16=4x+12$; $9x^2+20x+4=0$;

$$D_1=10^2-4 \cdot 9=64;$$

$$x=\frac{-10 \pm \sqrt{64}}{9} = \frac{-10 \pm 8}{9}; x_1=\frac{-10+8}{9}=-\frac{2}{9}; x_2=\frac{-10-8}{9}=-2;$$

д) $4(x+3)^2=2x+6$; $4(x+3)^2=(2x+6)(2x+6)$;

$$4(x+3)^2=2 \cdot 2(x+3)^2; 4(x+3)^2=4(x+3)^2 \text{ при любом } x;$$

е) $(6x+3)^2=(x-4)^2$; $36x^2+36x+9=x^2-8x+16$; $35x^2+44x-7=0$;

$$D_1=22^2-35 \cdot (-7)=484+245=729;$$

$$x=\frac{-22 \pm \sqrt{729}}{35} = \frac{-22 \pm 27}{35}; x_1=\frac{-22+27}{35}=\frac{5}{35}=\frac{1}{7};$$

$$x_2=\frac{-22-27}{35}=-\frac{49}{35}=-1\frac{2}{5}.$$

№ 597 (№588). Обозначим за $(8x)$ м – первый катет треугольника, $(15x)$ м – второй катет. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(8x)^2+(15x)^2=6,8^2; 64x^2+225x^2=46,24; 289x^2=46,24; x^2=\frac{46,24}{289}=0,16; x=\pm\sqrt{0,16},$$

$$x_1=\sqrt{0,16}=0,4; \text{ тогда } 8x=8 \cdot 0,4=3,2 \text{ м – длина первого катета,}$$

$$15x=15 \cdot 0,4=6 \text{ м – длина второго катета.}$$

$x_2=-\sqrt{0,16}=-0,4$ не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля. Площадь прямоугольного треугольника равна половине

$$\text{произведения длин его катетов: } S=\frac{3,2 \cdot 6}{2}=\frac{19,2}{2}=9,6 \text{ (м}^2\text{)}. \text{ Ответ: } 9,6 \text{ м}^2$$

№ 598 (№589). Обозначим за $(12x)$ см – длину неизвестного катета, $(13x)$ см – длину гипотенузы. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$(13x)^2 = (12x)^2 + 15^2$; $169x^2 = 144x^2 + 225$; $25x^2 = 225$; $x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$ - не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля.
 $13x = 3 \cdot 13 = 39$ см - длина гипотенузы, $12x = 3 \cdot 12 = 36$ см - длина искомого катета. Найдем периметр: $P = 15 + 39 + 36 = 90$ см. Ответ: 90 см.

№ 599. (н).

Пусть одна сторона равна x (см), тогда другая сторона равна $(x + 14)$ (см).

$$34 = \sqrt{x^2 + (x + 14)^2}; x^2 + x^2 + 28x + 196 = 1156; 2x^2 + 28x - 960 = 0;$$

$$x^2 + 14x - 480 = 0; D = 196 + 4 \cdot 480 = 2106 = 46^2; x = \frac{-14 \pm 46}{2}$$

$x > 0$, поэтому $x = 16$ (см), $x + 14 = 30$ (см).

§ 9. Дробные рациональные уравнения

25. Решение дробных рациональных уравнений

№ 600 (№590).

$$a) \frac{y^2}{y+3} = \frac{y}{y+3}; \frac{y^2}{y+3} - \frac{y}{y+3} = 0; \frac{y^2 - y}{y+3} = 0; y^2 - y = 0; y(y-1) = 0;$$

$y_1 = 0$; $y_2 - 1 = 0$; $y_2 = 1$. Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$b) \frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{5x - 6}{x^2 - 4}; \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{5x - 6}{x^2 - 4} = 0; \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = 0; x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3; x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 3$.

$$в) \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}; \frac{2x^2}{x-2} - \frac{-7x+6}{2-x} = 0; \frac{2x^2}{x-2} - \frac{7x-6}{x-2} = 0; 2x^2 - 7x + 6 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{7 + 1}{4} = 2; x_2 = \frac{7 - 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 1\frac{1}{2}$.

$$г) \frac{y^2 - 6y}{y-5} = \frac{5}{5-y}; \frac{y^2 - 6y}{y-5} - \frac{5}{5-y} = 0; \frac{y^2 - 6y}{y-5} + \frac{5}{y-5} = 0;$$

$$\frac{y^2 - 6y + 5}{y-5} = 0; y^2 - 6y + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4; y = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2;$$

$y_1 = 3 + 2 = 5$; $y_2 = 3 - 2 = 1$. $y = 5$ не подходит, т.к. при $y = 5$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y = 1$.

$$д) \frac{2x-2}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}; \frac{2x-2}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0; \frac{(2x-1)(x-1) - (3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)} = 0$$

$$\frac{2x^2 - 2x - x + 1 - (3x^2 + 21x + 4x + 28)}{(x+7)(x-1)} = 0,$$

$$2x^2 - 3x + 1 - 3x^2 - 25x - 28 = 0; -x^2 - 28x - 27 = 0; x^2 + 28x + 27 = 0;$$

$$D_1 = 14^2 - 1 \cdot 27 = 196 - 27 = 169; x = -14 \pm \sqrt{169} = -14 \pm 13;$$

$$x_1 = -14 - 13 = -27; x_2 = -14 + 13 = -1.$$

Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$\text{е) } \frac{2y+3}{2y-1} = \frac{y-5}{y+3}; \frac{2y+3}{2y-1} - \frac{y-5}{y+3} = 0; (2y+3)(y+3) - (2y-1)(y-5) = 0;$$

$$2y^2 + 6y + 3y + 9 - (2y^2 - 10y - y + 5) = 0; 2y^2 + 9y + 9 - 2y^2 + 11y - 5 = 0;$$

$$20y + 4 = 0; 4(5y+1) = 0; 5y+1 = 0; 5y = -1; y = -\frac{1}{5}; y = -\frac{1}{5} \text{ является корнем урав-}$$

нения, т.к. при $y = -\frac{1}{5}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{ж) } \frac{5y+1}{y+1} = \frac{y+2}{y}; \frac{5y+1}{y+1} - \frac{y+2}{y} = 0; y(5y+1) - (y+1)(y+2) = 0;$$

$$5y^2 + y - (y^2 + 2y + 2) = 0; 5y^2 + y - y^2 - 2y - 2 = 0; 4y^2 - 2y - 2 = 0; 2y^2 - y - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}; y_1 = \frac{1+3}{4} = 1; y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

При $y_1 = 1$ и $y_2 = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{з) } \frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}; \frac{1+3x}{1-2x} - \frac{5-3x}{1+2x} = 0; \frac{(1+2x)(1+3x) - (1-2x)(5-3x)}{1-4x^2} = 0,$$

$$1+3x+2x+6x^2 - (5-3x-10x+6x^2) = 0; 18x-4=0; 2(9x-2)=0; 9x=2; x = \frac{2}{9}.$$

$x = \frac{2}{9}$ является корнем уравнения, т.к. при $x = \frac{2}{9}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{и) } \frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x-1}{3-2x} = 0; \frac{x-1}{2x+3} + \frac{2x-1}{2x-3} = 0; \frac{(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3)}{4x^2-9} = 0,$$

$$(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3) = 0; 6x^2 - x = 0; x(6x-1) = 0; x_1 = 0; 6x_2 - 1 = 0;$$

$$6x_2 = 1; x_2 = \frac{1}{6}. \text{ При } x=0 \text{ и } x = \frac{1}{6} \text{ общий знаменатель дробей не обращается}$$

в ноль, поэтому $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{1}{6}$ являются корнями уравнения.

№ 601 (№ 591).

$$\text{а) } \frac{2x-5}{x+5} - 4 = 0; \frac{2x-5-4(x+5)}{x+5} = 0; 2x-5-4x-20=0; -2x-25=0;$$

$$2x+25=0; 2x=-25; x=-\frac{25}{2}=-12\frac{1}{2}; x=-12\frac{1}{2}; x=-12\frac{1}{2} \text{ является корнем}$$

уравнения. т.к. при $x=-12\frac{1}{2}$ знаменатель не обращается в ноль.

$$6) \frac{12}{7-x} = x \cdot \frac{12}{7-x} - \frac{x}{1} = 0; \frac{12-x(7-x)}{7-x} = 0; 12-7x+x^2=0;$$

$$x^2-7x+12=0; D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 12=1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{7-1}{2} = 3; x_2 = \frac{7+1}{2} = 4;$$

$x_1=3$ и $x_2=4$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$в) \frac{x^2-4}{4} = \frac{3+2x}{2}; \frac{x^2-4}{4} - \frac{3+2x}{2} = 0; x^2-4-6-4x=0; x^2-4x-10=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-10)=4+10=14; x_{1,2}=2 \pm \sqrt{14};$$

$$г) \frac{10}{2x-3} = x-1; \frac{10}{2x-3} - \frac{x-1}{1} = 0; \frac{10-(2x-3)(x-1)}{2x-3} = 0;$$

$$10-(2x-3)(x-1)=0; 10-(2x^2-2x-3x+3)=0; 2x^2-5x-7=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 2 \cdot (-7)=25+56=81;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 9}{4}; x_1 = \frac{5+9}{4} = 3\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-9}{4} = -1.$$

При $x_1=3\frac{1}{2}$ и $x_2=-1$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{8}{x} = 3x+2; \frac{8-x(3x+2)}{x} = 0;$$

$$8-x(3x+2)=0; 3x^2+2x-8=0; D_1=1^2-3 \cdot (-8)=1+24=25;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{3} = \frac{-1 \pm 5}{3}; x_1 = \frac{-1+5}{3} = 1\frac{1}{3}; x_2 = \frac{-1-5}{3} = -2;$$

При $x_1=1\frac{1}{3}$ и $x_2=-2$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$е) \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}; \frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0; \frac{3(x^2+4x)-2x(x+2)}{3(x+2)} = 0;$$

$$3(x^2+4x)-2x(x+2)=0; x^2+8x=0; x(x+8)=0; x_1=0; x_2=-8;$$

$x_1=0$ и $x_2=-8$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$ж) \frac{2x^2-5x+3}{10x-5} = 0; 2x^2-5x+3=0; D=(-5)^2-4 \cdot 2 \cdot 3=25-24=1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{5+1}{4} = 1\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$x_1=1\frac{1}{2}$ и $x_2=1$ являются корнями уравнения, поскольку при $x=1\frac{1}{2}$ и $x=1$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$з) \frac{4x^3-9x}{x+1,5} = 0; 4x^3-9x=0; x(4x^2-9)=0; x(2x-3)(2x+3)=0; \quad r_1=0;$$

$x_2=\frac{3}{2}$; $x_3=-\frac{3}{2}$; $x=-\frac{3}{2}$ не подходит, так как при этом значении знаменатель дроби обращается в ноль; значит, уравнение имеет два корня: $x_1=0$, $x_2=\frac{3}{2}$, т.к. при $x=0$ и $x=\frac{3}{2}$ знаменатель дроби не обращается в ноль.

№ 602 (№592).

$$а) \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{7x}{x^2+1}; \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{7x}{x^2+1} = 0; \frac{x^2-7}{x^2+1} = 0; x^2-7x=0; x(x-7)=0;$$

$x_1=0$; $x_2=7$. Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1>0$ при всех x

$$б) \frac{y^2}{y^2-6y} = \frac{4(3-2y)}{y(6-y)}; \frac{y^2}{y^2-6y} - \frac{4(3-2y)}{y(6-y)} = 0; \frac{y^2}{y^2-6y} + \frac{4(3-2y)}{y(y-6)} = 0;$$

$$y^2+4(3-2y)=0; y^2+12-8y=0; y^2-8y+12=0; D_1=(-4)^2-1 \cdot 12=16-12;$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{1} = 4 \pm 2; y_1=4+2=6; y_2=4-2=2.$$

$y_1=6$ не подходит, т.к. при $y=6$ знаменатель обращается в ноль, а при $y=4$ знаменатель в ноль не обращается, один корень $y=4$.

$$в) \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}; \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+3}{x-4} = 0;$$

$$(x-4)(x-2)-(x+2)(x+3)=0; x^2-2x-4x+8-x^2-3x-3x-6=0; 11x=2; x=\frac{2}{11}$$

$x=\frac{2}{11}$ является корнем уравнения, поскольку при $x=\frac{2}{11}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$г) \frac{8y-5}{y} = \frac{9y}{y+2}; \frac{8y-5}{y} - \frac{9y}{y+2} = 0; (8y-5)(y+2)-y \cdot 9y=0;$$

$$8y^2+16y-5y-10-9y^2=0; y^2-11y+10=0; D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=81;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2}; y_1 = \frac{11-9}{2} = 1; y_2 = \frac{11+9}{2} = 10.$$

При $y=1$ и $y=10$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2; \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0; x^2+3-2(x^2+1)=0;$$

$$-x^2+1=0; x^2-1=0; (x-1)(x+1)=0; 1) x-1=0; x_1=1; 2) x+1=0; x_2=-1$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1>0$ при всех x .

$$е) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}; \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0; 3x-(x^2+2)=0; x^2-3x+2=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=9-8=1; x=\frac{3 \pm 1}{2}; x_1=\frac{3-1}{2}=1; x_2=\frac{3+1}{2}=2.$$

При $x=1$ и $x=2$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{ж) } x+2=\frac{15}{4x+1}, \frac{x+2}{1}-\frac{15}{4x+1}=0; (x+2)(4x+1)-15=0; 4x^2+9x-13=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 4 \cdot (-13)=81+208=289;$$

$$x=\frac{-9 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 4}=\frac{-9 \pm 17}{8}; x_1=\frac{-9-17}{8}=-\frac{26}{8}=-3,25; x_2=\frac{-9+17}{8}=1.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=1$ и $x=3,25$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{з) } \frac{x^2-5}{x-1}=\frac{7x+10}{9}; \frac{x^2-5}{x-1}-\frac{7x+10}{9}=0; 9(x^2-5)-(x-1)(7x+10)=0;$$

$$9x^2-45-(7x^2+10x-7x-10)=0; 2x^2-3x-35=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 2 \cdot (-35)=9+280=289;$$

$$x=\frac{3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2}=\frac{3 \pm 17}{4}; x_1=\frac{3+17}{4}=5; x_2=\frac{3-17}{4}=-\frac{14}{4}=-3,5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=5$ и $x=-3,5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

№ 603 (№593). а) $\frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}=1; \frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}-1=0;$

$$(3x+1)(x-2)-(x-1)(x+2)-(x+2)(x-2)=0; 3x^2-6x+x-2-x^2-2x+x+2-x^2+4=0;$$

$$x^2-6x+4=0; D_1=(-3)^2-1 \cdot 4=5; x_{1,2}=3 \pm \sqrt{5}.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=3 \pm \sqrt{5}$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{б) } \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}=5; \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}-5=0;$$

$$2(y-1)(y-3)+(y+3)^2-5(y^2-9)=0; 2(y^2-y-3y+3)+y^2+6y+9-5y^2+45=0;$$

$$-2y^2-2y+60=0; y^2+y-30=0; D=1^2-4 \cdot (-30)=1+120=121;$$

$$y=\frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{-1 \pm 11}{2}; y_1=\frac{-1-11}{2}=-6; y_2=\frac{-1+11}{2}=5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $y=-6$ и $y=5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{в) } \frac{4}{9y^2-1}-\frac{4}{3y+1}=\frac{5}{1-3y}; \frac{4}{(3y-1)(3y+1)}-\frac{4}{3y+1}+\frac{5}{3y-1}=0;$$

$$\frac{4-4(3y-1)+5(3y+1)}{9y^2-1}=0; 4-12y+4+15y+5=0; 3y+13=0; 3y=-13;$$

$$y=-\frac{13}{3}=-4\frac{1}{3}. y=-4\frac{1}{3} \text{ является корнем уравнения, т.к. при этом значении } y \text{ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.}$$

$$\text{г) } \frac{4}{x+3} - \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x-3} - 1; \frac{4}{x+3} + \frac{5}{x-3} - \frac{1}{x-3} + 1 = 0, \\ 4(x-3) + 5(x+3) - (x+3) + x^2 - 9 = 0; x^2 + 8x - 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-9) = 25; \\ x = -4 \pm \sqrt{25} = -4 \pm 5; x_1 = -4 + 5 = 1; x_2 = -4 - 5 = -9.$$

При $x_1 = 1$ и $x_2 = -9$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{д) } 3 + \frac{4}{x-1} = \frac{5-x}{x^2-x}; 3 + \frac{4}{x-1} - \frac{5-x}{x(x-1)} = 0; \frac{3(x-1) + 4x - (5-x)}{x(x-1)} = 0, \\ 3x - 3 + 4x - 5 + x = 0; 8x = 8; x = 1.$$

При $x = 1$ $x-1 = 0$, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$\text{е) } \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} = \frac{3y+4}{y^2-2y}; \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} - \frac{3y+4}{y(y-2)} = 0; \\ (y-2)(3y-2) - y - 3y - 4 = 0; 3y^2 - 2y - 6y + 4 - y - 3y - 4 = 0; 3y^2 - 12y = 0; \\ y^2 - 4y = 0; y(y-4) = 0; y_1 = 0; y_2 = 4. \text{ При } y = 0 \text{ знаменатель обращается в ноль,} \\ \text{поэтому данное уравнение имеет только один корень } y = 4, \text{ т.к. при } y = 4 \\ \text{знаменатель в ноль не обращается.}$$

№ 604 (№ 594).

$$\text{а) } 1) \frac{2x-1}{x+6} = 5; \frac{2x-1}{x+6} - 5 = 0; \frac{2x-1-5(x+6)}{x+6} = 0; 2x-1-5x-30 = 0; \\ -3x-31 = 0; 3x = -31; x = -\frac{31}{3} = -10\frac{1}{3};$$

$$2) \frac{2x-1}{x+6} = -3; \frac{2x-1}{x+6} + 3 = 0; 2x-1+3x+18 = 0; 5x = -17; x = -\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5},$$

$$3) \frac{2x-1}{x+6} = 0; 2x-1 = 0; x = \frac{1}{2};$$

$$4) \frac{2x-1}{x+6} = 2; \frac{2x-1}{x+6} - 2 = 0; 2x-1-2(x+6) = 0; 2x-1-2x-12 = 0; -13 \neq 0.$$

Эта функция не равна 2 ни при каких x .

$$\text{б) } 1) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -10; \frac{x^2+x-2}{x+3} + 10 = 0;$$

$$x^2+x-2+10x+30 = 0; x^2+11x+28 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 28 = 9;$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-11 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{-11+3}{2} = -4; x_2 = \frac{-11-3}{2} = -7;$$

$$2) \frac{x^2+x-2}{x+3} = 0; x^2+x-2 = 0; D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1; x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2;$$

$$3) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -5; \frac{x^2+x-2}{x+3} + 5 = 0; x^2+x-2+5x+15 = 0; x^2+6x+13 = 0;$$

$$D = 3^2 - 1 \cdot 13 = 9 - 13 = -4 < 0. \text{ Эта функция не равна } -5 \text{ ни при каких } x$$

$$\text{№ 605 (№595). a) } \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2, \quad \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-6}{x+5} - 2 = 0;$$

$$(x+5)(x-4) + (x-5)(x-6) - 2(x^2 - 25) = 0;$$

$$x^2 - 4x + 5x - 20 + x^2 - 6x - 5x + 30 - 2x^2 + 50 = 0; -10x + 60 = 0; x - 6 = 0; x = 6;$$

$$6) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}; \quad -\frac{1}{x-2} - 1 - \frac{1}{x-2} + \frac{6-x}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$-\frac{2}{x-2} + \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0; \quad \frac{6-x-2(3x+6)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$6-x-6x-12-3x^2+12=0; 3x^2+7x-6=0; D=7^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm 11}{6}; x_1 = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{-7-11}{6} = -3;$$

$$b) \frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}, \quad \frac{7y-3}{y(1-y)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{(7y-3)}{y(y-1)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$7y+3-y+5=0; -8y+8=0; -8(y-1)=0; y-1=0; y=1.$$

При $y=1$ общий знаменатель обращается в ноль, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$r) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}; \quad \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} - \frac{10}{y} = 0,$$

$$3y(y+2)+7y(y-2)-10(y^2-4)=0; 3y^2+6y+7y^2-14y-10y^2+40=0;$$

$$-8y+40=0; y-5=0; y=5;$$

$$d) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}; \quad \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{10}{3} = 0;$$

$$\frac{3(x+3)^2 + 3(x-3)^2 - 10x^2 + 90}{3(x^2-9)} = 0;$$

$$3x^2-18x+27+3x^2-18x+27-10x^2+90=0; -4x^2+144=0; x^2-36=0;$$

$$(x-6)(x+6)=0; x_1=6; x_2=-6;$$

$$e) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}; \quad \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} - \frac{26}{3} = 0;$$

$$3(x+2)(5x+7)-3(x-2)(2x+21)-26(x^2-4)=0;$$

$$15x^2+21+30x+42-6x^2-63x+12x+126-26x^2+104=0;$$

$$-17x^2+272=0; x^2-16=0; (x-4)(x+4)=0; x_1=4; x_2=-4.$$

№ 606 (№596).

$$a) \frac{3y+9}{3y-1} + \frac{2y-13}{2y+5} = 2; \quad \frac{(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1)}{(3y-1)(2y+5)} - 2 = 0;$$

$$(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1) - 2(3y-1)(2y+5) = 0;$$

$$6y^2+18y+15y+45+6y^2-39y-2y+13-12y^2-30y+4y+10=0;$$

$$-34y+68=0; y-2=0; y=2;$$

$$6) \frac{5y+13}{5y+4} - \frac{4-6y}{3y-1} = 3; \quad \frac{(5y+13)(3y-1) - (5y+4)(4-6y)}{(5y+4)(3y-1)} - 3 = 0;$$

$$\begin{aligned}(3y-1)(5y+13)-(5y+4)(4-6y)-3(3y-1)(5y+4)&=0; \\ 15y^2+39y-5y-13-(20y-30y^2+16-24y)-(9y-3)(5y+4)&=0; \\ 15y^2+39y-5y-13-20y+30y^2-16+24y-45y-36y+15y+12&=0; \\ 17y-17=0; y-1=0; y=1;\end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{y+1}{y-5} + \frac{10}{y+5} = \frac{y+1}{y-5} \cdot \frac{10}{y+5};$$

$$\begin{aligned}(y+5)(y+1)+10y-50=10y+10; y^2+y+5y+5+10y-50-10y-10&=0; \\ y^2+6y-55=0; D_1=3^2-1 \cdot (-55)=9+55=64; y=-3 \pm \sqrt{64} &= -3 \pm 8, \\ y_1=-3+8=5; y_2=-3-8=-11.\end{aligned}$$

Поскольку при $y=5$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=-11$ удовлетворяет условию задачи.

$$\text{г) } \frac{6}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{6}{y-4} \cdot \frac{y}{y+2}; \frac{6(y+2) - y(y-4)}{(y-4)(y+2)} = \frac{6y}{(y-4)(y+2)},$$

$$6(y+2)-y(y-4)=6y; 6y+12-y^2+4y=6y; y^2-4y-12=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-12)=16; y=2 \pm \sqrt{16}=2 \pm 4; y_1=2+4=6; y_2=2-4=-2.$$

Поскольку при $y=-2$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=6$ удовлетворяет условию задачи.

$$\text{№ 607 (№597). а) } \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}; \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} - \frac{1}{y} = 0;$$

$$\frac{5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3)}{y(y-2)(y-3)} = 0; 5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3) = 0;$$

$$5y^2-15y-4y^2+8y-y^2+3y+2y-6=0; -2y-6=0; y+3=0; y=-3;$$

$$\text{б) } \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x+3}; \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x+3} = 0;$$

$$\frac{(x+2)(x+3) + 2(x+1)(x+3) - 3 \cdot 2(x+1)(x+2)}{2(x+1)(x+2)(x+3)} = 0;$$

$$(x+2)(x+3) + (2x+2)(x+3) - (6x+6)(x+2) = 0;$$

$$x^2+3x+2x+6+2x^2+6x+2x+6-6x^2-12x-6x-12=0; -3x^2-5x=0; x(3x+5)=0;$$

$$x_1=0; x_2=-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}; \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x-2)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{x(x-2)+x+2-8}{x(x-2)(x+2)} = 0; x^2-2x+x+2-8=0; x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25,$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}; x_1 = \frac{1+5}{2} = 3; x_2 = \frac{1-5}{2} = -2.$$

$x=-2$ не подходит, т.к. при $x=-2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому уравнение имеет один корень $x=3$

$$\text{г) } \frac{10}{y^3-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y}; \frac{10}{y(y-1)(y+1)} - \frac{1}{y(y-1)} - \frac{1}{y+1} = 0;$$

$$\frac{10 - (y+1) - y(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = 0; 10 - y - 1 - y^2 + y = 0; y^2 - 9 = 0; (y-3)(y+3) = 0; y_1 = 3; y_2 = -3;$$

$$д) 1 + \frac{45}{x^2 - 8x + 16} = \frac{14}{x-4}, 1 + \frac{45}{(x-4)^2} - \frac{14}{x-4} = 0; (x-4)^2 + 45 - 14(x-4) = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 + 45 - 14x + 56 = 0; x^2 - 22x + 117 = 0; D_1 = 11^2 - 1 \cdot 117 = 121 - 117 = 4;$$

$$x = 11 \pm \sqrt{4} = 11 \pm 2; x_1 = 11 - 2 = 9; x_2 = 11 + 2 = 13;$$

$$е) \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3; \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3(1-2x+x^2)} - 3 = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 5(x-1) - 4 - 4 \cdot (x-1)^2}{3(x-1)^2} = 0;$$

$$15(x-1) - 4 - 9(x^2 - 2x + 1) = 0; 15x - 15 - 4 - 9x^2 + 18x - 9 = 0; 9x^2 - 33x + 28 = 0;$$

$$D = 33^2 - 4 \cdot 9 \cdot 28 = 1089 - 1008 = 81;$$

$$x = \frac{33 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{33 \pm 9}{18}; x_1 = \frac{33 + 9}{18} = \frac{42}{18} = 2\frac{1}{3}; x_2 = \frac{33 - 9}{18} = \frac{24}{18} = 1\frac{1}{3}.$$

№ 608 (№ 598).

$$а) \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}; \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5} = 0;$$

$$10 + x(x-5) = 3(x+1); 10 + x^2 - 5x = 3x + 3; x^2 - 8x + 7 = 0;$$

$$D = (-4)^2 - 7 \cdot 1 = 16 - 7 = 9; x = 4 \pm \sqrt{9} = 4 \pm 3; x_1 = 4 - 3 = 1; x_2 = 4 + 3 = 7;$$

$$б) \frac{17}{(x-3)(x+4)} - \frac{1}{x-3} = \frac{x}{x+4}; 17 - x - 4 - x(x-3) = 0; 17 - x - 4 - x^2 + 3x = 0;$$

$$x^2 - 2x - 13 = 0; D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-13) = 1 + 13 = 14; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{14};$$

$$в) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{4(x-1)^2 - (x+1)^2 + (x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2} = 0; 4(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) + x^2 - 1 = 0;$$

$$4x^2 - 10x + 2 = 0; 2x^2 - 5x + 1 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17; x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4};$$

$$г) \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1}; \frac{4}{(3x-1)(3x+1)} + \frac{1}{x(3x-1)} - \frac{4}{(3x-1)^2} = 0;$$

$$\frac{4x(3x-1) + (3x+1)(3x-1) - 4x(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)} = 0; 4x(3x-1) + 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x = 0;$$

$$9x^2 - 8x - 1 = 0; D_1 = (-4)^2 - 9 \cdot (-1) = 16 + 9;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{25}}{9} = \frac{4 \pm 5}{9}; x_1 = \frac{4 + 5}{9} = 1; x_2 = \frac{4 - 5}{9} = -\frac{1}{9}.$$

$$№ 609 (№ 599). а) \frac{21}{x+1} = \frac{16}{x-2} - \frac{6}{x}; \frac{21}{x+1} - \frac{16}{x-2} + \frac{6}{x} = 0;$$

$$\frac{21x(x-2)-16x(x+1)+6(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)}=0;$$

$$21x^2-42x-16x^2-16x+6(x^2-2x+x-2)=0; 11x^2-64x-12=0;$$

$$D_1=(-32)^2-11 \cdot (-12)=1024+132=1156;$$

$$x=\frac{32 \pm \sqrt{1156}}{11}=\frac{32 \pm 34}{11}; x_1=\frac{32-34}{11}=-\frac{2}{11}; x_2=\frac{32+34}{11}=\frac{66}{11}=6$$

$$6) \frac{2}{y^2-3y}-\frac{1}{y-3}=\frac{5}{y^3-9y}; \frac{2}{y(y-3)}-\frac{1}{y-3}-\frac{5}{y(y-3)(y+3)}=0$$

$$\frac{2(y+3)-y(y+3)-5}{y(y-3)(y+3)}=0; 2y+6-y^2-3y-5=0; y^2+y-1=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-1)=5; y_{1,2}=\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$$

$$8) \frac{18}{4x+4x+1}-\frac{1}{2x^2-x}=\frac{6}{4x^2-1}; \frac{18}{(2x+1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}-\frac{6}{(2x-1)(2x+1)}=0$$

$$\frac{18x(2x-1)-(2x+1)^2-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)}=0; 36x^2-18x-(4x^2+4x+1)-12x^2-6x=0;$$

$$20x^2-28x-1=0; D=(-14)^2-20 \cdot (-1)=196+20=216;$$

$$x=\frac{14 \pm \sqrt{216}}{20}=\frac{14 \pm 6\sqrt{6}}{20}; x=\frac{2(7 \pm 3\sqrt{6})}{20}=\frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}.$$

$$\text{№ 610 (н). а) } 1+\frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}}=1\frac{7}{24}; \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}}=\frac{7}{24};$$

$$3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}=\frac{24}{7}; \frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}=\frac{3}{7}; 2+\frac{1}{5-x^2}=\frac{7}{3};$$

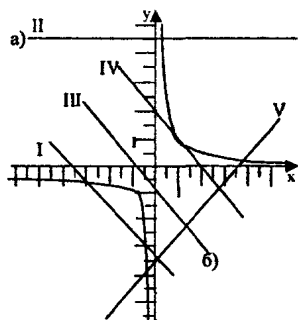
$$\frac{1}{5-x^2}=\frac{1}{3}; 5-x^2=3; x^2=2; x=\pm\sqrt{2};$$

$$6) 1-\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}}=\frac{3}{5}; \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}}=\frac{2}{5}; 2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}=\frac{5}{2},$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}=\frac{1}{2}; 1+\frac{1}{10-x^2}=2; \frac{1}{10-x^2}=1; 10-x^2=1; x^2=9; x=\pm 3$$

$$\text{№ 612 (626). } \frac{1}{x}=ax+b; \text{строим графики: } y=\frac{1}{x} \text{ и } y=ax+b.$$

Из рисунка определяем, что
 для I прямой: у уравнения два корня;
 для II прямой: у уравнения один корень;
 для III прямой: у уравнения нет корней;
 для IV прямой: у уравнения один корень;
 для V прямой: у уравнения два корня.



Упражнения для повторения

№ 613 (№600). $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$.

Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$; получаем:

$$(3 + \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}))^2 = (3 + \sqrt{5} - 3 + \sqrt{5})^2 = \\ = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20. \text{ Ответ: } 20.$$

№ 614 (№601). 1) $A(1,5; 7,25)$; $7,25 = (1,5)^2 + 2 \cdot 1,5 + 5$; $7,25 = 2,25 + 3 + 5 = 10,25$; $7,25 \neq 10,25$; следовательно, точка A не принадлежит графику данной функции.

2) $B(-3,2; 9)$; $9 = (-3,2)^2 + 2 \cdot (-3,2) + 5$; $9 = 10,24 - 6,4 + 5 = 8,84$;

$9 \neq 8,84$; следовательно, точка B не принадлежит графику данной функции.

3) $C(\sqrt{3} - 1; 7)$; $7 = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2(\sqrt{3} - 1) + 5$;

$7 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2 + 2\sqrt{3} - 2 + 5$; $7 = 3 + 1 + 5 - 2$; $7 = 7$, следовательно, точка C принадлежит графику данной функции.

$$\text{№ 615 (№602). а) } \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} = \\ = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \\ = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{y};$$

$$\text{б) } \sqrt{x} - \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \\ \sqrt{x} - \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \\ \sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{y}.$$

№ 616 (№603).

а) $a^2 + b^2 > 0$ при $a > 0$, $3ab < 0$, т.к. $a > 0$, $b > 0$, следовательно, $\frac{3ab}{a^2 + b^2} < 0$.

б) При $a < 0$ и $b < 0$, $a + b < 0$ и $5a^3b^2 < 0$, следовательно, $\frac{5a^3b^2}{a + b} > 0$.

26. Решение задач с помощью рациональных уравнений

№ 617 (№604). Обозначим за x и $(x+3)$ – числитель и знаменатель дроби, тогда $(x+7)$ и $(x+8)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{2}$. Составляем уравнение:

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}; 2(x+3)(x+7) - 2x(x+8) = (x+8)(x+3);$$

$$2x^2 + 14x + 6x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 3x - 8x - 24 = 0; x^2 + 7x - 18 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-7 \pm 11}{2}; x_1 = \frac{-7 + 11}{2} = 2; x_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9$$

1) При $x = -9$: $\frac{x}{x+3} = \frac{-9}{-9+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ — не подходит;

2) При $x = 2$: $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5}$. Ответ: $\frac{2}{5}$.

№605. (с). Обозначим за x и $(x-5)$ — знаменатель и числитель дроби, тогда $(x-7)$ и $(x+16)$ — числитель и знаменатель новой дроби. Разность

дробей составляет $\frac{1}{3}$. Составляем уравнение: $\frac{x-5}{x} - \frac{x}{x+16} = \frac{1}{3}$

$$\frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} - \frac{1}{3} = 0;$$

$$3(x+16)(x-5) - 3x(x-7) - x(x+16); 3x^2 - 15x + 48x - 240 - 3x^2 + 21x - x^2 - 16x = 0;$$

$$x^2 - 38x + 240 = 0; D_1 = (-19)^2 - 1 \cdot 240 = 361 - 240 = 121;$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{1} = 19 \pm 11; x_1 = 19 + 11 = 30; x_2 = 19 - 11 = 8.$$

1) При $x = 30$: $\frac{x-5}{x} = \frac{30-5}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ — не подходит;

2) При $x = 8$: $\frac{x-5}{x} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$. Ответ: $\frac{3}{8}$.

№ 618 (№606). Обозначим за x км/ч и $(x+20)$ км/ч — скорость первого и

второго автомобилей, тогда $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время, затраченное первым ав-

томобилем на путь из города в село, $\left(\frac{120}{x+20}\right)$ ч — время, затраченное на

этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0; x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500; x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50,$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит); } x_2 = -10 + 50 = 40; \text{ тогда } x + 20 = 60$$

Ответ: 40 км/ч — скорость первого автомобиля, 60 км/ч — скорость второго автомобиля.

№607. (с). Обозначим за x км/ч и $(x-32)$ км/ч — скорости мотоциклиста и

велосипедиста, тогда $\left(\frac{45}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{45}{x-32}\right)$ ч — время, затраченное мото-

циклистом и велосипедистом на путь из А в В. Мотоциклист был в пути на 1 ч 36 мин меньше: $1\text{ч } 36\text{ мин} = 1\frac{3}{5}\text{ч} = \frac{8}{5}\text{ч}$. Составляем уравнение:

$$\frac{45}{x-32} - \frac{45}{x} = \frac{8}{5}; 5 \cdot 45x - 5 \cdot 45(x-32) = 8x(x-32);$$

$$225x - 225x + 7200 - 8x^2 + 256x = 0; x^2 - 32x - 900 = 0;$$

$$D_1 = 16^2 - 1(-900) = 256 + 900 = 1156; x = 16 \pm \sqrt{1156} = 16 \pm 34;$$

$$x_1 = 16 - 34 = -18 \text{ (не подходит)}; x_2 = 16 + 34 = 50; \text{отсюда } x - 32 = 18.$$

Ответ: 18 км/ч.

№ 619 (№ 608). Обозначим за x км/ч и $(x+2)$ км/ч – скорость первого и второго лыжника, тогда $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{20}{x+2}\right)$ ч – время, затраченное пер-

вым автомобилем на путь из города в село, χ – время, затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0; x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1(-2400) = 100 + 2400 = 2500; x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50;$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит)}; x_2 = -10 + 50 = 40; \text{тогда } x + 20 = 60.$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№ 620 (№ 609). Обозначим x км/ч и $(x-10)$ км/ч – скорости первого и второго автомобилей. Первый автомобиль затратил на весь путь

$\left(\frac{560}{x}\right)$ ч, второй – $\left(\frac{560}{x-10}\right)$. Поскольку первый автомобиль приезжает

на час раньше второго, то $\frac{560}{x-10} - \frac{560}{x} = 1; 560 - 560(x-10) = x(x-10);$

$$x^2 - 10x - 5600 = 0; D_1 = (-5)^2 + 1 \cdot (-5600) = 5625 = 75^2; x = 5 \pm 75;$$

$$x_1 = 5 - 75 = -70 \text{ не подходит, значит } x_2 = 5 + 75 = 80, x - 10 = 70.$$

Ответ: скорости первого и второго автомобиля равны 80 км/ч и 70 км/ч, соответственно.

№ 621 (№ 610). Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч – скорость поезда

по расписанию и фактическую скорость поезда, тогда $\left(\frac{720}{x}\right)$ ч и

$\left(\frac{720}{x+10}\right)$ ч – время на данном участке пути по расписанию и фактическое время на этом участке.

Запишем уравнение: $\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1; 720(x+10) - 720x = x(x+10);$

$$x^2 - 10x - 7200 = 0; D_1 = 5^2 + 7200 = 7225 = 85^2; x = -5 \pm 85;$$

$x = -5 - 85 = -90$ не подходит, значит $x = -5 + 85 = 80$

Ответ: скорость поезда по расписанию равна 80 км/ч.

№ 622. (н). Пусть площадь поля с пшеницей равна x (га) Урожайность

пшеницы в прошлом году — $\frac{192}{x}$. Тогда $\frac{192}{x} = \frac{192}{x-0,4} - 2$,

$$\frac{192}{x} = \frac{192 - 2x + 0,8}{x - 0,4}; 192x - 76,8 = 191,8x - 2x^2;$$

$$2x^2 - 0,8x - 76,8 = 0; D = 0,64 + 4 \cdot 2 \cdot 76,8 = 615,04 = 24,8^2;$$

$$x_{1,2} = \frac{0,8 \pm 24,8}{4} \Rightarrow x = 6,4; \frac{192}{x} = 30 \text{ у/га.}$$

Ответ: 30 центнеров с гектара.

№ 623. (н). Пусть x (р) — стоимость билета лотереи "Надежда"

$$\text{Тогда } \frac{240}{x} = \frac{240}{x-5} - 4 = \frac{250-4x}{x-5}; 240x - 1200 = 260x - 4x^2,$$

$$4x^2 - 20x - 1200 = 0; x^2 - 5x - 300 = 0;$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 300 = 1225 = 35^2; x = \frac{5 \pm 35}{2}; x_1 = 20; x_2 = -15$$

Итак, $x = 20$ (р).

Ответ: 20 рублей.

№ 624. (н). Пусть цена акций на данный момент — x (р).

$$\text{Тогда } \frac{110000}{x} = \frac{110000}{x+50} + 20; \frac{110000}{x} = \frac{110000 + 20x}{x+50},$$

$$110000x + 5500000 = 111000x + 20x^2; 20x^2 + 1000x - 5500000 = 0;$$

$$x^2 + 50x - 275000 = 0; D = 50^2 + 4 \cdot 275000 = 11025000 = 1050^2$$

$$x = \frac{-50 \pm 1050}{2} \Rightarrow x = 500. \frac{110000}{500} = 220 \text{ акций приобрел предприниматель.}$$

Ответ: 220 акций.

№ 625. (н). Пусть обедало x человек. Тогда $\frac{175}{x} = \frac{175}{x-2} - 10$,

$$\frac{35}{x} = \frac{35}{x-2} - 2 = \frac{39-2x}{x-2}; 35x - 70 = 39x - 26x^2; 2x^2 - 4x - 40 = 0;$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0; D = 4 + 4 \cdot 35 = 144 = 12^2; x = \frac{2 \pm 12}{2} \Rightarrow x = 7$$

Ответ: 7 человек.

№ 626. (н). Пусть в отделе x сотрудников. Тогда $\frac{7200}{x} = \frac{7200}{x-3} + 200$,

$$\frac{36}{x} = \frac{36}{x-3} + 1 = \frac{33+x}{x-3}; 36x - 108 = 33x + x^2; x^2 - 3x - 108 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 108 = 441; x = \frac{3 \pm 21}{2}; x = 12. \quad \text{Ответ: 12 сотрудников}$$

№ 627 (№ 611). Обозначим за x км/ч и $(x - 2)$ скорость движения лодки по озеру и скорость лодки против течения реки. Тогда турист затратил $\left(\frac{15}{x}\right)$ ч на передвижение по озеру и $\left(\frac{6}{x-2}\right)$ — на передвижение по реке.

Поскольку по озеру он двигался на час больше, то: $\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1$,

$$15(x-2) - 6x = x(x-2); x^2 - 11x + 30 = 0; D = 121 - 120 = 1;$$

$$x = \frac{11 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{11-1}{2} = 5; x_2 = \frac{11+1}{2} = 6.$$

Ответ: скорость лодки по озеру равна 5 км/ч или 6 км/ч.

№ 628 (№ 612). Обозначим за x км/ч и $(x + 15)$ км/ч — скорость течения реки и скорость лодки по течению; $(15 - x)$ км/ч — скорость лодки против течения. По течению лодка двигалась $\left(\frac{35}{x+15}\right)$ ч, а против течения

— $\left(\frac{25}{15-x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{35}{x+15} = \frac{25}{15-x}$;

$$35(15-x) = 25(x+15); 525 - 35x = 25x + 175; x = 2,5.$$

Ответ: скорость течения реки равна 2,5 км/ч.

№ 629 (№ 613). Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда скорость катера против течения равна $(20 - x)$ км/ч, по течению — $(x + 20)$

км/ч. Весь путь катер проплыл за 3 часа. Тогда: $\frac{22}{x+20} + \frac{36}{20-x} = 3$;

$$22(20-x) + 36(x+20) = 3(20-x)(20+x);$$

$$440 + 720 - 22x + 36x - 1200 + 3x^2 = 0; 3x^2 + 14x - 40 = 0;$$

$$D_1 = 49 + 3 \cdot 40 = 169 = 13^2;$$

$$x = \frac{-7 \pm 13}{3}; x = \frac{-7-13}{3} = -\frac{20}{3} \text{ не подходит, значит } x = \frac{-7+13}{3} = 2$$

Ответ: скорость течения равна 2 км/ч.

№ 614. (с). Пусть весь объем работы равен 1, производительности штукатуров обозначим за n_1 и n_2 , время выполнения работы каждым из штукатуров — t_1 ч и t_2 ч. Тогда $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 - t_2 = 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0$; $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$;

$t_2 = \frac{7 \pm 13}{2}$; $t = \frac{7-13}{2} = -3$ не подходит, значит $t = \frac{7+13}{2} = 10$, следовательно, $t_1 = 15$. Ответ: первый выполнил бы все работы за 15 ч. а второй — за 10 ч.

№ 615. (с). Пусть весь объем работы равен 1, производительности труда у рабочих равны n_1 и n_2 , время выполнения всей работы первым рабочим равно t_1 ч, вторым — t_2 ч; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{(t_2 + 10)t_2}{2t_2 + 10} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ t_2^2 - 14t_2 - 120 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $D_1 = 49 + 120 = 169 = 13^2$; $t_2 = 7 \pm 13$
 $t_2 = 7 - 13 = -6$ не подходит, значит $t_2 = 7 + 13 = 20$, следовательно, $t_1 = 30$
 Ответ: первый сделал бы всю работу за 30 дней, а второй — за 20 дней.

№ 617. (с). Обозначим за x км/ч и $(x + 4)$ км/ч — скорости первого и второго поезда. Весь путь поезда прошли за $\left(\frac{360}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{360}{x+4}\right)$ ч, соответственно. Учитывая, что первый поезд вышел на час раньше второго,

записываем уравнение: $\frac{360}{x+4} = \frac{360}{x} - 1$;

$x^2 - 4x - 1440 = 0$; $D_1 = 4 + 1440 = 1444 = 38^2$; $x = -2 \pm 38$;
 $x = -2 - 38 = -40$ не подходит, значит $x = -2 + 38 = 36$, $x + 4 = 40$
 Ответ: скорость первого поезда равна 36 км/ч, второго — 40 км/ч

№ 630. (н). Пусть первоначальная масса раствора x грамм.

Тогда $\frac{30}{x} = \frac{30}{x+100} + 0,01 = \frac{31+0,01x}{x+100}$; $30x + 3000 = 31x + 0,01x^2$,

$0,01x^2 + x - 3000 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 0,01 \cdot 3000 = 121$; $x = \frac{-1 \pm 11}{0,02}$; $x = 500$

Ответ: 500 г

№ 631. (н). Пусть в сплаве было x грамм серебра.

Тогда $\frac{40}{x+40} = \frac{90}{x+90} - 0,2 = \frac{72-0,2x}{x+90}$.

$40x + 3600 = 72x + 2880 - 0,2x^2 - 8x$; $0,2x^2 - 24x + 720 = 0$;
 $x^2 - 120x + 3600 = 0$; $(x - 60)^2 = 0$; $x = 60$. Ответ: 60 грамм.

№ 632 (№ 616). Пусть весь объем работы равен 1. Производительности труда у бригад равны n_1 и n_2 , t_1 и t_2 — время выполнения всей работы

каждой бригадой в отдельности; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$. Запишем систему

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 - 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$; $t_2 = \frac{7 \pm 13}{2}$,

$t_2 = -3$ не подходит, значит $t_2 = \frac{7+13}{2} = 10$, следовательно, $t_1 = 15$.

Ответ: первая бригада сделала бы всю работы за 15 дней, а вторая — за 10 дней.

№ 633 (н). Пусть мощность первого автомата x деталей в час, второго —

y деталей в час. За 2 часа 55 минут два автомата изготовят $2\frac{11}{12}(x+y)$

деталей. Первый автомат изготовил это количество деталей за

$$\frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x} \text{ часов, второй — за } \frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{y} \text{ часов.}$$

$$\frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x} = \frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{y} + 2; \quad 2\frac{11}{12} + 2\frac{11}{12} \frac{y}{x} = 2\frac{11}{12} + 2\frac{11}{12} \frac{x}{y} + 2;$$

Пусть $\frac{x}{y} = t$, тогда $2\frac{11}{12}t + 2 = \frac{2\frac{11}{12}}{t}; \quad 2\frac{11}{12}t^2 + 2t = 2\frac{11}{12};$

$$2\frac{11}{12}t^2 + 2t - 2\frac{11}{12} = 0; \quad D = 4 + 4\left(2\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{5476}{144} = \left(\frac{74}{12}\right)^2 = \left(\frac{37}{6}\right)^2;$$

$$t = \frac{-2 \pm \frac{37}{6}}{2 \cdot 2\frac{11}{12}}; \quad t = \frac{\frac{25}{6}}{\frac{35}{6}} = \frac{5}{7}; \quad \frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x} = 2\frac{11}{12} + \frac{2\frac{11}{12}}{t} = \frac{35}{12} + \frac{35}{12} \cdot \frac{7}{5} = 7.$$

Ответ: за 7 часов.

№ 634. (н). Пусть первоначальная скорость велосипедиста v км/ч.

Тогда $\frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v+5}} = 12; \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{v+5} = \frac{1}{6}; \quad \frac{2v+5}{v^2+5v} = \frac{1}{6};$

$$12v + 30 = v^2 + 5v; \quad v^2 - 7v - 30 = 0; \quad D = 49 + 4 \cdot 30 = 169 = 13^2;$$

$$v = \frac{7 \pm 13}{2} \Rightarrow v = 10 \text{ км/ч.} \quad \text{Ответ: 10 км/ч.}$$

№ 635. (н). Пусть скорость мотоциклиста на первой половине пути равна v км/ч. Тогда

$$\frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v-20}} = 37,5; \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{v-20} = \frac{4}{75}; \quad \frac{2v-20}{v^2-20v} = \frac{4}{75};$$

$$150v - 1500 = 4v^2 - 80v; \quad 4v^2 - 230v + 1500 = 0; \quad 2v^2 - 115v + 750 = 0;$$

$$D = 115^2 - 4 \cdot 2 \cdot 750 = 7225 = 85^2; \quad v = \frac{115 \pm 85}{4}; \quad v = 50 \text{ или } v = 7,5.$$

Так как $v-20 > 0$, то $v = 50$ (км/ч). Ответ: 50 км/ч.

Упражнения для повторения

№ 636 (№618). а)
$$\frac{1}{11+2\sqrt{30}} + \frac{1}{11-2\sqrt{30}} = \frac{11-2\sqrt{30}+11+2\sqrt{30}}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} =$$

$$= \frac{22}{11^2 - (2\sqrt{30})^2} = \frac{22}{121-120} = 22. \text{ Тожество доказано.}$$

б)
$$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4}{(\sqrt{5})^2 - 4} = 18. \text{ Тожество доказано.}$$

№ 637 (№619). а) Подставим $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$:

$$\frac{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}} = \frac{5^2 - (2\sqrt{6})^2}{10} = \frac{25-24}{10} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

б) Подставим $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$:
$$\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{3})^2 + (\sqrt{11}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{11+2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}+3+11-2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}+3}{(\sqrt{11})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{28}{8} = 3,5.$$

№ 638 (№620). Обозначим за x_1 и x_2 — 0 корни данного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1+x_2=10$, а по условию $x_1-x_2=6$. Получаем систему уравнений: $\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = 10, \end{cases}$ откуда $x_1=8$, $x_2=2$.

По теореме Виета: $q=x_1x_2=8 \cdot 2=16$. Ответ: 16.

№ 639 (№621). а) По условию задачи: $x_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$; $x_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

по теореме Виета: $x_1+x_2=-b$; $x_1 \cdot x_2=c$;

$$b = -\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\sqrt{3};$$

$$c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

Искомое уравнение: $x^2 - \sqrt{3}x + \frac{1}{2} = 0$.

б) По условию задачи: $x_1=2-\sqrt{3}$; $x_2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$;

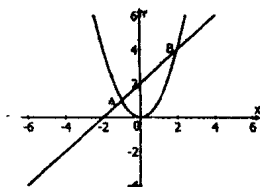
по теореме Виета: $b=-(x_1+x_2) = -\left(2-\sqrt{3} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}\right) =$

$$= -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1}\right) =$$

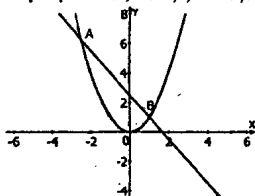
$$= -(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = -4; c = x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 1.$$

Искомое уравнение: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

№622 (с). а) $x^2 = x + 2$; строим графики: $y = x^2$; $y = x + 2$; $x_1 = -1$; $x_2 = 2$;



б) $x^2 + 1,5x - 2,5 = 0$; строим графики: $y = x^2$; $y = -1,5x + 2,5$; $x_1 = -2,5$; $x_2 = 1$.



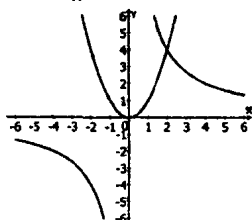
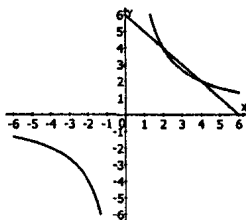
№624 (с).

а) $\frac{8}{x} = x + 6$; строим графики

б) $\frac{8}{x} = x^2$; строим графики

$y = \frac{8}{x}$ и $y = x + 6$; находим: $x_1 = 2$; $x_2 = 4$;

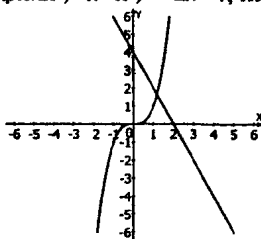
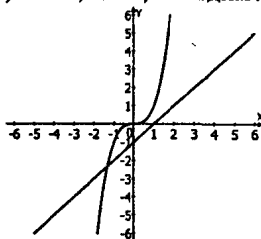
$y = x^2$ и $y = \frac{8}{x}$; находим: $x = 2$.



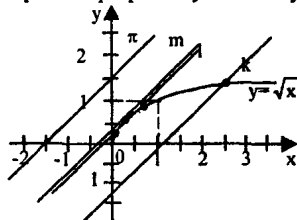
№627 (с).

а) $x^3 - x + 1 = 0$; строим графики $y = x^3$ и $y = x - 1$; находим $x \approx -1,3$;

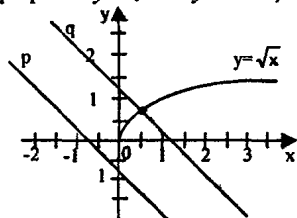
б) $x^3 + 2x - 4 = 0$; $x^3 = -2x + 4$; строим графики $y = x^3$ и $y = -2x + 4$; находим $x \approx 1,2$



№628 (с). а) $\sqrt{x} = x+b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = x+b$;



б) $\sqrt{x} = -x+b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = -x+b$;



Из рисунков находим ответ:

а) При $b < 0$: у уравнения один корень – прямая k ; при $b \geq 0$: у уравнения два корня – прямая l ; один корень – прямая m ; нет корней – прямая π

б) При $b < 0$: нет корней – прямая p ; при $b \geq 0$: у уравнения один корень – прямая q .

27. Уравнения с параметром

№ 640. (н). $bx + 2x = 3b + 6$; $x(b + 2) = 3(b + 2)$

Если $b = -2$, то x – любое действительное число. Если $b \neq -2$, то $x = 3$.

№ 641. (н). а) $py - p - 1 = 0$; $py = p + 1$ При $p \neq 0$ $y = \frac{p+1}{p}$.

При $p = 0$ нет решений.

б) $py - 3y - 4p + 12 = 0$; $y(p - 3) = 4(p - 3)$

При $p \neq 3$ $y = 4$, при $p = 3$ y – любое число.

№ 642. (н). $ax - 2x = a^3 - 2a^2 - 9a + 18$;

$x(a - 2) = a^2(a - 2) - 9(a - 2) = (a - 2)(a^2 - 9)$;

При $a = 2$ x – любое число, при $a \neq 2$ $x = a^2 - 9$.

№ 643. (н). $D = 16 - 8b$. Таким образом, $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8b}}{4}$ при $b \leq 2$, $x = 1$

при $b = 2$, нет корней при $b > 2$.

№ 644. (н). а) $D = 25a^2 - 4 \cdot 4a^2 = 9a^2$; $x = \frac{5a \pm 3a}{2}$; $x_1 = 4a$, $x_2 = a$

б) $D = 100a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3a^2 = 64a^2$; $x = \frac{10a \pm 8a}{6}$; $x_1 = 3a$; $x_2 = \frac{1}{3}a$.

№ 645. (н). а) $D = t^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 0$; $t^2 = 36$; $t = \pm 6$;

б) $D = t^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 = 0$; $t^2 = 400$; $t = \pm 20$; в) $D = 36 - 4t = 0$; $t = 9$;

$$r) D = 1 + 4 \cdot 2t = 0; t = -\frac{1}{8}.$$

№ 646. (н).

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = a^2 - 2(a-3) = a^2 - 2a + 6 = (a-1)^2 + 5$$

$x_1^2 + x_2^2$ принимает наименьшее значение, равное 5, при $a = 1$.

№ 647. (н). При $a \neq 1$: $D = 4a^2 - 4(a-1)(a+1) = 4$;

$$x = \frac{-2a \pm 2}{2(a-1)}; x_1 = -\frac{a+1}{a-1}, x_2 = -1. \text{ При } a = 1, x = -1.$$

№ 648. (н). $D = (4k+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2k^2 + k - 3) = 16k^2 + 8k + 1 - 16k^2 - 8k + 24 = 25$;

$$x = \frac{4k+1 \pm 5}{2}; x_1 = 2k-2; x_2 = 2k+3.$$

№ 649. (н). $x_1 + x_2 = 2b - 1 = 7; b = 4$.

Дополнительные упражнения к главе III

К параграфу 8

№ 633. (с). а) $(x-3)(x^2+3x+9)=x(x-8)(x+9); x^3-27=x(x^2+9x-8x-72);$

$x^3-27=x^3+9x^2-8x^2-72x; x^2-72x+27=0$ – квадратное уравнение;

б) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0; (y^3-343)-y(y^2-7y+8y-56)=0;$

$y^2-56y+343=0$ – квадратное уравнение;

в) $(2x-1)(2x+1)+(x-3)^2=17; 4x^2-1+x^2-6x+9-17=0;$

$5x^2-6x-9=0$ – квадратное уравнение;

г) $(4x+1)^2=2x(x-6)-1=0; 16x^2+8x+1-2x^2+12x-1=0; 14x^2+20x=0;$

$7x^2+10x=0$ – квадратное уравнение.

№ 634. (с). а) $y^2-36=0; (y-6)(y+6)=0; y_1=6; y_2=-6;$

$$б) \frac{1}{3}y^2 - \frac{8}{27} = 0; 3\left(\frac{1}{3}y^2\right) = 3\left(\frac{8}{27}\right); y^2 = \frac{8}{9}; y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$в) -0,2y^2+45=0; 0,2y^2=45; y^2 = \frac{45 \cdot 10}{2} = 225; y_{1,2} = \pm\sqrt{225} = \pm 15;$$

$$г) -\frac{3}{7}y^2+2\frac{1}{3}=0; \frac{3}{7}y^2 = \frac{7}{3}; y^2 = \frac{49}{9}; y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{49}{9}} = \pm\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

№ 635. (с). а) $8x^2-3x=0; x(8x-3)=0; x_1=0; 8x_2=3; x_2=\frac{3}{8};$

$$б) -2x^2+5x=0; x(2x-5)=0; x_1=0; 2x_2=5; x_2=\frac{5}{2};$$

в) $x^3+x=0; x(x^2+1)=0;$

1) $x_1=0$; 2) $x^2+1=0$ – решений не имеет, т.к. $D=-4<0$;

г) $2x^3-50x=0; 2x(x^2-25)=0; 1) x_1=0; 2) x=25; x_{2,3} = \pm 5.$

№ 650 (№ 636). а) $(x+2)^2+(x-3)^2=13; x^2+4x+4+x^2-6x+9-13=0;$

$2x^2-2x=0; x(x-1)=0; x_1=0; x_2=1;$

б) $(3x-5)^2-(2x+1)^2=24; 9x^2-30x+25-4x^2-4x-1-24=0; 5x^2-34x=0;$

$x(5x-34)=0; 1) x_1=0; 2) 5x_2=34; x_2=6,8;$

$$в) (x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25); x^3-64+28=x^3-25x^2; 25x^2-36=0; x^2-\frac{36}{25}=0;$$

$$x^2=\frac{36}{25}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{36}{25}}; x_{1,2}=\pm\frac{6}{5}=\pm1\frac{1}{5};$$

$$г) (2x+1)(4x^2-2x+1)-1=1, 6x^2(5x-2); 8x^3+1-1=8x^3-3, 2x^2; 3, 2x^2=0; x=0.$$

$$\text{№ 651 (№ 637). а) } x^2=a; 1) \text{ если } a \geq 0, \text{ то } x_{1,2}=\pm\sqrt{a};$$

$$2) \text{ если } a < 0, \text{ то уравнение не имеет корней;}$$

$$б) x^2=a^2; x_{1,2}=\pm\sqrt{a^2}=\pm|a|=\pm a;$$

$$в) x^2+4b=0; x^2=-4b; 1) \text{ если } b \leq 0, \text{ то } x_{1,2}=\pm\sqrt{-2b};$$

$$2) \text{ если } b > 0, \text{ то уравнение не имеет корней;}$$

$$г) x^2+9b^2=0; x^2=-9b^2. \text{ Если } b \neq 0, \text{ то уравнение не имеет корней, так как } x^2 \geq 0 \text{ при всех } x, a-b^2 < 0. \text{ Если } b=0, \text{ то у уравнений один корень } x=0.$$

$$\text{№ 638. (с). а) } x^2-16x+48=0; x^2-2 \cdot 8x+64-64+48=0; (x-8)^2=16; x-8=\pm\sqrt{16}=\pm 4;$$

$$1) x-8=4; x_1=12; 2) x-8=-4; x_2=4;$$

$$б) x^2+12x+27=0; x^2+2 \cdot 6x+36=36-27; (x+6)^2=0; x+6=\pm\sqrt{9}=\pm 3;$$

$$1) x+6=3; x_1=-3; 2) x+6=-3; x_2=-9;$$

$$в) x^2+10x-39=0; x^2+2 \cdot 5x+25=25+39; (x+5)^2=64; x+5=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x+5=8; x_1=3; 2) x+5=-8; x_2=-13;$$

$$г) x^2-6x-55=0; x^2-2 \cdot 3x+9=9+55; (x-3)^2=64; x-3=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x-3=8; x_1=11; 2) x-3=-8; x_2=-5;$$

$$д) x^2+7x-18=0; x^2+2 \cdot \frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=18+\left(\frac{7}{2}\right)^2;$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{121}{4}; x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{121}{4}}=\pm\frac{11}{2};$$

$$1) x+\frac{7}{2}=\frac{-11}{2}; x_1=\frac{-11}{2}-\frac{7}{2}; x_1=-9; 2) x+\frac{7}{2}=\frac{11}{2}; x_2=\frac{11}{2}-\frac{7}{2}=2;$$

$$е) x^2-11x+28=0; x^2-2 \cdot \frac{11}{2}x+\left(\frac{11}{2}\right)^2=\left(\frac{11}{2}\right)^2-28;$$

$$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2=\frac{9}{4}; x-\frac{11}{2}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2};$$

$$1) x-\frac{11}{2}=\frac{-3}{2}; x_1=\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}; x_1=4; 2) x-\frac{11}{2}=\frac{3}{2}; x_2=\frac{11}{2}+\frac{3}{2}; x_2=7;$$

$$ж) 2x^2-5x+2=0; x^2-\frac{5}{2}x+1=0;$$

$$x^2-2 \cdot \frac{5}{4}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2-1; \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}; x-\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4};$$

$$1) x - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}; x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_1 = 2; 2) x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}; x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_2 = \frac{1}{2};$$

$$3) 3x^2 - x - 70 = 0; x^2 - \frac{x}{3} - \frac{70}{3} = 0; x^2 - 2 \cdot \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{70}{3};$$

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{841}{36}; x - \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{841}{36}};$$

$$1) x - \frac{1}{6} = \frac{-29}{6}; x_1 = \frac{-28}{6} = -4\frac{2}{3}; 2) x - \frac{1}{6} = \frac{29}{6}; x_2 = 5.$$

№ 652 (№ 639).

$$a) a^2 + 4a + 11 = (a^2 + 4a + 4) - 4 + 11 = (a+2)^2 + 7 > 0 \text{ при всех значениях } a;$$

$$б) \frac{x^2 - 2x + 7}{19} = \frac{(x^2 - 2x + 1) + 6}{19} = \frac{(x-1)^2}{19} > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$в) m^2 - 4m + 51 = (m^2 - 4m + 4) - 4 + 51 = (m-2)^2 + 47 > 0 \text{ при всех значениях } m;$$

$$г) \frac{p^2 - 6p + 18}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 6p + 9 + 9}{p^2 + 1} = \frac{(p-3)^2 + 9}{p^2 + 1} > 0, \text{ т.к. } (p-3)^2 + 9 > 0 \text{ при}$$

всех значениях } p.

$$\text{№ 653 (№ 640). а) } x^2 - 8x + 27 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 27 = (x-4)^2 + 11;$$

$$(x-4)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (x-4)^2 + 11 \geq 11 \text{ и } (x-4)^2 + 11 = 11 \text{ при } x=4.$$

$$б) a^2 - 4a + 20 = (a^2 - 4a + 4) + 16 = (a-2)^2 + 16;$$

$$(a-2)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (a-2)^2 + 16 \geq 16 \text{ и } (a-2)^2 + 16 = 16 \text{ при } a=2.$$

$$\text{№ 654 (№ 641). а) } 4x^2 + 7x + 3 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1;$$

$$x = \frac{-7 \pm 1}{8}; x_1 = \frac{-7+1}{8} = -\frac{3}{4}; x_2 = \frac{-7-1}{8} = -1;$$

$$б) x^2 + x - 56 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{-1+15}{2} = 7; x_2 = \frac{-1-15}{2} = -8;$$

$$в) x^2 - x - 56 = 0; D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{1+15}{2} = 8; x_2 = \frac{1-15}{2} = -7;$$

$$г) 5x^2 - 18x + 16 = 0; D_1 = (-9)^2 - 5 \cdot 16 = 81 - 80 = 1;$$

$$x = \frac{9 \pm 1}{5}; x_1 = \frac{9-1}{5} = 1\frac{3}{5}; x_2 = \frac{9+1}{5} = 2;$$

$$д) 8x^2 + x - 75 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-75) = 1 + 2400 = 2401;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 8} = \frac{-1 \pm 49}{16}; x_1 = \frac{-1+49}{16} = 3; x_2 = \frac{-1-49}{16} = -\frac{50}{16} = -3\frac{1}{8};$$

$$е) 3x^2 - 11x - 14 = 0; D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 121 + 168 = 289;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 17}{6}; x_1 = \frac{11+17}{6} = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3}; x_2 = \frac{11-17}{6} = -1;$$

$$ж) 3x^2 + 11x - 34 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-34) = 121 + 408 = 529;$$

$$x = \frac{-11 \pm 23}{6}; x_1 = \frac{-11 + 23}{6} = 2; x_2 = \frac{-11 - 23}{6} = -\frac{34}{6} = -5\frac{2}{3};$$

$$3) x^2 - x - 1 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5; x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№ 655 (№ 642). а) $(5x+3)^2 = 5(x+3); 25x^2 + 30x + 9 = 5x + 15; 25x^2 + 25x - 6 = 0;$
 $D = 25^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-6) = 625 + 600 = 1225;$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 25} = \frac{-25 \pm 35}{50} = \frac{-5 \pm 7}{10}; x_1 = \frac{-5 + 7}{10} = \frac{1}{5}; x_2 = \frac{-5 - 7}{10} = -1\frac{1}{5};$$

б) $(3x+10)^2 = 3(x+10); 9x^2 + 60x + 100 = 3x + 30; 9x^2 + 57x + 70 = 0;$

$$D = 57^2 - 4 \cdot 9 \cdot 70 = 3249 - 2520 = 729; x = \frac{-57 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 9} = \frac{-57 \pm 27}{18} = \frac{-19 \pm 9}{6};$$

$$x_1 = \frac{-19 + 9}{6} = -1\frac{2}{3}; x_2 = \frac{-19 - 9}{6} = -4\frac{2}{3};$$

в) $(3x-8)^2 = 3x^2 - 8x; (3x-8)^2 - 3x + 8x = 0; (3x-8)^2 - x(3x-8) = 0;$
 $(3x-8)(3x-8-x) = 0; (3x-8)(2x-8) = 0; 2(3x-8)(x-4) = 0;$

1) $3x-8=0; 3x=8; x_1=2\frac{2}{3}; 2) x-4=0; x_2=4;$

г) $(4x+5)^2 = 5x^2 + 4x; 16x^2 + 40x + 25 = 5x^2 + 4x = 0; 11x^2 + 36x + 25 = 0;$
 $D_1 = 18^2 - 11 \cdot 25 = 324 - 275 = 49;$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{49}}{11} = \frac{-18 \pm 7}{11}; x_1 = \frac{-18 - 7}{11} = \frac{-25}{11} = -2\frac{3}{11}; x_2 = \frac{-18 + 7}{11} = -1;$$

д) $(5x+3)^2 = 5x+3; (5x+3)^2 - (5x+3) = 0; (5x+3)(5x+3-1) = 0; (5x+3)(5x+2) = 0;$

1) $5x+3=0; 5x=-3; x_1=-\frac{3}{5}; 2) 5x+2=0; 5x=-2; x_2=-\frac{2}{5};$

е) $(5x+3)^2 = (3x+5)^2; 25x^2 + 30x + 9 = 9x^2 + 30x + 25; 16x^2 - 16 = 0; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1;$

ж) $(4x+5)^2 = 4(x+5)^2; 16x^2 + 40x + 25 = 4(x^2 + 10x + 25);$
 $16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 12x^2 - 75 = 0; 4x^2 - 25 = 0; (2x-5)(2x+5) = 0;$

1) $2x-5=0; 2x=5; x_1=\frac{5}{2}=2,5; 2) 2x+5=0; 2x=-5; x_2=-\frac{5}{2}=-2,5;$

з) $(2x+10)^2 = 4(x+5)^2; 4x^2 + 40x + 100 - 4(x^2 + 10x + 25) = 0;$
 $4x^2 + 40x + 100 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 0 = 0; x - \text{любое действительное число.}$

№ 656 (№ 643). а) $x^2 - 2x - 5 = 0; D = (-1)^2 - 1 \cdot (-5) = 6; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6}.$

Произведем проверку:

$$(1 + \sqrt{6})^2 - 2(1 + \sqrt{6}) - 5 = 1 + 2\sqrt{6} + 6 - 2 - 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

$$(1 - \sqrt{6})^2 - 2(1 - \sqrt{6}) - 5 = 1 - 2\sqrt{6} + 6 - 2 + 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

б) $x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot 1 = 3; x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}.$

Произведем проверку:

$$(-2 + \sqrt{3})^2 + 4(-2 + \sqrt{3}) + 1 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 8 - 8 = 0;$$

$$(-2 - \sqrt{3})^2 + 4(-2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 1 = 0;$$

$$в) 3y^2 - 4y - 2 = 0; D_1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) = 10; y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 3 \left(\frac{2 + \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 + \sqrt{10}}{3} - 2 &= 3 \frac{4 + 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 + 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ &= \frac{14}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = 0; \\ 3 \left(\frac{2 - \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 - \sqrt{10}}{3} - 2 &= 3 \frac{4 - 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ &= \frac{14 - 4\sqrt{10}}{3} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = 0. \end{aligned}$$

$$г) 5y^2 - 7y + 1 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 29; y_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 5 \left(\frac{7 + \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 + \sqrt{29}}{10} + 1 &= 5 \frac{49 + 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ &= \frac{78 + 14\sqrt{29}}{20} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \frac{39 + 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0; \\ 5 \left(\frac{7 - \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 - \sqrt{29}}{10} + 1 &= 5 \frac{49 - 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ &= \frac{39 - 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0. \end{aligned}$$

$$д) 2y^2 + 11y + 10 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 121 - 80 = 41; y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{-11 + \sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11 + \sqrt{41}}{4} + 10 &= \frac{162 - 22\sqrt{41}}{8} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \\ &= \frac{81 - 11\sqrt{41}}{4} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \frac{81}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0; \\ 2 \left(\frac{-11 - \sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11 - \sqrt{41}}{4} + 10 &= \frac{162 + 22\sqrt{41}}{8} - \frac{121 + 11\sqrt{41}}{4} + 10 = \\ &= \frac{81 + 11\sqrt{41}}{4} - \frac{121 + 11\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{81}{4} + \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0; \end{aligned}$$

$$e) 4x^2 - 9x - 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 + 32 = 113; x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{8}.$$

Произведем проверку:

$$4 \left(\frac{9 + \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 + \sqrt{113}}{8} - 2 = 4 \frac{81 + 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 + 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \\ = \frac{97 + 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 + 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$4 \left(\frac{9 - \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 - \sqrt{113}}{8} - 2 = 4 \frac{81 - 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \\ = \frac{97 - 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0.$$

$$\text{№ 657 (№644). a) } x^2 - 2x - 2 = 0; D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3; x = 1 \pm \sqrt{3} \approx 1 \pm 1,73;$$

$$x_1 \approx 1 + 1,73 = 2,73; x_2 \approx 1 - 1,73 = -0,73;$$

$$b) x^2 + 5x + 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 25 - 12 = 13;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \approx \frac{-5 \pm 3,61}{2}; x_1 \approx \frac{-5 + 3,61}{2} = -\frac{1,39}{2} = -0,695 \approx -0,70;$$

$$x_2 \approx \frac{-5 - 3,61}{2} = \frac{-8,61}{2} = -4,305 \approx -4,30;$$

$$в) 3x^2 - 7x + 3 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{3 \cdot 2} \approx \frac{7 \pm 3,61}{6};$$

$$x_1 \approx \frac{7 - 3,61}{6} = \frac{3,39}{6} \approx 0,57; x_2 \approx \frac{7 + 3,61}{6} = \frac{10,61}{6} \approx 1,77;$$

$$г) 5x^2 + 31x + 20 = 0; D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 961 - 400 = 561;$$

$$x = \frac{-31 \pm \sqrt{561}}{5 \cdot 2} \approx \frac{-31 \pm 23,69}{10}; x_1 \approx \frac{-31 + 23,69}{10} = -\frac{7,31}{10} \approx -0,73;$$

$$x_2 \approx \frac{-31 - 23,69}{10} = -\frac{54,69}{10} \approx -5,47.$$

$$\text{№ 658 (№648). a) } a^2 + 7a + 6 = a + 1; a^2 + 6a + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4;$$

$$a = -3 \pm \sqrt{4} = -3 \pm 2; a_1 = -3 + 2 = -1; a_2 = -3 - 2 = -5;$$

$$б) 3x^2 - x + 1 = 2x^2 + 5x - 4; x^2 - 6x + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 4;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2; x_1 = 3 + 2 = 5; x_2 = 3 - 2 = 1.$$

№ 659 (№645). Один из корней уравнения равен 1 по условию задачи.

$$ax^2 - 3x - 5 = 0; \frac{ax^2}{a} - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0; x^2 - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0.$$

Обозначим за x_2 – корень уравнения, который может быть не равным 1. Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 + x_2 = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 - \frac{5}{a} = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \frac{a-5}{a} = \frac{3}{a}; \quad \frac{a-5-3}{a} = 0; \quad a-8=0; \quad a=8.$$

Ответ: 8.

№646. $ax^2 - (a+c)x + c = 0$; $D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2$;

$$x = \frac{a+c \pm \sqrt{a^2+c^2-2ac}}{2a} = \frac{a+c \pm |a-c|}{2a} = \frac{a+c \pm (a-c)}{2a}; \quad x_1 = \frac{a+c+a-c}{2a} = 1$$

Таким образом, один из корней уравнения равен 1, что и требовалось доказать.

№647. (с). $cx^2 + bx + a = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$; $ax^2 + bx + c = 0$;

$$D = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\begin{aligned} \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} &= \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = -\frac{4ac}{2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = -\frac{2a}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \text{ т.е. соответ} \end{aligned}$$

ствующие корни первого и второго уравнений взаимно обратны, ч.т.д. Для другой пары корней доказательство проводится аналогичным образом.

№ 660 (№ 649). Обозначим эти числа как n , $(n+1)$, $(n+2)$, $(n+3)$ и $(n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n+3)^2 + (n+4)^2;$$

$$3n^2 + 6n + 5 = 2n + 14n + 25; \quad n^2 - 8n - 20 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 20 = 36 = 6^2; \quad n = 4 \pm 6; \quad n_1 = -2; \quad n_2 = 10.$$

Ответ: -2, -1, 0, 1, 2, или 10, 11, 12, 13, 14.

№ 661 (№ 650). Обозначим эти числа как $2n$, $(2n+2)$ и $(2n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$(2n)^2 + (2n+2)^2 = (2n+4)^2; \quad 4n^2 + 4n^2 + 8n + 4 = 4n^2 + 16n + 16;$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0; \quad (n+1)(n-3) = 0; \quad n_1 = -1; \quad n_2 = 3; \quad 2n_1 = -2, \quad 2n_2 = 6.$$

Ответ: -2, 0, 2, или 6, 8, 10.

№ 651. (с). Обозначим за x м и $(x+5)$ м ширину и длину данного прямоугольника. Его площадь: $S = x(x+5) = 1800 \text{ м}^2$.

Запишем уравнение: $x(x+5) = 1800$; $x^2 + 5x - 1800 = 0$;

$$D = 5^2 + 4 \cdot 1800 = 7225 = 85^2; \quad x = \frac{-5 \pm 85}{2};$$

$$x_1 = 40; \quad x_2 = -45 \text{ — не подходит; } x_1 = 40; \quad x_1 + 5 = 45.$$

Ответ: ширина площади равна 40 м, длина — 45 м.

№ 662 (№ 652). Обозначим эти числа как n и $(n+1)$.

Запишем уравнение: $(2n+1)^2 = n^2 + (n+1)^2 + 112$; $2n^2 + 2n - 112 = 0$;

$$n^2 + n - 56 = 0; \quad D = 1 + 56 \cdot 4 = 225 = 15^2; \quad n_{1,2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$n_1 = 7; \quad n_2 = -8 \text{ — не подходит; } n = 7; \quad n + 1 = 8.$$

Ответ: 7 и 8

№ 663 (№ 653). Обозначим за a см и b см длину и ширину прямоугольника, т.е. стороны второго и первого квадратов. Сумма площадей квадратов $S_1 + S_2 = 116$ см², периметр прямоугольника равен 28 см.

$P = 2(a + b) = 28$, значит, $a + b = 14$;

$S_1 = b^2$; $S_2 = a^2$; $a^2 + b^2 = 116$, значит, $a^2 + (14 - a)^2 = 116$;

$2a^2 - 28a + 116$; $a^2 - 14a + 40 = 0$; $D_1 = 49 - 40 = 9 = 3^2$; $a = 7 \pm 3$;

$a_1 = 7 + 3 = 10$, тогда $b_1 = 14 - 10 = 4$;

$a_2 = 7 - 3 = 4$, тогда $b_2 = 14 - 4 = 10$.

Ответ: стороны прямоугольника равны 4 см и 10 см.

№ 664 (№ 654). Обозначим искомую ширину как l .

В этом случае длина листа равна $(12 + 2l)$ см, а ширина — $(18 + 2l)$ см.

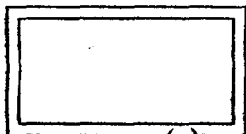
Общая площадь фотокарточки вместе с рамкой равна 280 см².

Получаем: $(12 + 2l)(18 + 2l) = 280$; $(6 + l)(9 + l) = 70$;

$l^2 + 15l - 16 = 0$; $(l - 1)(l + 16) = 0$; $l_1 = 1$; $l_2 = -16$ — не подходит.

Ответ: ширина рамки равна 1 см.

№ 665. (н).



Пусть ширина бордюра равна x (м).

Тогда $4,5 \cdot 2,5 - (4,5 - 2x)(2,5 - 2x) = 3,25$;

$11,25 - 11,25 + 9x + 5x - 4x^2 = 3,25$; $4x^2 - 14x + 3,25 = 0$;

$D = 196 - 4 \cdot 4 \cdot 3,25 = 144$; $x = \frac{14 \pm 12}{8}$; $x = 0,25$ или $x = 3,25$.

Т.к. $4,5 - 2x > 0$, то $x = 0,25$ (м). Ответ: 0,25 м.

№ 666. (н). Пусть стоимость лошади x . Тогда $\frac{x - 24}{x} = 0,01x$;

$0,01x^2 - x + 24 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 0,01 \cdot 24 = 0,04$; $x = \frac{1 \pm 0,2}{0,02}$; $x_1 = 40$; $x_2 = 60$.

Ответ: 40 пистолетов или 60 пистолетов.

№ 655. (с). Если n — общее число команд, то каждая команда сыграла $(n -$

1) матч. Тогда всего сыграно $\frac{n(n-1)}{2}$ матчей. Составим уравнение:

$\frac{n(n-1)}{2} = 36$; $n^2 - n - 72 = 0$; $D = 1 + 72 \cdot 4 = 289 = 17^2$; $n = \frac{1 \pm 17}{2}$;

$n_1 = 9$; $n_2 = -8$ — не подходит. Ответ: 9 команд.

№ 656. (с). Если всего было n участников, то каждый участник сыграл

$(n - 1)$ партию, т.е. всего было сыграно $\frac{n(n-1)}{2}$ партий.

Составим уравнение: $\frac{n(n-1)}{2} = 45$; $n^2 - n - 90 = 0$;

$D = 1 + 360 = 361 = 19^2$; $n = \frac{1 \pm 19}{2}$; $n_1 = 10$; $n_2 = -9$ — не подходит.

Ответ: 10 участников.

№ 667 (№ 657). Обозначим за $2a$ м и a м длину и ширину ящика. Площадь дна ящика равна $2a^2$ м²; суммарная площадь поверхности боковых стенок равна $0,5(4a + 2a) \text{ м}^2 = 3a \text{ м}^2$.

Запишем уравнение: $2a^2 + 1,08 = 3a$; $2a^2 - 3a + 1,08 = 0$;

$$D = 3^2 - 8 \cdot 1,08 = 0,36 = (0,6)^2; a = \frac{3 \pm 0,6}{4}; a_1 = 0,9; a_2 = 0,6.$$

Объем ящика $V = 2a \cdot a \cdot 0,5 = a^2$;

1) $a = 0,9$; $V = 0,81$; 2) $a = 0,6$; $V = 0,36$.

Ответ: $0,81 \text{ м}^3$ или $0,36 \text{ м}^3$.

№ 668 (№ 658). Обозначим за $1,5a$ см и a см длину и ширину листа. Поскольку сторона вырезанного квадрата равна 8 см, объем коробки V равен: $8 \cdot (a - 16)(1,5a - 16) \text{ см}^3$.

Запишем уравнение: $8(a - 16)(1,5a - 16) = 6080$; $3a^2 - 800 - 1008 = 0$;

$$D_1 = 40^2 + 3 \cdot 1008 = 1600 + 3024 = 4624 = 68^2;$$

$$a = \frac{40 \pm 68}{3}; a_1 = -\frac{28}{3} \text{ — не подходит}; a_2 = \frac{40 + 68}{3} = \frac{108}{3} = 36; 1,5a_2 = 54$$

Ответ: ширина листа равна 36 см, длина листа равна 54 см.

№ 669. (н). $(n + 1)^3 - n^3 = 919$; $n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 919$;

$$3n^2 + 3n - 918 = 0; n^2 + n - 306 = 0; D = 114 \cdot 306 = 1225;$$

$$n = \frac{-1 \pm 35}{2}; n = 17, n + 1 = 18. \quad \text{Ответ: } 17 \text{ и } 18.$$

№ 670. (н). $(2n + 3)^3 - (2n + 1)^3 = 866$;

$$8n^3 + 36n^2 + 54n + 27 - 8n^3 - 12n^2 - 6n - 1 = 866; 24n^2 + 48n - 840 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 35 = 0; D = 4 + 4 \cdot 35 = 144; n = \frac{-2 \pm 12}{2}; n = 5;$$

$$(2n + 1) = 11, (2n + 3) = 13.$$

№ 671 (№ 659).

$$a) x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0; D = (-5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 2;$$

$$x = \frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}; x_1 = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}; x_2 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Произведем проверку: 1) $x_1 + x_2 = 5\sqrt{2}$; $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$;

$$2) x_1 \cdot x_2 = 12; 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6(\sqrt{2})^2 = 12;$$

$$б) x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0; D_1 = (\sqrt{3})^2 - 1 \cdot (-72) = 75;$$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{75} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 25} = -\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3};$$

$$x_1 = -\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}; x_2 = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

Произведем проверку: 1) $x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}$; $-6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$;

$$2) x_1 \cdot x_2 = -72; (-6\sqrt{3}) \cdot 4\sqrt{3} = -24(\sqrt{3})^2 = -72;$$

$$в) y^2 - 6y + 7 = 0; D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 7 = 2; y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $y_1 + y_2 = 6$; $3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$;

$$2) y_1 \cdot y_2 = 7; (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - (\sqrt{2})^2 = 7.$$

$$r) p^2 - 10p + 7 = 0; D_1 = (-5)^2 - 1 \cdot 7 = 18; p_{1,2} = 5 \pm \sqrt{18} = 5 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 5 \pm 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $p_1 + p_2 = 10; 5 + 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} = 10.$

$$2) p_1 \cdot p_2 = 7; (5 + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2}) = 25 - 9(\sqrt{2})^2 = 25 - 18 = 7.$$

$$\text{№ 672 (№ 660). а) } 2x^2 + bx - 10 = 0; x_1 = 5;$$

$$x^2 + \frac{b}{2}x - 5 = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = -5;$$

$$x_2 = -1; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = 4 = -\frac{b}{2}; b = -8;$$

$$\text{б) } 3x^2 + bx + 24 = 0; x_1 = 3; x^2 + \frac{b}{3}x + 8 = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = 8;$$

$$x_2 = \frac{8}{3}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{3} = 3 + \frac{8}{3}; -\frac{b}{3} = \frac{17}{3}; b = -17;$$

$$\text{в) } (b-1)x^2 - (b+1)x = 72; x_1 = 3;$$

$$x^2 - \frac{b+1}{b-1}x - \frac{72}{b-1} = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = -\frac{72}{b-1};$$

$$x_2 = -\frac{24}{b-1}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = \frac{b+1}{b-1} = 3 - \frac{24}{b-1};$$

$$3b - 3 - 24 = b + 1; b = 14; x_2 = -\frac{24}{13}; \text{ г) } (b-5)x^2 - (b-2)x + b = 0; x_1 = \frac{1}{2};$$

$$x^2 - \frac{b-2}{b-5}x + \frac{b}{b-5} = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{b-5};$$

$$x_2 = \frac{2b}{b-5}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = \frac{b-2}{b-5} = \frac{1}{2} + \frac{2b}{b-5};$$

$$b - 5 + 4b = 2b - 4; b = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - 5} = -\frac{1}{7}.$$

$$\text{№ 673 (№ 661). } 7x^2 + bx - 23 = 0; x^2 + = 0;$$

1) Докажем, что у этого уравнения два корня:

$$D = \frac{b^2}{49} - \frac{(-23) \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{23 \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{92}{7} > 0 \text{ для всех } b,$$

значит, уравнение имеет два различных корня x_1 и x_2 .

$$2) \text{ По теореме Виета } x_1 \cdot x_2 = -\frac{23}{7}, \text{ то есть,}$$

x_1 и x_2 противоположных знаков, ч.т.д.

$$\text{№ 674 (№ 662). } 12x^2 + 70x + a^2 + 1 = 0.$$

Предположим, что $x_1 > 0$ и x_1 — корень этого уравнения. Тогда $12x_1^2 > 0$; $70x_1 > 0$, $a^2 + 1 > 0$ при всех a . Но в правой части равенства стоит 0, сле-

довательно, получено противоречие, следовательно, у этого уравнения нет положительных корней при любых a , что и требовалось доказать.

№ 675. (н). Пусть $a + b + c = 0 \Rightarrow b = -(a + c)$.

Тогда $D = b^2 - 4ac = a^2 + 2ac + c^2 - 4ac = (a - c)^2$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{a + c \pm (a - c)}{2a}; x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}.$$

а) $2x^2 - 41x + 39 = 0; x_1 = 1; x_2 = \frac{39}{2};$

б) $17x^2 + 243x - 260 = 0; x_1 = 1; x_2 = -\frac{260}{17}.$

№ 676 (№ 663). $3x^2 + bx + 10 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}; \text{ по условию, } x_1 - x_2 = 4 \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$$

$$x_1 = x_2 + \frac{13}{3}; 2x_2 + \frac{13}{3} = -\frac{b}{3}; x_2 = -\frac{b + 13}{6};$$

$$x_1 = \frac{13}{3} - \frac{b + 13}{6} = \frac{26 - b - 13}{6} = \frac{13 - b}{6}; -\frac{(13 - b)(13 + b)}{36} = \frac{10}{3};$$

$$b^2 - 169 = 120; b^2 = 289; b = \pm 17$$

№ 677 (№ 664). $5x^2 - 12x + c = 0$; по условию задачи: $x_1 = 3x_2$;

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = \frac{12}{5}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{5};$

$$3x_2 + x_2 = \frac{12}{5}; x_2 = \frac{3}{5}; x_1 = \frac{9}{5}; \frac{c}{5} = x_1 x_2; \frac{c}{5} = \frac{27}{25}; c = \frac{27}{5}. \quad \text{Ответ: } \frac{27}{5}.$$

№ 678 (№ 665). $4x^2 + bx - 27 = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{27}{4},$

по условию задачи: $\frac{x_1}{x_2} = -3; x_1 = -3x_2; -3x_2^2 = -\frac{27}{4}; x_2^2 = \frac{9}{4};$

$$1) x_2 = \frac{3}{2}; x_1 = -\frac{9}{2}; 2) x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 = \frac{9}{2};$$

$$b = -4(x_1 + x_2); b_1 = -4\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2}\right) = 12; b_2 = -4\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = -12.$$

Ответ: $b = 12$ или $b = -12$.

№ 666. (с). $5x^2 + 13x - 6 = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{13}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{6}{5};$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{169}{25} + \frac{12}{5} = \frac{169 + 60}{25} = \frac{229}{25} = \frac{916}{100} = 9,16$$

Ответ: 9,16.

№ 679. (н). $(x_1 - x_2)^2 = 81; x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = 81; (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 81;$
 $p^2 - 4 \cdot 90 = 81; p^2 = 441; p = \pm 21.$

№ 680 (№667). $2x^2 - 5x + c = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2}$;

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = \frac{5}{2}(x_1 - x_2) = 0,25; x_1 - x_2 = 0,1;$$

$2x_1 = 2,6$; $x_1 = 1,3$; $x_2 = 1,2$; $c = 2x_1x_2 = 2 \cdot 1,3 \cdot 1,2 = 3,12$. Ответ: 3,12.

№ 681 (№668). $4x^2 + bx + c = 0$; по условию: $x_1 = 0,5$, $x_2 = c$;

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{4}$;

$4x_1x_2 = c$; $2c = c$; $c = 0$; $4x^2 + bx = 0$; $x(4x + b) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0,5$; $4x_2 + b = 0$; $2 + b = 0$; $b = -2$.

Ответ: $b = -2$, $c = 0$.

№ 682 (№669). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -b$, $x_1 \cdot x_2 = c$;

по условию: $x_1 = b$, $x_2 = c$, откуда: $bc = c$; $bc - c = 0$;

$c(b - 1) = 0$; $c \neq 0$, $b = 1$; $b + c = -b$; $1 + c = -1$; $c = -2$. Ответ: $b = 1$, $c = -2$.

№ 683 (№670). Пусть x_1 и x_2 — корни данного уравнения. По теореме

Виета получаем: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q$.

№ 684. (н). $x_1^2 + x_2^2 = 153$; $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 153$; $15^2 - 2q = 153$;

$2q = 225 - 153 = 72$; $q = 36$.

№ 685. (н). $(x_1 - x_2)^2 = 144$; $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 144$;

$p^2 - 4 \cdot 405 = 144$; $p^2 = 1704$; $p = \pm 42$.

№ 686 (№671). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{k}{3}$;

по условию задачи: $x_2 = -\frac{2}{3}x_1$.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x_2 = -\frac{2}{3}x_1, \end{cases} \quad x_1 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}; \frac{x_1}{3} = \frac{2}{3};$$

$x_1 = -2$; $x_2 = \frac{4}{3}$; $k = 3x_1x_2 = 3 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = (-2) \cdot 4 = -8$. Ответ: -8 .

№ 687 (№672). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = 8$, $x_1 \cdot x_2 = k$;

по условию задачи: $3x_1 + 4x_2 = 29$;

$24 - 3x_2 + 4x_2 = 29$; $x_2 = 5$, следовательно, $x_1 = 3$; $k = x_1 \cdot x_2 = 15$. Ответ: 15.

№ 688. (н). а) $x^2 + 3px + 9q = 0$; б) $x^2 + (p + 4)x + (q + 2p + 4) = 0$.

№ 689. (н). $x^2 - \frac{p^2 - 2q}{q}x + 1 = 0$.

К параграфу 9

№ 690 (№673).

а) $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4$; $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} - 4 = 0$; $\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$(x-1)(x+1) + 120 - 24x + 24 = 0$; $x^2 - 24x + 143 = 0$; $D_1 = (-12)^2 - 1 \cdot 143 = 1$;

$x = 12 \pm \sqrt{1} = 12 \pm 1$; $x_1 = 12 - 1 = 11$; $x_2 = 12 + 1 = 13$;

б) $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} = 2$; $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} - 2 = 0$; $\frac{(x+15)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$$(x+2)(x+15)-4 \cdot 21-8(x+2)=0; x^2+9x-70=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=81+280=361;$$

$$x=\frac{-9 \pm \sqrt{361}}{2}=\frac{-9 \pm 19}{2}; x_1=\frac{-9+19}{2}=5; x_2=\frac{-9-19}{2}=-14;$$

$$в) \frac{12}{x-1}-\frac{8}{x+1}=1; \frac{12}{x-1}-\frac{8}{x+1}-1=0; 12(x+1)-8(x-1)-(x-1)(x+1)=0;$$

$$12x+12-8x+8-x^2+1=0; x^2-4x-21=0; D_1=(-2)^2-1 \cdot (-21)=4+21=25;$$

$$x=2 \pm \sqrt{25}=2 \pm 5; x_1=2-5=-3; x_2=2+5=7;$$

$$г) \frac{16}{x-3}+\frac{30}{1-x}=3; \frac{16}{x-3}+\frac{30}{1-x}-3=0; 16(1-x)+30(x-3)-3(x-3)(1-x)=0;$$

$$16+14x-90-3x+3x^2+9-9x=0; 3x^2+2x-65=0;$$

$$D_1=1^2-3 \cdot (-65)=1+195=196;$$

$$x=\frac{-1 \pm \sqrt{196}}{3}=\frac{-1 \pm 14}{3}; x_1=\frac{-1+14}{3}=\frac{13}{3}=4\frac{1}{3}; x_2=\frac{-1-14}{3}=-5;$$

$$д) \frac{3}{1-x}+\frac{1}{1+x}=\frac{28}{1-x^2}; \frac{3}{1-x}+\frac{1}{1+x}-\frac{28}{(1-x)(1+x)}=0;$$

$$3(1+x)+1-x-28=0; 2(x-12)=0; x=12;$$

$$е) \frac{5}{x-2}-\frac{3}{x+2}=\frac{20}{x^2-4}; \frac{5}{x-2}-\frac{3}{x+2}-\frac{20}{x^2-4}=0;$$

$5(x+2)-3(x-2)-20=0; 2x-4=0; x-2=0; x=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней;

$$ж) \frac{x+2}{x+1}+\frac{x+3}{x-2}=\frac{29}{(x+1)(x-2)}; \frac{x+2}{x+1}+\frac{x+3}{x-2}-\frac{29}{(x+1)(x-2)}=0;$$

$$(x-2)(x+2)+(x+1)(x+3)-29=0; x^2-4+x^2+3x+x+3-29=0;$$

$$2(x^2+2x-15)=0; x^2+2x-15=0; D_1=1^2-1 \cdot (-15)=16;$$

$$x=-1 \pm \sqrt{16}=-1 \pm 4; x_1=-1+4=3; x_2=-1-4=-5;$$

$$з) \frac{x+2}{x+3}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{4}{(x+3)(x-1)}; \frac{x+2}{x+3}-\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{(x+3)(x-1)}=0;$$

$(x-1)(x+2)-(x+1)(x+3)-4=0; -3(x+3)=0; x=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней.

$$\text{№ 691 (№ 674). а) } y=\frac{2x-5}{x+3}=0; 2x-5=0; 2x=5; x=\frac{5}{2}=2,5.$$

$$\text{Искомая точка } -(2,5;0). б) y=\frac{(x-4)(3x-15)}{x-9}=0; (3x-15)(x-4)=0;$$

$$1) 3(x-5)=0; x-5=0; x_1=5; 2) x-4=0; x_2=4. \text{ Искомые точки } -(5;0) \text{ и } (4;0).$$

$$в) y=\frac{x^2-5x+6}{x-2}=0; x-5x+6=0; (x-2)(x-3)=0; x_1=3; x_2=2 \text{ не подходит, так}$$

как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомая точка $-(3;0);$

$$r) y = \frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x-3} = 0; x^3 - 7x^2 + 12x = 0; x(x^2 - 7x + 12) = 0;$$

1) $x_1=0$; 2) $x^2-7x+12=0$; $(x-4)(x-3)=0$; $x_1=4$; $x_2=3$ не подходит, так как при $x=3$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомые точки — $(0;0)$ и $(4;0)$.

$$\text{№ 692 (№675). а) } y = \frac{5x-7}{x^2+1}; 1) \frac{5x-7}{x^2+1} = -6; \frac{5x-7}{x^2+1} + 6 = 0;$$

$$5x-7+6x^2+6=0; 6x^2+5x-1=0; D=5^2-4 \cdot 6 \cdot (-1)=25+24=49;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 7}{12}; x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}; x_2 = \frac{-5-7}{12} = -1;$$

$$2) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0; 5x-7=0; x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,8; \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{4}{5} = 0; 5(5x-7)-4(x^2+1)=0;$$

$$4x^2-25x+39=0; D=(-25)^2-4 \cdot 4 \cdot 39=625-624=1;$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 1}{8}; x_1 = \frac{25-1}{8} = \frac{24}{8} = 3; x_2 = \frac{25+1}{8} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4};$$

$$4) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,56; \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{14}{25} = 0;$$

$$25(5x-7)-14(x^2+1)=0; -14x^2+125x-189=0; 14x^2-125x+189=0;$$

$$D=125^2-4 \cdot 14 \cdot 189=12625-10584=5041;$$

$$x = \frac{125 \pm \sqrt{5041}}{2 \cdot 14} = \frac{125 \pm 71}{28}; x_1 = \frac{125+71}{28} = \frac{196}{28} = 7; x_2 = \frac{125-71}{28} = \frac{27}{14} = 1\frac{13}{14};$$

$$6) y = \frac{x^2-2x+6}{x+4}; 1) \frac{x^2-2x+6}{x+4} = 1,5; \frac{x^2-2x+6}{x+4} - \frac{3}{2} = 0;$$

$$2x^2-4x+12-3(x+4)=0; 2x^2-7x=0; x(2x-7)=0; x_1=0; x_2=\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{x^2-2x+6}{x+4} = 3; \frac{x^2-2x+6}{x+4} - 3 = 0; x^2-2x+6-3(x+4)=0; x^2-5x-6=0;$$

$$(x+1)(x-6)=0; x_1=-1; x_2=6;$$

$$3) \frac{x^2-2x+6}{x+4} = 7; \frac{x^2-2x+6}{x+4} - 7 = 0; x^2-2x+6-7x-28=0; x^2-9x-22=0;$$

$$D=(-9)^2-4 \cdot 1 \cdot (-22)=81+88=169;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{9 \pm 13}{2}; x_1 = \frac{9+13}{2} = 11; x_2 = \frac{9-13}{2} = -2$$

$$\text{№ 693 (№676). а) } 2x+3 = \frac{34}{x-5};$$

$$(2x+3)(x-5)-34=0; 2x(x-5)+3(x-5)-34=0; 2x^2-7x-49=0;$$

$$D=(-7)^2-4 \cdot 2 \cdot (-49)=49+392=441;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{441}}{4} = \frac{7 \pm 21}{4}; x_1 = \frac{7+21}{4} = 7; y_1 = 2 \cdot 7 + 3 = 17;$$

$$x_2 = \frac{7-21}{4} = -\frac{14}{4} = -3\frac{1}{2}; y_2 = 2 \cdot (-3,5) + 3 = -4.$$

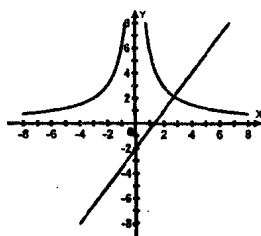
Искомые точки пересечения: (7;17) и (-3,5;-4).

$$б) \frac{x^2 - 5x}{x+3} = 2x; \frac{x^2 - 5x}{x+3} - 2x = 0; x^2 - 5x - 2x^2 - 6x = 0;$$

$$x^2 + 11x = 0; x(x+11) = 0; x_1 = 0; y_1 = 0; x_2 = -11; y_2 = 2 \cdot (-11) = -22.$$

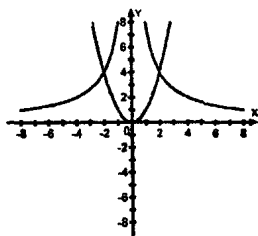
Искомые точки пересечения: (0;0) и (-11;-22).

№ 694 (н). а)



$$x \approx 2,7$$

б)



$$x = \pm 2$$

$$\text{№ 695 (№677). а) } \frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{1-4x^2} = 0;$$

$$\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{(1-2x)(1+2x)} = 0; 7(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 - 56 = 0;$$

$$7(4x^2 + 4x + 1) - 3(2x-1)^2 - 56 = 0; 7(4x^2 + 4x + 1) - 3(4x^2 - 4x + 1) - 56 = 0;$$

$$16x^2 + 40x - 52 = 0; 4x^2 + 10x - 13 = 0; D_1 = 5^2 - 4 \cdot (-13) = 77; x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{77}}{4};$$

$$б) \frac{y}{y^2 - 9} - \frac{1}{y^2 + 3y} + \frac{3}{6y + 2y^2} = 0; \frac{y}{(y-3)(y+3)} - \frac{1}{y(y+3)} + \frac{3}{2y(3+y)} = 0,$$

$$2y^2 - 2(y-3) + 3(y-3) = 0; 2y^2 + y - 3 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}; y_1 = \frac{-1+5}{4} = 1; y_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{2y-1}{14y^2 + 7y} + \frac{8}{12y^2 - 3} = \frac{2y+1}{6y^2 - 3y}; \frac{2y-1}{7y(2y+1)} + \frac{8}{3(4y^2 - 1)} - \frac{2y+1}{3y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{3(2y-1)^2 + 56y - 7(2y+1)^2}{3 \cdot 7y(4y^2 - 1)} = 0; 3(4y^2 - 4y + 1) + 56y - 7(4y^2 + 4y + 1) = 0;$$

$$12y^2 - 12y + 3 + 56y - 28y^2 - 28y - 7 = 0; 16y^2 - 16y + 4 = 0;$$

$$4y^2 - 4y + 1 = 0; (2y-1)^2 = 0; 2y-1 = 0; y = \frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y = \frac{1}{2} \text{ общий}$$

знаменатель дробей обращается в ноль, значит, корней нет;

$$r) \frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{9-6x+x^2} = \frac{3}{2x^2+6x}; \frac{3}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{(3-x)^2} - \frac{3}{2x(x+3)} = 0,$$

$$\frac{3 \cdot 2x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)} = 0; 6x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x^2-6x+9) = 0;$$

$$6x^2-18x-2x^2-6x-3x^2+18x-27=0; 6x^2-2x^2-3x^2-6x-27=0; x^2-6x-27=0;$$

$$D_1=(-3)^2-1 \cdot (-27)=36; x=3 \pm \sqrt{36}=3 \pm 6; x_1=3+6=9;$$

$x_2=3-6=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=9$;

$$д) \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)} - \frac{1}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} = 0;$$

$$9x+12-x+4-x^2-4x-16=0; -x^2+4x+12+4-16=0; x^2-4x=0; x(x-4)=0; x_1=0;$$

$x_2=4$ не подходит, так как при $x=4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=0$;

$$е) \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1};$$

$$\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} - \frac{1}{2y+1} - \frac{y+3}{4y^2-2y+1} = 0;$$

$$3-(4y^2-2y+1)-(2y+1)(y+3)=0; 3-4y^2+2y-1-2y^2-6y-y-3=0;$$

$$6y^2+5y+1=0; D=5^2-4 \cdot 6 \cdot 1=1;$$

$$y = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 1}{12}; y_1 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}; y_2 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \text{ не под-}$$

ходит, так как при $y = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель дробей обращается в ноль,

значит, только один корень $y = -\frac{1}{3}$;

$$ж) \frac{32}{x^3-2x^2-x+2} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x+1}; \frac{32}{(x-2)(x^2-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0,$$

$$\frac{32}{(x-2)(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0; 32+x+1-(x-2)(x-1)=0;$$

$$x^2-4x-31=0; D_1=(-2)^2-1 \cdot (-31)=35; x_{1,2}=2 \pm \sqrt{35};$$

$$з) \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0;$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} = 0; \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x-4)(x^2+3)} = 0,$$

$$2(x^2+3)+3(x-4)+6=0; 2x^2+3x=0; x(2x+3)=0; x_1=0; 2x_2+3=0; x_2=-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$$

$$\text{№ 696 (№ 678). а) } \frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{3x^2-2},$$

$$\frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{(x\sqrt{3}-\sqrt{2})(x\sqrt{3}+\sqrt{2})};$$

$$(x\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (x\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 + 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 + 3x^2 - 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{5+1}{6} = 1;$$

$$6) \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} = \frac{9y}{1-5y^2}; \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} - \frac{9y}{(1-y\sqrt{5})(1+y\sqrt{5})} = 0;$$

$$(1-y\sqrt{5})^2 + (1+y\sqrt{5})^2 - 9y = 0; 1-2y\sqrt{5}+5y^2+1+2y\sqrt{5}+5y^2-9y = 0;$$

$$10y^2 - 9y + 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 1;$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 10} = \frac{9 \pm 1}{20}; y_1 = \frac{9-1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; y_2 = \frac{9+1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{№ 697 (№ 679). a) } \frac{6}{y+1} + \frac{y}{y-2} = \frac{6}{y+1} \cdot \frac{y}{y-2};$$

$$\frac{6(y-2)+y(y+1)}{(y+1)(y-2)} = \frac{6y}{(y+1)(y-2)}; \frac{6y-12+y^2+y-6y}{(y+1)(y-2)} = 0;$$

$$y^2 + y - 12 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49;$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}; y_1 = \frac{-1-7}{2} = -4; y_2 = \frac{-1+7}{2} = 3;$$

$$6) \frac{2}{y-3} + \frac{6}{y+3} = \frac{2}{y-3} \cdot \frac{6}{y+3}; \frac{2(y+3)+6(y-3)}{(y-3)(y+3)} - \frac{2(y+3)}{6(y-3)} = 0;$$

$$\frac{6(2y+6+6y-18)-2(y+3)^2}{6(y-3)(y+3)} = 0; \frac{12y+36+36y-108-2(y^2+6y+9)}{6(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$48y - 72 - 2y^2 - 12y - 18 = 0; -2y^2 + 36y - 90 = 0; y^2 - 18y + 45 = 0;$$

$$D_1 = (-9)^2 - 1 \cdot 45 = 36; y = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6; y_1 = 9 + 6 = 15;$$

$y_2 = 9 - 6 = 3$ не подходит, так как при $y = 3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 15$

$$в) \frac{y+12}{y-4} - \frac{y}{y+4} = \frac{y+12}{y-4} \cdot \frac{y}{y+4}; \frac{(y+4)(y+12)-y(y-4)}{(y-4)(y+4)} = \frac{y(y+12)}{(y-4)(y+4)};$$

$$\frac{(y+4)(y+12)-y(y-4)-y(y+12)}{(y-4)(y+4)} = 0; y^2+12y+4y+48-y^2-12y = 0;$$

$$D = (-4)^2 - 1 \cdot (-48) = 64; y = 4 \pm \sqrt{64} = 4 \pm 8; y_1 = 4 + 8 = 12;$$

$y_2 = 4 - 8 = -4$ не подходит, так как при $y = -4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 12$

№ 680. (с). Обозначим за x км/ч и $(x - 100)$ км/ч скорости первого и второго самолетов. Тогда первый самолет затратил $\left(\frac{1800}{x}\right)$ ч, второй —

$$\left(\frac{1800}{x-100}\right) \text{ ч. } 36 \text{ мин} = \frac{3}{5} \text{ ч. Запишем уравнение: } \frac{1800}{x-100} - \frac{1800}{x} = \frac{3}{5},$$

$$1800 \cdot 5x - 1800 \cdot (5x - 500) = 3x(x - 100); x^2 - 100x - 300000 = 0;$$

$$D_1 = (50)^2 + 300000 = 550^2; x = 50 \pm 550;$$

$$x = 50 - 550 = -500 \text{ не подходит, значит, } x = 50 + 550 = 600; x - 100 = 500$$

Ответ: скорость первого самолета равна 600 км/ч, второго — 500 км/ч.

№ 681. (с). Обозначим первоначальную скорость поезда за x км/ч. Тогда после ее увеличения скорость будет $(x+12)$ км/ч. Первую половину пути

$$\text{поезд прошел за } \left(\frac{60}{x}\right) \text{ ч, вторую — за } \left(\frac{60}{x+12}\right) \text{ ч. } 10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ ч.}$$

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{120}{x} = \frac{60}{x} + \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6};$$

$$360(x+12) - 360x = x(x+12); 360x + 4320 - 360x = x^2 + 12x;$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0; D_1 = 36 + 4320 = 4356 = 66^2; x = -6 \pm 66;$$

$$x = -6 - 66 = -72 \text{ не подходит, значит, } x = -6 + 66 = 60.$$

Ответ: первоначально поезд двигался со скоростью 60 км/ч.

№ 698 (№ 682). Обозначим за x км/ч — скорость поезда, $(x+15)$ км/ч скорость поезда после ее увеличения. Первый участок пути поезд прошел

$$\text{за } \left(\frac{150}{x}\right) \text{ ч, второй — за } \left(\frac{450}{x+15}\right) \text{ ч. Весь путь поезд прошел за } \frac{600}{x} \text{ ч.}$$

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{150}{x} + \frac{3}{2} + \frac{450}{x+15} = \frac{600}{x};$$

$$300(x+15) + 3x(x+15) + 900x = 1200(x+15); x^2 + 15x - 4500 = 0;$$

$$D = 15^2 + 4 \cdot 4500 = 18225 = 135^2;$$

$$x = \frac{-15 \pm 135}{2}; x = \frac{-15 - 135}{2} = -75 \text{ не подходит, значит, } x = \frac{-15 + 135}{2} = 60$$

$$\text{Тогда всего поезд был в пути } \frac{600}{60} = 10 \text{ (ч). Ответ: 10 часов.}$$

№ 699 (№ 683). Введем следующие обозначения.

$(x - 1)$ км/ч — скорость на первом переходе, x км/ч — скорость на втором переходе, $(x - 2)$ км/ч — скорость на третьем переходе.

$$\text{Тогда первый переход был пройден за } \left(\frac{12,5}{x-1}\right) \text{ ч, второй — за } \left(\frac{18}{x}\right) \text{ ч}$$

$$\text{третий — за } \left(\frac{14}{x-2}\right) \text{ ч. Запишем уравнение, учитывая данные задачи}$$

$$\frac{14}{x-2} = \frac{18}{x} + \frac{1}{2}; 28x = 36x - 72 + x^2 - 2x; x^2 + 6x - 72 = 0; D = 9 + 72 = 81$$

$$x = -3 \pm 9; x = -3 - 9 = -12 \text{ не подходит, значит, } x = -3 + 9 = 6.$$

$x - 1 = 5$; $x - 2 = 4$; $\frac{12,5}{x-1} = 2,5$; $\frac{18}{x} = 3$; $\frac{14}{x-2} = 3,5$. Ответ: первый переход прошли за 2,5 часа, второй за 3 часа, третий за 3,5 часа.

№ 700 (№ 684). Обозначим за x км/ч скорость автомобиля на первых двух участках пути, $(x + 10)$ км/ч — его скорость на третьем участке.

От А до В автомобиль доехал за $\left(\frac{240}{x}\right)$ ч, первую половину пути от В

до А он проехал за $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{120}{x+10}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} + \frac{120}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{240}{x};$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0; D_1 = 25 + 3000 = 55^2; x = -5 \pm 55;$$

$x = -5 - 55 = -60$ не подходит, значит; $x = -5 + 55 = 50$. Ответ: 50 км/ч.

№ 701 (№ 685). Обозначим скорость поезда на участке от А до В за x км/ч, тогда на первом участке обратного пути, равном 160 км, он шел со скоростью x км/ч, на втором — со скоростью $(x - 20)$ км/ч. На путь от А

до В он потратил $\left(\frac{400}{x}\right)$ ч, на первую часть обратного пути — $\left(\frac{160}{x}\right)$ ч,

на вторую его часть — $\left(\frac{240}{x-20}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{400}{x} + \frac{160}{x} + \frac{240}{x-20} = 11;$$

$$560(x-20) + 240x = 11x(x-20); 11x^2 - 1020x + 11200 = 0;$$

$$D_1 = (-510)^2 + 11 \cdot 11200 = 260100 - 123200 = 136900 = 370^2;$$

$$x = \frac{510 \pm 370}{11}. \text{ При } x = \frac{510 - 370}{11} = \frac{140}{11}, x - 20 < 0, \text{ т.е. не подходит по}$$

$$\text{смыслу задачи, значит } x = \frac{510 + 370}{11} = 80; x - 20 = 60 \text{ Ответ: 60 км/ч.}$$

№ 686. (с). Если x км/ч — скорость течения реки, то

$(x + 55)$ км/ч — скорость теплохода по течению,

$(x - 55)$ км/ч — его скорость против течения.

На весь путь теплоход потратил $5\frac{1}{2}$ ч, из них он плыл по течению

$\left(\frac{150}{x+55}\right)$ ч, против течения — $\left(\frac{150}{x-55}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{150}{55+x} + \frac{150}{55-x} = 5\frac{1}{2};$$

$$300(55-x) + 300(55+x) = 11(55^2 - x^2); x^2 - 25 = 0 \quad x = \pm 5;$$

$$x = -5 \text{ не подходит, значит } x = 5.$$

Ответ: 5 км/ч.

№ 702 (№ 687). Если x км/ч — скорость течения, то против течения лодка плыла со скоростью $(12 - x)$ км/ч, на лодке турист плыл $\left(\frac{25}{12-x}\right)$ ч, на плоту — $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{25}{x} - \frac{25}{12-x} = 10$,

$$25(12-x) - 25x = 10x(12-x); x^2 - 17x + 30 = 0;$$

$$D = (-17)^2 - 4 \cdot 30 = 169 = 13^2; x = \frac{17 \pm 13}{2}; \text{при } x = \frac{17+13}{2} = 15,$$

$$12-x < 0, \text{ т.е. } x = 15 \text{ не подходит, значит, } x = \frac{17-13}{2} = 2. \text{ Ответ: } 2 \text{ км/ч.}$$

№ 703 (№ 688). Если x км/ч — скорость течения в притоке, то $(x-1)$ — скорость течения в реке; лодка плыла вверх по реке $\left(\frac{35}{10-(x-1)}\right)$ ч,

$$\text{по притоку } \left(\frac{18}{10-x}\right) \text{ ч. Запишем уравнение: } \frac{35}{11-x} + \frac{18}{10-x} = 8;$$

$$35(10-x) + 81(11-x) = 8(10-x)(11-x); 8x^2 - 115x + 332 = 0;$$

$$D = (-115)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 332 = 13225 - 10624 = 2601;$$

$$x = \frac{115 \pm \sqrt{2601}}{16} = \frac{115 \pm 51}{16}; \text{если } x = \frac{115+51}{16} = \frac{166}{16} > 10, \text{ т.е. } 10-x < 0,$$

$$\text{значит, } x = \frac{166}{16} \text{ не подходит, т.е. } \frac{115-51}{16} = 4; x-1 = 3$$

Ответ: скорость течения в реке равна 3 км/ч.

№ 704 (№ 689). Если x км/ч — скорость плота, то $(x+12)$ км/ч — скорость катера; катер плыл $\left(\frac{20}{x+12}\right)$ ч, плот — $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч. Запишем уравнение

$$\frac{20}{x+12} - 5\frac{1}{3} = \frac{20}{x}; 3 \cdot 20x + 16x(x+12) = 60(x+12); x^2 + 12x - 45 = 0;$$

$$D_1 = 36 + 45 = 81 = 9^2; x = -6 \pm 9;$$

$$x = -6 - 9 = -15 \text{ не подходит, значит, } x = -6 + 9 = 3 \text{ Ответ: } 3 \text{ км/ч.}$$

№ 705 (№ 690). Обозначим за x км/ч скорость течения. Скорость лодки в неподвижной воде равна $90 \text{ м/мин} = 5,4 \text{ км/ч}$.

На веслах рыболов плыл $\left(\frac{6}{5,4-x}\right)$ ч, без весел — $\left(\frac{6}{x}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{6}{5,4-x} - \frac{6}{x} = 4,5; 12x + 12(5,4-x) = 9x(5,4-x);$$

$$x^2 - 5,4x + 7,2 = 0; D_1 = (-2,7)^2 - 72 = 0,09 = 0,3^2; x = 2,7 \pm 0,3; x_1 = 3; x_2 = 2,4$$

Ответ: 3 км/ч или 2,4 км/ч.

№ 706 (№ 691). Если x км/ч — скорость плота, то $\left(\frac{44-27}{x}\right)$ ч — время

его движения, $(12 - x)$ км/ч — скорость катера, $\left(\frac{27}{12 - x}\right)$ ч — время движения катера. Запишем уравнение: $\frac{27}{12 - x} + \frac{8}{3} = \frac{44 - 27}{x}$;

$$81x - 8x(12 - x) = 51(12 - x); 2x^2 - 57x + 153 = 0;$$

$$D = (-57)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 153 = 2025 = 45^2; x = \frac{57 \pm 45}{4};$$

при $x = \frac{57 + 45}{4} = 25,5$, $12 - x < 0$, т.е. $x = 25,5$ не подходит, значит,

$$x = \frac{57 - 45}{4} = 3.$$

Ответ: 3 км/ч.

№ 707 (№ 692). Обозначим за x км/ч и $(x + 10)$ км/ч — скорость теплохода до и после задержки в пути. До задержки он прошел $(1,5x)$ км, после — $(225 - 1,5x)$ км; после остановки он плыл $\left(\frac{225 - 1,5x}{x + 10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{225}{x} = \frac{225 - 1,5x}{x + 10} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$;

$$225x + 2250 = 225x + 0,5x^2 + 20x; x^2 + 40x - 4500 = 0;$$

$D_1 = 400 + 4500 = 70^2$; $x = -20 \pm 70$; $x = -20 - 70 = -90$ не подходит. значит, $x = -20 + 70 = 50$ км/ч.

Ответ: 50 км/ч.

№ 708 (№ 693). Если скорость первого автомобиля равна x км/ч, то до остановки второй двигался со скоростью x км/ч, после — $(x + 5)$ км/ч.

Время движения первого — $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, время движения второго до оста-

новки — $\left(\frac{3}{4}\right)$ ч, после — $\left(\frac{220 - \frac{3}{4}x}{x + 5}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} = \frac{220 - \frac{3}{4}x}{x + 5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}; 120x + 600 = 120x + x^2 + 5x; x^2 + 20x - 2400 = 0;$$

$$D_1 = 100 + 2400 = 50^2; x = -10 \pm 50;$$

$x = -10 - 50 = -60$ не подходит, значит $x = -10 + 50 = 40$.

Ответ: 40 км/ч.

№ 709 (№ 694). Обозначим за x км/ч и $(x + 10)$ км/ч скорость автобуса до и после ее увеличения, тогда от А до В он доехал за $\frac{400}{x}$ ч, от В до точки, где

он увеличил скорость, за 2 ч, от этой точки до А за $\left(\frac{400 - 2x}{x + 10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{400}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{400 - 2x}{x + 10}$;

$$1200x + 12000 = x^2 + 70x + 1200x; x^2 + 70x - 12000 = 0;$$

$$D_1 = 35^2 + 12000 = 13225 = 115^2; x = -35 \pm 115;$$

$$x = -35 - 115 = -150 \text{ не подходит, значит, } x = -35 + 115 = 80;$$

$$\frac{400 - 2x}{x + 10} = \frac{400 - 160}{90} = 2\frac{2}{3}. \quad \text{Ответ: 2 часа 40 минут.}$$

№ 710 (№ 695). Обозначим за x км/ч скорость мотоциклиста до уменьшения скорости, $(x-10)$ км/ч — скорость после ее уменьшения. Первую

часть обратного пути он проехал за $\left(\frac{100}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{4x-100}{x-10}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{100}{x} + \frac{4x-100}{x-10} = 4\frac{1}{2};$$

$$200(x-10) + 8x^2 - 200x = 9x^2 - 90x; x^2 - 90x + 2000 = 0;$$

$$D_1 = 45^2 - 2000 = 25 = 5^2; x = 45 \pm 5; x_1 = 40; x_2 = 50;$$

$$4x_1 = 160; 4x_2 = 200. \quad \text{Ответ: 160 км или 200 км.}$$

№ 711 (№ 696). Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч — скорость первого и второго автомобилей. Расстояние между городами равно

$$5x + 5(x+10) = (10x + 50) \text{ км, } \frac{150}{x+10} \text{ ч — время движения второго автомо-}$$

биля до места встречи во втором случае.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{10x + 50 - 150}{x} - \frac{150}{x+10} = 4,5;$$

$$(10x-100)(x+10) - 150x = 4,5x(x+10),$$

$$10x^2 + 100x - 100x - 1000 - 150x = 4,5x^2 + 45x; 5,5x^2 - 195x - 1000 = 0,$$

$$D = 38025 + 22000 = 60025,$$

$$x = \frac{195 \pm \sqrt{60025}}{11}, x_1 = \frac{195 - 245}{11} = -\frac{50}{11}, \text{ (не подходит)}$$

$$x_2 = \frac{195 + 245}{11} = 40 = 40, \text{ тогда } 10x + 50 = 10 \cdot 40 + 50 = 450. \text{ Ответ: 450 км}$$

№ 712 (№ 697). Обозначим за x км/ч — скорость катера в стоячей воде, тогда $(x+2)$ км/ч — скорость катера по течению, $(x-2)$ км/ч — скорость катера против течения, расстояние между М и N равно $6(x+2)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{6(x+2)+40}{x+2} + \frac{6(x+2)-40}{x-2} = 9;$$

$$(6x-28)(x-2) + (6x-28)(x+2) = 9(x^2-4),$$

$$6x^2 - 12x - 28x + 56 + 6x^2 + 12x - 28x - 56 = 9x^2 - 36; 3x^2 - 56x + 36 = 0,$$

$$D = 28^2 - 3 \cdot 36 = 676, x = \frac{28 \pm \sqrt{676}}{3} = \frac{28 \pm 26}{3};$$

$$x_1 = \frac{28-26}{3} = \frac{2}{3} \text{ (не подходит, т.к. тогда } x-2 < 0); x_2 = \frac{28+26}{3} = 18$$

Ответ: 18 км/ч.

№ 713 (№ 698). Обозначим за x км/ч — первоначальную скорость мотоцикла, тогда $\frac{36}{x}$ ч — время, за которое мотоцикл проехал первую

часть обратного пути, $\frac{5x-36}{x+3}$ ч — время движения на втором участке

обратного пути. Запишем уравнение: $\frac{36}{x} + \frac{5x-36}{x+3} = 5 - \frac{1}{4}$,

$$4 \cdot 36(x+3) + 4x(5x-36) = 19x(x+3); 144x + 432 + 20x^2 - 144x = 19x^2 + 57x;$$
$$x^2 - 57x + 432 = 0, D = 57^2 - 4 \cdot 432 = 1521.$$

$$x = \frac{57 \pm \sqrt{1521}}{2} = \frac{57 \pm 39}{2}; x_1 = \frac{57+39}{2} = 48, x_2 = \frac{57-39}{2} = 9.$$

Ответ: 9 км/ч или 48 км/ч.

№ 714 (№ 699). Обозначим за x м — длину шага сына, тогда $x + 0,2$ м — длина шага отца, сын сделал $\frac{240}{x}$ шагов, отец сделал $\frac{240}{x+0,2}$ шагов.

Запишем уравнение: $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+0,2} = 100$;

$$240(x+0,2) - 240x = 100x(x+0,2), 240x + 48 - 240x = 100x^2 + 20x;$$
$$100x^2 + 20x - 48 = 0, 25x^2 + 5x - 12 = 0, D = 25 + 1200 = 1225 = 35^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{50}, x_1 = \frac{-5+35}{50} = 0,6, \text{ тогда } x + 0,2 = 0,8,$$

$$x_2 = \frac{-5-35}{50} = -\frac{4}{5} \text{ (не подходит).} \quad \text{Ответ: } 0,6 \text{ м, } 0,8 \text{ м.}$$

№ 715 (№ 700). Обозначим за x количество костюмов, которое вторая бригада шила за день, тогда $(x + 10)$ костюмов в день шила первая бригада, $\frac{160}{x+10}$ дней шила костюмы первая бригада, $\frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x}$ дней шила

костюмы вторая бригада. Запишем уравнение: $\frac{160}{x+10} + 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x} - 2$;

$$160x - 4x(x+10) = 120(x+10), 160x + 4x^2 + 40x = 120x + 1200;$$

$$x^2 - 20x - 300 = 0, D_1 = 10^2 + 300 = 400 = 20^2; x = 10 \pm 20;$$

$$x = -30 \text{ (не подходит); } x_2 = 10. \quad \text{Ответ: } 10 \text{ костюмов.}$$

№ 716 (№ 701). Обозначим за x плановое количество пылесосов, которое в день должна изготавливать бригада, тогда бригада должна была выполнить план за $\frac{768}{x}$ дней; за первые 5 дней бригада изготовила $5x$ пы-

лесосов, $\frac{844-5x}{x+6}$ дней бригада изготовляла ежедневно на 6 пылесосов

больше нормы. Запишем уравнение: $5 + \frac{844-5x}{x+6} = \frac{768}{x} - 1$;

$$6x(x+6) + (844-5x)x = 768(x+6), 6x^2 + 36x + 844 - 5x^2 = 768x + 4608;$$

$$x^2 - 112x - 4608 = 0, D_1 = 56^2 + 4608 = 7744, x = 56 \pm \sqrt{7744} = -56 \pm 88,$$

$$x = -56 - 88 = -144 \text{ (не подходит), } x_2 = -56 + 88 = 32$$

Ответ: 32 пылесоса.

№ 717. (н). Пусть масса первого сплава — x кг, тогда масса второго сплава — $(60 - x)$ кг. $\frac{6}{x} = \frac{3,6}{60-x} + 0,15$; $\frac{6}{x} = \frac{12,6 - 0,15x}{60-x}$;
 $360 - 6x = 12,6x - 0,15x^2$; $0,15x^2 - 18,6x + 360 = 0$
 $D = 18,6^2 - 4 \cdot 0,15 \cdot 360 = 129,96 = 11,4^2$; $x = \frac{18,6 \pm 11,4}{0,3}$

$x = 24$ или $x = 100$ (этого быть не может, т.к. $x < 60$).

Ответ: 24 кг и 36 кг.

№ 718. (н). Пусть первоначальная масса сплава равна x кг

Тогда $\frac{6}{x} = \frac{6}{x+13} + 0,26$; $\frac{6}{x} = \frac{9,38 + 0,26x}{x+13}$;

$6x + 78 = 9,38x + 0,26x^2$; $0,26x^2 + 3,38x - 78 = 0$;

$D = 3,38^2 + 4 \cdot 0,26 \cdot 78 = 92,5444 = 9,62^2$;

$x = \frac{-3,38 \pm 9,62}{0,52}$; $x = 12$.

Ответ: 12 кг.

№ 719 (№ 702). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое может вспахать все поле первый трактор, тогда второй трактор может вспахать поле за $(x + 5)$ дней; $\frac{1}{x}$ — произ-

водительность первого трактора, $\frac{1}{x+5}$ — производительность второго,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}$ — их совместная производительность.

Запишем уравнение: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}\right) \cdot 4 = \frac{2}{3}$; $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$;

$6(x+5) + 6x = x(x+5)$, $x^2 - 7x - 30 = 0$.

По теореме, обратной теореме Виета: $x_1 = -3$ (не подходит),

$x_2 = 10$, тогда $x + 5 = 15$. Ответ: 10 дней, 15 дней.

№ 720 (№ 703). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое оба комбайна уберут поле, за $(x + 9)$ дня убереет поле первый комбайн, за $(x + 4)$ дней убереет поле второй комбайн. $\left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9}\right)$ — их совместная производительность.

Запишем уравнение: $\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x}$;

$x(x+5) + x(x+4) = (x+4)(x+9)$; $x^2 + 9x + 4x = x^2 + 13x + 36$, $x^2 = 36$,

$x_1 = -6$ (не подходит), $x_2 = 6$; $x_2 + 9 = 15$; $x_2 + 4 = 10$

Ответ: 15 дней, 10 дней.

№ 721 (№ 704). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое бассейн наполнится через обе трубы, тогда за $(x + 9)$ ч бассейн наполнится через первую трубу, за $(x + 16)$ ч бассейн на-

полнится через вторую трубу, $\left(\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16}\right)$ — совместная производительность по наполнению бассейна двух труб. Запишем уравнение:

$$\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{x};$$

$$x(x+16) + x(x+9) = (x+9)(x+16); x^2 + 16x + x^2 + 9x = x^2 + 25x + 144; x^2 = 144;$$

$$x_1 = -12 \text{ (не подходит)}, x_2 = 12. \quad \text{Ответ: 12 часов.}$$

№ 705. (с). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x ч время, за которое выполняют всю работу обе машинистки, тогда за $2(x-1)$ ч выполнит всю работу первая машинистка, за $3 \cdot (x-1)$ ч — вторая, их совместная производительность равна $\left(\frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)}\right)$.

Запишем уравнение: $\frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)} = \frac{1}{x};$

$$3x + 2x = 6(x-1); x = 6; 2 \cdot (x-1) = 10; 3 \cdot (x-1) = 15.$$

Ответ: 10 часов, 15 часов.

№ 722 (№ 706). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое первый слесарь выполнит всю работу, тогда второй слесарь может выполнить всю работу за $(x-5)$ ч; совместная производительность двух слесарей равна $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right)$.

Запишем уравнение: $\frac{1}{x} \cdot 1 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) \cdot 4 = 0,4; \frac{5}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{5};$

$$25(x-5) - 20x = 2x(x-5); 25x - 125 + 20x = 2x^2 - 10x,$$

$$2x^2 - 55x + 125 = 0; D = 55^2 - 4 \cdot 2 \cdot 125 = 2025,$$

$$x = \frac{55 \pm \sqrt{2025}}{4} = \frac{55 \pm 45}{4}; x_1 = \frac{55-45}{4} = 2,5 \text{ (не подходит, так как } x_1-5 < 0),$$

$$x_2 = \frac{55+45}{4} = 25; x_2 - 5 = 20. \quad \text{Ответ: 25 часов, 20 часов.}$$

№ 707. (с). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x дней время, за которое первый рабочий сможет выполнить всю работу, тогда его производительность равна $\frac{1}{x}$, производительность второго рабочего

равна $\frac{1}{12} - \frac{1}{x}$. Запишем уравнение: $\frac{0,5}{\frac{1}{12} - \frac{1}{x}} + \frac{0,5}{\frac{1}{12} - \frac{1}{x}} = 25;$

$$0,5x + \frac{0,5 \cdot 12x}{x-12} = 25; 0,5x^2 - 6x + 6x = 25x - 300; x^2 - 50x + 600 = 0;$$

$$D = 25^2 - 227 = 25; x = 25 \pm \sqrt{25} = 25 \pm 5; x_1 = 25 - 5 = 20; x_2 = 25 + 5 = 30$$

Ответ 20 дней или 30 дней

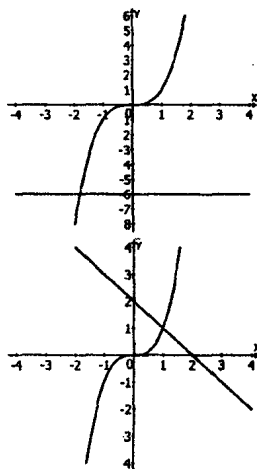
№ 708 (с).

а) $x^3 + 6 = 0$, $x^3 = -6$.

Строим графики функций

$y = -6$ и $y = x^3$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x \approx -1,8$, т.е. корень уравнения $x = -1,8$.

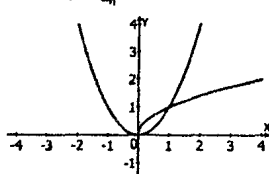
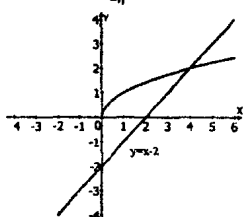
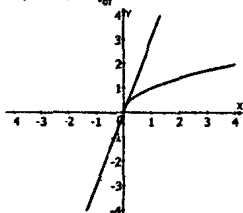
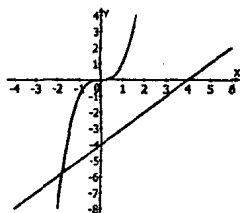


б) $x^3 + x - 2 = 0$, $x^3 = -x + 2$.

Строим графики функций

$y = x^3$ и $y = -x + 2$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x = 1$, это и есть корень данного уравнения.



в) $x^3 - x + 4 = 0$, $x^3 = x - 4$.

Строим графики функций

$y = x^3$ и $y = -4$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x \approx -1,8$, это и есть корень данного уравнения.

г) $\sqrt{x} = 3x$.

Строим графики функций

$y = 3x$ и $y = \sqrt{x}$

Точка пересечения имеет абсциссу $x = 0$, это и есть корень данного уравнения

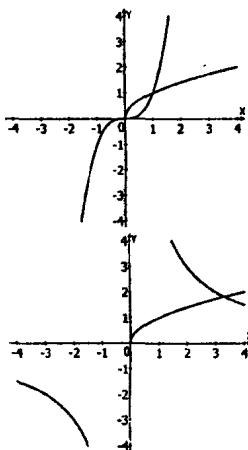
д) $\sqrt{x} = x - 2$.

Строим графики функций $y = x - 2$ и $y = \sqrt{x}$

Точка пересечения имеет абсциссу $x = 4$, это и есть корень данного уравнения.

е) $\sqrt{x} = x^2$ Строим графики функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$

Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.

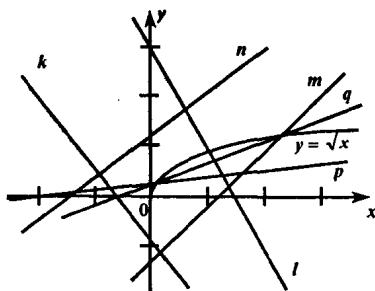


ж) $\sqrt{x} = x^3$. Строим графики функций $y = x^3$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.

з) $\sqrt{x} = \frac{6}{x}$. Строим графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 3,3$ — корень данного уравнения.

и) $\sqrt{x} = \frac{12}{x}$. Строим графики функций $y = \frac{12}{x}$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 5,2$ — корень данного уравнения.

№ 709 (с). Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = ax + b$ при различных a и b . Из рисунка определяем: если $a \leq 0, b < 0$ — нет решений (прямая k), если $a \leq 0, b \geq 0$ — 1 решение (прямая l), если $a > 0, b < 0$ — 1 решение (прямая m), если $a > 0, b \geq 0$ — нет решений (прямая n), либо 2 решения (прямая q), либо 1 решение (прямая p).



ГЛАВА IV. Неравенства

§ 10. Числовые неравенства и их свойства

28. Числовые неравенства

№ 710. (с). а) $p - q = -5$; $-5 < 0$, значит, $p < q$;
б) $p - q = 8$; $8 > 0$, значит, $p > q$; в) $p - q = 0$; $0 = 0$, значит, $p = q$.

№ 724 (№ 711). а) $a - b = -0,001$; $0,001 < 0$, значит, $a < b$;
б) $a - b = 0$; $0 = 0$, значит, $a = b$; в) $a - b = 4,3$; $4,3 > 0$, значит, $a > b$.

№ 725 (№ 712). а) нет, т.к. $3,72 > 0$; б) да, т.к. $-5 < 0$;
в) нет, т.к. из $a < b$ следует, что $a - b = 0 < 0$, что неверно

№ 726 (№ 713). $3a(a+6) = 3a^2 + 18a$;
 $(3a+6)(a+4) = 3a^2 + 12a + 6a + 24 = 3a^2 + 18a + 24$;
 $3a^2 + 18a - (3a^2 + 18a + 24) = 3a^2 + 18a - 3a^2 - 18a - 24 = -24$;
 поскольку $-24 < 0$, то $3a(a+6) < (3a+6)(a+4)$ при всех значениях a , а, значит, и при $a = -5$, $a = 0$ и $a = 40$ тоже.

№ 727 (№ 714). $4b(b+1) = 4b^2 + 4b$;
 $(2b+7)(2b-8) = 4b^2 - 16b + 14b - 56 = 4b^2 - 2b - 56$;
 $4b^2 + 4b - (4b^2 - 2b - 56) = 4b^2 + 4b - 4b^2 + 2b + 56 = 6b + 56$.
 Подставим $b = -3$: $6b + 56 = 6 \cdot (-3) + 56 = -18 + 56 = 38 > 0$.
 Подставим $b = -2$: $6b + 56 = 6 \cdot (-2) + 56 = -12 + 56 = 44 > 0$.
 Подставим $b = 10$: $6b + 56 = 6 \cdot 10 + 56 = 60 + 56 = 116 > 0$.

При всех этих значениях b значение первого выражения больше, чем второго. Однако, если $b=20$, то $6b+56=6 \cdot (20)+56=64$, т.е. значение первого выражения меньше, чем второго, т.е. нельзя утверждать, что значение первого выражения всегда больше, чем второго.

№ 728 (№ 715). а) $3(a+1) + a - 4(2+a) = 3a + 3 + a - 8 - 4a = -5 < 0$, значит, $3(a+1) + a < 4(2+a)$ при всех a ;

б) $(7p-1)(7p+1) - 49p^2 = 49p^2 - 1 - 49p^2 = -1 < 0$, значит, $(7p-1)(7p+1) < 49p^2$ при всех p ;

в) $(a-2)^2 - a(a-4) = a^2 - 4a + 4 - a^2 + 4a = 4 > 0$, значит, $(a-2)^2 > a(a-4)$ при всех a ;

г) $(2a+3)(2a+1) - 4a(a+2) = 4a^2 + 2a + 6a + 3 - 4a^2 - 8a = 3 > 0$, значит, $(2a+3)(2a+1) > 4a(a+2)$ при всех a .

№ 729 (№ 716). а) $2b^2 - 6b + 1 - 2b(b-3) = 2b^2 - 6b + 1 - 2b^2 + 6b = 1 > 0$, значит, $2b^2 - 6b + 1 > 2b(b-3)$; неравенство доказано.

б) $(c+2)(c+6) - (c+3)(c+5) = c^2 + 6c + 2c + 12 - c^2 - 5c - 3c - 15 = -3 < 0$;

$(c+2)(c+6) < (c+3)(c+5)$; неравенство доказано.

в) $p(p+7) - (7p-1) = p^2 + 7p - 7p + 1 = p^2 + 1 > 0$;

$p(p+7) > (7p-1)$; неравенство доказано.

г) $8y(3y-10) - (5y-8)^2 = 24y^2 - 80y - (25y^2 - 80y + 64) = 24y^2 - 80y - 25y^2 + 80y - 64 = -y^2 - 64 = -(y^2 + 64) < 0$, значит, $-(y^2 + 64) < 0$; $8y(3y-10) < (5y-8)^2$; неравенство доказано.

№ 730 (№ 717).

а) $4x(x+0,25) - (2x+3)(2x-3) = 4x^2 + x - (4x^2 - 9) = 4x^2 + x - 4x^2 + 9 = x + 9$

При $x = -10$, $x + 9 = -1$, т.е. $4x(x+0,25) < (2x+3)(2x-3)$,

значит, исходное неравенство верно не при любых x

б) $(5x-1)(5x+1) - 25x^2 + 2 = 25x^2 - 1 - 25x^2 + 2 = -3 < 0$ при любом x ,

значит, неравенство $(5x-1)(5x+1) < 25x^2 + 2$ верно при любом x

в) $(3x+8)^2 - 3x(x+16) = 9x^2 + 48x + 64 - 3x^2 - 48x = 6x^2 + 64$,

$6x^2 + 64 > 0$ при любом x , значит, неравенство

$(3x+8)^2 > 3x(x+16)$ верно при любом x .

г) $(7+2x)(7-2x) - 49 + x(4x+1) = 49 - 4x^2 - 49 + 4x^2 + x = x$,

значит, неравенство $(7+2x)(7-2x) < 49 + x(4x+1)$ верно при $x < 0$

и неверно при $x \geq 0$, т.е. оно верно не при любом значении x

№ 731 (№ 718).

а) $a(a+b) - ab = a^2 + ab - ab = a^2 \geq 0$ при всех a , значит, $a(a+b) \geq ab$.

б) $m^2 - mn + n^2 - mn = m^2 + n^2 \geq 0$ при всех m и n , значит, $m^2 - mn - n^2 \geq mn$.

в) $2bc \cdot (b^2 + c^2) = 2bc \cdot b^2 - c^2 = -(b^2 - 2bc + c^2) = -(b-c)^2 \leq 0$ при всех b и c , значит, $2bc \leq (b^2 + c^2)$;

г) $a(a-b) - b(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0$ при всех a и b , значит, $a(a-b) \geq b(a-b)$.

№ 732 (№ 719). а) $10a^2 - 5a + 1 - (a^2 + a) = 10a^2 - 5a + 1 - a^2 - a = 9a^2 - 6a + 1 = (3a - 1)^2 \geq 0$ при всех a , значит, $10a^2 - 5a + 1 \geq a^2 + a$ при всех a ;

б) $a^2 - a - (50a^2 - 15a + 1) = a^2 - a - 50a^2 + 15a - 1 = -49a^2 + 14a - 1 = -(7a - 1)^2 \leq 0$ при всех a , значит, $a^2 - a \leq 50a^2 - 15a + 1$ при всех a .

№ 733. (н). $\frac{a+2}{a} - 2 - \left(2 - \frac{a+2}{2}\right) = 1 + \frac{2}{a} - 2 - 2 + 1 + \frac{a}{2} = \frac{2}{a} + \frac{a}{2} - 2 =$
 $= \frac{a^2 - 4a + 4}{2a} = \frac{(a-2)^2}{2a} \geq 0$ при $a > 0$, поэтому $\frac{a+2}{a} - 2 \geq 2 - \frac{a+2}{2}$

№ 734 (№ 720). Обозначим за a и $\frac{1}{a}$ — положительное число и число, обратное ему. $a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a}$; так как $(a-1)^2 \geq 0$ и $a > 0$ по условию, значит, $\frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$, значит, $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

№ 735 (№ 721). а) $\frac{c^2 + 1}{2} - c = \frac{c^2 + 1 - 2c}{2} = \frac{(c-1)^2}{2} \geq 0$, значит, $\frac{c^2 + 1}{2} \geq c$,

б) $\frac{c}{c^2 + 1} - \frac{1}{2} = \frac{2c - c^2 - 1}{2(c^2 + 1)} = -\frac{(c-1)^2}{2(c^2 + 1)}$; $(c-1)^2 \geq 0$, $2(c^2 + 1) > 0$,

значит, $-\frac{(c-1)^2}{2(c^2 + 1)} \leq 0$ и $\frac{c}{c^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$.

№ 736 (№ 722). а) $a^2 - 6a + 14 = (a^2 - 6a + 9) + 5 = (a-3)^2 + 5 > 0$;

б) $b^2 + 70 - 16b = b^2 - 16b + 70 = (b^2 - 16b + 46) + 6 = (b-8)^2 + 6 > 0$.

№ 723. (с) Пусть $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0.$$

№ 737. (н). Неравенство 3 не является верным при любом значении a , а именно при $a = 2$.

№ 738. (н) а) $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 = 9 + 2\sqrt{18}$; $(\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 = 9 + 2\sqrt{14}$;

$$(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 > (\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{6} + \sqrt{3} > \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

б) $(\sqrt{3} - 2)^2 = 7 + 4\sqrt{3}$; $(\sqrt{6} + 1)^2 = 7 + 2\sqrt{6}$;

$$(\sqrt{3} - 2)^2 > (\sqrt{6} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{3} - 2 > \sqrt{6} + 1.$$

в, $(\sqrt{5} - 2)^2 = 9 - 4\sqrt{5}$; $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 = 9 - 6\sqrt{2}$;

$$(\sqrt{5} - 2)^2 < (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{5} - 2 < \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$r) (\sqrt{10} - \sqrt{7})^2 = 17 - 2\sqrt{70}; (\sqrt{11} - \sqrt{6})^2 = 17 - 2\sqrt{66};$$

$$(\sqrt{10} - \sqrt{7})^2 < (\sqrt{11} - \sqrt{6})^2 \Rightarrow \sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{11} - \sqrt{6}.$$

$$\text{№ 739. (н)} \quad \frac{a^2 + b^2}{2} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} =$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \geq 0, \text{ поэтому}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2, \text{ а значит } \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \text{ при } a \geq 0 \text{ и } b \geq 0.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 740 (№ 724). } a^3 + b^3 - ab(a+b) &= a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = (a^3 - a^2b) + (b^3 - ab^2) = \\ &= a^2(a-b) - b^2(a-b) = (a-b)(a^2 - b^2) = (a-b)(a-b)(a+b) = \\ &= (a-b)^2(a+b) > 0, \text{ поскольку } (a-b)^2 > 0 \text{ и } a+b > 0 \text{ (} a \geq 0, b \geq 0 \text{ и } \\ &a \neq b \text{). Значит, } a^3 + b^3 > ab(a+b). \end{aligned}$$

$$\text{№ 741 (№ 725). После сложения получили четыре числа: } 0 + k = k; \\ 1 + k; 2 + k; 3 + k; k(3+k) - (1+k)(2+k) = 3k + k^2 - (2 + k + 2k + k^2) = \\ = 3k + k^2 - 2 - k - 2k - k^2 = -2 < 0, \text{ значит, } k(3+k) < (1+k)(2+k).$$

$$\text{№ 742. (н) Если расстояние между поселком и станцией } S \text{ км, то Коля} \\ \text{потратил на путь } \frac{S}{5} \text{ часов, а Миша - } \frac{S}{2 \cdot 5,5} + \frac{S}{2 \cdot 4,5} = \frac{20S}{99}, \frac{S}{5} < \frac{20S}{99}, \\ \text{поэтому Коля пришел первым.}$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 743 (№ 726). Подставляя } x = -\frac{1}{3}, \text{ получаем:}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x + 2} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3}{-\frac{1}{3} + 2} = \frac{\frac{1}{9} + 2 + 3}{1\frac{2}{3}} = \frac{46}{9} : \frac{5}{3} = \frac{46 \cdot 3}{5 \cdot 9} = \frac{46}{15} = 3\frac{1}{15}$$

$$\text{№ 744 (№ 727).}$$

$$\text{а) } \frac{x^2 - 10x + 25}{35 - 7x} = \frac{(5-x)^2}{7(5-x)} = \frac{5-x}{7}; \text{ б) } \frac{4x^2 - 12x + 9}{(3-2x)^2} = \frac{(2x-3)^2}{(2x-3)^2} = 1.$$

$$\text{№ 745 (№ 728). а) } \frac{5}{x} = 2 - \frac{3}{x-2};$$

$$5(x-2) = 2x(x-2) - 3x; 2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0;$$

$$2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0; 2x^2 - 12x + 10 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0; (x-1)(x-5) = 0; x_1 = 1; x_2 = 5;$$

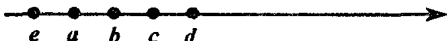
$$\text{б) } \frac{3}{2x-1} = 5x-9; 3 = (5x-9)(2x-1);$$

$$10x^2 - 5x - 18x + 9 - 3 = 0; 10x^2 - 23x + 6 = 0;$$

$$D = (-23)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 6 = 529 - 240 = 289;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 10} = \frac{23 \pm 17}{20}; x_1 = \frac{23+17}{20} = \frac{40}{20} = 2; x_2 = \frac{23-17}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

29. Свойства числовых неравенств

№ 746 (№ 729). 

№ 747 (№ 730). 

Ответ: $p < n, p < q, m < q$.

№ 748 (№ 731). 1) $a < b < b+1$, значит, $a < b+1$;

2) $a-3 < a < b$, значит, $a-3 < b$;

3) $a-5 < a < b < b+1$, значит, $a-5 < b+2$;

4) $a+4$ и $b-1$ сравнить нельзя, так как $a+4 > a$ и $b-1 < b$.

№ 749 (№ 732). а) $a-3 > b-3$, значит, $(a-3)+3 > (b-3)+3$, т.е. $a > b$; так как $b > 4$, то $a > 4$, т.е. a и b — положительные;

б) $a-8 > b-8$, значит, $(a-8)+8 > (b-8)+8$, т.е. $a > b$;

так как $a < -12$, то $b < -12$, т.е. a и b — отрицательные;

в) $7a > 7b$, значит, $(7a) > (7b)$, т.е. $a > b$;

так как $b > \frac{1}{2}$, то $a > \frac{1}{2}$, т.е. a и b — положительные;

г) $-2a > -2b$, значит, $(-2a) < (2b)$, т.е. $a < b$;

так как $b < -\frac{1}{3}$, то $a < -\frac{1}{3}$, т.е. a и b — отрицательные.

№ 750 (№ 733). а) 1) $18 + (-5) > -7 + (-5)$; $13 > -12$;

2) $18 + 2,7 > -7 + 2,7$; $20,7 > -4,3$; 3) $18 + 7 > -7 + 7$; $25 > 0$;

б) 1) $5 - 2 > -3 - 2$; $3 > -5$;

2) $5 - 12 > -3 - 12$; $-7 > -15$; 3) $5 - (-5) > -3 - (-5)$; $10 > 2$;

в) 1) $(-9) \cdot 2 < 21 \cdot 2$; $-18 < 42$;

2) $(-9) \cdot (-1) > 21 \cdot (-1)$; $9 > -21$, 3) $(-9) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) > 21 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; $3 > -7$,

г) 1) $15 : 3 > (-6) : 3$; $5 > -2$;

2) $15 : (-3) < (-6) : (-3)$; $-5 < 2$; 3) $15 : (-1) < (-6) : (-1)$; $-15 < 6$.

№ 751 (№ 734). а) $a+4 < b+4$; б) $a-5 < b-5$; в) $8a < 8b$; г) $3a < 3b$;

д) $-4,8a > -4,8b$; е) $-a > -b$.

№ 752 (№ 735). а) $-12,7a > -12,7b$; б) $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$; в) $0,07a < 0,07b$; г) $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$

№ 753 (№ 736). а) $5a < 2a$; $5a - 2a = 3a < 0$, значит, $a < 0$;

б) $7a > 3a$; $7a - 3a = 4a > 0$, значит, $a > 0$;

в) $-3a < 3a$; $-3a - 3a = -6a < 0$, значит, $a > 0$;

г) $-12a > -2a$; $-12a - (-2a) = -10a > 0$, значит, $a < 0$.

№ 754 (№ 737). Если $c > d$, то:

а) $-7c < -7d$ по Теореме 4, на странице 158, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число.

б) $\frac{c}{8} > \frac{d}{8}$ по Теореме 4, на странице 158, о делении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число.

в) $2c+11 > 2d+11$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

г) $0,01c \cdot 0,7 > 0,01d \cdot 0,7$ по Теореме 4, на странице 158, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3, на странице 158, о вычитании из обеих частей верного неравенства одного и того же числа.

д) $1-c < 1-d$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

е) $2 - \frac{c}{2} < 2 - \frac{d}{2}$ по Теореме 4 о делении обеих частей верного неравенства

на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

№ 755 (№ 738). Так как $a > b$, $d < b$, $c > a$ и $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$, то

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}, \frac{1}{d} > \frac{1}{b}, \frac{1}{c} < \frac{1}{a}, \text{ т.е. } \frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}.$$

№ 756. (н) $3a < 2a < a - \sqrt{3} < a(\sqrt{3} - \sqrt{2}) < -a\sqrt{7}$.

№ 757 (№ 739). а) $3 < a < 4$; $3 \cdot 5 < 5a < 4 \cdot 5$; $15 < 5a < 20$;

б) $3 < a < 4$; $-3 > -a > -4$; $-4 < -a < -3$;

в) $3 < a < 4$; $3 + 2 < a + 2 < 4 + 2$; $5 < a + 2 < 6$;

г) $3 < a < 4$; $-3 + 5 > -a + 5 > -4 + 5$; $1 < 5 - a < 2$;

д) $3 < a < 4$; $3 \cdot 0,2 + 3 < 0,2a + 3 < 4 \cdot 0,2 + 3$; $3,6 < 0,2a + 3 < 3,8$.

№ 758 (№ 740). Известно, что $5 < x < 8$; тогда:

а) $5 \cdot 6 < 6x < 6 \cdot 8$; $30 < 5x < 48$;

б) $-10 \cdot 5 > -10x > -10 \cdot 8$; $-80 < -10x < -50$;

в) $5 - 5 > x - 5 > 8 - 5$; $0 < x - 5 < 3$;

д) $3 \cdot 5 + 2 < 3x + 2 < 3 \cdot 8 + 2$; $17 < 3x + 2 < 26$.

№ 759 (№ 741). Исходя из того, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$, имеем:

а) $1,4 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 1,5 + 1$; $2,4 < \sqrt{2} + 1 < 2,5$;

б) $1,4 - 1 < \sqrt{2} - 1 < 1,5 - 1$; $0,4 < \sqrt{2} - 1 < 0,5$;

в) $-1,4 + 2 > 2 - \sqrt{2} > -1,5 + 2$; $0,5 < 2 - \sqrt{2} < 0,6$.

№ 760 (№ 742). Исходя из того, что $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, имеем:

а) $2,2 + 2 < \sqrt{5} + 2 < 2,3 + 2$; $4,2 < \sqrt{5} + 2 < 4,3$;

б) $-2,2 + 3 > 3 - \sqrt{5} > -2,3 + 3$; $0,7 < 3 - \sqrt{5} < 0,8$.

№ 761 (№ 743). Учитывая, что $5,1 \leq a \leq 5,2$, получаем:

а) $P = 4a$, значит, $4 \cdot 5,1 \leq 4a \leq 4 \cdot 5,2$, т.е. $20,4 \leq P \leq 20,8$;

б) $a = \frac{P}{4}$, значит, $\frac{15,6}{4} \leq \frac{P}{4} \leq \frac{15,8}{4}$, т.е. $3,9 \leq a \leq 3,95$.

№ 762 (№ 744). а) $5 < y$ и $y < 8$, значит, $\frac{1}{5} > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > \frac{1}{8}$, т.е. $\frac{1}{8} < \frac{1}{y} < \frac{1}{5}$;

б) $0,125 < y < 0,25$; $\frac{1}{8} < y < \frac{1}{4}$; значит, $8 > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > 4$, т.е. $4 < \frac{1}{y} < \frac{1}{8}$.

Упражнения для повторения

№ 763 (№ 745). Подставляя $x = \frac{1}{4}$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{16}$

Подставляя $x = -3$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = (-3)^2 - 4(-3) + 1 = 9 + 12 + 1 = 22$.

Подставляя $x = 2 - \sqrt{3}$ получаем:

$$x^2 - 4x + 1 = (2 - \sqrt{3})^2 - 4(2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 4 + 3 - 8 + 1 = 0.$$

№ 764 (№ 746). а) $\frac{8x^2 - 3}{5} - \frac{5 - 9x^2}{4} = 2$;

$$32x^2 - 12 - 25 + 45x^2 = 20 \cdot 2; 77x^2 = 77; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1.$$

б) $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$; $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{(x + 1)(x^2 - x + 1)}$;

$$2(x + 1) - x^2 + x - 1 = 2x - 1; -x^2 + x + 2 = 0; x^2 - x - 2 = 0;$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2; x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -\frac{2}{2} = -1; \text{ не подходит, т.к.}$$

при $x = -1$ знаменатель дроби обращается в ноль, значит, единственный корень уравнения — $x = 2$.

в) $\frac{10}{x^2 - 4} - \frac{3}{2x - 4} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{3}{2(x - 2)} = \frac{1}{2}$;

$$20 - 3(x + 2) = (x - 2)(x + 2); 20 - 3x - 6 = x^2 - 4; x^2 + 3x - 18 = 0;$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 9 + 72 = 81;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2}; x_1 = \frac{-3 + 9}{2} = 3; x_2 = \frac{-3 - 9}{2} = -6;$$

г) $x - \frac{x^2 - 17}{x - 3} = \frac{5}{x}$; $x^2(x - 3) - x(x^2 - 17) = 5(x - 3)$;

$$x^3 - 3x^2 - x^3 + 17x = 5x - 15; -3x^2 + 17x - 5x + 15 = 0;$$

$$-3x^2 + 12x + 15 = 0; x^2 - 4x - 5 = 0; D_1 = (-2)^2 - 1(-5) = 4 + 5 = 9;$$

$$x = 2 \pm \sqrt{9} = 2 \pm 3; x_1 = 2 + 3 = 5; x_2 = 2 - 3 = -1.$$

30. Сложение и умножение числовых неравенств

№ 765 (№ 747). а) $12 > -5$ (+) $9 > 7$ (=) $21 > 2$;

б) $-2,5 < -0,7$ (+) $-6,5 < -1,3$ (=) $-9 < -2$.

№ 766 (№ 748). а) $5 > 2$ (x) $4 > 3$ (=) $20 > 6$; б) $8 < 10$ (x) $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ (=) $2 < 5$

№ 767 (№ 749). а) Так как $a > 0$, $b > 0$, то перемножив почленно неравенства ($a > b$) и ($a > b$), получим: $a \cdot a > b \cdot b$, т.е. $a^2 > b^2$.

б) Так как $a^2 > b^2$, то вычитая из обеих частей верного неравенства $a^2 > b^2$ число b^2 , получим $a^2 - b^2 > 0$. Преобразуем левую часть неравенства: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Так как $b > 0$ и $a > 0$, то $a + b > 0$, значит, полученное произведение будет положительно только если $a - b > 0$, т.е. если $a > b$.

№ 768 (№ 750). а) $3 < a < 4$ (+) $4 < b < 5$ ($\Rightarrow$) $7 < a + b < 9$;

б) из $4 < b < 5$ следует, что $-5 < -b < -4$, тогда

$3 < a < 4$ (+) $-5 < -b < -4$ ($\Rightarrow$) $-2 < a - b < 0$;

в) $3 < a < 4$ (x) $4 < b < 5$ ($\Rightarrow$) $12 < ab < 20$;

г) из $4 < b < 5$ следует, что $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$, тогда

$3 < a < 4$ (x) $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$ ($\Rightarrow$) $\frac{3}{5} < \frac{a}{b} < 1$.

№ 769 (№ 751). а) $6 < x < 7$ (+) $10 < y < 12$ ($\Rightarrow$) $16 < x + y < 19$;

б) из $6 < x < 7$ следует, что $-7 < -x < -6$, тогда

$10 < y < 12$ (+) $-7 < -x < -6$ ($\Rightarrow$) $3 < y - x < 6$;

в) $6 < x < 7$ (x) $10 < y < 12$ ($\Rightarrow$) $60 < xy < 84$;

г) из $6 < x < 7$ следует, что $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$, тогда

$10 < y < 12$ (x) $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$ ($\Rightarrow$) $1\frac{3}{7} < \frac{y}{x} < 2$.

№ 770 (№ 752). а) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ (+) $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ ($\Rightarrow$) $3,1 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,3$;

б) из $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ следует, что $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$, тогда

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ (+) $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$ ($\Rightarrow$) $0,2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,4$.

№ 771 (№ 753). а) $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ ($\Rightarrow$) $4,6 < \sqrt{6} + \sqrt{5} < 4,8$;

б) из $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ следует, что $-2,2 > -\sqrt{5} > -2,3$, тогда

$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $-2,3 < -\sqrt{5} < -2,2$ ($\Rightarrow$) $0,1 < \sqrt{6} - \sqrt{5} < 0,3$.

№ 772 (№ 754). Если a — основание, а b — боковая сторона равнобедренного треугольника, то его периметр равен: $P = a + 2b$.

Если $41 \leq b \leq 43$, то умножив это неравенство на 2, получим:

$82 \leq 2b \leq 86$. Тогда сложим неравенства:

$26 \leq a \leq 28$ (+) $82 \leq 2b \leq 86$ ($\Rightarrow$) $108 \leq a + 2b \leq 114$.

Ответ: $108 \text{ мм} \leq P \leq 114 \text{ мм}$.

№ 773 (№ 755). а) Периметр прямоугольника со сторонами a и b равен: $P = 2a + 2b$. Если $5,4 < a < 5,5$ и $3,6 < b < 3,7$, то умножив на 2 каждое из этих неравенств получаем: $10,8 < 2a < 11$, $7,2 < 2b < 7,4$.

Тогда сложим неравенства:

$10,8 < 2a < 11$ (+) $7,2 < 2b < 7,4$ ($\Rightarrow$) $18 < 2a + 2b < 18,4$.

Ответ: $18 \text{ см} < P < 18,4 \text{ см}$.

б) Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна: $S = ab$.

Умножим исходные неравенства:

$5,4 < a < 5,5$ (x) $3,6 < b < 3,7$ ($\Rightarrow$) $19,44 < ab < 20,35$.

Ответ: $19,44 \text{ см}^2 < S < 20,35 \text{ см}^2$.

№ 774 (№ 756). Если a и b — стороны прямоугольника, то его площадь равна: $S = ab$. Умножим исходные неравенства: $7,5 \leq a \leq 7,6$ ($\times$) $5,4 \leq b \leq 5,5$ ($=$) $40,5 \leq ab \leq 41,8$, т.е. площадь S комнаты прямоугольной формы не меньше $40,5 \text{ м}^2$, значит, это помещение подойдет.

№ 775 (№ 757). Обозначим за α и β — углы треугольника; найдем величину третьего угла: $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$. Тогда

$$58 \leq \alpha \leq 59 \quad (+) \quad 102 \leq \beta \leq 103 \quad (=) \quad 160 \leq \alpha + \beta \leq 162; \quad -162 \leq -(\alpha + \beta) \leq -160;$$

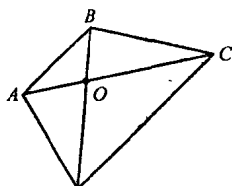
$$162 + 180 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq -160 + 180, \text{ значит, } 18 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq 20.$$

Ответ: $18^\circ \leq \gamma \leq 20^\circ$.

№ 776 (н). а) $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ac} = 8abc$;

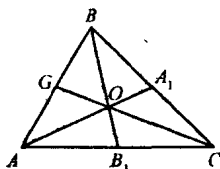
б)
$$\frac{(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)}{16} \geq \frac{2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc}}{16} = abc.$$

№ 777 (н).



По неравенству треугольника: $AB < AO + BO$, $CD < CO + DO$. Сложим эти 2 неравенства: $AB + CD < AO + BO + CO + DO = AC + BD$ — получили исконое.

№ 778 (н).



$$\left. \begin{array}{l} AO + B_1O > AB_1 \\ BO + C_1O > BC_1 \\ CO + A_1O > A_1C \end{array} \right\} \Rightarrow AO + A_1O + BO + B_1O + CO + C_1O > AB_1 + BC_1 + A_1C$$

$$AA_1 + BB_1 + CC_1 > \frac{AB + BC + AC}{2}$$

Упражнения для повторения

№ 779 (№ 758). Обозначим за a дм — длину стороны квадрата; $(a - 5)$ дм — ширина оставшейся части листа; площадь оставшейся части листа равна $(a(a - 5)) \text{ дм}^2$.

Запишем уравнение: $a(a - 5) = 6$; $a^2 - 5a - 6 = 0$;

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49; \quad a = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}; \quad a_1 = \frac{5+7}{2} = 6;$$

$$a_2 = \frac{5-7}{2} = -1 \text{ (не подходит).}$$

Ответ: $6 \times 6 \text{ дм}^2$.

№ 780 (№ 759).

$$\left(\frac{8x}{16-9x^2} + \frac{x}{3x-4}\right) : \left(1 - \frac{4-3x}{4+3x}\right) = \left(\frac{8x}{(4-3x)(4+3x)} - \frac{x}{4-3x}\right) : \left(\frac{4+3x-4+3x}{4-3x}\right) =$$

$$= \frac{8x-4x-3x^2}{(4-3x)(4+3x)} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x}{4+3x} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x(4+3x)}{6x(4+3x)} = \frac{1}{6}.$$

№ 781 (н). а) $9a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{9a \cdot \frac{1}{a}} = 6$ при $a > 0$;

б) $25b + \frac{1}{b} + 10 = \frac{25b^2 + 10b + 1}{b} = \frac{(5b+1)^2}{b} \leq 0$ при $b < 0$. поэтому

$25b + \frac{1}{b} \leq -10$ при $b < 0$.

31. Погрешность и точность приближения

№ 782(н) $17,26 \approx 17,3$, $|17,26 - 17,31| = 0,04$;

$12,034 \approx 12$, $|12,034 - 12| = 0,034$;

$8,654 \approx 8,7$, $|8,654 - 8,7| = 0,046$.

№ 783(н). а) $|9,87 - 10| = 0,13$; б) $|124 - 120| = 4$;

в) $|0,453 - 0,5| = 0,047$; г) $|0,198 - 0,21| = 0,002$.

№ 784(н) $\left|\frac{1}{7} - 0,14\right| = \left|\frac{1}{7} - \frac{7}{50}\right| = \left|\frac{50-49}{350}\right| = \frac{1}{350}$.

№ 785(н). а) $6,4 \leq y \leq 6,6$; б) $1,07 \leq y \leq 1,47$.

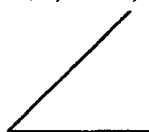
№ 786(н). $2^\circ\text{C} \leq t \leq 6^\circ\text{C}$.

№ 787(н). $0,03 \cdot 420 = 12,6$; $407,4(2) \leq a \leq 432,6(2)$.

№ 788(н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 789(н). а) да; б) да; в) нет; г) нет.

№ 790(н).



Угол равен 45° с точностью 1°

№ 791(н) 18 мм — линейкой (с точностью 1 мм);

17,9 мм — штангенциркулем (с точностью 0,1 мм);

17,86 мм — микрометром (с точностью 0,01 мм).

№ 792(н) $2,525 \approx 2,5$. Относительная погрешность равна

№ 793(н) $\frac{|7,6 - 7,8|}{7,6} = 2,6\%$.

№ 794(н) $\frac{0,1}{510,2} = 0,02\%$.

№ 795(н) Первая погрешность равна $\frac{0,01}{0,15} \approx 7\%$.

Вторая погрешность равна $\frac{500}{384000} \approx 0,13\%$. Первое измерение точнее

Упражнения для повторения

№ 796(н) Ошибка: $7\sqrt{11} - 6\sqrt{12} > 0$.

№ 797(н) а) $6a(a+1) - (3a+1)(2a+1) - a = 6a^2 + 6a - 6a^2 - 5a - 1 - a = -1 < 0$

б) $(1p-1)(2p+1) + 3(p+1) - (4p+3)p = 4p^2 - 1 + 3p + 3 - 4p^2 - 3p = 2 > 0$

№ 798(н).
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 + x_2 = 16 \end{cases} \quad x_1 = 12; x_2 = -4; q = x_1 x_2 = 12 \cdot (-4) = -48.$$

§ 32. Пересечение и объединение множеств.

№ 799 (н). $X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$Y = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$X \cap Y = \{11, 13, 17, 19\}$

№ 800 (н). $A = \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$; $B = \{16, 32, 48, 64, 80, 96\}$

$A \cap B = \{16, 64\}$; $A \cup B = \{16, 25, 32, 36, 48, 49, 64, 80, 81, 96\}$

№ 801 (н). а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{1, 2, 3, 6\}$; $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

$A \cap B = \{1, 2\}$; б) $A = \{\text{г, е, о, м, е, т, р, и, я}\}$; $B = \{\text{г, е, о, г, р, а, ф, и, я}\}$;

$A \cup B = \{\text{г, е, о, м, р, а, т, ф, и, я}\}$; $A \cap B = \{\text{г, е, о, р, и, я}\}$

№ 802 (н). а) $1 \in A \cap B$; $4 \notin A \cap B$; $64 \in A \cap B$;

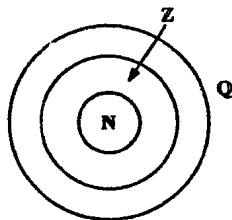
б) $16 \in A \cup B$; $27 \in A \cup B$; $64 \in A \cup B$.

№ 803 (н). а) отрезок BC ; б) отрезок AD .

№ 804 (н). а) множеством квадратов;

б) множеством прямоугольных равнобедренных треугольников.

№ 805 (н).



а) $N \cap Z = N$; $N \cup Z = Z$; б) $Z \cap Q = Z$; $Z \cup Q = Z$;

в) $Q \cap \{\text{иррациональные числа}\} = \emptyset$; $Q \cup \{\text{иррациональные числа}\} = \mathbb{R}$

№ 806 (н).



Их пересечение – множество чисел, кратных 12.



а) $A \cap B = \{\text{множество целых чисел, кратных } 12\}$;

$A \cup B = \{\text{множество целых чисел, кратных } 6\}$.

№ 808 (н). а) $X \cap Y = \emptyset$; б) $X \cup Y = \mathbb{Z}$;

в) $X \cap Y = \{\text{множество целых чисел, кратных } 15\}$;

$X \cup Y = \{\text{множество целых чисел, кратных } 5\}$.

№ 809 (н). Измерение выполнено с относительной точностью до

$$\frac{1}{16} \cdot 100\% = 6,25\%.$$

№ 810 (н). $1 - \frac{1}{2-x} = \frac{6-x}{3x^2-12} - \frac{1}{x-2}$; $\frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x-2} - 1 = 0$;

$$\frac{6-x-2 \cdot 3(x+2)-3(x^2-4)}{3(x-2)(x+2)} = 0; 6-x-6x-12-3x^2+12=0; (x \neq \pm 2)=$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0; D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 121; z = \frac{-7 \pm 11}{6}; x_1 = -3; x_2 = \frac{2}{3}.$$

№ 811 (н). Пусть урожайность гречихи в первом хозяйстве x ц/га, тогда во

втором хозяйстве $-(x-2)$ ц/га. Имеем: $\frac{180}{x} = \frac{160}{x-2} - 1$; $\frac{180}{x} - \frac{160}{x-2} + 1 = 0$;

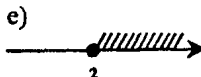
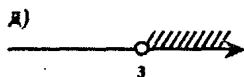
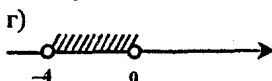
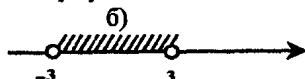
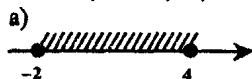
$$180(x-2) - 160x + x(x-2) = 0 (x \neq 0, x \neq 2); x^2 + 18x - 360 = 0;$$

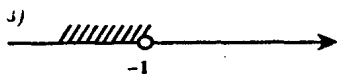
$$D = 324 + 4 \cdot 360 = 1764; x = \frac{-18 \pm 42}{2}; x = 12; x-2 = 10. \text{ Ответ: } 12 \text{ ц и } 10 \text{ ц.}$$

§ 11. Неравенства с одной переменной и их системы

33. Числовые промежутки

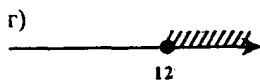
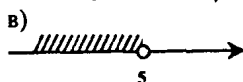
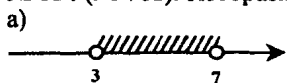
№ 812 (№ 761). 1) Изобразим графически:



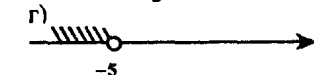
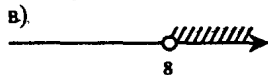
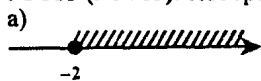


№ 813 (н). а) $[-2; 6]$; б) $[-1 + \infty]$; в) $(-1; 7)$; г) $(-\infty; 4]$.

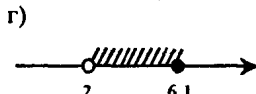
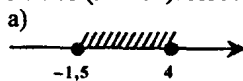
№ 814 (№ 762). Изобразим графически:



№ 815 (№ 763). Изобразим графически:



№ 816 (№ 764). Изобразим графически:



№ 817 (№ 765). а) Принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: $-3,5$; $-3,9$;

не принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: -5 ; $6,5$; $-4,1$;

б) -8 ; $-5,5$; -5 ; -6 ; $7,5$ принадлежат промежутку $[-8; -5]$;

-9 не принадлежит промежутку $[-8; -5]$.

№ 818 (№ 766). а) $-1,5$; -1 ; 0 ; 3 ; $5,1$; $6,5$; б) $5,1$; $6,5$; в) $-1,6$; $-1,5$; -1 .

№ 819 (№ 767). а) $\sqrt{2} \approx 1,41$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

б) $\sqrt{3} \approx 1,73$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

в) $\sqrt{5} \approx 2,24$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

г) $\sqrt{6} \approx 2,45$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$.

№ 820. (н) $\frac{6}{54}$; $\frac{7}{54}$; $\frac{8}{54}$; $\frac{9}{54}$.

№ 819 (№ 768). а) 2 ; 3 ; -1 ; $-2,5$; б) $0,9$; $-0,7$; $-0,3$.

№ 821 (№ 769). а) -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; б) -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 .

№ 822 (№ 770). а) 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; б) -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ;

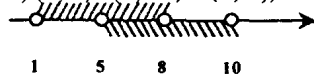
в) -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; г) -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 .

№ 823 (№ 771). а) -9 ; б) 16 ; в) 31 ; г) 7 .

№ 824 (№ 772). 1) принадлежит; 2) $1,99$; $1,999$; 3) нет; 4) нет.

№ 825 (№ 773).

а) $(1; 8) \cap (5; 10) = (5; 8)$;



б) $[-4; 4] \cap [-6; 6] = [-4; 4]$;



$$в) (5; +\infty) \cap (7; +\infty) = (7; +\infty);$$

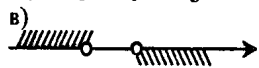
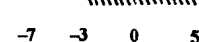


$$г) (-\infty; 10) \cap (-\infty; 6) = (-\infty; 6).$$



№ 826. (н) Пересечение интервалов: $(-3, 9; 1)$. Целые числа в пересечении: $-3; -2; -1; 0; -4$ числа. Правильный ответ -2 .

№ 827 (№ 774).

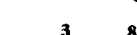
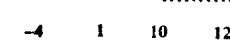
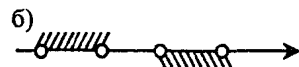
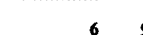


№ 828 (№ 775). а) $(-3; \infty) \cap (4; +\infty) = (-3; 4)$; б) $(-\infty; 2) \cap [0; +\infty) = [0; 2)$;
 $(-3; \infty) \cup (4; +\infty) = (-3; \infty)$; $(-\infty; 2) \cup [0; +\infty) = (-\infty; +\infty)$;



в) $(-\infty; 6) \cap (-\infty; 9) = (-\infty; 6)$;

$(-\infty; 6) \cup (-\infty; 9) = (-\infty; 9)$;



в) $[1; 5] \cap (0; 8) = [1; 5]$;

$[1; 5] \cup (0; 8) = (0; 8)$.



Упражнения для повторения

№ 829 (№ 776). а)
$$1 + \frac{a-x}{ax} = \frac{x+a-x}{ax} = \frac{a}{x} : \frac{ax}{1} = \frac{a}{ax^2} = \frac{1}{x^2};$$

б)
$$\frac{\frac{a^2-b^2}{2a^2b^2} - 1}{\frac{a^2-b^2}{2a^2b^2}} = \frac{a^2-b^2-a^2}{a^2} : \frac{2a^2b^2}{1} = -\frac{b^2}{2a^2b^2a^2} = -\frac{1}{2a^4}.$$

№ 830 (№ 777). $a^2 + 5 - 2a = a^2 - 2a + 5 = (a^2 - 2a + 1) + 4 = (a-1)^2 + 4 > 0$ при всех a , значит, $a^2 + 5 > 2a$.

№ 831 (№ 778). Обозначим за x км/ч и $(x+5)$ км/ч — скорость первого и

второго поездов; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения первого поезда; $\left(\frac{120}{x+5}\right)$ ч

— время движения второго поезда; 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = \frac{1}{3}; 360(x+5) - 360x = x(x+5); 360x + 1800 - 360x = x^2 + 5x;$$

$$x^2 + 5x - 1800 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1(1800) = 25 + 7200 = 7225 = 85^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 85}{2}; x_1 = \frac{-5 - 85}{2} = \frac{-90}{2} = -45 \text{ (не подходит);}$$

$x_2 = \frac{-5+85}{2} = 40$; $x = 40$; $x + 5 = 45$. Ответ: 40 км/ч — скорость первого поезда; 45 км/ч — скорость второго поезда.

№ 832 (№ 779). $y = \frac{3x-1}{x-2} = -1$; $\frac{3x-1}{x-2} + 1 = 0$; $3x-1+x-2=0$; $4x=3$; $x=\frac{3}{4}$

34. Решение неравенств с одной переменной

№ 833 (№ 780). $5y > 2(y-1) + 6$;

$5y > 2y - 2 + 6$; $3y > 4$; $y > \frac{4}{3}$; $y > 1\frac{1}{3}$;

а) Да; б) нет; в) да; г) да.

№ 781. (с).

$12x + 4 < 7x - 1$; $5x < -5$; $x < -1$;

решениями данного неравенства являются числа: -2; -1,5

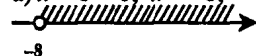
№ 834 (№ 782).

$2x < x + 7$; $x < 7$;

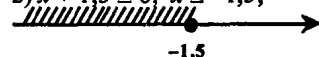
например, решениями данного неравенства будут числа: -10; 0.

№ 835 (№ 783).

а) $x + 8 > 0$; $x > -8$;



в) $x + 1,5 \leq 0$; $x \leq -1,5$;



№ 836 (№ 784). а) $3x > 15$; $x > 5$; $(5; +\infty)$; б) $-4x < -16$, $x > 4$; $(4; +\infty)$;

в) $-x \geq -1$; $x \leq 1$; $(-\infty; 1]$; г) $11y \leq 33$; $y \leq 3$; $(-\infty; 3]$;

д) $12y < 1,8$; $y < 0,15$; $(-\infty; 0,15)$; е) $27b \geq 12$; $b \geq \frac{12}{27}$; $b \geq \frac{4}{9}$; $[\frac{4}{9}; +\infty)$;

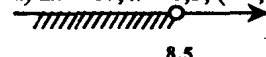
ж) $-6x > 1,5$; $-x > 0,25$; $x < -0,25$; $(-\infty; -0,25)$;

з) $15x \leq 0$; $x \leq 0$; $(-\infty; 0]$; и) $0,5y > -4$; $y > -8$; $(-8; +\infty)$;

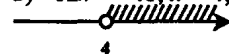
к) $2,5a > 0$; $a > 0$; $(0; +\infty)$; л) $x > 6$; $x > 18$; $(18; +\infty)$; м) $-\frac{1}{7}y < -1$; $y > 7$; $(7; +\infty)$.

№ 837 (№ 785).

а) $2x < 17$; $x < 8,5$; $(-\infty; 8,5)$;



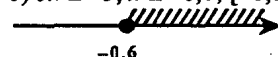
в) $-12x < -48$; $x > 4$; $(4; +\infty)$;



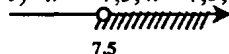
д) $30x > 40$; $x > \frac{4}{3}$;

$x > 1\frac{1}{3}$; $(1\frac{1}{3}; +\infty)$;

б) $5x \geq -3$; $x \geq -0,6$; $[-0,6; +\infty)$;

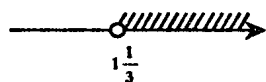


г) $-x < -7,5$; $x > 7,5$; $(7,5; +\infty)$;

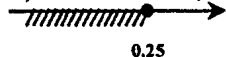


е) $-15x < 27$; $-x < -$;

$x > -$; $x > 1,8$; $(1,8; +\infty)$;



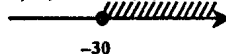
ж) $-4x \geq -1; x \leq 0,25; (-\infty; 0,25];$



и) $\frac{1}{6}x < 2; x < 12; (-\infty; 12);$



л) $0,02x \geq -0,6; x \geq -30; [-30; +\infty);$



№ 838 (№ 786).

$5x + 1 > 11; 5x > 10; x > 2$; например, решениями данного неравенства будут числа: 9; 11; 13.

№ 839 (№ 787).

$3x - 2 < 6; 3x < 6 + 2; 3x < 8;$

$x < \frac{8}{3}; x < 2\frac{2}{3}; 2\frac{4}{7}$ является реше-

нием данного неравенства, а 4 и $2\frac{4}{5}$ — не являются его решениями.

№ 840 (№ 788). а) $7x - 2,4 < 0,4; 7x < 2,4 + 0,4; x < 0,4; (-\infty; 0,4);$

б) $1 - 5y > 3; 1 - 3 > 5y; y < -\frac{2}{5}; y < -0,4; (-\infty; -0,4);$

в) $2x - 17 \geq -27; 2x \geq -27 + 17; x \geq -5; [-5; +\infty);$

г) $2 - 3a \leq 1; -3a \leq 1 - 2; 3a \geq 1; a \geq \frac{1}{3}; \left[\frac{1}{3}; +\infty\right);$

д) $17 - x > 10 - 6x; -x + 6x > 10 - 17; 5x > -7; x > -\frac{7}{5}; x > -1\frac{2}{5}; \left(-1\frac{2}{5}; +\infty\right);$

е) $30 + 5x \leq 18 - 7x; 30 - 18 \leq -7x - 5x; -12x \geq 12; x \leq -1; (-\infty; -1];$

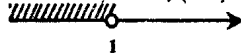
ж) $64 - 6y \geq 1 - y; 64 - 1 \geq -y + 6y; 5y \leq 63; y \leq 12,6; (-\infty; 12,6];$

з) $8 + 5y \leq 21 + 6y; 8 - 21 \leq 6y - 5y; -13 \leq y; y \geq -13; [-13; +\infty).$

№ 841 (№ 789).

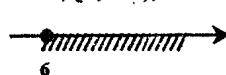
а) $11x - 2 < 9; 11x < 9 + 2;$

$11x < 11; x < 1; (-\infty; 1);$

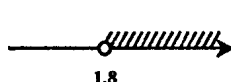


в) $17 - x \leq 11; 17 - 11 \leq x;$

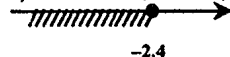
$x \geq 6; [6; +\infty);$



6



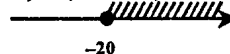
з) $10x \leq -24; x \leq -2,4; (-\infty; -2,4];$



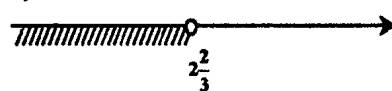
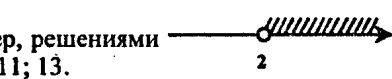
к) $-\frac{1}{3}x < 0; x > 0; (0; +\infty);$



м) $-1,8x \leq 36; x \geq -20; [-20; +\infty).$



-20



2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

2 2/3

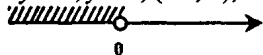
2 2/3

2 2/3

2 2/3

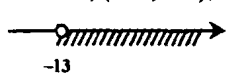
$$д) 3y - 1 > -1 + 6y; -1 + 1 > 6y - 3y;$$

$$3y < 0; y < 0; (-\infty; 0);$$



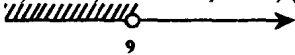
$$ж) 6b - 1 < 12 + 7b; 7b - 6b > -1 - 12;$$

$$b > -13; (-13; +\infty);$$



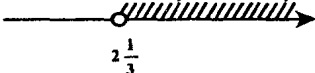
$$е) 0,2x - 2 < 7 - 0,8x;$$

$$0,2x + 0,8x < 7 + 2; x < 9; (-\infty; 9);$$



$$з) 16x - 34 > x + 1;$$

$$16x - x > 1 + 34; 15x > 35;$$



$$x > \frac{35}{15}; x > \frac{7}{3}; x > 2\frac{1}{3}; \left(2\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{№ 842 (№ 790). а) } 2x - 1 > 0; 2x > 1; x > \frac{1}{2};$$

$$б) 21 - 3y < 0; -3y < -21; 3y > 21; y > 7;$$

$$в) 5 - 3c > 80; -3c > 80 - 5; -3c > 75; c < -25.$$

$$\text{№ 843 (№ 791). а) } 2a - 1 < 7 - 1,2a; 2a + 1,2a < 7 + 1; 3,2a < 8; a < 2,5;$$

$$б) 1,5p - 1 > 1 + 1,1p; 1,5p - 1,1p > 1 + 1; 0,4p > 2; p > 5.$$

$$\text{№ 844 (№ 792). а) } 5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2); 5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6;$$

$$8x \leq -7; x \leq -\frac{7}{8}; \left(-\infty; -\frac{7}{8}\right];$$

$$б) 4(a + 8) - 7(a - 1) < 12; 4a + 32 - 7a + 7 < 12; -3a < -27; a > 9; (9; +\infty);$$

$$в) 4(b - 1,5) - 1,2 \geq 6b - 1; 4b - 6 - 1,2 \geq 6b - 1; -6,2 \geq 2b; b \leq -3,1; (-\infty; -3,1];$$

$$г) 1,7 - 3(1 - m) \leq -(m - 1,9); 1,7 - 3 + 3m \leq -m + 1,9; 4m \leq 3,2; m \leq 0,8; (-\infty; 0,8];$$

$$д) 4x > 12(3x - 1) - 16(x + 1); 4x > 36x - 12 - 16x - 16; 4x > 20x - 28; 28 > 16x;$$

$$x < \frac{28}{16}; x < 1\frac{3}{4}; \left(-\infty; 1\frac{3}{4}\right);$$

$$е) a + 2 < 5(2a + 8) + 13(4 - a); a + 2 < 10a + 40 + 52 - 13a;$$

$$4a < 90; a < 22,5; (-\infty; 22,5);$$

$$ж) 6y - (y + 8) - 3(2 - y) \leq 2; 6y - y - 8 - 6 + 3y \leq 2; 8y \leq 16; y \leq 2; (-\infty; 2].$$

$$\text{№ 845 (№ 793). а) } 4(2 - 3x) - (5 - x) > 11 - x; 8 - 12x - 5 + x > 11 - x;$$

$$-10x > 8; x < -0,8; (-\infty; -0,8);$$

$$б) 2(3 - z) - 3(2 + z) \leq z; 6 - 2z - 3z - 6 \leq z; -6z \leq 0; z \geq 0; [0; +\infty);$$

$$в) 1 > 1,5(4 - 2a) + 0,5(2 - 6a); 1 > 6 - 3a + 1 - 3a; -6 > -6a; a > 1; (1; +\infty);$$

$$г) 2,5(2 - y) - 1,5(y - 4) \leq 3 - y; 5 - 2,5y - 1,5y + 6 \leq 3 - y;$$

$$-4y + 11 \leq 3 - y; 8 \leq 3y; y \geq \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}; \left[2\frac{2}{3}; +\infty\right);$$

$$д) x - 2 \geq 4,7(x - 2) - 2,7(x - 1); x - 2 \geq 4,7x - 9,4 - 2,7x + 2,7;$$

$$x - 2 \geq 2x - 6,7; x \leq 4,7; (-\infty; 4,7];$$

$$е) 3,2(a - 6) - 1,2a \leq 3(a - 8); 3,2a - 19,2 - 1,2a \leq 3a - 24;$$

$$2a - 3a \leq -24 + 19,2; a \geq 4,8; [4,8; +\infty).$$

$$\text{№ 846 (№ 794). а) } a(a - 4) - a^2 > 12 - 6a;$$

$$a^2 - 4a - a^2 > 12 - 6a;$$

$$-4a + 6a > 12; a > 6; (6; +\infty);$$

$$6) (2x-1)2x-5x < 4x^2-x;$$

$$4x^2-2x-5x < 4x^2-x; -6x < 0; x > 0; (0; +\infty);$$

$$в) 5y^2-5y(y+4) \geq 100; 5y^2-5y^2-20y \geq 100;$$

$$-20y \geq 100; -y \geq 5; y \leq -5; (-\infty; -5];$$

$$г) 6a(a-1)-2a(3a-2) < 6;$$

$$6a^2-6a-6a^2+4a < 6;$$

$$-2a < 6; a > -3; (-3; +\infty).$$

$$\text{№ 847 (№ 795). а) } 0,2x^2-0,2(x-6)(x+6) > 3,6x;$$

$$0,2x^2-0,2(x^2-36) > 3,6x;$$

$$0,2x^2-0,2x^2+7,2 > 3,6x; x < 2; (-\infty; 2);$$

$$6) (2x-5)^2-0,5x < (2x-1)(2x+1)-15;$$

$$4x^2-20x+25-0,5x < 4x^2-1-15; -20,5x < -41; x > 2; (2; +\infty);$$

$$в) (12x-1)(3x+1) < 1+(6x+2)^2; 36x^2+12x-3x-1 < 1+36x^2+24x+4;$$

$$9x-1 < 24x+5; 15x > -6; x > -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5};$$

$$\left(-\frac{2}{5}; +\infty\right);$$

$$г) (4y-1)^2 > (2y+3)(8y-1); 16y^2-8y+1 > 16y^2-2y+24y-3;$$

$$-30y > -4; y < \frac{2}{15}; \left(-\infty; \frac{2}{15}\right).$$

$$\text{№ 848 (№ 796). а) } 4b(1-3b)-(b-12b^2) < 43; 4b-12b^2-b+12b^2 < 43;$$

$$4b-b < 43; 3b < 43; b < \frac{43}{3} = 14\frac{1}{3}; \left(-\infty; 14\frac{1}{3}\right);$$

$$6) 3y^2-2y-3y(y-6) \geq -2; 3y^2-2y-3y^2+18y \geq -2;$$

$$16y \geq -2; y \geq -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8}; \left[-\frac{1}{8}; +\infty\right);$$

$$в) 2p(5p+2)-p(10p+3) \leq 14; 10p^2+4p-10p^2-3p \leq 14; p \leq 14; (-\infty; 14];$$

$$г) a(a-1)-(a^2+a) < 34; a^2-a-a^2-a < 34;$$

$$-2a < 34; -a < 17; a > -17; (-17; +\infty).$$

$$\text{№ 849 (№ 797). а) } \frac{2x}{5} > 1; x > \frac{5}{2}; x > 2,5; (2,5; +\infty);$$

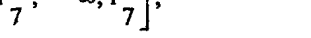
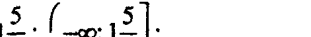
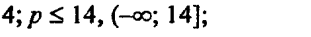
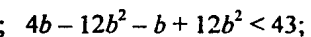
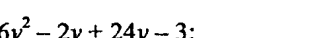
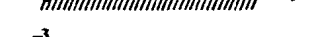
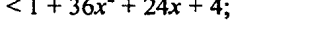
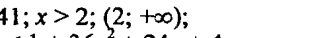
$$6) \frac{x}{3} < 2; x < 6; (-\infty; 6); в) \frac{6x}{7} \geq 0; x \geq 0; [0; +\infty);$$

$$г) \frac{3x-1}{4} > 2; 3x-1 > 8; 3x > 9; x > 3; (3; +\infty);$$

$$д) 2 > \frac{6-x}{5}; 10 > 6-x; 4 > -x; x > -4; (-4; +\infty);$$

$$е) \frac{2+3x}{18} < 0; 2+3x < 0; 3x < -2; x < -\frac{2}{3}; \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right);$$

$$ж) \frac{12-7x}{42} \geq 0; 12-7x \geq 0; 7x \geq 12; x \leq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}; \left(-\infty; 1\frac{5}{7}\right];$$



$$3) \frac{1}{3}(x+15) > 4; \frac{1}{3}x + 5 > 4; \frac{1}{3}x > -1; x > -3; (-3; +\infty);$$

$$н) 6 \leq \frac{2}{7}(x+4); 6 \leq \frac{2}{7}x + \frac{8}{7}; -\frac{2}{7}x \leq \frac{8}{7} - 6;$$

$$-2x \leq 8 - 42; -2x \leq -34; x \geq 17; [17; +\infty).$$

$$\text{№ 850 (№ 798). а) } \frac{9x}{5} \geq 0; x \geq 0; [0; +\infty); б) 1 < \frac{3x}{4}; x > \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}; \left(1\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$в) \frac{5+6x}{2} > 3; 5+6x > 6; 6x > 1; x > \frac{1}{6}; \left(\frac{1}{6}; +\infty\right);$$

$$г) \frac{4x-11}{4} \leq 0; 4x-11 \leq 0; 4x \leq 11; x \leq \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}; \left(-\infty; 2\frac{3}{4}\right];$$

$$д) \frac{1}{7}x \geq 14; [14; +\infty);$$

$$е) \frac{2}{11}(x-4) < 3; \frac{2}{11}x - \frac{2 \cdot 4}{11} < 3; 2x-8 < 33; 2x < 41; x < 20,5; (-\infty; 20,5).$$

$$\text{№ 851 (№ 799). а) } \frac{7-2y}{6} > \frac{3y-7}{12}; \frac{7-2y}{6} - \frac{3y-7}{12} > 0;$$

$$14-4y-3y+7 > 0; -7y > -21; y < 3;$$

$$б) \frac{4,5-2y}{5} < \frac{2-3y}{10}; 2(4,5-2y) < 2-3y; 9-4y < 2-3y; y > 7;$$

$$в) 5y-1 > \frac{3y-1}{4}; 20y-4 > 3y-1; 17y > 3; y > \frac{3}{17};$$

$$г) \frac{5-2y}{12} < 1-6y; 5-2y < 12-72y; 5-12 < -72y+2y; 70y < 7; y < \frac{7}{70} = 0,1$$

$$\text{№ 852 (№ 800). а) } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 5; 3x+2x < 30; 5x < 30; x < 6; (-\infty; 6);$$

$$б) \frac{3y}{2} - \frac{y}{3} \geq 2; 9y-2y \geq 12; 7y \geq 12; y \geq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}; \left[1\frac{5}{7}; +\infty\right);$$

$$в) \frac{x}{4} - \frac{x}{2} > -3; x-2x > -12; x < 12; (-\infty; 12);$$

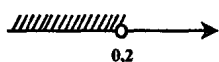
$$г) y + \frac{y}{2} > 3; 2y+y > 6; 3y > 6; y > 2; (2; +\infty);$$

$$д) \frac{2x}{5} - x \leq 1; 2x-5x \leq 5; -3x \leq 5; x \geq -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}; \left[-1\frac{2}{3}; +\infty\right);$$

$$е) \frac{3x}{4} - 2x < 0; 3x-8x < 0; -5x < 0; x > 0; (0; +\infty).$$

№ 853 (№ 801). а) $\frac{13x-1}{2} < 4x$; $13x-1 < 8x$; $13x-8x < 1$; $5x < 1$,

$x < \frac{1}{5} = 0,2$; $(-\infty; 0,2)$;



б) $\frac{5-2a}{4} \geq 2a$; $5-2a \geq 8a$; $5 \geq 8a+2a$; $5 \geq 10a$; $a \leq \frac{5}{10} = 0,5$; $(-\infty; 0,5]$.



в) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} \leq 2$; $5x-4x \leq 40$; $x \leq 40$; $(-\infty; 40]$;



г) $\frac{2y}{5} - \frac{y}{2} \geq 1$; $4y-5y \geq 10$; $-y \geq 10$; $y \leq -10$; $(-\infty; -10]$.



№ 854 (№ 802). а) $\frac{3+x}{4} + \frac{2-x}{3} < 0$; $9+3x+8-4x < 0$; $x > 17$; $(17; +\infty)$;

б) $\frac{4-y}{5} - 5y \geq 0$; $4-y-25y \geq 0$; $-26y \geq -4$; $y \leq \frac{4}{26} = \frac{2}{13}$; $(-\infty; \frac{2}{13}]$;

в) $y - \frac{2y-1}{4} \geq 1$; $4y-2y+1 \geq 4$; $2y \geq 3$; $y \geq 1,5$; $[1,5; +\infty)$;

г) $x - \frac{x-3}{5} + \frac{2x-1}{10} \leq 4$; $10x-2x+6+2x-1 \leq 40$; $10x \leq 35$; $x \leq 3,5$; $(-\infty; 3,5]$;

д) $\frac{y-1}{2} - 1 + \frac{2y-1}{6} > y$; $3y-3-3+2y-1-6y > 0$; $y < -10$; $(-\infty; -10)$;

е) $p - \frac{p-1}{2} - \frac{p+3}{4} > 2$;

$4p-2(p-1)-(p+3) > 8$; $4p-2p+2-p-3 > 8$; $p > 9$; $(9; +\infty)$.

№ 855 (№ 803). а) $\frac{2a-1}{2} - \frac{3a-3}{5} > a$; $10a-5-6a+6 > 10a$; $4a+1 > 10a$;

$1 > 6a$; $a < \frac{1}{6}$; $(-\infty; \frac{1}{6})$;

б) $x - \frac{2x+3}{2} \leq \frac{x-1}{4}$; $4x-4x-6 \leq x-1$; $-6 \leq x-1$; $x \geq -5$; $[-5; +\infty)$;

в) $\frac{5x-1}{5} + \frac{x+1}{2} \leq x$; $10x-2+5x+5 \leq 10x$; $5x+3 \leq 0$; $5x \leq -3$; $x \leq -\frac{3}{5}$; $(-\infty; -\frac{3}{5}]$.

г) $\frac{y-1}{2} - \frac{2y+3}{8} - y > 2$; $4y-4-2y-3-8y > 16$; $-6y > 23$;

$y < -\frac{23}{6} = -3\frac{5}{6}$; $(-\infty; -3\frac{5}{6})$.

№ 856 (№ 804). а) $\frac{2a-1}{4} + \frac{a-1}{3} > 0$;

$3(2a-1) + 4(a-1) > 0$; $6a-3+4a-4 > 0$; $10a > 7$; $a > 0,7$.

б) $\frac{3b-1}{2} - \frac{1+5b}{4} < 0$; $2(3b-1) - (1+5b) < 0$; $6b-2-2-5b < 0$; $b < 3$

№ 857 (№ 805). а) $31(2x+1) - 12x > 50x$; $62x+31-12x > 50x$; $50x+31 > 50x$; $0 < 31$; значит, x — любое действительное число;

б) $x+4-\frac{x}{3} < \frac{2x}{3}$; $3x+12-x < 2x$; $12 < 0$,

но $12 > 0$, значит, неравенство не имеет решений;

в) $3x+7 > 5(x+2)-(2x+1)$; $3x+7 > 5x+10-2x-1$; $3x+7 > 3x+9$; $7 > 9$,
но $7 < 9$, значит, неравенство не имеет решений;

г) $\frac{12x-1}{3} < 4x-3$; $12x-1 < 12x-9$; $-1 < -9$,

но $-1 > -9$, значит, неравенство не имеет решений.

№ 806. (с). а) $y = -1,5x + 7,5 = 0$; $1,5x = 7,5$; $x = 5$; б) $y = -1,5x + 7,5 > 0$;
 $-1,5x > -7,5$; $x < 5$; в) $y = -1,5x + 7,5 < 0$; $-1,5x < -7,5$; $x > 5$.

№ 858 (№ 807). 1) $y = 2x + 13 > 0$; $2x > -13$; $x > -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$;

2) $y = 2x + 13 < 0$; $2x < -13$; $x < -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$.

№ 859 (№ 808). Выражение такого типа имеет смысл, когда корень можно извлечь корректно, так что найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно. а) $2x-4 \geq 0$; $2x \geq 4$; $x \geq 2$; б) $4-6a \geq 0$; $-6a \geq -4$; $a \leq \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

в) $\frac{1+3a}{25} \geq 0$; $1+3a \geq 0$; $a \geq -\frac{1}{3}$;

г) $\frac{7-5a}{8} \geq 0$; $7-5a \geq 0$; $-5a \geq -7$; $a \leq \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$;

д) $-3(1-5x) \geq 0$; $1-5x \leq 0$; $1 \leq 5x$; $x \geq \frac{1}{5}$; е) $-(6-x) \geq 0$; $6-x \leq 0$; $x \geq 6$.

№ 860. (н). а) $\begin{cases} 7-14x \geq 0 \\ x+8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq -8 \end{cases} : x \in (-\infty; -8) \cup \left(-8; \frac{1}{2}\right]$;

б) $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ \sqrt{4-x}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ \sqrt{4-x} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 4-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \neq 3 \end{cases} : x \in (-\infty; 3) \cup (3; 4]$.

№ 861 (№ 809). а) $1,6-(3-2y) < 5$; $1,6-3+2y < 5$; $2y < 5+3-1,6$; $2y < 6,4$;
 $y < 3,2$; наибольшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 3;

б) $8(6-y) < 24,2-7y$; $48-8y < 24,2-7y$; $48-24,2 < -7y+8y$; $23,8 < y$;
 $y > 23,8$; наименьшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 24;

№ 862 (№ 810). а) $(2 - 2n) - (5n - 27) > 0$; $2 - 2n - 5n + 27 > 0$;

$-7n > -29$; $n < \frac{29}{7}$; $n < 4\frac{1}{7}$; при $n = 1; 2; 3; 4$;

б) $(-27,1 + 3n) + (7,1 + 5n) < 0$; $-27,1 + 3n + 7,1 + 5n < 0$;

$8n < 20$; $n < \frac{20}{8}$; $n < \frac{5}{2}$; $n < 2,5$; при $n = 1; 2$.

$a \neq -5$ (если $a = -5$, то 1 корень).

№ 863. (н). $D = 4^2 - 4(a + 5) \cdot (-20) - 16 + 80(a + 5) = 80a + 416 < 0$

$a < -\frac{416}{80}$; $a < -5,2$; $a \neq 4$ (если $a = 4$, то 1 корень).

№ 864. (н). $D = 16^2 - 4(k - 4) \cdot (-24) = 256 + 96(k - 4) = 96k - 128 > 0$;

$96k > 128$; $k > \frac{128}{96}$; $k > \frac{4}{3}$. Таким образом, $k \in \left(\frac{4}{3}; 4\right) \cup (4; +\infty)$

№ 865 (№ 811). Обозначим за a см — длину неизвестной стороны прямоугольника. Периметр прямоугольника равен $2(6 + a)$ см. Периметр квадрата равен 16 см. Запишем неравенство: $2(6 + a) < 16$; $2a < 4$; $a < 2$

Ответ: длина другой стороны прямоугольника должна быть меньше 2 см.

№ 866 (№ 812). Обозначим за c дм высоту параллелепипеда, a дм и b дм — длина и ширина его основания. Объем параллелепипеда $V = abc$. Объем куба равен 9^3 (дм³). Объем параллелепипеда должен быть меньше, чем объем куба. Составляем неравенство: $12 \cdot 5 \cdot c < 9^3$; $60c < 729$; $c < 12,15$

Ответ: высота параллелепипеда должна быть меньше 12,15 дм.

№ 813. (с). Обозначим за s км — расстояние, на которое могут отъехать

туристы. Тогда $\frac{s}{20}$ ч — время, затраченное на путь по течению и

против течения реки. По условию суммарное время не превосходит 3 ч.

Составляем неравенство:

$$\frac{s}{20} + \frac{s}{16} \leq 3; 4s + 5s \leq 240; 9s \leq 240; s \leq \frac{240}{9} = 26\frac{2}{3}.$$

Ответ: туристы могут отъехать на расстояние не более $26\frac{2}{3}$ км.

№ 867. (н). k — количество книг. $48k + 140 < 56k + 90$; $8k > 50$; $k > 6,25$.

Таким образом, наименьшее число книг, при котором заказ выгоднее делать в первой мастерской, равно 7.

№ 868. (н). $7 + 1,05S < 800$; $1,05S < 793$; $S < \frac{793 \cdot 20}{21} = 755\frac{5}{21}$; $S = 755$ (р).

№ 869. (н). $\frac{S}{20} + \frac{S}{16} \leq 3$; $\frac{9S}{80} \leq 3$; $S \leq \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$ (км).

Упражнения для повторения

№ 870 (№ 814). Подставляя $x = 1 - \sqrt{3}$ — получаем:

$$\frac{x^2 + x - 5}{x - 1} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2 + 1 - \sqrt{3} - 5}{1 - \sqrt{3} - 1} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 - \sqrt{3} - 5}{-\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = 3$$

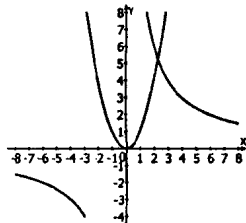
№ 871 (№ 815).

а) $\frac{x^2-4}{6} - \frac{x}{2} = \frac{x-4}{3}$; $x^2-4-3x=2(x-4)$; $x^2-4-3x-2x+8=0$;
 $x^2-5x+4=0$; $(x-2)(x-4)=0$; $x_1=1$; $x_2=4$;

б) $\frac{2x^2-1}{2} - x + \frac{1}{2} = 0$; $2x^2-1-2x+1=0$; $2x^2-2x=0$; $2x(x-1)=0$;

1) $2x=0$; $x_1=0$; 2) $x-1=0$; $x_2=1$.

№ 872 (№ 816). Построим график функций $y = \frac{12}{x}$; $y = x^2$:



Из графика получаем, что $x \approx 2,3$.

№ 873 (№ 817).

Обозначим за x км/ч — скорость данной лодки в стоячей воде, тогда ее скорость по течению реки равна $(x+3)$ км/ч; ее скорость против течения реки $(x-3)$ км/ч; $\left(\frac{30}{x+3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла по тече-

нию реки, $\left(\frac{30}{x-3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла против течения

реки; $5\text{ч } 20\text{ мин} = 5\frac{1}{3}$ ч. Запишем уравнение: $\frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} = 5\frac{1}{3}$;

$\frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} = \frac{16}{3}$; $90(x-3) + 90(x+3) = 16(x+3)(x-3)$;
 $90x - 270 + 90x + 270 = 16(x^2 - 9)$; $180x = 16x^2 - 144$; $4x^2 - 45x - 36 = 0$;

$D = (-45)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-36) = 2025 + 576 = 2601 = 51^2$; $x = \frac{45 \pm 51}{8}$;

$x_1 = \frac{45-51}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$ (не подходит); $x_2 = \frac{45+51}{8} = \frac{96}{8} = 12$. Ответ: 12 км/ч.

35. Решение систем неравенств с одной переменной

№ 874 (№ 818).

а) $\begin{cases} 6x-1 > x, \\ 4x-32 < 3x; \end{cases}$ Подставим $x=3$: $\begin{cases} 6 \cdot 3 - 1 > 3 \\ 4 \cdot 3 - 32 < 3 \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 14 > 0, \\ -27 < 0; \end{cases}$

число 3 является решением данной системы неравенств.

б) $\begin{cases} 7x < 5x+7, \\ 3x-1 > 5-x; \end{cases}$ Подставим $x=3$: $\begin{cases} 7 \cdot 3 < 5 \cdot 3 + 7, \\ 3 \cdot 3 - 1 > 5 - 3; \end{cases} \begin{cases} 0 < 1, \\ 8 > 2; \end{cases}$

число 3 является решением данной системы неравенств.

$$в) \begin{cases} 5x + 4 < 20, \\ 3 - 2x > -1; \end{cases} \quad \text{Подставим } x = 3: \begin{cases} 5 \cdot 3 + 4 < 20, \\ 3 - 2 \cdot 3 > -1; \end{cases} \begin{cases} 19 < 20, \\ -3 > -1; \end{cases}$$

но $-3 < -1$, значит, число 3 не является решением данной системы неравенств.

$$\text{№ 875 (№ 819). } \begin{cases} 3x - 22 < 0, \\ 2x - 1 > 3; \end{cases} \begin{cases} 3x < 22, \\ 2x > 3 + 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{22}{3}, \\ 2x > 4; \end{cases} \begin{cases} x < 7\frac{1}{3}, \\ x > 2. \end{cases}$$

-2 и 0 не принадлежат $\left(2; 7\frac{1}{3}\right)$, значит, только числа 5 и 6 являются решением этой системы неравенств.

$$\text{№ 876 (№ 820). а) } \begin{cases} x > 17, \\ x > 12; \end{cases} \quad x > 17; (17; +\infty); \quad б) \begin{cases} x < 1, \\ x < 5; \end{cases} \quad x < 1; (-\infty; 1);$$

$$в) \begin{cases} x > 0, \\ x < 6; \end{cases} \quad 0 < x < 6; (0; 6); \quad г) \begin{cases} x < -3,5, \\ x > 8; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$$

$$д) \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 3; \end{cases} \quad -1 \leq x \leq 3; (-1; 3); \quad е) \begin{cases} x > 8, \\ x \leq 20; \end{cases} \quad 8 < x \leq 20; (8; 20].$$

№ 877 (№ 821).

$$а) \begin{cases} 2x - 12 > 0, \\ 3x < 9; \end{cases} \begin{cases} 2x > 12, \\ 3x < 9; \end{cases} \begin{cases} x > 6, \\ x < 3; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$$

$$б) \begin{cases} 4y < -4, \\ 5 - y > 0; \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ -y > -5; \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ y < 5; \end{cases} \quad (-\infty; -1);$$

$$в) \begin{cases} 3x - 10 < 0, \\ 2x > 0; \end{cases} \begin{cases} 3x < 10, \\ x > 0; \end{cases} \begin{cases} x < 3\frac{1}{3}, \\ x > 0; \end{cases} \quad \left(0; 3\frac{1}{3}\right);$$

$$г) \begin{cases} 6y \geq 42, \\ 4y + 12 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} y \geq 7, \\ 4y \leq -12; \end{cases} \begin{cases} y \geq 7, \\ y \leq -3; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений}.$$

$$\text{№ 878 (№ 822). а) } \begin{cases} x - 0,8 > 0, \\ -5x < 10; \end{cases} \begin{cases} x > 0,8, \\ x > -2; \end{cases} \quad x > 0,8; (0,8; +\infty);$$

в частности, решениями системы являются числа 5; 7; 10;

$$б) \begin{cases} 2 - x \leq 0, \\ x - 4 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \leq -2, \\ x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 4; \end{cases} \quad [2; 4];$$

в частности, решениями системы являются числа 2,5; 3; 3,7;

$$в) \begin{cases} 1 > 3x, \\ 5x - 1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ 5x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{5}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right);$$

в частности, решениями системы являются числа 0,25; 0,29; 0,31,

$$\begin{cases} 10x < 2, \\ x > 0,1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0,2, \\ x > 0,1; \end{cases} \quad (0,1; 0,2),$$

в частности, решениями системы являются числа 0.13; 0.14; 0.17

№ 879 (№ 823). а) $\begin{cases} 0,4x - 1 \leq 0, \\ 2,3 \geq 4,6; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq 2; \end{cases} \quad [2; 2.5];$

б) $\begin{cases} 0,7x - 2,1 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 0,7 < 2,1, \\ x > \frac{3}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3, \\ x > 1\frac{1}{2}; \end{cases} \quad \left(1\frac{1}{2}; 3\right);$

в) $\begin{cases} 0,3x > 4, \\ 0,2x + 1 < 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{40}{3}, \\ 0,2x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 13\frac{1}{3}, \\ x < 25; \end{cases} \quad \left(13\frac{1}{3}; 25\right);$

г) $\begin{cases} \frac{5}{6}x - 10 \leq 0, \\ 3x \leq 1\frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5}{6}x \leq 10, \\ x \leq \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 12, \\ x \leq \frac{4}{9}; \end{cases} \quad \left(-\infty; \frac{4}{9}\right].$

№ 880 (№ 824).

а) $\begin{cases} 0,6x + 7,2 > 0, \\ 5,2 \geq 2,6x; \end{cases} \quad \begin{cases} 0,6x > -7,2, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -\frac{72}{6} \\ x \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad (-12; 2];$

б) $\begin{cases} 1,5x + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 1,5x \leq 4,5, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 9; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$

в) $\begin{cases} 0,2x < 3, \\ \frac{1}{6}x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 15, \\ x > 0; \end{cases} \quad (0; 15);$

г) $\begin{cases} 2x - 6,5 < 0, \\ \frac{1}{3}x < -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 6,5, \\ x < -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3,25, \\ x < -3; \end{cases} \quad (-\infty; -3).$

№ 881 (№ 825). а) $\begin{cases} 2x - 1 < 1,4 - x, \\ 3x - 2 > x - 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < 2,4, \\ 2x > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0,8, \\ x > -1; \end{cases} \quad (-1; 0,8);$

б) $\begin{cases} 5x + 6 \leq x, \\ 3x + 12 \leq x + 17; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \leq -6, \\ 2x \leq 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -1,5, \\ x \leq 2,5; \end{cases} \quad (-\infty; -1,5];$

в) $\begin{cases} 17x - 2 > 12x - 1, \\ 3 - 9x < 1 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x > 1, \\ 8x > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x > \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{4}; +\infty\right);$

г) $\begin{cases} 25 - 6x \leq 4 + x, \\ 3x + 7,7 > 1 + 4x; \end{cases} \quad \begin{cases} 21 \leq 7x, \\ -x > -6,7; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 3, \\ x < 6,7; \end{cases} \quad [3; 6,7).$

№ 882 (№ 826).

$$а) \begin{cases} 57-7x > 3x-2, \\ 22x-1 < 2x+47; \end{cases} \begin{cases} 57+1 > 3x+7x, \\ 22x-2x < 47+1; \end{cases} \begin{cases} 59 > 10x, \\ 20x < 48; \end{cases} \begin{cases} x < 5,9, \\ x < 2,4; \end{cases} (-\infty; 2,4);$$

$$б) \begin{cases} 1-12y < 3y+1, \\ 2-6y > 4+4y; \end{cases} \begin{cases} 0 < 3y+12y, \\ 2-4 > 4y+6y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0, \\ 10y < -2; \end{cases} \begin{cases} y > 0, \\ y < -0,2; \end{cases} \text{ система не имеет решений;}$$

$$в) \begin{cases} 102-73z > 2z+2, \\ 81+11z \geq 1+z; \end{cases} \begin{cases} 100 > 75z, \\ 10z \geq -80; \end{cases} \begin{cases} z < \frac{4}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \begin{cases} z < 1\frac{1}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \left[-8; 1\frac{1}{3}\right);$$

$$г) \begin{cases} 6+6,2x \geq 12-1,8x, \\ 2-x \geq 3,5-2x; \end{cases} \begin{cases} 6,2x+1,8x \geq 12-6; \\ -x+2x \geq 3,5-2; \end{cases} \begin{cases} 8x \geq 6, \\ x \geq 1,5; \end{cases} \begin{cases} 0,75; \\ x \geq 1,5; \end{cases} [1,5; +\infty).$$

№ 883 (№ 827). а) $\sqrt{3-2x} + \sqrt{1-x}$; найдем, когда подкоренные выра-

$$\text{жения неотрицательны: } \begin{cases} 3-2x \geq 0, \\ 1-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3 \geq 2x, \\ 1 \geq x; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1\frac{1}{2}, \\ x \leq 1; \end{cases} (-\infty; 1];$$

б) $\sqrt{x} - \sqrt{3x-1}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрицатель-

$$\text{ны: } \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x-1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq \frac{1}{3}; \end{cases} \left[\frac{1}{3}; +\infty\right);$$

в) $\sqrt{6-x} - \sqrt{3x-9}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрица-

$$\text{тельны: } \begin{cases} 6-x \geq 0, \\ 3x-9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -6, \\ 3x \geq 9; \end{cases} \begin{cases} x \leq 6, \\ x \geq 3; \end{cases} [3; 6];$$

г) $\sqrt{2x+2} + \sqrt{6-4x}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрица-

$$\text{тельны: } \begin{cases} 2x+2 \geq 0, \\ 6-4x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ -4x \geq -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 1,5; \end{cases} [-1; 1,5].$$

№ 884. (н).

$$а) \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \\ \sqrt{x+6} \neq \sqrt{2x-5} \end{cases} \begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq 2,5 \\ x+6 \neq 2x-5 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2,5 \\ x \neq 11 \end{cases} x \in [2,5; 11) \cup (11; +\infty),$$

$$б) \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ \sqrt{2x-1} \neq \sqrt{x+1} \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \\ 2x-1 \neq x+1 \end{cases} \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \neq 2 \end{cases} x \in [0,5; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$\text{№ 885 (№ 828). а) } \begin{cases} 5(x-2)-x > 2, \\ 1-3(x-1) < -2; \end{cases} \begin{cases} 5x-10-x > 2, \\ 1-3x+3 < -2; \end{cases} \begin{cases} 4x > 12, \\ -3x < -6; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x > 2; \end{cases} (3; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} 2y - (y - 4) < 6, \\ y > 3(2y - 1) + 18; \end{cases} \begin{cases} 2y - y + 4 < 6, \\ y > 6y - 3 + 18; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ -15 > 5y; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ y < -3; \end{cases} (-\infty; -3)$$

$$в) \begin{cases} 7x + 3 \geq 5(x - 4) + 1, \\ 4x + 1 \leq 43 - 3(7 + x); \end{cases} \begin{cases} 7x + 3 \geq 5x - 20 + 1, \\ 4x + 1 \leq 43 - 21 - 3x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq -22, \\ 7x \leq 21; \end{cases} \begin{cases} x \geq -11, \\ x \leq 3; \end{cases} [-11; 3];$$

$$г) \begin{cases} 3(2 - 3p) \cdot 2(3 - 2p) > p, \\ 6 < p^2 - p(p - 8); \end{cases} \begin{cases} 6 - 9p - 6 + 4p > p, \\ 6 < p^2 - p^2 + 8p; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6p > 0, \\ 8p > 6; \end{cases} \begin{cases} p < 0, \\ p > \frac{3}{4}; \end{cases} \text{система не имеет решений.}$$

$$\text{№ 886 (№ 829). а) } \begin{cases} 2(x - 1) - 3(x - 2) < x, \\ 6x - 3 < 17 - (x - 5); \end{cases} \begin{cases} 2x - 2 - 3x + 6 < x, \\ 6x - 3 < 17 - x + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < -4, \\ 7x < 25; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < \frac{25}{7}; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < 3\frac{4}{7}; \end{cases} \left(2; 3\frac{4}{7}\right);$$

$$б) \begin{cases} 3,3 - 3(1,2 - 5x) > 0,6(10x + 1), \\ 1,6 - 4,5(4x - 1) < 2x + 26,1; \end{cases} \begin{cases} 3,3 - 3,6 + 15x > 6x + 0,6, \\ 1,6 - 18x + 4,5 < 2x + 26,1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x > 0,9, \\ -20x < 20; \end{cases} \begin{cases} x > 0,1, \\ x > -1; \end{cases} (0,1; +\infty);$$

$$в) \begin{cases} 5,8(1 - a) - 1,8(6 - a) < 5, \\ 8 - 4(2 - 5a) > -(5a + 6); \end{cases} \begin{cases} 5,8 - 5,8a - 10,8 + 1,8a < 5, \\ 8 - 8 + 20a > -5a - 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a < 10, \\ 25a > -6; \end{cases} \begin{cases} a > -2,5, \\ a > -0,24; \end{cases} (-0,24; +\infty);$$

$$г) \begin{cases} x(x - 1) - (x^2 - 10) < 1 - 6x, \\ 3,5 - (x - 1,5) < 6 - 4x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - x - x^2 + 10 < 1 - 6x, \\ 3,5 - x + 1,5 < 6 - 4x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x < -9, \\ 3x < 1; \end{cases} \begin{cases} x < -1,8, \\ x < \frac{1}{3}. \end{cases} (-\infty; -1,8).$$

$$\text{№ 887 (№ 830). а) } \begin{cases} 3 - 2a < 13, \\ 5a < 17; \end{cases} \begin{cases} -2a < 10, \\ a < \frac{17}{5}; \end{cases} \begin{cases} a > -5, \\ a < 3\frac{2}{5}; \end{cases} \left(-5; 3\frac{2}{5}\right);$$

целочисленными решениями системы являются: -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;

$$б) \begin{cases} 12 - 6x \leq 0, \\ 3x + 1 \leq 25 - x; \end{cases} \begin{cases} -6x \leq -12, \\ 3x + x \leq 25 - 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 6; \end{cases} [2; 6];$$

целочисленными решениями системы являются: 2; 3; 4; 5; 6;

$$в) \begin{cases} 2-6y < 14, \\ 1 < 21-5y; \end{cases} \begin{cases} -6y < 12, \\ 5y < 20; \end{cases} \begin{cases} y > -2, \\ y < 4; \end{cases} \quad (-2; 4);$$

целочисленными решениями системы являются: $-1; 0; 1; 2; 3$,

$$г) \begin{cases} 3-4x < 15, \\ 1-2x > 0; \end{cases} \begin{cases} -4x < 12, \\ -2x > -1; \end{cases} \begin{cases} x > -3, \\ x < 0,5; \end{cases} \quad (-3; 0,5);$$

целочисленными решениями системы являются: $-2; -1; 0$.

$$\text{№ 888 (№ 831). а) } \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2-y \geq 4; \end{cases} \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2-4 \geq y; \end{cases} \begin{cases} y \geq 0, \\ y \leq 3,2; \end{cases} \quad [0; 3,2];$$

целочисленными решениями системы являются: $0; 1; 2; 3$;

$$б) \begin{cases} 12a-37 > 0, \\ 6a \leq 42; \end{cases} \begin{cases} 12a > 37, \\ a \leq 7; \end{cases} \begin{cases} a > \frac{37}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \begin{cases} a > 3\frac{1}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad \left(3\frac{1}{12}; 7\right),$$

целочисленными решениями системы являются: $4; 5; 6; 7$;

$$в) \begin{cases} 6-4b > 0, \\ 3b-1 > 0; \end{cases} \begin{cases} -4b > -6, \\ 3b > 1; \end{cases} \begin{cases} b < 1,5, \\ b > \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{3}; 2\right);$$

целочисленным решением системы является: 1 ;

$$г) \begin{cases} 3-18x < 0, \\ 0,2-0,1x > 0; \end{cases} \begin{cases} -18x < -3, \\ -0,1x > -0,2; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{6}, \\ x < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{6}; 2\right);$$

целочисленным решением системы является: 1 .

$$\text{№ 889 (№ 832) а) } \begin{cases} 2,5a-0,5(8-a) < a+1,6, \\ 1,5(2a-1)-2a < a+2,9; \end{cases} \begin{cases} 2,5a-4+0,5a < a+1,6, \\ 3a-1,5-2a < a+2,9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a < 5,6, \\ a-a < 2,9+1,5; \end{cases} \begin{cases} a < 2,8, \\ 0 < 4,4; \end{cases} \quad (-\infty; 2,8);$$

$$б) \begin{cases} 0,7(5a+1)-0,5(1+a) < 3a, \\ 2a-(a-1,7) > 6,7; \end{cases} \begin{cases} 3,5a+0,7-0,5-0,5a < 3a, \\ 2a-a+1,7 > 6,7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a+0,2-3a < 0, \\ a > 5; \end{cases} \begin{cases} 0,2 < 0, \\ a > 5; \end{cases} \quad 0,2 > 0, \text{ значит, система не имеет решений.}$$

$$\text{№ 890 (№ 833). а) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} < 7, \\ 1 - \frac{x}{6} > 0; \end{cases} \begin{cases} 4x+3x < 7 \cdot 12, \\ 6-x > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x < 84, \\ x, 6; \end{cases} \begin{cases} x < 12, \\ x < 6; \end{cases} \quad (-\infty; 6);$$

$$б) \begin{cases} y - \frac{y-1}{2} > 1, \\ \frac{y}{3} < 5; \end{cases} \begin{cases} 2y-(y-1) > 2, \\ y < 15; \end{cases} \begin{cases} y > 1, \\ y < 15; \end{cases} \quad (1; 15);$$

$$b) \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - x \leq 2, \\ 2x - \frac{x}{3} \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-1-2x \leq 4, \\ 6x-x \geq 1 \cdot 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ 5x \geq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq \frac{3}{5}; \end{cases} \quad \left[\frac{3}{5}; 5 \right];$$

$$r) \begin{cases} 2p - \frac{p-2}{5} > 4, \\ \frac{p}{2} - \frac{p}{8} \leq 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 10p - (p-2) > 20, \\ 4p - p \leq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} 9p > 18, \\ 3p \leq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} p > 2, \\ p \leq 16; \end{cases} \quad (2; 16].$$

№ 891 (№ 834).

$$a) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} < 2, \\ \frac{13x-1}{2} > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x-1) - 2(x-3) < 2 \cdot 6, \\ 13x-1 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9, \\ 13x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9, \\ x > \frac{1}{13}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{13}; 9 \right);$$

$$6) \begin{cases} \frac{3x+1}{2} < -1, \\ \frac{x}{2} - 1 < x; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+1 < -2, \\ x-2 < 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1, \\ x > -2; \end{cases} \quad (-2; -1);$$

$$b) \begin{cases} 4 - \frac{y-1}{3} \geq y, \\ \frac{7y-1}{8} \geq 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 12 - y + 1 \geq 3y, \\ 7y-1 \geq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} -y-3y \geq -13, \\ 7y \geq 49; \end{cases} \quad \begin{cases} -4y \geq -13, \\ y \geq 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{13}{4}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3\frac{1}{3}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad 3\frac{1}{3} < 7; \text{ значит, система не имеет решений;}$$

$$r) \begin{cases} \frac{5a+8}{3} - a \geq 2a, \\ 1 - \frac{6-15a}{4} \geq a; \end{cases} \quad \begin{cases} 5a+8-3a \geq 6a, \\ 4-6+15a \geq 4a; \end{cases} \quad \begin{cases} 4a \leq 8, \\ 11a \geq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 2, \\ a \geq \frac{2}{11}; \end{cases} \quad \left[\frac{2}{11}; 2 \right].$$

№ 892 (№ 835). а) $-3 < 2x - 1 < 3$; заменим двойное неравенство на систему

$$\begin{cases} 2x-1 < 3, \\ 2x-1 > -3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 4, \\ 2x > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x > -1; \end{cases} \quad (-1; 2);$$

б) $-12 < 5 - x < 17$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5-x < 17, \\ 5-x > -12; \end{cases} \quad \begin{cases} -x < 12, \\ -x > -17; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12, \\ x < 17; \end{cases} \quad (12; 17);$$

в) $2 < 6 - 2y < 5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 6-2y < 5, \\ 6-2y > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < -1, \\ -2y > -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y > 1, \\ 2y < 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y > \frac{1}{2}, \\ y < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}; 2 \right);$$

г) $-1 < 5y + 4 < 19$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5y+4 < 19, \\ 5y+4 > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y < 15, \\ 5y > -5; \end{cases} \quad \begin{cases} y < 3, \\ y > -1; \end{cases} \quad (-1; 3).$$

№ 893 (№ 836). а) $-6,5 \leq \frac{7x+6}{2} \leq 20,5$, заменим двойное неравенство на

$$\text{систему: } \begin{cases} \frac{7x+6}{2} \leq 20,5, \\ \frac{7x+6}{2} \geq -6,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+6 \leq 41, \\ 7x+6 \geq -13; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x \leq 35, \\ 7x \geq -19; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -\frac{19}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -2\frac{5}{7}; \end{cases} \quad \left[-2\frac{5}{7}; 5\right]; \text{ в частности, решениями неравенства будут } -1,5, 0, 3,$$

б) $-1 \leq \frac{4-a}{3} \leq 5$; заменим двойное неравенство на систему

$$\begin{cases} \frac{4-a}{3} \leq 5, \\ \frac{4-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4-a \leq 15, \\ 4-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq -11, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad [-11; 7];$$

в частности, решениями неравенства будут: $-10; -5,5; 3$,

в) $-2 \leq \frac{3x-1}{8} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{8} \leq 0, \\ \frac{3x-1}{8} \geq -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-1 \leq 0, \\ 3x-1 \geq -16; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \leq 1, \\ 3x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{3}, \\ x \geq -5; \end{cases} \quad \left[-5; \frac{1}{3}\right],$$

в частности, решениями неравенства будут: $-4,5; -0,1; \frac{1}{6}$,

г) $-2,5 \leq \frac{1-3y}{2} \leq 1,5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{1-3y}{2} \leq 1,5, \\ \frac{1-3y}{2} \geq -2,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 1-3y \leq 3, \\ 1-3y \geq -5; \end{cases} \quad \begin{cases} -3y \leq 2, \\ -3y \geq -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-a \leq 3, \\ 6-a \geq -3; \end{cases} \quad \left[-\frac{2}{3}; 2\right],$$

в частности, решениями неравенства будут: $-\frac{1}{3}; 0; 1,5$

№ 894 (№ 837).

а) $-1 \leq 15x+14 < 44$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 15x+14 < 44, \\ 15x+14 \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 15x < 30, \\ 15x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad [-1; 2);$$

б) $-1 \leq \frac{b-a}{3} \leq 1$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{b-a}{3} \leq 1, \\ \frac{b-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-a \leq 3, \\ 6-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 3, \\ a \leq 9; \end{cases} \quad [3; 9];$$

в) $-1,2 < 1 - 2y < 2,4$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 1-2y < 2,4, \\ 1-2y > -1,2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < 1,4, \\ -2y > -2,2; \end{cases} \quad \begin{cases} y > -0,7, \\ y < 1,1; \end{cases} \quad (-0,7; 1,1);$$

г) $-2 < \frac{4x-1}{3} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{4x-1}{3} \leq 0, \\ \frac{4x-1}{3} > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x-1 \leq 0, \\ 4x-1 > -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \leq 1, \\ 4x > -5; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -\frac{5}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -1\frac{1}{4}; \end{cases} \quad \left(-1\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right].$$

№ 895 (№ 838). а) $\begin{cases} 3y-5 > -1, \\ 3y-5 < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y > 4, \\ 3y < 6; \end{cases} \quad \begin{cases} y > \frac{4}{3}, \\ y < 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y > 1\frac{1}{3}, \\ y < 2; \end{cases}$

т.е. значения двучлена $3y - 5$ принадлежат $(-1; 1)$ при $1\frac{1}{3} < y < 2$;

б) $\begin{cases} \frac{5-2b}{4} \geq -2, \\ \frac{5-2b}{4} \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5-2b \geq -8, \\ 5-2b \leq 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2b \leq 13, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b \leq \frac{13}{2}, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b \leq 6\frac{1}{2}, \\ b \geq \frac{1}{2}; \end{cases}$

т.е. значения дроби $\frac{5-2b}{4}$ принадлежат $[-2; 1]$ при $\frac{1}{2} \leq b \leq 6\frac{1}{2}$.

№ 896. (н). $D = 4a^2 - 4(a^2 - 4) = 16$; $x = \frac{2a \pm 8}{2}$

$x_1 = a - 4$; $x_2 = a + 4$; $\begin{cases} -6 < a - 4 < 6 \\ -6 < a + 4 < 6 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 < a < 10 \\ -10 < a < 2 \end{cases} \quad a \in (-2; 2).$

№ 897. (н). $D = 36b^2 - 4(9b^2 - 16) = 64$; $x = \frac{6b \pm 8}{2}$; $x_1 = 3b - 4$; $x_2 = 3b + 4$

$\begin{cases} 3b - 4 < 0 \\ 3b + 4 < 0 \end{cases} \quad b \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right).$

№ 898 (№ 839). а) $\begin{cases} x > 8, \\ x > 7, \\ x > -4; \end{cases} \quad -4 < 7 < 8. \text{ значит. } x > 8;$

$$б) \begin{cases} y < -1, \\ y < -5, \\ y < 4; \end{cases} \quad -5 < -1 < 4, \text{ значит, } x < -5;$$

$$в) \begin{cases} m > 9, \\ m > 10, \\ m < 12; \end{cases} \quad 9 < 10 < 12, \text{ значит, } 10 < m < 12;$$

$$г) \begin{cases} q < 6, \\ q < 5, \\ q < 1; \end{cases} \quad 1 < 5 < 6, \text{ значит } q < 1.$$

$$\text{№ 899 (№ 840). а) } \begin{cases} x - 4 < 8, \\ 2x + 5 < 13, \\ 3 - x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 12, \\ x < 4, \\ x < 2; \end{cases} \quad (-\infty; 2);$$

$$б) \begin{cases} 2x - 1 < x + 3, \\ 5x - 1 > 6 - 2x, \\ x - 5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ 7x > 7, \\ x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ x > 1, \\ x < 5; \end{cases} \quad (1; 4).$$

$$\text{№ 900 (№ 841). а) } \begin{cases} 3 - 2a < 13, \\ a - 1 > 0, \\ 5a - 35 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -2a < 10, \\ a > 1, \\ 5a < 35; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -5, \\ a > 1, \\ a < 7; \end{cases} \quad (1; 7);$$

$$б) \begin{cases} 6 - 4a < 2, \\ 6 - a > 2, \\ 3a - 1 < 8; \end{cases} \quad \begin{cases} -4a < -4, \\ a < 4, \\ 3a < 9; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 1, \\ a < 4, \\ a < 3; \end{cases} \quad (1; 3).$$

Упражнения для повторения

№ 901 (№ 842). Найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно:

а) $12 - 25x \geq 0$; $-25x \geq -12$; $x \leq 0,48$; б) $5x - 11 > 0$; $5x > 11$; $x > \frac{11}{5} = 2,2$;

в) $3x - 2 \neq 0$; $3x \neq 2$; $x \neq \frac{2}{3}$.

№ 902 (№ 843). $\frac{9n^2 + 12n + 12}{n} = 9n + 12 + \frac{12}{n}$; n — натуральное число, значит, чтобы полученная сумма была натуральным числом, надо, чтобы число $\frac{12}{n}$ было натуральным. Число $\frac{12}{n}$ является натуральным, если n равно: 1; 2; 3; 4; 6; 12. Ответ: 1; 2; 3; 4; 6; 12

№ 903 (№ 844). а) $S = \frac{1}{2}ah$; $h = S : \frac{1}{2}a = \frac{2S}{a}$;

б) $\frac{s}{p} = 0,5m$; $\frac{p}{s} = \frac{1}{0,5m}$; $p = \frac{s}{0,5m} = \frac{2s}{m}$;

$$в) s = \frac{at^2}{2}; t^2 = S : \frac{a}{2} = \frac{2S}{a}; t = \sqrt{\frac{2S}{a}}.$$

№ 904 (№ 845). Обозначим за x км/ч — скорость велосипедиста по ровной местности, тогда $(x - 5)$ км/ч — его скорость при подъеме в гору.

$\left(\frac{20}{x-5}\right)$ ч — время, ушедшее на дорогу в гору, $\left(\frac{60}{x}\right)$ ч — время, ушедшее на дорогу по ровной местности.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{20}{x-5} + \frac{60}{x} = 6; 20x + 60x - 300 = 6x^2 - 30x;$$

$$6x^2 - 30x - 80x + 300 = 0; 3x^2 - 55x + 150 = 0;$$

$$D = (-55)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 150 = 3025 - 1800 = 1225 = 35^2; x = \frac{55 \pm 35}{6};$$

$$x_1 = \frac{55 + 35}{6} = \frac{90}{6} = 15; x_2 = \frac{55 - 35}{6} = \frac{20}{6} = 3\frac{1}{3} \quad (\text{не подходит, так как } x - 5 < 0). \text{ Ответ: скорость по ровной местности } 15 \text{ км/ч, в гору — } 10 \text{ км/ч}$$

§ 36. Доказательство неравенств

$$\text{№ 905 (н). а) } a^2 + b^2 + 4 - 2(a + b + 1) = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 \geq 0;$$

$$б) 4a^2 + b^2 - 4(a + b - 2) = (2a - 1)^2 + (b - 2)^2 + 3 > 0.$$

$$\text{№ 906 (н). а) } \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{x^3 + y^3 - xy^2 - x^2y}{x^2y^2} =$$

$$= \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy(x + y)}{x^2y^2} = \frac{(x + y)(x - y)^2}{x^2y^2} \geq 0 \text{ при } x > 0, y > 0;$$

$$б) \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} - x - y = \frac{x^3 + y^3 - x^2y - yx^2}{xy} = \frac{(x + y)(x - y)^2}{xy} \geq 0, \text{ при } x > 0, y > 0$$

$$\text{№ 907 (н). а) } (a + b)(ab + 16) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{16ab} = 16ab > 8ab \text{ при } a > 0, b > 0$$

$$б) (a^2 + 4b)(4b + 25) \geq 2\sqrt{a^2 \cdot 4b} \cdot 2\sqrt{4b \cdot 25} = 80ab > 60ab \text{ при } a > 0; b > 0$$

$$\text{№ 908 (н). а) } \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} = \frac{a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + a^2c + ac^2}{abc} \geq \\ \geq \frac{2\sqrt{a^2b^2c^2} + 2\sqrt{a^2b^2c^2} + 2\sqrt{a^2b^2c^2}}{abc} = 6;$$

$$б) (1 + a)(1 + b)(1 + c) > 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{c} = 8\sqrt{abc} = 8\sqrt{9} = 24 \text{ при } a > 0, b > 0, c > 0.$$

$$\text{№ 909 (н). } \frac{a^3}{2} + \frac{b^3}{2} \geq 2\sqrt{\frac{a^3}{2} \cdot \frac{b^3}{2}} = ab\sqrt{ab};$$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 \leq (\sqrt{ab})^3 = ab\sqrt{ab} \leq \frac{a^3}{2} + \frac{b^3}{2}.$$

№ 910 (н). Сравним квадраты левой и правой частей:

$$(a+c)(b+d) \vee ab+cd+2\sqrt{abcd} \quad ab+cd+ad+bc > ab+cd+2\sqrt{abcd}$$

поэтому $\sqrt{(a+c)(b+d)} > \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, если $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$

$$\text{№ 911 (н). } \frac{3}{a+b+c} = \frac{1}{(a+b)+c} + \frac{1}{a+(b+c)} + \frac{1}{(a+c)+b} < \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}, \text{ если } a > 0, b > 0, c > 0.$$

$$\text{№ 912 (н). } \sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} + \sqrt{4z+1} \leq \sqrt{4x^2+4x+1} + \sqrt{4y+4y^2-1} + \sqrt{4z^2+4z+1} = |2x+1| + |2y+1| + |2z+1| = 2x+1+y+1+2z-1 = 3+2(x+y+z) = 5 \text{ (модули раскрываются со знаком плюс, так как ОДЗ данного неравенства: } x \geq -\frac{1}{4}, y \geq -\frac{1}{4}, z \geq -\frac{1}{4}).$$

$$\text{№ 913 (н). } \sqrt{a+1} - \sqrt{a-1} = \frac{2}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}}; \text{ Докажем, что}$$

$$\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} < 2\sqrt{a}. \text{ Возведем обе части неравенства в квадрат: } a+1+a-1+2\sqrt{a^2-1} < 4a; \quad 2\sqrt{a^2-1} < 2a; \quad \sqrt{a^2-1} < a = \sqrt{a^2} \text{ - верно, поэтому } \sqrt{a+1} - \sqrt{a-1} = \frac{2}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}} > \frac{2}{2\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}.$$

№ 914 (н). Пусть расчетная скорость велосипедиста равна v км/ч, расстояние от поселка до города s км. Если бы он ехал с этой скоростью, то затратил бы на путь $\left(\frac{2s}{v} + \frac{1}{2}\right)$ часа. А в действительности он затратил

$$\frac{s}{v-2} + \frac{s}{v+2} + \frac{1}{2} = \frac{2sv}{v^2-4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2sv}{v^2-4} > \frac{2sv}{v^2} = \frac{2s}{v}, \text{ поэтому } \frac{2sv}{v^2-4} + \frac{1}{2} > \frac{2s}{v} + \frac{1}{2}, \text{ то есть велосипедист не успеет к намеченному сроку.}$$

Дополнительные упражнения к главе IV

К параграфу 10

$$\text{№846. (с). а) } m-n = (-2,7)^{15} = -(2,7)^{15} < 0 \Rightarrow m < n;$$

$$\text{б) } m-n = (-3,1)^{36} = (3,1)^{36} > 0 \Rightarrow m > n;$$

$$\text{№ 915 (№847). а) } (6y-1)(y+2) < (3y+4)(2y+1);$$

$$6y^2+11y-2 < 6y^2+11y+4; \quad 6 > 0;$$

$$\text{б) } (3y-1)(2y+1) > (2y-1)(2+3y); \quad 6y^2+y-1 > 6y^2+y-2; \quad 1 > 0$$

$$\text{№848. (с). а) } (a-8)^2 > 0 \text{ неверно } a=8 \quad (a-8)^2=0; \text{ б) } a^2+1 > 0 \text{ верно,}$$

$$\text{в) } -a^2-2 < 0 \text{ верно; г) } -a^2 < 0 \text{ неверно } a=0 \quad -a^2=0; \text{ д) } (5-a)^2 \geq 0 \text{ верно;}$$

$$\text{е) } -(a-3)^2 \leq 0 \text{ верно.}$$

$$\text{№ 916 (№849). а) } (x+1)^2 \geq 4x; \quad x^2+2x+1 \geq 4x; \quad (x-1)^2 > 0;$$

$$\text{б) } (3b+1)^2 > 6b; \quad 9b^2+6b+1 > 6b; \quad 9b^2+1 > 0;$$

$$\text{в) } 4(x+2) < (x+3)^2-2x; \quad 4x+8 < x^2+6x+9-2x; \quad x^2+1 > 0;$$

$$r) 1 + (m+2)^2 > 3(2m-1); m^2 + 4m + 4 + 1 > 6m - 3; \\ m^2 - 2m + 7 + 1 > 0; (m-1)^2 + 7 > 0.$$

№ 917. (н). а) $\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \vee 2 + \sqrt{35}; (\sqrt{7} + 2\sqrt{5})^2 \vee (2 + \sqrt{35})^2;$

$$27 + 4\sqrt{35} < 39 + 4\sqrt{35} - \text{исходное неравенство верно.}$$

б) $4\sqrt{6} + 2\vee 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}; (4\sqrt{6} + 2)^2 \vee (2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})^2;$

$$100 + 16\sqrt{6} > 44 + 16\sqrt{6} - \text{исходное неравенство верно.}$$

№ 918 (№850). а) $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a+b); a^2 + b^2 + 2 - 2a - 2b \geq 0;$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0; б) a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a+b+c);$$

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 \geq 0; (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0.$$

№ 919 (№851).

$$\left(\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3}\right)\left(1 + \frac{3}{a}\right) = \frac{a^2 - 6a + 9 - a^2 - 6a - 9}{a^2 - 9} \cdot \frac{a+3}{a} = -\frac{12a}{(a-3)a} = -\frac{12}{a-3}.$$

Т.к. $a > 3$, то $-\frac{12}{a-3} < 0$.

№ 920 (№852). $\frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} : \left(\frac{1}{y^2-y} + \frac{y-3}{y^2-1}\right) = \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} \cdot \frac{(y^2-1)y}{(y+1+y^2-3y)} =$
 $= \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2y^2-2}{(y-1)^2} = \frac{y^2+3-2y-2}{y-1} = \frac{(y-1)^2}{y-1} = y-1; \text{ т.к. } y > 1, \text{ то } y > 0.$

№ 921 (№853). Пусть скорость катера — x км/ч, а течения — y км/ч,

тогда $\frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} \vee \frac{40}{x}; 20(x-y)x + 20(x+y)x \vee 40(x^2 - y^2);$

$$x^2 - yx + x^2 + yx \vee 2(x^2 - y^2); 2x^2 \vee 2x^2 - 2y^2.$$

Ответ: быстрее будет пройти 20 км по течению и 20 км против.

№ 922. (н). Время, затраченное Смирновым: $2 \cdot \frac{S}{15}.$

Время, затраченное Антоновым: $\frac{S}{16} + \frac{S}{14} = \frac{15S}{112}.$

$$\frac{2S}{15} < \frac{15S}{112}, \text{ поэтому Смирнов вернулся в поселок раньше.}$$

№ 923 (№854). Пусть a, b, c — стороны треугольника, тогда,

$$P = \frac{1}{2}(a+b+c) \vee a; b+c-a \vee 0, \text{ а т.к. сторона треугольника меньше}$$

$$\text{суммы 2-х противоположных сторон, то } \frac{1}{2}P > a; \frac{1}{2}P > b; \frac{1}{2}P > c$$

№ 924 (№855). Пусть стороны прямоугольника равны a и b , тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 40 \\ a \cdot b \vee 100 \end{cases}; a = 20 - b; 20b - b^2 \vee 100; 0 \vee b^2 - 20b + 100; 0 \vee (b-10)^2 \geq 0. \text{ Итого}$$

$$ab \leq 100.$$

№ 925 (№856). а) (с) $x^2 + 2x + 2 > 0$; $(x+1)^2 + 1 > 0$;
 б) (с) $y^2 - 6y + 10 > 0$; $(y-3)^2 + 1 > 0$;
 а) (в) $a^2 + ab + b^2 \geq 0$; $(a+b)^2 - ab \geq 0$; $(a+b)^2 \geq ab$ (известное неравенство);
 б) (г) $a^2 - ab + b^2 \geq 0$; $(a-b)^2 + ab \geq 0$;
 $(a-b)^2 \geq -ab$ (известное неравенство).

№ 926 (№857). $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$; $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$,

т.к. $a > 0$ $b > 0$, то $a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$; $(a-b)^2 \geq 0$.

№ 927. (н). а) $ac + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{ac \cdot \frac{b}{c}} = 2\sqrt{ab}$;

б) $\left(1 + \frac{a^2}{bc}\right) \left(1 + \frac{b^2}{ac}\right) \left(1 + \frac{c^2}{ab}\right) \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{bc}} \cdot 2\sqrt{\frac{b^2}{ac}} \cdot 2\sqrt{\frac{c^2}{ab}} = 8$.

№ 928. (н). $a = \frac{bc}{d}$. №858. (с). т.к. $a > b > c > d$, то $a > c$ и $b > d$.

№859. (с). $a + 5 > a + 1 > a - 7$, т.к. $5 > 1 > -7$.

№860. (с). а) $a + 5 > b + 3$; $a - b > 0 > -2$; б) $1 - a < 2 - b$; $-1 < 0 < a - b$

№861. (с). а) $5a > 4b$; $a + 4(a-b) > 0$, т.к. $a - b > 0$;

б) $17a > 12b$; $5a + 12(a-b) > 0$; в) $-4a < -2b$; $2a + 2(a-b) > 0$;

г) $-5a < -1,2b$; $3,8a + 1,2(a-b) > 0$.

№862. (с). а) $a + c \leq b + c$; $a \leq b + c$; $a \leq b$;

б) $ac \leq bc$, т.к. $c > 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$;

в) $ac \geq bc$, т.к. $c < 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$.

№863. (с). если $a > b$, то: $a - 1 > b - 1$; $a > b$ верно;

$1 - a > 1 - b$; $a - b < 0$ неверно; $5 - a < 5 - b$ $a - b > 0$ верно.

№ 929 (№864). а) $-0,5y$; $12(-0,5) \geq 0,5y \geq (-0,5)16$; $-6 \geq -0,5y \geq -8$,

б) $42 - 2y$; $-2 \cdot 12 + 42 \geq 42 - 2y \geq 42 - 2 \cdot 16$; $18 \geq 42 - 2y \geq 10$;

в) $\frac{1}{y} + 2$; $\frac{1}{12} + 2 \leq \frac{1}{y} + 2 \leq \frac{1}{16} + 2$; $2\frac{1}{12} \leq \frac{1}{y} + 2 \leq 2\frac{1}{16}$.

№ 930 (№865). а) $a + 2b$; $0 - 3 \cdot 2 < a + 2b < 1 - 2 \cdot 2$; $-6 < a + 2b < -3$;

б) $\frac{1}{2}a - b$; $\frac{7}{2} - 14 < \frac{1}{2}a - b < \frac{10}{2} - 15$; $-10,5 < \frac{1}{2}a - b < -10$.

№ 931 (№866). $\frac{10,4}{2} \leq \text{ср. линия} \leq \frac{10,5}{2}$; $5,2 \leq \text{ср. линия} < 5,25$.

№867. (с). а) $a + c \leq b + d$; $a - b \leq d - c$;

б) $ac \leq bd$; слева стоят два числа, которые соответственно меньше двух чисел справа, т.е. $ac \leq bd$.

№ 932 (№868). т.к. ср. линия $= \frac{1}{2}(a+c)$, то

$\frac{1}{2}(6,2 + 3,4) \leq \frac{1}{2}(a+c) \leq \frac{1}{2}(6,3 + 3,5)$; $4,8 \leq \frac{1}{2}(a+c) \leq 4,9$

К параграфу 11

№869. (с). а) -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; б) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; в) 5; 6; 7; 8; г) -3; -2; -1; 0; 1; 2.

№870. (с). а) нет; б) да: -3.

№871. (с). а) 2,5; б) -3,2; в) 3,55; г) -0,15.

№ 933 (№872). 40,9 $\in$ [8; 41]; 40,95 $\in$ [8; 41];

наибольшего не существует; наименьшее 8.

№ 934 (№873). 7,01 $\in$ (7; 17]; 7,005 $\in$ (7; 17];

наименьшего нет, наибольшее 17

№ 935 (№874). а) наибольшее: 37; наименьшее: 12;

б) наименьшее: 8; наибольшего не существует;

в) нет ни наибольшего, ни наименьшего;

г) наименьшее: 3; наибольшего не существует.

№ 936 (№875). а) Да; б) Нет (0; 11); в) Да; г) Да.

№ 937 (№876). а) $\mathbb{Z} \cap (0; +\infty) = \mathbb{N}$; $\mathbb{Z} \cup (0; +\infty) = -1; -2; -3 \dots$ и $(0; +\infty)$;

б) $R \cap Q = 0$; $R \cup Q = (-\infty; +\infty)$.

№ 938. (н). Да, является: $\sqrt{19} < 5$; $\sqrt{19} < \sqrt{22} < 5 = \sqrt{25}$.

№ 939. (н). Да, является: $\sqrt{11} > 3$; $\sqrt{11} > \sqrt{10} > 3 = \sqrt{9}$.

№877. (с). 4,99 < 5; является 4,99 < 4,999 < 5.

№878. (с). 3,01 > 3; является 3,01 > 3,00001 > 3.

№ 940 (№879).

а) $0,01(1-3x) > 0,02x+3,01$; $0,01-0,03x-0,02x > 3,01$; $0,05x < -3$; $x < -60$;

б) $12(1-12x) + 100x > 36-49x$; $-144x + 100x + 49x > 36-12$;

$5x > 24$; $x > 4,8$;

в) $(0,6y-1)-0,2(3y+1) < 5y-4$; $0,6y-0,6y-1-0,2 < 5y-4$; $2,8 < 5y$; $y > 0,56$;

г) $\frac{2}{3}(6x+4) - \frac{1}{6}(12x-5) \leq 4-6x$; $4x + \frac{8}{3} - 2x + \frac{5}{6} \leq 4-6x$;

$8x \leq 4-3,5$; $x \leq \frac{1}{16}$;

д) $(3a+1)(a-1)-3a^2 > 6a+7$; $3a^2-2a-1-3a^2-6a > 7$; $8a < -8$ $a < -1$;

е) $15x^2 - (5x^2-2)(3x+1) < 7x-8$; $15x^2-15x^2+x+2-7x < -8$; $6x > 10$; $x > \frac{5}{3}$

№ 941 (№880). а) $\frac{a-1}{4}-1 > \frac{a+1}{3}+8$; $3a-15 > 4a+100$; $a < -115$;

б) $\frac{3a-1}{2}-\frac{a-1}{4} > 0$; $6a-2-a+1 > 0$; $5a > 1$; $a > 0,2$;

в) $\frac{1-2a}{4}-2 < \frac{1-5a}{8}$; $2-4a-16 < 1-5a$ $a < 15$;

г) $\frac{5a}{6}-\frac{3a-1}{3}+\frac{2a-1}{2} < 1$; $5a-6a+2+6a-3-6 < 0$; $5a < 7$ $a < 1,4$.

№ 942 (№881).

а) $\frac{x-0,5}{4}+\frac{x-0,25}{4}+\frac{x-0,125}{8} < 0$; $2x-1+2x-\frac{1}{2}+x-\frac{1}{8} < 0$;

$$5x < 1\frac{5}{8}; x < \frac{13}{40}; 6) \frac{5-x}{3} - \frac{1-x}{2} > 1; 10 - 2x - 3 + 3x - 6 > 0; x > -1.$$

№ 943 (№882). а) $3(5-4x) + 2(14+x) > 0$; $15 - 12x + 28 + 2x > 0$; $10x < 43$;
 $x < 4,3$; $x = 1; 2; 3; 4$;

б) $(x+1)(x-1) - (x^2 - 3x) \leq 14$; $x^2 - 1 - x^2 + 3x \leq 14$;
 $x \leq 5$; $x = 1; 2; 3; 4; 5$.

№ 944 (№883). а) $\frac{3x-8}{12} > \frac{x-1}{4}$; $3x - 8 > 3x - 3$;

$5 < 0$ неверно, таких значений x нет;

б) $\frac{x+1}{3} < \frac{2x+3}{6}$, $2x + 2 < 2x + 3$; $1 > 0$ верно при любом x .

№ 945 (№884). а) $2(4y-1) - 5y < 3y + 5$; $8y - 2 - 5y < 3y + 5$;
 $-2 < 5$ верно при любых y ;

б) $6(1-y) - 8(3y+1) + 30y > -5$; $6 - 6y - 24y - 8 + 30y > -5$;
 $-2 > -5$ верно при любых y .

№ 946 (№885). а) $3x = 9a$; $x = 3a$ при $a > 0$; б) $x + 2 = a$; $x = a - 2 > 0$; $a > 2$;

в) $x - 8 = 3a + 1$; $x = 3a + 9 > 0$; $a > -3$; г) $2x - 3 = a + 4$; $x = \frac{1}{2}a + \frac{7}{2} > 0$; $a > -7$

№ 947 (№886). а) $10x = 3b$; $x = 0,3b < 0$; $b < 0$;

б) $x - 4 = b$; $x = b + 4 < 0$; $b < -4$; в) $3x - 1 = b + 2$; $x = \frac{1}{3}b + 1 < 0$; $b < -3$;

г) $3x - 3 = 5b - 2$; $x = \frac{5}{3}b + \frac{1}{3} < 0$; $b < -\frac{1}{5}$.

№ 948 (№887). а) $|2m - 16| = 2m - 16$;

1) $m \geq 8$; $0 = 0$ верно при всех m . 2) $m < 8$ $4m = 32$ $m = 8$.

Ответ: $m \geq 8$. б) $\frac{|12-6m|}{12-6m} = 1$; ОДЗ: $m \neq 2$;

1) $m < 2$; $1 = 1$ верно при любых m . 2) $m > 2$; $-1 = 1$ неверно. Ответ: $m < 2$.

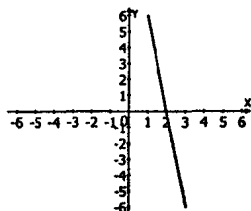
в) $|m + 6| = -m - 6$; 1) $m \geq -6$; $2m = -12$; $m = -6$; 2) $m < -6$; $0 = 0$ верно при

любых m . Ответ: $m \leq 6$. г) $\frac{|10m-35|}{10m-35} = -1$; ОДЗ: $m \neq 3,5$;

1) $m > 3,5$; $1 = -1$, решений нет; 2) $m < 3,5$; $-1 = -1$ верно при любых m .

Ответ: $m < 3,5$.

№ 949 (№888). $y = -6x + 12$; $y < 0$ при $x > 2$; $y > 0$ при $x < 2$.



№ 950 (№889). Составим уравнение в целых числах, где
 m — железные (кол-во); n — медные (кол-во);

$$\begin{cases} 500m + 200n = 4000 \\ m + n = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 12 - m \\ 500m + 2400 - 200m = 4000 \end{cases}$$

$300m = 1600$; $m = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$, но m — натуральное, т.е. $m = 5$ (не более).

№ 951 (№890). Пусть скорость 2-го туриста x км/ч, тогда $\frac{24}{4} = \frac{24}{x} + 2$;

$$4 = \frac{24}{x}; x = 6 \text{ км/ч.} \quad \text{Ответ: более 6 км/ч.}$$

№ 952 (№891). Пусть x км/ч — скорость мотоциклиста, тогда

$$\frac{60}{x} = \frac{40}{12}; x = \frac{60 \cdot 12}{40} = 18. \quad \text{Ответ: более 18 км/ч.}$$

№ 953. (с). Если боковая сторона равна a (см), то $P = 20 + 2a \leq 46$; $2a \leq 26$; $a \leq 13$. Неравенство треугольника: $a + a \geq 20$, $a \geq 10$. Поэтому $a = 10, 11, 12$ или 13 см.

№892. (с). $\begin{cases} x > 3 \\ x < a \end{cases} \quad 3 < x < a$, т.е. если $a \leq 3$, то решений нет

$$\text{№893. (с). а) } \begin{cases} 4x > 1 \\ 5x > 0 \\ x > 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x > 0, \text{ т.е. } x > 9; \text{ б) } \\ x > 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ -x > -1 \\ 4x < 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \quad \text{т.о. } x < 0$$

$$\text{в) } \begin{cases} -x < 3 \\ 2x > 10 \\ x < -10 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3 \\ x > 5 \\ x < -10 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x > -9 \\ x < -2 \\ -2x > 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3 \\ x < -2 \\ x < -5 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

$$\text{№894. (с). а) } \begin{cases} x^2 + 1 < 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } x^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 4 > 2x - 1 \\ 5x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 > -1 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет, т.к. } -4 < -1$$

$$\text{в) } \begin{cases} 6x < 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{очевидно, что решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x + 5 > 0 \\ 3x + 5 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x < \frac{5}{3} \end{cases} \quad \text{аналогично предыдущей задаче}$$

$$\text{№ 954 (№895). а) } \begin{cases} 0,3x-1 < x+0,4 \\ 2-3x < 5x+1 \end{cases} \quad \begin{cases} 0,7x > -1,4 \\ 8x > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{1}{8} \end{cases} \quad x > \frac{1}{8}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2,5x-0,12 > 0,6x+0,07 \\ 1-2x > -x-4 \end{cases} \quad \begin{cases} 1,9x > 0,19 \\ x < 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{10} \\ x < 5 \end{cases} \quad x \in \left(\frac{1}{10}; 5\right)$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x+1,4 < \frac{3x-7}{5} \\ 2x > 3-\frac{2x}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} 1,4x < -2,8 \\ 2,4 > 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2 \\ x > 1\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3(x-2)(x+2)-3x^2 < x \\ 5x-4 > 4-5x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2-12-3x^2-x < 0 \\ 10x > 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12 \\ x > 0,8 \end{cases} \quad x > 0,8$$

$$\text{д) } \begin{cases} (x-4)(5x-1)-5x^2 > x+1 \\ 3x-0,4 < 2x-0,6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x^2-21x+4-5x^2-x-1 > 0 \\ x < -0,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x < 3 \\ x < -0,2 \end{cases} \quad x < -0,2$$

$$\text{е) } \begin{cases} 1+\frac{1+x}{3} > \frac{2x-1}{6}-2 \\ 3x-\frac{x}{4} > 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 18+2+2x > 2x-1 \\ 11x > 16 \end{cases} \quad x > \frac{16}{11}$$

$$\text{№ 955 (№896). а) } \begin{cases} 6x(x-1)-3x(2x-1) < x \\ 0,5x-3,7 < 0,2x-0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x^2-6x-6x^2+3x-x < 0 \\ 0,3x < 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 10 \\ -4x < 0 \end{cases} \quad x \in (0; 10), \text{ т.е. } x = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,7x-3(0,2x+1) \leq 0,5x+1 \\ 0,3(1-x)+0,8x \geq x+5,3 \end{cases} \quad \begin{cases} 0,7x-0,6x-3 \leq 0,5x+1 \\ 0,3-0,3x+0,8x \geq x+5,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4x \geq -4 \\ 0,5x \leq -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq -10 \end{cases} \quad \text{Итого } x = -10.$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{1}{3}(3x-2)+\frac{1}{6}(12x+1) > 0 \\ \frac{1}{7}(14x-21)+\frac{2}{9}(9x-6) < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x-4+12x+1 > 0 \\ 2x-3+2x-\frac{4}{3} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18x > 3 \\ 4x < 4\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ x < 1\frac{1}{12} \end{cases} \quad \text{т.е. } x = 1$$

$$\Gamma) \begin{cases} 0,2(5x-1) + \frac{1}{3}(3x+1) < x+5,8 \\ 8x-7 - \frac{1}{6}(6x-2) > x \end{cases} \quad \begin{cases} x-0,2+x+\frac{1}{3}-x < 5,8 \\ 8x-7-x+\frac{1}{3}-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ 6x > 6\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ x > 1\frac{1}{9} \end{cases} \quad \text{т.е. } x = 2; 3; 4; 5.$$

№ 956 (№ 897). а) $-9 < 3x < 18; -3 < x < 6;$

б) $1 < \frac{2x-1}{2} < 2; 2 < 2x-1 < 4; \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2};$

в) $3 \leq 5x-1 \leq 4; 4 \leq 5x \leq 5; \frac{4}{5} \leq x \leq 1;$

г) $0 \leq \frac{1-x}{3} \leq 1; 0 \leq 1-x \leq 3; -1 \leq -x \leq 2; -2 \geq x \geq 1.$

№ 957 (№ 898). а) $-1 < 2x-4 < 5; 3 < 2x < 9; x \in (1,5; 4,5);$

б) $0 \leq \frac{x-5}{2} \leq 5; 0 \leq x-5 \leq 10; x \in [5; 15];$

в) $-1 < -\frac{1}{3}x + 8 < 1; -9 < -\frac{1}{3}x < -7; x \in (21; 27);$

г) $-6 \leq -2,5x + 6 \leq -2; -12 - 2,5x \leq -8; x \in [20; 30].$

№ 958 (№ 899).

а) $\begin{cases} 3(y-1) - 4(y+8) < 5(y+5) \\ 1,2(1+5y) - 0,2 < 5(1-3y) - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 3y-4y-5y < 25+3+32 \\ 6y+15y+3y < 5+0,2-1,2 \end{cases}$

$\begin{cases} -6y < 60 \\ 24y < 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y > -10 \\ y < \frac{1}{6} \end{cases} \quad \text{но } y > 0, \text{ т.о. } x \in \left(0; \frac{1}{6}\right);$

б) $\begin{cases} 15(y-4) - 14(y-3) < y(y-9) - y^2 \\ \frac{5-y}{3} - y > 14 - \frac{2-y}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} 15y-14y-y^2+y^2+9y < 60-42 \\ 10-2y-6y > 84-2+y \end{cases}$

$\begin{cases} 10y < 18 \\ 9y < -72 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 1,8 \\ y < -8 \end{cases} \quad \text{положительных решений нет}$

в) $\begin{cases} (2y-1)(3y+2) - 6y(y-4) < 48 \\ \frac{y-1}{8} - \frac{6y+1}{4} - 1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6y^2+y-6y^2+24y < 48+2 \\ y-1-12y-2-8 < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 25y < 50 \\ 11y > -11 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases} \quad \text{но т.к. } y > 0, \text{ то } y \in (0; 2)$

$$\text{№ 959 (№900). а) } \begin{cases} \frac{5y-1}{6} - \frac{2y-1}{2} > 0 \\ 1 - \frac{y+4}{3} < 0 \end{cases} \begin{cases} 5y-1-6y+3 > 0 \\ 3-y-4 < 0 \end{cases} \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$$

но т.к. $y < 0$, то $y \in (-1; 0)$

$$\text{б) } \begin{cases} (y+6)(5-y) + y(y-1) > 0 \\ 0,3y(10y+20) - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases} \begin{cases} 30 - y - y^2 + y^2 - y > 0 \\ 3y^2 + 6y - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y < 30 \\ 6y > -30 \end{cases} \begin{cases} y < 15 \\ y > -5 \end{cases} \text{ но т.к. } y < 0, \text{ то } y \in (-5; 0)$$

№901. (с). Примем весь путь за x , а скорость поезда на 2-й половине за x , тогда максимальная скорость на 2-м участке:

$$\frac{1}{2 \cdot 60} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{72}; 36x + 2160 = 60x; 24x = 2160; x = 90. \text{ Ответ: } x \in (60; 90].$$

$$\text{№ 960. (н). } D = 16a^2 - 4(4a^2 - 25) = 100; x = \frac{4a \pm 10}{2}; x_1 = 2a - 5; x_2 = 2a + 5.$$

$$\begin{cases} 2a - 5 > 2 \\ 2a + 5 > 2 \end{cases} \begin{cases} a > \frac{7}{2} \\ a > -\frac{3}{2} \end{cases} a \in (3, 5; +\infty).$$

$$\text{№ 961. (н). } D = (2b - 2)^2 - 4(b^2 - 2b) = 4; x = \frac{2b - 2 \pm 2}{2}; x_1 = b; x_2 = b - 2.$$

$$\begin{cases} -5 < b < 5 \\ -5 < b - 2 < 5 \end{cases} \begin{cases} -5 < b < 5 \\ -3 < b < 7 \end{cases} b \in (-3; 5).$$

№ 962 (№902). Примем скорости туристов за x км/день, тогда:

$$\begin{cases} (x+5)6 > 90 \\ (x-5)8 < 90 \end{cases} \begin{cases} 6x > 60 \\ 8x < 130 \end{cases} \begin{cases} x > 10 \\ x < 16,25 \end{cases}$$

т.о. скорость их более 10 км/день и менее 16,25 км/день.

$$\text{№ 963. (н). } \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}} \leq 72; \frac{1}{60} + \frac{1}{v} \geq \frac{1}{36}; \frac{1}{v} \geq \frac{1}{36} - \frac{1}{60} = \frac{1}{90};$$

$v \leq 90$, также по условию $v > 60$. Итак, $v \in (60; 90]$.

ГЛАВА V. Степень с целым показателем

§ 12. Степень с целым показателем и ее свойства

37. Определение степени с целым отрицательным показателем

$$\text{№ 964 (№ 903). а) } 10^{-6} = \frac{1}{10^6}; \text{ б) } 9^{-2} = \frac{1}{9^2}; \text{ в) } a^{-1} = \frac{1}{a}; \text{ г) } x^{-20} = \frac{1}{x^{20}};$$

$$\text{д) } (ab)^{-3} = \frac{1}{(ab)^3}; \text{ е) } (a+b)^{-4} = \frac{1}{(a+b)^4}.$$

№ 965 (№ 904).

$$a) \frac{1}{10^2} = 10^{-2}; \quad б) \frac{1}{6^7} = 6^{-7}; \quad в) \frac{1}{x^7} = x^{-7}; \quad г) \frac{1}{y^{10}} = y^{-10}; \quad д) \frac{1}{7} = 7^{-1}.$$

$$\text{№ 966 (№ 905). } a) 8 = 2^3; 4 = 2^2; 2 = 2^1; 1 = 2^0; \frac{1}{2} = 2^{-1}; \frac{1}{4} = 2^{-2}; \frac{1}{8} = 2^{-3};$$

$$б) \frac{1}{125} = 5^{-3}; \frac{1}{25} = 5^{-2}; \frac{1}{5} = 5^{-1}; 1 = 5^0; 5 = 5^1; 25 = 5^2; 125 = 5^3.$$

$$\text{№ 967 (№ 906). } a) \frac{1}{81} = 3^{-4}; \frac{1}{27} = 3^{-3}; \frac{1}{9} = 3^{-2}; \frac{1}{3} = 3^{-1};$$

$$1 = 3^0; 3 = 3^1; 9 = 3^2; 27 = 3^3; 81 = 3^4; б) 100 = 10^2; 10 = 10^1; 1 = 10^0; 0,1 = 10^{-1}; 0,01 = 10^{-2}; 0,001 = 10^{-3}; 0,0001 = 10^{-4}.$$

$$\text{№ 968 (№ 907). } a) 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}; \quad б) (-3)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27};$$

$$в) (-1)^{-9} = \left(-\frac{1}{1}\right)^9 = -\left(\frac{1}{1}\right)^9 = -1; \quad г) (-1)^{-20} = \left(-\frac{1}{1}\right)^{20} = 1^{20} = 1;$$

$$д) \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7^2 = 49; \quad е) \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8};$$

$$ж) \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{1}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}; \quad з) \left(-2\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{12}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144};$$

$$и) 0,01^{-2} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-2} = 100^2 = 10000; \quad к) 1,125^{-1} = \left(1\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-1} = \frac{8}{9}.$$

$$\text{№ 969 (№ 908). } a) -10^{-4} = -\frac{1}{10^4}; \quad б) -0,2^{-3} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -5^3 = -125;$$

$$в) (-0,8)^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16};$$

$$г) (-0,5)^{-5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -(2)^5 = -32;$$

$$д) -(-0,2)^{-3} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}; \quad е) -(-3)^{-2} = -\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$$

$$\text{№ 970 (№ 909). } a) (-4)^{-3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}; \quad б) 2,5^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5};$$

$$в) \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}; \quad г) \left(1\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64};$$

$$д) -0,4^{-4} = -\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = -\left(\frac{5}{2}\right)^4 = -\frac{625}{16} = -39\frac{1}{16};$$

$$\text{e)} -\left(2\frac{1}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{4}{25}.$$

$$\text{№ 971 (№ 910). a) } 9^{-5} = \frac{1}{9^5} > 0; \text{ б) } 2,6^{-4} = \left(\frac{13}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{13}\right)^4 = \frac{5^4}{13^4} = \frac{625}{28561} > 0;$$

$$\text{в) } (-7,1)^{-6} = \left(-7\frac{1}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{71}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{10}{71}\right)^6 = \left(\frac{10}{71}\right)^6 = \frac{10^6}{71^6} > 0;$$

$$\text{г) } (-3,9)^{-3} = \left(-3\frac{9}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{39}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{10}{39}\right)^3 = -\frac{10^3}{39^3} < 0.$$

№ 972 (№ 911). а) Верно; б) верно; в) верно.

№ 973 (№ 912).

$$\text{а) } (-7)^{-2} = \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = -\left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}; \text{ б) } 8^{-1} = \frac{1}{8}; \text{ в) } 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}; \text{ г) } (-9)^0 = 1.$$

№ 974 (№ 913).

$$\text{а) } -x^2 = -(-1)^2 = -(1)^2 = -1; \text{ б) } -x^2 = -(0,5)^{-2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -(2)^2 = -4;$$

$$\text{в) } -x^2 = -2^{-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}; \text{ г) } -x^2 = -(0,5)^{-5} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -(2)^5 = -32.$$

$$\text{№ 975 (№ 914). а) } x^n = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}; x^{-n} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9};$$

$$\text{б) } x^n = (-1,5)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8};$$

$$x^{-n} = (-1,5)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}.$$

№ 976 (№ 915).

$$\text{а) } 8 \cdot 4^{-3} = 8 \cdot \frac{1}{4^3} = 8 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{8}; \text{ б) } -2 \cdot 10^{-5} = -2 \cdot \frac{1}{10^5} = -\frac{1}{5 \cdot 10^4} = -\frac{1}{50000};$$

$$\text{в) } 18 \cdot (-9)^{-1} = 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -\frac{18}{9} = -2; \text{ г) } 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = 10 \cdot (-5) = -50;$$

$$\text{д) } 3^{-2} + 4^{-1} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36}; \text{ е) } 2^{-3} - (-2)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16};$$

$$\text{ж) } 0,5^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 2^2 + 3 = 4;$$

$$\text{з) } 0,3^0 + 0,1^{-4} = 1 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 1 + 10^4 = 10001;$$

$$\text{и)} (-2, 1)^0 - (-0, 2)^{-3} = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = 1 + 5^3 = 126.$$

№ 977 (№ 916).

$$\text{а)} 6 \cdot 12^{-1} = 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \text{б)} -4 \cdot 8^{-2} = -4 \cdot \frac{1}{8^2} = -4 \cdot \frac{1}{64} = -\frac{4}{64} = -\frac{1}{16};$$

$$\text{в)} 6^{-1} - 3^{-2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{1}{18};$$

$$\text{г)} 1,3^0 - 1,3^{-1} = 1 - \left(1\frac{3}{10}\right)^{-1} = 1 - \left(\frac{13}{10}\right)^{-1} = 1 - \frac{10}{13} = \frac{3}{13};$$

$$\text{д)} 12 - \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 12 - 6 = 6; \text{е)} 25 + 0,1^{-2} = 25 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 25 + 10^2 = 125.$$

$$\text{№ 978 (№ 917). а)} 3x^{-5} = 3\left(\frac{1}{x}\right)^5 = \frac{3}{x^5}; \text{б)} x^{-4}y = \left(\frac{1}{x^4}\right)^4 y = \frac{y}{x^4};$$

$$\text{в)} 5ab^{-7} = 5a\left(\frac{1}{b}\right)^7 = \frac{5a}{b^7}; \text{г)} 5(ab)^{-7} = 5\left(\frac{1}{ab}\right)^7 = \frac{5}{a^7b^7};$$

$$\text{д)} x^{-1}c^{-3} = \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{1}{c}\right)^3 = \frac{1}{xc^3}; \text{е)} -9yz^{-8} = -9y\left(\frac{1}{z}\right)^8 = -\frac{9y}{z^8};$$

$$\text{ж)} 2(x+y)^{-4} = 2\frac{1}{(x+y)^4} = \frac{2}{(x+y)^4};$$

$$\text{з)} 10x^{-1}(x-y)^{-3} = 10\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{(x-y)^3} = \frac{10}{x(x-y)^3}.$$

$$\text{№ 979 (№ 918). а)} \frac{3}{b^2} = 3b^{-2}; \text{б)} \frac{x}{y} = xy^{-1}; \text{в)} \frac{2a^8}{c^5} = 2a^8c^{-5}; \text{г)} \frac{a^5}{7b^3} = a^5 \cdot 7^{-1}b^{-3},$$

$$\text{д)} \frac{1}{x^2y^3} = x^{-2}y^{-3}; \text{е)} \frac{(a+b)^2}{b^4c^4} = (a+b)^2b^{-4}c^{-4};$$

$$\text{ж)} \frac{2a}{(a-2)^2} = 2a(a-2)^{-2}; \text{з)} \frac{(c+b)^2}{2(a-b)^4} = 2^{-1}(c+b)^2 \cdot (a-b)^{-4}.$$

$$\text{№ 980 (№ 919). а)} a^{-2} + b^{-2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2}{a^2b^2} + \frac{b^2}{a^2b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2};$$

$$\text{б)} xy^{-1} + xy^{-2} = \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2} = \frac{xy + x}{y^2};$$

$$\text{в)} (a + b^{-1})(a^{-1} - b) = \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - b\right) = \frac{(ab+1)}{b} \cdot \frac{(1-ab)}{a} = \frac{1-a^2b^2}{ab};$$

$$\text{г)} (x-2y^{-1})(x^{-1}+2y) = \left(x - \frac{2}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 2y\right) = \left(\frac{xy-2}{y}\right)\left(\frac{1+2xy}{x}\right) = \frac{(xy-2)(1+2xy)}{xy}$$

$$\text{№ 981 (№ 920). а) } (a^{-1} + b^{-1})(a + b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \left(\frac{1}{a+b}\right) = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab};$$

$$\text{б) } (a-b)^{-2}(a^2-b^2) = \frac{1}{(a-b)^2} \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = \frac{(b^2-a^2)}{a^2b^2} \cdot \frac{1}{(b-a)^2} = \\ = \frac{(b-a)(b+a)}{a^2b^2(b-a)^2} = \frac{a+b}{a^2b^2(b-a)}.$$

$$\text{№ 982. (н). } y = (x-2)^{-1} = \frac{1}{x-2}. y > 0 \text{ при } x > 2; y < 0 \text{ при } x < 2.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 983 (н). } \frac{(n-7)^2}{n} = \frac{n^2-14n+49}{n} = n-14+\frac{49}{n}$$

Это выражение принимает натуральные выражения при $n=1; 49$.

$$\text{№ 984 (н). а) } 8 = \frac{k}{1,5} \Rightarrow k = 12; \text{ б) } -25 = \frac{k}{0,04} \Rightarrow k = -1.$$

№ 921. (с). а) $8,175 \approx 8,2$; абсолютная погрешность равна: $|8,2 - 8,175| = |0,025| = 0,025$; **б)** $0,4361 \approx 0,4$; абсолютная погрешность равна: $|0,4 - 0,4361| = |-0,0361| = 0,0361$; **в)** $52,25 \approx 52,3$; абсолютная погрешность равна: $|52,3 - 52,25| = |0,05| = 0,05$.

№ 922. (с). Обозначим за x км/ч — скорость туриста по проселочной дороге, $1,4x$ км/ч — его скорость при движении по шоссе; $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч — время, которое турист двигался по проселочной дороге; $\left(\frac{28}{1,4x}\right)$ ч — его

время движения по шоссе; $3 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 3\frac{3}{5}$ ч. Составляем уравнение:

$$\frac{28}{1,4x} + \frac{25}{x} = 3\frac{3}{5}; \quad \frac{20}{x} + \frac{25}{x} = \frac{18}{5}; \quad 100 + 125 = 18x; \quad 18x = 225; \quad x = 12,5.$$

Ответ: 12,5 км/ч.

$$\text{№ 923. (с). а) } (2x-1)(2x+1) - 4x(x+6) < x-6; \quad 4x^2 - 1 - 4x^2 - 24x < x-6; \\ -25x < -5; \quad -5x < -1; \quad x > \frac{1}{5};$$

$$\text{б) } (6x-1)^2 - 12x(5+3x) < 8,2; \quad 36x^2 - 12x + 1 - 60x - 36x^2 < 8,2; \\ -72x < 7,2; \quad x > -0,1.$$

$$\text{№ 924. (с). } -5x - 10,15 < 0; \quad 5x > -10,15; \quad x > -2,03;$$

т.е. функция $y = -5x - 10,15$ принимает отрицательные значения на промежутке $(-2,03; +\infty)$.

38. Свойства степени с целым показателем

$$\text{№ 985 (№ 925). а) } 3^{-4} \cdot 3^6 = 3^{-4+6} = 9; \text{ б) } 2^4 \cdot 2^{-3} = 2^{4-3} = 2;$$

$$\text{в) } 10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6} = 10^{8-5-6} = 10^{-3} = \frac{1}{1000};$$

$$\text{г)} 2^{10} : 2^{12} = 2^{10-12} = 2^{-2} = \frac{1}{4}; \text{д)} 5^3 : 5^{-3} = 5^{3-(-3)} = 5^6 = 1;$$

$$\text{е)} 3^{-4} : 3 = 3^{-4-1} = 3^{-5} = \frac{1}{243}; \text{ж)} (2^{-4})^{-1} = 2^{(-4)(-1)} = 2^4 = 16;$$

$$\text{з)} (5^2)^{-2} \cdot 5^3 = 5^{-4} \cdot 5^3 = 5^{-4+3} = \frac{1}{5}; \text{и)} 3^{-4} \cdot (3^{-2})^{-4} = 3^{-4} \cdot 3^8 = 3^{-4+8} = 81.$$

$$\text{№ 986 (№ 926). а)} 5^{-15} \cdot 5^{16} = 5^{-15+16} = 5; \text{б)} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4+3} = 3;$$

$$\text{в)} 4^{-8} : 4^{-9} = 4^1 = 4; \text{г)} \left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-4} = 5^2 = 25;$$

$$\text{д)} (2^{-2})^{-3} = 2^{(-2)(-3)} = 2^6 = 64; \text{е)} (0,1^{-3})^{-1} = 0,1^3 = 0,001.$$

№ 987 (№ 927). Пусть a — произвольное число, отличное от нуля.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{ значит, } a^n \cdot a^{-n} = a^n \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^n = 1, \text{ ч.т.д.}$$

№ 988 (№ 928). Пусть a и b — произвольные числа, отличные от нуля.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}, \text{ значит, } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ ч.т.д.}$$

$$\text{№ 989 (№ 929). а)} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27; \text{б)} \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^1 = 1\frac{1}{3};$$

$$\text{в)} 0,01^{-2} = \left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^{-2} = 10^4 = 10000; \text{г)} \left(1\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625};$$

$$\text{д)} 0,002^{-1} = \left(\frac{2}{1000}\right)^{-1} = \left(\frac{1000}{2}\right)^1 = 500;$$

$$\text{е)} \left(-1\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\left(\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}.$$

№ 930. (с). Пусть a и b — произвольные положительные числа, $a > b$.

$$a^{-1} - b^{-1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}. \text{ Так как } a > 0, b > 0, b-a < 0 \text{ и } ab > 0, \text{ то } a^{-1} - b^{-1} < 0, \text{ т.е. } a^{-1} < b^{-1}, \text{ ч.т.д.}$$

$$\text{№ 990 (№ 931). а)} 27 \cdot 3^{-4} = 3^3 \cdot 3^{-4} = \frac{1}{3};$$

$$\text{б)} (3^{-1})^5 \cdot 81^2 = 3^{-5} \cdot (3^4)^2 = 3^{-5} \cdot 3^8 = 3^3 = 27;$$

$$\text{в)} 9^{-2} : 3^{-6} = (3^2)^{-2} : 3^{-6} = 3^{-4} : 3^{-6} = 3^{-4-(-6)} = 3^2 = 9;$$

$$\text{г)} 81^3 : (9^{-2})^{-3} = (3^4)^3 : ((3^2)^{-2})^{-3} = 3^{12} : 3^{12} = 3^{12-12} = 3^0 = 1.$$

$$\text{№ 991 (№ 932). а)} \frac{1}{16} \cdot 2^{10} = 2^{-4} \cdot 2^{10} = 2^6 = 64; \text{б)} 32 \cdot (2^{-4})^2 = 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{в)} 8^{-1} \cdot 4^3 = 2^{-3} \cdot 2^6 = 2^3 = 8; \text{г)} 4^5 \cdot 16^{-2} = 2^{10} \cdot 2^{-8} = 2^2 = 4.$$

№ 992 (№ 933). m — целое число: а) $5^m \cdot 5^{m+1} \cdot 5^{1-m} = 5^{m+m+1+1-m} = 5^{m+2}$,
 б) $(5^m)^2 \cdot (5^{-3})^m = 5^{2m} \cdot 5^{m(-3)} = 5^{2m} \cdot 5^{-3m} = 5^{2m-3m} = 5^{-m}$;

в) $625 : 5^{4m-2} = \frac{5^4}{1} : \frac{5^{4m}}{5^2} = \frac{5^4}{1} \cdot \frac{5^2}{5^{4m}} = \frac{5^6}{5^{4m}} = 5^{6-4m}$.

№ 993 (№ 934). а) $8^{-2} \cdot 4^3 = (2^3)^{-2} \cdot (2^2)^3 = 2^{3(-2)} \cdot 2^{2 \cdot 3} = 2^{-6} \cdot 2^6 = 1$;

б) $9^{-6} \cdot 27^5 = (3^2)^{-6} \cdot (3^3)^5 = 3^{-12} \cdot 3^{15} = 27$;

в) $10^0 : 10^{-3} = 1 : 10^{-3} = 10^3 = 1000$;

г) $125^{-4} : 25^{-5} = (5^3)^{-4} : (5^2)^{-5} = 5^{-12} : 5^{-10} = 5^{-12} \cdot 5^{10} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$;

д) $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}} = \frac{2^{-21}}{(2^2)^{-5} \cdot (2^2)^{-6}} = \frac{2^{-21}}{2^{-10} \cdot 2^{-12}} = 2^{-21+22} = 2$;

е) $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}} = \frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}} = \frac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$;

ж) $\frac{3^{-10} \cdot 9^8}{(-3)^2} = \frac{3^{-10} \cdot (3^2)^8}{3^2} = \frac{3^{-10} \cdot 3^{16}}{3^2} = \frac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$;

з) $\frac{5^{-5} \cdot 25^{10}}{125^3} = \frac{5^{-5} \cdot (5^2)^{10}}{(5^3)^3} = \frac{5^{-5} \cdot 5^{20}}{5^9} = \frac{5^{15}}{5^9} = 5^6 = 15625$.

№ 994 (№ 935). а) $125^{-1} \cdot 25^2 = \frac{25^2}{125} = \frac{(5^2)^2}{5^3} = \frac{5^4}{5^3} = 5$;

б) $16^{-3} \cdot 4^6 = \frac{4^6}{(4^2)^3} = 1$; в) $(6^2)^6 : 6^{14} = \frac{6^{12}}{6^{14}} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$;

г) $12^0 : (12^{-1})^2 = 1 : \left(\frac{1}{12}\right)^2 = 1 : \frac{1}{144} = 1 \cdot 144 = 144$;

д) $\frac{(2^3)^5 \cdot (2^{-6})^2}{4^2} = \frac{2^{15} \cdot 2^{-12}}{(2^2)^2} = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}$; е) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2} = \frac{3^{-6} \cdot (3^2)^4}{3^6} = \frac{3^2}{3^6} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

№ 995. (н). а) $\frac{25^m}{5^{2m-1}} = \frac{5^{2m}}{5^{2m-1}} = 5$;

б) $\frac{6^m}{2^{m-1} \cdot 3^{m+1}} = \frac{6^m}{2^{m-1} \cdot 3^{m-1} \cdot 3^2} = \frac{6^m}{6^{m-1} \cdot 9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

№ 996 (№ 936). 1) $x^{-3} \cdot x^{-7} = x^{-3-7} = x^{-10}$; 2) $x^7 \cdot x^{-17} = x^{7-17} = x^{-10}$;

3) $x^{-40} \cdot x^{30} = x^{-40+30} = x^{-10}$.

№ 997 (№ 937). а) $(a^4)^3 = a^{12}$; б) $a^{12} = a^{(-6)(-2)} = (a^{-6})^{-2}$

№ 998 (№ 938). а) $x^{10} : x^{12} = x^{10} \cdot x^{-12} = x^{10-12} = x^{-2}$; б) $x^0 : x^{-5} = 1 \cdot x^5 = x^5$;

в) $x^{n-1} : x^{-8} = x^{n-1-(-8)} = x^{n+7}$; г) $x^6 : x^{n+2} = x^{6-(n+2)} = x^{6-n-2} = x^{4-n}$.

№ 999 (№ 939). а) $1,5ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b = 9a^{-1}b^{-2} = \frac{9a^{-1}}{b^2} = \frac{9}{ab^2}$;

б) $\frac{3}{4} m^{-2} n^4 \cdot 8m^3 n^{-2} = \frac{8 \cdot 3}{4} mn^2 = 6mn^2$;

$$в) 0,6c^2d^4 \cdot \frac{1}{3}c^{-2}d^{-4} = \frac{1}{5}c^0d^0 = \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{5}; \text{ г) } 3,2x^{-1}y^{-5} \cdot \frac{5}{8}xy = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot x^0y^{-4} = \frac{2}{y^4},$$

$$д) \frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} \cdot \frac{1}{6}p^2q^{-5} = \frac{1}{12}pq^{-8} = \frac{p}{12} \cdot \frac{1}{q^8} = \frac{8}{12q^8};$$

$$е) 3\frac{1}{3}a^5b^{-18} \cdot 0,6a^{-1}b^{20} = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}a^4b^2 = 2a^4b^2.$$

№ 1000 (№ 940). а) $0,2a^{-2}b^4 \cdot 5a^3b^{-3} = ab$; подставим $a = -0,125$, $b = 8$
 $ab = (-0,125) \cdot 8 = -1$; б) $\frac{1}{27}a^{-1}b^{-5} \cdot 81a^2b^4 = 3ab^{-1} = \frac{3a}{b}$; подставим

$$a = \frac{1}{7}, b = \frac{1}{14}: \frac{3a}{b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{1}{14}}: \frac{1}{14} = 3 \cdot 2 = 6.$$

№ 1001 (№ 941). а) $1,6x^{-1}y^{12} \cdot 5x^3y^{-11} = 8x^2y$;

подставим $x = -0,2$, $y = 0,7$: $8x^2y = 8 \cdot (-0,2)^2 \cdot 0,7 = 0,224$;

б) $\frac{5}{6}x^{-3}y^3 \cdot 30x^3y^{-4} = 25x^0y^{-1} = \frac{25}{y}$;

подставим $x = 127$, $y = \frac{1}{5}$: $\frac{25}{y} = \frac{25}{\frac{1}{5}}: \frac{1}{5} = 125$

№ 1002 (№ 942). а) $(a^{-1}b^{-1})^2 = a^{(-1)(-2)}b^{(-1)(-2)} = a^2b^2$; б) $(x^3y^{-1})^2 = x^6 \cdot y^{(-1)2} = x^6y^{-2}$;

в) $(0,5a^{-3}b^5)^{-12} = 0,5^{-12}a^{36}b^{-60} = (2^{-1})^{-12}a^{36}b^{-60} = 2^{12}a^{36}b^{-60}$;

г) $(-2m^5n^{-3})^2 = 4m^{10} \cdot n^{(-3)2} = 4m^{10}n^{-6}$; д) $\left(\frac{1}{3}p^{-2}q^2\right)^{-3} = (3^{-1})^{-3}p^6q^{-6} = 12p^6q^{-6}$;

е) $(-0,5x^{-3}y^4)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 (x^{-3})^3 (y^4)^3 = (-2^{-1})^3 x^{-9}y^{12} = -2^{-3}x^{-9}y^{12} = -0,125x^{-9}y^{12}$.

№ 1003 (№ 943).

а) $(6a^{-5}b)^{-1} = 6^{-1}a^5b^{-1} = \frac{1}{6}a^5b^{-1}$; б) $\left(\frac{3}{4}a^{-1}b^{-3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 a^2b^6 = \frac{16}{9}a^2b^6$;

в) $\left(\frac{7}{8}p^{-6}q\right)^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^{(-6)(-1)}q^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^6q^{-1}$;

г) $(-0,3x^{-5}y^4)^{-2} = \left(-\frac{3}{10}\right)^{-2} x^{10}y^{-8} = \frac{100}{9}x^{10}y^{-8}$.

№ 1004 (№ 944). а) $0,0001x^{-4} = 10^{-4}x^{-4} = (10x)^{-4}$; б) $32y^{-5} = 2^5(y^{-1})^5$;

в) $0,0081a^8b^{-12} = (0,3a^2b^{-3})^4$; г) $10^n x^{-2n} y^{3n} = (10x^{-2}y^3)^n$.

№ 1005 (№ 945). а) $\frac{12x^{-5}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{38x^{-9}} = \frac{12x^{-5}y}{38x^{-9}y^{-6}} = \frac{1}{3}x^4y^7$;

б) $\frac{63a^2}{2b^{-5}} \cdot \frac{18b^2}{7a} = 9 \cdot 9 a^2a^{-1}b^2b^5 = 81ab^7$;

$$\text{в)} \frac{5x^{-1}y^3}{3} \cdot \frac{9x^6}{y^{-2}} = 5 \cdot 3x^{-1}x^6y^3y^2 = 15x^5y^3y^2 = 25x^5y^5;$$

$$\text{г)} \frac{16p^{-1}q^{32}}{5} \cdot \frac{25p^6}{64q^{-8}} = \frac{5}{4} p^{-1}p^6q^2q^8 = \frac{5}{4} p^5q^{10}.$$

$$\text{№ 1006 (№ 946). а)} \frac{13x^{-2}}{y} \cdot \frac{y^{12}}{39x^{-3}} = \frac{1}{3} y^{12} y^{-1} x^{-2} x^{-3} = \frac{1}{3} xy^{11};$$

$$\text{б)} \frac{5a^5}{b^{-7}} \cdot \frac{7b^{-3}}{25a} = \frac{7}{5} a^4 b^{-3} b^7 = \frac{7}{5} a^4 b^4; \text{ в)} \frac{p}{3c^{-2}} \cdot \frac{15c}{p^{-2}} = \frac{15}{3} pp^2 cc^2 = 5p^3 c^3;$$

$$\text{г)} \frac{26x^{17}}{y^{-8}} \cdot \frac{y}{13x^{25}} = 2x^{17} x^{-25} yy^8 = 2y^9 x^{-8}.$$

$$\text{№ 1007 (№ 947). а)} (0,25x^{-4}y^{-3})^2 \cdot \left(\frac{x^{-3}}{4y^2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 x^{-8} y^{-6} x^9 y^6 \cdot 4^3 = 4x;$$

$$\text{б)} \left(\frac{a^{-3}b^4}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{a^{-2}b^3}\right)^{-3} = \frac{a^{-3}b^4}{9} \cdot \left(\frac{a^{-2}b^3}{3}\right)^3 = \frac{a^{-3}b^4 \cdot a^{-6}b^9}{9 \cdot 3^3} = \frac{a^{-9}b^{13}}{3^5} = \frac{a^{-9}b^{13}}{243},$$

$$\text{в)} \left(\frac{c^{-4}}{10a^5b^2}\right)^{-2} \cdot (5a^5bc^2)^{-2} = \left(\frac{10a^5b^2}{c^{-4}}\right) \cdot \left(\frac{1}{5a^5bc^2}\right)^2 = \frac{100a^{10}b^4}{c^{-8} \cdot 25a^6b^2c^4} =$$

$$= \frac{4a^4b^2}{c^{-4}} = 4a^4b^2c^4;$$

$$\text{г)} \left(\frac{x^2y^{-3}}{6z}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2y^{-2}}{9z}\right)^2 = \left(\frac{6z}{x^2y^{-3}}\right)^3 \cdot \frac{x^4y^{-4}}{81z^2} = \frac{6^3 z^3 \cdot x^4 y^{-4}}{x^6 y^{-9} \cdot 81 z^2} = \frac{8}{3} zx^{-2} y^5$$

№ 1008 (№ 948).

$$\text{а)} \left(\frac{2x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 12xy^5 = \left(\frac{3y^{-2}}{2x^{-1}}\right)^2 \cdot 12xy^5 = \frac{9y^{-4}}{4x^{-2}} \cdot \frac{12xy^5}{1} = \frac{9 \cdot 12}{4} \cdot y \cdot x^3 = 27x^3y;$$

$$\text{б)} 4a^7b^{-1} \cdot \left(\frac{ab}{5}\right)^{-1} = \frac{4a^7b^{-1}}{1} \cdot \frac{5}{ab} = 20a^6b^{-2};$$

$$\text{в)} (2a^{-2}b^4)^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-6} = \frac{4a^{-4}b^6 \cdot b^6}{a^6} = 4a^{-10}b^{12};$$

$$\text{г)} \left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-2} \cdot (x^{-1}y)^3 = \frac{y^3}{2x^2} \cdot x^{-3}y^3 = \frac{1}{2} y^6 x^{-3} x^{-2} = \frac{1}{2} x^{-5} y^6.$$

$$\text{№ 1009. (н). } x_1^{-1} + x_2^{-1} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{6}{n}}{\frac{8}{n}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}; \quad \frac{6}{n} = 6 \Rightarrow n = 1.$$

Упражнения для повторения

№ 949. (с). а) Приближенное значение длины отрезка AB равно 7 см.

Найдем абсолютную погрешность: $|7,2 - 7| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{7} \approx 0,029 = 2,9\%$.

б) Приближенное значение длины отрезка MN равно 0 см.

Найдем абсолютную погрешность: $|0,2 - 0| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{0,2} = 1 = 100\%$.

№ 950. (с). Обозначим за x км/ч и $(1,5x)$ км/ч — скорость туристов на

подъеме и спуске; тогда на подъеме они затратили $\frac{9}{x}$ ч, а на спуске —

$\frac{9}{1,5x}$ ч. По условию суммарное время равно 5 ч. Запишем уравнение:

$$\frac{9}{x} + \frac{9}{1,5x} = 5; \quad \frac{9}{x} + \frac{6}{x} = 5; \quad \frac{15}{x} = 5; \quad x = 3. \quad \text{Ответ: } 3 \text{ км/ч.}$$

№ 951. (с). а) $\frac{2a-5}{a-1} = 2$; $2a-5 = 2a-2$; $-5=2$, но $-5 \neq 2$, значит, не суще-

ствует значение a , при котором значение исходного выражения равно 2.

$$\text{б)} \quad \frac{5a+7}{3a-11} = 2; \quad 5a+7 = 6a-22; \quad -6a+5a = -22-7; \quad a = 29;$$

итак, значение исходного выражения равно 2 при $a = 29$.

$$\text{№ 952. (с). а)} \quad \begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{x-1}{3} > 3, \\ 3,6x < 1 + 2,6x; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x-5x+5 > 15, \\ 3,6x-2,6x < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 10, \\ x < 1; \end{cases}$$

система не имеет решений;

$$\text{б)} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{2-6x}{5} < 0, \\ 4,2x < 2,2x+5; \end{cases} \quad \begin{cases} 15x+5-4+12x < 0, \\ 4,2x-2,2x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 27x+1 < 0, \\ 2x < 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{1}{27}, \\ x < 2,5; \end{cases} \quad x < -\frac{1}{27}; \quad \left(-\infty; -\frac{1}{27}\right).$$

$$\text{№ 953. (с). а)} \quad \frac{4\sqrt{5}-\sqrt{30}}{3} = \frac{\sqrt{80}-\sqrt{30}}{3};$$

$$\sqrt{80} > \sqrt{30}, \text{ т.к. } 80 > 30, \text{ значит, } \frac{4\sqrt{5}-\sqrt{30}}{3} > 0;$$

$$\text{б)} \quad \frac{-6}{\sqrt{70}-2\sqrt{8}} = -\frac{6}{\sqrt{70}-\sqrt{32}};$$

$$\sqrt{70} > \sqrt{32}, \text{ т.к. } 70 > 32, \text{ значит, } -\frac{6}{\sqrt{70}-2\sqrt{8}} < 0.$$

$$\text{№ 1010. (н). } \frac{2x-7}{x+1} + \frac{3x+2}{x-1} = 7; \frac{(2x-7)(x-1) + (3x+2)(x+1)}{x^2-1} = 7, \\ 2x^2 - 9x + 7 + 3x^2 + 5x + 2 = 7x^2 - 7; 2x^2 + 4x - 16 = 0; x^2 + 2x - 8 = 0;$$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 = 36; x = \frac{-2 \pm 6}{2}; x_1 = -4; x_2 = 2.$$

$$\text{№ 1011. (н). а) } |x| \neq x \Rightarrow x < 0; \text{ б) } |x| \neq -x \Rightarrow x > 0.$$

$$\text{№ 1012. (н). } \frac{\overline{ac}}{abc} = \frac{10a+c}{100a+10b+c} = \frac{10a+c}{100a+10(a+c)+c} = \frac{10a+c}{110a+11c} = \frac{1}{11}$$

39. Стандартный вид числа

№ 1013 (№ 954). а) $1,2 \cdot 10^9$ — порядок числа равен 9;
б) $3,6 \cdot 10^3$ — порядок числа равен 3; в) $2,7 \cdot 10^{-3}$ — порядок числа равен -3;
г) $6,3 \cdot 10^{-1}$ — порядок числа равен -1; д) $4,42 \cdot 10^5$ — порядок числа равен 5;
е) $9,28 \cdot 10^{-4}$ — порядок числа равен -4.

№ 1014 (№ 955). а) $52\,000\,000 = 5,2 \cdot 10^7$; б) $2\,18000\,000 = 2,18 \cdot 10^6$;
в) $675\,000\,000 = 6,75 \cdot 10^8$; г) $40,44 = 4,044 \cdot 10$;
д) $0,00281 = 2,81 \cdot 10^{-3}$; е) $0,0000035 = 3,5 \cdot 10^{-6}$.

№ 1015 (№ 956). а) $45 \cdot 10^3 = 4,5 \cdot 10^4$; б) $117 \cdot 10^5 = 1,17 \cdot 10^7$;
в) $0,74 \cdot 10^6 = 7,4 \cdot 10^5$; г) $0,06 \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^3$.

№ 1016 (№ 957). а) $1\,024\,000 = 1,024 \cdot 10^6$; б) $6\,000\,000 = 6 \cdot 10^6$;
в) $21,56 = 2,156 \cdot 10$; г) $0,85 = 8,5 \cdot 10^{-1}$;
д) $0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$; е) $0,000282 = 2,82 \cdot 10^{-4}$;
ж) $508 \cdot 10^{-7} = 5,08 \cdot 10^{-5}$; з) $0,042 \cdot 10^2 = 4,2 \cdot 10^0 = 4,2$.

№ 1017 (№ 958). $6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^{21}$. Значит, в стандартном виде масса Земли равна $6 \cdot 10^{21}$ т.
 $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0017 = 1,7 \cdot 10^{-21}$. Значит, в стандартном виде масса атома водорода равна $1,7 \cdot 10^{-21}$ т.

№ 1018 (№ 959). а) $3,8 \cdot 10^3 \text{ т} = 3,8 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \text{ г} = 3,8 \cdot 10^9 \text{ г}$;

б) $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ км} = 1,7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^2 \text{ см} = 1,7 \cdot 10 \text{ см}$;

в) $8,62 \cdot 10^{-1} \text{ кг} = 8,62 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ т} = 8,62 \cdot 10^{-4} \text{ т}$;

г) $5,24 \cdot 10^5 \text{ см} = 5,24 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5,24 \cdot 10^3 \text{ м}$.

№ 1019 (№ 960). а) $2,85 \cdot 10^8 \text{ см} = 2,85 \cdot 10^8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ км} = 2,85 \cdot 10^3 \text{ км}$;

б) $4,6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 4,6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \cdot 10 \text{ мм} = 4,6 \cdot 10 \text{ мм}$;

в) $6,75 \cdot 10^{15} \text{ г} = 6,75 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ т} = 6,75 \cdot 10^9 \text{ т}$;

г) $1,9 \cdot 10^{-2} \text{ т} = 1,9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ кг} = 1,9 \cdot 10 \text{ кг}$.

№ 1020 (№ 961).

а) $(3,25 \cdot 10^2) \cdot (1,4 \cdot 10^3) = 3,25 \cdot 1,4 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 4,55 \cdot 10^{2+3} = 4,55 \cdot 10^5$;

б) $(4,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (5,2 \cdot 10^4) = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3+4} = 22,88 \cdot 10 = 2,288 \cdot 10^2$.

№ 962. (с). а) $(9,9 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-1}) = 9,9 : 1,2 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^3$;

б) $(1,23 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-2}) = 1,23 : 4,8 \cdot 10^{-3+2} = 0,25625 \cdot 10^{-1} = 2,5625 \cdot 10^{-2}$

№ 963. (с). а) $(2,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (8,4 \cdot 10^4) = 2,5 \cdot 8,4 \cdot 10^{-3+4} = 21 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10^2$;
б) $(3,6 \cdot 10^5) : (2,4 \cdot 10^2) = 3,6 : 2,4 \cdot 10^{5-2} = 1,5 \cdot 10^3$.

№ 1021 (№ 964). Если v — скорость света, $t = 2,8 \cdot 10^6$, то путь
 $S = v \cdot t = 3 \cdot 10^5 \cdot 2,8 \cdot 10^6 = 3 \cdot 2,8 \cdot 10^{5+6} = 8,4 \cdot 10^{11}$ км. Ответ: $8,4 \cdot 10^{11}$ км.

№ 1022 (№ 965). Порядок массы Земли больше порядка массы Марса, значит, масса Земли больше массы Марса; получаем:

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}} = \frac{1,9}{6,4} \cdot 10^{24-23} \approx 0,93 \cdot 10 = 9,3.$$

Ответ: масса Земли в $\approx 9,3$ раза больше.

№ 1023 (№ 966). Порядок массы Венеры меньше порядка массы Юпитера, значит, масса Венеры меньше массы Юпитера; найдем их отношение:

$$\frac{1,9 \cdot 10^{27}}{4,87 \cdot 10^{24}} = \frac{1,9}{4,87} \cdot 10^{27-24} \approx 0,4 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^2.$$

Ответ: масса Венеры в $\approx 4 \cdot 10^2$ раз меньше.

№ 1024 (№ 967). Масса плиты есть плотность, умноженная на объем:
 $7,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 6 \cdot 10^{-1} \cdot 2,5 \cdot 10^{-1} = 140,4 \cdot 10 = 1,404 \cdot 10^3$ кг.

Ответ: $1,404 \cdot 10^3$.

Упражнения для повторения

№ 1025. (н).

$$(2 - \sqrt{3})\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1.$$

№ 1026. (н). $x_1 + x_2 = \frac{18}{3} = 6$; $x_1 x_2 = \frac{m}{3}$; $\frac{m}{3} = 6 \Rightarrow m = 18$.

№ 1027. (н). $\frac{4-3x}{2} - x < 11$; $\frac{4-3x-2x}{2} < 11$; $4x - 5x < 22$

$5x > -18$; $x > -\frac{18}{5}$. Целые отрицательные x : -3 ; -2 ; -1 .

№ 968. (с) Обозначим за x км/ч и $(1,2x)$ км/ч — скорость поезда по расписанию и его фактическую скорость; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения по-

езда по расписанию; $\left(\frac{120}{1,2x}\right)$ ч — фактическое время движения поезда.

Составляем уравнение: $\frac{120}{x} - \frac{100}{x} = \frac{1}{4}$; $\frac{20}{x} = \frac{1}{4}$; $x = 80$; $1,2x = 96$.

Ответ: со скоростью 96 км/ч.

№ 969. (с). $1,5x^{-3}y^2 \cdot 6,2x^4y^{-1} = 1,5 \cdot 6,2x^{-3+4}y^{2-1} = 9,3xy$;

а) подставим $x = 5,5$; $y = 0,84$: $9,3xy = 9,3 \cdot 5,5 \cdot 0,84 = 42,966$;

б) подставим $x = -0,6$; $y = -3,2$: $9,3xy = 9,3 \cdot (-0,6) \cdot (-3,2) = 17,856$.

№ 970. (с). а) $\left(\frac{8a^{-2}}{b^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^{-2}}{16a^{-3}}\right)^2 = \frac{8^3 a^{-6} b^{-4}}{b^{-9} 16^2 \cdot a^{-6}} = \frac{8b^5}{4} = 2b^5$;

$$6) \left(-\frac{9x^4}{2y^3} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{4y^4}{27x^5} \right)^{-2} = \left(-\frac{2y^3}{9x^4} \right)^3 \cdot \left(-\frac{27x^5}{4y^4} \right)^2 = -\frac{2^3 y^9}{9^3 x^{12}} \cdot \frac{27 x^{10}}{4^2 y^8} =$$

$$= -\frac{8y^9 (3 \cdot 9)^2 x^{10}}{4^2 y^8 9^3 x^{12}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{9y}{x^2 \cdot 9} = -\frac{1}{2} x^{-2} y.$$

№ 971. (с). а) $\frac{2}{3} \left(3x - \frac{1}{2} \right) + x > 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - 10x \right)$; $2x - \frac{1}{3} + x > 1 - \frac{1}{6} + 5x$,

$$-2x > \frac{7}{6}; x < -\frac{7}{12}; \left(-\infty; -\frac{7}{12} \right);$$

б) $2(3y - 1) - \frac{1}{2}(4y + 1) \leq \frac{2}{3}(y - 3) + \frac{1}{3}$;

$$6y - 2 - 2y - \frac{1}{2} \leq \frac{2}{3}y - 2 + \frac{1}{3}; \frac{10}{3}y \leq \frac{5}{6}; y \leq \frac{1}{4}, \left(-\infty; \frac{1}{4} \right].$$

№ 972. (с). Данное выражение имеет смысл, если подкоренные выражения неотрицательны и знаменатель дроби отличен от нуля.

Запишем систему неравенств: $\begin{cases} x \geq 0, \\ x - 1 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 1; \end{cases} \quad x \geq 1,$

при этом, если $x \geq 1$, то знаменатель отличен от нуля.

Ответ: $x \geq 1$

§ 13. Элементы статистики

40. Сбор и группировка статистических данных

№ 1028 (н)

Кандидат	Частота
Алексеев	13
Иванов	23
Карпов	14

Данных недостаточно, так как выборочная совокупность (50 человек) мала.

№ 1029 (н)

Время	Частота
0	6
1	2
1,5	2
2	6
2,5	5
3	4
3,5	5
4	4
4,5	2
5	4

№ 1030 (н)

Число выполненных заданий	Относительная частота %
0	8

Число выполненных заданий	Относительная частота %
1	4
2	8
3	14
4	36
5	23
6	14

№ 1031 (н) Наибольшее различие в числе допущенных ошибок (размах) равно $6 - 0 = 6$. Наиболее типичное число ошибок (мода) равно 3.

№ 1032 (н).

Среднее арифметическое равно $\frac{2 \cdot 20 + 5 \cdot 12 + 10 \cdot 7 + 25 \cdot 4 + 100 \cdot 2}{45} \approx 10$.

Размах равен $100 - 2 = 98$. Мода равна 2.

№ 1033 (н). Среднее арифметическое $\frac{0 \cdot 8 + 1 \cdot 22 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2}{50} \approx 1,4$.

Размах равен $4 - 0 = 4$. Мода равна 1.

№ 1034 (н). Среднее арифметическое

$\frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 26 + 3 \cdot 17 + 4 \cdot 18 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 1}{100} \approx 3$.

Мода равна 2.

№ 1035 (н).

Время	Частота
15–20	5
20–25	1
25–30	7
30–35	8
35–40	3

№ 1036 (н). $\frac{13,5 + 4 + 16,5 \cdot 6 + 19,5 \cdot 3}{4 + 6 + 3} \approx 16$ (тыс.ц.)

№ 1037 (н). а) нет; б) нет; в) нет;

№ 1038 (н). Школьники, студенты, люди среднего возраста и пенсионеры

Упражнения для повторения

№ 1039 (н). $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-12)^2 - 2 \cdot 30 = 144 - 60 = 84$.

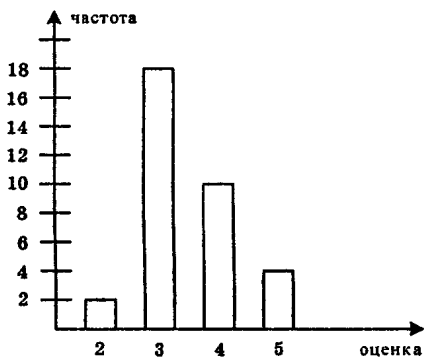
№ 1040 (н). $\begin{cases} 0,5(2-x) - 1,5x < 6x - 1 \\ 1,3(2+x) + 0,7x < 3x + 2,4 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 - 0,5x - 1,5x < 6x - 1 \\ 2,6 + 1,3x + 0,7x < 3x + 2,4 \end{cases}$

$\begin{cases} 8x > 2 \\ x > 0,2 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0,25 \\ x > 0,2 \end{cases} \quad \text{Итак, } x \in (0,2; +\infty).$

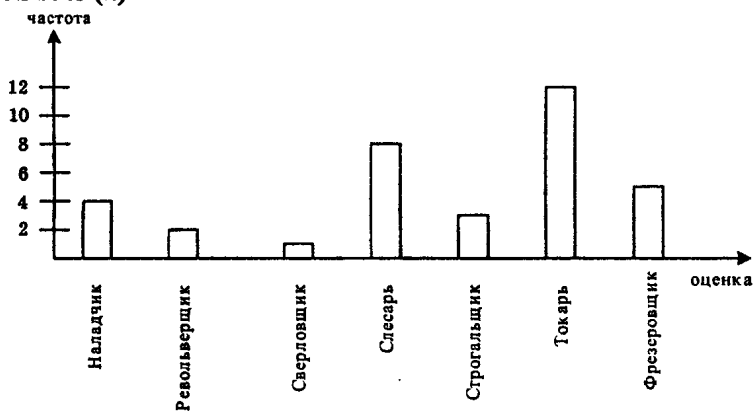
№ 1041 (н). $2\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 2\sqrt{10} - 10 - 5 - 2 - 2\sqrt{10} = 3$

41. Наглядное представление статистической информации.

№ 1042 (н)



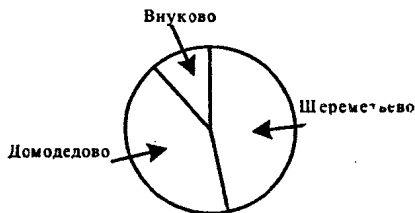
№ 1043 (н)



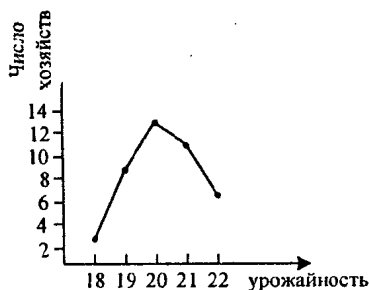
№ 1044 (н)



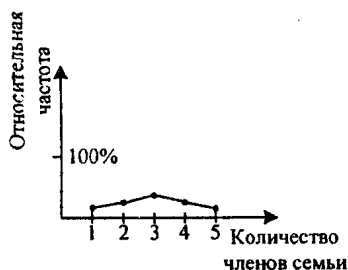
№ 1045 (н)



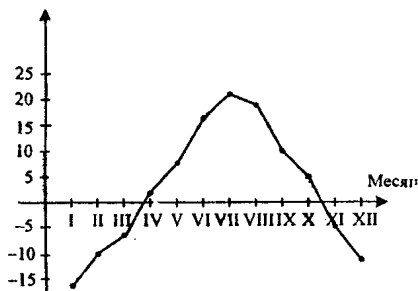
№ 1046 (н)



№ 1047 (н)



№ 1048 (н)



№ 1049 (н). а) производство низкое в III квартале и высокое в I и IV кварталах; б) II, III кварталы; в) III, IV кварталы.

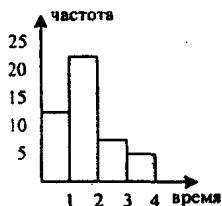
№ 1050 (н)



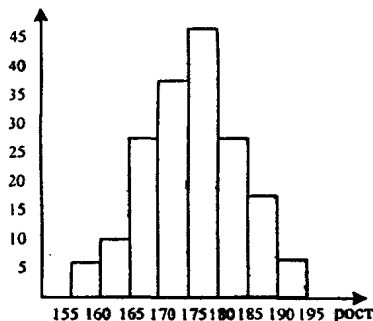
а) производство растет к зиме и падает к лету,
б) III и IV кварталы 2005 года.

№ 1051 (н). а) пятница, суббота; б) четверг, пятница;
в) понедельник, вторник, суббота, воскресенье.

№ 1052 (н).



№ 1053 (н).



№ 1054 (н). а) 12; б) 33–38 лет; в) 118.

Упражнения для повторения

№ 1057(н).

$$\text{а) } \left(\frac{a+1}{a^2+1-2a} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \left(\frac{a}{a-1} \right)^{-1} - \frac{2}{a-1} = \left(\frac{a+1}{(a-1)^2} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a-1}{a} - \frac{2}{a-1} =$$

$$= \frac{a+1+a-1}{(a-1)^2} \cdot \frac{(a-1)}{a} - \frac{2}{a-1} = \frac{2}{a-1} - \frac{2}{a-1} = 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1+x}{x^2-xy} - \frac{y-1}{y(x-y)} \right) \cdot \frac{xy(x-y)}{x+y} = \frac{y(1+x)-x(y-1)}{xy(x-y)} \cdot \frac{xy(x-y)}{x+y} - 1.$$

$$\text{в) } 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3-c^3} \cdot \frac{a^2+c^2+ac}{a+c} \right) - \left(\frac{a^2-c^2}{3c^2} \right)^{-1} =$$

$$3a \cdot \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \frac{3a^2-3c^2}{a^2-c^2} = 3.$$

$$\text{№ 1058(н). } (9-4a^2) \left(\frac{4a}{2a-3} - 1 \right) = (3-2a)(3+2a) \cdot \frac{2a+3}{2a-3} = -(2a+3)^2 =$$

$$= -(2 \cdot (-1,2) + 3)^2 = -0,6^2 = -0,36$$

$$\text{№ 1059(н). } \begin{cases} \frac{x+1}{10} - \frac{x}{6} \leq \frac{x}{10} + \frac{1-x}{30} \\ \frac{x}{3} - \frac{x+5}{12} < \frac{x}{4} - \frac{x-5}{24} \end{cases}, \begin{cases} \frac{3x+3-5x}{30} \leq \frac{3x+1-x}{30} \\ \frac{8x-2(x+5)}{24} < \frac{6x-(x-5)}{24} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3-2x \leq 2x+1 \\ 6x-10 < 5x+5 \end{cases}, \begin{cases} 4x \geq 2 \\ x < 15 \end{cases} \quad x \in [0,5;15)$$

№ 1060 (н). а) $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$; $(5\sqrt{2})^2 = 50 < 63 = (3\sqrt{7})^2$, потому
 $5\sqrt{2} + 3\sqrt{5} < 3\sqrt{7} + \sqrt{45}$

б) $-2\sqrt{7} = -\sqrt{28}$, $(6\sqrt{2})^2 = 72 > 48 = (4\sqrt{3})^2$, потому
 $6\sqrt{2} - 2\sqrt{7} > 4\sqrt{3} - \sqrt{28}$.

№ 1061 (н). а) $0,987^{-1} = \frac{1}{0,987} > 1$; б) $1,074^{-1} = \frac{1}{1,074} < 1$.

42. Функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства.

№ 1062 (н). $\frac{1}{247} = a^{-1} \Rightarrow a = 247$; $b = 843^{-1} = \frac{1}{843}$.

№ 1064 (н). $-x + |\ell| = \frac{1}{x}x + \frac{1}{x} + |\ell| = 0x^2 + |\ell|x + |\ell| = 0$

$D = |\ell|^2$. 4. При $|\ell| > 2$ $D > 0$ и имеем 2 корня (общих точки), при $|\ell| = 2$; $D = 0$ и имеем 1 корень, при $0 < |\ell| < 2$ $D < 0$ и имеем 0 корней.

№ 1068 (н). $\frac{1}{2601} = a^{-2} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{2601}\right)^{-2} = 51$; $b = 0,0625^{-2} = 4$.

№ 1069 (н). а) $x_0^2, x_0, x_0^0, x_0^{-1}, x_0^{-2}$; б) $x_0^{-2}, x_0^{-1}, x_0^0, x_0, x_0^2$.

№ 1071 (н) а) 1; б) 2; в) 1; г) 0.

§ 14 (с). Приближенные вычисления

36 (с). Запись приближенных вычислений

№ 973 (с). а) запись $m = 4,96 \pm 0,08$ означает, что:

$4,96 - 0,08 \leq m \leq 4,96 + 0,08$, т.е. $4,88 \leq m \leq 5,04$;

б) запись $x = 0,379 \pm 0,021$ означает, что:

$0,379 - 0,021 \leq x \leq 0,379 + 0,021$, т.е. $0,358 \leq x \leq 0,4$;

в) запись $y = 6482 \pm 35$ означает, что:

$6482 - 35 \leq y \leq 6482 + 35$, т.е. $6447 \leq y \leq 6517$;

г) запись $n = 89000 \pm 3000$ означает, что:

$89000 - 3000 \leq n \leq 89000 + 3000$, т.е. $86000 \leq n \leq 92000$.

№ 974 (с). а) $y = 73 \pm 1$; $73 - 1 \leq y \leq 73 + 1$; $72 \leq y \leq 74$;

б) $y = 3,9 \pm 0,2$; $3,9 - 0,2 \leq y \leq 3,9 + 0,2$; $3,7 \leq y \leq 4,1$;

в) $y = 6,5 \pm 0,1$; $6,5 - 0,1 \leq y \leq 6,5 + 0,1$; $6,4 \leq y \leq 6,6$;

г) $y = 20,48 \pm 0,15$; $20,48 - 0,15 \leq y \leq 20,48 + 0,15$; $20,33 \leq y \leq 20,63$.

№ 975 (с). Если $c = 299\,792\,458 \pm 1,2$, то $299\,792\,458 - 1,2 \leq c \leq 299\,792\,458 + 1,2$, т.е. $299\,792\,456,8 \leq c \leq 299\,792\,459,2$.

№ 976 (с). а) Абсолютная погрешность приближенного значения 47,62 не превышает 0,01; б) абсолютная погрешность приближенного значения 13,5 не превышает 0,01; в) абсолютная погрешность приближенного зна-

чения 4,3725 не превышает 0,0001; г) абсолютная погрешность приближенного значения 0,00681 не превышает 0,00001; д) абсолютная погрешность приближенного значения 62 не превышает 1; е) абсолютная погрешность приближенного значения 250 не превышает 1; ж) абсолютная погрешность приближенного значения 8,4 не превышает 0,1; з) абсолютная погрешность приближенного значения 8,400 не превышает 0,001

№ 977 (с). а) $x \approx 3,34$, точность равна 0,01; б) $x \approx 162,3$, точность равна 0,1;

в) $x \approx 0,073$, точность равна 0,001; г) $x \approx 1680$, точность равна 1,

д) $x \approx 0,02$, точность равна 0,01; е) $x \approx 0,020$, точность равна 0,001

№ 978 (с). а) $x \approx 4,8 \cdot 10^4$, тогда $x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 0,1 \cdot 10^4$; $x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 10^3$ Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 . б) $x \approx 2,164 \cdot 10^6$, тогда $x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 0,001 \cdot 10^6$; $x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 10^3$. Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 .

№ 979 (с). а) $y \approx 1,27 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,01. б) $y \approx 1,27 \cdot 10^{-8}$, относительная погрешность

приближенного значения y не превышает 0,01. в) $y \approx 1,490 \cdot 10^5$, относи-

тельная погрешность приближенного значения y не превышает 0,001. г) $y \approx$

$2,3162 \cdot 10^{-4}$, относительная погрешность приближенного значения y не

превышает 0,0001. д) $y \approx 0,006 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-5}$, тогда относительная погреш-

ность приближенного значения y не превышает 1. е) $y \approx 7,5 \cdot 10^0$, относи-

тельная погрешность приближенного значения y не превышает 0,1

№ 980 (с). а) $\rho \approx 2,6 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного

значения ρ не превышает 0,1. б) $\rho \approx 9,12 \cdot 10$, относительная погреш-

ность приближенного значения ρ не превышает 0,01 в) $\rho \approx 5,20 \cdot 10^3$,

относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает

0,01. г) $\rho \approx 6,0 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного значе-

ния ρ не превышает 0,1. д) $\rho \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$, относительная погрешность

приближенного значения ρ не превышает 0,1. е) $\rho \approx 5 \cdot 10^{-3}$, относи-

тельная погрешность приближенного значения ρ не превышает 1

№ 981 (с). По условию масса Солнца M (в кг) равна $1,990 \cdot 10^{30}$, тогда

$M = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 0,001 \cdot 10^{30} = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 10^{27}$ кг. Масса Земли

m (в кг) равна $5,976 \cdot 10^{24}$, тогда $m = 5,976 \cdot 10^{24} \pm 0,001 \cdot 10^{24} = 5,976 \pm 10^{21}$ кг

Абсолютная погрешность приближенного значения массы Солнца не

превышает 10^{27} кг; абсолютная погрешность приближенного значения

массы Земли не превышает 10^{21} кг.

№ 982 (с). По условию масса электрона m (в кг) равна $0,91 \cdot 10^{-27}$, тогда $m = 9,1$

$\cdot 10^{-28} \pm 0,1 \cdot 10^{-28}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \pm 10^{-29}$ кг. Абсолютная погрешность прибли-

женного значения массы электрона не превышает 10^{-29} кг. Относительная

погрешность приближенного значения массы электрона не превышает 0,1

Упражнения для повторения

№ 983 (с). а) $376\ 000 = 3,76 \cdot 10^5$; б) $12\ 000\ 000 = 1,2 \cdot 10^7$;

в) $0,000085 = 8,5 \cdot 10^{-5}$; г) $0,00169 = 1,69 \cdot 10^{-3}$.

№ 984 (с). а) $(3,14 \cdot 10^3) \cdot (2,1 \cdot 10^5) = 6,594 \cdot 10^{3+5} = 6,594 \cdot 10^8$;

б) $(1,96 \cdot 10^{-2}) : (2,45 \cdot 10^{-3}) = 0,8 \cdot 10^{-2+3} = 0,8 \cdot 10 = 8$.

№ 985 (с). Решим систему:

$$\begin{cases} 0,2(4-5x) + 0,5x < 2x - 0,5(4-3x), \\ 1,5(3-2x) + 0,5 > 12 - 0,1(10-5x); \end{cases} \quad \begin{cases} 0,8 - x + 0,5x < 2x - 2 + 1,5x, \\ 4,5 - 3x + 0,5 > 12 - 1 + 0,5x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x < -2,8, \\ -3,5x > 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0,7, \\ x < -\frac{12}{7}; \end{cases} \quad \text{система решения не имеет.}$$

№ 986 (с).

$$\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{6})-(\sqrt{2}+1)^2 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} - [(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1^2] = \\ = \sqrt{18} - 6 - 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 3\sqrt{2} - 9 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} - 9.$$

№ 987 (с). $a^2 > 14a - 50$; $a^2 - 14a + 50 > 0$;

$$a^2 - 14a - 50 = (a^2 - 14a + 49) + 1 = (a-7)^2 + 1 > 0 \text{ при всех } a.$$

37 (с). Действия над приближенными значениями

№ 988 (с). а) $x \approx 0,9071$, $y \approx 6,52$; $x + y \approx 0,9071 + 6,52 = 7,4271 \approx 7,43$;

б) $x \approx 7,8$, $y \approx 4,725$; $x + y \approx 7,8 + 4,725 = 12,525 \approx 12,5$;

в) $x \approx 2,134$, $y \approx 11,27$; $x + y \approx 2,134 + 11,27 = 13,404 \approx 13,40$;

г) $x \approx 19$, $y \approx 31,8$; $x + y \approx 19 + 31,8 = 50,8 \approx 51$.

№ 989 (с). а) $a \approx 5,64$, $b \approx 2,3415$; $a - b \approx 5,64 - 2,3415 = 3,2985 \approx 3,30$;

б) $a \approx 42,609$, $b \approx 38,6$; $a - b \approx 42,609 - 38,6 = 4,009 \approx 4,0$;

в) $a \approx 23,40$, $b \approx 1,9165$; $a - b \approx 23,40 - 1,9165 = 21,4835 \approx 21,48$;

г) $a \approx 6,385$, $b \approx 0,29$; $a - b \approx 6,385 - 0,29 = 6,095 \approx 6,10$

№ 990 (с). а) $x \approx 34,12$, $y \approx 19,6$; $x + y \approx 34,12 + 19,6 = 53,72 \approx 53,7$;

$x - y \approx 34,12 - 19,6 = 14,52 \approx 14,5$;

б) $x \approx 4,1608$, $y \approx 1,09$; $x + y \approx 4,1608 + 1,09 = 5,2508 \approx 5,25$;

$x - y \approx 4,1608 - 1,09 = 3,0708 \approx 3,07$.

№ 991 (с). $a \approx 26,1042$, $b \approx 8,98$, $c \approx 3,65$;

$a - b + c \approx 26,1042 - 8,98 + 3,65 = 20,7742 \approx 20,77$.

№ 992 (с). $x \approx 9,1$, $y \approx 8,89$, $z \approx 0,8517$;

$x + y - z \approx 9,1 + 8,89 - 0,8517 = 17,1383 \approx 17,1$.

№ 993 (с). Приближенное значение массы масла равно:

$$1,63 - 0,706 = 0,924 \approx 0,92 \text{ кг.} \quad \text{Ответ: } 0,92 \text{ кг.}$$

№ 994 (с). Приближенное значение периметра четырехугольника равно:

$$3,26 - 6,12 + 7,50 + 4,325 = 21,205 \approx 21,21 \text{ м.} \quad \text{Ответ: } 21,21 \text{ м.}$$

№ 995 (с). $R = R_1 + R_2 + R_3 = 5,26 + 3,815 + 4,70 = 13,775 \approx 13,78 \text{ Ом.}$

Ответ 13,78 Ом.

№ 996 (с). Приближенное значение свободной от строений площади

$$\text{участка равно. } 600 - 56,5 - 16,3 = 527,2 \approx 527 \text{ м}^2. \quad \text{Ответ: } 527 \text{ м}^2.$$

№ 997 (с). Приближенное значение разности масс этих планет равно:

$$5,976 \cdot 10^{21} - 4,88 \cdot 10^{21} = 1,096 \cdot 10^{21} \approx 1,10 \cdot 10^{21} \text{ т.}$$

Ответ: масса Земли на $1,10 \cdot 10^{21}$ т больше массы Венеры.

№ 998 (с). а) $ab = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,41 \cdot 10^4 = 7,502 \cdot 10^7 \approx 7,5 \cdot 10^7$;

б) $ab = 1,154 \cdot 10^8 \cdot 6,9 \cdot 10^{-5} = 7,9626 \cdot 10^3 \approx 8,0 \cdot 10^3$;

в) $ab = 8,42 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 10^5 = 82,6002 \cdot 10^1 = 8,26002 \cdot 10^2 \approx 8,26 \cdot 10^2$;

г) $ab = 7,605 \cdot 10^{-2} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 13,689 \cdot 10^{-5} = 1,3689 \cdot 10^{-4} \approx 1,4 \cdot 10^{-4}$

№ 999 (с). а) $x : y = (8,75 \cdot 10^6) : (5,4 \cdot 10^4) = 8,75 : 5,4 \cdot 10^{6-4} = 1,62037 \cdot 10^2 \approx 1,6 \cdot 10^2$;

б) $x : y = (4,3 \cdot 10^5) : (6,95 \cdot 10^2) = 4,3 : 6,95 \cdot 10^{5-2} = 0,618705 \cdot 10^3 = 6,18705 \cdot 10^2 \approx 6,2 \cdot 10^2$

№ 1000 (с). $ab = 8,3 \cdot 10^4 \cdot 3,12 \cdot 10^6 = 8,3 \cdot 3,12 \cdot 10^{4+6} = 25,896 \cdot 10^{10} = 2,5896 \cdot 10^{11} \approx 2,6 \cdot 10^{11}$;

$\frac{a}{b} = \frac{8,3 \cdot 10^4}{3,12 \cdot 10^6} = \frac{8,3}{3,12} \cdot 10^{-2} \approx 2,6603 \cdot 10^{-2} \approx 2,7 \cdot 10^{-2}$.

№ 1001 (с). а) Стандартный вид чисел p и q :

$p \approx 4,65 \cdot 10^1$ и $q \approx 7,2 \cdot 10^{-1}$, тогда

$p \cdot q = 4,65 \cdot 10^1 \cdot 7,2 \cdot 10^{-1} = 33,48 = 3,348 \cdot 10^1 \approx 3,3 \cdot 10^1$;

б) стандартный вид чисел p и q : $p \approx 6,38 \cdot 10^{-2}$ и $q \approx 1,84 \cdot 10^1$, тогда

$p \cdot q = 6,38 \cdot 10^{-2} \cdot 1,84 \cdot 10^1 = 11,7392 \cdot 10^{-1} = 1,17392 \cdot 10^0 \approx 1,17$

№ 1002 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 1,828 \cdot 10^1$ и $y \approx 5,4 \cdot 10^{-1}$

тогда $x : y = (1,828 \cdot 10^1) : (5,4 \cdot 10^{-1}) = 1,828 : 5,4 \cdot 10^{1+1} =$

$= 0,3385 \cdot 10^2 \approx 3,4 \cdot 10^1$; б) стандартный вид чисел x и y : $x \approx 3,6 \cdot 10^{-1}$ и $y \approx 2,38 \cdot 10^{-2}$, тогда $x : y = (3,6 \cdot 10^{-1}) : (2,38 \cdot 10^{-2}) = 3,6 : 2,38 \cdot 10^{-1+2} = 1,5126 \cdot 10^1 \approx 1,5 \cdot 10$.

№ 1003 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 2,05 \cdot 10^0$ и $y \approx 1,2 \cdot 10^0$

тогда $x \cdot y = 2,05 \cdot 1,2 \cdot 10^0 = 2,46 \approx 2,5$; $\frac{x}{y} = \frac{2,05 \cdot 10^0}{1,2 \cdot 10^0} \approx 1,7083 \cdot 10^0 \approx 1,7$,

б) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 6 \cdot 10^{-1}$ и $y \approx 7,5 \cdot 10^0$, тогда

$x \cdot y = 6 \cdot 10^{-1} \cdot 7,5 = 45 \cdot 10^{-1} = 4,5 \cdot 10^0 \approx 5$; $\frac{x}{y} = \frac{6 \cdot 10^{-1}}{7,5 \cdot 10^0} = 0,8 \cdot 10^{-1} \approx 8 \cdot 10^{-2}$

№ 1004 (с). Приближенное значение площади комнаты равно:

$5,85 \cdot 3,75 = 21,9375 = 2,19375 \cdot 10^1 \approx 2,19 \cdot 10^1 = 21,9 \text{ м}^2$. Ответ: $21,9 \text{ м}^2$

№ 1005 (с). Приближенное значение площади участка равно: $254 \cdot 194 =$

$= 2,54 \cdot 10^2 \cdot 1,94 \cdot 10^2 = 4,9276 \cdot 10^4 \approx 4,93 \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 4,93 \text{ га}$. Ответ: $4,93 \text{ га}$.

№ 1006 (с). Приближенное значение расстояния от наблюдателя равно $332 \cdot 4,7 =$

$= 3,32 \cdot 10^2 \cdot 4,7 \cdot 10^0 = 15,604 \cdot 10^2 = 1,5604 \cdot 10^3 \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ м} = 1,6 \text{ км}$.

Ответ: $1,6 \text{ км}$.

№ 1007 (с). а) В стандартном виде длина стороны квадрата равна

$c \approx 6,29 \cdot 10^0 \text{ м}$. Приближенное значение периметра квадрата равно

$6,29 \cdot 10^0 \cdot 4 = 25,16 \cdot 10^0 = 2,516 \cdot 10^1 \approx 2,52 \cdot 10^1 = 25,2 \text{ м}$.

б) В стандартном виде длина стороны квадрата равна $c \approx 8,5 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.

Приближенное значение периметра квадрата равно.

$8,5 \cdot 10^{-1} \cdot 4 = 34 \cdot 10^{-1} = 3,4 \cdot 10^0 = 3,4 \text{ м}$. Ответ: а) $25,2 \text{ м}$; б) $3,4 \text{ м}$

№ 1008 (с). Приближенное значение ширины площадки равно

$\frac{150}{16,3} = \frac{1,50 \cdot 10^2}{1,63 \cdot 10^1} = 0,9202 \cdot 10^1 = 9,202 \cdot 10^0 \approx 9,2 \text{ м}$. Ответ: $9,2 \text{ м}$

№ 1009 (с). Объем есть произведение массы на плотность, так что приближенное значение объема пластинки равно:

$\frac{325}{8,9} = \frac{3,25 \cdot 10^2}{8,9 \cdot 10^0} \approx 0,3652 \cdot 10^2 = 3,652 \cdot 10^1 \approx 3,7 \cdot 10^1 = 37 \text{ см}^3$. Ответ: 37 см^3

№ 1010 (с). Приближенное значение периметра прямоугольника равно:
 $2(15,4 + 8,7) = 48,2$ см. Приближенное значение площади прямоугольника равно: $15,4 \cdot 8,7 = 133,98 = 1,3398 \cdot 10^2 \approx 1,3 \cdot 10^2 \text{ см}^2$.

Ответ: 48,2 см; $1,3 \cdot 10^2 \text{ см}^2$.

№ 1011 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 4,624 \cdot 10$, $y \approx 2,52 \cdot 10$;
 вычисляем: $xy - 5y = 4,624 \cdot 10 \cdot 2,52 \cdot 10 - 5 \cdot 25,2 = 11,65248 \cdot 10^2 - 126 =$
 $= 1,165248 \cdot 10^3 - 0,126 \cdot 10^3 = 1,039 \cdot 10^3 \approx 1,04 \cdot 10^3$.

б) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 10,20$ и $y \approx 2,08$; вычисляем:

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{10,20+2,08}{10,20-2,08} = \frac{12,28}{8,12} \approx 0,1512 \cdot 10^1 = 1,512 \cdot 10^0 \approx 1,51.$$

№ 1012 (с). Подставим $x \approx 3,7$: $x^2 - 2x \approx (3,7 \cdot 10^0) - 2 \cdot 3,7 = 13,69 \cdot 10^0 - 7,4 = 6,29 \approx 6,3$.

№ 1013 (с). а) Примем $\pi \approx 3,1416$, тогда площадь круга равна:

$$\pi r^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (8,3 \cdot 10^0)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 68,89 \cdot 10^0 =$$

$$= 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,889 \cdot 10 = 21,64248 \cdot 10^1 \approx 2,2 \cdot 10^2 \text{ см}^2. \text{ Ответ: } 2,2 \cdot 10^2 \text{ см}^2.$$

б) Примем $\pi \approx 3,1416$. В стандартном виде $r \approx 2,51 \cdot 10$ м, тогда приближенное значение площади круга равна:

$$\pi r^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (2,51 \cdot 10)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,3001 \cdot 10^2 =$$

$$= 19,792394 \cdot 10^2 \approx 1,98 \cdot 10^3 \text{ м}^2. \text{ Ответ: } 1,98 \cdot 10^3 \text{ м}^2.$$

№ 1014 (с). Приближенное значение площади участка равно:

$$112 \cdot 348 = 1,12 \cdot 10^2 \cdot 3,48 \cdot 10^2 = 3,8976 \cdot 10^4 \approx 3,90 \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 3,90 \text{ га}.$$

При урожайности с 1 га в 18 т, т.е. $1,8 \cdot 10$ т в стандартном виде, приближенное значение урожая будет равно:

$$1,8 \cdot 10 \cdot 3,90 \cdot 10^0 = 7,02 \cdot 10^1 \approx 7,0 \cdot 10^1 = 70 \text{ т. Ответ: } 70 \text{ т}.$$

Упражнения для повторения

№ 1015 (с).

$$\text{а) } (x^2 - 9) \left(\frac{2x}{x-3} - 1 \right) = (x^2 - 9) \left(\frac{2x - x + 3}{x-3} \right) = \frac{(x-3)(x+3)(x+3)}{x-3} = (x+3)^2,$$

$$\text{подставим } x = -3,1: (x+3)^2 = (-3,1+3)^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

$$\text{б) } \frac{7b-7a}{a^2-b^2} \cdot \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b+a} \right) = \frac{7(a-b)}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a^2+ab-ab+b^2}{(a-b)(a+b)} \right) = -\frac{7}{a+b};$$

$$\text{подставим } a = -10,1; b = 12,2: -\frac{7}{a+b} = -\frac{7}{(-10,1)+12,2} = -\frac{7}{2,1} = -\frac{70}{21} = -3\frac{1}{3}$$

№ 1016 (с).

$$\sqrt{35} - 6(\sqrt{35} + 6) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{35})^2 - 6^2 - ((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) =$$

$$= 35 - 36 - 2 + 2\sqrt{6} - 3 = -6 + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}(\sqrt{6} - 2) < 0,$$

т.к. $b > 4$, значит, $\sqrt{6} > \sqrt{4} = 2$, т.е. $\sqrt{6} - 2 > 0$.

№ 1017 (с). Рассмотрим разность этих выражений:

$$2\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - \sqrt{20} = \sqrt{18} - \sqrt{28} < 0,$$

т.к. $18 < 28$, значит, $\sqrt{18} < \sqrt{28}$, т.е. $\sqrt{18} - \sqrt{28} < 0$.

Таким образом, $3\sqrt{2} + \sqrt{20} < 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$.

№ 1018 (с). Обозначим за x км/ч — собственную скорость лодки; тогда $(x+2)$ км/ч и $(x-2)$ км/ч — скорость лодки по и против течения;

$\left(\frac{44}{x+2}\right)$ ч — время движения лодки по течению реки, $\left(\frac{36}{x-2}\right)$ ч — затраченное время на путь против течения. Составляем уравнение:

$$\frac{44}{x+2} + \frac{36}{x-2} = 4;$$

$$44(x-2) + 36(x+2) = 4(x+2)(x-2); \quad 44x - 88 + 36x + 72 = 4(x^2 - 4);$$
$$4x^2 - 80x + 16 - 16 = 0; \quad 4x^2 - 80x = 0; \quad 4x(x-20) = 0;$$

1) $x = 0$ (не подходит); 2) $x - 20 = 0$; $x = 20$. Ответ: 20 км/ч.

№ 1033 (с). а) $-0,2x + 4 = 0$; $-0,2x = -4$; $x = 20$;

т.е. функция обращается в ноль при $x = 20$;

б) $-0,2x + 4 > 0$; $-0,2x > -4$; $x < 20$; т.е. функция обращается в ноль при $x < 20$;

в) $-0,2x + 4 < 0$; $-0,2x < -4$; $x > 20$;

т.е. функция обращается в ноль при $x > 20$.

№ 1034 (с).
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{5} + \frac{1-x}{15}, \\ \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{3x}{2} - \frac{x-5}{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(2x+1) - 5x \geq 3x+1-x, \\ 8x-2x-10 < 18x-x+5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+3-5x \geq 2x+1, \\ 6x-10 < 17x+5; \end{cases} \quad \begin{cases} -x \geq -2, \\ -11x < 15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2, \\ 11x > -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2, \\ x > -1\frac{4}{11}; \end{cases} \quad \left(-1\frac{4}{11}; 2\right]$$

№ 1035 (с). а) Так как $b > 4$, то $6 - \sqrt{2} > 0$, и равенство

$$\sqrt{40-12\sqrt{2}} = 6 - \sqrt{2} \text{ будет верным, если } \left(\sqrt{40-12\sqrt{2}}\right)^2 = (6 - \sqrt{2})^2$$

Возведем обе части равенства в квадрат, слева получаем $40 - 12\sqrt{2}$, а справа $36 + 2 - 12\sqrt{2} = 38 - 12\sqrt{2}$, $\neq 40 - 12\sqrt{2}$, поэтому данное равенство неверно. Равенство $\sqrt{40-12\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 6$ неверно, поскольку $\sqrt{40-12\sqrt{2}} \geq 0$, а $\sqrt{2} - 6 < 0$.

б) Так как $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ и $\sqrt{5-2\sqrt{6}} \geq 0$, то равенство $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ неверно. Равенство $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ будет верным, если

$$\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2. \text{ Возведем в квадрат обе части равенства, в}$$

левой части получим $5 - 2\sqrt{6}$, а в правой

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 5 - 2\sqrt{6} \equiv 5 - 2\sqrt{6}, \text{ т.е. данное равенство верно}$$

Дополнительные упражнения к главе V

К параграфу 12

№1036. (с). а) $10 \cdot x^{-3} = 10 \cdot (0,1)^{-3} = 10 \cdot 1000 = 10000$;

б) $xy^{-4} = 200 \cdot 5^{-4} = \frac{200}{625} = \frac{8}{25}$.

№1037. (с).

а) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^4\right)^{-1} = \left((0,6)^4\right)^{-1} = 0,6^{-4}$; б) $\left((1,25)^3\right)^{-1} = \left(\left(\frac{5}{4}\right)^3\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 0,8$.

в) $\left((1000)^{-2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-2} = 0,001^{-2}$; г) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} = 2,5^{-4}$.

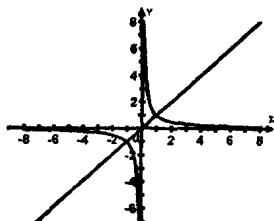
№1038. (с). а) $5^{-3} \vee 7^{-3}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \vee \left(\frac{1}{7}\right)^3$; $7^3 > 5^3$ т.о. $5^{-3} > 7^{-3}$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \vee \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$; $2^5 < 3^5$ т.о. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$;

в) $(-2)^0 \vee (-2)^{-2}$; $1 \vee \frac{1}{2^2}$; $1 > \frac{1}{4}$, т.о. $(-2)^0 > (-2)^{-2}$;

г) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} \left(\frac{3}{2}\right)^2 > -\left(\frac{4}{3}\right)$ т.о. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

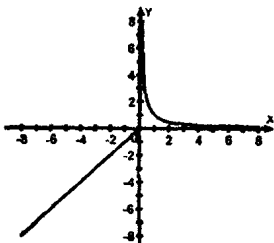
№ 1063 (н).



а) при $x > 0$: $x = x^{-1}$ при $x = 1$; $x > x^{-1}$ при $x > 1$; $x < x^{-1}$ при $x < 1$.

б) при $x < 0$: $x = x^{-1}$ при $x = -1$; $x > x^{-1}$ при $x > -1$; $x < x^{-1}$ при $x < -1$.

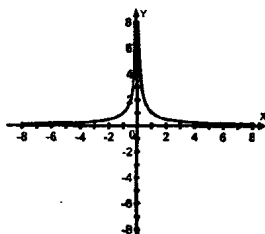
№ 1065 (н).



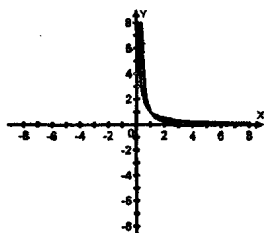
а) при $x = -2$, $y = -2$; при $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$;

б) $y = -4$ при $x = -4$; $y = 4$ при $x = \frac{1}{4}$.

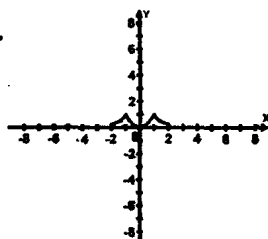
№ 1066 (н). График симметричен относительно оси y



№ 1067 (н).



№ 1070 (н) .



а) $x^{-2} > x^{-1}$, б) $x^{-2} < x^{-1}$

№ 1072 (№1039). а) $-0,25^{-2} \cdot 100 = -4$; б) $0,01(-0,5)^{-3} = \frac{1}{100} \cdot (-2^3) = -0,08$; в) $(0,2)^{-4}(-1,6) = -1,6 \cdot 5^4 = -1000$; г) $0,1^{-1} + 1,1^0 = 10 + 1 = 11$;

д) $3\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,5 = \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} = 7$; е) $-4^{-1} \cdot 5 + 2,5^2 = -\frac{5}{4} + \frac{25}{4} = 5$,

№ 1073 (№1040). а) $\frac{am^{-2}}{a^{-1}b} = \frac{a \cdot a}{m^2b} = \frac{a^2}{m^2b}$; б) $\frac{(a+b)b}{b^{-1}(a-b)} = \frac{(a+b)b^2}{a-b}$

в) $\frac{2a^{-1}b^2}{(a+b)^{-2}} = \frac{2b^2(a+b)^2}{a}$.

$$\text{№ 1074 (№1041). a) } xy^{-2} - x^{-2}y = \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} = \frac{x^3 - y^3}{x^2y^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} + \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{xy + y^2}{x^2};$$

$$\text{в) } mn(n-m)^{-2} - n(m-n)^{-1} = \frac{mn}{(n-m)^2} - \frac{n}{m-n} = \frac{mn + n^2 - mn}{(n-m)^2} = \frac{n^2}{(n-m)^2}$$

$$\text{г) } (x^{-1} + y^{-1})(x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}.$$

$$\text{№ 1075 (№1042). a) } \frac{x^{-1} + y^{-1}}{(x+y)^2} = \frac{x+y}{xy(x+y)^2} = \frac{1}{xy(x+y)};$$

$$\text{б) } \frac{ab^{-1} - a^{-1}b}{a^{-1} - b^{-1}} = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{b-a} = -(a+b).$$

$$\text{№1043. (c). a) } 0,3a^{-2}b^3 \cdot 1,5a^2b^{-1} = 0,45 \cdot a^{-2+2}b^{3-1} = 0,45b^2;$$

$$\text{б) } 6^{-1}x^2y^{-1} \cdot 1,5xy^{-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^3 \cdot y^{-1-2} = \frac{1}{4}x^3y^{-3} = \frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^3;$$

$$\text{в) } 1,2xy^{-2} \cdot 4x^{-1}y = 4,8x^{1-1}y^{-2+1} = 4,8 \cdot \frac{1}{y};$$

$$\text{г) } (-0,2m^2n^3)^{-3} 0,1m^6n^9 = -5^3 \cdot m^{-3 \cdot 2+6} \cdot n^{-3 \cdot 3+9} = (-0,1) \cdot n^{-3+9} = -12,5;$$

$$\text{д) } a^{-2}b^5(3ab)^{-1} = \frac{1}{3}a^{-1-2}b^{-1+5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^4}{a^3};$$

$$\text{е) } 6,1x^{-3}y(0,1xy^{-1})^{-1} = 6,1 \cdot 10x^{-3-1}y^{1+1} = 61 \frac{y^2}{x^4}$$

$$\text{№ 1076 (№1044). a) } 100^n = (10^2)^n = 10^{2n}; \text{ б) } 0,1 \cdot 100^{n+3} = 10^{-1} \cdot 10^{2n+6} = 10^{2n+5};$$

$$\text{в) } (0,01)^n \cdot 10^{2-2n} = (10^{-2})^n \cdot 10^{2-2n} = 10^{-2n+2-2n} = 10^{-2-4n}.$$

$$\text{№ 1077 (№1045). a) } \frac{25^n}{5^{2n-1}} = 5^{2n-2n+1} = 5; \text{ б) } \frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}} = 2^{n-n-1} \cdot 3^{n-n-1} = \frac{2}{3}$$

№ 1078. (н).

$$\text{а) } \frac{21^m}{3^{m-1} 7^{m+1}} = \frac{21^m}{3^{m-1} 7^{m-1} \cdot 7^2} = \frac{21^m}{21^{m-1} \cdot 49} = \frac{1}{49} - \text{не зависит от } m.$$

$$\text{б) } \frac{6^m 10^{m+1}}{2^{2m} 15^{m-1}} = \frac{6^m 10^m \cdot 10}{4^{m-1} \cdot 4 \cdot 15^{m-1}} = \frac{60^m \cdot 10}{4} = 150 - \text{не зависит от } m.$$

№ 1079 (№1046).

$$\text{а) } x^{-2} + x^{-1} + x = x(1 + x^{-2} + x^{-3}); \text{ б) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-1}(1 - x^2 + x^{-1});$$

$$\text{в) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-2}(1 + x + x^3).$$

$$\text{№ 1080 (№1047). а) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-4}(1 + a^{-2}); \text{ б) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-6}(1 + a^2)$$

№ 1081 (№1048).

$$\text{а) } \frac{x^5 + x^{12}}{x^{-5} + x^{-12}} = (x^5 + x^{12}) : \left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{12}}\right) = \frac{(x^5 + x^{12})(x^{17})}{x^5 + x^{12}} = x^{17};$$

$$б) \frac{a^5 + a^6 + a^7}{a^{-5} + a^{-6} + a^{-7}} = \frac{a^5(1 + a + a^2)}{a^{-7}(1 + a + a^2)} = a^{12}.$$

$$\text{№ 1082 (№1049). а) } 2^n + 2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}; \text{ б) } 2 \cdot 3^n + 3^n = 3 \cdot 3^n = 3^{n+1}$$

$$\text{№ 1083 (№1050). а) } \frac{3^{n+1} - 3^n}{2} = 3^n \frac{(3-1)}{2} = 3^n;$$

$$б) \frac{2^n + 2^{-n}}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(2^{2n} + 1)}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(4^n + 1)}{4^n + 1} = \frac{1}{2^n}.$$

$$\text{№ 1084 (№1051). а) } \frac{2^m 3^{n-1} - 2^{m-1} 3^n}{2^m 3^n} = \frac{2^{m-1} 3^{n-1} (2-3)}{2^m 3^n} = -\frac{1}{6};$$

$$б) \frac{5^{n+1} 2^{n-2} + 5^{n-2} 2^{n-1}}{10^{n-2}} = \frac{2^{n-2} \cdot 5^{n-2} (5^3 + 2)}{10^{n-2}} = 127;$$

$$в) \frac{5^m 4^n}{5^{m-2} 2^{2n} + 5^m \cdot 2^{2n-1}} = \frac{5^m 2^{2n}}{2^{2n-1} \cdot 5^{m-2} (2 + 5^2)} = \frac{5^2 + 2}{5^2 + 2} = 1;$$

$$г) \frac{21^n}{3^{n-1} 7^{n+1} + 3^n 7^n} = \frac{7^n 3^n}{3^{n-1} 7^n (7 + 3)} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

№ 1085. (н).

$$x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{\left(\frac{5}{n}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{n}}{\left(\frac{1}{n}\right)^2} = 13$$

$$25 - 2n = 13 \Rightarrow n = 6.$$

$$\text{№ 1086 (№1052). а) } 1 \text{ час} = 60 \text{ мин} = 60^2 \text{ сек} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ сек.}$$

$$б) 1 \text{ сутки} = 24 \text{ часа} = 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ сек} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ сек.}$$

$$в) 1 \text{ год} = 365 \text{ дней} = 365 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ сек} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ сек.}$$

$$г) 1 \text{ век} = 100 \text{ лет} = 100 \cdot 3,1536 \cdot 10^7 \text{ сек} = 3,1536 \cdot 10^9 \text{ сек.}$$

$$\text{№ 1087 (№1053). а) } (3,4 \cdot 10^{15})(7 \cdot 10^{-12}) = 23,8 \cdot 10^3 = 2,38 \cdot 10^4;$$

$$б) (8,1 \cdot 10^{-23})(2 \cdot 10^{21}) = 16,2 \cdot 10^{-2} = 1,62 \cdot 10^{-1};$$

$$в) (9,6 \cdot 10^{-12}) : (3,2 \cdot 10^{-15}) = 3 \cdot 10^{-12-(-15)} = 3 \cdot 10^3;$$

$$г) (4,42 \cdot 10^{11}) : (5,1 \cdot 10^{-7}) = \frac{442}{51} \cdot 10^{9-(-8)} = 8 \frac{34}{51} \cdot 10^{17} = 8 \frac{2}{3} \cdot 10^{17} \approx 8,67 \cdot 10^{17}$$

$$\text{№1054. (с). а) } 8,7 \cdot 10^4 + 5,6 \cdot 10^4 = (8,7 + 5,6)10^4 = 1,43 \cdot 10^5;$$

$$б) 3,6 \cdot 10^3 + 4,71 \cdot 10^2 = (36 + 4,71)10^2 = 4,071 \cdot 10^3;$$

$$в) 9,3 \cdot 10^{-3} - 8,4 \cdot 10^{-3} = (9,3 - 8,4)10^{-3} = 9 \cdot 10^{-4};$$

$$г) 2,26 \cdot 10^5 - 1,3 \cdot 10^4 = (22,6 - 1,3)10^4 = 2,13 \cdot 10^5$$

$$\text{№1055. (с). а) } 1000 \cdot x = 10^3 \cdot x, \text{ т.е. порядок: } 3 + 15 = 18;$$

$$б) 0,0001x = 10^{-4}x, \text{ т.е. порядок: } 15 - 4 = 11;$$

$$в) \frac{x}{10^{20}} = x \cdot 10^{-20}, \text{ т.е. порядок: } 15 - 20 = -5;$$

$$г) \frac{x}{10^{-15}} = x \cdot 10^{15}, \text{ т.е. порядок: } 15 + 15 = 30.$$

№1056. (с). x : порядок: $7 + 9 = 16$; $\frac{x}{y} = y \cdot x^{-1}$, т.е. порядок: $9 - 7 = 2$.

№ 1088 (№1057). $2,07 \cdot 10^5 \cdot 1,495 \cdot 10^8 = 3,09465 \cdot 10^{13}$ км.

№ 1089 (№1058). $\frac{1}{4,2 \cdot 10^3} = \frac{1}{42} \cdot 10^{-2} \approx 0,024 \cdot 10^{-2} = 2,4 \cdot 10^{-4}$

№ 1090 (№1059). а) $2,5 \cdot 10^2$ Мт = $2,5 \cdot 10^2 \cdot 10^6$ т = $2,5 \cdot 10^8$ т.

б) $3,1 \cdot 10^{10}$ мг = $3,1 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3}$ кг = $3,1 \cdot 10^7$ кг.

в) $1,5 \cdot 10^{-2}$ л = $1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2$ л = 1,5 л.

г) $5 \cdot 10^6$ Н = $5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}$ Мн = 5 Мн.

д) $7 \cdot 10^{-7}$ м = $7 \cdot 10^7 \cdot 10^6$ мкм = $7 \cdot 10^{13}$ мкм.

е) $8,4 \cdot 10^{-4}$ ккал = $8,4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3$ кал = $8,4 \cdot 10^{-1}$ кал.

№ 1093(н). Обозначим неизвестную частоту за x . Тогда

$$\frac{12 \cdot 1 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot x + 15 \cdot 6 + 16 \cdot 2}{1 + 3 + x + 6 + 2} = 14,2; \quad \frac{173 + 14x}{12 + x} = 14,2;$$

$$173 + 14x = 170,4 + 14,2x; \quad 0,2x = 2,6; \quad x = 13.$$

№ 1094(н). Пусть ящиков с 3 бракованными деталями x штук, тогда ящиков с 2 бракованными деталями $2x$ штук.

$$\frac{0 \cdot 12 + 1 \cdot 28 + 2 \cdot 2x + 3 \cdot x + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 2}{12 + 28 + 2x + x + 7 + 2} = 1,85; \quad \frac{66 + 7x}{49 + 3x} = 1,85;$$

$$66 + 7x = 90,65 + 5,55x; \quad 1,45x = 24,65; \quad x = 17; \quad 2x = 34.$$

Мода равна 2; размах равен $5 - 0 = 5$.

№ 1095(н). Пусть среднее равно x , тогда предыдущее равно $x - 4$, а

$$\text{последующее } x + 3. \quad \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot (x - 4) + 2 \cdot x + 3 \cdot (x + 3) + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4}{4 + x - 4 + x + x + 3 + 7 + 4} = 2,5;$$

$$\frac{6x + 53}{3x + 14} = 2,5; \quad 6x + 53 = 7,5x + 35; \quad 1,5x = 18; \quad x = 12; \quad x - 4 = 8, \quad x + 3 = 15.$$

Мода равна 3; размах равен $5 - 0 = 5$.

№ 1096(н). Рост Частота

155–165	16
165–175	64
175–185	74
185–195	24

№ 1097(н) Средний удой равен

$$\frac{500 \cdot 2 + 1500 \cdot 8 + 2500 \cdot 23 + 3500 \cdot 13 + 4500 \cdot 2}{2 + 8 + 23 + 13 + 2} = 9048 \text{ (л)}$$

К параграфу 14

№1060 (с). а) $x \approx 15,63$, абсолютная погрешность $\leq 0,01$; б) $x \approx 0,3861$, абсолютная погрешность $\leq 0,0001$; в) $x \approx 176,1$, абсолютная погрешность $\leq 0,1$; г) $x \approx 4,00116$, абсолютная погрешность $\leq 0,00001$

№1061 (с). а) $x \approx 6,24 \cdot 10^5$, абсолютная погрешность $\leq 10^3$;

$$\text{относительная погрешность} \leq \frac{10^3}{6,24 \cdot 10^5} = \frac{1}{624};$$

б) $x \approx 1,127 \cdot 10^{-5}$, абсолютная погрешность $\leq 0,001 \cdot 10^{-5} = 10^{-8}$;

$$\text{относительная погрешность} \leq \frac{10^{-8}}{1,127 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{1127};$$

$$\text{в) } x \approx 9,111 \cdot 10^{11}, \text{ относительная погрешность} \leq \frac{1}{9111};$$

$$\text{г) } x \approx 3,6 \cdot 10^{-2}, \text{ относительная погрешность} \leq \frac{1}{36}.$$

$$\text{№1062 (с). } (4,88 \pm 0,01) \cdot 10^{21}, \text{ т.о. абсолютная погрешность} \leq 10^{19},$$

$$\text{относительная погрешность} \leq \frac{1}{488}.$$

$$\text{№1063 (с). а) } a + b \approx 64,32; a - b \approx 38,96; \text{ б) } a + b \approx 85,5; a - b \approx 34,7;$$

$$\text{в) } a + b \approx 6,63; a - b \approx 6,06; \text{ г) } a + b \approx 8,22; a - b \approx 7,80.$$

$$\text{№1064. } a + b - c \approx 6,184 + 21,1785 - 1,8 \approx 25,6.$$

$$\text{№1065 (с). } ab \approx 2,15 \cdot 10^5 \cdot 7,11 \cdot 10^3 \approx 1,53 \cdot 10^9;$$

$$\frac{a}{b} \approx \frac{2,15 \cdot 10^5}{7,11 \cdot 10^3} \approx 0,302 \cdot 10^2 = 3,02 \cdot 10.$$

$$\text{№1066 (с). а) } xy \approx 0,6 \cdot 7,5 = 4,5; \frac{x}{y} \approx \frac{0,6}{7,5} \approx 0,1;$$

$$\text{б) } xy \approx 15,94 \cdot 0,8 \approx 12; \frac{x}{y} \approx \frac{15,94}{0,8} \approx 20.$$

$$\text{№1067 (с). } P = 2(a + b) \approx 2(15,4 + 8,7) = 48,2 \text{ м.}$$

$$S = ab \approx 15,4 \cdot 8,7 \approx 1,3 \cdot 10^2 \text{ м}^2.$$

$$\text{№1068 (с). } S = \frac{1}{2} ab \approx \frac{1}{2} 2,3 \cdot 6,7 \approx 7,7 \text{ м.}$$

$$\text{№1069 (с). } 25\text{м} - 5,6\text{м} - 0,75\text{м} \approx 1,9 \cdot 10^1 \text{ м.}$$

$$\text{№1070 (с). } \frac{600\text{м}^2}{27\text{м}} = \frac{200}{9} \text{ м} \approx 2 \cdot 10^1 \text{ м.}$$

$$\text{№1071 (с). а) } x + y \approx 9,26 \cdot 10^4 + 7,1 \cdot 10^3 \approx (92,6 + 7,1) \cdot 10^3 \approx 10^5;$$

$$\text{б) } x + y \approx 6,4 \cdot 10^5 + 4,25 \cdot 10^6 \approx (6,4 + 42,5)10^5 = 4,9 \cdot 10^6;$$

$$\text{в) } x + y \approx 3,705 \cdot 10^2 + 4,6 \cdot 10^{-4} \approx (3705000 + 4,6)10^{-4} \approx 3,7 \cdot 10^2;$$

$$\text{г) } x + y \approx 9,38 \cdot 10^{-3} + 8,673 \cdot 10^{-1} \approx (9,38 + 867,3)10^{-3} = 8,77 \cdot 10^{-1}.$$

$$\text{№1072 (с). а) } x - y \approx 7,58 \cdot 10^5 - 2,4 \cdot 10^3 \approx (758 - 2,4)10^3 \approx 7,6 \cdot 10^5;$$

$$\text{б) } x - y \approx 2,4 \cdot 10^4 - 1,06 \cdot 10^2 \approx (240 - 1,06)10^2 \approx 2,4 \cdot 10^4;$$

$$\text{в) } x - y \approx 6,8 \cdot 10^{-2} - 3,5 \cdot 10^{-3} \approx (68 - 3,5)10^{-3} \approx 6,5 \cdot 10^{-2};$$

$$\text{г) } x - y \approx 5,381 \cdot 10^{-1} - 1,2 \cdot 10^{-2} \approx (53,81 - 1,2)10^{-2} \approx 5,26 \cdot 10^{-1}.$$

$$\text{№1073. } x - y + z \approx 8,35 \cdot 10^2 - 4,1 \cdot 10^3 + 6,3 \cdot 10^2 = (8,35 - 41 + 6,3)10^2 \approx -2,6 \cdot 10^3.$$

$$\text{№1074 (с). } 7,35 \cdot 10^{19} + 5,9 \cdot 10^{21} = (597,6 + 7,35)10^{19} \approx 605 \cdot 10^{19} = 6,05 \cdot 10^{21}$$

$$5,976 \cdot 10^{21} - 7,35 \cdot 10^{19} = (597,6 - 7,35)10^{19} \approx 5,903 \cdot 10^{21}$$

$$\text{№1075 (с). } 8,16 \cdot 10^3 \cdot 1,852\text{км} \approx 1,51 \cdot 10^4 \text{ км.}$$

$$\text{№1076 (с). } S_1 = \pi R^2 \approx \pi 32,5^2 \approx \pi \cdot 1,06 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

$$S_2 = \pi r^2 \approx \pi 20,2^2 \approx \pi \cdot 4,08 \cdot 10^2 \text{ мм}^2.$$

$$S_1 - S_2 = 1,06 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 - 0,408 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 \approx 0,66 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 = 6,6 \cdot 10^2 \pi \text{ мм}^2$$

Задачи повышенной трудности

$$\text{№1077. (c). } \frac{x^2 - y^2}{x - y} \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x + y}}; x + y \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x + y}}; (x + y)^2 \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$x^2 + 2xy + y^2 > x^2 + y^2, \text{ т.о. } \frac{x^2 - y^2}{x - y} > \frac{x^2 + y^2}{x + y}.$$

№ 1099 (№1078).

$$\text{a) } \frac{x^4 + a^2 x^2 + a^4}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2)^2 - a^2 x^2}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{x^3 + a^3} =$$

$$= \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{(x + a)(x^2 - ax + a^2)} = \frac{x^2 + ax + a^2}{x + a};$$

$$\text{б) } \frac{8a^{n+2} + a^{n-1}}{16a^{n+4} + 4a^{n+2} + a^n} = \frac{a^{n-1}(8a^3 + 1)}{a^n(16a^4 + 4a^2 + 1)} =$$

$$= \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a((4a^2 + 1)^2 - 4a^2)} = \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a(2a + 4a^2 + 1)(4a^2 + 1 - 2a)} = \frac{2a+1}{a(4a^2 + 2a + 1)}.$$

$$\text{№ 1100 (№1079). } \begin{cases} x + y + z + u = 5 \\ y + z + u + v = 1 \\ z + u + v + x = 2 \\ u + v + x + y = 0 \\ v + x + y + z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - v = 4 \\ y - x = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y - 4 - v = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \end{cases}$$

$$x + y + z + 4 = 5 \quad 4 + v + y + z + 4 = 5$$

$$\begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z - 3 - v = 2 \\ u - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z = 5 + v \\ u - 5 - v = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} u - v = 1 \\ 3v + u = -7 \end{cases} \quad 4v = -8;$$

$$v + z + u + 3 + v = 1 \quad 2v + u + 5 + v = -2$$

Итого: $v = -2$; $u = -1$; $x = 2$; $y = 1$; $z = 3$.

$$\text{№ 1101 (№1080). } x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 7x + 4 = 0; (x^2 - 2)^2 = 5x^3 + 7x.$$

Т.к. слева уравнения стоит число неотрицательное, то

$5x^3 + 7x \geq 0$, т.е. $x(5x^2 + 7) \geq 0$, т.о. т.к. $5x^2 + 7 > 0$, значит $x \geq 0$.

$$\text{№ 1102 (№1081). } \frac{5}{14} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{84} = \frac{30}{84}; \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 7}{84} = \frac{35}{84}, \text{ т.о. нам необходимо}$$

найти дробь со знаменателем 8 и числителем от 30 до 35 и кратным 32,

$$\text{т.о. это } \frac{32}{84} = \frac{8}{21}.$$

$$\text{№ 1103 (№1082). } 54^{35} + 28^{21}; 4^2 = 16; 6 \cdot 4 = 24; 4^2 = 16 \text{ и т.д.}$$

т.о. число 54 в четной степени заканчивается 6, а в нечетной 4.

$8^2 = 64$; $4 \cdot 8 = 32$; $2 \cdot 8 = 16$; $6 \cdot 8 = 48$ и т.д. т.е. 28 в степени $4n + 1$ заканчивается 8; в $4n + 2$ заканчивается 2; в $4n + 3$ заканчивается 6.

($n \in \mathbb{N}$), а значит $54^{35} + 28^{21}$ заканчивается $4 + 8 = 12$ (т.е. 2). Ответ: 2.

№ 1104 (№1083). $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = 0$; $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0$;
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$, т.е. сумма квадратов равна нулю тогда и только
 тогда, когда каждый из них равен 0. т.е. $x = 1, y = 2$.

№ 1105 (№1084). $x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 13 = 0$; ОДЗ: $x \neq 0$

$$\left(\frac{1}{x} + x\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x} + x\right) - 15 = 0; \left(\frac{1}{x} + x - 5\right)\left(\frac{1}{x} + x + 3\right) = 0;$$

произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из
 множителей равен нулю, т.е.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + x - 5 = 0 \\ \frac{1}{x} + x + 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 & D = 25 - 4 = 21 \\ x^2 + 3x + 1 = 0 & D = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}; x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№ 1106. (н). $\frac{ab}{a+b} = \frac{10a+b}{a+b} = m$; $10a + b = ma + mb$; $(10-m)a = b(m-1)$

$b > a \Rightarrow 10-m > m-1$; $2m < 11$; $m \leq 5$; $m = 1$: $9a = 0$ нет таких чисел;
 $m = 2$: $8a = b$ число 18; $m = 3$: $7a = 2b$ число 27; $m = 4$: $6a = 3b$
 $b = 2a$ числа 12, 24, 36, 48; $m = 5$: $5a = 4b$ число 45.

№ 1107. (н). $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 1 - \frac{1}{a+1} + 1 - \frac{1}{b+1} + 1 - \frac{1}{c+1} =$
 $= 3 - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{b+1} - \frac{1}{c+1} < 3$; $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Поэтому
 $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$. Это дроби $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$.

№ 1108. (н). $y^2 = 40 - 2\sqrt{400 - 4(91 + 6x - x^2)} = 40 - 2\sqrt{36 - 24x + 4x^2} =$
 $= 40 - 2|2x - 6|$; $y = \sqrt{40 - 2|2x - 6|}$
 $|2x - 6| = 2$; $x = 4, x = 2$; $|2x - 6| = 12$; $x = 9, x = -3$; $|2x - 6| = 18$; $x = 12$,
 $x = -6$; $|2x - 6| = 20$; $x = 13, x = -7$

№ 1109. (н). $y^2 = 24 - 2\sqrt{144 - 4(35 + 2x - x^2)} = 24 - 4|x - 1|$
 $y = \sqrt{24 - 4(x-1)}$

$|x - 1| = 2$; $y = 4$; $|x - 1| = 6$; $y = 0$; $|x - 1| = 5$; $y = 2$

№1085. (с). а) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = A$ возведем в квадрат

$$x + 2\sqrt{x-1} + x - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2 - 4(x-1)} = A^2; 2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = A^2,$$

$2x + 2|x - 2| = A^2$ т.к. $x \in [1; 2]$, то $2x - 2x + 4 = A^2$, т.е. $A = 2$.

$$\begin{aligned} 6) \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \text{т.к. } 2 > \sqrt{3} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \sqrt{4-3} = 1. \end{aligned}$$

№1086. (с). Ошибка: $\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$; $4 - \frac{9}{2} \neq 5 - \frac{9}{2}$

необходимо было извлекать корень так: $4 - \frac{9}{2} = \pm \left(5 - \frac{9}{2}\right)$, т.о. $9 = 9$.

№ 1110 (№1087). $x^8 + x^4 + 1 = (x^8 + 2x^4 + 1) - x^4 = (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 1 + x^2) = ((x^2 + 1)^2 - 3x^2)((x^2 + 1)^2 - x^2) =$
 $= (x^2 + 1 - x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 + x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x).$

№ 1111 (№1088). $\frac{\left(p^2 - \frac{1}{q^2}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2 - \frac{1}{p^2}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^{p-q}} = \text{ОДЗ: } q + \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq -1$
 $q - \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq 1$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^p \left(p + \frac{1}{q}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^{p-q}} = \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^q \left(p + \frac{1}{q}\right)^p}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^p} = \\ &= \frac{(pq - 1)^q (pq + 1)^p p^{q+p}}{q^q q^p (qp - 1)^q (pq + 1)^p} = \left(\frac{p}{q}\right)^{q+p}. \end{aligned}$$

№ 1112 (№1089). $y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{acx+da-da+bc}{acx+da} = 1 + \frac{bc-da}{acx+da}$.

Пусть $bc - da = A$, $ac = B$, $da = C$, тогда:

$$\begin{aligned} \frac{y_3 - y_1}{y_3 - y_2} \cdot \frac{y_4 - y_1}{y_4 - y_2} &= \frac{1 + \frac{a}{bx_3+c} - 1 - \frac{a}{bx_1+c}}{1 + \frac{a}{bx_3+c} - 1 - \frac{a}{bx_2+c}} \cdot \frac{1 + \frac{a}{bx_4+c} - 1 - \frac{a}{bx_1+c}}{1 + \frac{a}{bx_4+c} - 1 - \frac{a}{bx_2+c}} = \\ &= \frac{A \cdot \frac{bx_1+c-bx_3-c}{(bx_3+c)(bx_1+c)}}{A \cdot \frac{bx_2+c-bx_3-c}{(bx_3+c)(bx_2+c)}} \cdot \frac{A \cdot \frac{bx_1+c-bx_4-c}{(bx_4+c)(bx_1+c)}}{A \cdot \frac{bx_2+c-bx_4-c}{(bx_4+c)(bx_2+c)}} = \\ &= \frac{(bx_1-bx_3)(bx_3+c)(bx_2+c)(bx_4+c)(bx_1+c)(bx_2-bx_4)}{(bx_3+c)(bx_1+c)(bx_2-bx_3)(bx_1-bx_4)(bx_4+c)(bx_2+c)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x_1 - x_3}{x_2 - x_3} \cdot \frac{x_2 - x_4}{x_1 - x_4} = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} \cdot \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2}.$$

№ 1113 (№ 1090). $x^2 - y^2 = 69$; $(x - y)(x + y) = 69 \cdot 1 = 23 \cdot 3$.

Г.о. т.к. x и y натуральные, то решениями будут решения 4-х систем.

$$\begin{cases} x - y = 69 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = -68 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in N;$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 69 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = 68 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 35 \\ y = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 23 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = -20 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in N;$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 13 \\ y = 10 \end{cases}$$

Ответ: (13; 10); (35; 34).

$$\text{№ 1091 (с). } \sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+3)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} = \text{т.к. } 3 > \sqrt{2} \\ = \sqrt{2} + 3 + 3 - \sqrt{2} = 6.$$

$$\text{№ 1092 (с). } \sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}; (a+c)(b+d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd};$$

$$ab + ad + cb + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd}; \quad ad + cb \geq 2\sqrt{abcd};$$

$$a^2d^2 + c^2b^2 + 2abcd \geq 4abcd; \quad a^2d^2 - 2abcd + c^2b^2 \geq 0; \quad (ad - cb)^2 \geq 0.$$

№ 1114 (№ 1093). Пусть $n + \sqrt{2}m$ — 1-ое число; $p + \sqrt{2}q$ — 2-ое;

$$p + \sqrt{2}q + n + \sqrt{2}m = (p + n) + \sqrt{2}(m + q) = a + b\sqrt{2} \quad \text{если} \quad \begin{cases} p - n = a \\ m + q = b \end{cases}$$

$$\text{С разностью аналогично, только} \quad \begin{cases} p - n = a \\ q - m = b \end{cases}$$

$$(p + \sqrt{2}q)(n + \sqrt{2}m) = \sqrt{2}(mp + qn) + (pn + 2qm)$$

$$\frac{p + \sqrt{2}q}{n + \sqrt{2}m} = \frac{(p + \sqrt{2}q)(n - \sqrt{2}m)}{n^2 - 2m} = \sqrt{2} \frac{(qn - mp)}{n^2 - 2m} + \frac{np - 2qm}{n^2 - 2m} =$$

$$\begin{cases} \frac{qn - mp}{n^2 - 2m} = b \\ \frac{np - 2qm}{n^2 - 2m} = a \end{cases} = a + \sqrt{2}b$$

$$\text{№ 1115 (н). } (x + y\sqrt{2})(x - y\sqrt{2}) = 1; \quad (x + y\sqrt{2})^n (x - y\sqrt{2})^n = 1^n = 1$$

При $x=3, y=2$ выражения $(x + y\sqrt{2})^n$ и $(x - y\sqrt{2})^n$ можно привести к

виду $a+b\sqrt{2}$ и $a-b\sqrt{2}$. Так как n — произвольно, то решений исходного уравнения бесконечно много.

№ 1116 (№1095). $x^2 + x + m = 0$ по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 \\ 2x_1 x_2 = 2m \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 1 - 2m = 13; m = -6.$$

№ 1119 (№ 1096). $x^2 + px + 1 = 0$ по теореме Виета $D = p^2 - 4 > 0$;
 $p \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = p^2 \\ 2x_1 x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2 = 254; p = \pm 16.$$

№ 1120 (№ 1097). $x^2 + (a-1)x - 2a = 0$ по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - a \\ x_1 x_2 = -2a \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 + a^2 - 2a \\ 2x_1 x_2 = -4a \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 1 + a^2 + 2a = (a+1)^2 = 9; a = 2; a = -4,$$

но при $a = -4$; $D = 25 - 32 < 0$ т.о.

Ответ: $a = 2$.

№ 1122 (№ 1098).

$$y = \sqrt{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2} + \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2} = \sqrt{(x + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(x - \sqrt{2})^2} =$$

т.к. $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Rightarrow x + \sqrt{2} - x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ — линейная.

№ 1123 (№ 1099). Пусть расстояние от M до N равно x , тогда

$$\frac{40 \cdot \frac{1}{4}}{50} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50} = \frac{x-20-40 \cdot \frac{1}{4}}{40}; \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50} = \frac{x-30}{40}$$

$$40 + 50 + 4x - 80 = 5x - 150; x = 160 \text{ км.}$$

№ 1124 (№ 1100). Пусть скорость 1-го x м/с, 2-го — y , тогда:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} = \frac{10}{y} = 1 \\ 10x + 9y = 100 \end{cases} \begin{cases} x = 10 - 0,9y \\ \frac{10}{10 - 0,9y} = \frac{10}{y} + 1 \end{cases}$$

$$9y^2 + 90y - 1000 = 0; \frac{D}{4} = 2025 + 9000 = 11025$$

$$y_1 = \frac{-45 - 105}{9} \text{ не подходит, т.к. } y > 0; y_2 = \frac{-45 + 105}{9} = \frac{20}{3};$$

$$\text{Искомое расстояние: } \frac{20}{3} \cdot 9 - 50 = 10 \text{ м.}$$

№ 1126 (№ 1101). Пусть скорость теплохода — x км/ч, а течения — y км/ч.

Примем расстояние за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 5 \\ \frac{1}{x-y} = 6 \end{cases} \begin{cases} x+y = \frac{1}{5} \\ x-y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{60} \text{ км/ч. Т.о. плот проплывет за: } \frac{1}{\frac{1}{60}} = 60 \text{ ч.}$$

№1102 (с). Пусть скорость катера — x км/ч, а течения y км/ч.

Примем время за 1.
$$\begin{cases} \frac{90}{x+y} = 1 \\ \frac{70}{x-y} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=90 \\ x-y=70 \end{cases} \quad y=10 \text{ км.}$$

№ 1127 (№ 1103). Пусть скорость второго — y км/ч, время, за которое они проходят все расстояние примем за 1, а весь путь за z . Т.о. во время второй встречи они пройдут $z + z - 18 + z + 18 = 3z$, т.е.

$$\begin{cases} \frac{30}{y} = 1 \\ \frac{z+18}{y} = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=30 \\ z+18=90 \end{cases} \quad z=72 \text{ км.}$$

№ 1128 (№ 1104). Пусть скорость 1-го x км/ч, 2-го — y км/ч, расстояние от B до места встречи — z , весь путь — 1, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1-z}{x} = \frac{z}{y} \\ \frac{1-z}{y} = 1,6 \\ \frac{z}{x} = 2,5 \end{cases} \quad \begin{cases} z = 2,5x \\ y = \frac{1-z}{1,6} = \frac{1-2,5x}{1,6} \\ \frac{1-2,5x}{x} = \frac{2,5x \cdot 1,6}{1-2,5x} \end{cases}$$

$$(1-2,5x)^2 = 4x^2; (1-2,5x-2x)(1-2,5x+2x) = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{4,5}; x_2 = 2; x_2 \text{ отпадает, т.к. } \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2} < 2,5; \text{ т.о. } y = \frac{1-\frac{5}{9}}{1,6} = \frac{4}{9} \cdot \frac{10}{16} = \frac{5}{18},$$

$$\text{т.е. время первого: } \frac{1}{x_1} = 4,5 \text{ часа; второго: } \frac{1}{y} = \frac{18}{5} = 3,6 \text{ часа.}$$

№ 1129 (№ 1105). Пусть скорость 1-го — x км/ч, второго — y км/ч, весь путь примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 1,1 = \frac{1}{y} \\ 3x = 1 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1-3y}{3} \\ \frac{3}{1-3y} + 1,1 = \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$3y + 1,1y - 3,3y^2 = 1 - 3y; 3,3y^2 - 7,1y + 1 = 0; 33y^2 - 71y + 10 = 0;$$

$$D = 5041 - 1320 = 3721; y_1 = \frac{71-61}{66} = \frac{5}{33}; y_2 = 2$$

$$x_1 = \frac{1 - \frac{5}{11}}{3} = \frac{2}{11}; x_2 = \frac{1-6}{3} \quad \text{не подходит, т.к. } x > 0;$$

$$\text{т.о. } \frac{2}{11} : \frac{5}{33} = \frac{2}{11} \cdot \frac{33}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ раза.}$$

№ 1130 (№ 1106). Пусть скорость вывоза 1-го самосвала x т/ч, 2-го — y т/ч. Всю руду примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 3 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{3x} + \frac{2}{3y} - 7\frac{1}{3} = \frac{1}{x+y} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{x}{1+3x} \\ \frac{1}{x} + \frac{2(1+3x)}{x} - 22 = \frac{3(1+3x)}{2x+3x^2} \end{cases}$$

$$2+3x+(2+6x)(2+3x)-22x(2+3x)=3+9x;$$

$$-1-6x+4+18x^2+18x-44x-66x^2=0; 48x^2+32x-3=0;$$

$$\frac{D}{4}=256+144=400;$$

$$x_1 = \frac{-16-20}{48} \quad \text{не подходит, т.к. } x > 0; \quad x_2 = \frac{-16+20}{48} = \frac{1}{12}$$

$$y = \frac{1}{12} : \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{15}.$$

т.о. время вывоза 12 ч и 15 ч, соответственно.

№ 1131 (№ 1107). Пусть скорость 1-го x , 2-го — y , а вся работа равна 1,

$$\text{тогда: } \begin{cases} \frac{1}{x} - 7 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{2(x+y)} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{x+y} + 4,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{y}{1+7y} \\ \frac{1}{y} = -\frac{1}{\frac{y}{1+7y} + y} + 9 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1+7y}{2y+7y^2} + 9$$

$$2+7y=1+7y+18y+63y^2; 63y^2+18y-1=0; \frac{D}{4}=81+63=144;$$

$$y_1 = \frac{-9-12}{63} \quad \text{не подходит, т.к. } y > 0; \quad y_2 = \frac{-9+12}{63} = \frac{1}{21};$$

$$x = \frac{1}{21} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{21} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{28}.$$

т.о. время выполнения 21 ч и 28 ч, соответственно.

№ 1132 (№ 1108). Пусть a — число десятков, b — единиц.

$$\begin{cases} a = b + 3 \\ (10b + a)(10a + b) = 574 \end{cases} \quad (11b + 3)(11b + 30) = 574;$$

$$121b^2 + 363b - 484 = 0; D = 131769 + 234256 = 366025;$$

$$b_1 = \frac{-363 - 605}{242} \text{ не подходит, т.к. } b > 0; b_2 = 1, \text{ т.о. } a = 4 \text{ и число } 41.$$

№ 1133 (№ 1109). Пусть второй член равен x , 4-ый — y , тогда

$$\begin{cases} \frac{x+6}{x} = \frac{y+5}{y} \\ (x+6)^2 + x^2 + (y+5)^2 + y^2 = 793 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6}{5}y \\ 2 \cdot \frac{36}{25}y^2 + 12 \cdot \frac{6}{5}y + 36 + 2y^2 + 10y + 25 = 793 \end{cases}$$

$$72y^2 + 360y + 900 + 50y^2 + 250y + 625 - 793 = 0; 122y^2 + 610y + 732 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 93025 - 89304 = 3721;$$

$$y_1 = \frac{-305 - 61}{122} = -3; y_2 = \frac{-305 + 61}{122} = -2; x_1 = -\frac{18}{5}; x_2 = -\frac{12}{5}.$$

$$\text{т.е. возможны два варианта решения: } x_1 = -\frac{18}{5} + 6 = \frac{12}{5}; x_2 = -\frac{18}{5}; x_3 = 5$$

$$-3 = 2; x_4 = -3; x_1 = -\frac{12}{5} + 6 = \frac{18}{5}; x_2 = -\frac{12}{5}; x_3 = 5 - 2 = 3; x_4 = -2.$$

№ 1134 (№ 1110). У нас получился прямоугольный треугольник с катетами

$7 + 4x$ и $10 + 5x$ ($x \geq 0$). По теореме Пифагора:

$$P = \sqrt{(10 + 5x)^2 + (7 + 4x)^2} = 25; 41x^2 + 156x + 149 = 625;$$

$$41x^2 + 156x - 476 = 0; \frac{D}{4} = 6084 + 19516 = 25600;$$

$$x_1 = \frac{-78 - 160}{41} \text{ не подходит, т.к. } x > 0; x = \frac{-78 + 160}{41} = 2 \text{ часа.}$$

№ 1111 (с). $z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$ т.о. необходимо доказать, что

$$\frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - a} + \frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2ab - a^2 - ab} + \frac{a+b}{2ab - b^2 - ab} &= \frac{a+b}{ab - a^2} + \frac{a+b}{ab - b^2} = \\ &= \frac{a+b}{a(b-a)} - \frac{a+b}{b(b-a)} = \frac{ab + b^2 - a^2 - ab}{ab(b-a)} = \frac{b+a}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned}$$

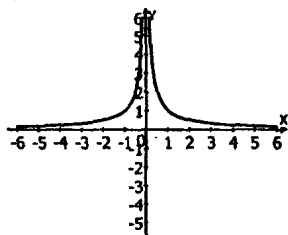
№ 1135 (№ 1112). $a + c = 2b$; $2bd = c(b + a)$, т.е.

$$\frac{2b-c}{b} = \frac{c \cdot 2b}{c(b+d)}; 2 - \frac{c}{b} = \frac{2b}{b+d}; \frac{2b^2 + 2db - cb - cd - 2b^2}{b+d} = 0;$$

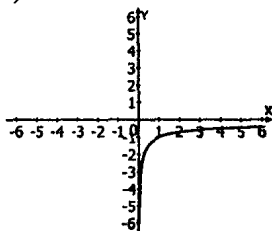
$$2db - cb - cd = 0; 2db = c(b+d)$$

№1113 (c).

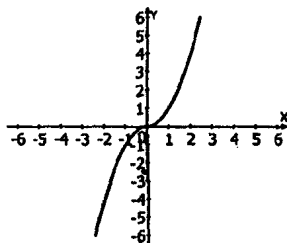
a)



б)

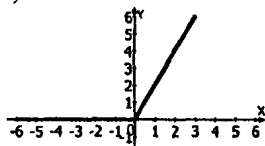


в)

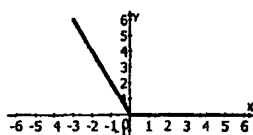


№1114 (c).

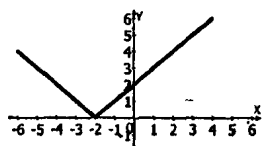
a)



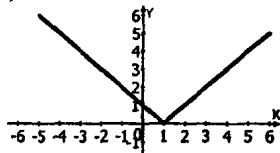
б)



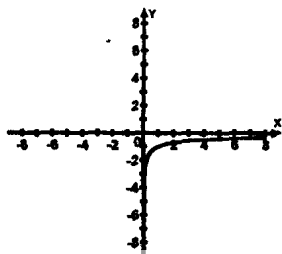
в)



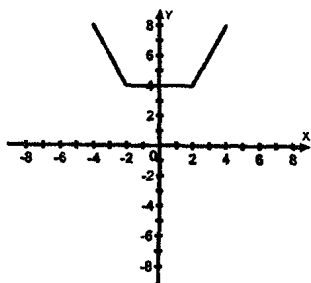
г)



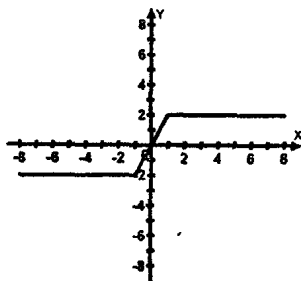
№ 1136 (н).



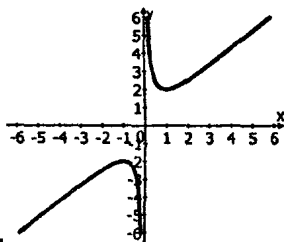
№ 1137 (н). а)



б)



№ 1138 (№ 1115).



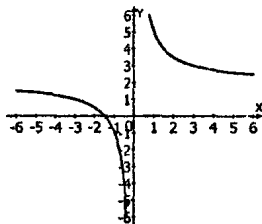
№ 1139 (№ 1116). $y = \frac{3x+1}{x}$; ОДЗ: $x \neq 0$, т.о. $y = 3 + \frac{1}{x}$

а) нет, т.к. $x \neq 0$; б) Да: $3 + \frac{1}{x} = 0$; $x = -\frac{1}{3}$;

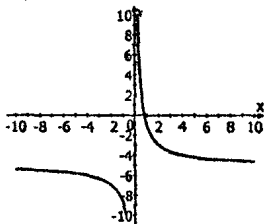
в) Да; $y = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$; г) Нет, т.к. $3 \neq 3 + \frac{1}{x}$, т.к. $\frac{1}{x} \neq 0$.

№ 1140 (№ 1117).

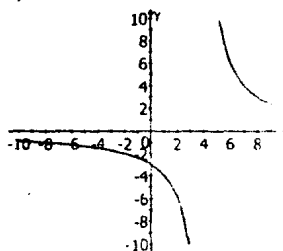
а)



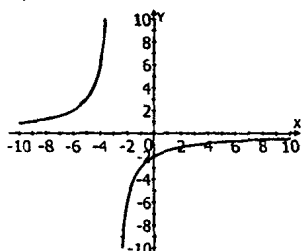
б)



в)



г)

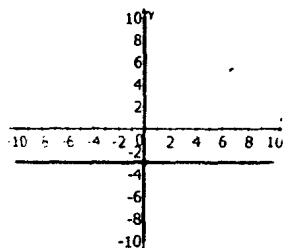


№ 1141 (№ 1118). $xy - 2x - y + 6 = 0$; $x(y - 2) = -3(y - 2)$,
если $y = 2$, то x — любой (1-ая прямая), если $y \neq 2$, то $x = -3$ (2-ая
прямая), прямые $y = 2$ и $x = -3$ перпендикулярны.

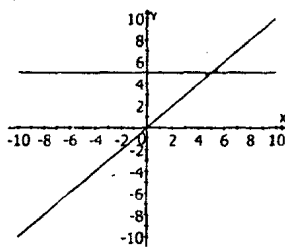
№ 1142 (№ 1119). $(y - 2)(y + 3) = 0$ произведение равно нулю тогда и
только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Т.о. $y = 2$;
 x — любой и $y = -3$; x — любой (две параллельные прямые)

№ 1143 (№ 1120).

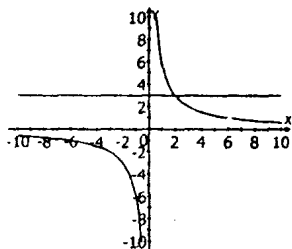
а)



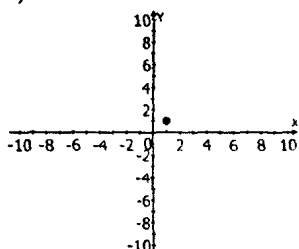
б)



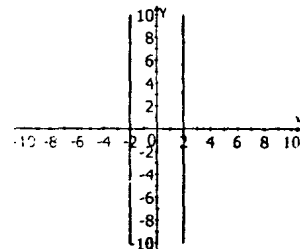
в)



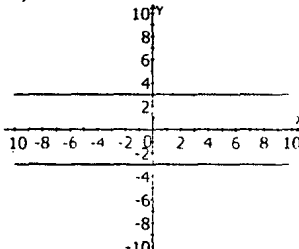
г)



д)



е)



№ 1144 (№ 1121). $(1 + x)(1 + y)(1 + z)$

$$= \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 + \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 + \frac{c-a}{c+a}\right) =$$

$$= \frac{a+b+a-b}{a+b} \cdot \frac{b+c+b-c}{b+c} \cdot \frac{c+a+c-a}{c+a} =$$

$$= \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{2b}{b+c} \cdot \frac{2c}{c+a} = \left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 - \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 - \frac{c-a}{c+a}\right) = (1-x)(1-y)(1-z).$$

№ 1145 (№ 1122). Т.к. через каждые две точки проведена прямая, то получается n -угольник с проведенными диагоналями, т.о. необходимо вывести формулу количества диагоналей в n -угольнике:

Из первой и второй вершин n -угольника выходят по $n-3$ диагонали.

Из третьей вершины выходит $n-4$ штуки, т.к. одна уже проведена из 1-ой вершины. Из каждой последующей вершины диагоналей выходит на одну меньше, чем из предыдущей.

Т.о., из последних 2-х вершин диагоналей уже не выходит. Т.о., количество диагоналей:

$$n-3 + n-3 + \sum_{k=0}^{n-4} (n-4-k) = n(n-1) - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4).$$

по условию задачи надо к этому числу прибавить еще количество

сторон: $n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 45.$

Если $n = 10$, то $n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 100 - 6 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 = 45.$

Т.о. на плоскости отмечено 10 точек.

Учебно-методическое издание

Кубатько Олег Игоревич

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *А.А. Морозова, Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).

 **dz-zaevalo.ru**

Всё для учащихся!
Всё! Всё! Всё!