А.А. Сапожников

Домашняя работа по алгебре и началам анализа за 11 класс

к задачнику «Алгебра и начала анализа. Задачник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская — М.: «Мнемозина», 2001 г.»

Глава 5. Первообразная и интеграл

§ 37. Первообразная и неопределенный интеграл

984. а) $F(x)=x^3$, $f(x)=3x^2$, $F'(x)=3x^2$;

б) $F(x)=x^9$, $F'(x)=9x^8$;

в) $F(x)=x^6$ $F'(x)=6x^5$;

г) $F(x)=x^{11}$ $F'(x)=11x^{10}$;

985. а) $F(x)=x^2+x^3$; $F'(x)=2x+3x^2$;

б) $F(x)=x^4+x^{11}$; $F'(x)=4x^3+11x^{10}$;

в) $F(x)=x^7+x^9$; $F'(x)=7x^6+9x^8$;

г) $F(x)=x^{13}+x^{19}$; $F'(x)=13x^{12}+19x^{18}$;

986. а) $F(x)=3\sin x$; $F'(x)=3\cos x$;

б) $F(x)=-4\cos x$; $F'(x)=4\sin x$;

в) $F(x)=-9\sin x$; $F'(x)=-9\cos x$;

г) $F(x)=5\cos x$; $F'(x)=-5\sin x$;

987. а) $f(x)=-\frac{1}{x^2}$; $F(x)=\frac{1}{x}+C$;

б) $f(x)=\frac{7}{x^2}$; $F(x)=-\frac{7}{x}+C$;

988. а) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$; $F(x)=\sqrt{x}+C$;

б) $f(x)=\frac{6}{\sqrt{x}}$; $F(x)=12\sqrt{x}+C$;

989. а) $f(x)=4x^{10}$; $F(x)=\frac{4}{11}x^{11}+C$;

б) $f(x)=-3x^6$; $F(x)=-\frac{3}{7}x^7+C$;

в) $f(x)=5x^7$; $F(x)=\frac{5}{8}x^8+C$;

г) $f(x)=-9x^{19}$; $F(x)=-\frac{9}{20}x^{20}+C$;

990. а) $f(x)=x^2+x^{16}$; $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^{17}}{17}+C$;

б) $f(x)=x^9+x^{33}$; $F(x)=\frac{x^{10}}{10}+\frac{x^{34}}{34}+C$;

в) $f(x)=x^{13}+x^{18}$; $F(x)=\frac{x^{14}}{14}+\frac{x^{19}}{19}+C$;

г) $f(x)=x+x^{14}$; $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{x^{15}}{15}+C$;

991. а) $f(x)=-\frac{1}{x^2}+x$; $F(x)=\frac{1}{x}+\frac{x^2}{2}+C$;

б) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$; $F(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{x}+C$;

в) $f(x)=-\frac{1}{x^2}+x^3$; $F(x)=\frac{1}{x}+\frac{x^4}{4}+C$;

г) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+1$; $F(x)=\sqrt{x}+x+C$;

992. а) $f(x)=4x^3-6x^2$; $F(x)=x^4-2x^3+C$;

б) $f(x)=13x^6+9x^4$; $F(x)=13\frac{x^7}{7}+9\frac{x^5}{5}+C$;

в) $f(x)=5x^4-3x^5$; $F(x)=x^5-\frac{x^6}{2}+C$;

г) $f(x)=12x^{10}+3x^7$; $F(x)=\frac{12x^{11}}{11}+\frac{3x^8}{8}+C$;

993. а) $f(x)=-3\sin x+2\cos x$; $F(x)=3\cos x+2\sin x+C$;

б) $f(x)=\frac{4}{\sin^2 x}-\frac{9}{\cos^2 x}$; $F(x)=-4\mathrm{ctg}x-9\mathrm{tg}x+C$;

в) $f(x)=-4\cos x+\frac{2}{\sin^2 x}$; $F(x)=-4\sin x-2\mathrm{ctg}x+C$;

г) $f(x)=-13\sin x+\frac{5}{\cos^2 x}$; $F(x)=13\cos x+5\mathrm{tg}x+C$.

994. а) $f(x)=\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$; $F(x)=-\frac{1}{3}\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)+C$;

б) $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)$; $F(x)=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)+C$;

в) $f(x)=\cos(4x-3)$; $F(x)=\frac{1}{4}\sin(4x-3)+C$;

г) $f(x)=\sin\left(2-\frac{x}{2}\right)$; $F(x)=2\cos\left(2-\frac{x}{2}\right)+C$.

995. а) $f(x)=-\frac{1}{(6x+1)^2}$; $F(x)=\frac{1}{6(6x+1)}+C$;

б) $f(x)=\frac{1}{(8x-3)^2}$; $F(x)=-\frac{1}{8(8x-3)}+C$;

в) $f(x)=\frac{1}{(7x-3)^2}$; $F(x)=-\frac{1}{7(7x-3)}+C$;

г) $f(x)=-\frac{1}{(10x+2)^2}$; $F(x)=\frac{1}{10(10x+2)}+C$.

996. а) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{7x-9}}$; $F(x)=\frac{2}{7}\sqrt{7x-9}+C$;

б) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{42-3x}}$; $F(x)=-\frac{2}{3}\sqrt{42-3x}+C$.

997. а) $\int 4\sin x dx=-4\cos x+C$; б) $\int -\frac{9}{\cos^2 x}dx=-9\operatorname{tg}x+C$;

в) $\int 6\cos x dx=6\sin x+C$; г) $\int -\frac{16}{\sin^2 x}dx=16\operatorname{ctg}x+C$;

998. а) $\int\frac{3dx}{2\sqrt{x}}=3\sqrt{x}+C$. б) $\int -\frac{15}{x^2}dx=\frac{15}{x}+C$.

в) $\int\frac{5dx}{2\sqrt{x}}=5\sqrt{x}+C$. г) $\int\frac{20}{x^2}dx=-\frac{20}{x}+C$.

999. а) $\int(x^3+\sin x)dx=\frac{x^4}{4}-\cos x+C$.

б) $\int\left(x^9+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx=\frac{x^{10}}{10}+\operatorname{tg}x+C$.

в) $\int(x^2+\cos x)dx=\frac{x^3}{3}+\sin x+C$.

г) $\int\left(x^6+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx=\frac{x^7}{7}-\operatorname{ctg}x+C$.

1000. а) $\int\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+x^2\right)dx=\sqrt{x}+\frac{x^3}{3}+C$.

б) $\int\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+x\right)dx=\sqrt{x}+\frac{x^2}{2}+C$.

1001. а) $\int\left(\frac{1}{x^2}+x^3\right)dx=-\frac{1}{x}+\frac{x^4}{4}+C$.

б) $\int\left(-\frac{1}{x^2}+x^5\right)dx=\frac{1}{x}+\frac{x^6}{6}+C$.

1002. а) $\int(2-9x)^6\,dx=-\frac{(2-9x)^7}{63}+C$.

б) $\int(7+5x)^{13}\,dx=\frac{(7+5x)^{14}}{70}+C$

1003. а) $y=\sin x$, $M\left(\frac{\pi}{3};\frac{1}{4}\right)$;

$Y=-\cos x+C$; $\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}+C$; $C=\frac{3}{4}$; $Y=-\cos x+\frac{3}{4}$.

б) $y=\frac{1}{\cos^2 x}$, $M\left(\frac{\pi}{4};-1\right)$; $Y=\mathrm{tg}x+C$; $-1=1+C$; $C=-2$;
$Y=-\mathrm{tg}x-2$.

в) $y=\cos x$, $M\left(\frac{\pi}{6};1\right)$; $Y=\sin x+C$; $1=\frac{1}{2}+C$; $C=\frac{1}{2}$; $Y=\frac{1}{2}+\sin x$.

г) $y=\frac{1}{\sin^2(x/3)}$, $M\left(\frac{3\pi}{4};0\right)$; $Y=-3\mathrm{ctg}\frac{x}{3}+C$; $0=-3+C$; $C=3$;
$Y=-3\mathrm{ctg}\frac{x}{3}+3$.

1004. $\upsilon=1+2t$; $s(t)=t+t^2+C$; $5=2+4+C$; $C=-1$;
$s(t)=t^2+t-1$.

1005. $\upsilon=-4\sin 3t$; $s(t)=\frac{4}{3}\cos t+C$; $2=\frac{4}{3}+C$; $C=\frac{2}{3}$;
$s(t)=\frac{4}{3}\cos t+\frac{2}{3}$.

1006. а) $y'=x^4-3x^2$; $y=\frac{x^5}{5}-x^3+C$.

б) $y' = x^{12} - 8x^7$; $y = \frac{x^{13}}{13} - x^8 + C$.

1007. а) $y' = \sin x + 1$; $y = -\cos x + x + C$.

б) $y' = \cos x - 9$; $y = \sin x - 9x + C$.

1008. а) $y' = \frac{13}{x^2} + x$; $y = -\frac{13}{x} + \frac{x^2}{2} + C$.

б) $y' = \frac{4}{x^2} - 4x$; $y = -\frac{4}{x} - 2x^2 + C$.

1009. а) $y' = \frac{-9}{x^2} + \sin x$; $y = \frac{9}{x} - \cos x + C$.

б) $y' = -\frac{5}{x^2} - \cos x$; $y = \frac{5}{x} - \sin x + C$.

1010. $\upsilon = \frac{6}{\sqrt{2t+1}}$; $s(t) = 6\sqrt{2t+1} + C$; $s(0) = 6 + C = 3$; $C = -3$; $s(t) = 6\sqrt{2t+1} - 3$.

1011. $a(t) = 2(t+1)^2$; $\upsilon(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + C$; $\upsilon(0) = \frac{2}{3} + C_1 = 1$; $C_1 = \frac{1}{3}$; $\upsilon(t) = \frac{2}{3}(t+1)^3 + \frac{1}{3}$; $s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + C_2$; $s(0) = \frac{1}{6} + C_2 = 1$; $C_2 = \frac{5}{6}$; $s(t) = \frac{1}{6}(t+1)^4 + \frac{1}{3}t + \frac{5}{6}$.

1012. а) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $F(x) = x + C$.

б) $f(x) = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = \sin x$; $F(x) = -\cos x + C$.

в) $f(x) = 1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$; $F(x) = \mathrm{tg}x + C$.

г) $f(x) = 1 + \mathrm{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$; $F(x) = -\mathrm{ctg}x + C$.

1013. а) $g(x) = 8\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 4\sin x$; $M\left(\frac{\pi}{2};3\right)$;

$G(x) = -4\cos x + C$; $C = 3$; $G(x) = -4\cos x + 3$.

б) $g(x) = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1 = \cos x$, $M\left(\frac{\pi}{3};16\right)$;

$G(x)=\sin x+C$; $16=\frac{\sqrt{3}}{2}+C$; $C=16-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $G(x)=\sin x+16-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

в) $g(x)=\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}=\cos x,\qquad M(0;7);$

$G(x)=\sin x+C$; $7=0+C$; $G(x)=\sin x+7$.

г) $g(x)=1-2\sin^2\frac{x}{2}=\cos x,\qquad M\left(\frac{\pi}{2};15\right);$

$G(x)=\sin x+C$; $15=1+C$; $C=14$; $G(x)=\sin x+14$.

1014. а) $\int\left(\operatorname{tg}^2x+1\right)dx=\int\frac{1}{\cos^2x}dx=\operatorname{tg}x+C$.

б) $\int\left(\cos^2x-\sin^2x\right)dx=\int\cos 2x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

в) $\int\left(\operatorname{ctg}^2x+1\right)dx=\int\frac{1}{\sin^2x}dx=-\operatorname{ctg}x+C$.

г) $\int\sin x\cos x dx=\int\frac{1}{2}\sin 2x dx=-\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

1015. а) $\int\sin 2x\sin 6x dx=\int\frac{1}{2}(\cos 4x-\cos 8x)dx=-\frac{1}{8}\sin 4x-\frac{1}{16}\sin 8x+C*$.

б) $\int\sin 4x\cos 3x dx=\int\frac{1}{2}(\sin 7x+\sin x)dx=-\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{14}\cos 7x+C*$.

в) $\int\cos 3x\cos 5x dx=\int\frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 2x)dx=\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{16}\sin 8x+C$.

г) $\int\sin 2x\cos 8x dx=\frac{1}{2}\int(\cos 6x-\cos 10x)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x-\frac{1}{10}\sin 10x\right)+C$.

1016. а) $\int\sin^2x dx=\int\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x\right)dx=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

б) $\int\sin^4x dx=\int\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x\right)^2dx=\int\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\cos^2 2x\right)dx=$

$=\int\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cos 4x\right)dx=\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{32}\sin 4x+C=$

$=\frac{3x}{8}-\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+C$.

в) $\int\cos^2x dx=\int\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x\right)dx=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

г) $\int\cos^4x dx=\int\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cos 4x\right)dx=\frac{3x}{8}+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+C$.

1017. а) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \text{tgx-ctgx+C}$.

б) $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \text{-ctgx} - \text{tgx+C}$.

1018. а) $f(x) = 2x + 3$;

$F(x) = x^2 + 3x + C$;

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3/2$;

$F(-3/2) = 9/4 - 9/2 + C = 0$;

$C = 9/4$;

$F(x) = x^2 + 3x + 9/4$.

б) $f(x) = 12(3x - 1)^3$;

$F(x) = (3x - 1)^4 + C$;

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1/3$;

$F(1/3) = C = 0$;

$F(x) = (3x - 1)^4$.

1019. а) $f(x) = 2x, \quad y = x + 2,$

$F(x) = x^2 + C$;

$y = x_0^2 + C + 2x_0(x - x_0) =$

$= 2xx_0 - x_0^2 + C$;

$2x_0 = 1$;

$x_0 = 1/2$;

$y = x - \frac{1}{4} + C = x + 2$;

$C = \frac{9}{4}$;

$F(x) = x^2 + \frac{9}{4}$.

б) $f(x) = 3x^3, \quad y = 3x + 2;$

$F(x) = 3/4x^4 + C$;

$y = 3/4x_0^4 + C + 3x_0{}^3(x - x_0) =$

$= 3x_0{}^3 x - 2\frac{1}{4}x_0^4 + C$;

$3x_0{}^3 = 3$;

$x_0 = 1$;

$y = 3x - (9/4) + C = 3x + 2$;

$C = \frac{17}{4}$;

$F(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{17}{4}$.

1020. $y = 3\cos 3x + 6\sin 6x$ **;**

$Y = \sin 3x - \cos 6x + C$;

$6 = \sin\frac{3\pi}{2} - \cos 3\pi + C$;

$6 = -1 + 1 + C$;

$C = 6$;

$Y = \sin 3x - \cos 6x + 6$;

$Y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{2} - \cos\pi + 6 = 1 + 1 + 6 = 8$;

§ 38. Определенный интеграл

1021. а) $\int\limits_{-\frac{2}{3}}^{1} x^3 dx = \left.\frac{x^4}{4}\right|_{-\frac{2}{3}}^{1} = \frac{1}{4} - \frac{16}{81 \cdot 4} = \frac{1}{4} - \frac{4}{81} = \frac{65}{324}$.

б) $\int\limits_1^3 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}\Big|_1^3 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

в) $\int\limits_{-1}^{2} x^4 dx = \frac{x^5}{5}\Big|_{-1}^{2} = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$.

г) $\int\limits_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 6 - 4 = 2$.

1022. а) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx = -\cos x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1$. б) $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 1 + 1 = 2$.

в) $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 + 1 = 2$. г) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

1023. а) $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$.

б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{5}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} dx = -5\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -5\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{3} + 5\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

в) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin\frac{x}{3} dx = -6\cos\frac{x}{3}\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -3 + 3\sqrt{3}$.

г) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{7}{\cos^2 3x} dx = \frac{7}{3}\operatorname{tg} 3x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = 0 + \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$.

1024. а) $\int\limits_1^5 \frac{dx}{\sqrt{2x - 1}} = \sqrt{2x - 1}\Big|_1^5 = 3 - 1 = 2$.

б) $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3} \frac{dx}{\sqrt{10 - 3x}} = -\frac{2}{3}\sqrt{10 - 3x}\Big|_{\frac{1}{3}}^{3} = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3}$.

1025. а) $\int_1^2 \frac{4x^5-3x^4+x^3-1}{x^2}dx = \int_1^2\left(4x^3-3x^2+x-\frac{1}{x^2}\right)dx =$

$=\left(x^4-x^3+\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}\right)\Big|_1^2 = 16-8+2+\frac{1}{2}-1+1-\frac{1}{2}-1=9$.

б) $\int_{-2}^{-1}\frac{5x^7-4x^6+2x}{x^3}dx = \int_{-2}^{-1}\left(5x^4-4x^3+\frac{2}{x^2}\right)dx = \left(x^5-x^4-\frac{2}{x}\right)\Big|_{-2}^{-1} =$

$=-1-1+2+32+16-1=47$

в) $\int_2^3\frac{6x^4-4x^3+7x^2-1}{x^2}dx = \int_2^3\left(6x^2-4x+7-\frac{1}{x^2}\right)dx = \left(2x^3-2x^2+7x+\frac{1}{x}\right)\Big|_2^3 =$

$=54-18+21+\frac{1}{3}-16+8-14-\frac{1}{2}=34\frac{5}{6}.$

г) $\int_{-2}^{-1}\frac{3x^6-4x^5-7x^4+3x^2}{x^4}dx = \int_{-2}^{-1}\left(3x^2-4x-7+\frac{3}{x^2}\right)dx =$

$=\left(x^3-2x^2-7x-\frac{3}{x}\right)\Big|_{-2}^{-1} = -1-2+7+3+8+8-14-\frac{3}{2}=7{,}5.$

1026. а) $\upsilon(t)=3t^2-4t+1$; $S(3)=\int_0^3\left(3t^3-4t+1\right)dt = t^2-2t^2+t\Big|_0^3 = 27-18+3=12.$

б) $\upsilon(t)=\frac{1}{\sqrt{5t+1}}$; $S(3)=\int_0^3\frac{1}{\sqrt{5t+1}}dt = \frac{2}{5}\sqrt{5t+1}\Big|_0^3 = \frac{8}{5}-\frac{2}{5}=\frac{6}{5}.$

в) $\upsilon(t)=4t^3-6t^2$; $S(3)=\int_0^3\left(4t^3-6t^2\right)dt = t^4-2t^3\Big|_0^3 = 81-54=27$

г) $\upsilon(t)=\frac{1}{\sqrt{7t+4}}$; $S(3)=\int_0^3\frac{1}{\sqrt{7t+4}}dt = \frac{2}{7}\sqrt{7t+4}\Big|_0^3 = \frac{10}{7}-\frac{4}{7}=\frac{6}{7}.$

1027. а) $\rho(x)=x^2-x-1,\ l=6;\ \left|\int_0^6(x^2-x-1)dx\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^6\right| = 48.$

б) $\rho(x)=\frac{1}{(x+3)^2},\ l=3;\ \left|\int_0^3\frac{1}{(x+3)^2}dx\right| = \left|-\frac{1}{x+3}\Big|_0^3\right| = -\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}.$

в) $\rho(x)=-x^2+6x,\ l=2;\ \left|\int_0^2(-x^2+6x)dx\right| = \left|\left(-\frac{x^3}{3}+3x^2\right)\Big|_0^2\right| = -\frac{8}{3}+12=\frac{28}{3}.$

г) $\rho(x)=\frac{1}{(2x+1)^2},\ l=1;\ \left|\int_0^1\frac{1}{(2x+1)^2}dx\right| = \left|-\frac{1}{2(2x+1)}\Big|_0^1\right| = -\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$

1028. а) $\int\limits_{-2}^{3} f(x)dx=3\cdot 1+3\cdot 1+\frac{3\cdot 3}{2}=10,5$ (в ответе задачника опечатка).

б) $\int\limits_{-2}^{3} f(x)dx = 3\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2\cdot 2}{2} = 6,5$.

1029. а) $y = x^2, y = 0, x = 4;\ \ S = \int\limits_{0}^{4} x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^4 = \frac{64}{3}$.

б) $y=x^3, y=0, x=-3, x=1;$

$S=-\int\limits_{-3}^{0} x^3dx+\int\limits_{0}^{1} x^3dx=-\left.\frac{x^4}{4}\right|_{-3}^{0}+\left.\frac{x^4}{4}\right|_{0}^{1}=\frac{81}{4}+\frac{1}{4}=\frac{82}{4}=\frac{41}{2}.$

в) $y = x^2, y = 0, x = -3;\ \ S = \int\limits_{-3}^{0} x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_{-3}^{0} = 9.$

г) $y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2;\ \ S = \int\limits_{-1}^{2} x^4dx = \left.\frac{x^5}{5}\right|_{-1}^{2} = \frac{32}{5}+\frac{1}{5}=\frac{33}{5}.$

1030. а) $y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2;\ \ S = \int\limits_{0}^{2} (x^3 + 2)dx = \left.\left(\frac{x^4}{4}+2x\right)\right|_0^2 = 8.$

б) $y = -x^2 + 4x, y = 0;\ \ S = \int\limits_{0}^{4} (-x^2 + 4x)dx = \left.\left(-\frac{x^3}{3}+2x^2\right)\right|_0^4 = -\frac{64}{3}+32=\frac{32}{3}.$

в) $y = 4 - x^2, y = 0;\ \ S = \int\limits_{-2}^{2} (4 - x^2)dx = \left.\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\right|_{-2}^{2} = \frac{32}{3}.$

г) $y = -x^3 + 1,\ y = 0, x = 0, x = -2;\ \ S=\int\limits_{-2}^{0} (-x^3+1)dx=\left.\left(-\frac{x^4}{4}+x\right)\right|_{-2}^{0}=4+2=6.$

1031. а) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2;\ \ S = \int\limits_{1}^{2} \frac{1}{x^2}dx = -\left.\frac{1}{x}\right|_1^2 = -\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}.$

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 9;\ \ S = \int\limits_{1}^{9} \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x}\Big|_1^9 = 6-2=4.$

в) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = 0, x = 1, x = 4;\ \ S = \int\limits_{1}^{4} \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x}\Big|_1^4 = 4-2=2.$

г) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = -1, x = -3;\ \ S = \int\limits_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2}dx = -\left.\frac{1}{x}\right|_{-3}^{-1} = 1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$

1032. а) $y=\sin x,\ y=0,\ x=\frac{\pi}{2};\ \ S=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1.$

б) $y=\cos 2x,\ y=0,\ x=-\frac{\pi}{6},\ x=\frac{\pi}{3};$

$$S=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos 2x dx=\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

в) $y=\cos x,\ y=0,\ x=-\frac{\pi}{4},\ x=\frac{\pi}{4};\ \ S=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos x dx=\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}.$

г) $y=\sin\frac{x}{2},\ y=0,\ x=\frac{\pi}{2},\ x=\pi;\ \ S=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\frac{x}{2}dx=-2\cos\frac{x}{2}\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\sqrt{2}.$

1033. а) $y=1+\frac{1}{2}\cos x,\ y=0,\ x=-\frac{\pi}{2},\ x=\frac{\pi}{2};$

$$S=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\frac{1}{2}\cos x\right)dx=\left(x+\frac{1}{2}\sin x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=\pi+1$$

б) $y=1-\sin 2x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi;$

$$S=\int\limits_0^{\pi}(1-\sin 2x)dx=\left(x+\frac{1}{2}\cos 2x\right)\Big|_0^{\pi}=\pi+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\pi.$$

в) $y=2-2\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{2};$

$$S=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2-2\sin x)dx=(2x+2\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-2.$$

г) $y=2+\cos\frac{x}{2},\ y=0,\ x=0,\ x=\frac{2\pi}{3};$

$$S=\int\limits_0^{\frac{2\pi}{3}}\left(2+\cos\frac{x}{2}\right)dx=\left(2x+2\sin\frac{x}{2}\right)\Big|_0^{\frac{2\pi}{3}}=\frac{4\pi}{3}+\sqrt{3}.$$

1034. а) $\int\limits_0^2 x^3dx=\frac{x^4}{4}\Big|_0^2=4;\ S=2\cdot 8-4=12.$

б) $S=\frac{\pi}{2}\cdot 1-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx=\frac{\pi}{2}+\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}-1.$

в) $S=16-\int_{-2}^{2}x^2dx=16-\frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{2}=16-\frac{8}{3}-\frac{8}{3}=\frac{32}{3}.$

г) $S=\int_0^{\pi}\sin x dx=-\cos x\Big|_0^{\pi}=1+1=2.$

1035. а) $y=x,\ y=-0{,}5x+5,\ x=-1,\ x=3;$

$$S=\int_{-1}^{3}(-0{,}5x+5)dx-\int_{-1}^{3}xdx=\left(-\frac{1}{4}x^2+5x\right)\Big|_{-1}^{3}-\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{3}=-\frac{9}{4}+15+\frac{1}{4}+5-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}=14.$$

б) $y=2x,\ y=x-2,\ x=4;$

$$S=\int_{-2}^{4}2xdx-\int_{-2}^{4}(x-2)dx=x^2\Big|_{-2}^{4}-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_{-2}^{4}=16-4-8+8+2+4=18.$$

в) $y=-x,\ y=3-\frac{x}{4},\ x=-2,\ x=1;$

$$S=\int_{-2}^{1}\left(3-\frac{x}{4}\right)dx-\int_{-2}^{1}-xdx=\left(3x-\frac{x^2}{8}\right)\Big|_{-2}^{1}-\left(-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-2}^{1}=3-\frac{1}{8}+6+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-2=7\frac{7}{8}.$$

г) $y=1-x \qquad y=3-2x \qquad x=0$

$$S=\int_0^2(3-2x)dx-\int_0^2(1-x)dx=(3x-x^2)\Big|_0^2+\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^2=6-4+2-2=2$$

1036. а) $y=1-x^2,\ y=-x-1;\ \ 1-x^2=-x-1;\ \ x^2-x-2=0;\ \ x=-1,\ x=2;$

$$S=\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx+\left|\int_{-1}^{2}(-1-x)dx\right|-\left|\int_{1}^{2}(1-x^2)dx\right|=$$

$$=\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1}+\left|\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^{2}\right|-\left|\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{1}^{2}\right|=$$

$$=1-\frac{1}{3}+1-\frac{1}{3}+\left|2+2-\frac{1}{2}+1\right|-\left|2-\frac{8}{3}-1+\frac{1}{3}\right|=2-\frac{2}{3}+5-\frac{1}{2}-\frac{7}{3}+1=4{,}5.$$

б) $y=x^2-3x+2,\ y=x-1;\ \ x^2-3x+2=x-1;\ \ x^2-4x+3=0;\ \ x=3,\ x=1;$

$$S=\int_1^3(x-1)dx-\int_1^3(x^2-3x+2)dx=\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_1^3-\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x\right)\Big|_1^3=$$

$=\frac{9}{2}-3-\frac{1}{2}+1-9+\frac{27}{2}-6+\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2=-15+\frac{32}{2}+\frac{1}{3}=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}.$

в) $y=x^2$-1, $y=2x+2$; $x^2-1=2x+2$; $x^2-2x-3=0$; $x=3$, $x=-1$;

$$S=\int_{-1}^{3}(2x+2)dx-\int_{-1}^{3}(x^2-1)dx=\left(x^2+2x\right)\Big|_{-1}^{3}-\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_{-1}^{3}=$$

$=9+6-1+2-9+3-\frac{1}{3}+1=10\frac{2}{3}.$

г) $y=-x^2+2x+3$, $y=3-x$; $-x^2+2x+3=3-x$; $-x^2+3x=0$; $x=0$, $x=3$;

$$S=\int_{0}^{3}(-x^2+2x+3)dx-\int_{0}^{3}(3-x)dx=\int_{0}^{3}(-x^2+3x)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2\right)\Big|_{0}^{3}=$$

$=-9+\frac{27}{2}=4{,}5$

1037. а) $y=x^2$-4x, $y=-(x\text{-}4)^2$; $x^2-4x=-x^2+8x-16$;

$2x^2-12x+16=0$; $x^2-6x+8=0$; $x=2$, $x=4$;

$$S=\int_{2}^{4}(-(x-4)^2)dx-\int_{2}^{4}(x^2-4x)dx=-\frac{1}{3}(x-4)^3\Big|_{2}^{4}-\left(\frac{x^3}{3}-2x^2\right)\Big|_{2}^{4}=$$

$=0-\frac{8}{3}-\frac{64}{3}+32+\frac{8}{3}-8=24-\frac{64}{3}=\frac{8}{3}.$

б) $y=x^2+2x$-3, $y=-x^2+2x+5$; $2x^2-8=0$; $x=\pm2$;

$$S=\int_{-2}^{2}(-x^2+2x+5)dx-\int_{-2}^{2}(x^2+2x-3)dx=$$

$$=\left(-\frac{x^3}{3}+x^2+5x\right)\Big|_{-2}^{2}-\left(\frac{x^3}{3}+x^2-3x\right)\Big|_{-2}^{2}=$$

$=-\frac{8}{3}-4+10-\frac{8}{3}-4+10-\frac{8}{3}-4+6-\frac{8}{3}+4+6=32-\frac{32}{3}=\frac{64}{3}.$

в) $y=x^2$-6x+9, $y=(x+1)(3\text{-}x)$; $(x-3)^2=(x+1)(3-x)$;

$(x-3)(x-3+x+1)=0$; $x=3$, $x=1$;

$$S=\int_{1}^{3}(x+1)(3-x)dx-\int_{1}^{3}(x-3)^2dx=\left(-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right)\Big|_{1}^{3}-\frac{1}{3}\left(x-3\right)^3\Big|_{1}^{3}=$$

$=-9+9+9+\frac{1}{3}-1-3-\frac{8}{3}=5-\frac{7}{3}=\frac{8}{3}.$

г) $y=x^2\text{-}4x+3,\ y=-x^2+6x-5;\ \ x^2\text{ - }4x+3=-x^2+6x-5$;

$2x^2\text{ -}10x+8=0$; $x^2\text{ -}5x+4=0$; $x=4,\ x=1$;

$$S=\int_1^4(-x^2+6x-5)dx-\int_1^4(x^2-4x+3)dx=$$

$$=\int_1^4(-2x^2+10x-8)dx=2\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{5}{2}x^2-4x\right)\Bigg|_1^4=$$

$$=2\left(-\frac{64}{3}+40-16+\frac{1}{3}-\frac{5}{2}+4\right)=2(28-21-2{,}5)=2\cdot7-2\cdot\frac{5}{2}=9.$$

1038. а) $y=\cos x,\ y=-x,\ x=0;\ x=\frac{\pi}{2};\ \ \int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$;

$$S=1+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\pi^2}{8}+1.$$

б) $y=\sin 2x,\ y=x\text{-}\frac{\pi}{2},\ x=0$;

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x dx+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{\pi^2}{8}=1+\frac{\pi^2}{8}.$$

в) $y=\sin x,\ y=-x,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{2}$;

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1+\frac{\pi^2}{8}.$$

г) $y=\cos\frac{x}{2},\ y=x-\pi,\ x=0,\ x=\pi$;

$$S=\int_0^{\pi}\cos\frac{x}{2}dx+\pi\cdot\pi\cdot\frac{1}{2}=\frac{\pi^2}{2}+2\sin\frac{x}{2}\Big|_0^{\pi}=2+\frac{\pi^2}{2}.$$

1039. а) $\int_{-1}^{0}\frac{(x^2\text{-}2x)(3\text{-}2x)}{x\text{-}2}dx=\int_{-1}^{0}(3x\text{-}2x^2)dx=\left(\frac{3}{2}x^2\text{-}\frac{2}{3}x^3\right)\Bigg|_{-1}^{0}=-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{13}{6}.$

б) $\int_2^3\frac{(x^2-4)(x^2-1)}{x^2+x-2}dx=\int_2^3(x-2)(x+1)dx=\int_2^3(x^2-x-2)dx=$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)\Bigg|_2^3=9-\frac{9}{2}-6-\frac{8}{3}+2+4=9-\frac{9}{2}-\frac{8}{3}=\frac{11}{6}.$$

в) $\int\limits_{2}^{3}\frac{(x^2-3x+2)(2+x)}{x-1}dx=\int\limits_{2}^{3}(x-2)(x+2)dx=\int\limits_{2}^{3}(x^2-4)dx=$

$=\left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Bigg|_2^3=9-12-\frac{8}{3}+8=5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}.$

г) $\int\limits_{-1}^{1}\frac{(9-x^2)(x^2-16)}{x^2-7x+12}dx=-\int\limits_{-1}^{1}(9+x)(4+x)dx=$

$=\int\limits_{-1}^{1}(-x^2-13x-36)dx=\left(-\frac{x^3}{3}-\frac{13x^2}{2}-36x\right)\Bigg|_{-1}^{1}=$

$=-\frac{1}{3}-\frac{13}{2}-36-\frac{1}{3}+\frac{13}{2}-36=-72\frac{2}{3}$

1040. а) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\cos 3x dx=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(\sin 5x-\sin x)dx=$

$-\left(\frac{1}{10}\cos 5x+\frac{1}{2}\cos x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{10}-\frac{5}{10}=-0{,}4.$

б) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}\cos^2\frac{x}{2}dx=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}(1+\cos x)dx=\frac{1}{2}(x+\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3}{8}\pi-\frac{\sqrt{2}}{4}.$

в) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\cos 7x\cos 5x dx=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}(\cos 12x+\cos 2x)dx=$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}\sin 12x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{8}.$

г) $\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sin^2 3x dx=\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 6x\right)dx=\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{12}\sin 6x\right)\Bigg|_{-\pi}^{\pi}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi.$

1041. а) $\int\limits_{-2}^{3}f(x)=1\cdot 1+1\cdot\frac{1}{2}-\frac{3\cdot 3}{2}=-3$.

б) $\int\limits_{-2}^{3}f(x)=1\cdot\frac{1}{2}-2\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{2}{2}=\frac{1}{2}-1+2=\frac{3}{2}$.

1042. а) $f(x)=\begin{cases}x^2 & -3\le x\le 2\\ 6-x & x>2\end{cases};$

$$\int_{-3}^{6} f(x)dx = \int_{-3}^{2} x^2dx + \int_{2}^{6}(6-x)dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_{-3}^{2} + \left.\left(6x-\frac{x^2}{2}\right)\right|_{2}^{6} =$$

$$= \frac{8}{3} + 9 + 36 - 18 - 12 + 2 = 17 + \frac{8}{3} = 19\frac{2}{3}.$$

б) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} & 0 < x \le 1 \\ x^3 & x > 1 \end{cases};$

$$\int_{\frac{1}{4}}^{2} f(x)dx = \int_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{\sqrt{x}}dx + \int_{1}^{2} x^3dx = 2\sqrt{x}\Big|_{\frac{1}{4}}^{1} + \left.\frac{x^4}{4}\right|_{1}^{2} = 2 - 1 + 4 - \frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}.$$

1043. а) $\int\limits_{0}^{4}\sqrt{16-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\pi r^2 = 4\pi$; б) $\int\limits_{-5}^{0}\sqrt{25-x^2}\,dx = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{25\pi}{4}$.

1044. а) $\int\limits_{0}^{4}\sqrt{4x-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\cdot 4\pi = 2\pi$; б) $\int\limits_{-1}^{0}\sqrt{-x^2-2x}\,dx = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{\pi}{4}$.

1045. а) $\int\limits_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\,dx = \pi r^2\cdot\frac{45}{360} + \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + 1$;

б) $\int\limits_{-4}^{4}\sqrt{64-x^2}\,dx = \pi r^2\cdot\frac{60}{360} + 4\cdot 8\sin 60^\circ = \frac{32}{3}\pi + 16\sqrt{3}$

1046. а) $\int\limits_{-2}^{3}|x|\,dx = 2\cdot\frac{2}{2} + 3\cdot\frac{3}{2} = 6{,}5$; б) $\int\limits_{0}^{5}|x-1|\,dx = 1\cdot\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{4}{2} = 8{,}5$.

1047. а) $y = 2\cos 3x - 3\sin 2x + 6,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \frac{\pi}{6}$;

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}(2\cos 3x - 3\sin 2x + 6)dx = \left.\left(\frac{2}{3}\sin 3x + \frac{3}{2}\cos 2x + 6x\right)\right|_{0}^{\frac{\pi}{6}} =$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \pi = \pi - \frac{1}{12}.$$

б) $y = 2\sin 4x + 3\cos 2x + 7,\ y = 0,\ x = \frac{\pi}{4},\ x = \frac{5\pi}{4}$;

$$S = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}(2\sin 4x + 3\cos 2x + 7)dx = \left.\left(-\frac{1}{2}\cos 4x + \frac{3}{2}\sin 2x + 7x\right)\right|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} =$$

$= 2+\frac{3}{2}+\frac{35\pi}{4}-2-\frac{3}{2}-\frac{7\pi}{4}=7\pi$.

1048. а) $y = x^3$, $y = 10\text{-}x$, $x = 0$; $x^3 = 10 - x$; $x = 2$;

$S=\int\limits_0^2(10-x)dx-\int\limits_0^2 x^3dx = 10x-\frac{x^2}{2}\Big|_0^2-\frac{x^4}{4}\Big|_0^2=20-2-4=14.$

б) $y = x^3$, $y = 10\text{-}x$, $y = 0$; $S=\int\limits_0^2 x^3dx+\int\limits_2^{10}(10-x)dx=4+32=36.$

в) $y=-x^3$, $y=5+4x$, $x=0$;

$S=\int\limits_{-1}^0(5x+4x)dx-\int\limits_{-1}^0(-x^3)dx=\int\limits_{-1}^0(5+4x)dx+\int\limits_{-1}^0 x^3dx=$

$=(5x+2x^2)\Big|_{-1}^0+\frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^0=5-2-\frac{1}{4}=2\frac{3}{4}$

г) $y=-x^3$, $y = 5 + 4x$, $y=0$; $-x^3=5+4x$; $x=-1$;

$\int\limits_{-\frac{5}{4}}^{-1}(5+4x)dx+\int\limits_{-1}^0 -x^3dx = 5x+2x^2\Big|_{-\frac{5}{4}}^{-1}-\frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^0=$

$=-5+2+\frac{25}{4}-\frac{25}{8}+\frac{1}{4}=-3+\frac{27}{8}=\frac{3}{8}.$

1049. а) $y=|x|$, $y=-|x|+2$. Полученная фигура будет квадратом со стороной $\sqrt{2}$, его площадь равна 2, S = 2.

б) $y=|x+1|$, $y=-(x-1)^2+2$; $|x+1|=-(x-1)^2+2$; $x+1=\pm(x-1)^2\mp2$;

$x=0,\ x=1$;

$S=\int\limits_0^1\left(-(x-1)^2+2\right)dx-\int\limits_0^1|x+1|\,dx=\left(-\frac{1}{3}(x-1)^3+2x\right)\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Bigg|_0^1=2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-1=\frac{1}{6}.$

в) $y=|x|-2$, $y=\frac{x}{2}$; $|x|-2=\frac{x}{2}$; $x=\pm\frac{x}{2}\mp2$; $x=4,\ x=-\frac{4}{3}$;

$S=\int\limits_{-\frac{4}{3}}^4\frac{x}{2}dx-\int\limits_{-\frac{4}{3}}^0(-x-2)dx-\int\limits_0^4(x-2)dx=\frac{x^2}{4}\Bigg|_{-\frac{4}{3}}^4+\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\Bigg|_{-\frac{4}{3}}^0-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Bigg|_0^4=$

$=4-\frac{4}{9}-\frac{8}{9}+\frac{8}{3}-8+8=4+\frac{4}{3}=5\frac{1}{3}.$

г) $y=(x-1)^2,\ y=-|x+1|+2;\ \ |x+1|=2-(x-1)^2;\ \ x+1=\pm 2\mp(x-1)^2;$
$x=0,\ x=1;$

$$S=\int_0^1\left(-|x+1|+2\right)dx-\int_0^1(x-1)^2dx=\left(-\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^1-\frac{1}{3}(x-1)^3\Big|_0^1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}.$$

1050. а) $y=3-x^2,\ y=1+|x|;\ \ 3-x^2=1+|x|;\ \ x=\pm 1;$

$$S=2\cdot\left(\int_0^1(3-x^2)dx-\int_0^1(1+|x|)dx\right)=2\left(\left(3x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1-\left(x+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right)=2\cdot\left(\frac{8}{3}-\frac{3}{2}\right)=\frac{7}{3}.$$

б) $y=x^2,\ y=2-|x|;\ \ x^2=2-|x|;\ \ x=\pm 1;$

$$S=2\cdot\left(\int_0^1(2-|x|)dx-\int_0^1x^2dx\right)=2\left(3x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1=2\cdot\left(2-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\frac{7}{3}.$$

1051. а) $y=\sin 2x,\ y=\frac{16x^2}{\pi^2};\ \ \sin 2x=\frac{16x^2}{\pi^2};\ \ x=\frac{\pi}{4}\qquad x=0;$

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2x\,dx-\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{16x^2}{\pi^2}dx=-\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\frac{16}{\pi^2}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{16}{\pi^2}\cdot\frac{\pi^3}{64\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{12}=\frac{6-\pi}{12}.$$

б) $y=x^2-1,\ y=\cos\frac{\pi x}{2};\ \ x^2-1=\cos\frac{\pi x}{2};\ \ x=\pm 1;$

$$S=\int_{-1}^{1}\cos\frac{\pi}{2}x\,dx-\int_{-1}^{1}(x^2-1)dx=\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}x\Big|_{-1}^{1}-\left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_{-1}^{1}=$$

$$=\frac{2}{\pi}+\frac{2}{\pi}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{\pi}+\frac{4}{3}.$$

в) $y=\cos x,\ y=\left(\frac{2x}{\pi}-1\right)^2;\ \ \cos x=\left(\frac{2x}{\pi}-1\right)^2;\ \ x=\frac{\pi}{2},\ x=0;$

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{2x}{\pi}-1\right)^2dx=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{\pi}{3\cdot 2}\left(\frac{2x}{\pi}-1\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1-\frac{\pi}{6}.$$

г) $y=x^2-2x,\ y=\sin\frac{\pi x}{2};\ \ x^2-2x=\sin\frac{\pi x}{2};\ \ x=0,\ x=2;$

$$S=\int_0^2 \sin\frac{\pi}{2}x\,dx-\int_0^2 (x^2-2x)dx=-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}x\Big|_0^2-\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_0^2=$$

$$=\frac{2}{\pi}+\frac{2}{\pi}-\frac{8}{3}+4=\frac{4}{\pi}+\frac{4}{3}.$$

1052. а) $S=\int_{-1}^{2}(2x-x^2)dx-\int_{-1}^{2}(x-2)dx=\left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2}-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_{-1}^{2}=$

$=4-\frac{8}{3}-1-\frac{1}{3}-2+4+\frac{1}{2}+2=7-3+\frac{1}{2}=4{,}5.$

б) $S=\int_{-1}^{2}(1-x)dx-\int_{-1}^{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)dx=\left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{2}-\left(\frac{x^3}{3}-x^2-\frac{5}{4}x\right)\Big|_{-1}^{2}=$

$=2-2+1+\frac{1}{2}-\frac{8}{3}+4+\frac{5}{2}-\frac{1}{3}-1+\frac{5}{4}=7-3+\frac{5}{4}=5{,}25$ (в ответе задачника опечатка).

1053. а) $\int_{\frac{1}{4}}^{x}\frac{dt}{\sqrt{t}}=x$;

$2\sqrt{t}\Big|_{\frac{1}{4}}^{x}=x$; $2\sqrt{x}-1=x$;

$4x=x^2+2x+1$;

$x^2-2x+1=0$;

$x=1$.

б) $\int_{0}^{x}\frac{dt}{\sqrt{2t+4}}=2$;

$\sqrt{2t+4}\Big|_0^x=2$;

$\sqrt{2x+4}=4$;

$x=6$.

в) $\int_{5}^{x}\frac{dt}{\sqrt{2t-1}}=x-11$;

$\sqrt{2t-1}\Big|_5^x=x-11$;

$\sqrt{2x-1}-3=x-11$;

$\sqrt{2x-1}=x-8$

$\begin{cases}2x-1=x^2-16x+64\\ x\ge 8\end{cases}$;

$\begin{cases}x^2-18x+65=0\\ x\ge 8\end{cases}$;

г) $\int_{2}^{x}\frac{dt}{\sqrt{t+2}}=2$

$2\sqrt{t+2}\Big|_2^x=2$

$2\sqrt{x+2}=6$

$x=7$

$x = 9 + 4 = 13$;
$x = 9 - 4 = 5$ — не подходит;
$x = 13$.

1054. а) $\int_0^x \cos^2 t dt = \frac{x}{2}$; $\int_0^x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2t\right) dt = \frac{x}{2}$; $\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^x = \frac{x}{2}$;

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x = \frac{x}{2}$; $x = \frac{\pi n}{2}$.

б) $\int_0^x \cos 2t dt + \int_{\frac{\pi}{4}}^x \sin 2t dt = 0$; $\frac{1}{2}\sin 2t\Big|_0^x - \frac{1}{2}\cos 2t\Big|_{\frac{\pi}{4}}^x = 0$;

$\sin 2x - \cos 2x = 0$; $\mathrm{tg} 2x = 1$; $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

в) $2\int_0^x \sin^2 t dt = x$; $\int_0^x (1 - \cos 2t) dt = x$; $\left(t - \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^x = x$;

$x - \frac{1}{2}\sin 2x = x$; $x = \frac{\pi n}{2}$.

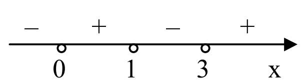
г) $\int_0^x (2\cos 2t + 6\cos 6t) dt = 0$; $(\sin 2t + \sin 6t)\Big|_0^x = 0$; $\sin 2x + \sin 6x = 0$;

$\sin 4x \cos 2x = 0$; $\sin 4x = 0$; $x = \frac{\pi n}{4}$; $\cos 2x = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$;

$x = \frac{\pi n}{4}$.

1055. а) $\int_0^x t dt < \frac{1}{2}$; $\frac{t^2}{2}\Big|_0^x < \frac{1}{2}$; $x^2 < 1$; $x \in (-1; 1)$.

б) $\int_0^x (3t^2 - 8t + 3) dt > 0$; $(t^3 - 4t^2 + 3t)\Big|_0^x > 0$;



$x^3 - 4x^2 + 3x > 0$;
$x(x-1)(x-3) > 0$;
$x \in (0;1) \cup (3;+\infty)$.

в) $\int_0^x t^3 dt < \frac{1}{4}$; $\frac{t^4}{4}\Big|_0^x < \frac{1}{4}$; $x^4 < 1$; $x \in (-1; 1)$.

г) $\int\limits_0^x (2t+5)dt > 6$; $\left(t^2+5t\right)\Big|_0^x > 6$; $x^2+5x-6>0$; $(x-1)(x+6)>0$;

$x \in (-\infty;-6) \cup (1;+\infty)$.

1056. а) $\int\limits_0^x \sin tdt < \frac{1}{2}$; $-\cos t\Big|_0^x < \frac{1}{2}$; $-\cos x + 1 < \frac{1}{2}$; $\cos x > \frac{1}{2}$;

$x \in \left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)$.

б) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^x \cos 2tdt > \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\frac{1}{2}\sin 2t\Big|_{\frac{\pi}{2}}^x > \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$2x \in \left(\frac{\pi}{4}+2\pi n; \frac{3\pi}{4}+2\pi n\right)$; $x \in \left(\frac{\pi}{8}+\pi n; \frac{3\pi}{8}+\pi n\right)$.

в) $\int\limits_0^x \cos tdt < \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin t\Big|_0^x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$x \in \left(-\frac{4\pi}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n\right)$.

г) $\int\limits_{\pi}^x \sin\frac{t}{2}dt > \sqrt{3}$; $-2\cos\frac{t}{2}\Big|_{\pi}^x > \sqrt{3}$; $-\cos\frac{x}{2} > \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\frac{x}{2} < -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$x \in \left(\frac{5\pi}{3}+4\pi n; \frac{7\pi}{3}+4\pi n\right)$.

1057. а) Вершина параболы $y = 2x - x^2$, $x_в = -\frac{2}{-2} = 1 \Rightarrow$ касательной в этой точке будет прямая y = 1.

$S = 1\cdot 1 - \int\limits_0^1 \left(2x - x^2\right)dx = 1 - \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1 = 1 - 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$

б) Аналогично предыдущей задаче $y = 2x^2 - 6x$, y = 4,5 — касательная в точке x = 1,5.

$S = 4,5\cdot 1,5 + 2\int\limits_0^{\frac{3}{2}} \left(x^2 - 3x\right)dx = \frac{27}{4} + 2\left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right)\Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}.$

1058. **а)** $y = x^3,\ x = 0,\quad y(1) = 1;\ y' = 3x^2;\ y'(1) = 3;\quad y = 3x - 2$ — **касательная к графику $y = x^3$ в точке $x = 1$;**

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 (3x-2)dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 = \frac{3}{4}.$$

б) $y = x^3;\ y'(x) = 3x^2;\ y'(0) = 0;\ y(0) = 0;\ y'(1) = 3;\ y(1) = 1;$

$y = 0,\ y = 3x - 2$ — касательная к графику $y = x^3$ в точках $x = 0$ и $x = 1$;

$$S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^{\frac{2}{3}} (3x-2)dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 - \left(\frac{3x^2}{2} - 2x\right)\Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12}.$$

1059. а) $y = 3 - \frac{1}{2}x^2;$

$y = 3 - \frac{1}{2}x_0^2 - x_0(x - x_0) = -x_0x - \frac{1}{2}x_0^2 + x_0^2 + 3 = -x_0x + \frac{1}{2}x_0^2 + 3.$

$y' = -x_0 = -1,\ y' = -x_0 = 1;\ x_0 = 1,\ x_0 = -1;$

$y = -x + \frac{1}{2} + 3 = -x + \frac{7}{2},$ — искомые касательные;

$y = x + \frac{7}{2};\ 3 - \frac{1}{2}x^2 = -x + \frac{7}{2};\ x^2 - 2x + 1 = 0;\ x = 1;$

$$S = 2\left(\int_0^1\left(-x + \frac{7}{2}\right)dx - \int_0^1\left(3 - \frac{1}{2}x^2\right)dx\right) = 2\left(-\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x\right)\Big|_0^1 - 2\left(3x - \frac{x^3}{6}\right)\Big|_0^1 =$$

$$= -1 + 7 - 6 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

б) $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2};\ y = \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2} + x_0(x - x_0) = xx_0 + \frac{1}{2}x_0^2 + \frac{5}{2};$

$y' = x_0 = 1;\ y' = x_0 = -1;\ y = x + 2;\ y = -x + 2$ — искомые касательные;

$x + 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2};\ x = 1;$

$$S = 2\left(\int_0^1\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}\right)dx - \int_0^1(x+2)dx\right) = 2\left(\frac{x^3}{6} + \frac{5}{2}x\right)\Big|_0^1 - 2\left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{3} + 5 - 1 - 4 = \frac{1}{3}.$$

1060. а) $y = \frac{x^2\sqrt{3}}{2};\ y = \frac{x_0^2\sqrt{3}}{2} + x_0\sqrt{3}(x - x_0) = \sqrt{3}x_0x - \frac{\sqrt{3}x_0^2}{2};$

1) $y' = \sqrt{3}x_0 = \sqrt{3}$, $y' = \sqrt{3}x_0 = -\sqrt{3}$;

$x_0 = 1$, $x_0 = -1$;

$y = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y = -\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ – уравнение искомых касательных;

2) $y' = \sqrt{3}x_0 = -\text{tg}30^\circ$; $y' = \sqrt{3}x_0 = \text{tg}30^\circ$;
$x_0 = -\frac{1}{3}$; $x_0 = \frac{1}{3}$;

$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18}$, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18}$ – уравнение искомых касательных;

$$1)\ S = 2\left(\int_0^1 \left(x^2 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)dx - \int_0^1 \left(\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)dx\right) =$$

$$= 2\left(\frac{x^3\sqrt{3}}{6}\right)\Bigg|_0^1 - 2\left(\frac{\sqrt{3}x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\Bigg|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$2)\ S=2\left(\int_0^{\frac{1}{3}} \left(x^2 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)dx - \int_0^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{18}\right)dx\right) = 2\left(\frac{x^3\sqrt{3}}{6}\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{3}} - 2\left(\frac{\sqrt{3}x^2}{6} - \frac{\sqrt{3}}{18}x\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{27} - \frac{\sqrt{3}}{27} + \frac{\sqrt{3}}{27} = \frac{\sqrt{3}}{27}.$$

б) $y = -\frac{x^2}{2\sqrt{3}}$; $y = \frac{x_0^2}{2\sqrt{3}} + \frac{x_0}{\sqrt{3}}(x - x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{3}}x + \frac{x_0^2}{\sqrt{3}}$;

1) $y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

$x_0 = 1$, $x_0 = -1$; $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$, $y = -\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$ – искомые касательные;

2) $y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, $y' = -\frac{x_0}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$;

$x_0 = -3$, $x_0 = 3$; $y = -\sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $y = \sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ – искомыекасательные;

$$1)\ S = 2\left(\int_0^1 \left(-\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)dx + \int_0^1 \frac{x^2}{2\sqrt{3}}dx\right) = \left(-\frac{x^2}{\sqrt{3}} + \frac{x}{\sqrt{3}}\right)\Bigg|_0^1 + \frac{x^3}{3\sqrt{3}}\Bigg|_0^1 = \frac{1}{3\sqrt{3}};$$

2) $S=2\left(\int_0^3\left(-\sqrt{3}x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)dx+\int_0^3\frac{x^2}{2\sqrt{3}}dx\right)=\left(-\sqrt{3}x+3\sqrt{3}x\right)\Big|_0^3+\frac{x^3}{3\sqrt{3}}\Big|_0^3=3\sqrt{3}.$

1061. а) $y=x^3-6x^2+9x+1$; $y'=3x^2-12x+9$;

$y(3)=27-54+27+1=1$; $y'(3)=27-36+9=0$;

$y=1$ — касательная к графику данной функции в точке $x=3$;

$x^3-6x^2+9x+1=1$; $x(x^2-6x+9)=0$; $x=0,\ x=3$;

$$S=\int_0^3\left(x^3-6x^2+9x+1\right)dx-3\cdot 1=\left(\frac{x^4}{4}-2x^3+\frac{9x^2}{2}+x\right)\Big|_0^3-3=$$

$$=\frac{81}{4}-54+\frac{81}{2}+3-3=\frac{27}{4}.$$

б) $y=x^3-3x$; $y(-1)=-1+3=2$; $y'=3x^2-3$; $y'(-1)=0$;

$y=2$ — касательная к графику данной функции в точке $x=-1$;

$x^3-3x=2$; $x=-1,\ x=2$;

$$S=3\cdot 2-\int_{-1}^2\left(x^3-3x\right)dx=6-\left(\frac{x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^2=6,75.$$

1062. а) $y=\frac{1}{x^2}$, $y=0$, $x=1$, $x=a$;

1) $S=\int_1^a\frac{1}{x^2}dx=\frac{7}{8}$; $-\frac{1}{x}\Big|_1^a=\frac{7}{8}$; $-\frac{1}{a}+1=\frac{7}{8}$; $\frac{1}{a}=\frac{1}{8}$; $a=8$.

2) $S=\int_a^1\frac{1}{x^2}dx=\frac{7}{8}$; $-\frac{1}{x}\Big|_a^1=\frac{7}{8}$; $-1+\frac{1}{a}=\frac{7}{8}$; $\frac{1}{a}=\frac{15}{8}$; $a=\frac{8}{15}$.

Ответ: $a=\frac{8}{15}$, $a=8$.

б) $y=\frac{1}{x^2}$, $y=0$, $x=-1$, $x=a$;

1) $S=\int_{-1}^a\frac{1}{x^2}dx=\frac{10}{11}$; $-\frac{1}{x}\Big|_{-1}^a=\frac{10}{11}$; $-\frac{1}{a}-1=\frac{10}{11}$; $\frac{1}{a}=-\frac{21}{11}$; $a=-\frac{11}{21}$.

2) $S=\int_a^{-1}\frac{1}{x^2}dx=\frac{10}{11}$; $-\frac{1}{x}\Big|_a^{-1}=\frac{10}{11}$; $1+\frac{1}{a}=\frac{10}{11}$; $a=-11$.

Ответ: $a = -11$, $a = -\frac{11}{21}$.

Глава 6. Степени и корни. Степенные функции

§ 39. Понятие корня n-й степени из действительного числа

1063. а) 3; 4   б) 5; 7   в) 11; 2   г) 37; 15

1064. а) $\sqrt{361} = 19$; $19^2 = 361$.   б) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$.

в) $\sqrt[3]{343} = 7$; $7^3 = 343$.   г) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$

1065. а) $\sqrt{25} = -5$; $\sqrt{25} = 5$.   б) $\sqrt[6]{-64} = -2$; $(-2)^6 \neq -64$.

в) $-\sqrt[3]{-8} = -2$; $\sqrt[3]{-8} = 2; -8 \neq 2^3$.   г) $\sqrt[4]{625} = -25$; $(-25)^4 = 625^2$.

1066. а) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$; $7-4\sqrt{3} = 4+3-4\sqrt{3}$. Верно.

б) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = 2-\sqrt{5}$; $2-\sqrt{5} < 0 \Rightarrow$ Неверно.

в) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{3}-2$; $\sqrt{3}-2 < 0 \Rightarrow$ Неверно.

г) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5}-2$; $9-4\sqrt{5} = 5+4-4\sqrt{5} \Rightarrow$ Верно.

1067. а) $\sqrt[4]{16} = 2$;   б) $\sqrt[5]{32} = 2$;

в) $\sqrt[4]{81} = 3$;   г) $\sqrt[3]{64} = 4$.

1068. а) $\sqrt[9]{512} = 2$;   б) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} = \frac{2}{5}$;

в) $\sqrt[3]{1331} = 11$;   г) $\sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{10}{11}$.

1069. а) $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5$;   б) $\sqrt[4]{0{,}0625} = 0{,}5$;

в) $\sqrt[4]{0{,}0081} = 0{,}3$;   г) $\sqrt[3]{0{,}027} = 0{,}3$.

1070. а) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$;   б) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$;

в) $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}=\sqrt[4]{\frac{625}{81}}=\frac{5}{3}$; г) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\frac{3}{2}$.

1071. а) $\sqrt[7]{-128}=-2$; б) $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=-\frac{1}{2}$;

в) $\sqrt[3]{-64}=-4$; г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=-\frac{1}{2}$.

1072. а) $-2\sqrt[4]{81}=-6$; б) $-3\sqrt[3]{-64}=12$;

в) $-5\sqrt[4]{16}=-10$; г) $4\sqrt[3]{-27}=-12$.

1073. а) $\sqrt[5]{32}+\sqrt[3]{-8}=2-2=0$; б) $\sqrt[4]{625}-\sqrt[3]{-125}=5+5=10$;

в) $3\sqrt[4]{16}-4\sqrt[3]{27}=6-12=-6$; г) $12-6\sqrt[3]{0{,}125}=12-3=9$.

1074. а) $\sqrt[5]{(-3)^3}=\sqrt[5]{-27}=-\sqrt[5]{27}$; Да

б) $\sqrt[8]{(-2)^5}=\sqrt[8]{-32}$ Нет

в) $\sqrt[10]{(-7)^2}=\sqrt[10]{49}$ Да

г) $\sqrt[3]{(-5)^2}=\sqrt[3]{25}$ Да

1075. а) $2<\sqrt{5}<3$; б) $2<\sqrt[3]{19}<3$;

в) $2<\sqrt[4]{52}<3$; г) $4<\sqrt[3]{67}<5$.

1076. а) $x^3=125$; $x=\sqrt[3]{125}$; $x=5$; б) $x^7=\frac{1}{128}$; $x=\frac{1}{2}$;

в) $x^5=32$; $x=2$. г) $x^9=1$; $x=1$.

1077. а) $x^4=17$; $x=\pm\sqrt[4]{17}$. б) $x^4=-16$ — решений нет.

в) $x^6=11$; $x=\pm\sqrt[6]{11}$. г) $x^8=-3$ — решений нет.

1078. а) $x^3+8=0$; $x=\sqrt[3]{-8}$; $x=-2$.

б) $3x^8-9=0$; $x^8=3$; $x=\pm\sqrt[8]{3}$.

в) $x^4-19=0$; $x=\pm\sqrt[4]{19}$.

г) $5x^{10}+6=0$; $x^{10}=-\frac{6}{5}$; — решений нет.

1079. а) $\sqrt[3]{x-5}=-3$; $x-5=-27$; $x=-22$.

б) $\sqrt[4]{4-5x}=-2$ — решений нет.

в) $\sqrt[5]{2x+8}=-1$; $2x+8=-1$; $x=-\frac{9}{2}$.

г) $\sqrt[3]{7-4x}=4$; $7-4x=64$; $x=-\frac{57}{4}$.

1080. а) $\sqrt[3]{x^2-9x-19}=-3$; $x^2-9x-19=-27$; $x^2-9x+8=0$;
$x=1$, $x=8$.

б) $\sqrt[4]{x^2-10x+25}=2$; $x^2-10x+25=16$; $x^2-10x+9=0$;
$x=9$, $x=1$.

в) $\sqrt[7]{2x^2+6x-57}=-1$; $2x^2+6x-56=0$; $x^2+3x-28=0$
$x=\frac{-3+11}{2}=4$; $x=\frac{-3-11}{2}=-7$.

г) $\sqrt[6]{x^2+7x+13}=1$; $x^2+7x+12=0$; $x=-4$, $x=-3$.

1081. а) $\sqrt[3]{5}$; 2; $\sqrt[4]{17}$. б) $\sqrt[5]{100}$; 4; $\sqrt[3]{75}$.

в) $\sqrt[3]{7}$; $\sqrt[5]{40}$; 3. г) $\sqrt[6]{60}$; 2; $\sqrt[4]{20}$.

1082. а) $\sqrt[4]{0{,}1}$; -1; $\sqrt[3]{-5}$. б) 0; $\sqrt[3]{-0{,}25}$; $\sqrt[5]{-29}$.

в) $\sqrt[5]{-1{,}5}$; -2; $\sqrt[3]{-9}$. г) $\sqrt[3]{2}$; 1; $\sqrt[3]{-2}$.

1083. а) $2=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=\sqrt[4]{(-2)^4}\neq-2$; $\sqrt[4]{(-2)^4}=2$.

б) $5=\sqrt[6]{15625}=\sqrt[6]{5^6}=\sqrt[6]{(-5)^6}\neq-5$; $\sqrt[6]{(-5)^6=5.}$

1084. а) $\sqrt[3]{15}-\sqrt[4]{90}\vee 0$; $\sqrt[3]{15}\vee\sqrt[4]{90}$; $50625<729000$; $\sqrt[3]{15}-\sqrt[4]{90}<0$.

б) $3-\sqrt[7]{150}>0$. в) $\sqrt[5]{40}-\sqrt[3]{50}<0$. г) $\sqrt[4]{300}-5<0$.

1085. а) $0{,}02x^6-1{,}28=0$; $x^6=64$; $x=\pm2$.

б) $-\frac{3}{4}x^8+18\frac{3}{4}=0$; $x^8=25$; $x=\pm\sqrt[4]{5}$.

в) $0{,}3x^9-2{,}4=0$; $x^9=8$; $x=\sqrt[3]{2}$.

г) $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0$; $x^4 = 16$; $x = \pm 2$.

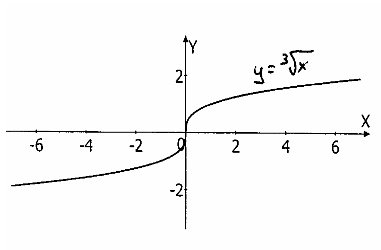
1086. а) $\sqrt[5]{-12}$; $\frac{\pi}{2}$; 2; $\sqrt[6]{70}$. б) $\sqrt[5]{-\pi}$; $\frac{3}{\pi}$; 1; $\sqrt[7]{\pi}$.

в) $\sqrt[3]{-2}$; $\frac{\pi}{3}$; $2{,}5$; $\sqrt{2\pi}$. г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{2}}$; 0; $\sqrt[3]{200}$; 2π.

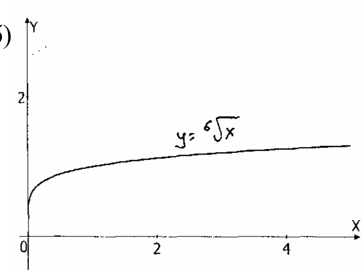
§ 40. Функции, $y = \sqrt[n]{x}$ их свойства и графики

1087.

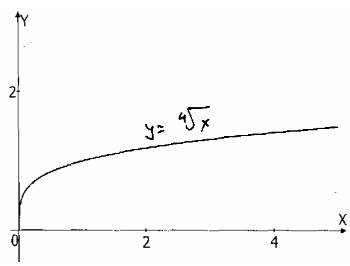
а)



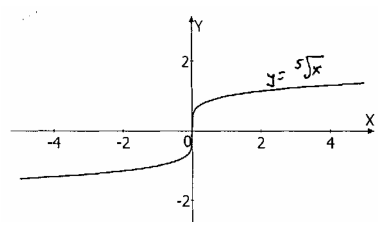
б)



в)

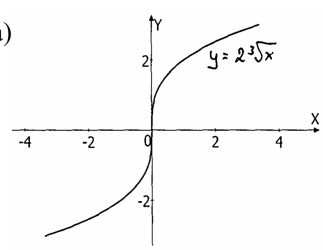


г)

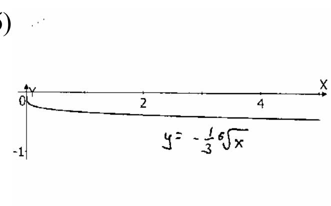


1088.

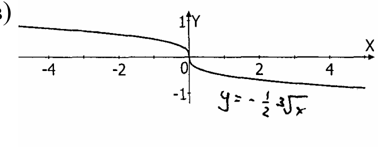
а)



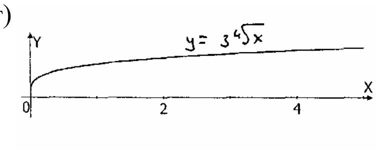
б)



в)

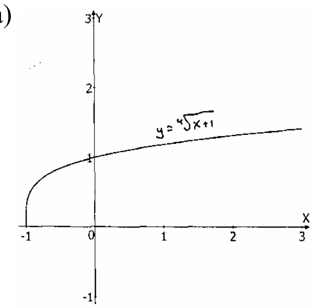


г)

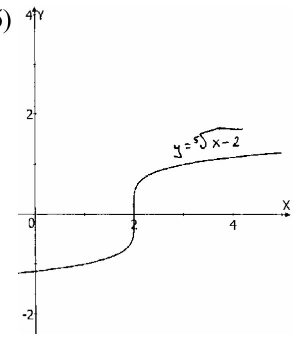


1089.

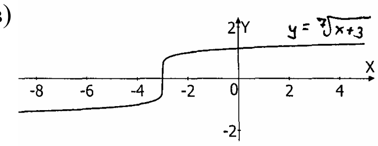
а)



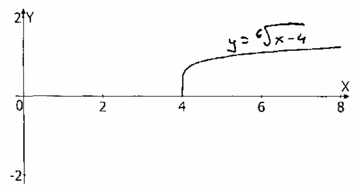
б)



в)

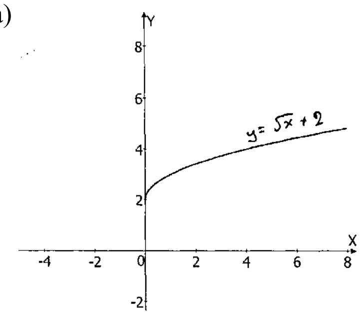


г)

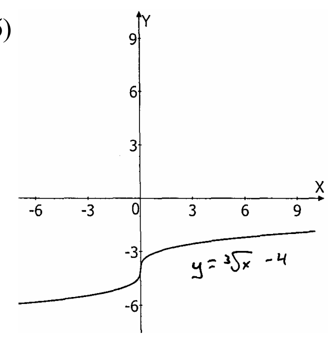


1090.

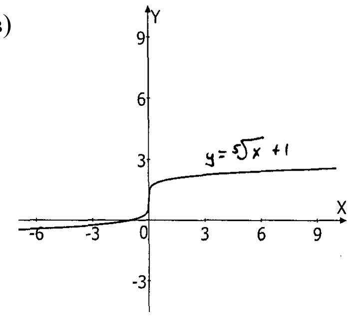
а)



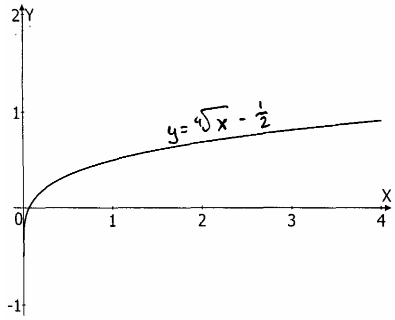
б)



в)

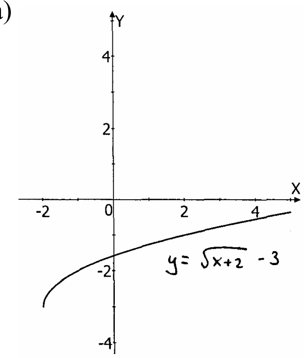


г)

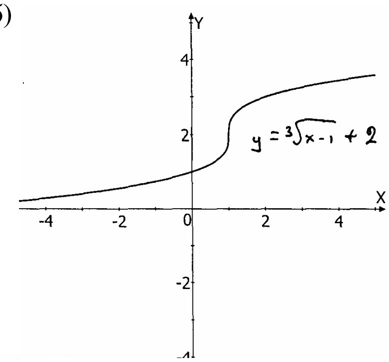


1091.

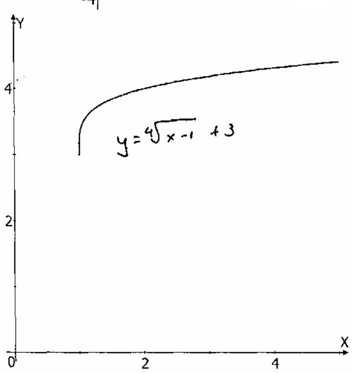
а)



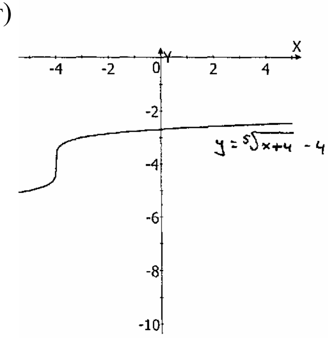
б)



в)



г)



1092. $y = \sqrt[4]{x}$

а) $x \in [0;1]$, $\min y = 0$, $\max y = 1$;

б) $x \in [1;3)$, $\min y = 1$, $\max y$ не существует;

в) $x \in [5;16]$, $\min y = \sqrt[4]{5}$, $\max y = 2$;

г) $x \in [16;+\infty)$, $\min y = 2$, $\max y$ не существует;

1093. $y = \sqrt[5]{x}$

а) $x \in [-1;1]$, $\min y = -1$, $\max y = 1$;

б) $x \in (-\infty;1]$, $\min y$ не существует, $\max y = 1$;

в) $x \in [-32;32]$, $\min y = -2$, $\max y = 2$;

г) $x \in [2;+\infty)$, $\min y = \sqrt[5]{2}$, $\max y$ не существует.

1094. а) $y = \sqrt[4]{x}$; $y = x^2$; $\sqrt[4]{x} = x^2$; $x = x^8$; $x = 1$, $x = 0$; (0;0), (1;1).

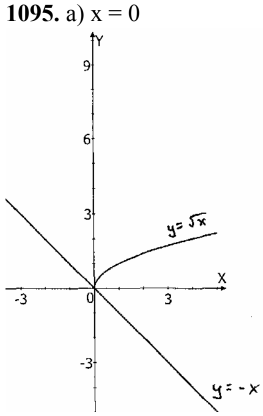
б) $y = \sqrt[3]{x}$; $y = |x|$; $\sqrt[3]{x} = |x|$; $x = 1$, $x = 0$; (0;0), (1;1).

в) $y = \sqrt[6]{x}$; $y = x$; $\sqrt[6]{x} = x$; $x = 1$, $x = 0$.

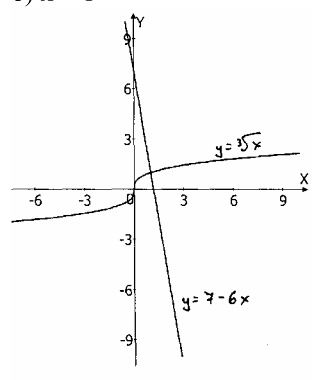
г) $y = \sqrt[5]{x}$; $y = -x - 2$; (0;0), (1;1);

$\sqrt[5]{x} = -x - 2$; $x = 1$; (–1;–1).

1095. а) x = 0

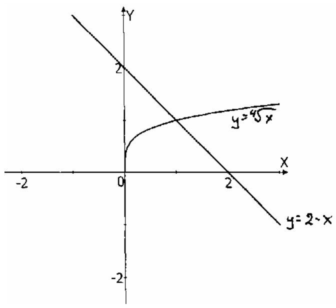


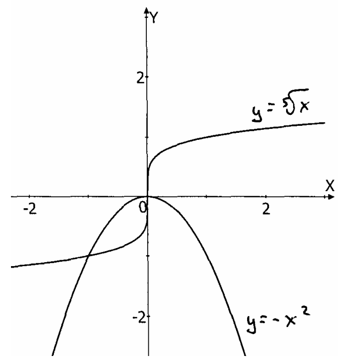
б) x = 1



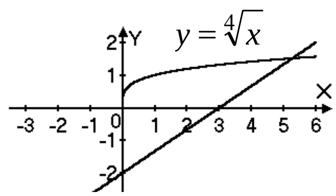
в) x = 1

г) x = 0, x = -1

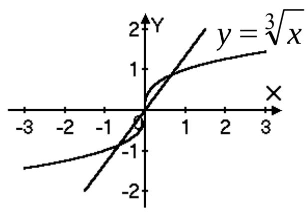




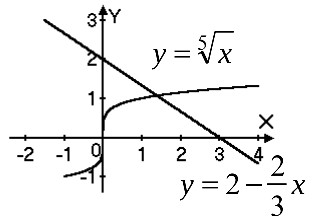
1096. а) $\begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ y = \dfrac{2x}{3} - 2 \end{cases}$ — одно решение.



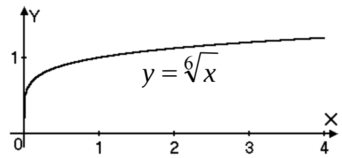
б) $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ 3y - 4x = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = \dfrac{4}{3}x \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$ — три решения (в ответе задачника опечатка).

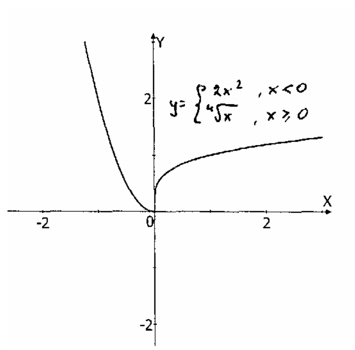


в) $\begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ 6 - 2x - 3y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ y = 2 - \dfrac{2}{3}x \end{cases}$ — одно решение.



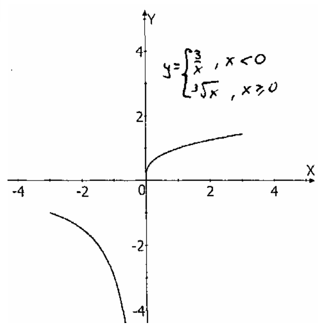
г) $\begin{cases} y=\sqrt[6]{x} \\ 5+x-2y=0 \end{cases}$; $\begin{cases} y=\sqrt[6]{x} \\ y=\frac{5}{2}+\frac{x}{2} \end{cases}$ — нет решений.





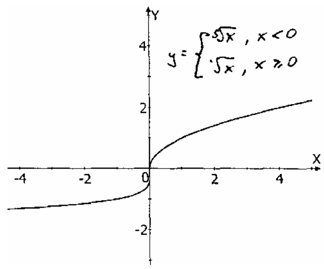
1097. $y=\begin{cases} 2x^2, & x>0 \\ \sqrt[4]{x}, & x\geq 0 \end{cases}$

1) y (x) убывает при x<0, возрастает при x≥0.
2) $x_{min}=0$, $y_{min}\leq 0$.
3) y = 0 при x = 0.



1098. $y=\begin{cases} \frac{3}{x}, & x<0 \\ \sqrt{x}, & x\geq 0 \end{cases}$

1) y (x) убывает при x<0, возрастает при x≥0.
2) Экстремумов нет.
3) y = 0 при x = 0.



1099. $y = \begin{cases} \sqrt[5]{x}, \ x < 0 \\ \sqrt{x}, \ x \ge 0 \end{cases}$

1) y (x) убывает при $\forall x \in R$.
2) Экстремумов нет.
3) y = 0 при x = 0.

1100. а) $y = \sqrt[4]{2x-4}$; $2x-4 \ge 0$; $x \ge 2$;

б) $y = \sqrt[6]{3x-9}$; $3x-9 \ge 0$; $x \ge 3$.

в) $y = \sqrt[8]{2-3x}$; $2-3x \ge 0$; $x \le \frac{2}{3}$.

г) $y = \sqrt[12]{1-5x}$; $1-5x \ge 0$; $x \le \frac{1}{5}$.

1101. а) $y = \sqrt[3]{x^2+5}$; $x \in R$. б) $y = \sqrt[7]{x^3-1}$; $x \in R$.

в) $y = \sqrt[9]{6x-7}$; $x \in R$. г) $y = \sqrt[5]{2x+1}$; $x \in R$.

1102. а) $y = \sqrt{5x+8} + \sqrt[4]{2x-4}$; $\begin{cases} x \ge 2 \\ x \ge -\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x \ge 2.$

б) $y = \sqrt[6]{2x+1} - \sqrt[8]{5-10x}$; $\begin{cases} 2x+1 \ge 0 \\ 5-10x \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge -\frac{1}{2} \\ x \le \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

в) $y = \sqrt[10]{3x-12} - \sqrt[4]{2x-1}$; $\begin{cases} 3x-2 \ge 0 \\ 2x-1 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge 4 \\ x \ge \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x \ge 4.$

г) $y = \sqrt{8-16x} + \sqrt[12]{10x+20}$; $\begin{cases} 8-16x \ge 0 \\ 10x+20 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \le \frac{1}{2} \\ x \ge 2 \end{cases}$ — решений нет.

1103. а) $y = \sqrt{x^2+4x-12}$; $x^2+4x-12 \ge 0$; корни: $x_1 = -6$; $x_2 = 2$;
$x \in (-\infty; -6] \cup [2; +\infty)$,

б) $y = \sqrt[12]{15-x^2+2x}$; $-x^2+2x+15 \ge 0$; $x^2 - 2x - 15 \le 0$;
корни: $x_1 = -3$; $x_2 = 5$; $x \in [-3; 5]$.

в) $y = \sqrt{x^2-8x+12}$; $x^2-8x+12 \ge 0$; корни: $x_1 = 2$; $x_2 = 6$;

$x \le 2,\ x \ge 6.$

г) $y=\sqrt[6]{4-x^2-3x}$; $4-x^2-3x \ge 0$; $x^2+3x-4 \le 0$; $x \in [-4;1]$.

1104. а) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x-8}{3x+5}}$; $\dfrac{x-8}{3x+5} \ge 0$; $x \ge 8,\ x < -\dfrac{5}{3}$.

б) $y=\sqrt[5]{\dfrac{1+9x}{4+3x}}$; $x \in R$ кроме $x=-\dfrac{4}{3}$.

в) $y=\sqrt[3]{\dfrac{12-5x}{7-2x}}$; $x \in R$ кроме $x=\dfrac{7}{2}$.

г) $y=\sqrt{\dfrac{3-7x}{2x+9}}$; $\dfrac{3-7x}{2x+9} \ge 0$; $\dfrac{7x-3}{2x+9} \le 0$; $x \in \left(-4;5;\dfrac{3}{7}\right]$.

1105. а) $y=\sqrt[4]{x+1}$; $y \in [0;+\infty)$. б) $y=\sqrt[5]{x-2}$; $y \in R$.

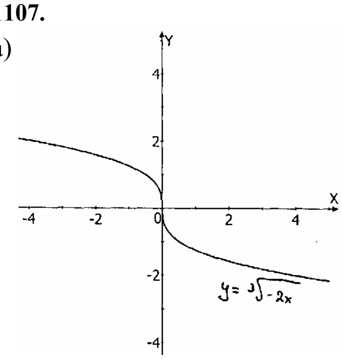
в) $y=\sqrt[7]{x+3}$; $y \in R$. г) $y=\sqrt[6]{x-4}$; $y \in [0;+\infty)$.

1106. а) $y=2+\sqrt[4]{x}$; $y \in [2;+\infty)$. б) $y=\sqrt[5]{x}-3$; $y \in R$.

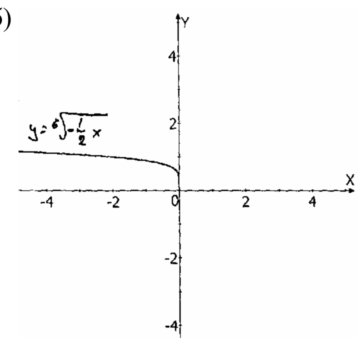
в) $y=\sqrt[6]{x}-3$; $y \in [-3;+\infty)$. г) $y=2+\sqrt[3]{x}$; $y \in R$

1107.

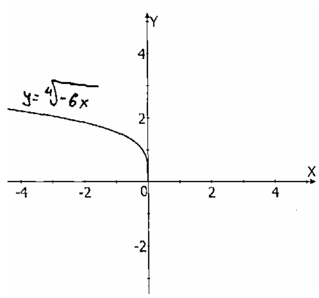
а)



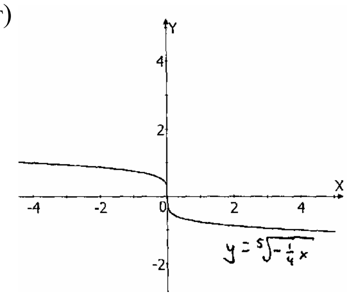
б)



в)

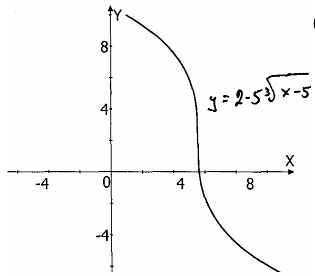


г)

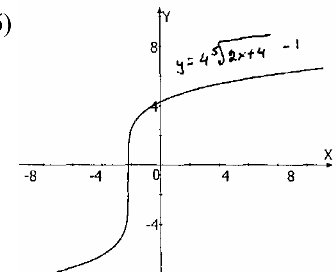


1108.

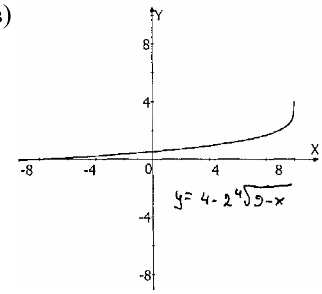
а)



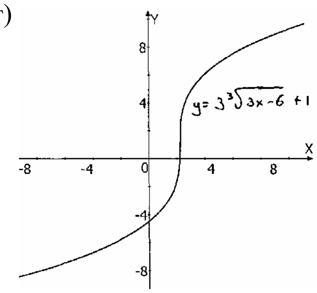
б)



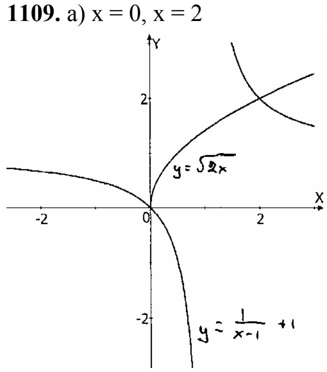
в)

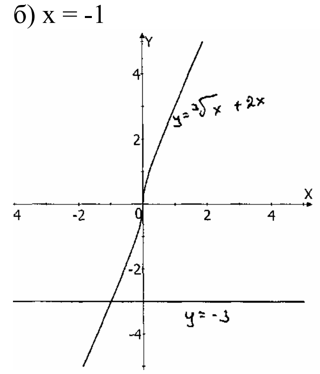


г)

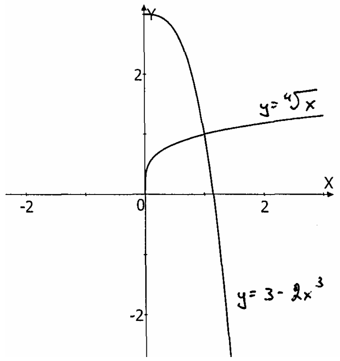


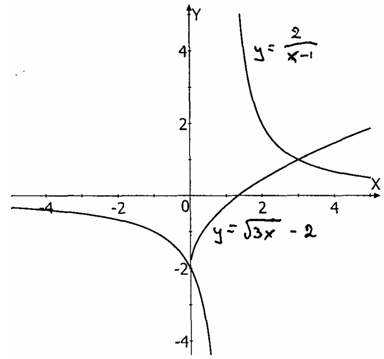
1109. а) x = 0, x = 2 б) x = -1





в) x = 1 г) x = 0, x = 3

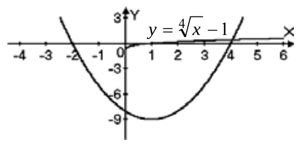


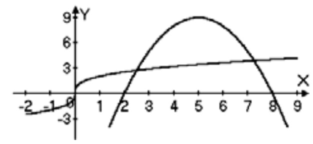


1110. а) $\begin{cases} y = 4\sqrt{x} - 1 \\ y = x^2 - 2x - 8 \end{cases}$; б) $\begin{cases} y = 2\sqrt[3]{x} \\ y = 10x - 16 - x^2 \end{cases}$;

$\begin{cases} y = (x-4)(x+2) \\ y = \sqrt[4]{x} - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} y = (x-2)(8-x) \\ y = 2\sqrt[3]{x} \end{cases}$

одно решение. 2 решения.

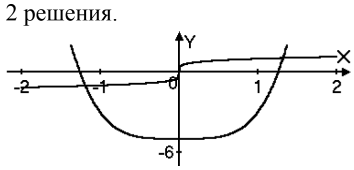


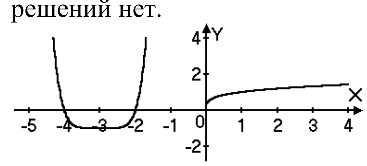


1111. а) $\begin{cases} y = \sqrt[5]{x} \\ y = 2x^4 - 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} y = \sqrt[4]{x} \\ y = (x+3)^6 - 1 \end{cases}$;

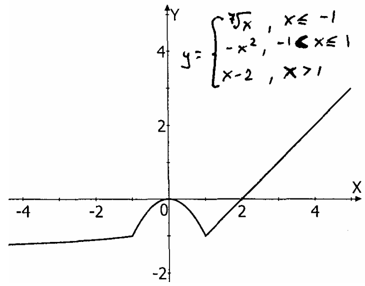
$\begin{cases} y = \left(\sqrt{2}x^2 + \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}x + \sqrt[8]{5}\right)\left(\sqrt{2}x - \sqrt[9]{5}\right) \\ y = \sqrt[5]{x} \end{cases}$ $\sqrt[4]{x} = (x+3)^6 - 1$

2 решения. решений нет.



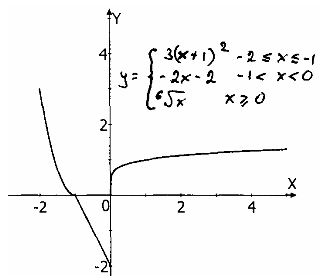


1112. $y = \begin{cases} \sqrt[7]{x}, \ x \le -1 \\ x^2, \ -1x \le 1 \\ x - 2, \ x > 1 \end{cases}$



1) y (x) возрастает при $x \in (-\infty;0] \cup (1;+\infty)$, убывает при $x \in (0;1]$.
2) Экстремумы: $x_{max} = 0$, $y(0) = 0$
$x_{min} = 1$; $y(1) = -1$.
3) y = 0 при x = 0, x = 2.

1113. $y = \begin{cases} 3(x+1)^2, \ -2 \le x \le -1 \\ -x^2, \ -1 < x \le 1 \\ x-2, \ x > 1 \end{cases}$



1) y (x) возрастает при $x \in [0;+\infty)$, убывает при $x \in (-\infty;0)$.
2) Экстремумов нет.
3) y = 0 при x = 0, x = –1.

1114. а) $y=\sqrt{25-x^2}+\sqrt[8]{x^2-1}$; $\begin{cases} 25-x^2 \ge 0 \\ x^2-1 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| \le 5 \\ |x| \ge 1 \end{cases}$; $x \in [-5;-1] \cup [1;5]$.

б) $y = \sqrt[12]{x^2-9} - \sqrt[10]{16-x^2}$; $\begin{cases} x^2-9 \ge 0 \\ 16-x^2 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| \ge 3 \\ |x| \le 4 \end{cases}$; $x \in [-4;-3] \cup [3;4]$.

в) $y = \sqrt[4]{x^2-4} - \sqrt{x^2-25}$; $\begin{cases} x^2-4 \ge 0 \\ x^2-25 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| \ge 4 \\ |x| \le 5 \end{cases}$; $x \in (-\infty;-5] \cup [5;+\infty)$.

г) $y = \sqrt[6]{64-x^2} - \sqrt[14]{x^2-100}$; $\begin{cases} 64-x^2 \ge 0 \\ x^2-100 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| \le 8 \\ |x| \ge 10 \end{cases}$ — решений нет.

1115. а) $y=\sqrt[6]{x^2-6x+5}-\sqrt{x^2-3x}$; $\begin{cases} x^2-6x+5\ge 0 \\ x^2-3x\ge 0 \end{cases}$;

$\begin{cases} (x-5)(x-1)\ge 0 \\ x(x-3)\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\in(-\infty;1]\cup[5;+\infty) \\ x\in(-\infty;0]\cup[3;+\infty) \end{cases}$; $x\in(-\infty;0]\cup[5;+\infty)$.

б) $y=\sqrt[12]{15-2x-x^2}-\sqrt{x^2+6x+8}$; $\begin{cases} 15-2x-x^2\ge 0 \\ x^2+6x+8\ge 0 \end{cases}$;

$\begin{cases} (x+5)(x-3)\le 0 \\ (x+4)(x+2)\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\in[-5;3] \\ x\in(-\infty;-4]\cup[-2;+\infty) \end{cases}$; $x\in[-5;-4]\cup[-2;3]$.

1116. а) $y=\sqrt[4]{\dfrac{2x-5}{4x+8}}+\dfrac{\sqrt{x^2+2x-3}}{x-3}$; $x\ne 3$, $x\ne -2$; $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{4x+8}\ge 0 \\ x^2+2x-3\ge 0 \end{cases}$;

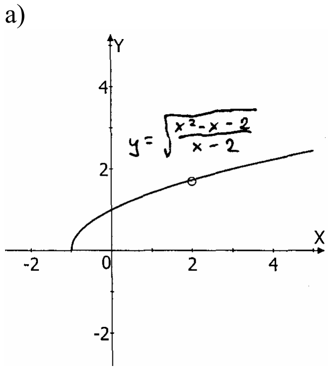
$\begin{cases} \dfrac{2x-5}{4x+8}\ge 0 \\ (x+3)(x-1)\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right) \\ x\in(-\infty;-3]\cup[1;+\infty) \end{cases}$; $x\in(-\infty;-3]\cup\left[\dfrac{5}{2};3\right)\cup(3;+\infty)$.

б) $y=\dfrac{\sqrt[6]{x^2-5x}}{2x+2}-\sqrt{\dfrac{2x+3}{x-4}}$; $\begin{cases} x^2-5x\ge 0 \\ x\ne -1 \\ x\ne 4 \\ \dfrac{2x+3}{x-4}\ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\in(-\infty;0]\cup[5;+\infty) \\ x\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\cup(4;+\infty) \\ x\ne -1 \\ x\ne 4 \end{cases}$;

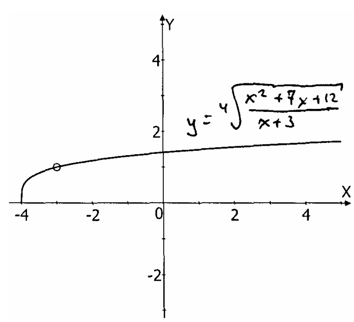
$x\in(-\infty;-1)\cup\left(-1;\dfrac{3}{-2}\right]\cup[5;+\infty)$ (в ответе задачника опечатка).

1117.

а)

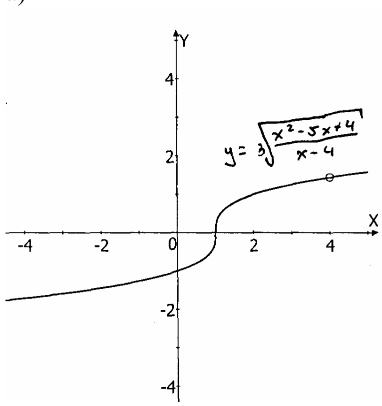


б)

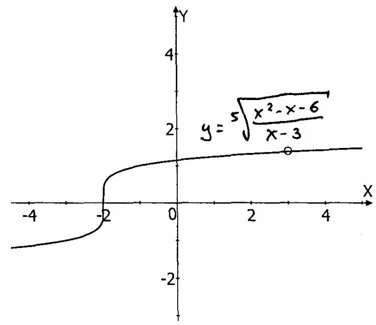


1118.

а)

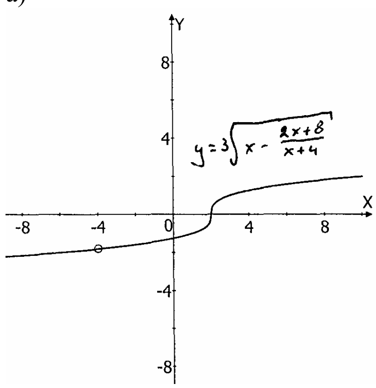


б)

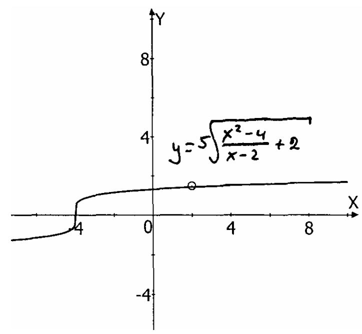


1119.

а)

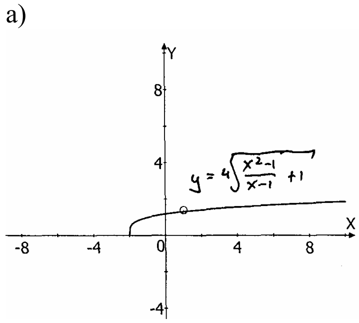


б)

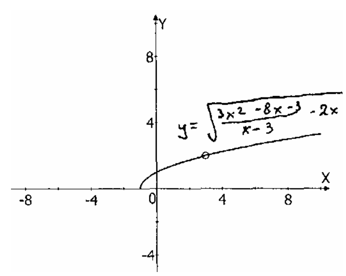


1120.

а)



б)



§ 41. Свойства корня n-й степени

1121. а) $\sqrt[3]{8\cdot 27}=2\cdot 3=6$; б) $\sqrt[4]{16\cdot 0{,}0001}=4\cdot 0{,}1=0{,}4$;

в) $\sqrt[4]{625\cdot 16}=5\cdot 2=10$; г) $\sqrt[5]{0{,}00032\cdot 243}=0{,}2\cdot 3=\frac{3}{5}$.

1122. а) $\sqrt[5]{243\cdot\frac{1}{32}}=3\cdot\frac{1}{2}\leq\frac{3}{2}$; б) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}=\frac{2}{5}$;

в) $\sqrt[5]{7\cdot\frac{19}{32}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}\leq\frac{3}{2}$; г) $\sqrt[6]{64\cdot\frac{1}{729}}=2\cdot\frac{1}{3}\leq\frac{2}{3}$.

1123. а) $\sqrt[3]{24\cdot 9}=\sqrt[3]{8\cdot 27}=2\cdot 3=6$;

б) $\sqrt[5]{48\cdot 162}=\sqrt[5]{\frac{48}{3}\cdot 2\cdot 243}=2\cdot 3=6$;

в) $\sqrt[3]{75\cdot 45}=3\sqrt[3]{75\cdot\frac{5}{3}}=3\cdot 5=15$;

г) $\sqrt[4]{54\cdot 24}=\sqrt[4]{9\cdot 6\cdot 3\cdot 8}=3\cdot 2=6$.

1124. а) $\sqrt[4]{\frac{125}{0{,}2}}=\sqrt[4]{625}=5$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{0{,}0625}}=\frac{2}{0{,}2}=10$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27}{0{,}125}}=\frac{3}{0{,}5}=6$; г) $\sqrt[6]{\frac{16}{0{,}25}}=\sqrt[6]{64}=2$.

1125. а) $\sqrt[3]{5^6\cdot 2^9}=5^2\cdot 2^3=25\cdot 8=200$;

б) $\sqrt[5]{0{,}2^{10}\cdot 10^{10}}=0{,}2^2\cdot 10^2=2^2=4$;

в) $\sqrt[3]{0{,}2^3\cdot 5^6}=0{,}2\cdot 5^2=5$; г) $\sqrt[6]{36^3\cdot 2^6}=6\cdot 2=12$.

1126. а) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}}=\frac{7^2}{3}=\frac{49}{3}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{5^5}{13^{10}}}=\sqrt[3]{\frac{25\cdot 5^3}{13^7\cdot 13^3}}=\frac{5}{13^3}\sqrt[3]{\frac{25}{13}}=\frac{5}{2197}\sqrt[3]{\frac{25}{13}}$;

в) $\sqrt[4]{\frac{3^{12}}{2^8}}=\frac{3^3}{2^2}=\frac{27}{4}$; г) $\sqrt[5]{\frac{5^5}{13^{10}}}=\frac{5}{169}$.

1127. а) $\sqrt[4]{x^2}=\sqrt{x}$; б) $\sqrt[6]{a^3}=\sqrt{a}$;

в) $\sqrt[10]{a^5}=\sqrt{a}$; г) $\sqrt[8]{q^4}=\sqrt{q}$.

1128. а) $\sqrt[8]{a^6}=\sqrt[4]{a^3}$; б) $\sqrt[6]{y^4}=\sqrt[3]{y^2}$;

в) $\sqrt[12]{m^8}=\sqrt[3]{m^2}$; г) $\sqrt[24]{n^{16}}=\sqrt[3]{n^2}$.

1129. а) $\sqrt[4]{b^8}=b^2$; б) $\sqrt{l^6}=l^3$;

в) $\sqrt[5]{d^{15}}=d^3$; г) $\sqrt[3]{t^{12}}=t^4$.

1130. а) $\sqrt{a^2b^4}=ab^2$; б) $\sqrt[3]{a^3b^6}=ab^2$;

в) $\sqrt[4]{a^4b^8}=ab^2$; г) $\sqrt[5]{a^5b^{15}}=ab^3$.

1131. а) $\sqrt{c^2d^6}=cd^3$; б) $\sqrt[3]{m^3n^9}=mn^3$;

в) $\sqrt[3]{x^6y^3}=x^2y$; г) $\sqrt{p^6r^{12}}=p^3r^6$.

1132. а) $\sqrt{\frac{49a^4}{169b^2}}=\frac{7a^2}{13b}=\frac{7}{13}\frac{a^2}{b}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8}{c^{12}}}=\frac{2ab^2}{c^3}$;

в) $\sqrt[3]{\frac{27a^6}{64b^3}}=\frac{3a^2}{4b}$; г) $\sqrt[5]{\frac{32a^4b^{10}}{243c^5}}=\frac{2a^{\frac{4}{5}}b^2}{3c}$.

1133. а) $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{16}=2$; б) $\sqrt[3]{135}\cdot\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{3375}=15$;

в) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{100}=10$; г) $\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[5]{486}=\sqrt[5]{7776}=6$.

1134. а) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{27}=3$; б) $\frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}}=\sqrt[5]{\frac{1}{32}}=\frac{1}{2}$;

в) $\frac{\sqrt[7]{256}}{\sqrt[7]{2}}=\sqrt[7]{128}=2$; г) $\frac{\sqrt[4]{256}}{\sqrt[4]{4}}=\sqrt[4]{64}=2\sqrt{2}$.

1135. а) $\sqrt[4]{32\cdot3}\cdot\sqrt[4]{8\cdot27}=\sqrt[4]{256}\sqrt[4]{81}=4\cdot3=12$;

б) $\sqrt[5]{2^5 7^2}\cdot\sqrt[5]{7^3}=2\cdot7=14$.

1136. а) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[6]{3}$, $\sqrt[6]{4}$ и $\sqrt[6]{3}$;

б) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[12]{125}$ и $\sqrt[12]{729}$;

в) $\sqrt{7}$ и $\sqrt[12]{8}$, $\sqrt[4]{49}$ и $\sqrt[4]{2}$;

г) $\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[5]{2}$, $\sqrt[15]{243}$ и $\sqrt[15]{8}$.

1137. а) $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[6]{7}$, $\sqrt[6]{27}$, $\sqrt[6]{16}$ и $\sqrt[6]{7}$;

б) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[6]{9}$ и $\sqrt[6]{8}$;

в) $\sqrt{6}$, $\sqrt[4]{17}$ и $\sqrt[8]{40}$, $\sqrt[8]{1296}$, $\sqrt[8]{289}$ и $\sqrt[8]{40}$;

г) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[15]{100}$, $\sqrt[15]{27}$, $\sqrt[15]{32}$ и $\sqrt[15]{100}$.

1138. а) $\sqrt[4]{26} \vee \sqrt{5}$, $\sqrt[4]{26} > \sqrt[4]{25}$;

б) $\sqrt[3]{5} \vee \sqrt{3}$, $\sqrt[6]{25} < \sqrt[6]{27}$;

в) $\sqrt[3]{7} \vee \sqrt[6]{47}$, $\sqrt[6]{49} > \sqrt[6]{47}$;

г) $-\sqrt[4]{4} \vee -\sqrt[3]{3}$, $-\sqrt[6]{8} > -\sqrt[6]{9}$.

1139. а) $\sqrt{2}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{4}\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8}$; б) $\sqrt[3]{3}\sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{9}\sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{27}$;

в) $\sqrt{2}\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{8 \cdot 9} = \sqrt[6]{72}$; г) $\sqrt[4]{2}\sqrt[6]{3} = \sqrt[12]{8 \cdot 9} = \sqrt[12]{72}$.

1140. а) $\sqrt[4]{3b^3}\sqrt{3b} = \sqrt[4]{3b^3}\sqrt[4]{9b^2} = \sqrt[4]{27b^5}$;

б) $\sqrt{2a}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{8a^3}\sqrt[6]{4a^5} = \sqrt[6]{32a^8}$;

в) $\sqrt{a}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^3}\sqrt[6]{a^5} = \sqrt[6]{a^8}$;

г) $\sqrt[3]{y}\sqrt[6]{3y^3} = \sqrt[6]{y^2}\sqrt[6]{y^3} = \sqrt[6]{3y^5}$.

1141. а) $\sqrt[3]{ab}\sqrt[6]{4ab} = \sqrt[6]{a^2b^2}\sqrt[6]{4a^3b^3} = \sqrt[6]{4a^3b^3}$;

б) $\sqrt[5]{a^4b^3} \cdot \sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^8b^6}\sqrt[10]{a^5b^2} = \sqrt[10]{a^{13}b^8}$;

в) $\sqrt[6]{5ab^2} \cdot \sqrt[3]{5a^3b^4} = \sqrt[6]{5ab^2}\sqrt[6]{25a^6b^8} = \sqrt[6]{125a^7b^{10}}$;

г) $\sqrt[8]{6xz} \cdot \sqrt[6]{xz^5} = \sqrt[24]{216x^3z^3}\sqrt[24]{x^4z^{20}} = \sqrt[24]{216x^7z^{23}}$.

1142. а) $\sqrt[4]{a^3} : \sqrt{a} = \sqrt[4]{a}$; б) $\sqrt[12]{a^2b^3} : \sqrt[6]{ab^4} = \sqrt[12]{b^{-5}}$;

в) $\sqrt[6]{a^5} : \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^7}$; г) $\sqrt[4]{a^3b^5} : \sqrt[5]{ab} = \sqrt[20]{a^{11}b^{21}}$.

1143. а) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$; б) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$;

в) $\left(\sqrt[5]{7}\right)^5 = 7$; г) $\left(\sqrt[p]{b}\right)^p = b$.

1144. а) $\left(2\sqrt{5}\right)^4 = 16 \cdot 25 = 400$; б) $\left(b\sqrt[n]{\frac{1}{b}}\right)^{2n} = b^{2n} \cdot \frac{1}{b^2} = b^{2n-2}$;

в) $\left(3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{2}}\right)^5 = \frac{243}{2}$; г) $\left(\frac{1}{b}\sqrt[p]{b}\right)^{2p} = \frac{1}{b^{2p}} \cdot b^2 = b^{2-2p}$.

1145. а) $\left(\sqrt[3]{3a}\right)^9 = 27a^3$; б) $\left(5a\sqrt[3]{a}\right)^2 = 25a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} = 25\sqrt[3]{a^8}$;

в) $\left(-5\sqrt[3]{a^2}\right)^2 = 25\sqrt[3]{a^4}$;   г) $\left(2\sqrt[3]{-3a^2}\right)^5 = 32\sqrt[3]{-243a^{10}}$.

1146. а) $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[4]{5}$;   б) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{4}} = \sqrt[15]{4}$;

в) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$;   г) $\sqrt{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{4}$.

1147. а) $\sqrt{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[6]{x}$;   б) $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}} = \sqrt{a}$;

в) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}}} = \sqrt[15]{a^{10}} = \sqrt[3]{a^2}$;   г) $\sqrt{\sqrt[3]{ab}} = \sqrt[6]{ab}$.

1148. а) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5x} + 13 + \frac{\sqrt[3]{5x}}{5} = 2\sqrt[3]{5x}$; $\sqrt[3]{5x}\left(2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) = 13$;

$\sqrt[3]{5x}\,\frac{13}{10} = 13$; $\sqrt[3]{5x} = 10$; $x = 200$.

б) $\sqrt[4]{2x} + \sqrt[4]{32x} + \sqrt[4]{162x} = 6$; $\sqrt[4]{x}\left(\sqrt[4]{2} + 2\sqrt[4]{2} + 3\sqrt[4]{2}\right) = 6$; $\sqrt[4]{x} \cdot 6\sqrt[4]{2} = 6$;

$\sqrt[4]{x} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $x = \frac{1}{2}$.

1149. а) $\sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}} = \sqrt[4]{36-20} = 2$;

б) $\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}}\sqrt[5]{6+2\sqrt{17}} = \sqrt[5]{-32} = -2$;

в) $\sqrt[3]{8-\sqrt{37}}\sqrt[3]{8+\sqrt{37}} = \sqrt[3]{64-37} = 3$;

г) $\sqrt[3]{\sqrt{17}+3}\sqrt[3]{\sqrt{17}-3} = \sqrt[3]{17-9} = 2$.

1150. а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{-64}}{\sqrt[5]{2}} = 3^{1/2+1/3+3/2+2/3} + 2^{6/5-1/5} = -25$;

б) $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{32} + \frac{\sqrt[5]{-729}}{\sqrt[5]{3}} = -5 \cdot 16 - 3 = -83$.

1151. а) $\sqrt[4]{3^3 \cdot 4^2} \cdot \sqrt[4]{4^6 \cdot 3^5} = 4^2 \cdot 3^2 = 144$;

б) $\sqrt[3]{7^2 \cdot 2} \cdot \sqrt[3]{7^4 \cdot 2^2} = 2 \cdot 7^2 = 98$;

в) $\sqrt[6]{5^{10}} \cdot \sqrt[6]{2^{12} \cdot 5^2} = 5^2 \cdot 2^2 = 100$;

г) $\sqrt[5]{6^2 \cdot 3^7} \cdot \sqrt[5]{6^3 \cdot 3^3} = 3^2 \cdot 6 = 54$.

1152. а) $\sqrt[4]{16a^8b^{16}} = 2a^2b^4$; б) $\sqrt[5]{1024x^{10}y^5z^{15}} = 4x^2yz^3$;

в) $\sqrt[3]{343m^{12}n^9} = 7m^4n^3$;   г) $\sqrt[4]{0{,}0081a^{12}b^4c^{20}} = 0{,}3a^3bc^5$,

1153. а) $\sqrt[3]{\frac{8a^3b^6}{27x^{12}y^9}} = \frac{2ab^2}{3x^4y^3}$;

б) $\sqrt[3]{\frac{343m^{12}}{64n^3p^{15}}} = \frac{7m^4}{4np^5}$ (в условии задачника опечатка);

в) $\sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{20}}{32x^{15}}} = \frac{a^2b^4}{2x^3}$; г) $\sqrt[4]{\frac{16r^{16}s^{12}}{81p^{24}q^4}} = \frac{2r^4s^3}{3p^6q}$.

1154. а) $\sqrt[6]{xy^2z^3}\sqrt[12]{x^3y^2z} = \sqrt[12]{x^5y^6z^7}$;

б) $\sqrt[3]{s^4p^3t^5} : \sqrt[15]{st^2} = \sqrt[15]{s^{19}p^{15}t^{23}}$;

в) $\sqrt[4]{a^2bc^5} \cdot \sqrt[5]{a^3b^5c^2} = \sqrt[20]{a^{22}b^{25}c^{33}}$;

г) $\sqrt[9]{k^4l^3m^6} : \sqrt[3]{l^6m} = \sqrt[9]{\frac{k^4m^3}{l^{15}}}$;

1155. а) $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 0$; $\sqrt[6]{x}\left(\sqrt[6]{x} - 2\right) = 0$; $x = 0,\ x = 64$;

б) $\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0$ — это уравнение относительно $\sqrt[4]{x}$:

$(\sqrt[4]{x})^2 - 5\sqrt[4]{x} + 6$; $\sqrt[4]{x} = 2$; $x = 16$; $\sqrt[4]{x} = 3$; $x = 81$.

в) $\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0$; $\sqrt[6]{x} = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{64}$;

$\sqrt[6]{x} = -1$ – решений нет.

г) $\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0$; $\sqrt[8]{x} = -3$ решений нет; $\sqrt[8]{x} = 1$; $x = 1$.

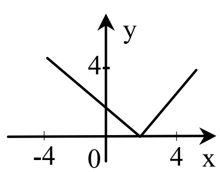
1156. $f(x) = 2\sqrt[7]{x}$; $2f(x) = 4\sqrt[7]{x}$; $f(128x) = 2 \cdot \sqrt[7]{128x} = 4\sqrt[7]{x}$.

1157. $f(x) = 2\sqrt[5]{x}$; $2f(x) = 4\sqrt[5]{x}$; $f(32x) = 2 \cdot \sqrt[5]{32x} = 4\sqrt[5]{x}$.

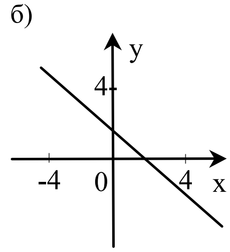
1158. $f(x) = \sqrt[3]{x}$; $g(x) = \sqrt[6]{x}$; $2\sqrt{f(x)} = 2 \cdot \sqrt[6]{x}$; $g(64x) = \sqrt[6]{64x} = 2\sqrt[6]{x}$.

1159.

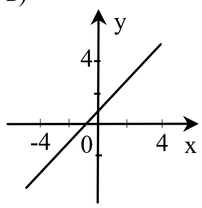
а)



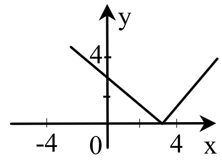
б)



в)



г)



§ 42. Преобразование выражений, содержащих радикалы

1160. а) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$; б) $\sqrt{147} = 7\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{108} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$; г) $\sqrt{245} = 7\sqrt{5}$.

1161. а) $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$; б) $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$;

в) $\sqrt[3]{512} = 8$; г) $\sqrt[3]{375} = 5\sqrt[3]{3}$.

1162. а) $\sqrt[4]{80} = 2\sqrt[4]{5}$; б) $\sqrt[4]{160} = 2\sqrt[4]{10}$;

в) $\sqrt[4]{405} = 3\sqrt[4]{5}$; г) $\sqrt[4]{486} = 3\sqrt[4]{6}$.

1163. а) $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$; б) $\sqrt[3]{a^4} = a\sqrt[3]{a}$;

в) $\sqrt[5]{m^7} = m\sqrt[5]{m^2}$; г) $\sqrt[4]{n^{13}} = n^3 \cdot \sqrt[4]{n}$.

1164. а) $\sqrt{25a^3} = 5a\sqrt{a}$; б) $\sqrt[4]{405a^5} = 3a\sqrt[4]{5a}$;

в) $\sqrt[3]{24x^3} = 2x\sqrt[3]{3}$; г) $\sqrt[5]{160m^{10}} = 2m^2 \cdot \sqrt[5]{5}$.

1165. а) $\sqrt{75t^4r^3} = 5t^2r\sqrt{3r}$; б) $\sqrt[4]{256a^9b^{13}} = 4a^2b^3\sqrt{ab}$;

в) $\sqrt[3]{250x^4y^7} = 5xy^2\sqrt[3]{2xy}$; г) $\sqrt[5]{320m^{11}n^{15}} = 2m^2n^3\sqrt[5]{10m}$.

1166. а) $\frac{2}{3a}\sqrt{72a^3b} = \frac{2}{3a} \cdot 6a\sqrt{2ab} = 4\sqrt{2ab}$;

б) $\frac{x^2}{b}\sqrt[3]{\frac{72a^4b^3}{343x^3}} = \frac{x^2}{b} \cdot \frac{2ab}{7x}\sqrt[3]{9a} = \frac{2}{7}xa\sqrt[3]{9a}$;

в) $\frac{3}{x}\sqrt{\frac{a^5x^2}{18}} = \frac{3}{x} \cdot \frac{a^2x}{3}\sqrt{\frac{a}{2}} = a^2\sqrt{\frac{a}{2}}$;

г) $3mn\sqrt[4]{\frac{80x^3}{243m^5n^9}} = \frac{3mn \cdot 2}{3mn^2}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}} = \frac{2}{n}\sqrt[4]{\frac{5x^3}{3mn}}$.

1167. а) $\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b}$; б) $\sqrt[3]{a^3b}=a\sqrt[3]{b}$;

в) $\sqrt[4]{a^4b}=|a|\sqrt[4]{b}$; г) $\sqrt{a^5b}=a^2\sqrt{ab}$.

1168. а) $\sqrt{50a^3}=a\cdot5\sqrt{2a}$; б) $\sqrt[6]{256c^8}=|c|\,2\sqrt[6]{4c^2}$;

в) $\sqrt{25x^2}=5|x|$; г) $\sqrt[4]{162a^8}=a^2\,3\sqrt[4]{2}$.

1169. а) $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$; б) $5\sqrt{2}=\sqrt{50}$;

в) $5\sqrt{3}=\sqrt{75}$; г) $7\sqrt{\frac{2}{7}}=\sqrt{14}$.

1170. а) $2\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{24}$; б) $6\sqrt[3]{1\frac{1}{9}}=\sqrt[3]{240}$;

в) $3\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{54}$; г) $3\sqrt[4]{2\frac{5}{27}}=\sqrt{177}$.

1171. а) $\frac{2}{3}\sqrt{3}=\sqrt{\frac{4}{3}}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{12}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$;

в) $\frac{7}{5}\sqrt{3\frac{4}{7}}=\sqrt{\frac{49}{25}\cdot\frac{25}{7}}=\sqrt{7}$; г) $0{,}2\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$.

1172. а) $7a^2\sqrt{ab}=\sqrt{49a^5b}$; б) $5ab^2\sqrt[3]{a^2b}=\sqrt[3]{125a^5b^7}$;

в) $5x\sqrt{2x}=\sqrt{50x^3}$; г) $2m\sqrt[3]{3m^2}=\sqrt[3]{24m^5}$.

1173. а) $\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{3}(2-1)=\sqrt[3]{3}$;

б) $2\sqrt[7]{3}+\sqrt[7]{384}=2\sqrt[7]{3}+2\sqrt[7]{3}=4\sqrt[7]{3}$;

в) $2\sqrt[5]{64}+\sqrt[5]{486}=4\sqrt[5]{2}+3\sqrt[5]{2}=7\sqrt[5]{2}$;

г) $\sqrt[4]{512}-\sqrt[4]{2}=\sqrt[4]{2}(4-1)=3\sqrt[4]{2}$.

1174. а) $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{18}$; $\sqrt{3}$; б) $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[15]{40}$; $\sqrt[5]{4}$;

в) $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[15]{30}$; $\sqrt[3]{2}$; г) $\sqrt[6]{3}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{4}$.

1175. а) $\left(\sqrt[3]{m}-2\sqrt[3]{n}\right)\left(\sqrt[3]{m}+2\sqrt[3]{n}\right)=\sqrt[3]{m^2}-4\sqrt[3]{n^2}$;

б) $\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{5}\right)=\sqrt[3]{25}-3$;

в) $\left(a-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{b}\right)=a^2-b$;

г) $\left(\sqrt[3]{4}+2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}-\sqrt[3]{4}\right)=8-\sqrt[3]{16}=8-2\sqrt[3]{2}$.

1176. а) $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(x-\sqrt{xy}+y\right)=\sqrt{x^3}-\sqrt{x^2y}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}-\sqrt{xy^2}+\sqrt{y^3}=\sqrt{x^3}+\sqrt{y^3}$;

б) $\left(3+\sqrt[4]{a}\right)\left(9-3\sqrt{a}+\sqrt{a}\right)=27-9\sqrt[4]{a}+3\sqrt{a}+9\sqrt[4]{a}-3\sqrt{a}+\sqrt[4]{a^3}=27+\sqrt[4]{a^3}$;

в) $\left(2\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)\left(4p\text{-}2\sqrt{pq}+q\right)=8\sqrt{p^3}\text{-}4\sqrt{p^2q}+2q\sqrt{p}+4p\sqrt{q}\text{-}2\sqrt{pq^2}+\sqrt{q^3}=8\sqrt{p^3}+\sqrt{q^3}$;

г) $\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[6]{ab}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\right)=\sqrt[6]{a^3}\text{-}\sqrt[6]{a^2b}+\sqrt[6]{a^2b}\text{-}\sqrt[6]{ab^2}+\sqrt[6]{ab^2}\text{-}\sqrt[6]{b^3}=\sqrt{a}\text{-}\sqrt{b}$.

1177. а) $\left(\sqrt[3]{m}-2\sqrt[3]{n}\right)^2=\sqrt[3]{m^2}-4\sqrt[3]{mn}+4\sqrt[3]{n^2}$;

б) $\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt{3}\right)^2=\sqrt[3]{25}+3-2\sqrt{3}\sqrt[3]{25}$;

в) $\left(a^2-\sqrt{a}\right)^2=a^4+a-2a^2\sqrt{a}$;

г) $\left(\sqrt[3]{4}+2\sqrt{2}\right)^2=2\sqrt[3]{2}+8+4\sqrt{2}\sqrt[3]{4}$.

1178. а) $(a-b):\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\dfrac{(a-b)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$;

б) $\dfrac{k+1}{\sqrt[3]{k}+\sqrt[3]{l}}=\dfrac{k+1}{(k+1)}\left(\sqrt[3]{k^2}-\sqrt[3]{kl}+\sqrt[3]{l^2}\right)=\sqrt[3]{k^2}+\sqrt[3]{l^2}-\sqrt[3]{kl}$;

в) $\dfrac{m-n}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}}=\sqrt[3]{m^2}+\sqrt[3]{n^2}+\sqrt[3]{mn}$;

г) $\dfrac{x-4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}=\sqrt{x}-2\sqrt{y}$;

1179. а) $\dfrac{\sqrt{10b}-\sqrt{15}}{\sqrt{15b}-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2b}-\sqrt{3}}{\sqrt{3b}-1}$; б) $\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{xy}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{xy}}=\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}{1-\sqrt[3]{y}}$;

в) $\dfrac{\sqrt[4]{14}+\sqrt[4]{21k}}{\sqrt[4]{7k}-\sqrt[4]{14}}=\dfrac{\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{3k}}{\sqrt[4]{k}-\sqrt[4]{2}}$; г) $\dfrac{\sqrt[4]{a^2}-\sqrt[4]{ad}}{\sqrt[4]{3a}-\sqrt[4]{a^2d}}=\dfrac{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{d}}{\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{ad}}$.

1180. а) $\dfrac{\sqrt{a}-2\sqrt[4]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b}}=\dfrac{(\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b})^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b}}=\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b}$;

б) $\dfrac{\sqrt[3]{m}+2\sqrt[3]{n}}{4\sqrt[3]{n^2}+4\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{m^2}}=\dfrac{1}{2\sqrt[3]{n}+\sqrt[3]{m}}$;

в) $\dfrac{\sqrt[4]{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt[4]{a^2b}+b}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}+\sqrt{b}}$;

г) $\frac{\sqrt{b}+2a\sqrt[4]{a^2b}+a^3}{a\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}}=\frac{(a\sqrt{a}+\sqrt[4]{b})^2}{a\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}}=a\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}$,

1181. а) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[3]{b}}=\sqrt[4]{a}+\sqrt[3]{b}$; б) $\frac{\sqrt[5]{x^9}-1}{\sqrt[5]{x^3}-1}=x\sqrt[5]{x}+\sqrt[5]{x^3}+1$;

в) $\frac{\sqrt{b}-a^3}{a\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{b}-a\sqrt{a}$; г) $\frac{\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt{b}}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[6]{ab^3}+b$.

1182. а) $\frac{\sqrt[4]{a^3}+b}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[3]{b}}=\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b^2}$; б) $\frac{\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt{b}}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[6]{a}\sqrt{b}+b$.

1183. а) $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$; в) $\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$; г) $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

1184. а) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}=\frac{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}=\sqrt[3]{4}$; б) $\frac{3}{\sqrt[4]{9}}=\frac{3\cdot\sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{3^2}}=\sqrt[4]{3^2}=\sqrt{3}$;

в) $\frac{a}{\sqrt[3]{a}}=\frac{a\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}}=\sqrt[3]{a^2}$; г) $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x^4}}=x^{2-\frac{4}{5}}=\sqrt[5]{x^6}$.

1185. а) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$;

в) $\frac{7}{\sqrt{2}+1}=7\sqrt{2}-7$; г) $\frac{9}{\sqrt{7}-1}=\frac{9\sqrt{7}+9}{6}=\frac{3(\sqrt{7}+1)}{2}$;

1186. а) $\sqrt[4]{-162t^4r^5}=3|r||t|\sqrt[4]{-2r}=-3r|t|\sqrt[4]{-2r}$;

б) $\sqrt[3]{625x^5y^6}=5xy^2\sqrt[3]{5x^2}$;

в) $\sqrt{128a^6b^9}=8|a^3|b^4\sqrt{2b}$; г) $\sqrt[5]{-64m^6n^{16}}=-2mn^3\sqrt[5]{2mn}$.

1187. а) $\frac{3}{4a^2}\sqrt[4]{256a^7b^3}=\frac{3}{a^2}|a|\sqrt[4]{a^3b^3}=\frac{3}{|a|}\sqrt[4]{a^3b^3}$;

б) $\frac{5}{c}\sqrt[3]{-\frac{c^5d^8}{15625}}=-\frac{d^2}{5}\sqrt[3]{c^2d^2}$.

1188. а) $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2m^4n^8}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^4m^4n^8}}=\sqrt[3]{2mn^2}$;

б) $\sqrt{y\sqrt[5]{9x^4y^2}}=\sqrt{\sqrt[5]{9x^4y^7}}=\sqrt[10]{9x^4y^7}$;

в) $\sqrt[5]{4\sqrt[3]{k^2l^5}}=\sqrt[5]{\sqrt[3]{64k^2l^5}}=\sqrt[15]{64k^2l^5}$;

г) $\sqrt[7]{q\sqrt[5]{2p^3q}}=\sqrt[7]{\sqrt[5]{2p^3q^6}}=\sqrt[35]{2p^3q^6}$.

1189. а) $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}=\sqrt[5]{\sqrt[3]{16\sqrt{2}}}=\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{512}}}=\sqrt[10]{8}$;

б) $\sqrt[4]{\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{4}{3}}}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{\left(\frac{4}{3}\right)^2\sqrt{\frac{4}{3}}}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^5}}}=\sqrt[24]{\frac{1024}{243}}$;

в) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2\sqrt{\frac{2}{3}}}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^5}}}=\sqrt[18]{\frac{32}{243}}$;

г) $\sqrt{3\sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}}}=\sqrt{\sqrt[4]{3^5\sqrt[3]{3}}}=\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[3]{3^{16}}}}=\sqrt[3]{9}$.

1190. а) $\sqrt[9]{-\sqrt[5]{-a^{25}}}=\sqrt[9]{a^5}$; б) $\sqrt{\frac{m-n}{m+n}\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}}=\sqrt[4]{\frac{m-n}{m+n}}$;

в) $\sqrt[3]{-2a^2b\sqrt[4]{5a^3}}=-\sqrt[3]{\sqrt[4]{80a^{11}b^4}}=-\sqrt[12]{80a^{11}b^4}$;

г) $\sqrt[5]{(x-y)\sqrt[3]{\frac{1}{y-x}}}=-\sqrt[5]{\sqrt[3]{(x-y)^2}}=-\sqrt[15]{(x-y)^2}$.

1191. а) $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}\cdot\sqrt[27]{a^{14}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{13}}}}\cdot\sqrt[27]{a^{14}}=a$;

б) $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}=\sqrt[3]{\frac{x}{y}}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}=1$;

в) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}:\sqrt[16]{x^{11}}=\sqrt[16]{x^{15}}:\sqrt[16]{x^{11}}=\sqrt[4]{x}$;

г) $\sqrt{2m\sqrt[3]{\frac{1}{4m^2}\sqrt{\frac{n}{m}}}}:\sqrt[12]{nm}=\sqrt{\sqrt[3]{2m\sqrt{\frac{n}{m}}}}:\sqrt[12]{nm}=\sqrt[12]{4mn}:\sqrt[12]{mn}=\sqrt[12]{12}=\sqrt[6]{6}$ (в ответе задачника опечатка).

1192. а) $\sqrt{50}-\sqrt[3]{3}-6\sqrt{2}+\sqrt[3]{24}+\sqrt{8}=5\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}-6\sqrt{2}+2\sqrt[3]{3}+2\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}$;

б) $6\sqrt[4]{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{9xy}-\sqrt[8]{x^2}+\frac{7}{x}\sqrt{x^3y}=6\sqrt[4]{x}+\sqrt{xy}-3\sqrt{xy}-\sqrt[4]{x}+7\sqrt{xy}=$

$=8\sqrt{xy}-9\sqrt{xy}+5\sqrt[4]{x}=5\sqrt{xy}+5\sqrt[4]{x}$.

1193. а) $-\sqrt[5]{2\sqrt[4]{10}}\vee-\sqrt[4]{\sqrt[5]{99}}$; $-\sqrt[10]{160}<-\sqrt[80]{99}$.

б) $\sqrt{2\sqrt[3]{3}}\vee\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[6]{24}\vee\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[6]{24}<\sqrt[6]{25}$.

в) $\sqrt[4]{3}\vee\sqrt[8]{6\sqrt{2}}$; $\sqrt[16]{81}>\sqrt[16]{72}$;

г) $-\sqrt{2\sqrt[3]{6}} \vee -\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$; $-\sqrt[6]{48} > -\sqrt[6]{50}$.

1194. а) $\sqrt[3]{5\sqrt{3}}$; $\sqrt[6]{100}$; $\sqrt{3\sqrt[3]{4}}$;

б) $\sqrt[5]{3\sqrt[5]{3}}$; $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[10]{25}$;

в) $\sqrt[5]{3\sqrt{4}}$; $\sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}}$; $\sqrt[3]{2}$;

г) $\sqrt[48]{7\sqrt{7}}$; $\sqrt[4]{2\sqrt{1,25}}$; $\sqrt[16]{64}$;

1195. а) $\dfrac{4-3\sqrt{2}}{\left(\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8}\right)^2} = \dfrac{4-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-4} = \dfrac{4-\sqrt{2}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{8}-4} = -1$;

б) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{24}+\sqrt[4]{6}\right)^2}{4\sqrt{3}+3\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{24}+\sqrt{6}-2\sqrt{12}}{\sqrt{24}+\sqrt{6}-2\sqrt{12}} = 1$;

в) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt[3]{3}+2\sqrt[6]{3}+1} = \dfrac{\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{3}+1\right)^2} = 3$;

г) $\dfrac{1-2\sqrt[4]{5}+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{3}-\sqrt[4]{45}\right)^2} = \dfrac{\left(1-\sqrt[4]{5}\right)^2}{\left(\sqrt{3}-\sqrt[4]{45}\right)^2} = \dfrac{1}{3}$.

1196. а) $\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt[4]{a}\right)\left(1-\sqrt[4]{a}\right) = (1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a}) = 1-a$;

б) $\left(\sqrt{m}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt[4]{m}-\sqrt[4]{n}\right)\left(\sqrt[4]{m}+\sqrt[4]{n}\right) = (\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}-\sqrt{n}) = m-n$.

1197. а) $\dfrac{\left(\sqrt[3]{9a^2x}-2\sqrt[3]{3abx}+\sqrt[3]{b^2x}\right)}{\sqrt[3]{3a}-\sqrt[3]{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{x}\left(\sqrt[3]{3a}-\sqrt[3]{b}\right)^2}{\sqrt[3]{3a}-\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{x}\left(\sqrt[3]{3a}-\sqrt[3]{b}\right)$;

б) $\dfrac{\sqrt[3]{16x^2}-\sqrt[3]{25y^2}}{\sqrt[3]{4x}-\sqrt[3]{5y}} = \sqrt[3]{4x}+\sqrt[3]{5y}$.

1198. а) $\sqrt{2x}-\sqrt{3y}+\sqrt{2y}-\sqrt{3x}=\sqrt{x}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{y}(\sqrt{2}-\sqrt{3})=$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$;

б) $\sqrt[3]{4x^2}+\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{4}\sqrt[4]{y^3}-\sqrt[4]{2y^3} = \sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{2})-\sqrt[4]{y^3}(\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{2}) =$

$=(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{y^3})(\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{2})$;

в) $\sqrt[3]{a^4}+\sqrt[3]{ab^3}-\sqrt[3]{a^3b}-\sqrt[3]{b^4} = \sqrt[3]{a}(a+b)-\sqrt[3]{b}(a+b) =$

$=(a+b)(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})$;

г) $b\sqrt{a} - ab + \sqrt{ab} - ab\sqrt{b} = b\sqrt{a}(1 - \sqrt{ab}) + \sqrt{ab}(1 - \sqrt{ab}) =$
$= (1 - \sqrt{ab})(b\sqrt{a} + \sqrt{ab})$.

1199. Рассматриваем данные выражения как квадратные трехчлены и находим их корни:

а) $\sqrt[4]{m} - \sqrt[8]{m} - 6 = \left(\sqrt[8]{m} - 3\right)\left(\sqrt[8]{m} + 2\right);$

б) $\sqrt{m} + 5\sqrt[4]{m} + 6 = \left(\sqrt[4]{m} + 2\right)\left(\sqrt[4]{m} + 3\right);$

в) $\sqrt[5]{a} + 7\sqrt[10]{a} + 12 = \left(\sqrt[10]{a} + 4\right)\left(\sqrt[10]{a} + 3\right);$

г) $2\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1;\ \ \sqrt[6]{x} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4\cdot 2(-1)}}{4} = \dfrac{1 \pm 3}{4};\ \ \sqrt[6]{x} = 1;\ \ \sqrt[6]{x} = -\dfrac{1}{2}$

1200. а) $\dfrac{6\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 1}{2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} = \dfrac{\left(2\sqrt[3]{x} + 1\right)\left(3\sqrt[3]{x} - 1\right)}{\sqrt[3]{x}\left(2\sqrt[3]{x} + 1\right)} = 3 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$;

б) $\dfrac{3\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} - 2}{9\sqrt{x} - 1} = \dfrac{\left(\sqrt[4]{x} - 2\right)\left(3\sqrt[4]{x} + 1\right)}{\left(3\sqrt[4]{x} - 1\right)\left(3\sqrt[4]{x} + 1\right)} = \dfrac{\sqrt[4]{x} - 2}{3\sqrt[4]{x} - 1}$.

1201. а) $\dfrac{\sqrt{ab}\sqrt[4]{a}}{(a + b)\sqrt[4]{\dfrac{b^2}{a}}} - \dfrac{a^2 + b^2}{\left(a^2 - b^2\right)} = \dfrac{\sqrt{ab}\cdot\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[4]{a}}{(a + b)\sqrt{b}} - \dfrac{a^2 + b^2}{(a + b)(a - b)} =$

$= -\dfrac{b(a + b)}{(a + b)(a - b)} = -\dfrac{b}{a - b}$;

б) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{m} + \sqrt[4]{n}\right)^2 + \left(\sqrt[4]{m} - \sqrt[4]{n}\right)^2}{2(m - n)} : \dfrac{1}{\sqrt{m^3} - \sqrt{n^3}} - 3\sqrt{mn} =$

$= \dfrac{2\left(\sqrt{m} + \sqrt{n}\right)}{2\left(\sqrt{m} - \sqrt{n}\right)\left(\sqrt{m} + \sqrt{n}\right)}\cdot\left(\sqrt{m} - \sqrt{n}\right)\left(m + n + \sqrt{mn}\right) - \left(3\sqrt{mn}\right) =$

$= m + n - 2\sqrt{mn} = \left(\sqrt{m} - \sqrt{n}\right)^2$;

1202. а) $\dfrac{x\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \dfrac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = 4$;

$\dfrac{\sqrt[3]{x^4} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \dfrac{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x} + 1} = \dfrac{(\sqrt[3]{x^2} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + 1)}{\sqrt[3]{x^2} + 1} - (\sqrt[3]{x} - 1) = \sqrt[3]{x^2} + 1 - \sqrt[3]{x} + 1;$

$\sqrt[3]{x^2} + 1 - \sqrt[3]{x} + 1 = 4$; $\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} - 2 = 0$; $\sqrt[3]{x} = 2,\ x = 8;\ \ \sqrt[3]{x} = -1,\ x = -1.$

Ответ: $x = 8$; $x = -1$.

б) $\frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}+\frac{\sqrt[3]{x^2}-25}{\sqrt[3]{x}+5}=5$; $\frac{(\sqrt[3]{x}+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x}+2}+\frac{(\sqrt[3]{x}-5)(\sqrt[3]{x}+5)}{\sqrt[3]{x}+5}$;
$\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4+\sqrt[3]{x}-5=5$; $\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}-6=0$; $\sqrt[3]{x}=3,\ x=27$;
$\sqrt[3]{x}=-2,\ x=-8-$ не входит в 0D3.
Ответ: x = 27.

§ 43. Обобщение понятия о показателе степени

1203. а) $5^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{25}$; б) $3^{3\frac{1}{2}}=\sqrt{3^7}$; в) $6^{\frac{3}{8}}=\sqrt[8]{6^3}$; г) $4^{3\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{4^{13}}$.

1204. а) $c^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{c^3}$; б) $p^{5\frac{1}{2}}=\sqrt{p^{11}}$; в) $x^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{x^3}$; г) $y^{2\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{y^8}$.

1205. а) $0{,}2^{0,5}=\sqrt{\frac{1}{5}}$; б) $t^{0,8}=\sqrt[5]{t^4}$; в) $b^{1,5}=\sqrt{b^3}$; г) $8{,}5^{0,6}=\sqrt[5]{8{,}5^3}$.

1206. а) $(2a)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2a}$; б) $ax^{\frac{3}{5}}=a\sqrt[5]{x^3}$; в) $2a^{\frac{1}{3}}=2\sqrt[3]{a}$; г) $(2b)^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{2b}$.

1207. а) $3(x-y)^{\frac{2}{3}}=3\sqrt[3]{(x-y)^2}$; б) $x^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}$;
в) $3(a+b)^{\frac{3}{4}}=3\sqrt[4]{(a+b)^3}$; г) $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$.

1208. а) $\sqrt{1{,}3}=1{,}3^{\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[7]{\frac{3}{5}}=0{,}6^{\frac{1}{7}}$; в) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$; г) $\sqrt[3]{4{,}3}=4{,}3^{\frac{1}{3}}$.

1209. а) $\sqrt[5]{b^4}=b^{\frac{4}{5}}$; б) $\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}$; в) $\sqrt[11]{c^2}=c^{\frac{2}{11}}$; г) $\sqrt[5]{a}=a^{\frac{1}{5}}$.

1210. а) $49^{\frac{1}{2}}=7$; б) $1000^{\frac{1}{3}}=10$; в) $27^{\frac{1}{3}}=3$; г) $25^{\frac{1}{2}}=5$.

1211. а) $9^{2\frac{1}{2}}=3^5=243$; б) $0{,}16^{1\frac{1}{2}}=0{,}064$;
в) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{4}{3}}=\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$; г) $0{,}001^{\frac{2}{3}}=0{,}01$.

1212. а) $\frac{a^5a^{-8}}{a^{-2}}=a^{-1}$; $a=6,\ a^{-1}=\frac{1}{6}$; б) $\frac{b^{-9}}{\left(b^2\right)^{-3}}=b^{-3}$; $b=\frac{1}{2},\ b^{-3}=8$;
в) $\frac{p^{-9}}{p^{-2}p^{-5}}=p^{-2}$; $p=\frac{1}{2},\ p^{-2}=4$; г) $\left(t^{-3}\right)^2\frac{1}{t^{-5}}=t^{-1}$; $t=0{,}1,\ t^{-1}=10$;

1213. а) $\left(27\cdot 3^{-4}\right)^2=\frac{1}{9}$; б) $16\cdot\left(2^{-3}\right)^2=\frac{1}{4}$.

1214. а) $\frac{6^{-4}\cdot 6^{-9}}{6^{-12}}=6^{-1}=\frac{1}{6}$; б) $\frac{7^{-7}\cdot 7^{-8}}{7^{-13}}=7^{-2}=\frac{1}{49}$.

1215. а) $\frac{5^4\cdot 49^{-3}}{7^{-7}\cdot 25^3}=5^{-2}\cdot 7^{-1}=\frac{1}{175}$;

б) $\frac{81^{12}\cdot 10^{-7}}{10^{-5}\cdot 27^{17}}=3^{-3}\cdot 10^{-2}=\frac{1}{2700}$.

1216. а) $\sqrt{b^{-1}}=b^{-\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[12]{b^{-5}}=b^{-\frac{5}{12}}$;

в) $\frac{1}{\sqrt[4]{x^{-3}}}=x^{\frac{3}{4}}$; г) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^{-2}}}=a^{\frac{2}{3}}$.

1217. а) $4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$; б) $8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$; в) $32^{-\frac{1}{5}}=\frac{1}{2}$; г) $16^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$.

1218. а) $5^{-\frac{4}{3}}$ Да. б) $(-16)^{\frac{2}{3}}$ Нет.

в) $32^{-\frac{1}{5}}$ Да. г) $(-25)^{-\frac{1}{2}}$ Нет.

1219. а) $2^{\frac{1}{2}}<3^{\frac{1}{2}}$; б) $0{,}3^{\frac{1}{2}}>0{,}5^{\frac{1}{2}}$; в) $5^{\frac{1}{2}}>5^{\frac{1}{3}}$; г) $7^{\frac{1}{3}}=7^{\frac{2}{6}}$.

1220. а) $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}}=c^{\frac{5}{6}}$; б) $b^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}=b^{\frac{1}{6}}$; в) $a^{\frac{2}{3}}a^{-\frac{1}{6}}=a^{\frac{1}{2}}$; г) $d^5d^{\frac{1}{2}}=d^{\frac{11}{2}}$.

1221. а) $x^{\frac{1}{2}}:x^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{x}$; б) $y^{-\frac{5}{6}}:y^{\frac{1}{3}}=y^{-\frac{7}{6}}$;

в) $z^{\frac{1}{5}}:z^{-\frac{1}{2}}=z^{\frac{7}{10}}$; г) $m^{\frac{1}{3}}:m^2=m^{-\frac{5}{3}}$.

1222. а) $\left(b^{1/2}\right)^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{1}{6}}$; б) $\left(c^{-1/2}\right)^{\frac{1}{2}}=c^{-\frac{1}{4}}$;

в) $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}=a^2$; г) $\left(p^{-\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{2}{9}}=p^{\frac{1}{6}}$.

1223. а) $x^{\frac{1}{2}}\sqrt{x}=x$; б) $y^{\frac{7}{3}}\sqrt[3]{y^2}=y^3$; в) $z^{\frac{3}{4}}z^{\frac{1}{4}}=z$; г) $\sqrt[4]{c^3}c^{\frac{1}{4}}=c$.

1224. а) $\left(a^{0,4}\right)^{\frac{1}{2}}a^{0,8}=a^{\frac{1}{5}}a^{\frac{4}{5}}=a$; б) $\sqrt[10]{c}\left(c^{-1,2}\right)^{\frac{3}{4}}=c^{\frac{1}{10}}c^{-\frac{9}{10}}=c^{-\frac{4}{5}}$;

в) $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{5}{4}}\left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{17}{4}}=x^{\frac{15}{16}}x^{\frac{17}{16}}=x^2$; г) $\left(b^{0,8}\right)^{-\frac{3}{4}}\left(b^{-\frac{2}{5}}\right)^{-1,5}=b^{-\frac{3}{5}}b^{\frac{3}{5}}=b^0=1$.

1225. а) $10^{\frac{2}{5}}\cdot 10^{\frac{1}{2}}\cdot 10^{0,1}=10$; б) $2^{1,3}\cdot 2^{-0,7}\cdot 4^{0,7}=4$;

в) $49^{-\frac{2}{3}}\cdot 7^{\frac{1}{12}}\cdot 7^{-\frac{3}{4}}=7^{-\frac{16}{12}+\frac{1}{12}-\frac{9}{12}}=\frac{1}{49}$;

г) $25^{0,3}\cdot 5^{1,4}\cdot 625^{0,25}=25\cdot 5=125$.

1226. а) $4^{0,7}:2^{-0,4}=2^{1,4+0,4}=2^{1,8}$;

б) $3\cdot 9^{0,4}:\sqrt[5]{3^{-1}}=3^{1+0,8+\frac{1}{5}}=9$;

в) $4^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{1\frac{2}{3}}:4^{-\frac{1}{3}}=4^{\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}}=4^{\frac{3}{2}}=8$;

г) $8^{-\frac{1}{3}}\cdot 16^{\frac{1}{3}}:\sqrt[3]{2}=2^{-1+\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}=1$.

1227. а) $(27\cdot 64)^{1/3}=3\cdot 4=12$; б) $\left(\frac{1}{16}\cdot 81^{-1}\right)^{-1/4}=2\cdot 3=6$;

в) $\left(\frac{1}{36}\cdot 0,04\right)^{-1/2}=6\cdot 5=30$; г) $\left(5^{-3}\cdot\frac{1}{64}\right)^{-1/3}=5\cdot 4=20$;

1228. а) $\left(m^{-3}\right)^{1/3}=\frac{1}{m}$; б) $\left(8x^{-1\frac{1}{2}}\right)^{2/3}=4x^{-1}=\frac{4}{x}$;

в) $\left(x^{-\frac{3}{4}}\right)^{-(2/3)}=\sqrt{x}$; г) $\left(81x^{-4}\right)^{-\frac{3}{4}}=\frac{x^3}{27}$.

1229. а) $\dfrac{x^{-\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}=x^{\frac{2}{5}}$; б) $\dfrac{y^{\frac{6}{7}}\cdot\left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}}=y^{\frac{6}{7}}y^{-1}y^{\frac{8}{7}}=y$;

в) $\dfrac{\left(c^{-\frac{2}{3}}\right)^{-4}}{c^{\frac{1}{6}}\cdot c^{\frac{1}{2}}}=c^{\frac{8}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}}=c^{2}$; г) $\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{2}{5}}}\right)^{20}=a^{5}b^{4}$.

1230. а) $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=xy^{\frac{1}{2}}-yx^{\frac{1}{2}}$;

б) $a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)=ab^{\frac{2}{3}}+ba^{\frac{2}{3}}$;

в) $b^{\frac{1}{3}}c^{\frac{1}{4}}\left(b^{\frac{2}{3}}+c^{\frac{3}{4}}\right)=bc^{\frac{1}{4}}+cb^{\frac{1}{3}}$;

г) $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{3}{2}}\right)=xy^{\frac{1}{2}}-y^{2}x^{\frac{1}{2}}$.

1231. а) $\left(m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=m+n+2\sqrt{mn}$; б) $\left(1+c^{\frac{1}{3}}\right)^{2}=1+c^{\frac{2}{3}}+2c^{\frac{1}{3}}$;

в) $\left(1-b^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=1+b-2b^{\frac{1}{2}}$; г) $\left(a^{\frac{1}{2}}+2b^{\frac{1}{2}}\right)^{2}=a+4b+4\sqrt{ab}$.

1232. а) $\left(x^{\frac{1}{3}}+3\right)\left(x^{\frac{1}{3}}-3\right)=x^{\frac{2}{3}}-9$;

б) $\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b\right)=a^{1,5}+b^{1,5}$;

в) $\left(d^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(d^{\frac{1}{2}}+1\right)=d-1$;

г) $\left(p^{\frac{1}{3}}-q^{\frac{1}{3}}\right)\left(p^{\frac{2}{3}}+(qp)^{\frac{1}{3}}+q^{\frac{2}{3}}\right)=p-q$.

1233. а) $\dfrac{4\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}-3}=\dfrac{4}{1-3^{\frac{1}{2}}}$; б) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b}=\dfrac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$;

в) $\dfrac{x+x^{\frac{1}{2}}}{2x}=\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+1}{2x^{\frac{1}{2}}}$; г) $\dfrac{p^{\frac{1}{2}}-5}{p-25}=\dfrac{1}{p^{\frac{1}{2}}+5}$.

1234. а) $\dfrac{c+c^{\frac{1}{2}}d^{\frac{1}{2}}+d}{c^{\frac{3}{2}}-d^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{1}{c^{\frac{1}{2}}-d^{\frac{1}{2}}}$; б) $\dfrac{m+n}{m^{\frac{2}{3}}-(mn)^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}}=m^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{1}{3}}$.

1235. а) $\left(1+c^{\frac{1}{2}}\right)^2-2c^{\frac{1}{2}}=1+c+2c^{\frac{1}{2}}-2c^{\frac{1}{2}}=1+c$;

б) $\left(m^{\frac{1}{4}}-m^{\frac{1}{3}}\right)^2+2m^{\frac{7}{12}}=m^{\frac{1}{2}}+m^{\frac{2}{3}}-2m^{\frac{7}{12}}-2m^{\frac{7}{12}}=m^{\frac{1}{2}}=m^{\frac{2}{3}}$;

в) $\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2+2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}=x+y$;

г) $\sqrt{b}+\sqrt{c}-\left(b^{\frac{1}{4}}+c^{\frac{1}{4}}\right)^2=\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{b}-\sqrt{c}-2\sqrt[4]{bc}=-2\sqrt[4]{bc}$.

1236. а) $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)^2-\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)^2=a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}-a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}=4\sqrt[3]{ab}$;

б) $\left(a^{\frac{3}{2}}+5a^{\frac{1}{2}}\right)^2-10a^2=a^3+25a$.

1237. а) $\left(x^{\frac{1}{4}}+1\right)\left(x^{\frac{1}{4}}-1\right)\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)=(x^{\frac{1}{2}}-1)(x^{\frac{1}{2}}+1)=x-1$;

б) $\left(k^{\frac{1}{4}}+l^{\frac{1}{4}}\right)\left(k^{\frac{1}{8}}+l^{\frac{1}{8}}\right)\left(k^{\frac{1}{8}}-l^{\frac{1}{8}}\right)=\left(k^{\frac{1}{4}}+l^{\frac{1}{4}}\right)\left(k^{\frac{1}{4}}-l^{\frac{1}{4}}\right)=k^{\frac{1}{2}}-l^{\frac{1}{2}}$.

1238. а) $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b}=\dfrac{\left(a^{1/2}-b^{1/2}\right)\left(a^{1/2}+b^{1/2}\right)}{\left(a^{1/2}-b^{1/2}\right)\left(a^{1/2}+b^{1/2}\right)}=$

$$=a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}-\frac{a+b+(ab)^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}=\frac{a+b+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-a-b-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}=\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$$

б) $$\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}+\frac{\sqrt{y}}{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}=\frac{x-(xy)^{\frac{1}{2}}+(xy)^{\frac{1}{2}}+y}{x-y}=\frac{x+y}{x-y}.$$

1239. а) $$\left(\left(c^{-\frac{3}{7}}y^{-0,4}\right)^3 c^{\frac{3}{7}}\cdot y^{0,2}\right)^{-1}=\left(c^{-\frac{6}{7}}y^{-1}\right)^{-1}=c^{\frac{6}{7}}y;$$

б) $$\left(p^{-1}q^{\frac{5}{4}}\left(p^{-\frac{2}{7}}q^{\frac{1}{14}}\right)^{3,5}\right)^{-1}=\left(p^{-1-\frac{2}{7}\cdot\frac{7}{2}}\cdot q^{\frac{5}{4}+\frac{1}{14}\cdot\frac{7}{2}}\right)^{-1}=p^2q^{-\frac{3}{2}}.$$

1240. а) $$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot 25^{\frac{1}{2}}-81^{\frac{1}{2}}\cdot 125^{-\frac{1}{3}}=2\cdot 5-9\cdot\frac{1}{5}=\frac{41}{5};$$

б) $$49^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}+2^{-1}(-2)^{-2}=7^{-1+2}+2^{-1-2}=7+\frac{1}{8}=7\frac{1}{8};$$

в) $$216^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}-5^{-1}\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}=6^{-1+2}-5^{-1+1}=6-1=5;$$

г) $$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot 16^{\frac{1}{2}}-2^{-1}\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}8^{-\frac{1}{3}}=2\cdot 4+2^{-2}\cdot 5=8-\frac{5}{4}=6\frac{3}{4}.$$

1241. а) $$\left(\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}7^{-1}-\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot 2^{-3}\right):49^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{5}{7}-\frac{2}{8}\right)\cdot 7=5-\frac{14}{8}=\frac{26}{8}=\frac{13}{4};$$

б) $$\frac{8^{-\frac{1}{3}}25^{-\frac{1}{2}}-2^{-1}}{64^{\frac{1}{4}}2^{\frac{1}{2}}}=\frac{2^{-1}\left(\frac{1}{5}-1\right)}{2^2}=\frac{1}{8}\left(\frac{1}{5}-1\right)=-\frac{4}{40}=-0,1.$$

1242. а) $$\frac{x^{\frac{5}{6}}+x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{5}{6}}-x^{\frac{1}{3}}}=\frac{x^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{1}{2}}+1\right)}{x^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)},\ x=1,44;\ \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^{\frac{1}{2}}-1}=\frac{2,2}{0,2}=11.$$

б) $\dfrac{m^{\frac{2}{3}}-2,25}{m^{\frac{1}{3}}+1,5}=m^{\frac{1}{3}}-1,5,\ m=8;\ \ m^{\frac{1}{3}}-1,5=0,5.$

1243. а) $\dfrac{2t^{\frac{1}{2}}}{t-4}-\dfrac{1}{t^{\frac{1}{2}}-2}=\dfrac{2t^{\frac{1}{2}}-t^{\frac{1}{2}}-2}{t-4}=\dfrac{t^{\frac{1}{2}}-2}{t-4},\ t=9;\ \ \dfrac{t^{\frac{1}{2}}-2}{t-4}=\dfrac{1}{5}.$

б) $\dfrac{2}{y^{\frac{1}{4}}+3}-\dfrac{2}{y^{\frac{1}{4}}-3}=\dfrac{2y^{\frac{1}{4}}-6-2y^{\frac{1}{4}}-6}{y^{\frac{1}{2}}-9}=-\dfrac{12}{y^{\frac{1}{2}}-9},\ y=100;\ \ -\dfrac{12}{y^{\frac{1}{2}}-9}=-\dfrac{12}{10-9}=-12.$

1244.

а) $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\dfrac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b\right)\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}{\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b\right)}=$

$=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a+b;$

б) $\left(\dfrac{q^{\frac{1}{2}}}{p-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}+\dfrac{p^{\frac{1}{2}}}{q-p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}\right)\dfrac{pq^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}q}{p-q}=\dfrac{q-p}{p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}\left(p^{\frac{1}{2}}-q^{\frac{1}{2}}\right)}\dfrac{(pq)^{\frac{1}{2}}\left(q^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}\right)}{p-q}=$

$=\dfrac{q^{\frac{1}{2}}+p^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{1}{2}}-p^{\frac{1}{2}}}.$

1245. а) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+\dfrac{b}{a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{(a-b)\left(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)-a\left(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)+b\left(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)}=$

$=\dfrac{a-b-a+b}{a^{1/2}\left(a^{1/2}-b^{1/2}\right)}=0$

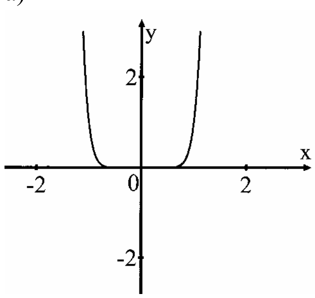
$$б)\ \frac{2a^{-\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-3a^{-\frac{1}{3}}}-\frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{3}}-a^{\frac{2}{3}}}-\frac{a+1}{a^2-4a+3}=$$

$$\frac{2}{a-3}-\frac{1}{a-1}-\frac{a+1}{(a-1)(a-3)}=\frac{2a-2-a+3-a-1}{(a-1)(a-3)}=0\ .$$

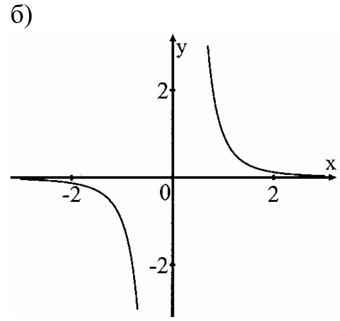
§ 44. Степенные фнукции, их свойства и графики

1246.

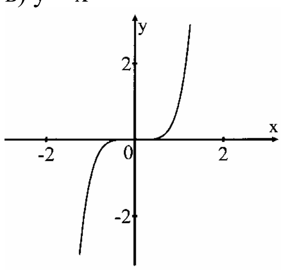
а)



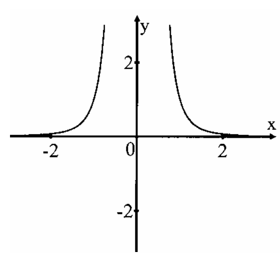
б)



в) $y = x^5$

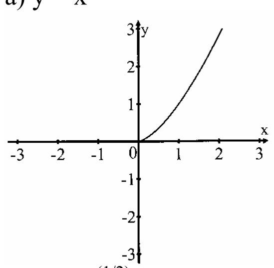


г) $y = x^{-4}$

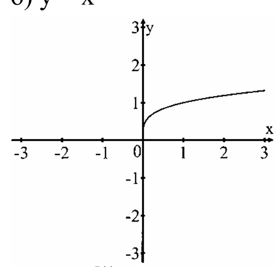


1247.

а) $y = x^{3/2}$

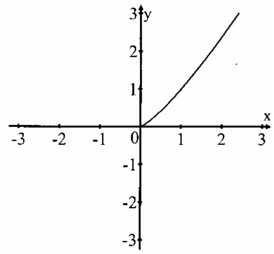


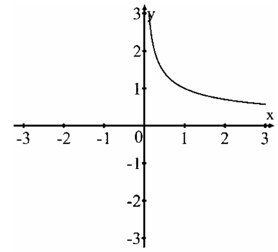
б) $y = x^{1/4}$



в) $y = x^{-(1/2)}$

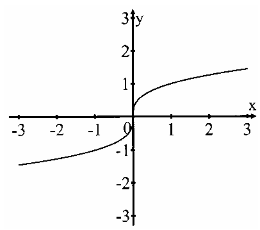
г) $y = x^{5/4}$

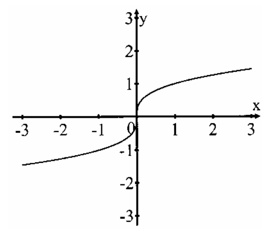




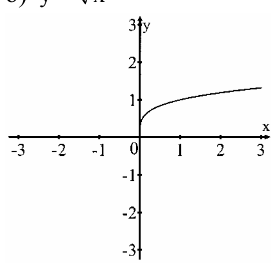
1248.

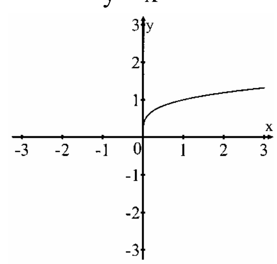
а) $y=\sqrt[3]{x}$ $\qquad$ $y=x^{1/3}$





б) $y=\sqrt[4]{x}$ $\qquad$ $y=x^{1/4}$





1249. $f(x)=x^{\frac{5}{2}}$;

а) $f(4)=32$; б) $f\left(\frac{1}{9}\right)=\frac{1}{243}$; в) $f(0)=0$; г) $f(0{,}01)=0{,}00001$.

1250. $f(x)=x^{-\frac{2}{3}}$

а) $f(1)=1$; б) $f(8)=\frac{1}{4}$; в) $f\left(\frac{1}{8}\right)=4$; г) $f(0)$ – не имеет смысла. .

1251. а) $y=x^{10}$; $y(-x)=(-x)^{10}=x^{10}=y(x)\Rightarrow$ четная ;

б) $y=x^{-(1/3)}$

в) $y=x^{-15}$; $y(-x)=(-x)^{-15}=-x^{-15}=-y(x)\Rightarrow$ не четная г) $y = x^{\frac{4}{3}}$ — функция определена только для положительных чисел, поэтому не является ни четной, ни нечетной.

1252. а) $y = x^8$; $y \in [0;+\infty)$.

б) $y = x^{-\frac{3}{4}}$; $y \in (0;+\infty)$.

в) $y = x^{-5}$; $y \in R \quad y \neq 0$.

г) $y = x^{\frac{2}{5}}$; $y \in [0;+\infty)$.

1253. а) $y = x^{12}$; убывает : $(-\infty;0]$; возрастает : $[0;+\infty)$.

б) $y = x^{-\frac{1}{6}}$; убывает : $(0;+\infty)$.

в) $y = x^{-11}$; убывает на R но $x \neq 0$.

г) $y = x^{\frac{1}{7}}$; возрастает на R.

1254. $y = x^{\frac{1}{4}}$

а) $x \in [0;1]$; max y: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; min y: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$.

б) $x \in [1;+\infty)$, min y: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; max y не существует.

в) $x \in (2;3)$; min y и max y не существуют.

г) $x \in (5;16]$; max y: $\begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases}$; min y не существует.

1255. $y = x^{\frac{5}{2}}$

а) $x \in [0;+\infty)$; min y: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; max y не существует;

б) $x \in [1;3)$; min y: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; max y не существует;

в) $x \in (1;2)$; min y: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$; max y: $\begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt[4]{2} \end{cases}$ не существует;

г) $x \in (6;8]$; max y:$\begin{cases} x = 8 \\ y = 128\sqrt{2} \end{cases}$; min y не существует .

1256. $y = x^{-\frac{2}{3}}$

а) $x \in [1;8]$, $\min y = \frac{1}{4}$, $\max y = 1$;

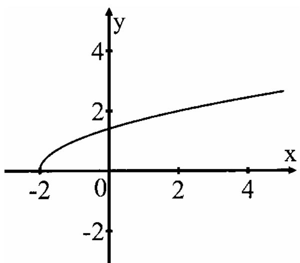
б) $x \in (3;5)$, min y и max y не существуют ;

в) $x \in [1;+\infty)$, $\max y = 1$, min y не существует ;

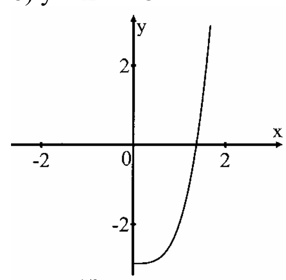
г) $x \in (0;1]$, max y не существует, $\min y = 1$.

1257.

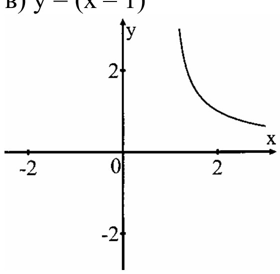
а) $y = (x + 2)$



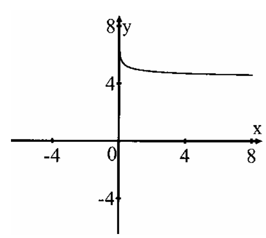
б) $y = x^{7/2} - 3$



в) $y = (x - 1)^{-2/3}$

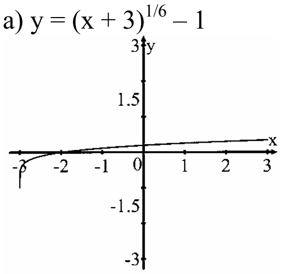


г) $y = x^{-1/3} + 4$

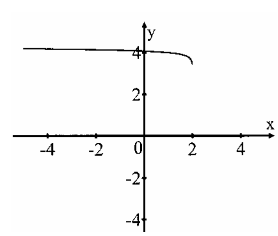


1258.

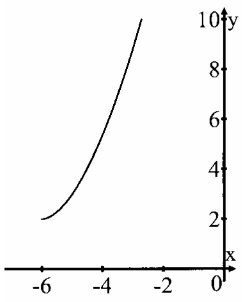
а) $y = (x + 3)^{1/6} - 1$



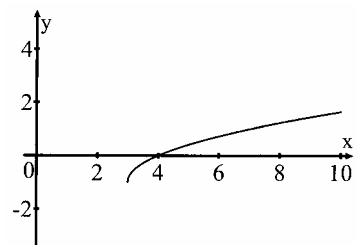
б) $y = (x - 2)^{-(1/9)} + 5$



в) $y = (x + 6)^{7/4} + 2$

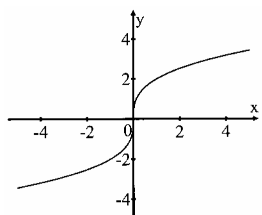


г) $y = (x - 3)^{1/2} - 1$

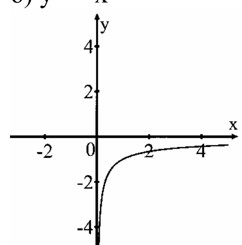


1259.

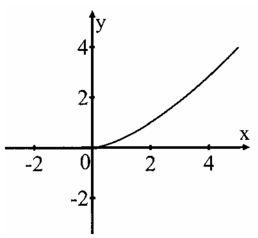
а) $y = 2x^{1/3}$



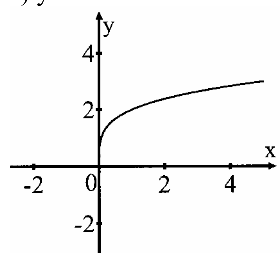
б) $y = -x^{-(3/5)}$



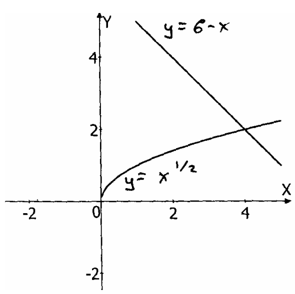
в) $y = ½x^{3/2}$



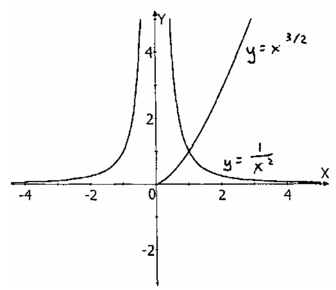
г) $y = -2x^{1/4}$



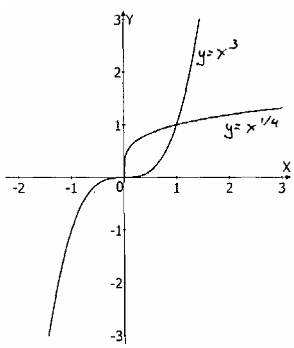
1260. а) $x^{\frac{1}{2}} = 6 - x,\ x = 4;$



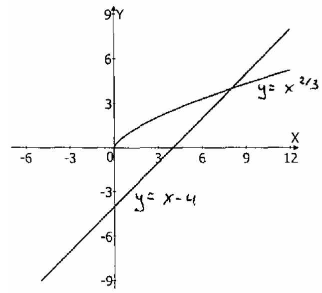
б) $x^{\frac{3}{2}} = \dfrac{1}{x^2},\ x = 1;$



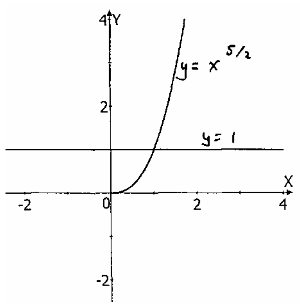
в) $x^{\frac{1}{4}} = x^3$, $x = 0$, $x = 1$;



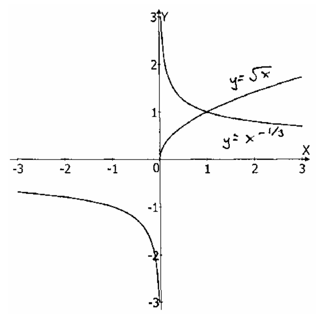
г) $x^{\frac{2}{3}} = x - 4$, $x = 8$;



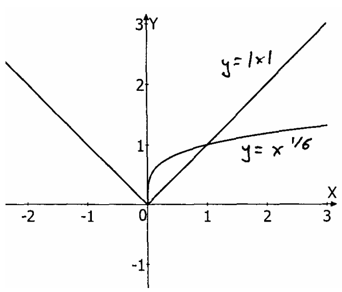
1261. а) $\begin{cases} y = x^{\frac{5}{2}} \\ y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$;



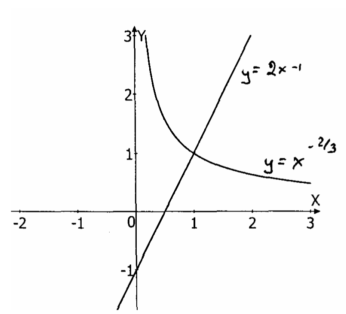
б) $\begin{cases} y = x^{-\frac{1}{3}} \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$, $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$;



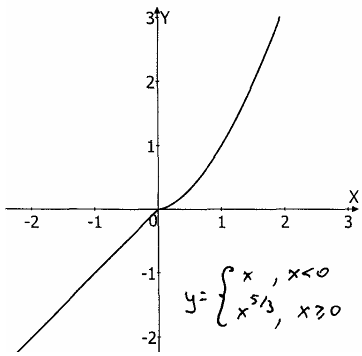
в) $\begin{cases} y = x^{\frac{1}{6}} \\ y = |x| \end{cases}$, $\begin{cases} x = 0;1 \\ y = 0;1 \end{cases}$, (0;0), (1;1);



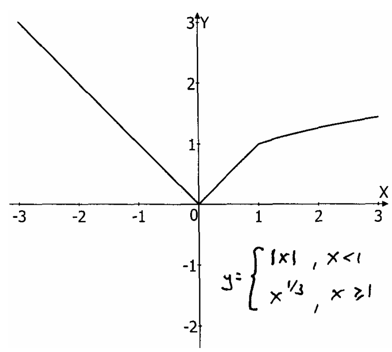
г) $\begin{cases} y = x^{-\frac{2}{3}} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$;



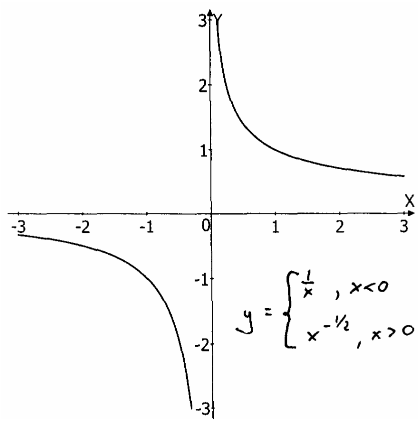
1262.



1263.



1264.



1265. $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$;

а) $f(16x) = (16x)^{\frac{1}{4}} = 2x^{\frac{1}{4}}$; б) $f(81x^4) = 3|x|$;

в) $f\left(\frac{1}{81}x\right) = \left(\frac{x}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{x^{\frac{1}{4}}}{3}$; г) $f(x^{-8}) = (x^{-8})^{\frac{1}{4}} = x^{-2}$.

1266. $f(x) = x^{-(2/3)}$;

а) $f(8x^3) = (8x^3)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}x^{-2}$; б) $f(x^{-6}) = x^4$;

в) $f\left(\frac{x}{27}\right) = \frac{9}{x^{2/3}}$; г) $f(x^{12}) = x^{-8}$.

1267. а) $y = x^8$, $y' = 8x^7$; б) $y = x^{-4}$, $y' = -4x^{-5}$;

в) $y = x^{40}$, $y' = 40x^{39}$; г) $y = \dfrac{1}{x^6}$, $y' = -6x^{-7}$.

1268. а) $y = x^{\frac{3}{5}}$, $y' = \dfrac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}$; б) $y = \sqrt[4]{x^5}$, $y' = \dfrac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$;

в) $y = x^{\frac{7}{2}}$, $y' = \dfrac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}$; г) $y = \sqrt[5]{x}$, $y' = \dfrac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$.

1269. а) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $y' = -\dfrac{1}{2\sqrt{x^3}}$; б) $y = \dfrac{1}{x^{\frac{3}{5}}}$, $y' = -\dfrac{3}{5}x^{-\frac{8}{5}}$;

в) $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $y' = -\dfrac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$; г) $y = \dfrac{1}{x^{\frac{5}{3}}}$, $y' = -\dfrac{5}{3}x^{-\frac{8}{3}}$;

1270. а) $y = x\sqrt{x}$, $y' = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$; б) $y = \dfrac{x^2}{\sqrt{x}}$, $y' = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$;

в) $y = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{x}$, $y' = -\dfrac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}$; г) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$, $y' = \dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$;

1271. а) $y = 2x^4 + x\sqrt{x}$; $y' = 8x^3 + \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$;

б) $y = \dfrac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^6 - 1$; $y' = -\dfrac{2}{3}x^{-\frac{4}{3}} + 18x^5$;

в) $y = x^5 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $y' = 5x^4 + \dfrac{1}{2\sqrt{x^3}}$;

г) $y = x^3 - 7x\sqrt[5]{x}$; $y' = 3x^2 - \dfrac{42}{5}x^{\frac{1}{5}}$;

1272. а) $y = \left(\dfrac{2}{x} - 1\right)\left(x - \dfrac{1}{x}\right)$;

$$y' = -\frac{2}{x^2}\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{2}{x} - 1\right)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = -\frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{4}{x^3} - 1 - \frac{1}{x^2}.$$

б) $y = (3x^3 - 7x + 5)(\sqrt{x} + 3)$;

$$y' = (9x^2 - 7)(\sqrt{x} - 3) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^3 - 7x + 5) =$$

$$= 9x^2\sqrt{x} + 27x^2 - 7\sqrt{x} - 21 + \frac{3x^3}{2\sqrt{x}} - \frac{7x}{\sqrt{x}} + \frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

в) $y=\left(7\sqrt[3]{x}+5\right)\left(x^5-7x^3+1\right);$

$y'=\frac{7}{3}x^{-\frac{2}{3}}\left(x^5-7x^3+1\right)+\left(5x^4-21x^2\right)\left(7\sqrt[3]{x}+5\right).$

г) $y=\left(2x^9+x^{-\frac{1}{3}}\right)(5-2x);$

$y'=-2\left(2x^9+x^{-\frac{1}{3}}\right)+\left(18x^8-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}\right)(5-2x).$

1273. а) $y=\frac{x^3-5}{\sqrt[3]{x}+1};$

$y'=\frac{3x^2\left(\sqrt[3]{x}+1\right)-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}\left(x^3-5\right)}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)^2}=\frac{3x^2\sqrt[3]{x}+3x^2-\frac{x^{\frac{7}{3}}}{3}+\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)^2}.$

б) $y=\frac{3\sqrt{x}-7}{x^4+1};$

$y'=\frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}x^4+\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}-4x^3 3\sqrt[3]{x}+28x^3}{\left(x^4+1\right)^2}.$

1274. а) $g(x)=x^3-3\sqrt{x};\ x_0=1;\ \ g'(x)=3x^2-\frac{3}{2\sqrt{x}};\ g'(1)=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2};$

б) $g(x)=\sqrt[3]{3x-1};\ x_0=\frac{2}{3};\ \ g'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x-1)^2}};\ g'\left(\frac{2}{3}\right)=1;$

в) $g(x)=x^{-1}+x^{-2};\ x_0=1;\ \ g'(x)=-x^{-2}-2x^{-3};\ g'(1)=-3;$

г) $g(x)=\frac{1}{3}(5-2x)^{-3};\ x_0=2;$

$g'(x)=2(5-2x)^{-4};\ g'(2)=2.$

1275. а) $f(x)=4-x^{-\frac{3}{4}};\ x_0=1;\ \ f'(x)=\frac{3}{4}x^{-\frac{7}{4}};\ f'(1)=\frac{3}{4};$

б) $f(x)=12x^{-\frac{1}{2}}-x;\ x_0=9;\ \ f'(x)=-6x^{-\frac{3}{2}}-1;\ f'(9)=-\frac{6}{27}-1=-1\frac{2}{9};$

в) $f(x)=2x^{2/3}-1;\ x_0=8;\ \ f'(x)=\frac{4}{3}x^{-(1/3)};\ f'(8)=\frac{2}{3};$

г) $f(x)=x^{-3}+6\sqrt{x};\ x_0=1;\ \ f'(x)=-3x^{-4}+\frac{3}{\sqrt{x}};\ f'(1)=-3+3=0.$

1276. а) $h(x)=\left(\frac{1}{x}\right)^3;\ x_0=-1;\ \ h'(x)=-3\cdot\frac{1}{x^4};\ h'(x_0)=h'(-1)=-3;$

б) $h(x)=x^{\frac{7}{3}}-(1-3x)^{-1};\ x_0=0;\ \ h'(x)=\frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}-\frac{3}{(1-3x)^2};\ h'(0)=-3;$

в) $h(x)=\frac{1}{x^5}+x^5;\ x_0=1;\ \ h'(x)=-5\cdot\frac{1}{x^6}+5x^4;\ h'(1)=-5+5=0;$

г) $h(x)=\left(3-\frac{1}{x}\right)^2;\ x_0=-1;\ \ h'(x)=2\left(3-\frac{1}{x}\right)\frac{1}{x^2};\ h'(-1)=2(3+1)=8.$

1277. а) $g(x)=\frac{2}{3}\sqrt{4-3x};\ x_0=\frac{1}{3};\ \ g'(x)=-\frac{1}{\sqrt{4-3x}};\ g'\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}};\ \ \alpha=\frac{5\pi}{6}.$

б) $g(x)=-3\left(\sqrt{2}+x\right)^{-\frac{1}{3}};\ x_0=1-\sqrt{2};\ \ g'(x)=\left(\sqrt{2}+x\right)^{-\frac{4}{3}};\ g'\left(1-\sqrt{2}\right)=1;$

$\alpha=\frac{\pi}{4}.$

1278. а) $y=x^4-3x^3,\ a=2;\ \ y=16-24+\left(4\cdot2^3-9\cdot2^2\right)(x-2)=-4x.$

б) $y=\sqrt[3]{3x-1};\ a=3;\ \ y'=(3x-1)^{-\frac{2}{3}};\ \ y=2+\frac{1}{4}(x-3)=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}.$

в) $y=3x^3-5x^2-4;\ a=2;\ \ y'=9x^2-10x;$

$y=24-20-4+16(x-2)=16x-32.$

г) $y=(2x+5)^{-\frac{1}{2}};\ a=2;\ \ y'=-(2x+5)^{-\frac{3}{2}};$

$y=\frac{1}{3}-\frac{1}{27}(x-2)=-\frac{1}{27}x+\frac{11}{27}.$

1279. а) $y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-2;\ \ y'=\sqrt{x}$; возрастает на $[0;+\infty)$;

$x=0;\ y=-2-\min$.

б) $y=\frac{3}{2}x^{2/3}-x;\ \ y'=x^{-\frac{1}{3}}-1$; возрастает на $x\in[0;1]$;

$x\ge1-$ убывает; $x=1-\max;\ y_{\max}=\frac{3}{2}.$

1280. а) $y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-2;\ [1;9];\quad y'=\sqrt{x}$; $\max y=16$; $\min y=-\frac{3}{2}$.

б) $y=\frac{3}{2}x^{2/3}-x;\ (0;8);\quad y'=x^{-(1/3)}-1$; $y_{max}=\frac{1}{2}$; $\min y$ не существует.

в) $y=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-2x;\ (1;9);\quad y'=\sqrt{x}-2;\ x=4;\ y(4)=\frac{16}{3}-8=-\frac{8}{3}\quad -\min;$

y_{max} не существует .

г) $y=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-x;\ [0;8];\quad y'=x^{-\frac{1}{3}}-1;\ y(0)=0;\ y(8)=-2;\ y(1)=\frac{1}{2};$

$y_{max}=\frac{1}{2}$; $y_{min}=-2$.

1281. а) $\int\limits_0^1\left(x^7+x^3\right)dx=\left(\frac{x^8}{8}+\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$;

б) $\int\limits_0^4\left(\sqrt{x}\,(x+1)\right)dx=\left(\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_0^4=\frac{64}{5}+\frac{16}{3}=\frac{272}{15}$.

1282. а) $\int\limits_{-1}^0\sqrt[3]{1-2x}\,dx=-\frac{3}{8}(1-2x)^{\frac{4}{3}}\Bigg|_{-1}^0=-\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\cdot 3^{\frac{4}{3}}=-\frac{3}{8}+\frac{3}{8}\sqrt[3]{3}$;

б) $\int\limits_4^5\frac{1}{(x-3)^3}dx=-\frac{1}{2}(x-3)^{-2}\Bigg|_4^5=-\frac{1}{2}2^{-2}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}=\frac{3}{8};$

в) $\int\limits_{2/3}^{11}5\sqrt[5]{3x-1}dx=\frac{25}{18}(3x-1)^{6/5}\Bigg|_{2/3}^{11}=\frac{25}{18}64-\frac{25}{18}=\frac{175}{2};$

г) $\int\limits_2^3(5x-7)^{-\frac{2}{3}}dx=\frac{3}{5}(5x-7)^{\frac{1}{3}}\Bigg|_2^3=\frac{6}{5}-\frac{3\sqrt[3]{3}}{5}.$

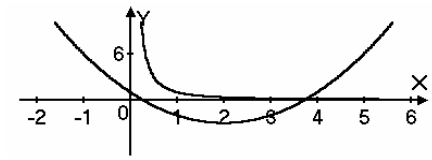
1283. а) $y=0,\ x=4,\ y=\sqrt{x};\quad S=\int\limits_0^4\sqrt{x}dx=\frac{2}{3}x^{3/2}\Bigg|_0^4=\frac{16}{3}.$

б) $y=0,\ x=1,\ x=3,\ y=\frac{1}{x^2};\quad S=\int\limits_1^2\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}\Bigg|_1^3=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}$.

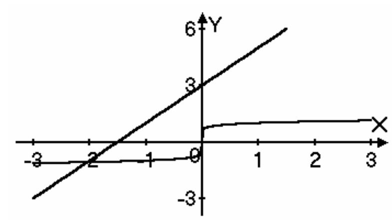
в) $y=1,\ x=0,\ y=\sqrt[3]{x};\quad S=1\cdot 1-\int\limits_0^1\sqrt[3]{x}dx=1-\frac{3}{4}x^{4/3}\Bigg|_0^1=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$.

г) $y = 2,\ x = 0,\ y = \sqrt{x};\ \ S = -\int_0^4 \sqrt{x}dx + 2 \cdot 4 = 8 - \frac{2}{3}x^{3/2}\Big|_0^4 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$.

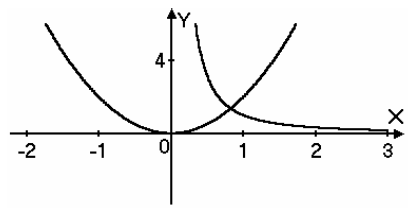
1284. а) $\begin{cases} y = x^{-(8/5)} \\ y = x^2 - 4x + 1 \end{cases}$; $x^{-\frac{8}{5}} = x^2 - 4x + 1$; одно решение.



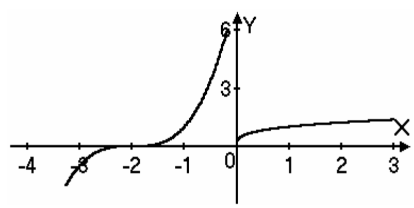
б) $\begin{cases} y = x^{1/9} \\ y = 2x + 3 \end{cases}$; $x^{\frac{1}{9}} = 2x + 3$; нет решений.



в) $\begin{cases} y = x^{-(5/3)} \\ y = 2x^2 \end{cases}$; $x^{-\frac{5}{3}} = 2x^2$; одно решение.

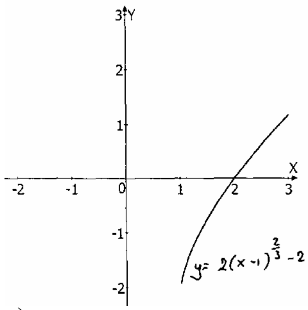


г) $\begin{cases} y = x^{2/7} \\ y = (x+2)^3 \end{cases}$; $x^{\frac{2}{7}} = (x+2)^3$; нет решений

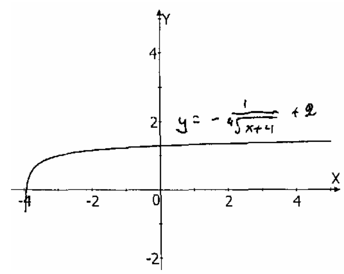


1285.

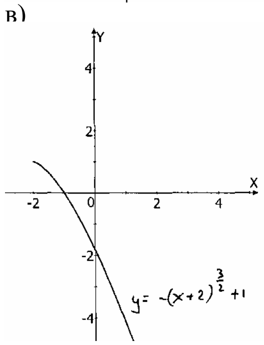
а)



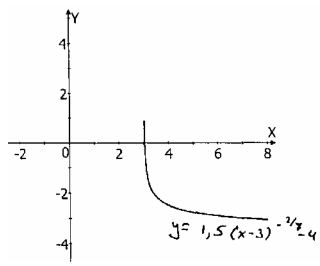
б)



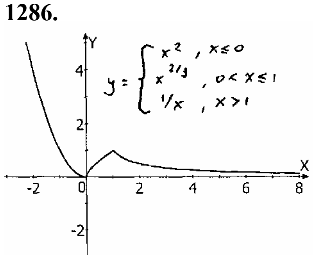
в)



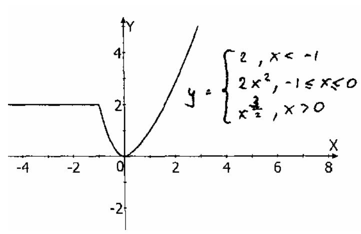
г)



1286.



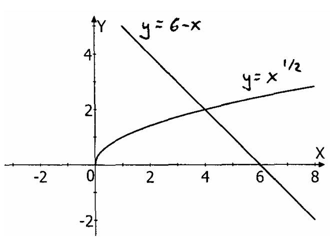
1287.

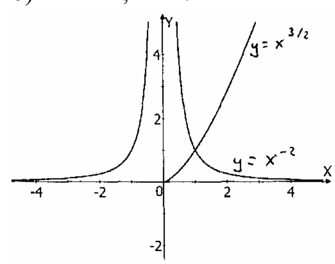


1288.

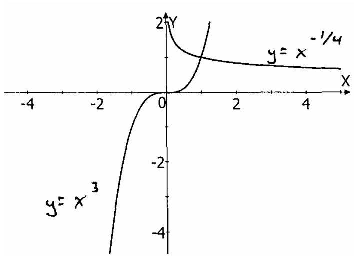
а) $x^{\frac{1}{2}} < 6 - x;\ x \in [0;4)$.

б) $x^{\frac{3}{2}} \ge -2;\ x \ge 1$.

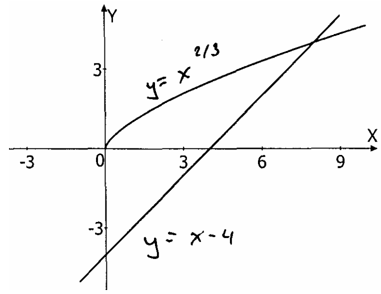




в) $x^{-\frac{1}{4}} \le x^3$; $x \ge 1$.



г) $x^{\frac{2}{3}} > x - 4$; $x \in [0;8)$.



1289. а) $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$; $g(x) = x^{-2}$; $f(16x^8) = \left(16x^8\right)^{\frac{1}{4}} = 2x^2$;

$2g(x)^{-1} = 2\left(x^{-2}\right)^{-1} = 2x^2$.

б) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$; $g(x) = x^{-3}$; $f(27x^3) = \left(27x^3\right)^{\frac{2}{3}} = 9x^2$;

$9\left(g(x)^{-2}\right) = 9\left(x^{-3}\right)^{-2} = 9x^6$; предположение неверно.

1290. а) $f(x) = \dfrac{5x^3 - 3x^2 + 15x - 7}{x\sqrt{x}}$;

$$f'(x) = \frac{(15x^2 - 6x + 15)x^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}(5x^3 - 3x^2 + 15x - 7)}{x^3} =$$

$$= \frac{15x^{\frac{7}{2}} - 6x^{\frac{5}{2}} + 15x^{\frac{3}{2}} - \frac{15}{2}x^{\frac{7}{2}} + \frac{9}{2}x^{\frac{5}{2}} - \frac{45}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{21}{2}x^{\frac{1}{2}}}{x^3} =$$

$$= \frac{\frac{15}{2}x^{\frac{7}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{5}{2}} - \frac{30}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{21}{2}x^{\frac{1}{2}}}{x^3} = \frac{3}{2}\frac{5x^7 - x^5 - 10x^3 + 7}{x^{\frac{5}{2}}}.$$

б) $f(x) = \left(\sqrt[3]{x^{-1}} - 2x\right)\left(2\sin 2x + \cos x\right)$;

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} - 2\right)\left(2\sin 2x + \cos x\right) + \left(4\cos 2x - \sin x\right)\left(\sqrt[3]{x^{-1}} - 2x\right).$$

в) $f(x) = \dfrac{7x^8 - 5x^4 + 12x - \sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$;

$$f'(x)=\frac{\left(56x^7-20x^3+12-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\sqrt[3]{x}}{x^{\frac{2}{3}}}-\frac{\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}\left(7x^8-5x^4+12x-\sqrt{x}-2\right)}{x^{\frac{2}{3}}}.$$

г) $f(x)=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\text{tg}(3x-5)$;

$$f'(x)=\left(\frac{2}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt{x^3}}\right)\text{tg}(3x-5)+\frac{3}{\cos^2(3x-5)}\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

1291. а) $f(x)=\frac{x^2-1}{\sqrt{x}+1}$; $f'(x)=\frac{2x\left(\sqrt{x}+1\right)-\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(x^2-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$.

б) $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}$; $f'(x)=\frac{\sqrt[3]{x}+1-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}(x+1)}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)^2}$.

в) $f(x)=\frac{x^3-1}{\sqrt{x}-1}$; $f'(x)=\frac{3x^2\left(\sqrt{x}-1\right)-\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(x^3-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$.

г) $f(x)=\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}=\sqrt[3]{x}-1$; $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$.

1292. а) $g(x)=2\sqrt{x}-x$; $g'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-1=0$ $\quad x=1$.

б) $g(x)=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{12}{5}x^{\frac{5}{4}}+2x$; $g'(x)=\sqrt{x}-3\sqrt[4]{x}+2=0$;

$\sqrt[4]{x}=2$; $\sqrt[4]{x}=1$; $\quad x=16$; $x=1$.

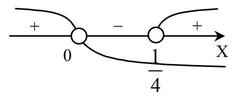
в) $g(x)=\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}-2x$; $\quad g'(x)=\sqrt[3]{x}-2=0$; $x=8$.

г) $g(x)=\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}-\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}-2x$; $g'(x)=x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{6}}-2$; $x^{\frac{1}{6}}=2$, $x^{\frac{1}{6}}=-1$;

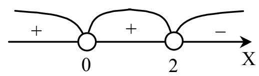
$x=64$, решений нет.

1293. а) $f(x)=x^2-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$; $f'(x)=2x-\sqrt{x}>0$; $\begin{cases}4x^2>x\\ x>0\end{cases}$;

$\begin{cases} x(4x-1)>0 \\ x>0 \end{cases}$; $x>\dfrac{1}{4}$.



б) $f(x)=-\dfrac{8}{x}-\dfrac{x^2}{2}$; $f'(x)=\dfrac{8}{x^2}-x>0$; $\dfrac{8-x^3}{x^2}>0$;
$x<2,\ x\neq 0$.



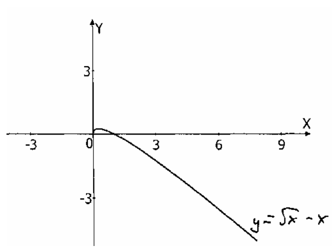
в) $f(x)=\dfrac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+\dfrac{3}{2}x^{\frac{4}{3}}$; $f'(x)=x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{3}}>0$; $x^{\frac{1}{3}}\left(x^{\frac{1}{3}}+2\right)>0$; $x>0$.

г) $f(x)=0{,}4x^{\frac{5}{4}}-\dfrac{8}{3}x^{\frac{3}{4}}$; $f'(x)=\dfrac{1}{2}x^{\frac{1}{4}}-2x^{-\frac{1}{4}}>0$; $\dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{1}{2}}-4\right)>0$;

$x>16$.

1294.

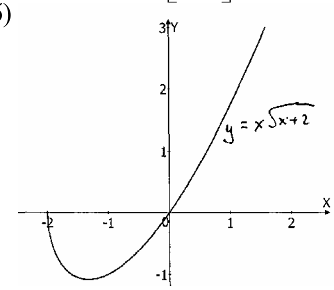
а)



$y=\sqrt{x}-x$; $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-1=0$; $2\sqrt{x}=1,\ x=\dfrac{1}{4}$;

возрастает $x\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$; убывает $x\geq\dfrac{1}{4}$; $x=\dfrac{1}{4}-\max$.

б)



$y = x\sqrt{x+2}$; $y' = \sqrt{x+2} + \frac{x}{2\sqrt{x+2}} = \frac{3x+4}{2\sqrt{x+2}} > 0$;

$x \geq -\frac{4}{3}$ – возрастает; $x \in \left[-2; -\frac{4}{3}\right]$ – убывает; $x = -\frac{4}{3}$ – min.

1295.

а) $\underbrace{2x^5 + x^3 + 5x - 80}_{y_1} = \underbrace{\sqrt[3]{14-3x}}_{y_2}$

$y_1' = 10x^4 + 3x^2 + 5$ – возрастает, при всех x;

$y_2' = -\frac{1}{\sqrt[3]{(14-3x)^2}}$ – убывает, при всех $x \Rightarrow$ однорешение: $x = 2$.

б) $\sqrt[4]{10+3x} = 74 - x^5 - 3x^3 - 8x$; $y_1 = \sqrt[4]{10+3x}$;

$y_2 = 74 - x^5 - 3x^3 - 8x$; $y_1' = \frac{3}{4\sqrt{10+3x}}$ – возрастает, при всех x;

$y_2' = -5x^4 - 9x^2 - 8$ – убывает, при всех $x \Rightarrow$ одно решение: $x = 2$.

1296. а) $y = \sqrt{x}$, $y = -2\sqrt{x}$, $x = 4$;

$$S = \int_0^4 \sqrt{x}dx + \int_0^4 2\sqrt{x}dx = \int_0^4 3\sqrt{x}dx = 2x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^4 = 16.$$

б) $y = 2\sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 9$;

$$S = \int_0^9 2\sqrt{x}dx + \int_0^9 \sqrt{x}dx = 2\sqrt{x^3}\Big|_0^9 = 54.$$

1297. а) $y = 2 - \sqrt{x}$; $y = \sqrt{x}$; $3x + 5y = 22$; $2 - \sqrt{x} = \sqrt{x}$; $x = 1$;

$\sqrt{x} = \frac{22}{5} - \frac{3}{5}x$; $x \leq \frac{22}{3}$; $25x = 484 + 9x^2 - 132x$;

$9x^2 - 157x + 484 = 0$; $D = 24649 - 17424 = 85^2$; $x = \frac{157-85}{18} = 4$;

$x = \frac{157+85}{18} = \frac{121}{9}$ — отпадает; $2 - \sqrt{x} = \frac{22}{5} - \frac{3}{5}x$;

$\sqrt{x} = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$, $x \geq 4$; $25x = 9x^2 + 144 - 72x$; $9x^2 - 97x + 144 = 0$;

$D = 9409 - 5184 = 65^2$; $x = \frac{97-65}{18}$ – не подходит; $x = 9$.

$$S=\int_1^4\left(\sqrt{x}-2+\sqrt{x}\right)dx+\int_4^{22/3}\left(\frac{22}{5}-\frac{3x}{5}\right)dx+\left(\int_{22/3}^{9}\left(\frac{22}{5}-\frac{3x}{5}\right)dx-\int_4^9\left(2-\sqrt{x}\right)dx\right)=$$

$$=\left(\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}-2x\right)\Bigg|_1^4+\left(\frac{22}{5}x-\frac{3}{10}x^2\right)\Bigg|_4^{\frac{22}{3}}+\left(\frac{22}{5}x-\frac{3}{10}x^2\right)\Bigg|_{\frac{22}{3}}^9-\left(2x-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_4^9=$$

$$=\frac{10}{3}+\frac{484}{15}-\frac{484}{30}-\frac{88}{5}+\frac{24}{5}+\frac{198}{5}-\frac{243}{10}-\frac{484}{15}+\frac{484}{30}-18+18+8-\frac{16}{3}=$$

$$=-\frac{6}{3}+\frac{134}{5}-\frac{243}{10}+8=\frac{-60+804-729+240}{30}=\frac{255}{30}=8,5.$$

б) $y=\sqrt{x}$, $y=3-2\sqrt{x}$, $4x-5y-21=0$;

$\sqrt{x}=3-2\sqrt{x}$; $x=1$; $\sqrt{x}=\frac{4}{5}x-\frac{21}{5}$;

Легко увидеть, что $x=9$; $3-2\sqrt{x}=\frac{4}{5}x-\frac{21}{5}$;

Легко увидеть, что $x=4$;

$$S=\int_1^9\sqrt{x}dx-\int_1^4\left(3-2\sqrt{x}\right)dx-\int_4^9\left(\frac{4}{5}x-\frac{21}{5}\right)dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^9-\left(3x-\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_1^4-\left(\frac{2x^2}{5}-\frac{21}{5}x\right)\Bigg|_4^9=$$

$$=18-\frac{2}{3}-12+\frac{32}{3}+3-\frac{4}{3}-\frac{72}{5}+\frac{189}{5}+\frac{32}{5}-\frac{84}{5}=9+\frac{26}{3}-5=4+\frac{26}{3}=\frac{38}{3}$$

(в ответе задачника опечатка).

1298. а) $f(x)=4\sqrt[4]{x}$; $y=x-2$; $f'(x)=x^{-\frac{3}{4}}$; $y=4\sqrt[4]{x_0}+x_0^{-\frac{3}{4}}\left(x-x_0\right)$;

$x_0^{-\frac{3}{4}}=1$; $x_0=1$; $y=4+x-1=x+3$.

б) $f(x)=\frac{1}{x^3}$; $y=5-3x$; $f'(x)=-3\frac{1}{x^4}$; $y=\frac{1}{x_0^3}-\frac{3}{x_0^4}\left(x-x_0\right)$;

$-\frac{3}{x_0^4}=-3$; $x_0=\pm1$; $y=1-3(x-1)=-3x+4$;

$y=-1-3(x+1)=-3x-4$.

1299. а) $y=\sqrt{x}$ M(0;1); $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$; $y=\sqrt{x_0}+\frac{1}{2\sqrt{x_0}}\left(x-x_0\right)$;

$1=\sqrt{x_0}+\frac{1}{2\sqrt{x_0}}\left(-x_0\right)$; $1=\sqrt{x_0}-\frac{1}{2}\sqrt{x_0}$; $\frac{1}{2}\sqrt{x_0}=1$; $x_0=4$;

$y = 2 + \frac{1}{4}(x-4)$; $y = \frac{1}{4}x + 1$.

б) $y = x^{\frac{3}{2}} + 4$; M(0;0); $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$; $y = x_0^{\frac{3}{2}} + 4 + \frac{3}{2}\sqrt{x_0}(x - x_0)$;

$0 = x_0^{\frac{3}{2}} + 4 + \frac{3}{2}\sqrt{x_0}(-x_0)$; $x_0^{\frac{3}{2}} = 8$; $x_0 = 4$; $y = 8 + 4 + \frac{3}{2}\cdot 2(x-4)$;

$y = 3x - 12 + 12$; $y = 3x$.

Глава 7. Показательная и логарифмическая функции

§ 45. Показательная функция, ее свойства и график

1300. а) $2^3 = 8$; б) $2^{-2} = \frac{1}{4}$; в) $2^5 = 32$; г) $2^{-4} = \frac{1}{16}$.

1301. а) $2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$; б) $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt{2}$; г) $2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

1302. а) $3^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{2}{3}}$; б) $3^{\frac{1}{2}} > 3^{-\frac{1}{2}}$; в) $3^{\frac{4}{5}} > 3^{\frac{3}{5}}$; г) $3^1 > 3^{-\frac{3}{2}}$.

1303. а) $5^{\frac{2}{3}} \vee 5^{\frac{4}{5}}$; $5^{\frac{10}{15}} < 5^{\frac{12}{15}}$;

б) $5^{-\frac{7}{3}} \vee 5^{-\frac{6}{5}}$; $5^{-\frac{35}{15}} < 5^{-\frac{18}{15}}$;

в) $5^{\frac{3}{5}} \vee 5^{\frac{4}{7}}$; $5^{\frac{21}{35}} > 5^{\frac{20}{35}}$;

г) $5^{-\frac{3}{8}} \vee 5^{-\frac{11}{9}}$; $5^{-\frac{3}{8}} > 5^{-\frac{11}{9}}$.

1304. а) $2^3 \cdot 2^2 = 8 \cdot 4 = 32$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 3$;

в) $3^2 \cdot 3^3 = 243$; г) $5^{-4} \cdot 5^2 = \frac{1}{25}$.

1305. а) $2^{5,3} \cdot 2^{-0,3} = 2^5 = 32$; б) $7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{3,5} = 7^3 = 343$;

в) $3^{6,8} \cdot 3^{-5,8} = 3^1 = 3$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3,7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-0,7} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

1306. а) $4^{3,5} : 4^3 = 4^{\frac{1}{2}} = 2$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6,3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2,3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$;

в) $8^{2\frac{1}{3}} : 8^2 = 8^{\frac{1}{3}} = 2$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2,4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-0,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

1307. а) $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2 = 4$; б) $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$;

в) $\left(3^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3^3 = 27$; г) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3}}$.

1308. а) $\left(2^{-3}\right)^2 \cdot 2^5 = 2^{-1} = \frac{1}{2}$;

б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{4,1}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{20,6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20,5-20,6} = \sqrt[10]{\frac{3}{2}}$;

в) $\left(3^{2,7}\right)^3 : 3^{5,1} = 3^3 = 27$; г) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{3}{2}$

1309. а) $\sqrt[4]{8} \cdot 2^{0,5} : 2^{1,25} = 2^{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{5}{4}} = 2^0 = 1$;

б) $\sqrt[4]{10000} \cdot \sqrt{100} : 10^3 = 10^{-1} = 0,1$;

в) $\sqrt[3]{81} \cdot 3^{2,6} : 3^{1,6} = 3^{\frac{4}{3}+2,3-1,6} = 9\sqrt[3]{3}$;

г) $\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{128} : 2^3 = 2^{1+\frac{7}{3}-3} = \sqrt[3]{2}$;

1310. а) $3^x = 9$, $x = 2$; б) $3^x = \frac{1}{3}$, $x = -1$;

в) $3^x = 27$, $x = 3$; г) $3^x = \frac{1}{81}$, $x = -4$.

1311. а) $5^x = \sqrt{5}$, $x = \frac{1}{2}$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$, $x = -4$;

в) $8^x = \sqrt[5]{8}$, $x = \frac{1}{5}$; г) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{16}{25}$, x = 2.

1312. а) $2^{3x} = 128$, $x = \frac{7}{3}$; б) $6^{3x} = 216$, x = 1;

в) $3^{2x} = \frac{1}{27}$, $x = -\frac{3}{2}$; г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x} = \frac{1}{343}$, $x = \frac{3}{5}$.

1313. а) $y = 3^x$ — показательная; г) $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$ — показательная.

1314. а) $y = 7^x$, y(3) = 343; $y(-1) = \frac{1}{7}$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{7}$;

б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $y(1) = \frac{1}{2}$; $y\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$;

в) $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$, y(0) = 1; y(4) = 9; $y(5) = 3^{\frac{5}{2}}$.

г) $y = \left(\frac{4}{9}\right)^x$, $y\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$; $y(-1) = \frac{9}{4}$; $y(2,5) = \frac{32}{243}$.

1315. а) $2^x = 16$, x = 4; б) $2^x = 8\sqrt{2}$, $x = \frac{7}{2}$;

в) $2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x = -\frac{1}{2}$; г) $2^x = \frac{1}{32\sqrt{2}}$, $x = -\frac{11}{2}$.

1316. а) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25}$, x = 2;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$, x = –2; (опечатка в ответе задачника).

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{25\sqrt{5}}$, $x = \frac{5}{2}$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625\sqrt{5}$, $x = -4 - \frac{1}{2} = -4,5$.

1317. б) $y = 18^x$ – ограничена снизу;

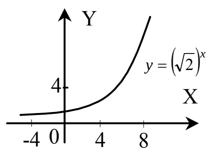
г) $y = \left(\frac{4}{11}\right)^x$ – ограничена снизу. .

1318. б) $y = (0,6)^x$ – не ограничена сверху;

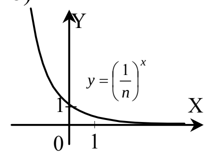
в) $y = (7,2)^x$ – не ограничена сверху.

1319.

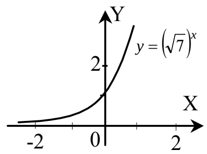
а)



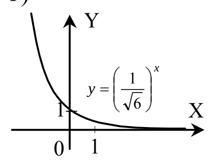
б)



в)

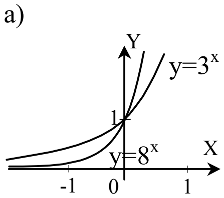


г)

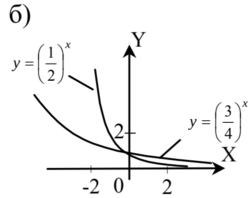


1320.

а)

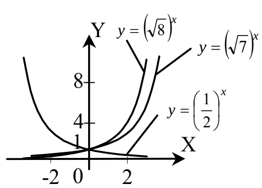


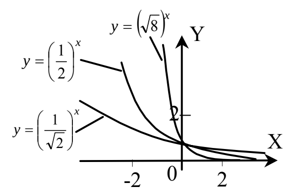
б)



в) ($y=(\sqrt{7})^x$; $y=5^x$; $y=(\sqrt{8})^x$.

г) $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$; $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$; $y=\left(\frac{1}{8}\right)^x$.





1321. а) $(1,3)^{34} < (1,3)^{40}$; б) $\left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} < \left(\frac{7}{9}\right)^{-3}$;

в) $(12,1)^{\sqrt{3}} < (12,1)^{\sqrt{5}}$; г) $(0,65)^{-\sqrt{2}} > 0,65^{\frac{1}{2}}$.

1322. а) $17^{-\frac{3}{4}} < 1$; б) $(9,1)^{\sqrt{7}} > 1$; в) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2,5} < 1$; г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{8} < 1$.

1323. а) $y=(\sqrt{3})^x = 3^{\frac{x}{2}}$ — возрастает на R, т.к. $\sqrt{3} > 1$.

б) $y=(0{,}3)^x$ — убывает на R, т.к. 0,3 < 1.

в) $y=21^x$ — возрастает на R, т.к. 21 > 1.

г) $y=\left(\dfrac{4}{\sqrt{19}}\right)^x$ — убывает на R, т.к. $\dfrac{4}{\sqrt{19}}<1$.

1324. а) $y=2^{-x}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ — убывает на R, т.к. $\dfrac{1}{2}<1$.

б) $y=\left(\dfrac{2}{9}\right)^{-x}=\left(\dfrac{9}{2}\right)^x$ — возрастает на R, т.к. $\dfrac{9}{2}>1$.

в) $y=17^{-x}=\left(\dfrac{1}{17}\right)^x$ — убывает на R, т.к. $\dfrac{1}{17}<1$.

г) $y=\left(\dfrac{1}{13}\right)^{-x}=13^x$ — возрастает на R, т.к. 13 > 1.

1325. а) $4^x\le 64$, $4^x\le 4^3$, $x\le 3$; б) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>\dfrac{1}{8}$, $\dfrac{1}{2^x}>\dfrac{1}{2^3}$, $x<3$;

в) $5^x\ge 25$, $x\ge 2$; г) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x<\dfrac{8}{27}$, $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x<\left(\dfrac{2}{3}\right)^3$, $x>3$.

1326. а) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\ge 81$; $3^{-x}\ge 3^4$; $x\le -4$.

б) $15^x<\dfrac{1}{225}$; $15^x<15^{-2}$; $x<-2$.

в) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^x\le\dfrac{243}{8}$; $\left(\dfrac{2}{7}\right)^x\le\left(\dfrac{2}{7}\right)^{-3}$; $x\ge -3$.

г) $2^x>\dfrac{1}{256}$; $2^x>2^{-3}$; $x>-8$.

1327. а) $y=2^x$; [1;4]; $y_{max}=2^4=16$; $y_{min}=2^1=2$.

б) $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ [-4;-2]; $y_{max}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4}=81$; $y_{min}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}=9$.

в) $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ [0;4]; $y_{max}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^0=1$; $y_{min}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{1}{81}$.

г) $y=2^x$; [-4;2]; $y_{max}=2^2=4$; $y_{min}=2^{-4}=1/16$.

1328. а) $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$; $(-\infty;4]$; $y_{max}=\left(\sqrt{2}\right)^4=4$; y_{min} не существует.

б) $y=\left(1/\sqrt{3}\right)^x$; $(-\infty;2]$; y_{max} не существует; $y_{min}=1/3$.

в) $y=\left(\sqrt[3]{5}\right)^x$; $[0;+\infty)$; y_{max} не существует; $y_{min}=\left(\sqrt[3]{5}\right)^0=1$.

г) $y=\left(1/\sqrt{7}\right)^x$; $[-2;+\infty)$; $y_{max}=\left(1/\sqrt{7}\right)^{-2}=7$; y_{min} не существует.

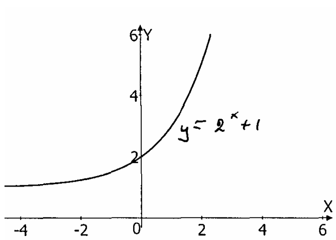
1329. $y=2^x$; $2^x=32;\ x=5;\ 2^x=1/2;\ x=-1;\ x\in[-1;5]$.

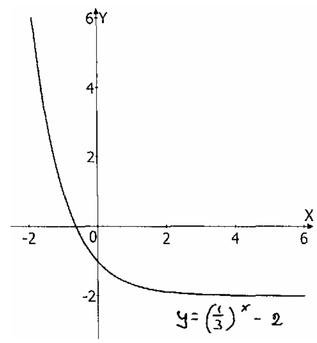
1330. $y=(1/3)^x$; $(1/3)^x=81;\ x=-4;\ (1/3)^x=1/27;\ x=3;\ x\in[-4;3]$.

1331. а) $y=4^{x^2-1},\ x\in R$; б) $y=7^{1/x},\ x\neq 0$;

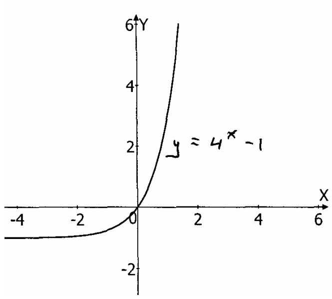
в) $y=(3/8)^{-x^2+2},\ x\in R$; г) $y=(9{,}1)^{\frac{1}{x-1}};\ x\neq 1$.

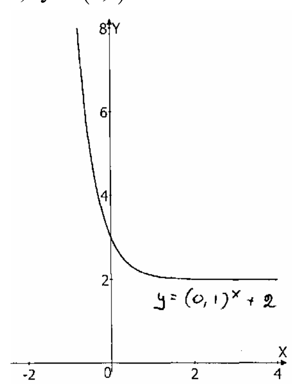
1332. а) $y=2^x+1$; б) $y=(1/3)^x-2$;





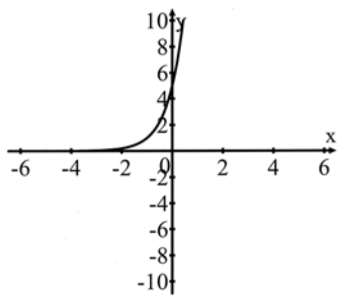
в) $y=4^x-1$ г) $y=(0{,}1)^x+2$

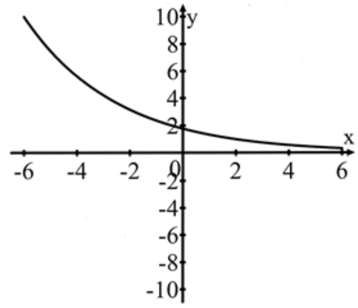




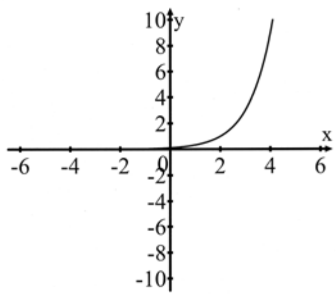
1333.

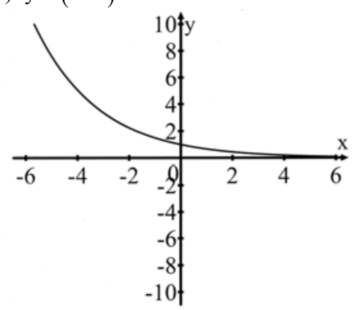
а) $y = 5^{x+1}$ б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$





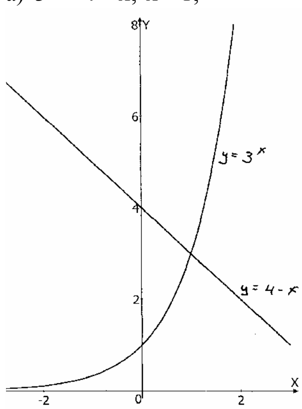
в) $y = 3^{x-2}$ г) $y = (2/3)^{x+0,5}$

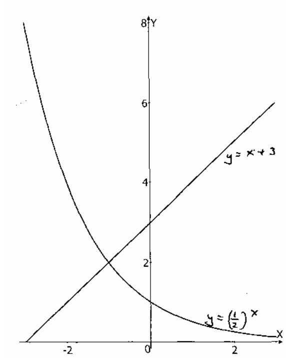




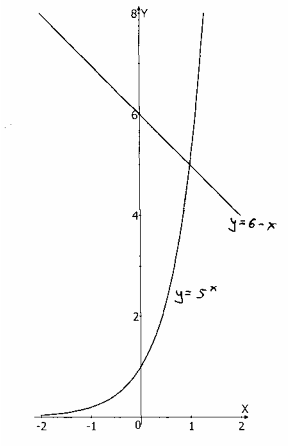
1334.

а) $3^x = 4 - x,\ x = 1;$ б) $(1/2)^x = x + 3,\ x = -1;$

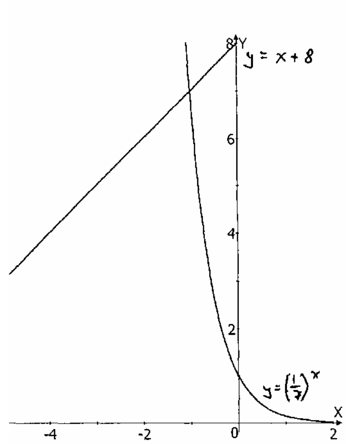




в) $5^x = 6 - x,\ x = 1;$

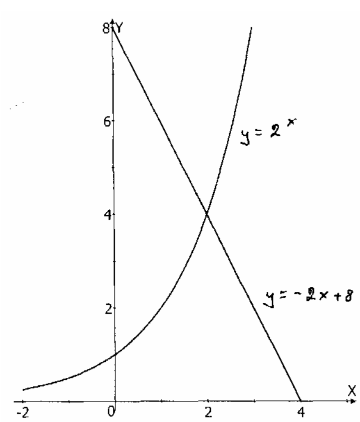


г) $(1/7)^x = x + 8,\ x = -1;$

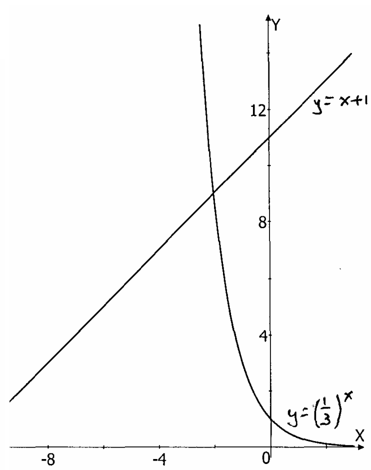


1335.

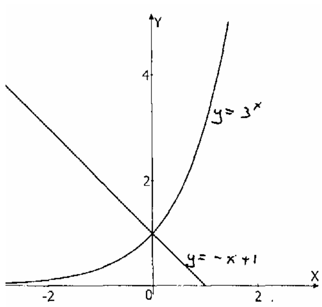
а) $2^x = -2x + 8,\ x = 2;$

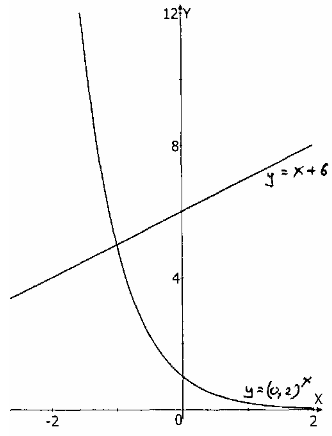


б) $(1/3)^x = x + 11,\ x = -2;$

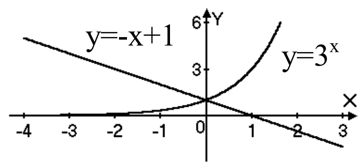


в) $3^x = -x + 1,\ x = 0;$ г) $0,2^x = x + 6,\ x = -1;$

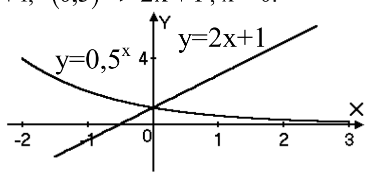




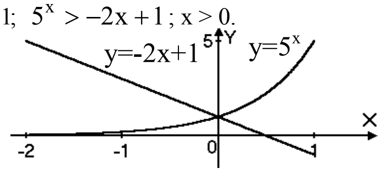
1336. а) $y = 3^x$, $y = -x + 1$; $3^x > -x + 1$; $x > 0$.



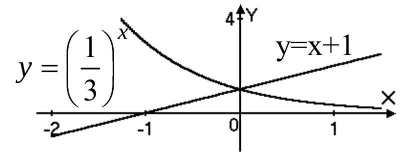
б) $y = (0,5)^x$, $y = 2x + 1$; $(0,5)^x > 2x + 1$; $x < 0$.



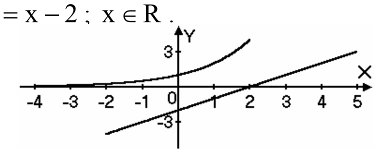
в) $y = 5^x$, $y = -2x + 1$; $5^x > -2x + 1$; $x > 0$.



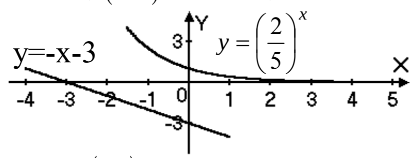
г) $y = (1/3)^x$, $y = x + 1$; $(1/3)^x > x + 1$; $x < 0$.



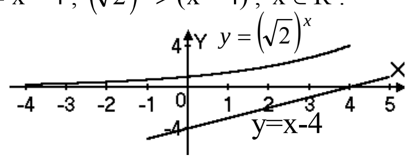
1337. а) $y=2^x$; $y=x-2$; $x \in R$.



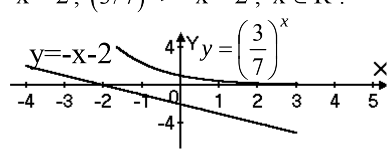
б) $y=(2/5)^x$; $y=-x-3$; $(2/5)^x > -x-3$; $x \in R$.



в) $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$; $y=x-4$; $\left(\sqrt{2}\right)^x > (x-4)$; $x \in R$.



г) $y=(3/7)^x$; $y=-x-2$; $(3/7)^x > -x-2$; $x \in R$.



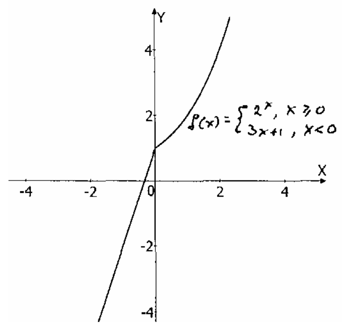
1338. а) $y=2^x$; $y=-(3/2)x-1$; $2^x < -(3/2)x-1$; $x<-1$.

б) $y=(1/2)^x$; $y=-x-2$; $(1/2)^x < -x-2$; нет решений.

в) $y=(1/5)^x$; $y=3x+1$; $(1/5)^x < 3x+1$; $x>0$.

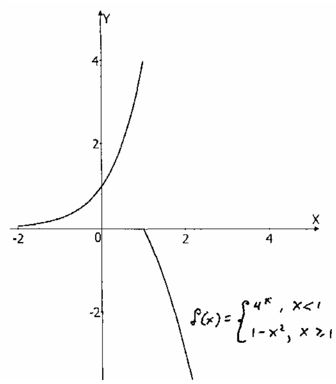
г) $y=3^x$; $y=-2x-5$; $3^x < -2x+5$; $x<1$.

1339. $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x \ge 0 \\ 3x+1, & x<0 \end{cases}$



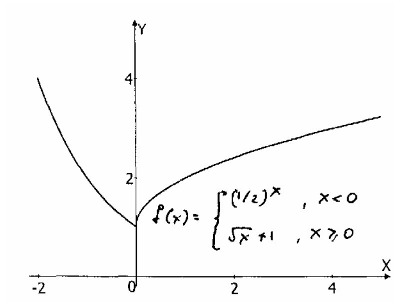
a) $f(-3)=-3\cdot 3+1=-8$; $f(-2{,}5)=-\dfrac{13}{2}$; $f(0)=1$; $f(2)=4$;
$f(3{,}5)=8\sqrt{2}$

1340. $f(x)=\begin{cases}4^x & , x<1\\ -x^2+1 , & x\geq 1\end{cases}$



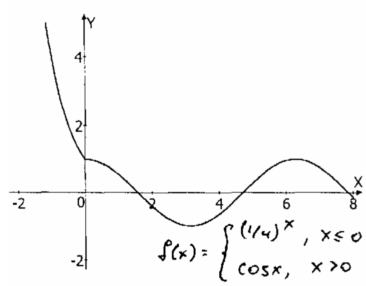
a) $f(-3)=\dfrac{1}{64}$; $f(-2{,}5)=\dfrac{1}{32}$; $f(0)=1$; $f(1)=0$; $f(2)=-3$.

1341. $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x, & x<0\\ \sqrt{x}+1, & x\ge 0\end{cases}$



а) $f(-5)=32$; $f(-2{,}5)=\sqrt{32}$; $f(0)=1$; $f(4)=3$; $f(1{,}69)=2{,}3$.

1342. $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{4}\right)^x, & x\le 0\\ \cos x, & x>0\end{cases}$



а) $f(-3)=64$; $f(-2)=16$; $f(-1{,}5)=8$; $f(0)=1$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0$.

1343. а) $2^{-\sqrt{2}}$; 1; $2^{\frac{1}{3}}$; $2^{1,4}$; $2^{\sqrt{2}}$; $2^{1,5}$.

б) $0{,}3^9$; $0{,}3^{\frac{1}{2}}$; $0{,}3^{\frac{1}{3}}$; $0{,}3^{-\sqrt{5}}$; $0{,}3^{-9}$.

1344. а) $y=-3\cdot 12^x$; убывает на R.

б) $y=\frac{1}{0{,}5^x+1}$; возрастает на R.

в) $y=-9\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^x$; возрастает на R.

г) $y=-\frac{3}{4+2^x}$; возрастает на R.

1345. а) $y=3^{x-1}+8;\ [-3;1];\ \ y_{max}=3^{1-1}+8=9;\ \ y_{min}=3^{-3-1}+8=8\frac{1}{81}$.

б) $y=5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^x+4;\ [-1;2];\ \ y_{max}=5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}+4=\frac{25}{3}+4=\frac{37}{3}$;

$y_{min}=5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2+4=\frac{9}{5}+4=\frac{29}{5}$.

в) $y=7^{x-2}+9;\ [0;2];\ \ y_{max}=7^{2-2}+9=10$; $y_{min}=7^{-2}+9=9\frac{1}{49}$.

г) $y=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x+13;\ [-2;3];\ \ y_{max}=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+13=29$;

$y_{min}=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+13=13\frac{1}{2}$.

1346. а) $y=\frac{1}{2^x-1},\ 2^x\ne 1,\ x\ne 0.$ б) $y=\frac{x+2}{0{,}5^x-2},\ 0{,}5^x\ne 2,\ x\ne -1.$

в) $y=\frac{x}{3^x-9},\ 3^x\ne 9,\ x\ne 2.$ г) $y=\frac{2x+1}{(1/3)^x-27},\ 3^{-x}\ne 27,\ x\ne -3.$

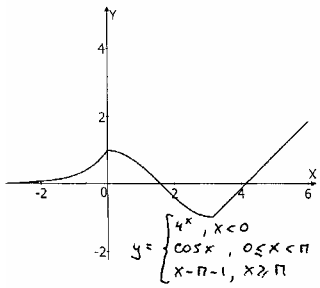
1347. а) $y=3\cdot 2^x$; $y\in(0;+\infty)$. б) $y=14\cdot(1/2)^x$; $y\in(0;+\infty)$.

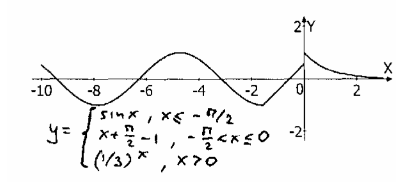
в) $y=(1/2)\cdot 7^x$; $y\in(0;+\infty)$. г) $y=4/3\cdot(1/2)^x$; $y\in(0;+\infty)$.

1348. а) $y=3^x+1$; $y\in(1;+\infty)$; б) $y=(7/9)^x+6$; $y\in(6;+\infty)$.

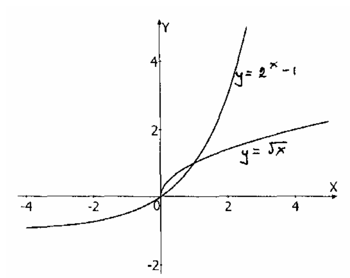
в) $y=17^x-2$; $y\in(-2;+\infty)$. г) $y=(2/5)^x-8$; $y\in(-8;+\infty)$.

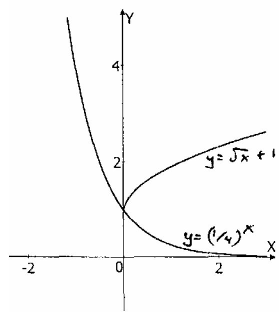
1349. а) $y=\begin{cases}4^x, & x<0\\ \cos x, & 0\le x<\pi\\ x-\pi-1, & x\ge\pi\end{cases}$; б) $y=\begin{cases}\sin x, & x\le-\frac{\pi}{2}\\ x+\frac{\pi}{2}-1, & -\frac{\pi}{2}<x\le 0\\ (1/3)^x, & x>0\end{cases}$



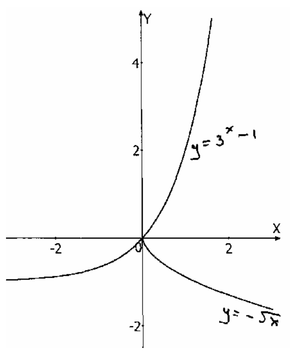


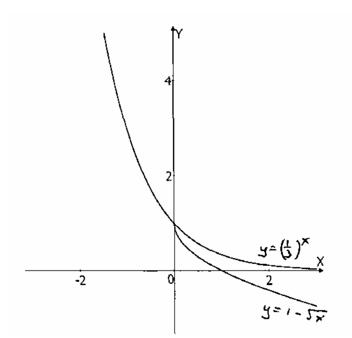
1350) а) $2^x - 1 = \sqrt{x}$, x = 1, x = 0; б) $(1/4)^x = \sqrt{x} + 1$, x = 0;



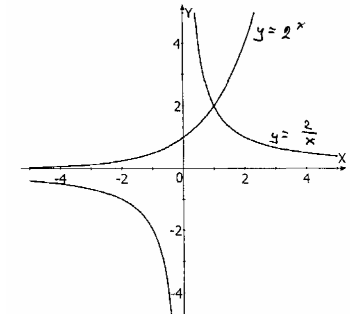


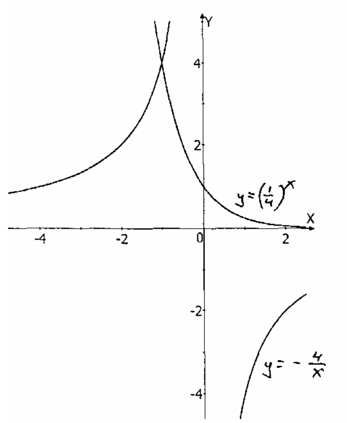
в) $3^x - 1 = -\sqrt{x}$; x = 0; г) $(1/3)^x = 1 - \sqrt{x}$, x = 0;



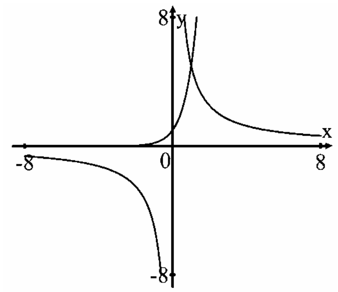


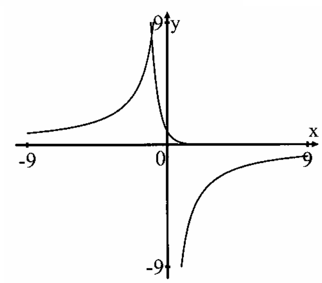
1351. а) $2^x = 2/x$, x = 1; б) $(1/4)^x = -(4/x)$, x = −1;



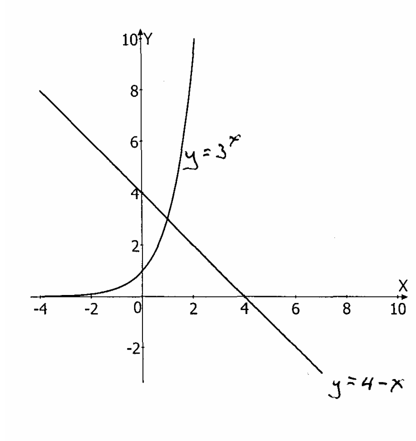


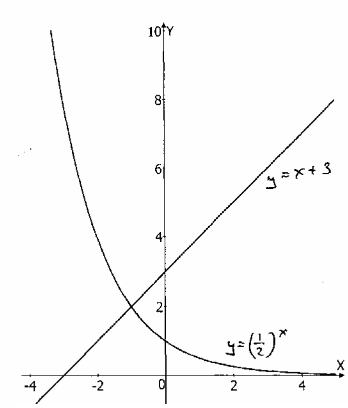
в) $5^x = 5/x$, $x = 1$; г) $(1/8)^x = -(8/x)$; $x = -1$;





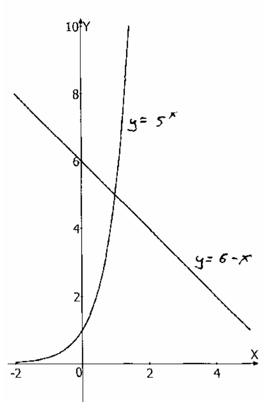
1352. а) $3^x \geq 4 - x$, $x \geq 1$; б) $(1/2)^x \leq x + 3$, $x \geq -1$;

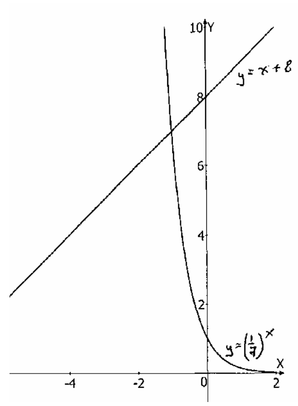




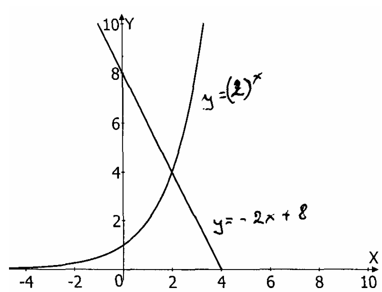
в) $5^x < 6 - x$, $x < 1$;

г) $(1/7)^x > x + 8$, $x < -1$;

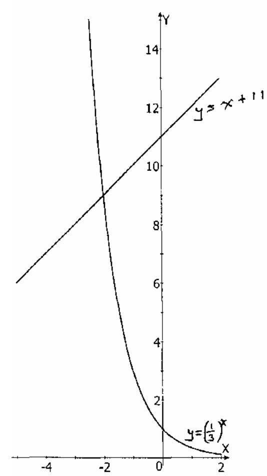




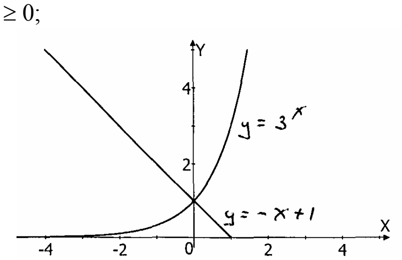
1353. а) $2^x < -2x + 8$, $x < 2$;



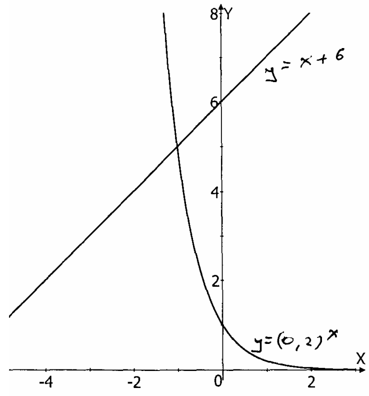
б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x+11$; $x \leq -2$;



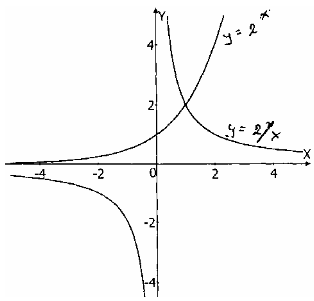
в) $3^x \geq -x+1$, $x \geq 0$;

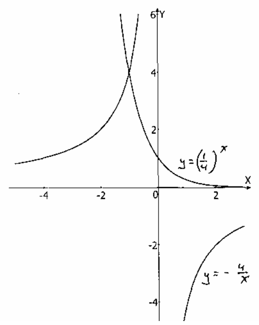


г) $0{,}2^x < x+6$; $x > -1$;

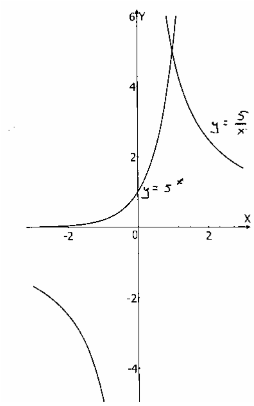


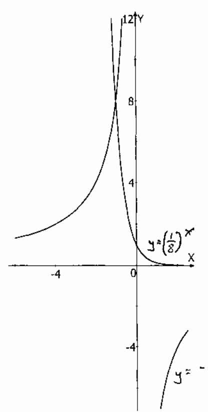
1354. а) $2^x \geq 2/x$, $x \in (-\infty;0) \cup [1;+\infty)$; б) $(1/4)^x < -4/x$, $x \in (-1;0)$;



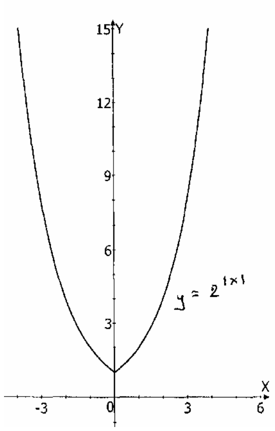


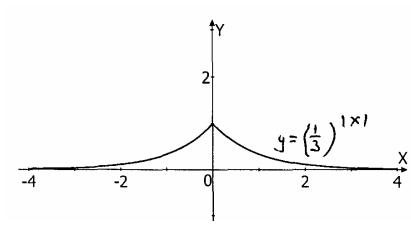
в) $5^x \leq 5/x$, $x \in (0;1]$; г) $(1/8)^x > -(8/x)$; $x \in (-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$;



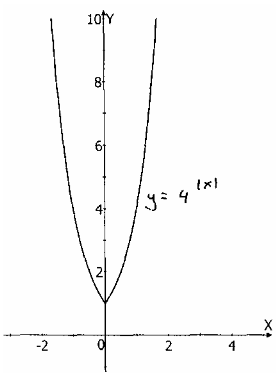


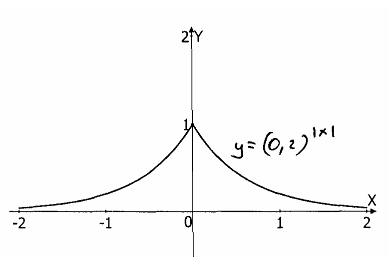
1355. а) $y = 2^{|x|}$ б) $y = (1/3)^{|x|}$





в) $y = 4^{|x|}$ г) $y = 0{,}2^{|x|}$





1356. $f(x) = 2^x$;

а) $f(x_1)f(x_2) = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = f(x_1 + x_2)$;

б) $f(x+1)f(2x) = 2^{x+1}2^{2x} = 2 \cdot 2^{3x} = 2f^3(x)$;

в) $f(-2x) = 2^{-2x} = \frac{1}{2^{2x}} = \frac{1}{f^2(x)}$;

г) $f(\cos^2 x) = 2^{\cos^2 x} = 2^{\frac{1}{2}(1+\cos 2x)} = \sqrt{2}\left(2^{\frac{1}{2}\cos 2x}\right) = \sqrt{2f(\cos 2x)}$;

§ 46. Показательные уравнения

1357. а) $3^x = 9$; x = 2. б) $2^x = 16$; x = 4.

в) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$; x = 0; г) $0{,}5^x = 0{,}125$; x = 3.

1358. а) $4^x = \frac{1}{16}$; x = –2. б) $7^x = \frac{1}{343}$; x = –3.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$; x = –2. г) $0{,}2^x = 0{,}00032$; x = 5.

1359. а) $10^x = \sqrt[4]{1000}$; x = $\frac{3}{4}$. б) $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$; x = $-\frac{2}{3}$.

в) $0{,}3^x = \sqrt[4]{0{,}0081} = 0{,}3$; x = 1. г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}$; x = –2,5.

1360. а) $0{,}3^x = \frac{1000}{27}$; x = –3. б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$; x = –2.

в) $0{,}7^x = \frac{1000}{343}$; x = –3. г) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$; x = –4.

1361. а) $2^{x+1} = 4$; x + 1 = 2; x = 1. б) $5^{3x-1} = 0{,}2$; 3x – 1 = –1; x = 0.

в) $0{,}4^{4-5x} = 0{,}16\sqrt{0{,}4}$; 4 – 5x = 2 + $\frac{1}{2}$; x = 0,3.

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$; 2 – x = $-3-\frac{1}{2}$; x = 5,5.

1362. а) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$; x + 1 = 2x + 3; x = –2.

б) $6^{2x-8} = 216^x$; 2x – 8 = 3x; x = –8.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$; $7 - 4x = x - 3$; $x = 2$.

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = (1{,}5)^{2x-3}$; $8x + 1 = 3 - 2x$; $x = \frac{1}{5}$.

1363. а) $3^{x^2-4{,}5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}$; $3^{x^2-4} = 3^{-3}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

б) $0{,}5^{x^2-5{,}5} \cdot \sqrt{0{,}5} = 32$; $0{,}5^{x^2-5} = 0{,}5^{-5}$; $x^2 - 5 = -5$; $x = 0$.

в) $\sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7{,}5} = \frac{1}{128}$; $2^{x^2-8} = 2^{-7}$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$.

г) $0{,}1^{x^2-0{,}5} \cdot \sqrt{0{,}1} = 0{,}001$; $(0{,}1)^{x^2} = (0{,}1)^3$; $x = \pm\sqrt{3}$.

1364. а) $2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$; $3^x = \frac{1}{9}$; $x = -2$.

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$; $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$; $x = \frac{3}{2}$.

в) $5^x \cdot 2^x = 0{,}1^{-3}$; $10^x = 10^3$; $x = 3$.

г) $0{,}3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0{,}81}$; $0{,}9^x = 0{,}9^{\frac{2}{3}}$; $x = \frac{2}{3}$.

1365. а) $3^x - 3^{x+3} = -78$; $3^x(1-27) = -78$; $3^x = 3$, $x = 1$.

б) $5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4{,}8$; $5^{2x-3}(5^2 - 1) = 4{,}8$; $2x - 3 = -1$, $x = 1$.

в) $2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49$; $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7}(2-1) = 49$; $3x + 7 = -2$, $x = -3$

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1}\left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$; $5x - 1 = 1$, $x = 0{,}4$.

1366. а) $2^{2x}-6\cdot 2^x+8=0$; $\left[\begin{array}{l}2^x=4\\2^x=2\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$.

б) $3^{2x}-6\cdot 3^x-27=0$; $\left[\begin{array}{l}3^x=9\\3^x=-3\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x=2\\\text{не подходит}\end{array}\right.$.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x}-5\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^x-6=0;$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x=6,$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x=-1;$ $x=-1,$ не подходит.

г) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x}+5\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^x-6=0$; $\left(\frac{1}{6}\right)^x=-6,$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x=1;$ не подходит $x=0$

1367. а) $2\cdot 4^x-5\cdot 2^x+2=0$; $2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x+2=0$; $2^x=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}, 2^x=2;$

$x=-1,\ x=1.$

б) $3\cdot 9^x-10\cdot 3^x+3=0$; $3\cdot 3^{2x}-10\cdot 3^x+3=0$;

$3^x=\frac{10-8}{6}=\frac{1}{3}; 3^x=3;\ \ x=-1,\ x=1.$

в) $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^x+15\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x-4=0$; $4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{2x}+15\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x-4=0$;

$\left(\frac{1}{4}\right)^x=\frac{-15-17}{8}$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x=\frac{1}{4};$ не подходит, $x=1.$

г) $(0{,}25)^x+1{,}5\cdot(0{,}5)^x-1=0$; $(0{,}5)^{2x}+1{,}5\cdot(0{,}5)^x-1=0$;

$(0{,}5)^x=\frac{-1{,}5-2{,}5}{2}$; не подходит; $(0{,}5)^x=\frac{1}{2}, x=1.$

1368. а) $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^x-17\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x+4=0$; $4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{2x}-17\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x+4=0$;

$\left(\frac{1}{4}\right)^x=\frac{17-15}{8}=\frac{1}{4}; x=1;$ $\left(\frac{1}{4}\right)^x=4$; $x=-1.$

б) $(0{,}01)^x+9{,}9\cdot(0{,}1)^x-1=0$; $(0{,}1)^{2x}+9{,}9\cdot(0{,}1)^x-1=0$

$(0{,}1)^x=\frac{-9{,}9-10{,}1}{2}$; не подходит; $(0{,}1)^x=\frac{-9{,}9+10{,}1}{2}=\frac{1}{10}; x=1.$

в) $3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^x+7\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x-6=0$; $3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}+7\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x-6=0$;

$\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{-7-11}{6}$; не подходит; $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{-7+11}{6}=\frac{2}{3}$; $x=1.$

г) $5\cdot\left(\frac{4}{25}\right)^x+23\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^x-10=0$; $\left(\frac{2}{5}\right)^x=\frac{-23-27}{10}$; не подходит;

$\left(\frac{2}{5}\right)^x=\frac{2}{5}$; $x=1$.

1369. а) $2^{2x+1}-5\cdot 2^x-88=0$; $2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x-88=0$;

$2^x=\frac{5-27}{4}$; не подходит; $2^x=\frac{5+27}{4}=8$; $x=3$.

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}-32=0$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x-32=0$;

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=-4$; не подходит; $\left(\frac{1}{2}\right)^x=8$; $x=-3$.

в) $5^{2x+1}-26\cdot 5^x+5=0$; $5\cdot 5^{2x}-26\cdot 5^x+5=0$;

$5^x=\frac{13-12}{5}=\frac{1}{5}$; $x=-1$; $5^x=5$; $x=1$.

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}+\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}-162=0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}+9\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x-162=0$;

$\left(\frac{1}{3}\right)^x=\frac{-9-27}{2}$; не подходит; $\left(\frac{1}{3}\right)^x=\frac{-9+27}{2}=9$; $x=-2$.

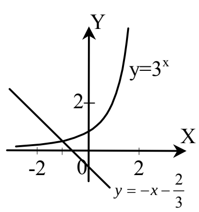
1370. а) $2^x=3^x$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x=1$; $x=0$.

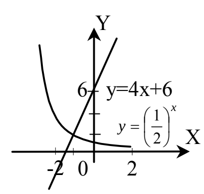
б) $25^x=7^{2x}$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{2x}=1$; $x=0$.

в) $(1/3)^{2x}=8^x$; $72^x=1$; $x=0$.

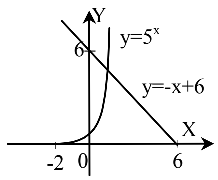
г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x=\left(\frac{1}{5}\right)^x$; $\left(\frac{5}{4}\right)^x=1$; $x=0$.

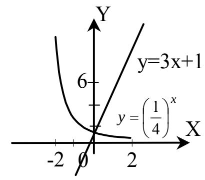
1371. а) $3^x=-x-(2/3)$; $x=-1$; б) $(1/2)^x=4x+6$; $x=-1$;



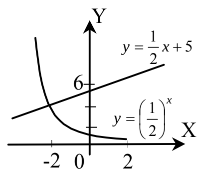


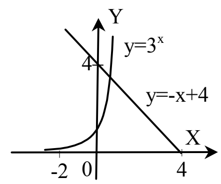
в) $5^x = -x + 6$; $x = 1$; г) $(1/4)^x = 3x + 1$; $x = 0$;



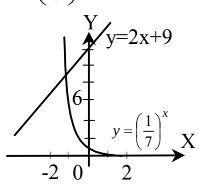


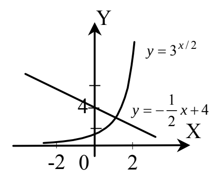
1372. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0{,}5x + 5$; $x = -2$; б) $3^x = -x + 4$; $x = 1$;





в) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 2x + 9$; $x = -1$; г) $3^{\frac{x}{2}} = -0{,}5x + 4$; $x = 2$;





1373. а) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$; $3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2 = 0$;

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{-1-5}{6}$; не подходит; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}$; $x = 1$.

б) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$; $2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0$;

$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3-7}{4}$; не подходит; $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{3+7}{4}$; $x = -1$.

в) $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$; $3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^x - 7 = 0$;

$\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4-10}{6}$; не подходит; $\left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{4+10}{6} = \frac{7}{3}$; $x = -1$.

г) $5\cdot 3^{2x}+7\cdot 15^{x}-6\cdot 25^{2x}=0$; $5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{2x}+7\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{x}-6=0$;

$\left(\frac{3}{5}\right)^{x}=\frac{-7-13}{10}$; не подходит; $\left(\frac{3}{5}\right)^{x}=\frac{-7+13}{10}$; $x=1$.

1374. а) $\begin{cases}2^{x+y}=16\\ 3^{y}=27^{x}\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=4\\ y=3x\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$.

б) $\begin{cases}0{,}5^{3x}\cdot 0{,}5^{y}=0{,}5\\ 2^{3x}\cdot 2^{-y}=32\end{cases}$; $\begin{cases}3x+y=1\\ 3x-y=5\end{cases}$; $\begin{cases}x=1\\ y=-2\end{cases}$.

в) $\begin{cases}5^{2x-y}=125\\ 4^{x-y}=4\end{cases}$; $\begin{cases}2x-y=3\\ x-y=1\end{cases}$; $\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$.

г) $\begin{cases}0{,}6^{x+y}\cdot 0{,}6^{x}=0{,}6\\ 10^{x}\cdot 10^{y}=(0{,}01)^{-1}\end{cases}$; $\begin{cases}y+2x=1\\ x+y=2\end{cases}$; $\begin{cases}x=-1\\ y=3\end{cases}$.

1375. а) $\begin{cases}\sqrt{3}^{\,x+2y}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}\\ 0{,}1^{x}\cdot 10^{3y}=10\end{cases}$; $\begin{cases}x+2y=4\\ 3y-x=1\end{cases}$; $\begin{cases}y=1\\ x=2\end{cases}$.

б) $\begin{cases}27^{y}\cdot 3^{x}=1\\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot 4^{y}=2\end{cases}$; $\begin{cases}3y+x=0\\ 2y-x=1\end{cases}$; $\begin{cases}y=\frac{1}{5}\\ x=-\frac{3}{5}\end{cases}$.

в) $\begin{cases}\left(\sqrt{5}\right)^{2x+y}=\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{5}\\ \left(\frac{1}{5}\right)^{x}\cdot 5^{y}=125\end{cases}$; $\begin{cases}2x+y=0\\ y-x=3\end{cases}$; $\begin{cases}x=-1\\ y=2\end{cases}$.

г) $\begin{cases}5^{y}\cdot 25^{x}=625\\ \left(\frac{1}{3}\right)^{x}\cdot 9^{y}=\frac{1}{27}\end{cases}$; $\begin{cases}y+2x=4\\ 2y-x=-3\end{cases}$; $\begin{cases}x=\frac{11}{5}\\ y=-\frac{2}{5}\end{cases}$.

1376. а) $\left(\sqrt{12}\right)^{x}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^{x}=\frac{1}{6}$; $6^{x}=\frac{1}{6}$; $x=-1$.

б) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x}\cdot\left(\sqrt[3]{9}\right)^{2x}=243$; $3^{2x}=243$; $x=\frac{5}{2}$.

1377. а) $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3}=0{,}81^{-2x}$; $\left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x^2}=0{,}9^{-4x}$; $3x^2-8x-3=0$;

$x=\frac{4+5}{3}=3$; $x=-\frac{1}{3}$.

б) $\left(\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}\right)^{x^2+4}=20{,}25^{x+1}$; $\left(\frac{9}{2}\right)^{-1-\frac{x^2}{4}}=4{,}5^{2x+2}$; $x^2+8x+12=0$;

$x=6$; $x=-2$.

1378. а) $\sqrt{625}\cdot\sqrt{5^{14x-9}}=\sqrt[6]{125\cdot 5^{6x-12}}$; $5^{7x-\frac{5}{2}}=5^{x-\frac{3}{2}}$; $6x=1$; $x=\frac{1}{6}$.

б) $\sqrt[3]{0{,}2}\cdot\sqrt{0{,}2^{2x-\frac{1}{3}}}=\sqrt[3]{0{,}04^{-3x+6}}$; $0{,}2^{x-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=0{,}2^{-2x+4}$;

$x+\frac{1}{6}=-2x+4$; $x=\frac{23}{18}=1\frac{5}{18}$.

1379. а) $27^{\sqrt{x-1}}=\sqrt{9^{x+1}}$; $3^{3\sqrt{x-1}}=3^{x+1}$; $3\sqrt{x-1}=x+1$;

$9x-9=x^2+1+2x$; $x^2-7x+10=0$; $x=5$; $x=2$.

б) $2^{\sqrt{13-x^2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}$; $\sqrt{13-x^2}=3$; $13-x^2=9$; $x^2=4$; $x=\pm 2$.

в) $3^x\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}}=243$; $x-\sqrt{x+1}=5$; $x\geq 5$; $x^2-10x+25=x+1$;

$x^2-11x+24=0$; $x=3$ не подходит; $x=8$.

г) $\left(0{,}1^{\sqrt{x+1}}\right)^{\sqrt{x+6}}=\frac{1}{10^6}$; $x\geq -1$; $\sqrt{(x+1)(x+6)}=6$; $x^2+7x-30=0$;

$x=-10$ не подходит; $x=3$.

1380. а) $3^x\cdot 7^{x+2}=49\cdot 4^x$**;** $21^x=4^x$, $x=0$.

б) $2^{x+1}\cdot 5^{x+3}=250\cdot 9^x$; $2\cdot 125\cdot 10^x=250\cdot 9^x$; $x=0$.

1381. а) $6^{2x+4}=2^{8+x}\cdot 3^{3x}$; $6^4\cdot 2^x\cdot 3^{-x}=2^8$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\left(\frac{2}{3}\right)^4$; $x=4$

б) $35^{4x+2}=5^{3x+4}\cdot 7^{5x}$; $35^2\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^x=5^4$; $\left(\frac{5}{7}\right)^x=\left(\frac{5}{7}\right)^2$; $x=2$.

1382. а) $2^{4x+2}\cdot 5^{-3x-1}=6{,}25\cdot 2^{x+1}$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x}\cdot 2^2\cdot 5^{-1}=2\cdot 6{,}25$;

$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x} = \frac{5 \cdot 6,25}{2}$; $(0,4)^{3x} = 0,064^{-1}$; $3x = -3$; $x = -1$.

б) $3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}$; $3^{-1} \cdot 7^{-2} \cdot \frac{3^{5x}}{3^{3x}} \cdot 7^{2x} = 3$; $21^{2x} = 9 \cdot 49$; $2x = 2$; $x = 1$.

1383. а) $4\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-12} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}+2}\right)^{x-12}$; $4\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-12} = \left(2\left(\sqrt{5}-2\right)\right)^{x-12}$;

$4 = 2^{x-12}$; $x = 14$ (в ответе задачника опечатка).

б) $9\left(3-\sqrt{8}\right)^{2x+1} = \left(\frac{3}{3+\sqrt{8}}\right)^{2x+1}$; $9\left(3-\sqrt{8}\right)^{2x+1} = \left(3\left(3-\sqrt{8}\right)\right)^{2x+1}$;

$9 = 3^{2x+1}$; $2x+1 = 2$; $x = \frac{1}{2}$ (в ответе задачника опечатка).

1384. а) $3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}} + 207}$; $\frac{1}{3} \cdot 3^x - 3^x \cdot \frac{1}{27} = \sqrt{9^x \cdot \frac{1}{81} + 207}$;

$27 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^x = 3^x + 207 \cdot 81$; $3^x = 9 \cdot 81$; $x = 6$.

б) $\sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 = 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}$; $2 \cdot 2^x + 188 = 8 \cdot 2^x - \frac{1}{8} \cdot 2^x$;

$16 \cdot 2^x + 188 \cdot 8 = 64 \cdot 2^x - 2^x$; $2^x = 4 \cdot 8$; $x = 5$.

1385. а) $24 \cdot 3^{2x^2-3x-2} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x} + 3^{2x^2-3x-1} = 9$;

$3^{2x^2-3x-2}(24 - 2 \cdot 3^2 + 3) = 9$; $3^{2x^2-3x-2} = 1$; $2x^2 - 3x - 2 = 0$;

$x = \frac{3+5}{4} = 2$; $x = -\frac{1}{2}$.

б) $5 \cdot 2^{x^2+5x+7} + 2^{x^2+5x+9} - 2^{x^2+5x+10} = 2$; $2^{x^2+5x+7}(5 + 2^2 - 2^3) = 2$;

$x^2 + 5x + 7 = 1$; $x = -2$; $x = -3$.

1386. а) $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$; $8\left(\frac{6}{2}\right)^x - 9^x + 9 = 0$; $8 \cdot 3^x - 9^x + 9 = 0$;

$3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$; $3^x = 9$, $3^x = -1$; $x = 2$, не подходит.

б) $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$; $3^x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8) = 0$; $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;

$2^x = 4$, $2^x = 2$; $x = 2$, $x = 1$.

1387. а) $\frac{1}{3^x+2} = \frac{1}{3^{x+1}}$; $\frac{3^{x+1} - 3^x - 2}{(3^x+2)(3 \cdot 3^x)} = 0$; $3^x(3-1) = 2$; $3^x = 1$; $x = 0$.

б) $\frac{5}{12^x+143}=\frac{5}{12^{x+2}}$; $12^{x+2}-12^x-143=0$; $12^x(144-1)=143;$ $x=0.$

в) $\frac{1}{5^x+4}=\frac{1}{5^{x+1}}$; $5^{x+1}-5^x-4=0$; $5^x(5-1)=4;$ $x=0.$

г) $\frac{8}{11^x+120}=\frac{8}{11^{x+2}}$; $11^{x+2}-11^x-120=0$; $11^x(121-1)=120;$ $x=0.$

1388. а) $\frac{2^x+1}{2^{x+2}-2}=1$; $2^x-2^{x+2}=-2-1$; $2^x(1-4)=-3$; x=0.

б) $\frac{5^{4x-1}+3}{5^{4x}-3}=2$; $5^{4x-1}+3=2\cdot5^{4x}-6$; $5^{4x-1}(1-2\cdot5)=-9$;

$4x-1=0;$ $x=\frac{1}{4}.$

в) $\frac{3^{x+1}-1}{3^x+4}=2$; $3^{x+1}-1=2\cdot3^x+8$; $3^x(3-2)=9$; $x=2$.

г) $\frac{7^{2x}-1}{7^{2x-1}+1}=3$; $7^{2x}-1=3\cdot7^{2x-1}+3$; $7^{2x-1}(7-3)=4$;

$2x-1=0;$ $x=\frac{1}{2}.$

1389. а) $2^{x^2+2x-6}-2^{7-2x-x^2}=3{,}5$; $x^2+2x-6=a$; $2^a-2^{-a+1}=3{,}5$;

$2^{2a}-2-3{,}5\cdot2^a=0$; $2\cdot2^{2a}-7\cdot2^a-4=0$;

$2^a=\frac{7-9}{4}=-\frac{1}{2}-$ не подходит; $2^a=4,$ $a=2;$ $x^2+2x-6=2$;

$x^2+2x-8=0$; $x=-1-3=-4;$ $x=2.$

б) $3^{2x^2+x}=26+3^{3-x-2x^2}$; $3^{2(2x^2+x)}-26\cdot3^{2x^2+x}-27=0$; $3^{2x^2+x}=27$;

$2x^2+x=3$; $x=\frac{-1-5}{4}=-\frac{3}{2}$; $x=1;$ $3^{2x^2+x}=-1-$ не подходит .

1390. а) $5^{2x^2-1}-3\cdot5^{(x+1)(x+2)}-2\cdot5^{6(x+1)}=0$;

$5^{2x^2-1}-3\cdot5^{x^2+3x+2}-2\cdot5^{6(x+1)}=0$;

$\frac{1}{5}\cdot5^{2x^2}-3\cdot25\cdot5^{3x}\cdot5^{x^2}-2\cdot5^6\cdot5^{6x}=0$;

$5^{2x^2-6x}-375\cdot5^{x^2-3x}-156250=0$;

$D=140625+625000=875^2$;

$5^{x^2-3x}=\frac{375-875}{2}-$ не подходит ;

$5^{x^2-3x}=625$; $x^2-3x=4$; $x^2-3x-4=0$; $x=4,\ x=-1.$

б) $3^{2x^2-1}-3^{(x-1)(x+3)}-2\cdot 3^{8(x-1)}=0$;

$3^7\cdot 3^{2x^2}-3^3\cdot 3^{x^2+4x}-2\cdot 3^{8x}=0$;

$2187\cdot 3^{2x^2-8x}-27\cdot 3^{x^2-4x}-2=0$;

$D=729+17496=135^2$;

$3^{x^2-4x}=\dfrac{27-135}{2187\cdot 2}$ – не подходит;

$3^{x^2-4x}=\dfrac{162}{4374}=\dfrac{1}{27}$;

$x^2-4x=-3$; $x^2-4x+3=0$; $x=3,\ x=1$.

1391. а) $9^x+6^x=2^{2x+1}$; $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}-2=0$;

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}=-2$ – не подходит; $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}=1,\ x=0.$

б) $25^{2x+6}+16\cdot 4^{2x+6}=20\cdot 10^{2x+5}$; $\left(\dfrac{5}{2}\right)^{4x+12}-2\cdot\left(\dfrac{5}{2}\right)^{2x+6}+16=0$

$D<0\Rightarrow$ решений нет.

1392. а) $\begin{cases}\sqrt{3^{x-1}}\sqrt{9^y}=27\\ 2^{2x+y}:2^x=64\end{cases}$; $\begin{cases}x-1+2y=6\\ x+y=6\end{cases}$; $\begin{cases}y=1\\ x=5\end{cases}$.

б) $\begin{cases}\sqrt{6^{x-2y}}:\sqrt{6^x}=\dfrac{1}{6}\\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-y}\cdot 3^{x-2y}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$; $\begin{cases}x-2y-x=-2\\ y-2x+x-2y=-1\end{cases}$; $\begin{cases}y=1\\ -1-x=-1\end{cases}$; $\begin{cases}y=1\\ x=0\end{cases}$.

1393. а) $\begin{cases}2^{2x}+2^x\cdot y=10\\ y^2+y\cdot 2^x=15\end{cases}$

сложим:

$\begin{cases}2^{2x}+2\cdot 2^x\cdot y+y^2=25\\ y^2+y\cdot 2^x=15\end{cases}$;

$2^x+y=\pm 5$

1) $2^x=5-y$; $y^2+5y-y^2=15$; $y=3,\ x=1.$

2) $2^x = -5 - y$; $y^2 - 5y - y^2 = 15$; $y = -3,\ 2^x = -2$ – не подходит

Итого (1;3)

б) $\begin{cases} 7^{2x} - 7^x \cdot y = 28 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$

сложим:

$\begin{cases} (7^x - y)^2 = 16 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$;

$\begin{cases} 7^x - y = \pm 4 \\ y^2 - y \cdot 7^x = -12 \end{cases}$;

1) $7^x = 4 + y$; $y^2 - 4y - y^2 = -12$; $y = 3,\ x = 1$.

2) $7^x = -4 + y$; $y^2 + 4y - y^2 = -12$; $y = -3,\ 7^x = -7$ – не подходит .

Итого $x = 1$ $y = 3$.

1394. а) $2^x = a$. Имеет корни при $a > 0$.

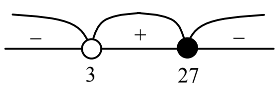
б) $8^{3x+1} = a + 3$. Имеет корни при $a > -3$.

в) $\sqrt[3]{3^x} = -a$. Имеет корни при $a < 0$.

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = a^2$. Имеет корни при $a \neq 0$.

1395. а) $48 \cdot 4^x + 27 = a + a \cdot 4^{x+2}$; $4^{x+2}(3 - a) = a - 27$. При $a = 3$ решений нет. При $a \neq 3$: $4^{x+2} = \frac{a-27}{3-a}$; $\frac{a-27}{3-a} \le 0$; $a \in (-\infty;3) \cup [27;+\infty)$.

Итого $a \le 3, a \ge 27$.



б) $9^x + 2a \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$; $3^{2x} + 6a \cdot 3^x + 9 = 0$; $\frac{D}{4} = 9a^2 - 9 < 0$; $a^2 < 1$;

$a \in (-1;1)$.

§ 47. Показательные неравенства

1396. а) $2^x \ge 4$, $x \ge 2$. б) $2^x < 1/2$, $x < -1$.

в) $2^x \le 8$, $x \le 3$. г) $2^x > \frac{1}{16}$, $x > -4$.

1397. а) $3^x \le 81$, $x \le 4$. б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$, $x < 3$.

в) $5^x > 125$, $x > 3$. г) $0{,}2^x \le 0{,}04$, $x \ge 2$.

1398. а) $3^{2x-4} \le 27$; $2x - 4 \le 3$; $x \le \frac{7}{2}$.

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}$; $3x + 6 < 2$; $x < -\frac{4}{3}$.

в) $5^{4x+2} \ge 125$; $4x + 2 \ge 3$; $x \ge \frac{1}{4}$.

г) $(0{,}1)^{5x-9} < 0{,}001$; $5x - 9 > 3$; $x > \frac{12}{5}$.

1399. а) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$; $2x - 9 > 3x - 6$; $x < -3$.

б) $0{,}5^{4x+3} \ge 0{,}5^{6x-1}$; $4x + 3 \le 6x - 1$; $2x \ge 4$; $x \ge 2$.

в) $9^{x-1} \le 9^{-2x+8}$; $x - 1 \le -2x + 8$; $x \le 3$.

г) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3x-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}$; $-3x - 0{,}5 > x + 1{,}5$; $4x < -2$; $x < -\frac{1}{2}$.

1400. а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$; $5x - 1 > 6x + 4$; $x < -5$.

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} \ge \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}$; $1 - 3x \le 2x + 6$; $5x \ge -5$; $x \ge -1$.

в) $11^{-7x+1} \le 121^{-2x-10}$; $-7x + 1 \le -4x - 20$; $3x \ge 21$; $x \ge 7$.

г) $(0{,}09)^{5x-1} < 0{,}3^{x+7}$; $10x - 2 > x + 7$; $x > 1$.

1401. а) $2^{3x+6} \le \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$; $3x + 6 \le -2x + 2$; $5x \le -4$; $x \le -\frac{4}{5}$.

б) $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}$; $-3 + 2x > 3 + 2x$; нет решений.

в) $25^{-x+3} \ge \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$; $-2x + 6 \ge 1 - 3x$; $x \ge -5$.

г) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}$; $2x - 8 < 2x - 6$; $x \in R$.

1402. а) $2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \ge \frac{1}{2}$; $2^{x-3+1+\frac{1}{2}} \ge 2^{-1}$; $x - 1{,}5 \ge -1$; $x \ge \frac{1}{2}$.

б) $\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt{5}\le 5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}$; $\frac{1}{2}\le 1-2x$; $x\le\frac{1}{4}$.

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4}\cdot 7\sqrt{7}<\frac{1}{7}$; $7^{-4-3x+1+\frac{1}{2}}<7^{-1}$; $-3x-2{,}5<-1$; $3x>-1{,}5$; $x>-\frac{1}{2}$.

г) $0{,}25\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{10-x}>4\sqrt{64}$; $4^{x-11}>32$; $2x-22>5$; $x>\frac{27}{2}$.

1403. а) $7^{x^2-5x}<\left(\frac{1}{7}\right)^6$; $x^2-5x+6<0$; $x\in(2;3)$.

б) $(0{,}6)^{x^2-x}\ge\left(\frac{3}{5}\right)^6$; $x^2-x-6\le 0$; $x\in[-2;3]$.

в) $11^{2x^2+3x}\le 121$; $2x^2+3x-2\le 0$; $x\in[-2;\frac{1}{2}]$.

г) $0{,}3^{x^2-10x}>\left(3\frac{1}{3}\right)^{24}$; $x^2-10x+24<0$; $x\in(4;6)$.

1404. а) $\sqrt{2^{-1}}\sqrt{2^{x^2-7{,}5}}\ge 2^{-7}$; $2^{\frac{x^2}{2}-\frac{8{,}5}{2}}\ge 2^{-7}$; $x^2-8{,}5\ge -14$;
$2x^2-17\ge -28$; $x^2\ge -\frac{11}{2}$; $x\in R$.

б) $0{,}9^{x^2-4x}<\left(\frac{10}{9}\right)^3$; $x^2-4x+3>0$; $x<1,\ x>3$.

в) $14^{x^2+x}\le 196$; $x^2+x-2\le 0$; $x\in\left[-2;1\right]$.

г) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x}>9$; $\frac{13}{2}x-\frac{3}{2}x^2>2$; $3x^2-13x+4<0$; $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$.

1405. а) $2^x+2^{x+2}\le 20$; $2^x\le 4$; $x\le 2$.

б) $3^{2x-1}-3^{2x-3}<\frac{8}{3}$; $3^{2x-3}(8)<\frac{8}{3}$; $2x-3<-1$; $x<1$.

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4}+\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5}>6$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4}\left(1+\frac{1}{5}\right)>6$; $-4-3x>1$; $x<-\frac{5}{3}$.

г) $0{,}3^{6x-1}-0{,}3^{6x}\ge 0{,}7$; $0{,}3^{6x-1}(1-0{,}3)\ge 0{,}7$; $6x-1\le 0$; $x\le\frac{1}{6}$.

1406. а) $3^{2x}-4\cdot 3^x+3\le 0$; $3^x\in\left[1;3\right]$; $x\in\left[0;1\right]$.

б) $5^{2x}+4\cdot 5^{x}-5\ge 0$; $5^{x}\in(-\infty;-5]\cup[1;+\infty)$; $x\ge 0$.

в) $0{,}2^{2x}-1{,}2\cdot 0{,}2^{x}+0{,}2>0$; $0{,}2^{x}\in(-\infty;0{,}2)\cup(1;+\infty)$; $x<0, x>1$.

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x}+6\left(\frac{1}{7}\right)^{x}-7<0$; $\left(\frac{1}{7}\right)^{x}\in(-7;1)$; $x<0$.

1407. а) $2^{2x+1}-5\cdot 2^{x}+2\ge 0$; $2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^{x}+2\ge 0$;

$2^{x}\in(-\infty;\frac{1}{2}]\cup[2;+\infty)$; $x\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$;

б) $3^{2x+1}-10\cdot 3^{x}+3<0$; $3\cdot 3^{2x}-10\cdot 3^{x}+3<0$; $3^{x}\in(\frac{1}{3};3)$; $x\in(-1;1)$.

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}+15\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{x}-4<0$; $4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{2x}+15\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{x}-4<0$;

$\left(\frac{1}{4}\right)^{x}\in\left(-4;\frac{1}{4}\right)$; $x\in(1;+\infty)$.

г) $0{,}5^{2x-1}+3\cdot 0{,}5^{x}-2\ge 0$; $2\cdot 0{,}5^{2x}+3\cdot 0{,}5^{x}-2\ge 0$;

$0{,}5^{x}\le -2;\quad 0{,}5^{x}\ge\frac{1}{2}$; $x\le 1$ (опечатка в ответе задачника).

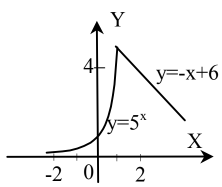
1408. а) $3^{x}<5^{x}$; $\left(\frac{5}{3}\right)^{x}>1$; $x>0$.

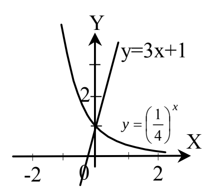
б) $6^{x}\ge 2^{x}$; $3^{x}\ge 1$; $x\ge 0$.

в) $\left(\frac{12}{13}\right)^{x}\le 12^{x}$; $13^{x}\ge 1$; $x\ge 0$.

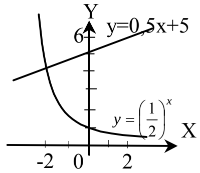
г) $0{,}6^{x}>3^{x}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}>1$; $x<0$.

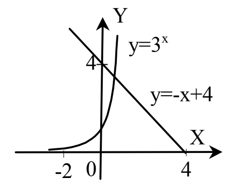
1409. а) см.рис. $5^{x}\le -x+6$; $x\le 1$; б) см.рис. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x}>3x+1$; $x<0$;



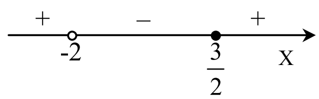


в) см.рис. $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 0{,}5x+5$; $x > -2$; г) см.рис. $3^x \ge -x+4$; $x \ge 1$;

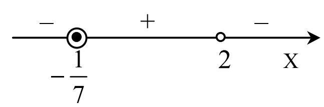




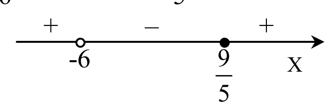
1410. а) $19^{\frac{2x-3}{x+2}} \ge 1$; $\frac{2x-3}{x+2} \ge 0$; $x \in (-\infty;-2) \cup [\frac{3}{2};+\infty)$.



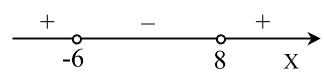
б) $0{,}36^{\frac{7x+1}{-x+2}} < 1$; $\frac{7x+1}{-x+2} > 0$; $x \in (-\frac{1}{7};-2]$.



в) $37^{\frac{5x-9}{x+6}} \le 1$; $\frac{5x-9}{x+6} \le 0$; $x \in (-6;\frac{9}{5}]$.

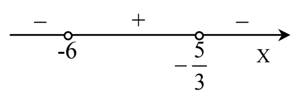


г) $\left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1$; $\frac{9x-18}{6-x} < 0$; $x \in (-\infty;2) \cup (6;+\infty)$.



1411. а) $5^{\frac{x}{x+3}} \le 5$; $\frac{x}{x+3} - 1 \le 0$; $\frac{3}{x+3} \ge 0$; $x > -3$.

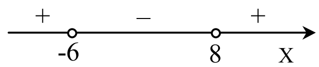
б) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{2x-1}{3x+5}} > \frac{4}{9}$; $\frac{2x-1}{3x+5} - 1 < 0$;



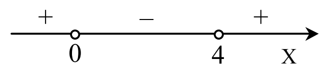
$\frac{-x-6}{3x+5}<0$; $x<-6, x>-\frac{5}{3}$.

в) $17^{\frac{x}{x-8}}\geq 17$; $\frac{x}{x-8}-1\geq 0$; $\frac{8}{x-8}\geq 0$; $x>8$.

г) $(0{,}21)^{\frac{3x+4}{x-8}}<0{,}21$; $\frac{3x+4}{x-8}-1>0$; $\frac{2x+12}{x-8}>0$; $x<-6, x>8$.

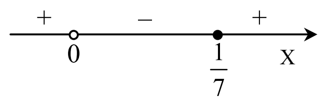


1412. а) $3^{\frac{x-4}{x}-3}<\frac{1}{27}$; $\frac{x-4}{x}-3<-3$;



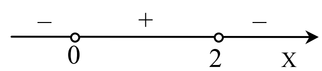
$\frac{x-4}{x}<0$; $x\in(0;4)$.

б) $\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1}\geq\frac{81}{64}$; $\frac{6x-1}{x}-1\leq -2$;



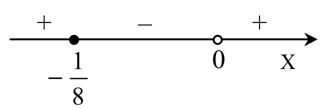
$\frac{7x-1}{x}\leq 0$; $x\in(0;\frac{1}{7}]$.

в) $8^{\frac{2-x}{x}-2}>\frac{1}{64}$; $\frac{2-x}{x}-2>-2$;



$\frac{2-x}{x}>0$; $x\in(0;2)$.

г) $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}+1}\leq\frac{121}{36}$; $\frac{5x+1}{x}+1\geq -2$;



$\frac{8x+1}{x}\geq 0$; $x\leq-\frac{1}{8}, x>0$.

1413. а) $4^{x}\left(\frac{3}{8}\right)^{x}\leq 2{,}25$; $\left(\frac{3}{2}\right)^{x}\leq\frac{9}{4}$; $x\leq 2$.

б) $9^{x}\cdot\left(\frac{1}{18}\right)^{x}>0{,}25$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}>\frac{1}{4}$; $x<2$.

в) $5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{4}{9}$; $x \leq 2$.

г) $3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0{,}0625$; $\left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^2$; $x > 2$.

1414. а) $8^{-2x+8} > 512$; $-2x+8 > 3$; $2x < 5$; $x = 1; x = 2$; ответ: 2.

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{8x-23} \geq \frac{1}{81}$; $8x - 23 \leq 2$; $x \leq \frac{25}{8}$; $x = 1,\ x = 2,\ x = 3;$ ответ: 3.

в) $2^{5x-7} \leq 16$; $5x - 7 \leq 4$; $x \leq \frac{11}{5}$; $x = 1,\ x = 2;$ ответ: 2.

г) $0{,}1^{4x-5} > 0{,}001$; $4x - 5 < 3$; $x < 2$, $x = 1$; ответ: 1.

1415. а) $2^x \cdot 3^x \geq 36^x \cdot \sqrt{6}$; $6^x \leq 6^{-\frac{1}{2}}$; $x \leq -\frac{1}{2}$.

б) $3^x \cdot 5^x \leq 225^x \cdot \sqrt{15}$; $15^x \geq 15^{-\frac{1}{2}}$; $x \geq -\frac{1}{2}$;

1416. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 4^x < \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}$; $x < 2x - 2$; $x > 2$;

б) $\left(\frac{2}{11}\right)^x \cdot 3^x > \left(\frac{36}{121}\right)^{2x+3}$; $x < 4x + 6$; $3x > -6$; $x > -2$.

1417. а) $2^{2x+1} - 3^{2x+1} < 3^{2x} - 7 \cdot 2^{2x}$; $2^{2x}(2+7) < 3^{2x}(1+3)$;

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} > \frac{9}{4}$; $2x > 2$; $x > 1$.

б) $3^{x+1} + 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x > 2 \cdot 7^{2x+1}$

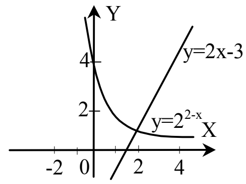
$3^x(3+9+2) > 14 \cdot 7^{2x}$; $3^x > 7^{2x}$; $\left(\frac{3}{49}\right)^x > 1$; $x < 0$.

1418. а) $5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$; $8 \cdot 10^{x-1} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$;

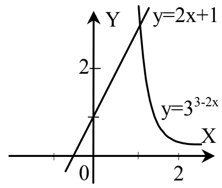
$x - 1 > x^2 - 3x + 2$; $x^2 - 4x + 3 < 0$; $x \in (1;3)$.

б) $3^{2x+1} \cdot 2^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$; $81 \cdot 6^{2x-3} < 81 \cdot 6^{1-2x^2}$; $2x^2 + 2x - 4 < 0$;

$x^2 + x - 2 < 0$**;** $x \in (-2;1)$ **.1419.** а) $2^{2-x} > 2x - 3$; см.рис. $x < 2$;



б) $3^{3-2x} \le 2x+1$; см.рис. $x \ge 1$;



1420. а) $\dfrac{x^2+4x+4}{3^x-27} \ge 0$; $\dfrac{(x+2)^2}{3^x-27} \ge 0$; $x>3,\ x=-2.$

б) $\dfrac{0{,}2^x-0{,}008}{x^2-10x+25} < 0$; $\dfrac{0{,}2^x-0{,}2^3}{(x-5)^2} < 0$; $x>3,\ x \ne 5.$

в) $\dfrac{25-0{,}2^x}{4x^2-4x+1} \le 0$; $\dfrac{5^2-5^{-x}}{(2x-1)^2} \le 0$; $2 \le -x;\ x \le -2.$

г) $\dfrac{x^2+6x+9}{2^x-4} > 0$; $\dfrac{(x+3)^2}{2^x-4} > 0$; $x > 2$.

1421. а) $\dfrac{5}{12^x+143} \ge \dfrac{5}{12^{x+2}}$; $12^x+143 \le 12^{x+2}$; $12^x(1-144) \le -143$;

$12^x \ge 1$; $x \ge 0$.

б) $\dfrac{16^x+42}{16^x} \le 22$; $\dfrac{42}{16^x} \le 21$; $16^x \ge 2$; $x \ge \dfrac{1}{4}$.

в) $\dfrac{8}{11^x+120} \le \dfrac{8}{11^{x+2}}$; $11^x+120 \ge 11^{x+2}$; $11^x(1-121) \ge -120$;

$11^x \le 1$; $x \le 0$.

г) $\dfrac{5^x+15}{5^x} < 4$; $\dfrac{15}{5^x} < 3$; $5^x > 5$; $x > 1$.

1422. а) $2^{6x-10} - 9 \cdot 2^{3x-5} + 8 \le 0$; $2^{3x-5} \in [1;8]$; $3x-5 \in [0;3]$; $x \in \left[\dfrac{5}{3};\dfrac{8}{3}\right]$.

б) $5^{2x+1} - 5^{x+2} \le 5^x - 5$; $5^{2x+1} - 5^x(25+1) + 5 \le 0$;

$5\cdot 5^{2x}-26\cdot 5^{x}+5\le 0$; $5^{x}\in\left[\frac{1}{5};5\right]$; $x\in[-1;1]$.

в) $3^{8x+6}-10\cdot 3^{4x+3}+9\ge 0$; $3^{4x+3}\le 1;\ \ 4x+0\le 0;\ x\le -\frac{3}{4};\ 3^{4x+3}\ge 9$;

$x\ge -\frac{1}{4};\ \ x\in\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]\cup\left[-\frac{1}{4};+\infty\right]$.

г) $3^{2x+2}-3^{x+4}<3^{x}-9$; $3^{2x+2}-3^{x}(81+1)+9<0$;

$9\cdot 3^{2x}-82\cdot 3^{x}+9<0$; $3^{x}\in\left(\frac{1}{9};9\right)$; $x\in(-2;2)$.

1423. а) $\begin{cases}2^{x+1}>4\\ 7^{3x-10}<49\end{cases}$; $\begin{cases}x>1\\ 3x-10<2\end{cases}$; $\begin{cases}x>1\\ x>4\end{cases}$; $x\in(1;4)$.

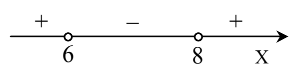
б) $\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+2,5}>\sqrt{2}\\ 10^{x^2-1}>1000\end{cases}$; $\begin{cases}-2,5-4x>\frac{1}{2}\\ x^2-1>3\end{cases}$; $\begin{cases}x<-\frac{3}{4}\\ x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)\end{cases}$;

$x\in(-\infty;-2)$.

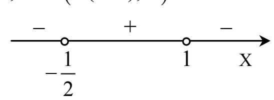
в) $\begin{cases}0,4^{-x+3}<0,16\\ 0,1^{x^2+1}>0,01\end{cases}$; $\begin{cases}-x+3>2\\ x^2+1<2\end{cases}$; $\begin{cases}x<1\\ x\in(-1;1)\end{cases}$; $x\in(-1;1)$.

г) $\begin{cases}\sqrt{5}\cdot 5^{2x-0,5}\ge 1\\ 0,2^{6-9x}\le 125\end{cases}$; $\begin{cases}5^{2x}\ge 1\\ 5^{9x-6}\le 5^{3}\end{cases}$; $\begin{cases}x\ge 0\\ x\le 1\end{cases}$; $x\in[0;1]$.

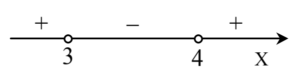
1424. а) $(x-6)\left(5^{x-6}-25\right)<0$; $x\in(6;8)$.



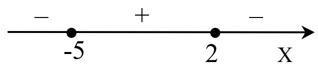
б) $(2x+1)\left(3^{3-x}-9\right)>0$; $x\in(-(1/2);\ 1)$



1425. а) $(2^{x}-8)\left(3^{x}-81\right)<0$; $x\in(3;4)$.



б) $(3^{x+2}-\frac{1}{27})\left(5^{3-2x}-\frac{1}{5}\right)\geq 0$; $x\in[-5;2]$.



1426. а) $2{,}5^{2x+3}\leq 6{,}25$; $2x+3\leq 2$; $x\leq -\frac{1}{2}$; $x=-1$.

б) $\left(\frac{2}{5}\right)^{7x-9}\geq \frac{8}{125}$; $7x-9\leq 3$; $x\leq \frac{12}{7}$; $x=1$.

в) $1{,}1^{5x-3}<1{,}21$; $5x-3<2$; $x<1$; $x=0$.

г) $0{,}7^{9x+4}>0{,}49$; $9x+4<2$; $x<-\frac{2}{9}$; $x=-1$.

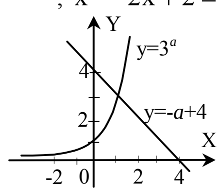
1427. а) $5^{x^2-2x}\leq 125$; $x^2-2x-3\leq 0$; $x\in[-1;3]$.
Ответ: 5.

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2-3x}\geq \frac{1}{49}$; $2x^2-3x-2\leq 0$; $x\in\left[-\frac{1}{2};2\right]$.
Ответ: 3.

в) $2^{-x^2+8x}>128$; $-x^2+8x-7>0$; $x^2-8x+7<0$; $x\in(1;7)$.
Ответ: 5.

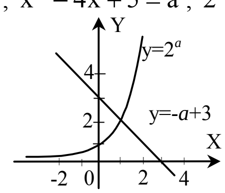
г) $(0{,}3)^{x^2-x}>0{,}09$; $x^2-x-2<0$; $x\in(-1;2)$. Ответ: 2.

1428. а) $2x+2-x^2\geq 3^{x^2-2x+2}$; $x^2-2x+2=a$; $3^a\leq -a+4$ см.рис.



$a\leq 1$; $x^2-2x+2\leq 1$; $x=1$.

б) $2^{x^2-4x+5}\geq 4x-2-x^2$; $x^2-4x+5=a$; $2^a\geq -a+3$ см.рис.



$a\geq 1$; $x^2-4x+5\geq 1$; $x\in R$.

1429. $T=\dfrac{T_0-T_c}{2^{\frac{t}{10}}}+T_c$; $30=\dfrac{100-20}{2^{\frac{t}{10}}}+20$; $10\cdot 2^{\frac{t}{10}}=80$; $2^{\frac{t}{10}}=8$;

$\dfrac{t}{10}=3$; $t=30$.

Ответ: более получаса.

$$\lim_{t\to+\infty}\left(\frac{T_0-T_c}{2^{\frac{t}{10}}}+T_c\right)=T_c$$

Физический смысл этого предела состоит в том, что температура чайника с увеличением времени будет все больше опускаться до комнатной, но никогда не опустится станет ниже.

§48. Понятие логарифма

1430. а) $\log_2 8=3$, $2^3=8$. б) $\log_3\dfrac{1}{9}=-2$, $3^{-2}=\dfrac{1}{9}$.

в) $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{16}=4$, $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$. г) $\log_{\frac{1}{5}}625=-4$, $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-4}=625$.

1431. а) $\log_2 2=1$, $2^1=2$. б) $\log_{\frac{1}{3}}1=0$, $\left(\dfrac{1}{3}\right)^0=1$;

в) $\log_{0,1}0{,}1=1$, $0{,}1^1=0{,}1$. г) $\log_5 1=0$, $5^0=1$.

1432. а) $\log_4 64=3$, $4^3=64$ б) $\log_2 4\sqrt{2}=2{,}5$, $2^{\frac{5}{2}}=4\sqrt{2}$.

в) $\log_{0,2}125=-3$, $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-3}=125$. г) $\lg 100\sqrt[5]{10}=2{,}2$,

$10^{2,2}=100\sqrt[5]{10}$.

1433. а) $\log_2 2^4=4$, б) $\log_{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-7}=-7$. в) $\log_8 8^{-3}=-3$, г) $\log_{0,1}(0{,}1)^5=5$.

1434. а) $\log_3\dfrac{1}{27}=-3$. б) $\log_{0,1}0{,}0001=4$.

в) $\lg 0{,}0001=-4$. г) $\log_{\frac{1}{3}}81=-4$.

1435. а) $\log_{\sqrt{7}} 49 = 4$. б) $\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{8} = 5$.

в) $\log_{\frac{1}{15}} 225\sqrt[3]{15} = -2\frac{1}{3}$. г) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729} = -6$.

1436. а) $\log_{\sqrt{2}} 1 = 0$. б) $\log_{0,5} \frac{1}{4\sqrt{2}} = 2\frac{1}{2}$.

в) $\log_{\sqrt{3}} 81\sqrt{3} = 9$. г) $\lg\frac{1}{\sqrt[3]{10}} = -\frac{1}{3}$.

1437. а) $3^{\log_3 8} = 8$. б) $4^{\log_4 23} = 23$.

в) $12^{\log_{12} 1,3} = 1,3$. г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 7} = 7$.

1438. а) $2^{3+\log_2 9} = 8\cdot 9 = 72$. б) $7^{1+\log_7 4} = 7\cdot 4 = 28$.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2+\log_{\frac{1}{6}} 20} = \frac{1}{36}\cdot 20 = \frac{5}{9}$. г) $\left(\sqrt{7}\right)^{4+\log_{\sqrt{7}} 0,5} = 49\cdot\frac{1}{2} = \frac{49}{2}$.

1439. а) $13^{\log_{13} 4-2} = \frac{4}{169}$. б) $0,5^{\log_{0,5} 4-1} = 2\cdot 4 = 8$.

в) $2,2^{\log_{2,2} 5-2} = \left(\frac{5}{11}\right)^2\cdot 5 = \frac{125}{121}$, г) $10^{\lg 5-0,5} = \frac{5}{\sqrt{10}}$.

1440. а) $8^{2\log_8 3} = 9$. б) $6^{-3\log_6 2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$.

в) $3^{4\log_3 2} = 2^4 = 16$. г) $5^{-2\log_5 3} = \frac{1}{9}$.

1441. а) $\lg x = 1$, $x = 10$. б) $\lg x = -2$, $x = 10^{-2} = \frac{1}{100}$.

в) $\lg x = 3$, $x = 1000$. г) $\lg x = -4$, $x = \frac{1}{10000}$.

1442. а) $\log_9 x = \frac{1}{2}$, $x = 3$. б) $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$, $x = 0,3^2 = 0,09$.

в) $\log_8 x = \frac{1}{3}$, $x = 2$. г) $\log_{0,25} x = \frac{3}{2}$, $x = 0,5^3 = 0,125$.

1443. а) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$, $x = 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$. б) $\log_{0,125} x = -\frac{2}{3}$, $x = 0,5^{-2} = 4$.

в) $\log_{32} x = -\frac{4}{5}$, $x = 2^{-4} = \frac{1}{16}$. г) $\log_{0,01} x = -\frac{3}{2}$, $x = 0{,}1^{-3} = 1000$.

1444. а) $\log_x 4 = 2$, $x = 2$. б) $\log_x 27 = 3$, $x = 3$.

в) $\log_x 49 = 2$, $x = 7$. г) $\log_x 125 = 3$, $x = 5$.

1445. а) $2^x = 9$, $x = \log_2 9$. б) $12^x = 7$, $x = \log_{12} 7$.

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 4$, $x = \log_{\frac{1}{3}} 4$. г) $(0{,}2)^x = 5$, $x = -1$.

1446. а) $\log_x \frac{1}{27} = -3$; $x = 3$. б) $\log_x 1 = 2$, нет решений.

в) $\log_x \frac{1}{16} = -4$, $x = 2$. г) $\log_x 1 = -3$, нет решений.

1447. а) $\log_x 3 = \frac{1}{2}$, $x = 9$. б) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{16}$.

в) $\log_x 7 = \frac{1}{3}$, $x = 343$. г) $\log_x 8 = -\frac{1}{3}$, $x = \frac{1}{512}$.

1448. а) $3^{x+1} = 14$, $x = \log_3 14 - 1$, б) $4^{5x-4} = 10$, $x = \frac{1}{5}\log_4 10 + \frac{4}{5}$.

в) $\left(\frac{2}{7}\right)^{3-x} = 11$; $3 - x = \log_{\frac{2}{7}} 11$; $x = 3 - \log_{\frac{2}{7}} 11$.

г) $\left(\sqrt{5}\right)^{8-9x} = 6$; $8 - 9x = \log_{\sqrt{5}} 6$; $x = \frac{8}{9} - \frac{1}{9}\log_{\sqrt{5}} 6$.

1449. а) $2^{x^2+1} = 7$; $x^2 + 1 = \log_2 7$; $x = \pm\sqrt{\log_2 7 - 1}$.

б) $9^{0,5x^2} = 2$; $0{,}5x^2 = \log_9 2$; $x = \pm\sqrt{2\log_9 2}$.

в) $0{,}1^{x^2-2} = 3$; $x^2 - 2 = \log_{0,1} 3$; $x = \pm\sqrt{\log_{0,1} 3 + 2}$.

г) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}x^2+1} = 0{,}1$; $\frac{1}{3}x^2 + 1 = \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{10}$; $x = \pm\sqrt{3(\log_8 10 - 1)}$.

1450. а) $4^x - 5\cdot2^x = -6$; $2^{2x} - 5\cdot2^x + 6 = 0$; $2^x = 2$; $x = 1$; $2^x = 3$; $x = \log_2 3$.
б) $16^x = 6\cdot4^x - 5$; $4^{2x} - 6\cdot4^x + 5 = 0$; $4^x = 5$; $x = \log_4 5$; $4^x = 1$; $x = 0$.
в) $9^x - 7\cdot3^x = -12$; $3^{2x} - 7\cdot3^x + 12 = 0$; $3^x = 4$; $x = \log_3 4$; $3^x = 3$; $x = 1$.
г) $-9\cdot7^x + 14 = -49^x$; $7^{2x} - 9\cdot7^x + 14 = 0$; $7^x = 7$; $x = 1$; $7^x = 2$; $x = \log_7 2$.

1451. а) $9^{x+1}+6=189\cdot3^{x-2}$; $9\cdot3^{2x}-21\cdot3^x+6=0$; $3\cdot3^{2x}-7\cdot3^x+2=0$; $3^x=1/3$; $x=-1$; $3^x=2$; $x=\log_3 2$.
б) $25^{x+1}+3=100\cdot5^{x-1}$; $25\cdot5^{2x}-20\cdot5^x+3=0$; $D/4=25$.
$5^x=\frac{10+5}{25}=\frac{3}{5}$; $x=\log_5\frac{3}{5}=\log_5 3-1$; $5^x=\frac{1}{5}$; $x=-1$.
в) $4^{x+1}+5=24\cdot2^{x-1}$; $4\cdot2^{2x}-12\cdot2^x+5=0$; $2^x=\frac{6-4}{4}=\frac{1}{2}$; $x=-1$; $2^x=\frac{5}{2}$; $x=\log_2 5-1$.
г) $(\frac{1}{4})^{x+1}+3=(\frac{1}{2})^{x-1}$; $(\frac{1}{2})^{2x}-8\cdot(\frac{1}{2})^x+12=0$; $(\frac{1}{2})^x=2$;
$x=-1$; $(\frac{1}{2})^x=6$; $x=\log_{\frac{1}{2}}6$.

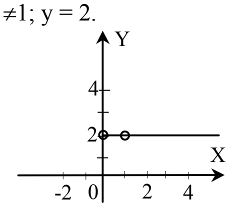
1452. а) $2^x\geq9$; $x\geq\log_2 9$; б) $12^x\leq7$; $x\leq\log_{12}7$;
в) $(\frac{1}{3})^x<4$; $x>\log_{\frac{1}{3}}4$; г) $(0,2)^x>5$; $-x>1$; $x<-1$.

1453. а) $3^{x+1}\leq14$; $3^x\leq\frac{14}{3}$; $x\leq\log_3\frac{14}{3}=\log_3 14-1$;
б) $5^{5x-4}\geq10$; $5x-4\leq\log_5 10$; $x\leq1-\frac{1}{5}\log_5 2$;
в) $(\frac{2}{7})^{3-x}>11$; $3-x<\log_{\frac{2}{7}}11$; $x>3-\log_{\frac{2}{7}}11$;
г) $(\sqrt{5})^{8-9x}<6$; $8-9x<2\log_5 6$; $x>\frac{8}{9}-\frac{2}{9}\log_5 6$.

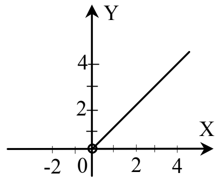
1454. а) $4^x-5\cdot2^x\geq-6$; $2^{2x}-5\cdot2^x+6\geq0$; $2^x\leq2$; $2^x\geq3$; $x\in(-\infty;1]\cup[\log_2 3;+\infty)$.
б) $16^x\leq6\cdot4^x-5$; $4^{2x}-6\cdot4^x+5\leq0$; $4^x\in[1;5]$; $x\in[0;\log_4 5]$;
в) $9^x-7\cdot3^x<-12$; $3^{2x}-7\cdot3^x+12<0$; $3^x\in(3;4)$; $x\in(1;\log_3 4)$;
г) $9\cdot7^x+14>-49^x$; $7^{2x}+9\cdot7^x+14>0$; $7^x\in(-;-7)\cup(-2;+\infty)$; $x\in R$.

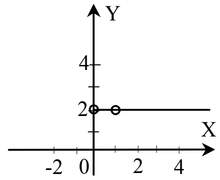
1455. а) $4^x-2^x+a=a2^x$; $2^{2x}-2^x(1+a)+a=0$; $2^x=a$, $2^x=1$, при $a\leq0$; $x=0$;
при $a>0$ $x=0$; $x=\log_2 a$;
б) $9^x-(2a+1)3^x+a^2+a-2=0$; $3^{2x}-(2a+1)3^x+a^2+a-2=0$; $3^x=a+2$, $3^x=a-1$,
при $a\leq-2$ — решений нет, при $a\in(-2;1]$: $x=\log_3(a+2)$;
при $a>1$ $x=\log_3(a+2)$, $x=\log_3(a-1)$.

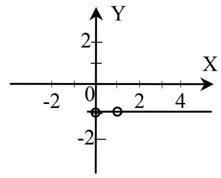
1456. а) $y=\log_x x^2$; $x>0$, $x\neq1$; $y=2$.



б) $y = 2^{\log_2 x}$ в) $y = x^{\log_x 2}$ г) $y = \log_x \frac{1}{x}$







§ 49. Логарифмическая функция, ее свойства и график

1457. а) $\log_2 4=2$; $\log_2 8=3$; $\log_2 16=4$;

б) $\log_2 \frac{1}{2}=-1$; $\log_2 \frac{1}{4}=-2$; $\log_2 \frac{1}{16}=-4$;

в) $\log_2 32=5$; $\log_2 128=7$; $\log_2 2=1$;

г) $\log_2 \frac{1}{8}=-3$; $\log_2 \frac{1}{32}=-5$; $\log_2 \frac{1}{128}=-7$.

1458. а) $\log_2 \sqrt{2}=\frac{1}{2}$; $\log_2 \sqrt{8}=\frac{3}{2}$;

б) $\log_2 \frac{2}{\sqrt{8}}=1-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$; $\log_2 \frac{4}{\sqrt{2}}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$;

в) $\log_2 \sqrt{32}=\frac{5}{2}$; $\log_2 16\sqrt{128}=4+\frac{7}{2}=\frac{15}{2}$;

г) $\log_2 \frac{4}{\sqrt{32}}=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}$; $\log_2 \frac{2}{\sqrt{128}}=1-\frac{7}{2}=-\frac{5}{2}$.

1459. а) $log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49}=2$; б) $\log_3 \sqrt{27}=\frac{3}{2}$;

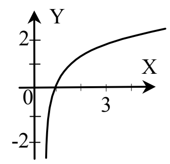
в) $\log_{0,1} 0,0001=3$; г) $\log_{0,2} 625=-4$.

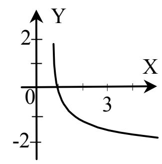
1460. а) $log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt{5}}{125}=-\frac{1}{2}\log_5 5+\log_5 125=-\frac{1}{2}+3=2,5$;

б) $\log_6 \frac{36}{56}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$; в) $\log_{0,2} \frac{25}{\sqrt{5}}=-2+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$;

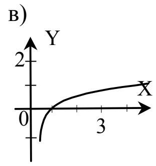
г) $\log_{0,1} 10\sqrt{1000}=-(\log_{10} 100+\log_{10} \sqrt{10})=-2,5$.

1461. а) б)

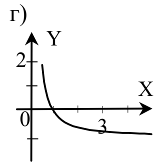




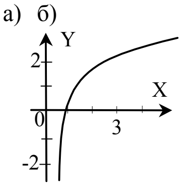
в)

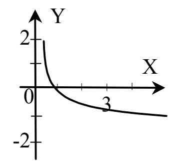


г)

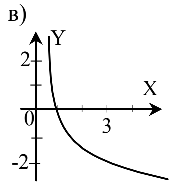


1462. а) б)

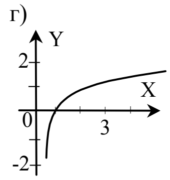




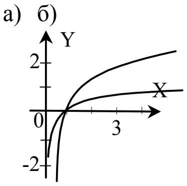
в)

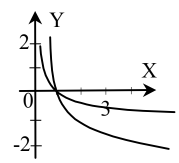


г)

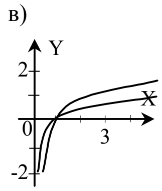


1463. а) б)

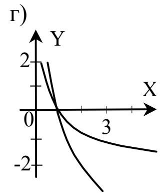




в)



г)



1464. а) $\log_4 7<\log_4 23$, так как основание 4 > 1 и 7 < 23;
б) $\log_{2/3} 0,8>\log_{2/3} 1$, так как основание 2/3 < 1 и 0,8 < 1;

в) $\log_9 \sqrt{15}<\log_9 13$; г) $\log_{1/12} \frac{1}{7}>\log_{1/12} \frac{2}{3}$.

1465. а) $\log_3 41>\log_3 27=3>1$; б) $\log_{2,3} 0,1<1$;

в) $\log_{\frac{1}{7}} 2{,}6<1$; г) $\log_{\sqrt{7}} 0{,}4<1$.

1466. а) $y=\log_{2,6}x$ возрастает при $x\in(0; +\infty)$;
б) $y=\log_{\frac{3}{4}} x$ убывает при $x\in(0; +\infty)$;
в) $y=\log_{\sqrt{5}} x$ возрастает при $x\in(0; +\infty)$;
г) $y=\log_{0,9}x$ убывает при $x\in(0; +\infty)$.

1467. а) $\log_3x$, $x\in[\frac{1}{3}; 9]$; $y_{max}=y(9)=2$; $y_{min}=y(\frac{1}{3})=-1$;

б) $\log_{1/2} x$, $x\in[\frac{1}{8}; 16]$; $y_{max}=y(\frac{1}{8})=3$; $y_{min}=y(16)=-4$;

в) $y=\lg x$ $[1; 1000]$; $y_{max}=y(1000)=3$; $y_{min}=y(1)=0$;

г) $\log_{2/3} x$ $[\frac{8}{27}; \frac{81}{16}]$; $y_{max}=y(\frac{8}{27})=3$; $y_{min}=y(\frac{81}{16})=-4$.

1468. а) $a=\log_5x$, $[\frac{1}{125}; 25]$; $y_{max}=y(25)=2$; $y_{min}=y(\frac{1}{125})=-3$;

б) $y=\log_{4/5} x$, $[\frac{16}{625}; \frac{25}{16}]$; $y_{max}=y(\frac{16}{625})=\log_{4/5}\frac{16}{625}$; $y_{min}=y(\frac{25}{16})=-2$;

в) $y=\log_6x$ $[\frac{1}{216}; 36]$; $y_{max}=y(36)=2$; $y_{min}=y(\frac{1}{216})=-3$.

г) $y=\log_{2/7} x$ $[\frac{8}{343}; \frac{343}{8}]$; $y_{max}=y(\frac{8}{343})=3$; $y_{min}=y(\frac{343}{8})=-1$.

1469. $y=\log_3x$; $\log_3x=4$; $x=81$; $\log_3x=-2$; $x=\frac{1}{9}$. $[\frac{1}{9}; 81]$.

1470. $y=\log_{0,5}x$; $\log_{0,5}x=-1$; $x=2$; $\log_{0,5}x=-3$; $x=8$. $[2; 8]$.

1471. а) $\log_{1/3} x=2$; $x=\frac{1}{9}$; б) $\log_{1/3} x=-3$; $x=27$;

в) $\log_{1/3} x=\frac{1}{2}$; $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\log_{1/3} x=-\frac{2}{3}$; $x=\sqrt[3]{9}$.

1472. а) $\log_4x = -1$; $x = \frac{1}{4}$; б) $\log_4x=\frac{3}{2}$; $x = 8$;
в) $\log_4x = -(1|2)$; $x = 1|2$; г) $\log_4x= 5/2$; $x = 32$.

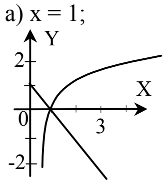
1473. а) $\log_2x = 3$; $x = 8$; б) $\log_7x = -1$; $x = \frac{1}{7}$;

в) $\log_{0,3}x = 2$; $x = 0{,}09$; г) $\log_{16}x=\frac{1}{2}$; $x=4$.

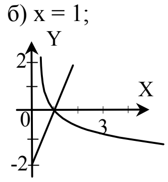
1474. а) $\log_x 16 = 2$; $x = 4$; б) $\log_x \frac{1}{8} = -3$; $x = 2$;

в) $\log_x \sqrt{3} = -1$; $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $\log_x 9 = \frac{1}{2}$; $x = 81$.

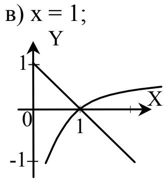
1475. а) $x = 1$;



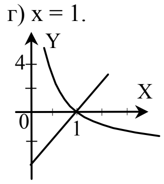
б) $x = 1$;



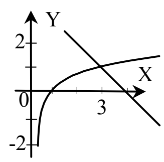
в) $x = 1$;



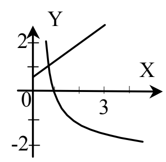
г) $x = 1$.



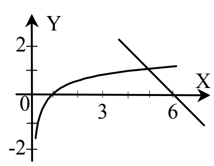
1476. а) $x=3$;



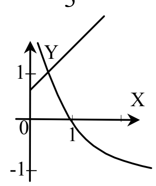
б) $x = \frac{1}{2}$;



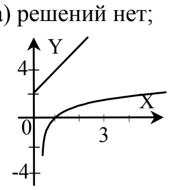
в) $x = 5$;



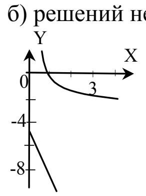
г) $x = \frac{1}{3}$.



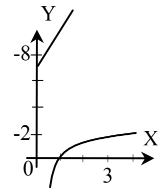
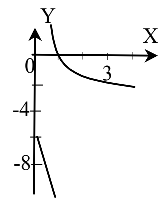
1477. а) решений нет;



б) решений нет;



в) решений нет; г) решений нет.

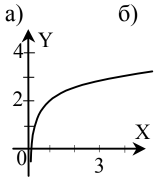
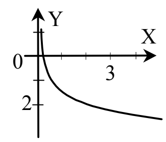
1478. а) $\log_6 x \geq 2$, $x \geq 36$; б) $\log_{0,1} x > 3$, $x < 0{,}001$;

в) $\log_9 x \leq \frac{1}{2}$, $x \leq 3$; г) $\log_{4/5} x < 3$, $x > \frac{64}{125}$.

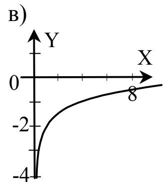
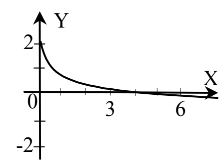
1479. а) $\log_9 x \leq -1$, $x \leq \frac{1}{9}$; б) $\log_{1/3} x < -4$, $x > 81$;

в) $\log_5 x \geq -2$, $x \geq \frac{1}{25}$; г) $\log_{0,2} x > -3$, $x < 125$.

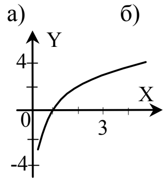
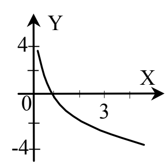
1480. а) б)

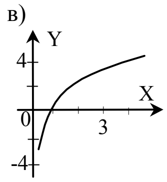
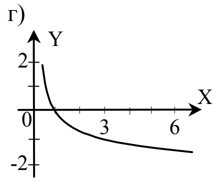
в) г)

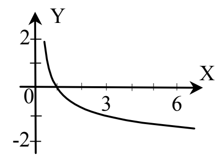
1481. а) б)

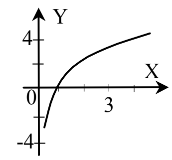



в) г)

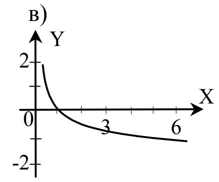



1482. а) б)

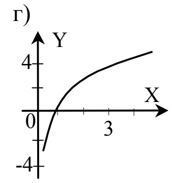




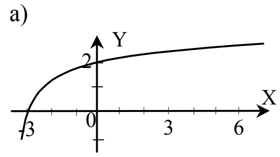
в)



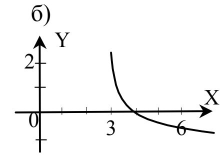
г)



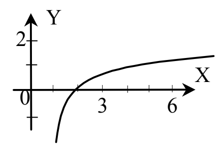
1483. а)



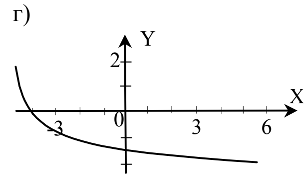
б)



в)



г)



1484. а) $y=\log_6(4x-1)$; $4x-1>0$; $x>1/4$;

б) $\log_{1/9}(7-2x)=y$; $7-2y>0$; $x<7/2$;

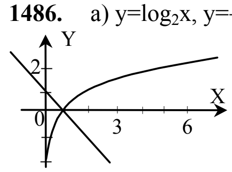
в) $\log_9(8x+9)=y$; $8x+9>0$; $x>-(9/8)$;

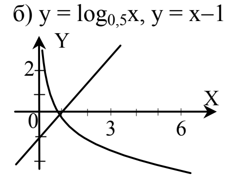
г) $\log_{0,3}(2-3x)=y$; $2-3x>0$; $x<\dfrac{2}{3}$.

1485. а) $\log_2 0,1$; $\log_2\dfrac{1}{6}$; $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 3,7$;

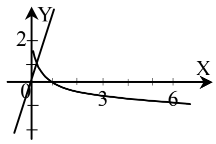
б) $\log_{0,3}17$; $\log_{0,3}3$; $\log_{0,3}2,7$; $\log_{0,3}\dfrac{2}{3}$; $\log_{0,3}\dfrac{1}{2}$.

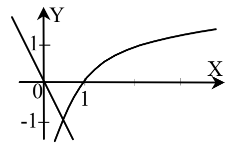
1486. а) $y=\log_2 x$, $y=-x+1$, $x>1$; б) $y=\log_{0,5}x$, $y=x-1$, $x\in(0;1)$;



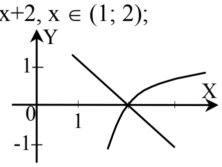


в) $y = \log_{1/7} x$, $y = 7x$, $x \in (0;\ \frac{1}{7})$; г) $y = \log_3 x$, $y = -3x$, $x > \frac{1}{3}$.

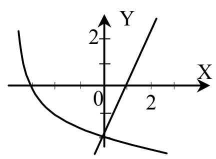




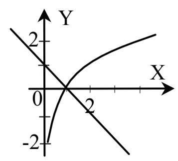
1487. а) $y = \log_4(x-1)$, $y = -x+2$, $x \in (1;\ 2)$;

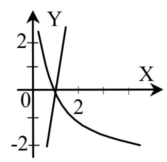


б) $y = \log_{1/2}(x+4)$, $y = 3x-2$, $x>0$.

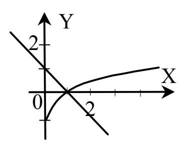


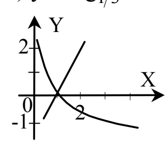
1488. а) $\log_2 x \ge -x+1$, $x \ge 1$; б) $\log_{3/7} x > 4x-4$, $x \in (0;\ 1)$;



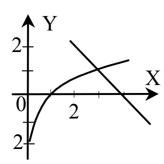


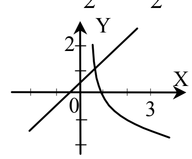
в) $\log_9 x \in -x+1$, $x \in (0;\ 1]$; г) $y = \log_{1/3} x < 2x-2$, $x>1$.



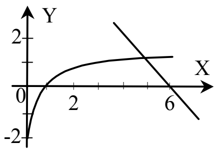


1489. а) $\log_3 x < 4-x$, $x \in (0;\ 3]$; б) $\log_{1/2} x < x + \frac{1}{2}$, $x > \frac{1}{2}$;

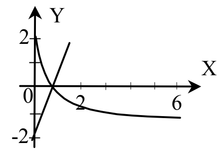




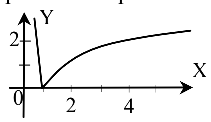
в) $\log_5 x \geq 6-x$, $x \geq 5$;



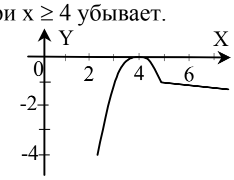
г) $\log_{1/3} x > x+\frac{2}{3}$, $0<x<\frac{1}{3}$.



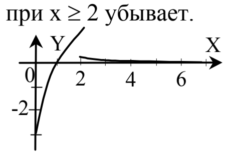
1490. а) при $x < 1$ убывает, при $x \geq 1$ возрастает.



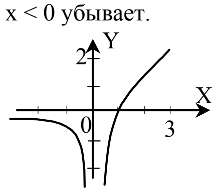
б) при $x < 4$ возрастает, при $x \geq 4$ убывает.



в) при $0 < x < 2$ возрастает, при $x \geq 2$ убывает.



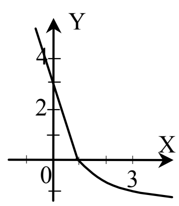
г) при $x > 0$ возрастает, при $x < 0$ убывает.



1491. $f(x)=\begin{cases} -3x+3, & x \leq 1 \\ \log_{1/3} x, & x > 1 \end{cases}$

а) $f(-8)=27$, $f(0)=3$, $f(9)=-2$, $f(-6)=21$, $f(3)=-1$;

б) функция убывает на $x \in R$.



1492. а) $y=\log_5(x^2-5x+6)$, $x^2-5x+6>0$, $x<2$, $x>3$;
б) $y=\log_{2/3}(-x^2-5x+14)$, $x^2+5x-14<0$, $x\in(-7;\ 2)$;
в) $y=\log_9(x^2-13x+12)$, $x^2-13x+12>0$, $x<1$, $x>12$;
г) $y=\log_{0,2}(-x^2+8x+9)$, $x^2-8x-9<0$, $x\in(-1;\ 9)$.

1493. а) $y=\log_{\sqrt{3}} x$, $y\in R$; б) $y=-22\log_7 x$, $y\in R$;
в) $y=-\log_{1/10} x$, $y\in R$; г) $y=12\log_{1/3} x$, $y\in R$.

1494. $f(x)=\log_2 x$
а) $f(2^x)=\log_2 2^x=x\log_2 2=x$;
б) $f(4^x)+f(8^x)=\log_2 4^x+\log_2 8^x=2x+3x=5x$.

§ 50. *Свойства логарифмов*

1495. а) $\log_6 2+\log_6 3=\log_6 6=1$; б) $\log_{15}3+\log_{15}5=\log_{15}15=1$;
в) $\log_{26}2+\log_{26}13=\log_{26}26=1$; г) $\log_{12}4+\log_{12}3=\log_{12}12=1$.

1496. а) $\log_6 12+\log_6 3=\log_6 36=2$; б) $\lg 25+\lg 4=\lg 100=2$;
в) $\log_4 8+\log_4 2=\log_4 16=2$; г) $\log_{12}4+\log_{12}36=\log_{12}144=2$.

1497. а) $\log_{144}3+\log_{144}4=\log_{144}12=\dfrac{1}{2}$;
б) $\lg 40+\lg 25=\lg 1000=3$;
в) $\log_{216}2+\log_{216}3=\log_{216}6=\dfrac{1}{3}$;
г) $\lg 2+\lg 500=\lg 1000=3$.

1498. а) $\log_{1/8} q\ 4+\log_{1/8} 2=\log_{1/8} 8=-1$;
б) $\log_8\dfrac{1}{4}+\log_8\dfrac{1}{2}=\log_8\dfrac{1}{8}=-1$;
в) $\log_{1/12} 4+\log_{1/12} 36=\log_{1/2}144=-2$;
г) $\log_{12}\dfrac{1}{2}+\log_{12}\dfrac{1}{72}=\log_{12}1/144=-2$;

1499. а) $\log_3 7-\log_3\dfrac{7}{9}=\log_3 9=2$; б) $\log_2 15-\log_2 30=\log_2\dfrac{1}{2}=-1$;
в) $\log_{1/2} 28-\log_{1/2} 7=\log_{1/2} 4=-2$; г) $\log_{0,2}40-\log_{0,2}8=\log_{0,2}5=-1$.

1500. а) $\log_{\sqrt{3}} 6-\log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{3}=1$;
б) $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2}-\log_{\sqrt{2}} 14=\log_{\sqrt{2}}\dfrac{1}{\sqrt{2}}=-1$;

в) $\log_{2/3} 32-\log_{2/3} 243=\log_{2/3} \dfrac{32}{243}=5$;

г) $\log_{0,1}0{,}003-\log_{0,1}0{,}03=\log_{0,1}0{,}1=1$.

1501. а) $\log_{\sqrt{2}} 2=2$; б) $\log_{3\sqrt{2}} 18=2$.

1502. а) $log_{1/2} \dfrac{1}{4\sqrt{2}}=5/2$; б) $\log \dfrac{1}{100\sqrt{10}}=-5/2$.

1503. а) $(3\lg2-\lg24):(\lg3+\lg27)=\lg\dfrac{1}{3}:\lg81=\lg3^{-1}:\lg3^4=\dfrac{-\lg3}{4\lg^3}=-\dfrac{1}{4}$.

б) $(\log_3 2+3\log_3 0{,}25):(\log_3 28-\log_3 7)=$

$=\log_3(2\cdot\dfrac{1}{4^3}):\log_3 4=\dfrac{\log_3 2^{-5}}{\log_3 2^2}=-\dfrac{5}{2}$.

1504. а) $\sqrt{5}\,(\log_3 36-\log_3 4+5^{log_5 8})^{0,5\lg5}=\sqrt{5}\,(2+8)^{0,5\lg5}=\sqrt{5}\,\sqrt{5}=5$;

б) $\dfrac{2}{11}(\log_{12}3+\log_{12}4+7^{log_7 4})^{2\,log_5 11}=(1+4)^{2\log_5 11}=\dfrac{2}{11}\cdot 11^2=22$.

1505. а) $\sqrt[3]{81^{log_9 6}-7^{log_7 9}}=\sqrt[3]{36-9}=\sqrt[3]{27}=3$;

б) $\sqrt[4]{36^{log_6 5}-5^{log_5 9}}=\sqrt[4]{25-9}=2$.

1506. а) $\log_3 4\vee\sqrt[3]{9}$; $\log_3 4\ \log_3 3^{3^{\frac{2}{3}}}$; $4\vee 3^{3^{\frac{2}{3}}}$; $3^{3^{\frac{2}{3}}}>3^2>4\Rightarrow\log_3 4<\sqrt[3]{9}$;

б) $\log_{0,5}3\vee\sin3$; $3\cap0{,}5^{\sin3}$, т. к. $|\sin x|\le1\Rightarrow0{,}5^{\sin3}<3\Rightarrow\log_{0,5}3<\sin3$;

в) $\log_2 5\vee\sqrt[3]{7}$; $\log_2 5>\log_2 4=2$; $\sqrt[3]{7}<\sqrt[3]{8}=2\Rightarrow\log_2 5>\sqrt[3]{7}$;

г) $\lg0{,}2\vee\cos0{,}2$; $\lg2-1\vee\cos0{,}2$; $\lg2-1<0$, а $\cos(0{,}2)>0\Rightarrow\lg0{,}2<\cos0{,}2$.

1507. а) $\log_3 2=c$; $\log_3 8=3\log_3 2=3c$;

б) $\log_{0,5}3=a$; $\log_{0,5}81=4\log_{0,5}3=4a$.

1508. а) $\log_5 2=a$; $\log_5 10=\log_5 5\cdot2=1+\log_5 2=1+a$;

б) $\log_4 6=m$; $\log_4 24=1+\log_4 4=1+m$.

1509. а) $\log_6 42=b$; $\log_6 42=1+\log_6 7=b$; $\log_6 7=b-1$;

б) $\log_7 35=n$; $\log_7 35=\log_7 5+1=n$; $\log_7 5=n-1$.

1510. $\log_{1/3} 7=d$; $\log_{1/3}\dfrac{1}{49}=-2\log_{1/3} 7=-2d$.

1511. а) $\log_2 x=\log_2 72-\log_2 9$; $\log_2 x=\log_2 8$; $x=8$;

б) $\log_4 x=\log_4 2\sqrt{2}+\log_4 8\sqrt{8}$; $\log_4 x=\log_4 16\sqrt{16}$; $x=64$;

в) $\log_7 x=\log_7 14-\log_7 98$; $\log_7 x=\log_7\dfrac{1}{7}$; $x=\dfrac{1}{7}$;

г) $\lg x = \lg\frac{1}{8} + \lg\frac{1}{125}$; $\lg x = \lg\frac{1}{1000}$; $x = \frac{1}{1000}$.

1512. а) $\log_{1/2} x = \log_{1/2} 19 - \log_{1/2} 38 + \log_{1/2} 3$;

$\log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{57}{38} = \log_{1/2} \frac{3}{2}$; $x = \frac{3}{2}$;

б) $\log_{0,2}x = \log_{0,2}93 + \log_{0,2}4 - \log_{0,2}31$; $\log_{0,2}x = \log_{0,2}12$; $x=12$;

в) $\log_{\sqrt{7}} x = 2\log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$; $\log_{\sqrt{7}} = \log_{\sqrt{7}} (16\cdot\frac{5}{2})$; $x=40$;

г) $\log_{1/3} x = \log_{1/3} \frac{7}{9} + \log_{1/3} 21 - 2\log_{1/3} 7$; $\log_{1/3} x = \log_{1/3} (\frac{1}{3})$; $x = \frac{1}{3}$.

1513. а) $\lg x = 2\lg 7 - 3\lg 3 + \lg 8$; $\lg x = \lg(\frac{49\cdot 8}{27})$; $x = \frac{392}{27}$;

б) $\lg x = 2\lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2}\lg 9$; $\lg x = \lg(3\cdot 6)$; $x=18$;

в) $\lg x = \frac{1}{2}\lg 3 + \frac{2}{3}\lg 5 - \frac{1}{3}\lg 4$; $\lg x = \lg\frac{\sqrt{3}\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}}$; $x = \sqrt{3}\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$;

г) $\lg x = -\frac{1}{2}\lg 5 + \lg\sqrt{5} + \frac{1}{4}\lg 25$; $\lg x = \lg\sqrt{5}$; $x = \sqrt{5}$.

1514. а) $\log_{0,3}x = \log_{0,3}a - 2\log_{0,3}b$; $\log_{0,3}x = \log_{0,3}\frac{a}{b^2}$; $x = \frac{a}{b^2}$;

б) $\log_{2,3}x = 4\log_{2,3}c - 3\log_{2,3}b$; $\log_{2,3}x = \log_{2,3}\frac{c^4}{b^3}$; $x = \frac{c^4}{b^3}$;

в) $\log_{1/2} x = 6\log_{1/2} b - \log_{1/2} c$; $\log_{1/2} x = \log_{1/2} \frac{b^6}{c}$; $x = \frac{b^6}{c}$;

г) $\log_{2,3}x = -2\log_{2,3}a - 5\log_{2,3}b$; $\log_{2,3}x = \log_{2,3}\frac{1}{a^2b^5}$; $x = \frac{1}{a^2b^5}$.

1515. а) $\log_2 x = 2\log_2 a - \log_2 b + \log_2 c$; $\log_2 x = \log_2\frac{a^2c}{b}$; $x = \frac{a^2c}{b}$.

б) $\log_{2/3} x = 4\log_{2/3} b + 2\log_{2/3} a - \log_{2/3} c$; $\log_{2/3} x = \log_{2/3} \frac{b^4a^2}{c}$; $x = \frac{b^4a^2}{c}$.

в) $\log_5 x = \log_5 c - 2\log_5 b + \log_5 a$; $\log_5 x = \log_5\frac{ac}{b^2}$; $x = \frac{ac}{b^2}$.

г) $\log_{1/7} x = 3\log_{1/7} a - 4\log_{1/7} c + \log_{1/7} b$; $\log_{1/7} x = \log_{1/7} \frac{a^3b}{c^4}$. $x = \frac{a^3b}{c^4}$.

1516. а) $\log_2 4\cdot\log_3 27=2\cdot3=6$; б) $\log_5 125:\log_4 16=3:2=3/2$;

в) $\log_{0,5}0,25\cdot\log_{0,3}0,09=2\cdot2=4$; г) $\lg1000:\lg100=\frac{3}{2}$.

1517. а) $\log_{1/2}4\cdot\log_3 9:\log_4\frac{1}{4}=-2\cdot2/(-1)=4$;

б) $\log_{\sqrt{3}}3\sqrt{3}:\log_{1/7}\sqrt{49}\cdot\log_5\sqrt{5}=3\cdot(-\frac{1}{2})=-\frac{3}{2}$;

в) $\log_3 81:\log_{0,5}2\cdot\log_5 125=4:(-1)\cdot3=-12$;

г) $\log_{\sqrt{5}}5\sqrt{5}\cdot\log_{0,3}\sqrt{0,3}:\lg10\sqrt{0,1}=3\cdot\frac{1}{2}:\frac{1}{2}=3$.

1518. а) $\log_{1/2}16\cdot\log_5\frac{\sqrt[3]{5}}{25}:3^{\log_3 2}=(-4)\cdot(\frac{1}{3}-2):2=\frac{10}{3}$;

б) $\log_{1/3}9\cdot\log_2\frac{\sqrt[3]{2}}{8}:7^{\log_7 2}=(-2)\cdot(\frac{1}{3}-3):2=\frac{8}{3}$;

в) $\log_3 27:\log_{1/2}4\cdot\log_7\sqrt[3]{49}=3:(-2)\cdot\frac{2}{3}=-1$;

г) $\log_6\frac{1}{6\sqrt{216}}\log_{0,3}\frac{1}{0,09}\cdot\lg10\sqrt{0,1}=-\left(\frac{4}{3}\right)\cdot(-2)\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$.

1519. а) $2^{2+\log_2 5}=4\cdot5=20$; б) $5^{\log_5 16-1}=\frac{16}{5}$;

в) $3^{1+\log_3 8}=3\cdot8=24$; г) $8^{\log_8 3-2}=\frac{3}{64}$.

1520. а) $2^{3\log_2 4}=64$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\log_{1/2}7}=49$;

в) $5^{2\log_5 3}=9$; г) $(0,3)^{3\log_{0,3}6}=216$.

1521. а) $8^{\log_2 3}=2^{3\log_2 3}=27$; б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{1/3}13}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3}169}=169$;

в) $25^{\log_5 3}=5^{2\log_5 3}=9$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{1/2}5}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{1/2}5}=5^4=$ 625.

1522. а) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}=\frac{2\log_7 5}{\log_7 5}=2$; б) $\frac{\log_{1/2}9}{\log_{1/2}27}=\frac{2}{3}$;

в) $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}=2$; г) $\frac{\log_{0,3}32}{\log_{0,3}64}=\frac{5}{6}$.

1523. а) $\log_7 4+\log_7 8 \vee \log_7(4+8)$; $\log_7 32>\log_7 12$;
б) $\log_{0,5}12-\log_{0,5}2 \vee \log_{0,5}12-2$; $\log_{0,5}6 \geq \log_{0,5}10$;
в) $\log_{1/3} 16+\log_{1/3} 4 \vee \log_{1/3}(16+4)$; $\log_{1/3} 64<\log_{1/3} 20$;
г) $\log_{\sqrt{3}} 15-\log_{\sqrt{3}} 4 \vee \log_{\sqrt{3}}(15-4)$; $\log_{\sqrt{3}} \frac{15}{4}<\log_{\sqrt{3}} 11$.

1524. $y=ab^2$; $\log_c y=\log_c(ab^6)=\log_c a+6\log_c b$.

1525. $x=\frac{ab^2}{c}$; $\log_n x=\log_n \frac{ab^2}{c}=\log_n a+2\log_n b-\log_n c$.

1526. $x=\frac{a^2c^3}{\sqrt{b}}$; $\log_n x=\log_n \frac{a^2c^3}{\sqrt{b}}=2\log_n a+3\log_n c-\frac{1}{2}\log_n b$.

1527. а) $\log_2 16a^2b^3=4+2\log_2 a+3\log_2 b$;
б) $\log_2(1/8a(\sqrt{b})^7)=-3+\log_2 a+\frac{7}{2}\log_2 b$;
в) $\log_2 48a\sqrt{a}\,b^4=4+\log_2 3+\frac{3}{2}\log_2 a+4\log_2 b$;
г) $\log_2 \frac{b^3}{4a^5}=3\log_2 b-2-5\log_2 a$.

1528. а) $\log_5 \frac{125a^4}{b^4}=3+4\log_5 a-4\log_5 b$;
б) $\log_5 \frac{625(\sqrt{a}b)^3}{c^{1/2}}=4+\frac{3}{2}\log_5 a+3\log_5 b-\frac{1}{2}\log_5 c$;
в) $\log_5 \frac{25\sqrt{5}a^6b^7}{c^3}=2{,}5+6\log_5 a+7\log_5 b-3\log_5 c$;
г) $\log_5(\left(\frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}}\right)^{-3})=\log_5 \frac{b^{6/5}}{a^{18}}=\frac{6}{5}\log_5 b-18\log_5 a$.

1529. а) $\log_4 x=\log_4 2+\log_4 7$; $\log_4 x=\log_4 14$; $x=14$;
б) $\log_{1/3} x-\log_{1/3} 7=\log_{1/3} 4$; $\log_{1/3} x=\log_{1/3} 28$; $x=28$;
в) $\log_9 x=\log_9 5+\log_9 6$; $\log_9 x=\log_9 30$; $x=30$;
г) $\log_{1/4} x-\log_{1/4} 9=\log_{1/4} 5$; $\log_{1/4} x=\log_{1/4} 45$; $x=45$.

1530. а) $\log_6 12+\log_6 x=\log_6 24$; $\log_6 x=\log_6 2$; $x=2$;
б) $\log_{0,5}3+\log_{0,5}x=\log_{0,5}12$; $\log_{0,5}x=\log_{0,5}4$; $x=4$;
в) $\log_5 13+\log_5 x=\log_5 39$; $\log_5 x=\log_5 3$; $x=3$;
г) $\log_{1/3} 8+\log_{1/3} x=\log_{1/3} 4$; $\log_{1/3} x=\log_{1/3} \frac{1}{2}$; $x=\frac{1}{2}$.

1531. а) $\log_2 3x=\log_2 4+\log_2 6$; $\log_2 3x=\log_2 24$; $x=8$;

б) $\log_{\sqrt{3}}\frac{x}{2}=\log_{\sqrt{3}}6+\log_{\sqrt{3}}2$; $\log_{\sqrt{3}}\frac{x}{2}=\log_{\sqrt{3}}12$; x=24;

в) $\log_4 5x=\log_4 35-\log_4 7$; $\log_4 5x=\log_4 5$; x=1;

г) $\log_{\sqrt{2}}(\frac{x}{3})=\log_{\sqrt{2}}15-\log_{\sqrt{2}}6$; $\log_{\sqrt{2}}\frac{x}{3}=\log_{\sqrt{2}}\frac{5}{2}$; $x=\frac{15}{2}$.

1532. а) $\lg(9\cdot10^2)=\lg9+2$; б) $\lg(9\cdot10^{-3})=\lg9-3$;
в) $\lg(9\cdot10^4)=\lg9+4$; г) $\lg(9\cdot10^{-5})=\lg9-5$.

1533. а) $\lg(\lg50)=\lg(1+\lg5)\approx\lg(1,7)$;
б) $\lg(\lg(0,005))=\lg(\lg5-3)$, т. к. $\lg5-3<0$, то это не удовлетворяет ОДЗ;
в) $\lg(\lg5000)=\lg(3+\lg5)\approx\lg(3,7)$;
г) $\lg(\lg(0,00005))$, т. к. $\lg0,00005<0$, то это не удовлетворяет ОДЗ.

1534. а) $\log_{\sqrt{2}}\sin\frac{\pi}{8}+\log_{\sqrt{2}}2\cos\frac{\pi}{8}=\log_{\sqrt{2}}(2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8})=\log_{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2}=$
$=1-2=-1$;

б) $\log_{1/2}(\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6})+\log_{1/2}(\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6})=$

$=\log_{1/2}(\cos^2\frac{\pi}{6}-\sin^2\frac{\pi}{6})=\log_{1/2}\cos\frac{\pi}{3}=\log_{1/2}1/2=1$;

в) $\log_{1/2}2\sin\frac{\pi}{12}+\log_{1/2}\cos\frac{\pi}{12}=\log_{1/2}\sin\frac{\pi}{6}=1$;

г) $\log_{\sqrt{3}/2}(\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12})+\log_{\sqrt{3}/2}(\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12})=$

$=\log_{\sqrt{3}/2}\left(\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}\right)=\log_{\sqrt{3}/2}\cos\frac{\pi}{6}=1$.

1535. а) $\log_3 2\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}-\log_3(1-\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{8})=\log_3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=0$;

б) $\log_{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{19}+\log_{\sqrt{3}}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{19}=\log_{\sqrt{3}}1=0$;

в) $\log_{1/3}2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}+\log_{1/3}(1-\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6})^{-1}=\log_{1/3}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}=-\frac{1}{2}$;

г) $\log_{1/2}\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}+\log_{1/2}\operatorname{tg}\frac{5}{14}\pi=\log_{1/2}\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}+\log_{1/2}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{7}=\log_{1/2}1=0$.

1536. а) $36^{1/2\log_6 18}=6^{\log_6 18}=18$; б) $64^{1/4\log_8 25}=8^{\log_8 5}=5$;
в) $121^{1/2\log_{11}35}=11^{\log_{11}35}=35$; г) $25^{1/4\log_5 9}=5^{\log_5 3}=3$.

1537. а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{1+1/2\log_{1/2}14}=\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/2}14}=\frac{7}{2}$;

б) $25^{1-1/2\log_5 11}=25\cdot 5^{\log_5\frac{1}{11}}=\frac{25}{11}$;

в) $\left(\frac{1}{9}\right)^{1+1/2\log_{1/3}18}=\frac{1}{9}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/3}18}$ =2; г) $49^{1-1/2\log_7 14}=49\cdot 7^{\log_7\frac{1}{14}}=\frac{7}{2}$.

1538. а) $\frac{\frac{1}{2}\log_3 64-2\log_3 2}{\log_3 2}=\frac{3\log_3 2-2\log_3 2}{\log_3 2}=1$;

б) $\frac{\log_6 12+2\log_6 2}{\frac{1}{3}\log_6 27+4\log_6 2}=\frac{\log_6 48}{\log_6 48}$ =1;

в) $\frac{2\log_{0,5}2+\log_{0,5}\sqrt{10}}{\log_{0,5}10-\log_{0,5}\sqrt{10}+\log_{0,5}4}=\frac{\log_{0,5}4\sqrt{10}}{\log_{0,5}4\sqrt{10}}$ =1;

г) $\frac{\log_{0,3}16}{\log_{0,3}15-\log_{0,3}30}=\frac{4\log_{0,3}2}{-\log_{0,3}2}$ =–4.

1539. а) $\log_3 4\vee\sqrt[4]{2}$; $4\vee 3^{\sqrt[4]{2}}$;

$3^{\sqrt[4]{2}}<3^{1,2}=3^{\frac{6}{5}}$; $4^5\vee 3^6$; 1024>729; $\log_3 4>\sqrt[4]{2}$;

б) $\log_2 3\vee\sqrt[3]{7}$; $3\vee 2^{\sqrt[3]{7}}$; $2^{\sqrt[3]{7}}>2^{2,5}=2^{\frac{5}{2}}$; $3^2\vee 2^5$; 9<32; $\log_2 3<\sqrt[3]{7}$.

1540. а) $\log_x 8-\log_x 2=2$; $\log_x 4=2$; $x^2=4$; $x=2$;
б) $\log_x 2+\log_x 8=4$; $\log_x 2(3+1)=4$; $\log_x 2=1$; x=2;
в) $\log_x 3+\log_x 9=3$; $\log_x 3(1+2)=3$; $\log_x 3=1$; x=3;
г) $\log_x\sqrt{5}+\log_x(25\sqrt{5})=3$; $\log_x\sqrt{5}+\log_x\sqrt{5}+4\log_x\sqrt{5}=3$;
$\log_x\sqrt{5}=1/2$; x=5.

1541. $\log_3 2=a$; $\log_3 5=b$;
а) $\log_3 10=\log_3 2+\log_3 5=a+b$; б) $\log_3 20=2\log_3 2+\log_3 5=2a+b$;
в) $\log_3 50=2\log_3 5+\log_3 2=a+2b$;
г) $\log_3 200=\log_3 2+\log_3 2+2\log_3 5+\log_3 2=3a+2b$.

1542. $\log_5 3=m$; $\log_5 2=n$;
а) $\log_5 6=\log_5 3+\log_5 2=m+n$; б) $\log_5 18=2\log_5 3+\log_5 2=2m+n$;
в) $\log_5 24=\log_5 3+3\log_5 2=m+3n$; г) $\log_5 72=2\log_5 3+3\log_5 2=2m+3n$.

1543. $\log_{1/2}7=c$; $\log_{1/2}3=a$;

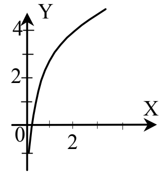
а) $\log_{1/2}21=\log_{1/2}3+\log_{1/2}7=a+c$;

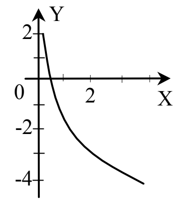
б) $\log_{1/2}\frac{1}{42}=-\log_{1/2}7-\log_{1/2}3+1=1-a-c$;

в) $\log_{1/2} 147 = 2\log_{1/2} 7 + \log_{1/2} 3 = 2c + a$;

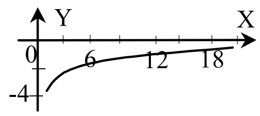
г) $\log_{1/2} \dfrac{49}{\sqrt{3}} = 2\log_{1/2} 7 - \dfrac{1}{2}\log_{1/2} 3 = 2c - \dfrac{1}{2}a$.

1544. а) б)

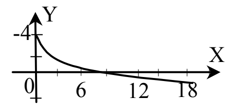




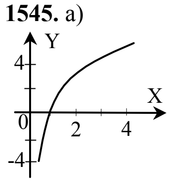
в)



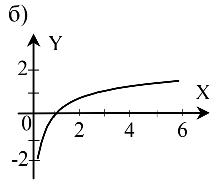
г)



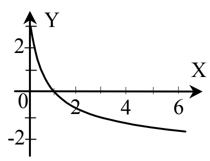
1545. а)



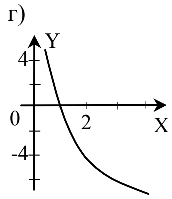
б)



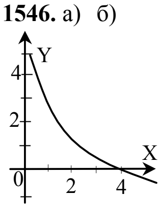
в)

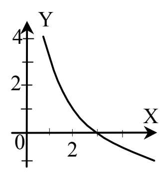


г)

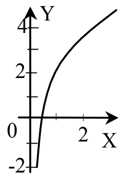


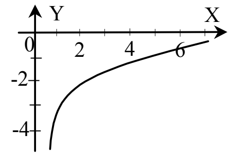
1546. а) б)





в) г)





§ 51. Логарифмические уравнения

1547. а) $\log_2 x=3$; $x=8$; б) $\log_2 x=-2$ $x=\frac{1}{4}$;

в) $\log_2 x=\frac{1}{2}$; $x=\sqrt{2}$; г) $\log_2 x=-\frac{1}{2}$; $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1548. а) $\log_5 x=2$; $x=25$; б) $\log_{1/3} x=-1$; $x=3$;

в) $\log_{0,2} x=4$; $x=\frac{1}{625}$; г) $\log_7 x=\frac{1}{3}$; $x=\sqrt[3]{7}$. $\frac{\log_3 2}{\log_3 2}$.

1549. а) $\log_2(3x-6)=\log_2(2x-3)$; ОДЗ: $\begin{cases}3x-6>0\\2x-3>0\end{cases}$; $\begin{cases}x>2\\x>1,5\end{cases}\Rightarrow x>2$;

$3x-6=2x-3$; $x=3$;

б) $\log_6(14-4x)=\log_6(2x+2)$; $14-4x=2x+2$; $6x=12$; $x=2$;

в) $\log_{1/6}(7x-9)=\log_{1/6} x$; ОДЗ: $\begin{cases}14-4x-6>0\\2x+2>0\end{cases}$; $\begin{cases}x<3,5\\x>-1\end{cases}\Rightarrow x\in(-1;3,5)$

$7x-9=x$; $x=3/2$;

г) $\log_{0,2}(12x+8)=\log_{0,2}(11x+7)$; ОДЗ: $\begin{cases}7x-9>0\\x>0\end{cases}\Rightarrow x>9/7$; $12x+8=11x+7$;

$x=-1$, не проходит по ОДЗ.

1550. а) $\log_3(x^2+6)=\log_3 5x$. ОДЗ: $\begin{cases}x^2+6>0\\5x>0\end{cases}\Rightarrow x>0$; $x^2-5x+6=0$; $x=3$, $x=2$;

б) $\log_{1/2}(7x^2-200)=\log_{1/2} 50x$; ОДЗ: $x>\sqrt{\frac{200}{7}}$;

$7x^2-50x-200=0$; $\frac{D}{4}=625+1400=45^2$; $x=\frac{25-45}{7}$ не подходит, $x=10$;

в) $\lg(x^2-6)=\lg(8+5x)$; ОДЗ: ОДЗ: $\begin{cases}|x|+\sqrt{6}>0\\x>-\frac{8}{5}\end{cases}\Rightarrow x>\sqrt{6}$; $x^2-5x-14=0$;

x=–2 не подходит; x=7.

г) lg(x^2–8)=lg(2–9x); ОДЗ: $\begin{cases} |x| > \sqrt{8} \\ x < \dfrac{2}{9} \end{cases}$; x<$-\sqrt{8}$; x^2+9x–10=0; x=1 не подходит, x=–10.

1551. а) $\log_{0,1}$(x^2+4x–20)=0; ОДЗ: $x^2+4x-20>0$; $\left[\begin{array}{l} x<-2-2\sqrt{6} \\ x>-2+2\sqrt{6} \end{array}\right.$

x^2+4x–20=1; x^2+4x–21=0; x=–7, x=3;

б) $\log_{1/3}$ (x^2–10x+10)=0; ОДЗ: $x^2-10x+10=0$; $\left[\begin{array}{l} x<5-\sqrt{15} \\ x>5+\sqrt{15} \end{array}\right.$; x^2–10x+10=1;

x^2–10x+9=0; x=9, x=1;

в) $\log_7$(x^2–12x+36)=0; ОДЗ: $x^2-12x+36>0$; $\forall x \neq 6$; x^2–12x+36=1;
x^2–12x+35=0; x=7, x=5;

г) $\log_{12}$(x^2–8x+16)=0; ОДЗ: $x^2-8x+16>0$; $\forall x \neq 4$; x^2–8x+16=1;
x^2–8x+15=0; x=3, x=5.

1552. а) $\log_3$(x^2–11x+27)=2;

ОДЗ: $x^2-11x+27=0$; $\left[\begin{array}{l} x<\dfrac{11-2\sqrt{3}}{2} \\ x>\dfrac{11+2\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$; x^2–11x+27=9; x^2–11x+18=0; x=9, x=2;

б) $\log_{1/7}$ (x^2+x–5)=–1; ОДЗ: $x^2+x-5>0$; $\left[\begin{array}{l} x<\dfrac{-1-\sqrt{21}}{2} \\ x>\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2} \end{array}\right.$; x^2+x–5=7;

$x^2+x-12=0$; $x=-4$, $x=3$;

в) $\log_2$(x^2–3x–10)=3; ОДЗ: $x^2+3x-1>0$; $\begin{cases} x>5 \\ x<-2 \end{cases}$; x^2–3x–10=8;

x^2–3x–18=0; $x=6$, $x=-3$;

г) $\log_{1/3}$ (x^2+3x–1)=–2; ОДЗ: $x^2+3x-1>0$; $\left[\begin{array}{l} x<\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2} \\ x>\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$

x^2+3x–1=9; x^2+3x–10=0; x=–5, x=2.

1553. а) $\log_2$(x^2+7x–5)=$\log_2$(4x–1);

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+7x-5>0 \\ 4x-1>0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<\dfrac{-7-\sqrt{69}}{2} \\ x>\dfrac{-7+\sqrt{69}}{2} \end{array}\right. \\ x>1/4 \end{cases}$ $\Rightarrow x>\dfrac{-7+\sqrt{69}}{2}$ $x^2+7x-5=4x-1$;

$x^2+3x-4=0$; $x=-4$ не подходит, $x=1$;

б) $\log_{0,3}(-x^2+5x+7)=\log_{0,3}(10x-7)$; ОДЗ: $\begin{cases} -x^2+5x+7>0; \\ 10x-7>0 \end{cases}$ $\begin{cases} \forall x \\ x>7/10 \end{cases}$; $x>\dfrac{7}{10}$;

$-x^2+5x+7=10x-7$; $x^2+5x-14=0$; $x=-7$ не подходит, $x=2$;

в) $\log_2(x^2+x-1)=\log_2(-x+7)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+x-1>0 \\ x<\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$; $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ x>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \\ x<7 \end{array}\right.$ $\Rightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};7\right)$;

$x^2+2x-8=0$; $x=-4$, $x=2$;

г) $\log_{0,2}(-x^2+4x+5)=\log_{0,2}(-x-31)$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2-4x-5<0 \\ x<-31 \end{cases}$; $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<-1 \\ x>5 \end{cases} \\ x<-31 \end{array}\right.$ $x<-31$;

$x^2-5x-36=0$; $x=-4$, $x=9$ ни один не подходит.

1554. а) $\log_2^2 x-4\log_2 x+3=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_2 x=3$; $x=8$; $\log_2 x=1$; $x=2$;

б) $\log_4^2 x-\log_4 x-2=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_4 x=2$; $x=16$; $\log_4 x=-1$; $x=\dfrac{1}{4}$;

в) $\log_{1/2}^2 x+3\log_{1/2} x+2=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{1/2} x=-2$; $x=4$; $\log_{1/2} x=-1$; $x=2$;

г) $\log_{0,2}^2 x+\log_{0,2} x-6=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{0,2} x=-3$; $x=125$; $\log_{0,2} x=2$; $x=\dfrac{1}{25}$.

1555. а) $2\log_5^2 x+5\log_5 x+2=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_5 x=\dfrac{-5-3}{4}=-2$; $x=\dfrac{1}{25}$;

$\log_5 x=-\dfrac{1}{2}$; $x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$;

б) $3\log_4^2 x-7\log_4 x+2=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_4 x=\dfrac{7-5}{6}=\dfrac{1}{3}$; $x=\sqrt[3]{4}$; $\log_4 x=2$; $x=16$;

в) $2\log_{0,3}^2 x-7\log_{0,3} x-4=0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{0,3} x=\dfrac{7-9}{4}=-\dfrac{1}{2}$; $x=\sqrt{\dfrac{10}{3}}$;

$\log_{0,3}x=4$; $x=0,0081$;

г) $3\log^2_{1/2} +5\,log_{1/2}\, x-2=0$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/2} x=\dfrac{-5-7}{6}=-2$; $x=4$;

$\log_{1/2} x=\dfrac{1}{3}$; $x=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$.

1556. а) $\log_2x= \log_23+ \log_25$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2x= \log_215$; $x=15$;
б) $\log_74= \log_7x- \log_79$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_7x= \log_736$; $x=36$;

в) $\log_{1/3} 4+\log_{1/3} x=\log_{1/3} 18$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/3} x=\log_{1/3} \dfrac{9}{2}$; $x=\dfrac{9}{2}$;

г) $\log_{0,4}9- \log_{0,4}x= \log_{0,4}3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,4}x= \log_{0,4}3$; $x=3$.
1557. а) $2\log_8x= \log_82,5+ \log_810$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2=25$; $x=5$; $x=-5$ не подходит;

б) $3\log_2 \dfrac{1}{2} - \log_2 \dfrac{1}{32} = \log_2x$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_2x= \log_24$; $x=4$;

в) $3\log_{1/7} x=\log_{1/7} 9+\log_{1/7} 3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{1/7} x^3=\log_{1/7} 27$; $x=3$;

г) $4\log_{0,1}x= \log_{0,1}2+ \log_{0,1}8$; ОДЗ: $x > 0$; $x^4=16$; $x=2$, $x=-2$ не подходит.

1558. а) $\log_3(x-2)+ \log_3(x+2)= \log_3(2x-1)$; ОДЗ: $\begin{cases} x>2 \\ x>-2 \\ x>1/2 \end{cases}$ $x>2$;

$\log_3(x^2-4)= \log_3(2x-1)$; $x^2-2x-3=0$; $x=3$, $x=-1$ не подходит;

б) $\log_{11}(x+4)+ \log_{11}(x-7)= \log_{11}(7-x)$; ОДЗ: $\begin{cases} x>-4 \\ x>7 \\ x<7 \end{cases}$ $x\in\varnothing$. Нет решений;

в) $\log_{0,6}(x+3)+ \log_{0,6}(x-3)= \log_{0,6}(2x-1)$; $\log_{0,6}(x^2-9)= \log_{0,6}(2x-1)$; $x^2-2x-8=0$;

ОДЗ: $\begin{cases} x>-3 \\ x>3 \\ x>1/2 \end{cases}$ $x>3$; $x=4$, $x=-2$ не подходит;

г) $\log_{0,4}(x+2)+ \log_{0,4}(x+3)= \log_{0,4}(1-x)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x>-2 \\ x>-3 \\ x<1 \end{cases}$ $x\in(-2;\ 1)$; $\log_{0,4}(x^2+5x+6)= \log_{0,4}(1-x)$; $x^2+6x+5=0$; $x=-5$ не подходит, $x=-1$.

1559. а) $\log_{23}(2x-1)-\log_{23}x=0$; ОДЗ: $x>\dfrac{1}{2}$; $2x-1=x$; $x=1$;

б) $\log_{0,5}(4x-1)-\log_{0,5}(7x-3)=1$;

ОДЗ: $\begin{cases} x>3/7 \\ x>1/4 \end{cases}$ $x>\dfrac{3}{7}$; $4x-1=\dfrac{1}{2}(7x-3)$; $x=-1$ — не подходит $\Rightarrow$ нет решения.

в) $\log_{3,4}(x^2-5x+8)-\log_{3,4}x=0$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2\text{-}5x+8>0 \\ x>0 \end{cases}$; $\begin{cases} \forall x \\ x>0 \end{cases}$;

$x^2-6x+8=0$; $x=4$, $x=2$;

г) $\log_{1/2}(x+9)-\log_{1/2}(8-3x)=2$; ОДЗ: $x\in(-9;\ \frac{8}{3})$; $4(x+9)=8-3x$;

$7x=-28$; $x=-4$.

1560. а) $f(x)=\log_3(5x-2)$; $f(3x-1)=\log_3(15x-7)$; $\log_3(5x-2)=\log_3(15x-7)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x>2/5 \\ x>7/15 \end{cases}$; $x>\frac{7}{15}$; $5x-2=15x-7$; $10x=5$; $x=\frac{1}{2}$;

б) $f(x)=\log_2(8x-1)$; $f(\frac{x}{2}+5)=\log_2(4x+39)$; $\log_2(8x-1)=\log_2(4x+39)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x>1/8 \\ x>-(39/4) \end{cases}$; $x > 1/8$; $8x - 1 = 4x + 39$; $4x = 40$; $x = 10$;

1561. а) $\begin{cases} \log_2(x^2+3x-2)-\log_2 y=1 \\ 3x-y=2 \end{cases}$; $y=3x-2$; $\log_2(x^2+3x-2)=\log_2(6x-4)$;

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+3x-2>0 \\ x>2/3 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<\frac{-3-\sqrt{17}}{2} \\ x>\frac{-3+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \\ x>2/3 \end{cases}$; $x>\frac{2}{3}$;

$x^2-3x+2=0$; $x=2$, $y=4$; $x=1$, $y=1$;

б) $\begin{cases} 2x+y=7 \\ \log_3(x^2+4x-3)-\log_3 y=1 \end{cases}$; $\begin{cases} y=7-2x \\ x^2+4x-3=21-6x \end{cases}$;

ОДЗ: $\begin{cases} x^2+4x-3>0 \\ x-2x>0 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-2-\sqrt{7} \\ x>-2+\sqrt{7} \end{array}\right. \\ x>7/2 \end{cases}$; $x<\frac{7}{2}$; $x^2+10x-24=0$;

$x=-12$, $y=31$; $x=2$, $y=3$.

1562. а) $7\log_5^2(2x)-20\log_5(2x)-3=0$; ОДЗ: $x > 0$

$\log_5 2x=\frac{10-11}{7}=-\frac{1}{7}$; $2x=\frac{1}{\sqrt[7]{5}}$; $x=\frac{1}{2\sqrt[7]{5}}$; $\log_5 2x=3$; $x=\frac{125}{2}$.

б) $\log_{1/2}^2(x^2+x)+\log_{1/2}(x^2+x)=0$; ОДЗ$: x^2+x>0$; $x(x+1)>0$; $\begin{cases} x<-1 \\ x>0 \end{cases}$;

$\log_{1/2}(x^2+x)=0$; $x^2+x-1=0$; $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}=0$; $\log_{1/2}(x^2+x)=-1$; $x^2+x=2$;

$x^2+x-2=0$; $x=-2$, $x=1$;

в) $\log^2_{0,3}(x+1)-4\log_{0,3}(x+1)+3=0$; ОДЗ: $x>-1$;

$\log_{0,3}(x+1)=3$; $x+1=0{,}027$; $x=-0{,}973$; $\log_{0,3}(x+1)=1$; $x+1=0{,}3$; $x=-0{,}7$;

г) $\log^2_2(x+\frac{1}{x})=1$; ОДЗ: $x+1/x>0$; $\frac{x^2+1}{x}>0$;

$\log_2(x+\frac{1}{x})=1$; $x^2-2x+1=0$; $x=1$; $\log_2(x+\frac{1}{x})=-1$; $2x^2-x+2=0$. Решений нет.

1563. а) $\lg^2x-\lg x+1=\frac{9}{\lg 10x}$; ОДЗ: $x>0$; $\lg^2x-\lg x+1+\lg^3x-\lg^2x+\lg x-9=0$;

$\lg^3x=8$; $\lg x=2$; $x=100$;

б) $\log^2_3 x+3\log_3x+9=\frac{37}{\log_3(x/27)}$;

$\log^3_3 x+3\log^2_3 x+9\log^2_3-3\log^2_3 x-9\log_3x-27=37$; $\log^3_3 x=64$; $\log_3x=4$; $x=81$;

в) $\lg^2x-2\lg x+4=\frac{9}{\lg 100x}$; ОДЗ: $x>0$; $x\ \ 1/100$;

$2\lg^2x-4\lg x+8+\lg^3x-2\lg^2x+4\lg x=9$; $\lg^3x=1$; $\lg x=1$; $x=10$;

г) $\log^2_2 x+7\log_2x+49=\frac{-218}{\log_2(x/128)}$; ОДЗ: $x>0$; $x\neq 128$;

$\log^3_3 x+7\log^2_2 x+49\log_2x-7\log_2x-49\log_2x-343=-218$;

$\log^3_2 x=125$; $\log_2x=5$; $x=32$.

1564. а) $x^{\log_3 x}=81$; ОДЗ: $x>0$; прологарифмируем по основанию 3:

$\log^2_3 x=4$; $\log_3x=\pm2$; $x=9$; $x=1/9$;

б) $x^{\log_{0,5} x}=1/16$; ОДЗ: $x>0$; прологарифмируем по основанию 1/2:

$\log^2_{1/2} x=4$; $\log_{1/2}x=\pm 2$; $x=1/4$; $x=4$;

в) $x^{\log_2 x}=16$; ОДЗ: $x>0$; прологарифмируем по основанию 2:

$\log^2_2 x=4$; $\log_2x=\pm 2$; $x=4$; $x=1/4$;

г) $x^{\log_{1/3} x}=\frac{1}{81}$; ОДЗ: $x>0$; прологарифмируем по основанию $\frac{1}{3}$:

$\log^2_{1/3} x=4$; $\log_{1/3}x=\pm 2$; $x=9$; $x=\frac{1}{9}$.

1565. а) $x^{1+\log_3 x}=9$; ОДЗ: $x>0$; $\log^2_3 x+\log_3x-2=0$; $\log_3x=-2$; $x=\frac{1}{9}$;

$\log_3x=1$; $x=3$;

б) $x^{\log_{0,5} x-2}=0{,}125$; ОДЗ: $x>0$; $\log^2_{0,5} x-2\log_{0,5}x-3=0$; $\log_{0,5}x=3$; $x=0{,}125$;

$\log_{0,5}x=-1$; x=2;

в) $x^{5+\log_2 x}=\frac{1}{16}$; ОДЗ: $x>0$; $\log_2^2 x+5\log_2 x=-4$; $\log_2 x=-1$; $x=\frac{1}{2}$;

$\log_2 x=-4$; $x=\frac{1}{16}$;

г) $x^{\log_{1/3}x-4}=27$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{1/3}^2 x-4\log_{1/3}x+3=0$; $\log_{1/3}x=3$; $x=\frac{1}{27}$;

$\log_{1/3}x=1$; $x=\frac{1}{3}$.

1566. а) $\log_2(x-3)(x+5)+\log_2\frac{x-3}{x+5}=2$; ОДЗ: $\begin{cases}(x-3)(x+5)>0\\ \frac{x-3}{x+5}>0\end{cases}$; $\left[\begin{array}{l}x<-5\\ x>3\end{array}\right.$;

$2\log_2|x-3|=2$; $|x-3|=2$; x=1 не подходит; x=5;

б) $\log_3(x+3)(x+5)+\log_3(\frac{x+3}{x+5})=4$; ОДЗ: $\begin{cases}(x+3)(x+5)>0\\ \frac{x+3}{x+5}>0\end{cases}$; $\left[\begin{array}{l}x<-5\\ x>-3\end{array}\right.$

$\log_3|x+3|=2$; $|x+3|=9$; x=6, x=–12.

1567. а) $\lg 100x\cdot\lg x=-1$; ОДЗ: $x>0$; $\lg^2 x+2\lg x+1=0$; $\lg x=-1$; $x=\frac{1}{10}$;

б) $\lg^2 10x+\lg 10x=6-3\lg\frac{1}{x}$; $\lg^2 x+2\lg x+1+\lg x+1-6-3\lg x=0$;

$\lg^2 x=4$; $\lg x=\pm 2$; x=100; $x=\frac{1}{100}$.

1568. а) $2\lg x^2-\lg^2(-x)=4$; ОДЗ: $x<0$; $\lg^2(-x)-4\lg(-x)+4=0$; $\lg(-x)=2$; x=–100;

б) $\lg^2 x^3+\lg x^2=40$; ОДЗ: $x>0$; $9\lg^2 x+2\lg x-40=0$; $\lg x=\frac{-1-19}{9}=-\frac{20}{9}$;

$x=\frac{1}{10^{20/9}}$; $\lg x=\frac{18}{9}=2$; x=100.

1569. а) $\log_5(6-5^x)=1-x$; ОДЗ: $5^x<6$; $6-5^x=5^{1-x}$; $5^{2x}-6\cdot 5^x+5=0$;
$5^x=5$; x=1; $5^x=1$; x=0;
б) $\log_3(4\cdot 3^{x-1}-1)=2x-1$; ОДЗ: $3^{x-1}>1/4$; $4\cdot 3^{x-1}-1=3^{2x-1}$;
$3^{2x}-4\cdot 3^x+3=0$; $3^x=3$; x=1; $3^x=1$; x=0.

1570. а) $\log_9(3^x+2x-20)=x-x\log_9 3$; ОДЗ: $3^x+2x-20>0$;

$3^x+2x-20=9^{x-x\log_9 3}$; $3^x+2x-20=9^x\cdot 3^{-x}$; $2x-20=0$; x=10;

б) $0,4^{\lg^2 x-1}=6,25^{-2-\lg x^2}$; ОДЗ: $x>0$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{\lg^2 x-1}=\left(\frac{5}{2}\right)^{-4-2\lg x^2}$;

$\lg^2 x-1=4+4\lg x$; $\lg^2 x-4\lg x-5=0$; $\lg x=5$; x=10000; $\lg x=-1$, x=1/10.

1571.

а) $6^{\log_6^2 x}+x^{\log_6 x}=12$; ОДЗ: $x>0$; $x^{\log_6 x}=6$; $\log_6^2 x=1$; x=6; x=$\frac{1}{6}$;

б) $10^{\lg^2 x}+9x^{\lg x}=1000$; ОДЗ: $x>0$; $x^{\lg x}=100$; $\lg^2x=2$; $\lg x=\pm\sqrt{2}$; $x=10^{\pm\sqrt{2}}$.

1572. а) $\begin{cases}\log_5(x+y)=1\\ \log_6 x+\log_6 y=1\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}x+y>0\\ x>0\\ y>0\end{cases}$; $\begin{cases}x=5-y\\ \log_6(5y-y^2)=1\end{cases}$;

$y^2-5y+6=0$; $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=2\\ x-3\end{cases}\\ \begin{cases}y=3\\ x=2\end{cases}\end{array}\right.$.

б) $\begin{cases}\log_{0,5}(x+2y)=\log_{0,5}(3x+y)\\ \log_7(x^2-y)=\log_7 x\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}x+2y>0\\ 3x+y>0\\ x^2-y>0\\ x>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$

$\begin{cases}y=2x\\ \log_7(x^2-2x)=\log_7 x\end{cases}$; $x^2-3x=0$; x=0, y=0 не подходит; x=3, y=6;

в) $\begin{cases}\log_9(x-y)=1/2\\ \log_{64}x-\log_{64}y=1/3\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}x>-y\\ x>0\\ y>0\end{cases}$; $\begin{cases}x=3+y\\ \log_{64}(3+y)=\log_{64}4y\end{cases}$;

$\begin{cases}x=3+y\\ 3=3y\end{cases}$ y=1; x=4;

г) $\begin{cases}\log_{1/3}(3x-y)=\log_{1/3}(x+4)\\ \log_9(x^2+x-y)=\log_9 x^2\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}3x-y>0\\ x>-4\\ x^2+x-y>0\end{cases}$;

$\begin{cases}y=2x-4\\ x^2-x+4=x^2\end{cases}$; x = 4; y = 4.

1573. а) $\begin{cases}2^x2^y=16\\ \log_3 x+\log_3 y=1\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=4\\ xy=3\end{cases}$; $\begin{cases}x=4-y\\ 4y-y^2=3\end{cases}$;

$y^2-4y+3=0$; $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=3\\ x=1\end{cases}\\ \begin{cases}y=1\\ x=3\end{cases}\end{array}\right.$.

б) $\begin{cases}(\frac{1}{3})^{2x}(\frac{1}{3})^{-y}=\frac{1}{27}\\ \log_2 2x-\log_2 y=2\end{cases}$; ОДЗ: $\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$; $\begin{cases}2x-y=3\\ \log_2 2x=\log_2 4y\end{cases}$;

$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ \log_2 2x = \log_2(8x - 12) \end{cases}$; 6x=12; x=2, y=1;

в) $\begin{cases} 9^x \cdot 3^y = 81 \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 4 - 2x \\ 4x - 2x^2 + 1 = 0 \end{cases}$; $x^2-2x+1=0$; x=1, y=2;

г) $\begin{cases} (1/2)^x (\sqrt{2})^y = \log_9 3 \\ \log_4 y - \log_4 x = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} -x + (y/2) = -1 \\ \log_4 y = \log_4 4x \end{cases}$; $\begin{cases} y = -2 + 2x \\ -2 + 2x = 4x \end{cases}$;

x=–1, решений нет.

1574. а) $\begin{cases} \log_2(x - y) - \log_2 3 = 2 - \log_2(x + y) \\ \log_{1/2}(x - y) = -2 \end{cases}$;

$\begin{cases} x = 4 + y \\ 2 - \log_2 3 = 2 - \log_2(2y + 4) \end{cases}$;

$\log_2(2y+4)=\log_2 3$; y=–(1/2), x=3(1/2);

б) $\begin{cases} \log_3(x + 2y) - 2\log_3 4 = 1 - \log_3(x - 2y) \\ \log_{1/4}(x - 2y) = -1 \end{cases}$;

$\begin{cases} x = 4 + y \\ \log_3(4 + 4y) = 1 + 2\log_3 4 - \log_3 4 \end{cases}$; $\log_3(4+4y)=\log_3 12$; y=2, x=8.

1575. а) $\begin{cases} 2\log_3 y + 3^{x^2+5x-5} = 7 \\ 3\log_3 y - 3^{x^2+5x-5} = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} \log_3 y = 2, y = 9 \\ 4 + 3^{x^2+5x-5} = 7 \end{cases}$;

$x^2+5x-5=1$; $x^2+5x-6=0$; x=–6; x=1;

б) $\begin{cases} 2\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 8 \\ 3\log_2 x + 2^{y^2+4y-4} = 11 \end{cases}$; $\begin{cases} \log_2 x = 3, x = 8 \\ 2^{y^2+4y-4} = 2 \end{cases}$; $y^2+4y-5=0$; y=–5; y=1.

§ 52. Логарифмические неравенства

1576. а) $\log_2 x \ge 4$; $x \ge 16$;

б) $\log_2 x \le -3$; $x \le \frac{1}{8}$, x>0;

в) $\log_2 x < \frac{1}{2}$; $x \in (0; \sqrt{2})$;

г) $\log_2 x > -\frac{1}{2}$; $x > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1577. а) $\log_{1/3} x \le 2$; $x \ge 1/9$;

б) $\log_{1/2} x \ge -3$; $x \in (0; 8)$;

в) $\log_{0,2} x < 3$; $x > \frac{1}{125}$;

г) $\log_{0,1} x > -\frac{1}{2}$; $x \in (0; \sqrt{10})$.

1578. а) $\log_5(3x+1) < 2$; $(3x+1) \in (0; 25)$; $x \in (-\frac{1}{3}; 8)$;

б) $\log_{0,5}\frac{x}{3}\geq -2$; $\frac{x}{3}\in(0;4)$; $x\in(0;12)$;

в) $\log_{1/4}\frac{x}{5}>1$; $\frac{x}{5}\in(0;\frac{1}{4})$; $x\in(0;\frac{5}{4})$;

г) $\log_{\sqrt{3}}(2x-3)<4$; $(2x-3)\in(0;9)$; $x\in(\frac{3}{2};6)$.

1579. а) $\log_5 x>\log_5(3x-4)$; ОДЗ: $x>\frac{4}{3}$; $2x<4$; $x<2$; $x\in(\frac{4}{3};2)$;

б) $\log_{0,6}(2x-1)<\log_{0,6}x$; ОДЗ: $x>\frac{1}{2}$; $x>1$;

в) $\log_{1/3}(5x-9)\geq \log_{1/3}4x$; ОДЗ: $x>\frac{9}{5}$; $x\leq 9$; $x\in(\frac{9}{5};9]$;

г) $\log_3(8-6x)\leq\log_3 2x$; ОДЗ: $x\in(0;\frac{4}{3})$; $8\leq 8x$; $x\geq 1$; $x\in[1;\frac{4}{3})$.

1580. а) $\log_2(5x-9)\leq\log_2(3x+1)$; ОДЗ: $x>\frac{9}{5}$; $2x\leq 10$; $x\in(\frac{9}{5};5]$;

б) $\log_{0,4}(12x+2)\geq \log_{0,4}(10x+16)$; $2x\leq 14$; ОДЗ: $x>-\frac{1}{6}$; $x\in(-\frac{1}{6};7]$;

в) $\log_{1/3}(-x)> \log_{1/3}(4-2x)$; ОДЗ: $x<0$; $-x<4-2x$; $x\in(-\infty;0)$;

г) $\log_{2,5}(6-x)< \log_{2,5}(4-3x)$; ОДЗ: $x<\frac{4}{3}$; $6-x<4-3x$; $2x<-2$; $x<-1$.

1581. а) $\log_3(x^2+6)< \log_3 5x$; ОДЗ: $x>0$; $x^2-5x+6<0$; $x\in(2;3)$;
б) $\log_{0,6}(6x-x^2)> \log_{0,6}(-8-x)$; $6x-x^2<-8-x$; ОДЗ: $6x-x^2>0$; $x\in(0;6)$;
$x^2-7x-8>0$, нет решений;

в) $\lg(x^2-8)\leq \lg(2-9x)$; $x^2-8\leq 2-9x$; ОДЗ: $x^2-8>0$; $\left[\begin{array}{l} x>2\sqrt{2} \\ x<-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

$x^2+9x-10\leq 0$; $x\in[-10;-2\sqrt{2})$;
г) $\log_{\sqrt{2}}(x^2+10x)\geq \log_{\sqrt{2}}(x-14)$; $x^2+10x>x-14$; ОДЗ: $x>14$; $x^2+9x+14>0$;
$x>14$.

1582. а) $\log_{1/2}(6-x)\geq \log_{1/2}x^2$; $6-x\leq x^2$; ОДЗ: $x<6$; $x^2+x-6\geq 0$;
$x\in(-\infty;-3]\cup(2;6)$;
б) $\log_{0,3}(x^2+22)< \log_{0,3}13x$; ОДЗ: $x>0$; $x^2+22>13x$; $x^2-13x+22>0$;
$x\in(0;2)\cup(11;+\infty)$;
в) $\log_{1/4}(-x-6)\leq \log_{1/4}(6-x^2)$; $-x-6\geq 6-x^2$; ОДЗ: $6-x^2>0$; $x\in(-\sqrt{6};\sqrt{6})$;
$x^2-x-12\geq 0$, решений нет;

г) $\log_{0,5}(x^2-27) > \log_{0,5}(6x)$; $x^2-27<6x$; ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x > \sqrt{27} \\ x < -\sqrt{27} \end{array}\right.$;

$x^2-6x-27<0$; $x\in(\sqrt{27}; 9)$.

1583. а) $\log_8(x^2-7x)>1$; $x^2-7x>8$; $x^2-7x-8>0$; $x\in(-\infty; -1)\cup(8; +\infty)$;
б) $\log_{1/2}(x^2+0,5x)\le1$; $x^2+(1/2)x\ge(1/2)$; $2x^2+x-1\ge0$; $x\in(-\infty; -1]\cup[1/2; +\infty)$;
в) $\log_2(x^2-6x+24)<4$; $0<x^2-6x+24<16$; $x^2-6x+8<0$; $x\in(2; 4)$;

г) $\log_{1/3}(-x^2+\frac{10x}{9})\ge2$; $0<-x^2+\frac{10x}{9}\le\frac{1}{9}$; $x\in(0; \frac{10x}{9})$;

$9x^2-10x+1\ge0$; $x\in(-\infty; \frac{1}{9}]\cup[1; +\infty)$. Итого: $x\in(0; \frac{1}{9}]\cup[1; \frac{10}{9})$.

1584. а) $\log_2^2 x>4\log_2x-3$; ОДЗ: $x>0$;

$\log_2^2 x-4\log_2x+3>0$; $\log_2x\in(-\infty; 1)\cup(3; +\infty)$;
$x\in(-\infty; 2)\cup(8; +\infty)$; $x\in(0; 2)\cup(8; +\infty)$;
б) $\log_{1/2}^2 x+3\log_{1/2} x<-2$; ОДЗ: $x>0$;

$\log_{1/2}^2 x+3\log_{1/2}x+2<0$; $\log_{1/2}x\in(-2; -1)$; $\left\{\begin{array}{l} x\in(0;4) \\ x\in(2;+\infty) \end{array}\right.$. Итого: $x\in(2; 4)$;

в) $\log_4^2 x+\log_4x\le2$; ОДЗ: $x>0$;

$\log_4^2 +\log_4x-2\le0$; $\log_4x\in[-2; 1]$; $x\in[\frac{1}{16}; 4]$;

г) $\log_{0,2}^2 x+\log_{0,2}x-6\ge0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{0,2}x\in(-\infty; -3]\cup[2; +\infty)$;

$\left[\begin{array}{l} x\in[125;+\infty) \\ x\in(0;0,04] \end{array}\right.$. Итого: $x\in(0; 0,04]\cup[125; +\infty)$.

1585. а) $2\log_5^2 x+5\log_5x+2\ge0$; ОДЗ: $x>0$; $\left[\begin{array}{l} \log_5 x\le-2 \\ \log_5 x\ge-\frac{1}{2} \end{array}\right.$;

$x\in(0; \frac{1}{25}]\cup[\frac{\sqrt5}{5}; +\infty)$;

б) $2\log_{0,3}^2 x-7\log_{0,3}x-4\le0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{0,3}x\in[-\frac{1}{2}; 4]$;

$\left\{\begin{array}{l} x\in(0;\sqrt{\frac{10}{3}}] \\ x\in[0,0081;+\infty) \end{array}\right.$; $x\in[0,0081; \sqrt{\frac{10}{3}}]$;

в) $3\log_4^2 x-7\log_4 x+2<0$; ОДЗ: $x>0$; $\log_4 x\in(\frac{1}{3}; 2)$; $x\in(\sqrt[3]{4}; 16)$;

г) $3\log_{1/3}^2 x+5\log_{1/3} x-2>0$; ОДЗ: $x>0$; $\left[\begin{array}{l}\log_{1/3} x<-2\\ \log_{1/3} x>\frac{1}{3}\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x\in(0;\sqrt[3]{\frac{1}{3}})\\ x\in(9;+\infty)\end{array}\right.$;

$x\in(0; \sqrt[3]{\frac{1}{3}})\cup(9; +\infty)$.

1586. а) $\log_2^2 x^2-15\log_2 x-4\le 0$; ОДЗ: $x>0$; $4\log_2 x-15\log_2 x-4\le 0$;

$\log_2 x\in[-\frac{1}{4}; 4]$; $x\in[\sqrt[4]{\frac{1}{2}}; 16]$;

б) в учебнике, по-видимому, опечатка.

$\log_{1/3}^2 x^2-7\log_{1/3} x+3\le 0$; ОДЗ: $x>0$;

$4\log_{1/3}^2 x-7\log_{1/3} x+3\le 0$; $\log_{1/3} x\in[\frac{3}{4}; 1]$; $\begin{cases}x\in(0;\frac{1}{\sqrt[4]{27}}]\\ x\in[\frac{1}{3};+\infty)\end{cases}$; $x\in[\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt[4]{27}}]$;

в) $\log_3^2 x^2+13\log_3 x+3<0$; ОДЗ: $x<0$;

$4\log_3^2 x^2+13\log_3 x+3<0$; $\log_3 x\in(-3; -\frac{1}{4})$; $x\in(\frac{1}{27}; \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$;

г) $\log_{1/5}^2 x^2-31\log_{1/5} x-8<0$; ОДЗ: $x<0$;

$4\log_{1/5}^2 x^2-31\log_{1/5} x-8<0$; $\log_{1/5} x\in(-\frac{1}{4}; 8)$;

$\begin{cases}x\in(0;\frac{1}{\sqrt[4]{5}})\\ x\in(\frac{1}{390625};+\infty)\end{cases}$; $x\in(\frac{1}{390625}; \frac{1}{\sqrt[4]{5}})$.

1587. а) $\log_3 x>\log_3 72-\log_3 8$; ОДЗ: $x>0$; $\log_3 x>2$; $x>9$;

б) $3\log_{1/3} x<\log_{1/3} 9+\log_{1/3} 3$; ОДЗ: $x>0$; $\log_{1/3} x<-1$; $x>3$;

в) $\log_5 x-\log_5 35\le\log_5\frac{1}{7}$; ОДЗ: $x>0$; $\log_5 x\le 1$; $x\in(0; 5]$;

г) $4\log_{0,6} x\ge\log_{0,6} 8+\log_{0,6} 2$; ОДЗ: $x>0$; $x^4\le 16$; $x\in(0; 2]$.

1588. а) $\log_{1/3} =+\log_{1/3}(4-x)>-1$; ОДЗ: $x\in(0; 4)$;

$\log_{1/3}(4x-x^2)>\log_{1/3} 3$; $4x-x^2<3$; $x^2-4x+3>0$; $x\in(0; 1)\cup(3;4)$;

б) $\log_2(7-x)+\log_2 x \ge 1+\log_2 3$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\log_2(7x-x^2) \ge \log_2 6$; $x^2-7x+6 \le 0$; $x \in [1; 6]$;

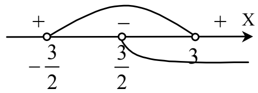
в) $\lg(7-x)+\lg x > 1$; ОДЗ: $x \in (0; 7)$; $\lg(7x-x^2) > 1$; $x^2-7x+10<0$; $x \in (2; 5)$;

г) $\log_{1/2} x+\log_{1/2}(10-x) \ge -1+\log_{1/2} 4{,}5$; ОДЗ: $x \in (0; 10)$;

$\log_{1/2}(10x-x^2) \ge \log_{1/2} 9$; $x^2-10x+9 \ge 0$; $x \in (0; 1] \cup [9; 10)$.

1589. а) $\log_7(6x-9) < \log_7(2x+3)$; ОДЗ: $x>3/2$;

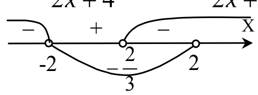
$\log_7\left(\frac{6x-9}{2x+3}\right)<0$; $\frac{6x-9-2x-3}{2x+3}<0$; $\frac{4x-12}{2x+3}<0$;



$x \in (3/2; 3)$; $x=2$;

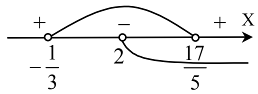
б) $\log_{1/5}(2-x) \ge \log_{1/5}(2x+4)$; ОДЗ: $x \in (-2; 2)$; $\log_{1/5}\left(\frac{2-x}{2x+4}\right) \ge 0$;

$\frac{2-x-2x-4}{2x+4} \le 0$; $\frac{-3x-2}{2x+4} \le 0$;



$x \in \left[-\frac{2}{3}; 2\right)$; $x=1$;

в) $\lg(8x-16) < \lg(3x+1)$; ОДЗ: $x>2$; $\lg\left(\frac{8x-16}{3x+1}\right)<0$; $\frac{5x-17}{3x+1}<0$;



$x \in \left(2; \frac{17}{5}\right)$; $x=3$;

г) $\log_{0,4}(7-x) \ge \log_{0,4}(3x+6)$; ОДЗ: $x \in (-2; 7)$;
$7-x \le 3x+6$; $4x \ge 1$; $x \ge 1/4$; $x=6$.

1590. а) $\log_{12}(x^2-x) \le 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$; $x^2-x \le 12$; $x^2-x-12 \le 0$;
$x \in [-3; 4]$; $x \in [-3; 0) \cup [1; 4)$. Ответ: 6 решений.

б) $\log_{1/2}(x^2-10x+9) \ge 0$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$; $x^2-10x+9 \le 1$; $x^2-10x+8 \le 0$;

$x \in [5-\sqrt{17}; 5+\sqrt{17}]$; $x \in [5-\sqrt{17}; 1) \cup (9; 5+\sqrt{17})$; Ответ: 0 решений.

в) $\log_9(x^2-8x) \le 1$; ОДЗ: $x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$; $x^2-8x \le 9$; $x^2-8x-9 \le 0$;
$x \in [-1; 9]$; $x \in [-1; 0) \cup (8; 9]$. Ответ: 2 решения.

г) $\log_{0,3}(-x^2-7x-5)<0$; ОДЗ: $x \in \left(\frac{7-2\sqrt{6}}{2}; \frac{7+2\sqrt{6}}{2}\right)$;

$-x^2-7x-5>1$; $x^2-7x+6<0$; $x\in(1; 6)$; $x\in(\frac{7-2\sqrt{6}}{2}; \frac{7+2\sqrt{6}}{2})$.

Ответ: 4 решения.

1591. а) $\log_{5x-1}2\le 0$; ОДЗ: $x>\frac{1}{5}$; $x\neq\frac{2}{5}$; 1. $x\in(\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$; $2\ge 1$; $x\in(\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$;

2. $x>\frac{2}{5}$; $2\le 1$, решений нет. Итого: $x\in(\frac{1}{5}; \frac{2}{5})$.

б) $\log_{3x+4}0{,}2>0$; ОДЗ: $x>-\frac{4}{3}$; $x\neq-1$; 1. $x\in(-\frac{4}{3}; -1)$; $0{,}2<1$ – тождество.

2. $x>-1$; $0{,}2>1$ – решений нет. Итого: $x\in(-\frac{4}{3}; -1)$;

в) $\log_{2-3x}5>0$; ОДЗ: $x<\frac{2}{3}$; $x\neq\frac{1}{3}$; 1. $x\in(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$; $5<1$ – решений нет.

2. $x<\frac{1}{3}$; $5>1$ – тождество. Итого: $x<\frac{1}{3}$.

г) $\log_{5-x}0{,}3<0$; ОДЗ: $x<5$; $x\neq 4$; 1. $x\in(4; 5)$; $0{,}3\ge 1$ – решений нет;
2. $x<4$; $0{,}3\le 1$ – тождество. Итого: $x<4$.

1592. а) $\log_2(x^2+2x+4)+\log_2(x-2)<\log_2(x^3-x^2+4x-3)$;
$\log_2(x^3-8)<\log_2(x^3-x^2+4x-3)$; $0<x^3-8<x^3-x^2+4x-3$; $x>2$; $x^2-4x-5<0$;
$x\in(-1; 5)$; $x\in(2; 5)$;
б) $\lg(x^3-x^2+20)\ge\lg(x+2)+\lg(x^2-2x+4)$; $x^3-x^2+20\ge x^3+8>0$;
$x>-2$; $x^2+x-12\le 0$; $x\in[-4; 3]$; $x\in(-2; 3]$.

1593. а) $\begin{cases}\log_2(2x+3)>\log_2(x-2)\\ \log_6(3x-1)\le\log_6(9x+4)\end{cases}$; ОДЗ: $x>2$; $\begin{cases}x>-5\\ 6x\ge-5\end{cases}$; $x>2$;

б) $\begin{cases}\log_3(6x-1)\le\log_3(9x+11)\\ \log_6(3-x)>\log_6(4x-1)\end{cases}$; ОДЗ: $x\in(\frac{1}{4}; 3)$; $\begin{cases}3x\ge-12\\ 5x<4\end{cases}$;

$\begin{cases}x\ge-4\\ x<4/5\end{cases}$; $x\in(\frac{1}{4}; \frac{4}{5})$.

1594. а) $\begin{cases}\log_3 x^2>\log_3 125-\log_3 5\\ \log_{0,2}(x-1)<0\end{cases}$; ОДЗ: $x>1$; $\begin{cases}\log_3 x>\log_3 5\\ x-1>1\end{cases}$;

$\begin{cases}x>5\\ x>2\end{cases}$; $x>5$;

б) $\begin{cases}\log_{1/2} x^2\ge\log_{1/2} 28-\log_{1/2} 7\\ \log_3(4x-1)>0\end{cases}$; ОДЗ: $x>\frac{1}{4}$; $\begin{cases}x\le 2\\ 4x-1>1\end{cases}$;

$\begin{cases} x \le 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$; $x \in (\frac{1}{2}; 2]$.

1595. а) $\begin{cases} \log_{0,1}(x^2-12) < \log_{0,1}(-x) \\ 2^{x-1} > 1/8 \end{cases}$; ОДЗ: $x \in (-\sqrt{12}; 0)$; $\begin{cases} x^2-12 > -x \\ x-1 > -3 \end{cases}$;

$\begin{cases} x^2+x-12 > 0 \\ x > -2 \end{cases}$, решений нет.

б) $\begin{cases} 3^{x^2-5x-4} < 9 \\ \log_{1/5}(x^2+3) \ge \log_{1/5} 4x \end{cases}$; ОДЗ: x>0; $\begin{cases} x^2-5x-6 < 0 \\ x^2-4x+3 \le 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \in (-1;6) \\ x \in [1;3] \end{cases}$;

$x \in [1; 3]$.

§ 53. Переход к новому основанию логарифма

1596. а) $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0$;

б) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = 2$;

в) $\log_{25} 9 - \log_5 3 = 0$;

г) $\log_{16} 4 - \log_4 8 = \log_4(2/8) = -1$.

1597. $\log_2 3 = a$;

а) $\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a}$; б) $\log_3 \frac{1}{2} = -\frac{1}{\log_2 3} = -\frac{1}{a}$;

в) $\log_3 4 = \frac{2}{\log_2 3} = \frac{2}{a}$; г) $\log_3 \frac{1}{4} = -\frac{2}{\log_2 3} = -\frac{2}{a}$.

1598. $\log_5 2 = b$;

а) $\log_2 25 = \frac{2}{\log_5 2} = \frac{2}{b}$; б) $\log_2 \frac{1}{25} = -\frac{2}{\log_5 2} = -\frac{2}{b}$;

в) $\log_2 125=\frac{3}{\log_5 2}=\frac{3}{b}$; г) $\log_2\frac{1}{625}=-\frac{4}{\log_5 2}=-\frac{4}{b}$.

1599. $\log_2 3=a$;

а) $\log_4 9=\log_2 3=a$; б) $\log_8 18=\frac{1}{3}(1+2\log_2 3)=\frac{1}{3}(1+2a)=\frac{2a+1}{3}$;

в) $\log_4 81=\log_2 9=2a$; г) $\log_8 54=\frac{1}{3}(3\log_2 3+1)=\frac{3a+1}{3}$.

1600. а) $\log_2 7\vee\log_7 4$; $\log_2 7>\frac{2}{\log_2 7}$; б) $\log_6 9\vee\log_9 8$; $\frac{1}{\log_9 6}>\log_9 8$;

в) $\log_3 5\vee\log_5 4$; $\frac{1}{\log_5 3}>\log_5 4$; г) $\log_{11}14\vee\log_{14}13$; $\frac{1}{\log_{14}11}>\log_{14}13$.

1601. а) $\log_2 6\vee\log_4 5$; $\log_2 6\vee\frac{1}{2}\log_2 5$; $\log_2 6>\log_2\sqrt{5}$.

б) $\log_{1/2}3\vee\log_{1/4}\frac{3}{2}$; $\log_{1/2}3<\frac{1}{2}\log_{1/2}\frac{3}{2}$;

в) $\log_9 6\vee\log_3 7$; $\log_3\sqrt{6}<\log_3 7$;

г) $\log_{1/3}4\vee\log_{1/9}7$; $\log_{1/3}4<\log_{1/3}\sqrt{7}$.

1602. а) $\log_4 x+\log_{16}x+\log_2 x=7$; $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+1)\log_2 x=7$; $\log_2 x=4$; $x=16$;

б) $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}}x+\log_{1/3}x=6$; $(1+2-1)\log_3 x=6$; $\log_3 x=3$; $x=27$.

1603. а) $3\log_3^2 x=\frac{5}{\log_x 3}+2$; $3\log_3^2 x-5\log_3 x-2=0$; $\log_3 x=-\frac{1}{3}$; $x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$;

$\log_3 x=2$; $x=2$;

б) $2\log_2^2 x=\frac{5}{\log_x 2}+3$; $2\log_2^2 x-5\log_2 x-3=0$; $\log_2 x=-\frac{1}{2}$; $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\log_2 x=3$; $x=8$.

1604. а) $9^{\log_3 4}+log_{\sqrt{6}}3\cdot\log_3 36\ \frac{2\log_3 36}{\log_3 6}=16+4=20$;

б) $\log_3 8\cdot\log_2 27-3^{\log_9 25}\ \frac{3\log_2 27}{\log_2 2}=9-5=4$;

в) $3^{4\log_3 2}+\log_5\sqrt{2}\cdot\log_4 25=16+\frac{1}{2}=16\frac{1}{2}$;

г) $10^{0,5\lg 16}+14\log_3\sqrt{2}\ \log_4 81\ \frac{14\log_2 9}{2\log_2 3}=4+14=18$.

1605. а) $5\log_2 9\cdot\log_3 64+3^{\log_6 8}\cdot 2^{\log_6 8}=10\cdot 6+8=68$;

б) $2^{4\log_2 3-1}+\log_9 3+\log_3 64\cdot\log_4 3=\frac{81}{2}+\frac{1}{2}+3=44$;

в) $16(\log_9 45-1)\log_{11} 9\cdot\log_5 121=32(\log_9 5)\log_5 9=32$;

г) $\log_{15} 3\cdot\log_5 3\log_{\sqrt{3}} 5\cdot(1+\log_3 5)=2$.

1606. а) $\frac{\log_2 56}{\log_{28} 2}-\frac{\log_2 7}{\log_{224} 2}=(\log_2 7+3)(\log_2 7+2)-\log_2 7(\log_2 7+5)=$

$=\log_2^2 7+5\log_2 7+6-\log_2^2 7-5\log_2 7=6$;

б) $\frac{\log_3 135}{\log_{45} 3}-\frac{\log_3 5}{\log_{1215} 3}=5\log_3 5+\log_3^2 5+6-5\log_3 5-\log_3^2 5=$

$=(3+\log_3 5)(\log_3 5+2)-\log_3 5(5+\log_3 5)=6$.

1607. $\lg 2=a$, $\lg 3=b$;

а) $\log_4 12=1+\log_4 3=1+\frac{\lg 3}{\lg 4}=1+\frac{b}{2a}$; б) $\log_6 18=1+\log_6 3=\frac{\lg 3}{\lg 6}+1=\frac{b}{a+b}+1$;

в) $\log_{0,5} 3=-\log_2 3=-\frac{\lg 3}{\lg 2}=-\frac{b}{a}$; г) $\log_{1/3} 24=\frac{\lg 24}{\lg\frac{1}{3}}=\frac{3\lg 2+\lg 3}{-\lg 3}=\frac{3a+b}{-b}$.

1608. $\log_2 5=a$, $\log_2 3=b$;

а) $\log_3 15=\frac{\log_2 15}{\log_2 3}=\frac{a+b}{b}$;

б) $\log_8 75=\frac{1}{3}\log_2 75=\frac{1}{3}(2\log_2 5+\log_2 3)=\frac{2a+b}{3}$;

в) $\log_{16} 45=\frac{1}{4}(\log_2 5+2\log_2 3)=\frac{a+2b}{4}$;

г) $\log_{15} 12=\frac{\log_2 12}{\log_2 15}=\frac{2+b}{a+b}$.

1609. а) $\lg 1$, $\log_4 3$, $\log_2 7$; б) $\log_3 0,5$; $\lg 1$; $\log_{0,5} 0,1$;

в) $\log_3 1$; $\log_5 4$; $\log_7 9$; г) $\log_7 0,6$; $\log_2 1$; $\log_{0,2} 0,3$.

1610. а) $\lg 0,3$; $\log_{15} 7; \log_{12} 7; 2^{\log_2 5}$.

б) $\log_{\frac{1}{7}} 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 4}; \log_6 7; 9^{\log_3 15}$.

1611. а) $\log_3 x+1=2\log_x 3$; ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$; $\log_3^2 x+\log_3 x-2=0$; $\log_3 x=-2$; $x=\frac{1}{9}$;

$\log_3 x=1$; $x=3$;

б) $2\log_x 5-3=-\log_5 x$; ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$; $\log_5^2 x-3\log_5 x+2=0$; $\log_5 x=2$; $x=25$;

$\log_5 x=1$; $x=5$;

в) $\log_7 x-1=6\log_x 7$; $\log_7^2 x-\log_7 x-6=0$; $\log_7 x=3$; $x=343$; $\log_7 x=-2$; $x=\frac{1}{49}$;

г) $\log_2 x+9\log_x 2=10$; ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$; $\log_2^2 x-10\log_2 x+9=0$; $\log_2 x=9$; $x=512$;

$\log_2 x=1$; $x=2$.

1612. а) $\log_4(x+12)\log_x 2=1$; ОДЗ: $x>0$, $x\neq1$; $\log_x(x+12)=2$; $x+12=x^2$;
$x^2-x-12=0$; $x=4$; $x=-3$ – не подходит;
б) $1+\log_x 5\log_7 x=\log_5 35\log_x 5$; $1+\log_7 5=\log_x 35$; $x=7$.

1613. а) $\log_{0,5}^2 4x+\log_2\frac{x^2}{8}=8$; ОДЗ: $x>0$; $(\log_2 x+2)^2+2\log_2 x=11$;

$\log_2^2 x+6\log_2 x-7=0$; $\log_2 x=-7$; $x=\frac{1}{128}$; $\log_2 x=1$; $x=2$;

б) $\log_3^2 x+\log_9^2 x+\log_{27}^2 x=\frac{49}{9}$; ОДЗ: $x>0$; $(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9})\log_3^2 x=\frac{49}{9}$;

$\log_3^2 x=\frac{36}{9}$; $\log_3 x=\pm\frac{6}{3}=\pm2$; $x=9$; $x=\frac{1}{9}$.

1614. $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2)+\log_{(5-2x)}(1+4x+4x^2)=4$

а) $\log_{(2x+1)}(5+8x-4x^2)+2\log_{(5-2x)}(2x+1)=4$; ОДЗ: $\begin{cases} x>-1/2 \\ x<5/2 \\ x\neq 0 \\ x\neq 2 \end{cases}$;

$\log_{(2x+1)}(5-2x)+1+2\log_{(5-2x)}(2x+1)-4=0$;
$2\log_{(5-2x)}^2(2x+1)-3\log_{(5-2x)}(2x+1)+1=0$; $\log_{(5-2x)}(2x+1)=1/2$;

$2x+1=\sqrt{5-2x}$; $4x^2+4x+1=5-2x$; $4x^2+6x-4=0$; $2x^2+3x-2=0$;

$x=-2$ – не подходит; $x=\frac{1}{2}$; $\log_{(5-2x)}(2x+1)=1$; $2x+1=5-2x$; $4x=4$; $x=1$;

б) $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2)=4-\log_{2x+3}(6x^2+23x+21)$;

$3x+7=a$; $2x+3=b$; $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $b\neq1$; $\log_a b^2=4-\log_b ab$; $2\log_a^2 b-3\log_a b+1=0$;

$\log_a b=1/2$; $4x^2+12x+9=3x+7$; $4x^2+9x+2=0$; $x=-1/4$; $x=-2$ – не подходит;

§ 54. Дифференцирование показательной и логарифмической функций

$\log_a b=1$; $3x+7=2x+3$; $x=-4$ – не подходит. Итого: $x=-1/4$.

1615. а) $\log_9 x^2 + \log_3^2(-x) < 2$; ОДЗ: $x<0$; $\log_3^2(-x) + \log_3(-x) - 2 < 0$;

$\log_3(-x) \in (-2; 1)$; $-x \in (1/9; 3)$; $x \in (-3; -1/9)$;

б) $\log_4 x^2 + \log_2^2(-x) > 6$; ОДЗ: $x<0$; $\log_2^2(-x) + \log_2(-x) - 6 > 0$;

$\log_2(-x) \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$; $x \in (-\infty; -4) \cup (-(1/8); +\infty)$;
$x \in (-\infty; -4) \cup (-(1/8); 0)$.

1616. а) $f(x)=4-e^x$; $f'(x)=-e^x$; б) $f(x)=13e^x$; $f'(x)=13e^x$;
в) $f(x)=e^x-19$; $f'(x)=e^x$; г) $f(x)=-8e^x$; $f'(x)=-8e^x$.

1617. а) $f(x)=x^3e^x$; $f'(x)=3x^2e^x+x^3e^x$; б) $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$; $f'(x)=e^x\dfrac{(x-1)}{x^2}$;

в) $f(x)=x^2e^x$; $f'(x)=e^x(2x+x^2)$; г) $f(x)=\dfrac{e^x}{x^3}$; $f'(x)=e^x\dfrac{3x^2-x^3}{x^6}=e^x\left(\dfrac{3}{x^4}-\dfrac{1}{x^3}\right)$.

1618. а) $y=e^x+x^2$; $x_0=0$; $y'(x)=e^x+2x$; $y'(x_0)=1$;
б) $y=e^x(x+1)$; $x_0=-1$; $y'(x)=e^x(x+2)$; $y'(x_0)=1/e$;
в) $y=e^x-x$; $x_0=1$; $y'(x)=e^x-1$; $y'(x_0)=e-1$;

г) $y=\dfrac{e^x}{x+1}$; $x_0=0$; $y'(x)=e^x\dfrac{x}{(x+1)^2}$; $y'(x_0)=0$.

1619. а) $y=e^{3x-1}$; $x_0=1/3$; $y'(x)=3e^{3x-1}$; $y'(x_0)=3$;
б) $y=3e^{6+x}$; $x_0=-5$; $y'(x)=3e^{x+6}$; $y'(x_0)=3e$;
в) $y=e^{4-9x}$; $x_0=4/9$; $y'(x)=-9e^{4-9x}; y'(x_0)=-9$;
г) $y=e^{0,5x-3}; x_0=4$; $y'(x)=(1/2)e^{0,5x-3}$; $y'(x_0)=1/2e$.

1620. а) $f(x)=4e^x+3$; $x_0=-2$; $f'(x)=4e^x$; $f'(x_0)=\dfrac{4}{e^2}$;

б) $f(x)=\sqrt[3]{x}\cdot e^x$; $x_0=1$; $f'(x)=e^x+\left(\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)$; $f'(x_0)=e(1+\dfrac{1}{3})=\dfrac{4}{3}e$;

в) $f(x)=0,1e^x-10x$; $x_0=0$; $f'(x)=0,1e^x-10$; $f'(x_0)=-9,9$;

г) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$; $x_0=1$; $f'(x)=\dfrac{e^x(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\sqrt{x})}{e^{2x}}$; $f'(x_0)=\dfrac{\frac{1}{2}-1}{e}=-\dfrac{1}{2e}$.

1621. а) $g(x)=e^x+\sin x$; $x_0=0$; $g'(x)=e^x+\cos x$; $g'(x_0)=1+1=2$;

б) $g(x)=e^{-7x+1}$; $x_0=\dfrac{1}{7}$; $g'(x)=-7e^{-7x+1}$; $g'(x_0)=-7$;

в) $g(x)=-e^x+3\cos x$; $x_0=0$; $g'(x)=-e^x+3\sin x$; $g'(x_0)=-1$;

г) $g(x)=x^{\frac{3}{2}}e^x$; $x_0=4$; $g'(x)=e^x(\dfrac{3}{2}\sqrt{x}+x^{\frac{3}{2}})$; $g'(x_0)=e^4(3+8)=11e^4$.

1622. а) $h(x)=(1/e)^x$; $x_0=0$; $h'(x)=-e^{-x}$; $h'(x_0)=\mathrm{tg}\alpha=-1$;

б) $h(x)=e^{-x+2}$; $x_0=2$; $h'(x)=-e^{-x+2}$; $h'(x_0)=\text{tg}\alpha=-1$;

в) $h(x)=\dfrac{1}{e^x}+x^5$; $x_0=-1$; $h'(x)=-e^{-x}+5x^4$; $h'(x_0)=\text{tg}\alpha=-e+5$;

г) $h(x)=x+e^{2x-3}$; $x_0=3/2$; $h'(x)=1+2e^{2x-3}$; $h'(x_0)=\text{tg}\alpha=3$.

1623. а) $h(x)=(1/5)e^{5x-1}$; $x_0=0{,}2$; $h'(x)=e^{5x-1}$; $h'(x_0)=1$; $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$;

б) $h(x)=e^{-x-\sqrt{3}}$; $x_0=-\sqrt{3}$; $h'(x)=-e^{-x-\sqrt{3}}$; $h'(x_0)=-1$; $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$;

в) $h(x)=(1/3)\,e^{1-3x}$; $x_0=1/3$; $h'(x)=-e^{1-3x}$; $h'(x_0)=-1$; $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$;

г) $h(x)=e^{(\sqrt{3}/3)x-1}$; $x_0=\sqrt{3}$; $h'(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\,e^{\sqrt{3}/3x-1}$; $h'(x_0)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$.

1624. а) $y=e^x$; $a=1$; $y(a)=e$; $y'=e^x$; $y'(a)=e$; $y=xe+e-e=ex$;
б) $y=e^x$; $a=2$; $y(a)=e^2$; $y'=e^x$; $y'(a)=e^2$; $y=e^2x-e^2$;
в) $y=e^x$; $a=0$; $y(a)=1$; $y'(a)=1$; $y=x+1$;
г) $y=e^x$; $a=-1$; $y(a)=1/e$; $y'(a)=1/e$; $y=(x/e)+2(1/e)$.

1625. а) $y=e^{3x-1}$; $a=1/3$; $y(a)=1$; $y'(a)=3$; $y=3x+1-(1/3)\cdot 3=3x$;
б) $y=xe^{-2x+1}$; $a=0{,}5$; $y(a)=1/2$; $y'=e^{-2x+1}-2x\,e^{-2x+1}$; $y'(a)=1-1=0$; $y=1/2$;

в) $y=\dfrac{2}{e^x}$; $a=0$; $y(a)=2$; $y'=-2e^{-x}$; $y'(a)=-2$; $y=-2x+2$;

г) $y=\dfrac{e^x}{x+1}$; $a=0$; $y(a)=1$; $y'=e^x\dfrac{x}{(x+1)^2}$; $y'(0)=0$; $y=1$.

1626. а) $\int\limits_0^4 e^x dx = e^x\Big|_0^1 = e-1$; б) $\int\limits_{-1}^1 3e^x dx=3e^x\Big|_{-1}^1=3e-\dfrac{3}{e}$;

в) $\int\limits_{-1}^0 1/2e^x dx=\dfrac{1}{2}e^x\Big|_{-1}^0=(1/2-1/2e)$; г) $\int\limits_{-2}^1(-2e^x)dx=(-2e^x)\Big|_{-2}^1=-2e+\dfrac{2}{e^2}$.

1627. а) $\int\limits_0^4 e^{0,5x-1}\,dx=(2e^{0,5x-1})\Big|_0^4=2e-\dfrac{2}{e}$;

б) $\int\limits_{-1}^1 e^{2x+1}dx=\dfrac{1}{2}e^{2x+1}\Big|_{-1}^1=\dfrac{e^3}{2}-\dfrac{1}{2e}$;

в) $\int\limits_{-4}^4 e^{0,25x+1}dx=4e^{0,25x+1}\Big|_{-4}^4=4e^2-4$;

г) $\int\limits_{-0,5}^0 e^{-2x+2}dx=-\dfrac{1}{2}e^{-2x+2}\Big|_{-0,5}^0=-\dfrac{e^2}{2}+\dfrac{e^3}{2}$.

1628. а) y=0; x=0; x=3; $y=e^x$; $S=\int\limits_0^3 e^x dx=e^x\Big|_0^{3e}=e^3-1$;

б) y=0; x=0; x=4; $y=e^{-x}$; $S=\int\limits_0^4 e^{-x}dx=-e^{-x}\Big|_0^4=-\dfrac{1}{e^4}+1$;

в) y=0; x=–1; x=1; $y=e^x$; $S=\int\limits_{-1}^1 e^x dx=e^x\Big|_{-1}^1=e-\dfrac{1}{e}$;

г) y=0; x=–2; x=0; $y=e^{-x}$; $S=\int\limits_{-2}^0 e^{-x}dx=-e^{-x}\Big|_{-2}^0=-1+e^2$.

1629. а) x=1; $y=e^x$; $y=e^{-x}$;

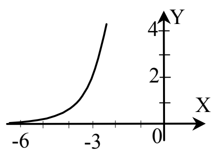
$S=\int\limits_0^1 e^x dx-\int\limits_0^1 e^{-x}dx=e^x\Big|_0^1-(-e^{-x})\Big|_0^1=e-1+\dfrac{1}{e}-1=e+\dfrac{1}{e}-2$;

б) x=–1; $y=\dfrac{1}{e^x}$; y=1; $S=\int\limits_{-1}^0 e^{-x}dx-1\cdot 1=(-e^{-x})\Big|_{-1}^0-1=-2+e$;

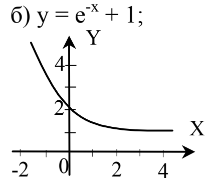
в) $y=e^x$; x=2; x+2y=2 или $y=-\dfrac{x}{2}+1$; $S=\int\limits_0^2 e^x dx-\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=e^x\Big|_0^2-1=e^2-2$;

г) $y=e^x$; x=2; x=0; $y=-e^x$; $S=2\int\limits_0^2(e^x-e^{-x})dx=2\int\limits_0^2 e^x dx=2e^x\Big|_0^2=2(e^2-1)$.

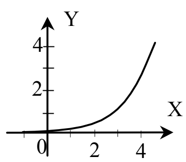
1630. а) $y=e^{x+4}$;



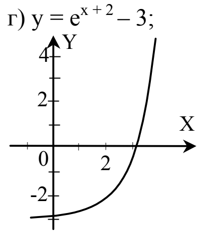
б) $y=e^{-x}+1$;



в) $y=e^{x-3}$;



г) $y=e^{x+2}-3$;



1631. а) $y=x^2e^x$; $y'=e^x(x^2+2x)$; возрастает: $(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$;
убывает: (–2; 0); x=0 – min; x=–2– max;
б) $y=e^{2x-4}x$; $y'=e^{2x-4}(2x+1)$; возрастает: $(-1/2;+\infty)$; убывает: $(-\infty;1/2)$;
x=–1/2 – min;
в) $y=x^3e^x$; $y'=e^x(3x^2+x^3)=x^2e^x(3+x)$; возрастает: $(-3;+\infty)$; убывает: $(-\infty;-3)$;
x=–3 – min;

г) $y=\dfrac{e^x}{x}$; $y'=e^x\dfrac{x-1}{x^2}$; возрастает: $(1;+\infty)$; убывает: $(-\infty;0)\cup(0;1)$; x=1 – min.

1632. $y=x^2e^x$; $y'=e^x(x^2+2x)$; $y'=0$ при $x=0$, $x=-2$; $y(0)=0$; $y(-2)=4/e^2$;
а) $x\in[-1;\ 1]$; $y(-1)=1/e$; $y(1)=e$, $y_{min}=0$; $y_{max}=e$;
б) $x\in[-3;\ 1]$; $y(-3)=9/e^3$; $y(1)=e$; $y_{min}=0$; $y_{max}=e$;
в) $x\in[-3;\ -1]$; $y_{min}=1/e$; $y_{max}=4/e^2$;
г) $x\in[1;\ 3]$; $y(3)=9e^3$; $y_{min}=e$; $y_{max}=9e^3$.

1633. а) $y=x^2\ln x$; $y'=2x\ln x+x$;

б) $y=\frac{\ln x}{x+1}$; $y'=\frac{(\frac{1}{x})(x+1)-\ln x}{(x+1)^2}=\frac{1}{x^2+x}-\frac{\ln x}{(x+1)^2}$;

в) $y=\frac{x}{\ln x}$; $y'=\frac{\ln x-1}{\ln^2 x}$;

г) $y=(x-5)\ln x$; $y'=\ln x+1-(5/x)$.

1634. а) $y=e^x\ln x$; $y'=e^x(\ln x+1/x)$; б) $y=3\ln x+\sin 2x$; $y'=3/x+2\cos 2x$;

в) $y=\sqrt[7]{x^5}\ \ln x$; $y'=\frac{5\ln x}{7\sqrt[7]{x^2}}+\frac{\sqrt[5]{x^5}}{x}=\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}(5/7\ln x+1)$ $(\ln x+1)$;

г) $y=2\cos\frac{x}{2}-5\ln x$; $y'=-\sin\frac{x}{2}-\frac{5}{x}$.

1635. а) $y=\ln x+x$; $x_0=\frac{1}{7}$; $y'=\frac{1}{x}+1$; $y'(x_0)=7+1=8$;

б) $y=x^3\ln x$; $x_0=e$; $y'=3x^2\ln x+x^2$; $y'(x_0)=3e^2+e^2=4e^2$;

в) $y=x^2-\ln x$; $x_0=0{,}5$; $y'=2x-\frac{1}{x}$; $y'(x_0)=1-2=-1$;

г) $y=\frac{\ln x}{x}$; $x_0=1$; $y'=\frac{1-\ln x}{x^2}$; $y'(x_0)=1$.

1636. а) $y=\ln(2x+2)$; $x_0=-\frac{1}{4}$; $y'=\frac{2}{2x+2}=\frac{1}{x+1}$; $y'(x_0)=\frac{4}{3}$;

б) $y=\ln(5-2x)$; $x_0=2$; $y'=-\frac{2}{5-2x}$; $y'(x_0)=-2$;

в) $y=\ln(9-5x)$; $x_0=-2$; $y'=-\frac{5}{9-5x}$; $y'(x_0)=-\frac{5}{19}$;

г) $y=-3\ln(-x+4)$; $x_0=-5$; $y'=\frac{3}{4-x}$; $y'(x_0)=\frac{1}{3}$.

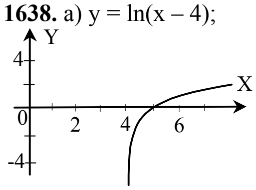
1637. а) $f(x)=x^5-\ln x$; $a=1$; $f(a)=1$; $f'(x)=5x^4-\frac{1}{x}$; $f'(a)=4$; $y=4x+1-4=4x-3$;

б) $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$; $a=1$; $f(a)=0$; $f'(x)=\frac{x-2x\ln x}{x^4}$; $f'(a)=1$; $y=x-1$;

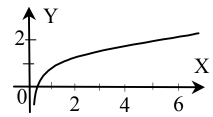
в) $f(x)=-2x\ln x$; $a=e$; $f(a)=-2e$; $f'(x)=-2\ln x-2$; $f'(a)=-4$; $y=-4x-2e+4e=-4x+2e$;

г) $f(x)=\sqrt[3]{x}\,\ln x$; $a=1$; $f(a)=0$; $f'(x)=x^{-\frac{2}{3}}+(1/3)\,x^{-\frac{2}{3}}\ln x$; $f'(a)=1$; $y=x-1$.

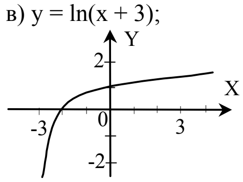
1638. а) $y = \ln(x-4)$;



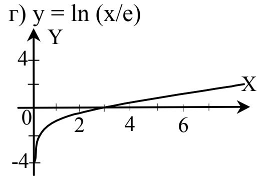
б) $y = \ln ex$;



в) $y = \ln(x+3)$;



г) $y = \ln(x/e)$



1639. а) $y=x+\ln\frac{1}{x}$; ОДЗ: $x>0$; $y'=1-\frac{1}{1/x}\cdot\frac{1}{x^2}=1-\frac{1}{x}$;

убывает: $x\in(0;1]$; возрастает $x\in(1;+\infty)$; $x=1$ – min;

б) $y=x^4-4\ln x$; ОДЗ: $x>0$; $y'=4x^3-\frac{4}{x}=\frac{4x^4-4}{x}$;

возрастает: $x\in(1;+\infty)$; убывает: $x\in(0;1]$; $x=1$ – min;

1640. $y = x-\ln x$; $y'=1-\frac{1}{x}$; $y' = 0$ при $x = 1$; $y(1) = 1$;

а) $x\in[\frac{1}{e};e]$; $y(1/e) = (1/e) + 1$; $y(e) = e-1$; $y_{min} = 1$; $y_{max} = e-1$;

б) $x\in[e;e^2]$; $y(e^2) = e^2-2$; $y_{min} = e-1$; $y_{max} = e^2-2$.

1641. а) $f(x)=e^{2x}$; $y=2ex-5$; $f'(x)=2e^{2x}$; $y=2e^{2x_0}+e^{2x_0}-x_0e^{2x_0}$ — общее уравнение касательной к графику $y = f(x)$; $x_0=\frac{1}{2}$; $y=2ex+e-e=2ex$;

б) $f(x)=\ln(3x+2)$; $y=x+7$; $f'(x)=\frac{3}{3x+2}$; $y=\frac{3x}{3x_0+2}+\ln(3x_0+2)-x_0\frac{3}{3x_0+2}$;

$x_0=\frac{1}{3}$; $y=x+\ln 3-\frac{1}{3}$.

1642. а) $\int_1^2\frac{dx}{x}=\ln x\Big|_1^2=\ln 2$;

б) $\int_1^2(e^5+\frac{1}{x})dx=(e^x+\ln x)\Big|_1^2=e^2+\ln 2-e$;

в) $\int\limits_0^1 \frac{0,1}{x+1}dx=0,1\ln(x+1)\Big|_0^1=0,1\ln2$;

г) $\int\limits_1^2 (e^{2x}+\frac{2}{x})dx=(\frac{e^{2x}}{2}+2\ln x)\Big|_1^2=\frac{e^4}{2}+2\ln2-\frac{e^2}{2}$.

1643. а) $\int\limits_3^6 \frac{dx}{2x-1}=\frac{1}{2}\ln(2x-1)\Big|_3^6=\frac{1}{2}\ln11-\frac{1}{2}\ln5=\frac{1}{2}\ln\frac{11}{6}$;

б) $\int\limits_{-1}^0 \frac{dx}{-5x+6}=(-\frac{1}{5}\ln(6-5x))\Big|_{-1}^0=-\frac{1}{5}\ln6+\frac{1}{5}\ln11=\frac{1}{5}\ln\frac{11}{6}$;

в) $\int\limits_0^{1/2} \frac{1}{4x+1}dx=\frac{1}{4}\ln(4x+1)\Big|_0^{1/2}=\frac{1}{4}\ln3$;

г) $\int\limits_5^8 \frac{dx}{9-x}=-\ln(9-x)\Big|_5^8=\ln4$.

1644. а) $y=0$; $x=1$; $x=e$; $y=\frac{1}{x}$; $S=\int\limits_1^e \frac{1}{x}dx=\ln x\Big|_1^e=1$;

б) $y=0$; $x=3$; $x=-1$; $y=\frac{1}{2x+3}$; $S=\int\limits_{-1}^3 \frac{dx}{2x+3}=\frac{1}{2}\ln(2x+3)\Big|_{-1}^3=\frac{1}{2}\ln9=\ln3$;

в) $y=0$; $x=e$; $x=e^2$; $y=\frac{2}{x}$; $S=\int\limits_e^{e^2} \frac{2}{x}dx=2\ln x\Big|_e^{e^2}=4-2=2$;

г) $y=0$; $x=2$; $x=5$; $y=\frac{1}{3x-5}$; $S=\int\limits_2^5 \frac{dx}{3x-5}=\frac{1}{3}\ln(3x-5)\Big|_2^5=\frac{1}{3}\ln10$.

1645. а) $y=e^x$; $y=\frac{1}{x}$; $x=2$; $x=3$;

$S=\int\limits_2^3 (e^x-1/x)\,dx=(e^x-\ln x)\Big|_2^3=e^3-\ln3-e^2+\ln2=e^3-e^2+\ln\frac{2}{3}$;

б) $y=\frac{1}{x}$; $y=1$; $x=5$; $S=4\cdot1-\int\limits_1^5 \frac{1}{x}dx=4-\ln x\Big|_1^5=4-\ln5$;

в) $y=\sqrt{x}$; $y=\frac{1}{x}$; $x=4$;

$S=\int\limits_1^4 (\sqrt{x}-\frac{1}{x})dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\ln x)\Big|_1^4=\frac{16}{3}-\ln4-\frac{2}{3}=\frac{14}{3}-\ln4$ (в ответе задачника опечатка);

г) $y=-\frac{1}{x}$; $y=-1$; $x=e$; $S=1\cdot(e-1)-\int\limits_1^e \frac{1}{x}\,\frac{1}{x}dx=(e-1)-\ln x\Big|_1^e=e-2$.

1646. а) $f(x)=3e^{x+4}$; $a=\frac{3}{e}$; $f'(x)=3e^{x+4}=\frac{3}{e}$; $e^{x+4}=e^{-1}$; $x=-5$;

б) $f(x)=2+\frac{1}{3}e^{-6x-13}$; $a=-2$; $f'(x)=-2e^{-6x-13}=-2$; $e^{-6x-13}=1$; $6x+13=0$; $x=-\frac{13}{6}$;

в) $f(x)=2e^{-7x+9}$; $a=-14$; $f'(x)=-14\,e^{-7x+9}=-14$; $-7x+9=0$; $x=\frac{9}{7}$;

г) $f(x)=42-e^{0,1x-4}$; $a=0,1$; $f'(x)=-0,1\,e^{0,1x-4}=0,1$; $e^{0,1x-4}=-1$ – решений нет.

1647. а) $g(x)=6-\frac{1}{2}e^{2x-3}$; $a=\frac{1}{e^3}$; $g'(x)=-e^{2x-3}<\frac{1}{e^3}$; x — любое число;

б) $g(x)=x+e^{4x-3}$; $a=5$; $g'(x)=1+4e^{4x-3}<5$; $e^{4x-3}<1$; $x<\frac{3}{4}$;

в) $g(x)=\frac{1}{3}e^{3x+5}$; $a=\frac{1}{e}$; $g'(x)=e^{3x+5}<\frac{1}{e}$; $3x+5<-1$; $x<-2$;

г) $g(x)=e^{9x+21}-x$; $a=8$; $g'(x)=9e^{9x+21}-1<8$; $9x+21<0$; $x<-\frac{7}{3}$.

1648. а) $y=xe^{2x-1}$; $a=\frac{1}{2}$; $y(a)=\frac{1}{2}$; $y'=e^{2x-1}(2x+1)$; $y'(a)=2$;

$y=2x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot 2=2x-\frac{1}{2}$;

б) $y=\frac{x^2-1}{e^{3-x}}$; $a=2$; $y(a)=\frac{3}{e}$; $y'=\frac{2x+x^2-1}{e^{3-x}}$; $y'(a)=\frac{7}{e}$;

$y=\frac{7}{e}x+\frac{3}{e}-\frac{14}{e}=\frac{1}{e}(7x-11)$;

в) $y=x^3\ln x$; $a=e$; $y(a)=e^3$; $y'=3x^2\ln x+x^2$; $y'(a)=4e^2$; $y=4e^2x+e^3-4e^3=4e^2x-3e^3$;

г) $y=(2x+1)e^{1-2x}$; $a=\frac{1}{2}$;

$y(a)=2$; $y'=2e^{1-2x}-2e^{1-2x}(2x+1)=4xe^{1-2x}$; $y'(a)=-2$; $y=-2x+2+1=-2x+3$.

1649. а) $y=2^x-\log_3(x-1)$; $y'=2^x\ln 2-\frac{1}{(x-1)\ln 3}$;

б) $y=3^{-x}+2\log_{1/2}x$; $y'=-3^{-x}\ln 3+\frac{2}{x\ln(1/2)}$;

в) $y=5^x-7\log_{1/5}(x+1)$; $y'=5^x\ln 5+\frac{7}{(x+1)\ln 5}$;

г) $y=(\frac{1}{7})^x+\log_5(x+4)$; $y'=-(\frac{1}{7})^x\ln 7+\frac{1}{(x+4)\ln 5}$.

1650. а) $y=7^x\ln(2x+3)$; $y'=7^x\ln7\ln(2x+3)+\dfrac{2\cdot7x}{2x+3}$;

б) $y=\dfrac{\log_5(3x+2)}{x^5}$; $y'=\dfrac{3x^5}{(3x+2)x^{10}\ln5}-\dfrac{5x^4\log_5(3x+2)}{x^{10}}=$

$=\dfrac{3}{(3x+2)x^5\ln5}-\dfrac{5\log_5(3x+2)}{x^6}$;

в) $y=x^2\log_{1/2}(3x–1)$; $y'=2x\log_{1/2}(3x–1)–\dfrac{3x^2}{(3x-1)\ln2}$;

г) $y=\dfrac{\ln(2x-1)}{3^x}$; $y'=\dfrac{\frac{2\cdot3^x}{2x-1}-3^x\ln3\ln(2x-1)}{3^{2x}}=\dfrac{2}{(2x-1)3^x}-\dfrac{\ln3\ln(2x-1)}{3^x}$.

1651. а) $y=\log_x(x+1)=\dfrac{\ln(x+1)}{\ln x}$;

$y'=\dfrac{\frac{\ln x}{x+1}-\frac{\ln(x+1)}{x}}{\ln^2x}=\dfrac{1}{(x+1)\ln x}-\dfrac{\ln(x+1)}{x\ln^2x}$;

б) $y=\log_{x-1}x^2=\dfrac{2\ln x}{\ln(x-1)}$; $y'=\dfrac{2}{x\ln(x-1)}-\dfrac{\ln x}{(x-1)\ln^2(x-1)}$.

1652. а) $y=e^{2x}–3e^x+x+4$; $y'=2e^{2x}–3e^x+1>0$; $e^x\in(–\infty;\ 1/2)\cup(1;\ +\infty)$;
возрастает: $x\in(–\infty;\ \ln(1/2))\cup(0;\ +\infty)$; убывает: $x\in(\ln(1/2);\ 0)$;
$x=\ln(1/2)$ – max; $x=0$ – min;
б) $y=1–3x+5e^x–e^{2x}$; $y'=–3+5e^x–2e^{2x}>0$; $2\cdot e^{2x}–5\cdot e^x+3<0$; $e^x\in(1;\ 3/2)$;
возрастает: $x\in(0;\ \ln(3/2))$; убывает: $x\in(–\infty;\ 0)\cup(\ln(3/2);\ +\infty)$;
$x=0$ – min; $x=\ln(3/2)$ – max.

1653. а) $y=2\ln x^3–5x+\dfrac{x^2}{2}$; ОДЗ: $x>0$; $y'=\dfrac{6}{x}–5+x>0$; $\dfrac{6-5x+x^2}{x}>0$;
$x^2 – 5x + 6 > 0$; возрастает: $x\in(0;\ 2)\cup(3;\ +\infty)$; убывает: $x\in(2;\ 3)$;
$x = 2$ – max; $x=3$ – min;

б) $y=\ln\dfrac{1}{x^3}+x^2+x+3$; ОДЗ: $x>0$; $y' = –\dfrac{3}{x}+2x+1>0$; $2x^2+x–3>0$;
возрастает: $x\in(1;+\infty)$; убывает: $x\in(0;\ 1)$; $x=1$ – min.

1654. а) $y=x+\ln(–x)$; $x\in[–4;\ –0,5]$; $y'=1+\dfrac{1}{x}$; $y' = 0$ при $x = –1$;
$y(–1) = –1$; $y(–4) = –4 + \ln 4$; $y(–0,5)=–(1/2) – \ln2$; $y_{min} = –4+\ln4$; $y_{max} = –1$;
б) $y=x+e^{–x}$; $x\in[–\ln4;\ \ln2]$; $y'=1–e^{–x}$; $y' = 0$ при $x = 0$; $y(0) = 1$;
$y(–\ln4) = 4 – \ln4$; $y(\ln2) = (1/2) + \ln2$; $y_{min} = 1$; $y_{max} = 4–\ln4$.
1655. а) $y=4\cdot2^{3x}–27\cdot2^{2x}+3\cdot2^{x+3}$; $x\in[–2;\ 0]$; $y'=12\cdot2^{3x}\ln2–54\cdot2^{2x}\ln2+3\cdot2^{x+3}\ln2=$

$=6\ln2(2\cdot2^{3x}-9\cdot2^{2x}+4\cdot2^{x})=6\ln2\cdot2^{x}(2\cdot2^{2x}-9\cdot2^{x}+4)$; $y_{max}=-20$; $y_{min}=5\dfrac{3}{4}$;

б) $y=3^{3x}-2\cdot3^{2x}+9\cdot3^{x-2}$; $x\in[-1;1]$; $y'=\ln3(3\cdot3^{3x}-4\cdot3^{2x}+3^{x})=3^{x}\ln3(3\cdot3^{2x}-4\cdot3^{x}+1)$;
$y'=0$ при $x=0$, $x=-1$; $y(0)=0$; $y(-1)=4/27$; $y(1)=12$;
$y_{min}=-0$; $y_{max}=12$.

1656. а) $y=e^{\frac{x}{2}}$; $y'=\dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$; $y=e^{\frac{x_0}{2}}+\dfrac{1}{2}e^{\frac{x_0}{2}}(x-x_0)$ — касательная;

$e^{\frac{x_0}{2}}-\dfrac{x_0}{2}e^{\frac{x_0}{2}}=0$; $x_0=2$; $y=\dfrac{e}{2}x+e-e=\dfrac{e}{2}x$;

б) $y=\ln x$; $y'=\dfrac{1}{x}$; $y=\dfrac{x}{x_0}+\ln x_0-\dfrac{x_0}{x_0}$ — касательная; $\ln x_0-1=0$; $x_0=e$; $y=\dfrac{x}{e}$;

в) $y=e^{\frac{x}{3}}$; $y'=\dfrac{1}{3}e^{\frac{x}{3}}$; $y=\dfrac{e^{\frac{x_0}{3}}\cdot x}{3}+e^{\frac{x_0}{3}}-\dfrac{x_0}{3}e^{\frac{x_0}{3}}$ — касательная;

$1-\dfrac{x_0}{3}=0$; $x_0=3$; $y=\dfrac{e}{3}x$;

г) $y=\ln x^3=3\ln x$; $y'=\dfrac{3}{x}$; $y=\dfrac{3}{x_0}x+3\ln x_0-3$ — касательная;

$3\ln x_0-3=0$; $x_0=e$; $y=\dfrac{3x}{e}$.

1657. а) $y=3x-4+a$; $y=\ln(3x-4)$; $y'=\dfrac{3}{3x-4}$;

$y=\dfrac{3x}{3x_0-4}+\ln(3x_0-4)-\dfrac{3x_0}{3x_0-4}$ — касательная к графику $y=\ln(3x-4)$ в точке x_0; $\dfrac{3}{3x_0-4}=3$; $x_0=\dfrac{5}{3}$; $y=3x-\dfrac{5}{1}=3x-5$; $a=-1$;

б) $y=2x+3+a$; $y=\ln(2x+3)$; $y'=\dfrac{2}{2x+3}$;

$y=\dfrac{2x}{2x_0+3}+\ln(2x_0+3)-\dfrac{2x_0}{2x_0+3}$ — касательная к графику $y=\ln(2x+3)$ в точке x_0; $\dfrac{2}{2x_0+3}=2$; $x_0=-1$; $y=2x+2$; $a=-1$.

1658. $y=x^6e^{-x}$; $y'=e^{-x}(-x^6+6x^5)=x^5e^{-x}(6-x)$; $y'>0$ при $x\in(0;6)$;
$y'<0$ при $x\in(-\infty;0)\cup(6;+\infty)$; $y'=0$ при $x=0$, $x=6$; $x\in(a;a+7)$;

а) $\begin{cases}a+7>0\\a+7\le6\end{cases}$; $\begin{cases}a\ge0\\a<6\end{cases}$; $a\in(-7;-1]\cup[0;6)$;

б) $\begin{cases} a+7>6 \\ a<0 \end{cases}$; a∈(–1; 0);

в) $\begin{cases} a\ge 6 \\ a+7\le 0 \end{cases}$; a∈(–∞; –7]∪[6; +∞);

г) $\begin{cases} a>0 \\ a+7<6 \end{cases}$ – нет таких а.

1659. а) $\int\limits_0^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 4^x dx+\int\limits_1^2 4x^3dx=\frac{4^x}{\ln 4}\Big|_0^1+x^4\Big|_1^2=\frac{4-1}{\ln 4}+16-1=\frac{3}{\ln 4}+15;$

б) $\int\limits_0^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 \sqrt{x}\,dx+\int\limits_1^2 \frac{1}{x}dx=\frac{2}{3}x^{3/2}\Big|_0^1+\ln x\Big|_1^2=\frac{2}{3}+\ln 2.$

1660. а) $y=2^x$; $y=3-x$; $y=0$; $x=0$; $S=\int\limits_0^1 2^x dx+2\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=2+\frac{1}{\ln 2}$;

б) $y=3^x$; $y=5-2x$; $y=0$; $x=0$; $S=\int\limits_0^1 3^x dx+\int\limits_1^{5/2}(5-2x)dx=\frac{1}{\ln 3}+(5x-x^2)\Big|_1^{5/2}=$

$=\frac{25}{2}-\frac{25}{4}-5+1+\frac{1}{\ln 3}=\frac{9}{4}+\frac{1}{\ln 3}.$

1661. а) $y=\frac{1}{x^2}$; $y=2^x-1$; $x=2$; $S=\int\limits_1^2\left(2^x-1-\frac{1}{x^2}\right)dx=\left(\frac{2^x}{\ln 2}-x+\frac{1}{x}\right)\Big|_1^2=$

$=\frac{4}{\ln 2}-2+\frac{1}{2}-\frac{2}{\ln 2}+1-1=\frac{2}{\ln 2}-\frac{3}{2}$;

б) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$; $y=2^{x-1}$; $x=4$; $S=\int\limits_1^4\left(2^{x-1}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx=\left(\frac{2^{x-1}}{\ln 2}-2\sqrt{x}\right)\Big|_1^4=$

$=\frac{8}{\ln 2}-4-\frac{1}{\ln 2}+2=\frac{7}{\ln 2}-2.$

1662. а) $y=e^x$; $y=\frac{e}{x}$; $x=e$; $x=0$; $y=0$;

$S=\int\limits_0^1 e^x dx\ e^x dx+\int\limits_1^e \frac{e}{x}dx=e^x\Big|_0^1+e\ln x\Big|_1^e=e-1+e=2e-1$;

б) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$; $y=x^2+1$; $x=2$; $S=\int\limits_0^2\left(x^2+1-\frac{1}{x^3}\right)dx\ =$

$$=\left(\frac{x^3}{3}+x+\frac{\frac{1}{3^x}}{\ln 3}\right)\Bigg|_0^2=\frac{8}{3}+2+\frac{1}{9\ln 3}-\frac{1}{\ln 3}==\frac{14}{3}-\frac{8}{9\ln 3}=\frac{2}{3}\left(7-\frac{4}{3\ln 3}\right).$$

Глава 8. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

§ 55. Равносильность уравнений

1663. $2^x=256$; $x=8$;

а) $\log_2 x=3$; да; б) $x^2-9x+8=0$; нет;

в) $3x^2-24x=0$; нет; г) $\frac{16}{x}=2$; да.

1664. $\sin x=0$; $x=\pi n$;

а) $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$; нет; б) $\operatorname{tg} x = 0$; $x = \pi n$; да;

в) $\cos 2x = 1$; $x = \pi n$; да; г) $\sqrt{x-1}\sin x = 0$; $x = 1m$, $x = \pi n$; нет.

1665. а) $\sqrt{2x-1}=3$; $x=5$; 1) $5x=25$; 2) $x/5=1$; 3) $\sqrt{x+4}=3$;

б) $\cos x=3$; решений нет; 1) $\sin x=5$; 2) $\cos x=-3$; 3) $\sin x=-10$;

в) $\lg x^2 = 4$; $x = \pm 100$; 1) $x^2=100^2$; 2) $\sqrt{x^2}=100$; 3) $|x|=100$;

г) $x^{\frac{3}{5}}=-1$; $x=-1$; 1) $x^{\frac{1}{5}}=-1$; 2) $x^{\frac{1}{7}}=-1$; 3) $3\,x^{\frac{1}{19}}=-3$.

1666. а) $\sqrt{7x+3}=x \Rightarrow 7x+3=x^2$ (все x, удовлетворяющие первому уравнению, удовлетворяют и второму);

б) $\log_2(x-1)-\log_2 x=0 \Rightarrow \log_2(1-(1/x))=0$;

в) $\sin(\pi-x)\operatorname{ctg} x=-(1/2) \Rightarrow \cos x = -(1/2)$;

г) $\sin(\frac{\pi}{2}-x)\operatorname{tg} x=0 \Rightarrow \sin x = 0$.

1667. а) $x^{37}-12x^2+1=0$ и $x^{37}+1=12x^2$;

перенос слагаемого из одной части уравнения в другую не изменяет равносильности;

б) $\sqrt[5]{x^2-2x-3}=2$ и $x^2-2x-3=32$;

возведение обеих частей уравнения в нечетную степень не нарушает равносильности;

1668. а) $\sqrt{2x^2+2}=\sqrt{x^4+3}$ и $2x^2+2=x^4+3$,

т.к. подкоренные выражения всегда положительны, то возведение в квадрат не нарушит равносильности;

б) $\sqrt[4]{\sin^2 x+1}=1$ и $\sin^2 x=0$, т.к. подкоренные выражения всегда отрицательные, то возведя в 4 степень и вычтя из обеих частей уравнения единицу получим второе уравнение, равносильны первому.

1669. а) $3^{\sqrt{x}+4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=1$ и $\sqrt{x}+4-x=0$;

$3^{\sqrt{x}+4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=1 \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x}+4-x}=3^0$;

логарифмируя по основанию 3, получим второе уравнение;

б) $\sqrt{0,5^x}\cdot 2^{x^2}\sqrt{2}=4$ и $x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=2$;

$\sqrt{0,5^x}\cdot 2^{x^2}\sqrt{2}=4 \Leftrightarrow 2^{-\frac{x}{2}+x^2+\frac{1}{2}}=2^2$;

логарифмируя по основанию 2, получим второе уравнение.

1670. а) $\frac{x^2+3x-1}{x^2+1}=3$ и $x^2+3x-1=3x^2+3$;

т.к. $x^2+1>0$ при всех x, то, домножив обе части уравнения на x^2+1, получим второе уравнение, не нарушив равносильности;

б) $\frac{\sin x+1}{\sin x+2}=\frac{1}{2}$ и $\sin x+1=\frac{1}{2}\sin x+1$,

т.к. $\sin x+2>0$ при всех x, то, домножив обе части уравнения на $\sin x+2$, получим второе уравнение, не нарушив равносильности.

1671. а) $\sqrt{3x-5}=\sqrt{9-7x}$; ОДЗ: $\begin{cases} x\ge 5/3 \\ x\le 9/7 \end{cases}$;

т.к. 5/3>9/7, то эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\sqrt{x^2-4}+\sqrt{1-x^2}=4$;

ОДЗ: $\begin{cases} x\ge 4 \\ x\le 1 \end{cases}$; эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

1672. а) $\lg(x^2-9)+\lg(4-x^2)=\frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2>9 \\ x^2<4 \end{cases}$;

эта система не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней;

б) $\lg(x^2-3x)-\lg(2x-x^2)=\frac{1}{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x^2-3x>0 \\ 2x-x^2>0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty) \\ x\in(0;2) \end{cases}$;

эта истема не имеет решений, поэтому уравнение не имеет корней.

1673. а) $\sqrt{7x-6}$ =x; ОДЗ: $\begin{cases}7x-6\geq 0\\ x\geq 0\end{cases}$; $x\geq\frac{6}{7}$; x^2–7x+6=0; x=6; x=1;

б) x+3= $\sqrt{2x+9}$; ОДЗ: $\begin{cases}2x+0\geq 0\\ x+3\geq 0\end{cases}$; x ≥ –3; x^2 + 4x = 0; x = 0;

x = –4, — не входит в ОДЗ;

в) $\sqrt{6x-11}$ =x–1; ОДЗ: $\begin{cases}6x-11\geq 0\\ x-1\geq 0\end{cases}$; $x\geq\frac{11}{6}$; x^2–8x+12=0; x = 6; x = 2;

г) –x – 5 = $\sqrt{7x+23}$; ОДЗ: $\begin{cases}-x-5\geq 0\\ 7x+23\geq 0\end{cases}$; эта система не имеет решений, поэтому уравнение также не имеет решений.

1674. а) $\sqrt{x^4-3x-1}$ =x^2–1; x^4 – 3x – 1 = x^4 – 2x^2 + 1; 2x^2 – 3x – 2 = 0;

1) $x=-\frac{1}{2}$; проверка: $\frac{1}{16}+\frac{3}{2}$ –1>0; $\frac{1}{4}$ –1<0⇒ не подходит;

2) x = 2 — подходит;

Ответ: 2.

б) $\sqrt{x^4-3x-1}$ =1–x^2; 1) $x=-\frac{1}{2}$; проверка: $1-\frac{1}{4}$ >0;

$\frac{1}{16}+\frac{3}{2}$ –1>0 ⇒ подходит; 2) x = 2 – не подходит;

Ответ: –(1/2).

в) $\sqrt{x^4+x-9}$ =1–x^2; x^4+x–9=x^4–2x^2+1; 2x^2+x–10=0;

1) $x=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$; проверка: $\left(\frac{5}{2}\right)^4-\frac{5}{2}$ –9>0; 1–$(2,5)^2$<0 ⇒ не подходит;

2) x = 2; проверка: 1–4<0 ⇒ не подходит;

Ответ: решений нет.

г) $\sqrt{x^4+x-9}$ = x^2–1;

1) x = –2,5, проверка: $(2,5)^2$–1>0 ⇒ подходит;

2) x = 2, проверка: 2^2–1>0 ⇒ подходит.

Ответ:–2,5; 2.

1675. а) $\sqrt{x^4-5x^2-2{,}5x}$ =5–x^2; x^4–5x^2–2,5x=x^4–10x^2+25;

5x^2–2,5x–25=0; 2x^2–x–10=0;

1) $x=\frac{5}{2}$; проверка: $(2,5)^4$–5·$2,5^2$–$2,5^2$>0; 5–$(2,5)^2$<0 ⇒ не подходит;

2) x=–2; проверка: 2^4–5·2^2+2,5·2>0; 5–2^2>0 ⇒ подходит;

Ответ: –2;

б) $\sqrt{x^4-5x^2-2{,}5x}=x^2-5$; $x=\frac{5}{2}$ — подходит; $x=-2$ — не подходит;

Ответ: 5/2;

в) $\sqrt{x^4-3x^2-1{,}5x}=x^2-3$;

$x^4-3x^2-1{,}5x=x^4-6x^2+9$;

$3x^2-\frac{3}{2}x-9=0$; $2x^2-x-6=0$;

1) $x = 2$; проверка: $16-12-3>0$; $4-3>0 \Rightarrow$ подходит;

2) $x=-\frac{3}{2}$; проверка: $\frac{9}{4}-3<0 \Rightarrow$не подходит;

Ответ: 2;

г) $\sqrt{x^4-3x^2-1{,}5x}=3-x^2$; $x=-\frac{3}{2}$ – подходит; $x = 2$ – не подходит.

Ответ: –(3/2).

1676. а) $(x^2-9)(\sqrt{3-2x}-x)=0$; ОДЗ: $x\le\frac{3}{2}$;

1) $x = 3$ – не подходит;

2) $x = -3$ – подходит; $\sqrt{3-2x}=x$, $\begin{cases} x^2+2x-3\ge 0 \\ x\ge 0 \end{cases}$; $x=-3$ – подходит;

$x=1$ – подходит;

Ответ: 1; –3.

б) $(x^2-16)(\sqrt{4-3x}-x)=0$; ОДЗ: $x\le\frac{4}{3}$;

1) $x = 4$ — не подходит;

2) $x = -4$ — подходит;

3) $\begin{cases} x^2+3x-4=0 \\ x\ge 0 \end{cases}$; $x = -4$, $x = 1$ — подходит;

Ответ: 1; –4.

1677. а) $\sin 2x\cdot\sqrt{4-x^2}=0$. ОДЗ; $-2\le x\le 2$;

1) $\sin 2x = 0$; $2x = \pi n$; $x=\frac{\pi n}{2}$. $x=-\frac{\pi}{2}$, $x = 0$, $x=\frac{\pi}{2}$,

(т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $\sqrt{4-x^2}=0$; $x=\pm 2$;

Ответ: 0; $\pm\frac{\pi}{2}$; ± 2;

б) $(\cos 2x-1)\sqrt{9-x^2}=0$ ОДЗ; $-3\le x\le 3$;

1) $\cos 2x = 1$; $x = \pi n.$; $x = 0$;
2) $9 - x^2 = 0$; $x = \pm 3$;
Ответ: 0; ±3;

в) $(\cos^2 x - \sin^2 x)\sqrt{1 - x^2} = 0$. ОДЗ; $-1 \le x \le 1$.

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$; $\cos 2x = 0$; $2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$; $x = -\frac{\pi}{4}$; $x = \frac{\pi}{4}$;

2) $1 - x^2 - 0$; $x = \pm 1$;

Ответ: 1; $\pm\frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0$; ОДЗ: $\begin{cases} x \ne \frac{\pi}{2} + \pi n; \\ -4 \le x \le 4 \end{cases}$

1) $\operatorname{tg} x = 0$; $x = \pi n$; $x = \pm \pi$, $x = 0$;
2) $16 - x^2 = 0$; $x = \pm 4$;
Ответ: 0; $\pm \pi$; ±4.

1678. а) $\frac{\log_2(7 + 6x - x^2) - \log_2(x - 2)}{10x - 24 - x^2} = 2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 7 + 6x - x^2 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ 10x - 24 - x^2 \ne 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2 < x < 7 \\ x \ne 6 \\ x \ne 4 \end{cases}$; т.к. x — целые, то возможные карни — x = 3 и x = 5; подстановкой в уравнение леко убедиться,что x = 5 — корень, x = 3 — не корень;
Ответ: 5;

б) $\frac{\log_2(7 + 6x + x^2) - \log_2(x - 2)}{10x - 24 - x^2} = 2$;

ОДЗ: $\begin{cases} 6 + 5x - x^5 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x^2 - 9x + 20 \ne 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2 < x < 6 \\ x \ne 4 \\ x \ne 5 \end{cases}$;

рассуждая аналогично предыдущему пуркту, получим x = 3;
Ответ: 3.

§ 56. Общие методы решения уравнений

1679. а) $3^{2-x} = 3^{x^2 - 4x}$;

т.к. обе части положительны, то прологарифмировав по основанию 3 получим: $2 - x = x^2 - 4x$;
б) $(3x^2 - 2)^4 = (x - 3)^4$;
т.к. подстепенные выражения могут быть отрицательными нельзя извлечь корень 4 степени;

в). $\sqrt[3]{7-x} = \sqrt[3]{5x+1}$;

т.к. $\sqrt[3]{a}$ определен для всех а, то обе части уравнения можно возвести в куб, не нарушая равностильности; получим: 7 – x = 5x + 1;

г) $\lg\frac{1}{x}$ = lg (2x – 7), в исходном уравнении имеем: 1/x > 0, 2x – 7 > 0; если это уравнение пропотенцировать, то получим уравнение 1/x = 2x – 7, правая и левая части которого не обязательно положительны, а значит это уравнение не равносильно исходному.

1680. а) $(2x^4 + 1)^5 = (1 - x^3)^5$;
аналогично пункту в предыдущей задачи получим равносильное уравнение $2x^4 + 1 = 1 - x^3$;
б) $\log_{0,2}(2\sin x - 1) = \log_{0,2}(3 - \sin^2 x)$;
поскольку $3 - \sin^2 x > 0$ при всех x, то потенциированием получили уравнение $2\sin x - 1 = 3 - \sin^2 x$; равносильное исходному;
в) $\sqrt[6]{2^x - 1} = \sqrt[6]{5 - 3\cdot 2^x}$;
т.к. подкоренные выражения должны быть неотрицательны, то, возведя в шестую степень мы нарушим равносильность;
г) $\cos(3^x - 1) = \cos(3 - 9^x)$;
уравнение $3^x - 1 = 3 - 9^x$ не будет равносильно исходному, поскольку cos — периодическая функция.

1681. а) $2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2}\sqrt{32}$; ОДЗ: x ≥ 3;

$2^{\sqrt{x-3}} = 2^{\frac{3}{2}}$; 4x – 12 = 9; $x = \frac{21}{4} > 3$;

Ответ: 21/4;

б) $10^{\log_2(x-3)}\cdot 0,0001 = 0,1^{\log_2(x-7)}$;

ОДЗ: x > 3;

$10^{\log_2(x-3)-4} = 10^{-\log_2(x-7)}$;

$x^2 - 10x + 21 = 16$;

$x^2 - 10x + 5 = 0$;

$x = 5 + 2\sqrt{5} > 3,\ \ x = 5 - 2\sqrt{5} < 3$;

Ответ: $x = 5 + 2\sqrt{5}$ (в ответе задачника опечатка).

1682. а) $0,5^{\sin x - \cos x} = 1$; sin x – cos x = 0; $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$.

б) $\left(\sqrt{3}\right)^{\sin^2 x - 1}\cdot 3\sqrt{3} = \sqrt[4]{729}$; $3^{-\frac{1}{2}\cos^2 x + 1,5} = 3^{\frac{3}{2}}$; $\cos^2 x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$.

1683. а) $\log_3(x^2 - 10x + 40) = \log_3(4x - 8)$; ОДЗ: x > 2;
$x^2 - 14x + 48 = 0$; x = 6, x = 8;
Ответ: 6; 8;

б) $\log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2)$; ОДЗ: $0 < x < \frac{9}{4}$; $x^3 + 8x^2 - 9x = 0$;
$x(x^2 + 8x - 9) = 0$; $x = 0$, $x = -9$, $x = 1$; $x = 0$ и $x = -9$ не входят в ОДЗ;
Ответ: 1;

в) $\log_{\sqrt{3}} \frac{x-2}{2x-4} = \log_{\sqrt{3}} \frac{x+1}{x+2}$; ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x > -1 \\ x < -2 \end{array}\right.$, $x \neq 2$;

$\frac{x-2}{2x-4} = \frac{x+1}{x+2}$; $x^2 - 2x = 0$; $x = 0$, $x = 2$; $x = 2$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 0;

г) $\log_{0,1}\sqrt{5x-6} = \log_{0,1}\sqrt{x^2-2}$; ОДЗ: $\begin{cases} 5x - 6 > 0 \\ x^2 - 2 > 0 \end{cases}$; $x > \sqrt{2}$;

$5x - 6 = x^2 - 2$; $x^2 - 5x + 4 = 0$; $x = 4$, $x = 1$; $x = 1$ — не подходит;
Ответ: 4.

1684. а) $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$; $x^2 - 8x + 7 = 0$; $x = 7$, $x = 1$;
Ответ: 1; 7;

б) $\left(\sqrt{6x-1} + 1\right)^9 = \left(\sqrt{6x+8}\right)^9$; ОДЗ: $\begin{cases} 6x - 1 \geq 0 \\ 6x + 8 \geq 0 \end{cases}$; $x \geq \frac{1}{6}$;

$6x - 1 + 1 + 2 + 2\sqrt{6x-1} = 6x + 8$; $6x - 1 = 16$; $x = 17/6$;
Ответ: 17/6;
в) $(2^{2x} + 16)^{20} = (10 \cdot 2^x)^{20}$; $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$; $2^{2x} = 8$, $x = 3$, $2^{2x} = 2$, $x = 1$;
Ответ: 1; 3;

г) $\left(\log^2_{0,1} x - 2\right)^3 = (2\log_{0,1} x + 1)^3$; ОДЗ: $x > 0$; $\log_{0,1} x - 2\log_{0,1} x - 3 = 0$;
$\log_{0,1} x = 3$, $x = 0{,}001$; $\log_{0,1} x = -1$, $x = 10$;
Ответ: 10; 0,001.

1685. а) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right) = 0$;

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$;

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}$;

б) $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right)$;

$$\frac{\sin(2x + \frac{\pi}{6})\cos(x - \frac{\pi}{8}) + \sin(x - \frac{\pi}{8})\cos(2x + \frac{\pi}{6})}{\cos(x - \frac{\pi}{8})\cos(2x + \frac{\pi}{6})} = 0;$$

$\sin(3x + \frac{\pi}{24}) = 0$, $\cos(x - \frac{\pi}{8}) \neq 0$, $\cos(2x + \frac{\pi}{6}) \neq 0$;

$x = -\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3}$, $x \neq \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$, $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi m}{4}$;

Ответ: $-\frac{\pi}{72} + \frac{\pi n}{3}$;

в) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$; $\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\sin\frac{3x}{2} = 0$;

$x = \frac{2\pi n}{3}$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$;

Ответ: $\frac{2\pi n}{3}$; $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$;

г) $\mathrm{ctg}\, 2x = \mathrm{ctg}\, 3x$; $\frac{\cos 3x \sin 2x - \sin 3x \cos 2x}{\sin 2x \sin 3x} = 0$; $\sin x = 0$, $x \neq \frac{\pi n}{2}$, $x \neq \frac{\pi n}{3}$;

Ответ: нет решений.

1686. а) $2^{x^2+3} - 8^{x+1} = 0$; $x^2 + 3 = 3x + 3$; $x^2 - 3x = 0$; $x = 0$, $x = 3$;
Ответ: 0; 3.

б) $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0$; $15 - 3x^2 = x^2 - 1$; $4x^2 = 16$; $x = \pm 2$;
Ответ: ±2.

1687. а) $2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = (2\sqrt{2} + 1)^2 - 9$; $2^{\log_8 x - \log_8 x^2 + 2,5} = 2^3 + 4\sqrt{2} - 8$;

$\log_8 x^2 - \log_8 x = 0$; $\log_8 x = 0$; $x = 1$;

б) $3^{\cos x} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$; $\cos x + 1,5 = 1$; $\cos x = -(1/2)$; $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

1688. а) $(\sqrt{3})^{\mathrm{tg}\, x} = \frac{3\sqrt{27}}{3^{\mathrm{tg} x}}$; $\frac{1}{2}\mathrm{tg}\, x = 1,5 - \mathrm{tg}\, x$; $\mathrm{tg}\, x = 1$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

б) $(\sqrt{2})^{2\cos x} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\cos 2x}}$; $\cos x = -\cos x - 1$; $\cos x = -\frac{1}{2}$; $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

1689. а) $\log_{\frac{2}{3}}(7x - 9) - \log_{\frac{2}{3}}(8 - x) = 1$; ОДЗ: $\begin{cases} 7x + 9 > 0 \\ 8 - x > 0 \end{cases}$; $-\frac{9}{7} < x < 8$;

$7x + 9 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}x$; $23x = -11$; $x = -\frac{11}{23}$;

Ответ: $-\frac{11}{23}$

б) $\log_{1,2}(3x - 1) + \log_{1,2}(3x + 1) = \log_{1,2} 8$; ОДЗ: $\begin{cases} 3x - 1 > 0 \\ 3x + 1 > 0 \end{cases}$; $x > \frac{1}{3}$;

$9x^2 = 9$; $x = 1$, $x = -1$; $x = -1$ — не входит в ОДЗЖ
Ответ: 1.

1690. а) $x^3 - 9x^2 + 20 = 0$; $x(x^2 - 9x + 20) = 0$; $x(x - 4)(x - 5) = 0$;
$x = 0$, $x = 4$, $x = 5$;
б) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$; $x(x^2 - 4) - 3(x^2 - 4) = 0$;
$(x - 2)(x + 2)(x - 3) = 0$; $x = \pm 2, x = 3$;
в) $x^5 + 8x^4 + 12x^3 = 0$; $(x^3 + 8x + 12) = 0$; $x^3(x + 6)(x + 2) = 0$;
$x = 0$, $x = -2$, $x = -6$;
г) $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$; $(x^2 - 9)(x + 1) = 0$; $(x + 1)(x - 3)(x + 3) = 0$;
$x = \pm 3$, $x = -1$.

1691. а) $\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 8\sqrt{x} = 0$; ОДЗ: $x \ge 0$; $\sqrt{x}(x^2 - 3x - 18) = 0$;
$\sqrt{x}(x - 6)(x + 3) = 0$; $x = 0$, $x = 6$, $x = -3$;
$x = -3$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 0; 6;
б) $\sqrt[4]{x^9} - 2\sqrt[4]{x^5} - 15\sqrt[4]{x} = 0$; ОДЗ: $x \ge 0$; $\sqrt[4]{x}(x^2 - 2x - 16) = 0$;
$\sqrt[4]{x}(x - 5)(x + 3)$; $x = 0$, $x = 5$, $x = -3$; $x = -3$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 0; 5.

1692. а) $2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0$; $2^x(x + 1) - 4(x + 1) = 0$;
$(x + 1)(2^x - 4) = 0$; $x = 2x = -1$;
б) $3^x \cdot x - 3^{x+1} + 27 - 9x = 0$; $3^x(x - 3) - 9(x - 3) = 0$;
$(x - 3)(3^x - 9) = 0$; $x = 2$, $x = 3$;

1693. а) $2x^2 \sin x - 8 \sin x + 4 - x^2 = 0$; $x^2(2 \sin x - 1) - 4(2 \sin x - 1) = 0$;
$(2 \sin x - 1))(x - 2)(x + 2) = 0$; $x = 2$, $x = -2$, $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$;
б) $2x^2 \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2$; $x^2(2 \cos x - 1) - 9(2 \cos x - 1) = 0$;
$(2 \cos x - 1)(x - 3)(x + 3) = 0$; $x = \pm 3$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

1694. а) $\sin 2x = \sin x$; $\sin x(2\cos x - 1) = 0$; $x = \pi n$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$;
б) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$; $\cos x(\cos x + 2 \sin x) = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;
$x = -\operatorname{arcctg}\frac{1}{2} + \pi n$;
в) $\sqrt{3}\cos 3x = \sin 6x$; $\cos 3x(\sqrt{3} - 2 \sin 3x) = 0$; $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$,
$x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$;
г) $\sin^2(\pi + \frac{x}{2}) - \frac{1}{2}\sin x = 0$; $\sin\frac{x}{2}(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}) = 0$;

$\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})=0$; $x = 2\pi n$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$.

1695. а) $8x^6 + 7x^3 - 1 = 0$; пусть $x^3 = a$, тогда получим: $8a^2 + 7a - 1 = 0$;

$a = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$; $a = -1 \Rightarrow x = -1$;

Ответ: $\frac{1}{2}$; -1;

б) $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$; пусть $x^4 = a \ge 0$, тогда получим: $a^2 + 3a - 4 = 0$;
$a = 1 \Rightarrow x = \pm 1$; $a = 4$ — не подходит;
Ответ: ± 1.

1696. а) $\sqrt{x^2-2x+1}-6\sqrt{x-1} = 7$; $\sqrt{x-1} = a \ge 0$; $a^2 - 6a - 7 = 0$;
$a = 7 \Rightarrow x = 50$; $a = 1$ — не подходит;
Ответ: 50;
б) $\sqrt{x^2-4x+4}-6=5\sqrt{2-x}$; $\sqrt{2-x} = a \ge 0$; $a^2 - 5a - 6 = 0$;
$a = 6 \Rightarrow x = -34$; $a = -1$ — не подходит;
Ответ: -34.

1697. а) $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}}+4\sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}} = 4$; $\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} = a \ge 0$; $a + (4/a) = 4$;
$a^2 - 4a + 4 = 0$; $a = 2$; $2x + 3 = 8x - 4$; $6x = 7$; $x = 7/6$;
б) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}}+5\sqrt{\frac{x+3}{5x-1}} = 6$; $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = a \ge 0$; $a + \frac{5}{a} = 6$; $a^2 - 6a + 5 = 0$;
$a = 1 \Rightarrow x = 1$; $a = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 25x + 75$; $20x = -76$; $x = -3{,}8$;
Ответ: 1; $-3{,}8$.

1698. а) $2^x + 2^{x-1} = 3$; $2^x = a > 0$; $a + \frac{2}{a} = 3$; $a^2 - 3a = 2 = 0$;

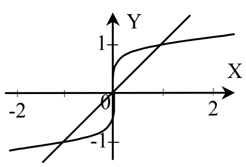
$a = 1 \Rightarrow x = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 1$;
Ответ: 0; 1;
б) $25^{-x} - 50 = 5^{-x+1}$; $5^{-x} = a > 0$; $a^2 - 5a - 50 = 0$; $a = 10 \Rightarrow x = -\log_5 10$;
$a = -5$ — не подходит;
Ответ: $-\log_5 10$;
в) $5^{x} + 4 = 5^{2x+1}$; $5 \cdot 5^{2x} - 5^{x} - 4 = 0$; $a = 5^{x} > 0$; $5a^2 - a - 4 = 0$;
$a = -\frac{4}{5} < 0$ — не подходит; $a = 1 \Rightarrow x = 0$;

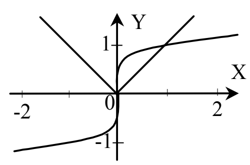
Ответ: 0;
г) $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}$; $3^{x} = a > 0$; $3 \cdot a^2 - 29a + 18 = 0$;
$a = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 2 - 1$; $a = 9 \Rightarrow x = 2$;

Ответ: 2; $\log_3 2 - 1$.

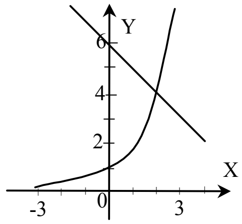
1699. а) $7^{2x+1} - 50 \cdot 7^{x} = -7$; $7^{x} = a > 0$; $7a^2 - 50a + 7 = 0$; $a = 1/7 \Rightarrow x = -1$;
$a = 7 \Rightarrow x = 1$;
Ответ: ± 1;
б) $\log_2^2 x + 12 = 7\log_2 x$; $\log_2 x = a$; $a^2 - 7a + 12 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 8$;
$a = 4 \Rightarrow x = 16$;
Ответ: 8; 16;
в) $4\sin^2 x + 4 = 17\sin x$; $\sin x = a$, $|a| \le 1$; $4a^2 - 17a + 4 = 0$;
$a = 1/4 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$. $a = 4 > 1$ — не подходит;
Ответ: $(-1)^k \arcsin(1/4) + \pi n$;
г) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 = 0$; $\sqrt[6]{x} = a > 0$; $a^2 - a - 2 = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 64$;
$a = -1 > 0$ — не подходит;
Ответ: 64.
1700. а) $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$; ОДЗ: $x > 0$; $a = \lg x$; $4a^2 + a - 5 = 0$;
$a = -\frac{5}{4} \Rightarrow x = 10^{-(5/4)}$; $a = 1 \Rightarrow x = 10$;
Ответ: 10; $10^{-(5/4)}$
б) $3^x + 3^{-x+1} = 4$; $3^x = a > 0$; $a^2 - 4a + 3 = 0$; $a = 3 \Rightarrow x = 1$; $a = 1 \Rightarrow x = 0$.
Ответ: 0; 1;
в) $2\cos^2 x - 7\cos x - 4 = 0$; $\cos x = a$, $|a| \le 1$; $2a^2 - 7a - 4 = 0$;
$a = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $a = 4 > 1$ — не подходит;
Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$;
г) $5^{2\sqrt{x}} + 125 = 6 \cdot 5^{\sqrt{x}+1}$; $5^{\sqrt{x}} = a > 0$; $a^2 - 30a + 125 = 0$; $a = 5 \Rightarrow x = 1$;
$a = 25 \Rightarrow x = 4$;
Ответ: 1; 4.

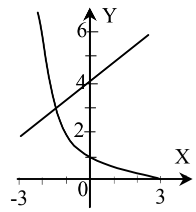
1701. а) $x = \sqrt[3]{x}$; $x = 0$; $x = \pm 1$. б) $|x| = \sqrt[5]{x}$; $x = 1$; $x = 0$ (см. рис.)



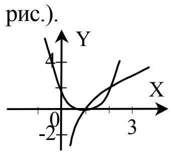


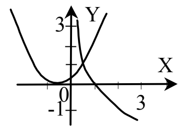
1702. а) $2^x = 6 - x$; $x = 2$ (см. рис.) б) $(1/3)^x = x + 4$; $x = -1$ (см. рис.)



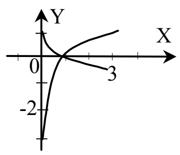


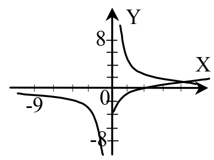
1703. а) $(x-1)^2 = \log_2 x$; $x = 1$; $x = 2$ (см. рис.) б) $\log_{1/2}x = (x + ½)^2$; $x = ½$ (см. рис.).



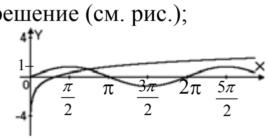


1704. а) $1-\sqrt{x} = \ln x$; $x = 1$ (см. рис.) б) $\sqrt{x} - 2 = \dfrac{9}{x}$; $x = 9$ (см. рис.).

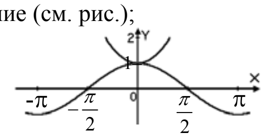




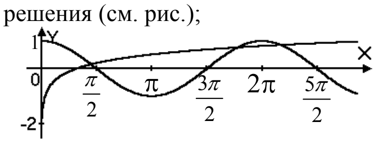
1705. а) $\log_{\pi} x = \sin x$; 1 решение (см. рис.);



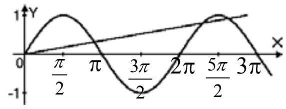
б) $x^2 + 1 = \cos x$; 1 решение (см. рис.);



в) $\log_{3\pi} x = \cos x$; 3 решения (см. рис.);



г) $\sin x = \dfrac{1}{9}x$; $x = 0$ — решение, при $x > 0$ — 3 решения (см. рис.) и в силу нечетности обеих частей уравнения при $x < 0$ также 3 решения; т.к. всего 7 решений.

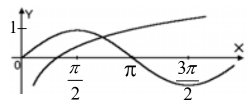


1706. а) $2^x = \sin x$, $x \in [0; +\infty)$; при $x = 0$ $2 = 1 \neq 0 = \sin 0$; при $x > 0$ $2^x > 1$, $\sin x \leq 1$, значит, решений нет;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \cos x$ $x \in (-\infty; 0]$; при $x = 0$, $\frac{4}{5}^x = 1 = \cos 0$; при $x < 0$ $\left(\frac{4}{5}\right)^x > 1$, $\cos x \leq 1$, т.е. имеется 1 решение — $x = 0$;

в) $7^x = \cos x$, $x \in [0; +\infty)$; рассуждения аналогичны предыдущему пункту; 1 решение;

г) $\log_3 x = \sin x$, $x \in (0; 3]$; 1 решение (см. рис.) (в ответе задачника опечатка).



1707. а) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; $(x^3 - x) - (5x^2 - 5x) + (6x - 6) = 0$;
$(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$; $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$; $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$;

б) $x^3 + 7x^2 - 6 = 0$; $(x + 1)(x^2 + 6x - 6) = 0$; $x = -1$, $x = -3 \pm \sqrt{15}$;

в) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0$; $(x^2 + 3)(x + 2) = 0$; $x = -2$;

г) $x^3 + 4x^2 - 24 = 0$; $(x - 2)(x^2 + 6x + 12) = 0$; $(x - 2)((x + 3)^2 + 3) = 0$; $x = 2$.

1708. а) $(x - 4)^4 + 36 = 13(x^2 - 2x + 1)$; $(x - 4)^4 - 13(x - 1)^2 + 36 = 0$;
1) $(x - 1)^2 = 4$; $x = 3$, $x = -1$; 2) $(x - 1)^2 = 9$; $x = 4$, $x = -2$;
Ответ: 3; 4; –1; –2;

б) $(2x + 3)^4 - 9 = 8(4x^2 + 12x + 9)$; $(2x + 3)^4 - 8(2x + 3)^2 - 9 = 0$;
1) $(2x + 3)^2 = 9$; $x = 0$, $x = -3$; 2) $(2x + 3)^2 = -1$; нет решений;
Ответ: 0; –3.

1709. а) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1$; $x^2 - 5x + 7 = a$; $a^2 - a + 1 = 1$;
1) $a = 0$; $x^2 - 5x + 7 = 0$; решений нет; 2) $a = 1$; $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x = 2$, $x = 3$;
Ответ: 2; 3;

б) $((x - 2)(x - 4))^2 + 2(x - 3)^2 + 2 = 0$; $(x^2 - 6x + 8)^2 + 2(x^2 - 6x + 9) + 2 = 0$;
$x^2 - 6x + 8 = a$; $a^2 + 2(a + 1) + 2 = 0$; $a^2 + 2a + 4 = 0$; решений нет.

1710. а) $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15$; $(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15$; $x^2 - 3x + 1 = a$; $a^2 = 16$;

1) $a = 4$; $x^2 - 3x - 3 = 0$; $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$;

2) $a = -4$; $x^2 - 3x + 5 = 0$; решений нет.

Ответ: $\frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$;

б) $(x - 1)(x + 1)x(x + 2) = 24$; $(x^2 + x)(x + x - 2) = 24$; $x^2 + x - 1 = a$; $a^2 = 25$;
1) $a = 5$; $x^2 + x - 6 = 0$; $x = -3$, $x = 2$;

2) $a = -5$; $x^2 + x + 4 = 0$; решений нет;
Ответ: –3; 2.

1711. а) $\frac{3}{x^2+x+1} = 3 - x - x^2$; $x^2 + x + 1 = a$; $\frac{3}{a} = -a + 4$; $a^2 - 4a + 3 = 0$;
1) $a = 1$; $x^2 + x = 0$; $x = 0$, $x = -1$;
2) $a = 3$; $x^2 + x - 2 = 0$; $x = -2$, $x = -1$;
Ответ: 0; ±1; –2;

б) $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$; $x^2 - x = a$; $\frac{a}{a+1} - \frac{a+2}{a-2} = 1$;
$a^2 - 2a - a^2 - 3a - 2 = a^2 - a - 2$; $a^2 + 4a = 0$;
1) $a = 0$; $x^2 - x = 0$;$x = 0$, $x = 1$;
2) $a = -4$; $x^2 - x + 4 = 0$; решений нет;
Ответ: 0; 1.

1712. а) $\sqrt{6x^2-3} = \sqrt{5x-2}$; $\begin{cases} x \ge \frac{2}{5} \\ 6x^2 - 5x - 1 = 0 \end{cases}$; $x = 1$;

б) $\sqrt{3x^2-5x} = \sqrt{x^2+2x-5}$; $\begin{cases} x \in (-\infty;0] \cup [\frac{5}{3};+\infty) \\ 2x^2 - 7x + 5 = 0 \end{cases}$; $x = \frac{5}{2}$.

1713. а) $\sqrt{2x^2-11x+6} = 2x - 9$; $\begin{cases} 2x^2 - 11x + 6 = 4x^2 - 36x + 81 \\ x \ge \frac{9}{2} \end{cases}$;

$\begin{cases} 2x^2 - 25x + 75 = 0 \\ x \ge \frac{9}{2} \end{cases}$; $x = 5$, $x = \frac{15}{2}$;

б) $\sqrt{x^2+2x-8} = 2x - 4$; $\begin{cases} x \ge 2 \\ x^2 + 2x - 8 = 4x^2 - 16x + 16 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x^2 - 18x \_ 24 = 0 \\ x \ge 2 \end{cases}$;
$x = 4$, $x = 2$.

1714. а) $16x - 15\sqrt{x} - 1 = 0$; $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$;
$\sqrt{x} = (1/16)$ — не имеет решений;
Ответ: 1;
б) $2 - x + 3\sqrt{2-x} = 4$; $\sqrt{2-x} = a \ge 0$; $a^2 + 3a - 4 = 0$; $a = 1 \Rightarrow x = 1$;
$a = -4$ — не подходит;
Ответ: 1;
в) $3x - 8\sqrt{x} + 5 = 0$; $\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$; $\sqrt{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{25}{9}$;

Ответ: 1; $\frac{25}{9}$;

г) $5\sqrt{x+3} + x + 3 = 6$; $\sqrt{x+3} = a \ge 0$; $a^2 + 5a = 6$; $a = 1 \Rightarrow x = -2$;
$a = -5$ — не подходит;
Ответ: –2.

1715. а) $\sqrt[5]{x} - \sqrt[10]{x} - 2 = 0$; $\sqrt[10]{x} = a \ge 0$; $a^2 - a - 2 = 0$; $a = 2 \Rightarrow x = 1024$;
$a = -1$ — не подходит;
Ответ: 1024;
б) $\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[8]{x} - 3 = 0$; $\sqrt[8]{x} = 1 \Rightarrow x = 1$; $\sqrt[8]{x} = -3$ — нет решений;
Ответ: 1;
в) $\sqrt[3]{x} - 6\sqrt[6]{x} + 8 = 0$; $\sqrt[6]{x} = 4 \Rightarrow x = 4096$; $\sqrt[6]{x} = 2 \Rightarrow x = 64$;
Ответ: 4096; 64;
г) $6\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[8]{x} - 4 = 0$; $\sqrt[8]{x} = 1 \Rightarrow x = 1$; $\sqrt[8]{x} - (2/3)$ — решений нет;
Ответ: 1.

1716. а) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \ge 1 \\ x \ge -1 \end{cases}$; $x \ge 1$; $2x + 2\sqrt{x^2-1} = 2$;

$\sqrt{x^2-1} = 1 - x$; $x \le 1 \Rightarrow x = 1$; проверка: $\sqrt{2} = \sqrt{2}$;
Ответ: 1;
б) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{3}$; ОДЗ: $x \ge 1$; $2x + 1 = x - 1 + 3 + 2\sqrt{3x-3}$;
$x - 1 = 2\sqrt{3x-3}$; $\sqrt{x-1}\,(\sqrt{x-1} - 2\sqrt{3}) = 0$; $x = 1$, $x = 13$;
Ответ: 1; 13.

1717. а) $\sqrt{3x-1} + \sqrt{6x+2} = \sqrt{9x+1}$; ОДЗ: $x \ge \frac{1}{3}$;

$9x + 1 + 2\sqrt{18x^2-2} = 9x + 1$; $18x^2 - 2 = 0$; $x = \frac{1}{3}$;

$x = -(1/3)$ — не входит в ОДЗ;
Ответ: 1/3;

б) $\sqrt{6x-14} - \sqrt{5-x} = \sqrt{5x-9}$; ОДЗ: $\begin{cases} x \ge 7/3 \\ x \le 5 \\ x \ge 9/5 \end{cases}$; $x \in [\frac{7}{3}; 5]$;

$5x - 9 - 2\sqrt{-6x^2+44x-70} = 5x - 9$; $x^2 - 22x + 35 = 0$; $x = 5$, $x = \frac{7}{3}$;

Ответ: 5; 7/3.

1718. а) $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2-8x+12}$; $x^2 - 4x - 6 = a \ge 0$; $a - 12 = \sqrt{2a}$;
$\begin{cases} a^2 - 26a + 144 = 0 \\ a \ge 12 \end{cases}$; $a = 18$; $x^2 - 4x - 12 = 0$; $x = 6$, $x = -2$;

Ответ: 6; –2;

б) $\sqrt{x^2-3x+5}+x^2=3x+7$; $x^2-3x+5=a\ge 0$; $\sqrt{a}=-a+12$;

$\begin{cases} a^2-25a+144=0 \\ a\le 12 \end{cases}$; $a=9$; $x^2-3x-4=0$; $x=4$, $x=-1$;

Ответ: 4; –1;

1719. а) $\sqrt{x^2-3x+3}+\sqrt{x^2-3x+6}=3$; $x^2-3x+3=a\ge 0$;

$\sqrt{a}+\sqrt{a+3}=3$; ОДЗ: $a\ge 0$; $2a+3+2\sqrt{a^2+3a}=9$;

$\sqrt{a^2+3a}=3-a$; $\begin{cases} a^2+3a=a^2-6a+9 \\ a\le 3 \end{cases}$; $a=1$; $x^2-3x+2=0$; $x=2$, $x=1$;

Ответ: 2; 1;

б) $\sqrt{x^2+x+7}+\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{3x^2+3x+19}$; $x^2+x+2=a\ge 0$;

$\sqrt{a+5}+\sqrt{a}=\sqrt{3a+13}$; $2a+5+2\sqrt{a^2+5a}=3a+13$;

$2\sqrt{a^2+5a}=a+8$; $\begin{cases} 3a^2+4a-64=0 \\ a\ge -8 \end{cases}$;

1) $a=4$; $x^2+x-2=0$; $x=-2$, $x=1$;
2) $a=-(16/3)$; $x^2+x+(22/3)=0$; решений нет;
Ответ: –2; 1.

1720. а) $\sin^2 x+\cos^2 2x=1$; $1-\cos 2x+2\cos^2 2x=2$;
$2\cos^2 2x-\cos 2x-1=0$;
1) $\cos 2x=1$; $2x=\pi+2\pi n$; $x=\pi/2+\pi n$;
2) $\cos 2x=-(1/2)$; $2x=\pm(2\pi)/3+2\pi n$; $x=\pm\pi/3+\pi n$;
Ответ: $\pi/2+\pi n$; $\pm\pi/3+\pi n$ (в ответе задачника оечатка);
б) $\cos^2 3x-\sin^2 3x-\cos 4x=0$; $\cos 6x-\cos 4x=0$; $\sin x\sin 5x=0$;

$x=\frac{\pi n}{5}$, $x=\pi k$; $x=(\pi n)/5$;

Ответ: $(\pi n)/5$.

1721. а) $\cos 5x+\cos 7x-\cos 6x=0$; $2\cos 6x\cos x-\cos 6x=0$;
$\cos 6x(2\cos x+1)=0$;

1) $\cos x=1/2$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$;

2) $\cos 6x=0$; $x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{6}$;

Ответ: $\pm(\pi/3)+2\pi n$; $(\pi/12)+(\pi n)/6$;
б) $\sin 9x-\sin 5x+\sin 4x=0$; $2\sin 2x(\cos 7x+\cos 2x)=0$;

$\sin 2x\cos\frac{9x}{2}-\cos\frac{5x}{2}=0$; $x=\frac{\pi n}{2}$; $x=\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{9}$, $x=\frac{\pi}{5}+\frac{2\pi n}{5}$;

Ответ: $\frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{9}$; $\frac{\pi}{5}+\frac{2\pi n}{5}$.

1722. а) $\cos 6x - \cos 2x + \cos 8x - \cos 4x = 0$; $\sin 2x (\sin 4x + \sin 6x) = 0$;

$\sin 2x \sin 5x \cos x = 0$; $x = \frac{\pi n}{2}$, $x = \frac{\pi n}{5}$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi n}{5}$;

б) $\sin 3x - \sin x + \cos 3x - \cos x = 0$; $\sin x (\cos 2x - \sin 2x) = 0$;

$\sin x \sin(2x - (\pi/4)) = 0$; $x = \pi n$, $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$;

Ответ: πn; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

1723. а) $3\,\mathrm{tg}^2 x - 8 = 4\cos^2 x$; ОДЗ: $\cos x \neq 0$; $3 - 3\cos^2 x - 8\cos^2 x = 4\cos^4 x$;
$4\cos^4 x + 11\cos^2 x - 3 = 0$;

1) $\cos^2 x = \frac{1}{4}$; $\cos x = \pm\frac{1}{2}$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $x = \pm(\pi/3) + \pi n$;

2) $\cos^2 x = -3$; решений нет;

Ответ: $\pm(\pi/3) + \pi n$;

б) $4\sin^2 x = 4 - 9\,\mathrm{tg}^2 x$; $4\sin^2 x = 4 - 9\frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$; $4\sin^4 x - 17\sin^2 x + 4 = 0$;

1) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$; $x = (-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k$; $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$;

2) $\sin^2 x = 4$; решений нет;

Ответ: $\pm\frac{\pi}{6} + \pi k$.

1724. а) $\sin^3 x - \sin^2 x \cos x + 3\cos^3 x = 3\sin x \cos^2 x$;
$\sin^2 x(\sin x - \cos x) - 3\cos^2 x(\sin x - \cos x) = 0$;

$\sin(x - \frac{\pi}{4})(\sin^2 x - 3\cos^2 x) = 0$;

1) $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

2) $\mathrm{tg}^2 x = 3$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\pm\frac{\pi}{3} + \pi n$

б) $\sin^3 x + 5\sin^2 x \cos x = 6\cos^3 x$; $\cos x \neq 0$, т.к. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ не вляются решениями;

$tg^3 x + 5\, tg^2 x - 6 = 0$; $(tg\, x - 1)(tg^2 x + 6\, tg\, x + 6) = 0$;

1) $tgx = 1$; $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$;

2) $tg^2 x + 6tgx + 6 = 0$; $tgx = -3 \pm \sqrt{3}$; $x = arctg(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$;

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $arctg(-3 \pm \sqrt{3}) + \pi n$.

1725. а) $\sin x \cos x - 6\sin x + 6\cos x + 6 = 0$; $\cos x - \sin x = t$;

$\sin x \cos x = -\frac{t^2}{2} + \frac{1}{2}$; $1 - t^2 + 12t + 12 = 0$; $t^2 - 12t - 13 = 0$;

1) $t = 13$; $\cos x - \sin x = 13$; решений нет;

2) $t = -1$; $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi k$;

б) $5\sin 2x - 11\sin x - 11\cos x + 7 = 0$; $\sin x + \cos x = t$;

$\sin 2x = 2\sin x\cos x = t^2 - 1$; $5t^2 - 11t + 2 = 0$;

1) $t = \frac{1}{5}$; $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$; $x = -\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k$;

2) $t = 2$; $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$; решений нет;

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{10} + \pi k$.

1726. а) $8^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 4^{\sqrt{x}} - 3\ 2^{\sqrt{x}+1} + 8 = 0$; $2^{3\sqrt{x}}\ 3 \cdot 2^{2\sqrt{x}} - 6 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 = 0$;

$(2^{\sqrt{x}} - 1)(2^{2\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8) = 0$;

1) $2^{\sqrt{x}} = 1$; $x = 0$;

2) $2^{\sqrt{x}} - 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 8 = 0$; $2^{\sqrt{x}} = 4$; $x = 4$;

$2^{\sqrt{x}} = -2$ — не имеет решений;

Ответ: 0; 4;

б) $4^{\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 2^{\log_5 125} = 0$; $2^{2\log_5 x} - 6 \cdot 2^{\log_5 x} + 8 = 0$;

1) $2^{\log_5 x} = 4$; $x = 25$;

2) $2^{\log_5 x} = 2$; $x = 5$;

Ответ: 25; 5.

1727. а) $2^x \cdot 5^{\frac{1+x}{x}} = 50$; $2^x \cdot 5^{\frac{1}{x}} = 10$; $\frac{1}{x} + x\log_5 2 = \log_5 10$.

$x^2 \log_5 2 - x\log_5 10 + 1 = 0$;

$D = \log^2_5 10 - 4\log_5 2 = 1 + 2\log_5 2 + \log^2_5 2 - 4\log_5 2$;

$x = \dfrac{1+\log_5 2 + 1 - \log_5^2}{2\log_5 2} = \log_2 5$, $x = \dfrac{1+\log_5 2 - 1 + \log_5^2}{2\log_5 2} = 1$;

Ответ: 1; $\log_2 5$;

б) $3^x \cdot 2^{\frac{3}{x}} = 24$; $\frac{3}{x} + x\log_2 3 = 3 + \log_2 3$; $x^2\log_2 3 - (3+\log_2 3)x + 3 = 0$;

$x = \dfrac{3+\log_2 3 \pm (3-\log_2 3)}{2\log_2 3}$; $x = \dfrac{6}{2\log_2 3} = 3\log_3 2$, $x = 1$;

Ответ: $3\log_3 2$; 1; (в ответе задачника опечатка);

в) $3^{x-1} \cdot 625^{\frac{x-2}{x-1}} = 225$; $3^{x-1} \cdot 625^{\frac{1+x}{x}} = \frac{9}{25}$;

$x - 1 + \dfrac{1}{1-x}\log_3 625 = 2 - \log_3 25$;

$(x-1)^2 - (x-1)(2 - 2\log_3 5) - 4\log_3 5 = 0$;

1) $x - 1 = 2$; $x = 3$;

2) $x - 1 = -2\log_3 5$; $x = 1 - 2\log_3 5$;

Ответ: 3; $1 - 2\log_3 5$;

г) $5^x \cdot 2^{\frac{2+x}{x}} = 40$; $5^x \cdot 2^{\frac{2}{x}} = 20$; $x + \frac{2}{x}\log_5 2 = 1 + \log_5 4$;

$x^2 - x(1 + 2\log_5 2) + 2\log_5 2 = 0$; $x = 1$, $x = 2\log_5 2$;

Ответ: 1; $2\log_5 2$.

1728. а) $\log_{0,2}\sqrt{5x-4} = \log_{0,2} x$; ОДЗ: $\begin{cases} 5-4>0 \\ x>0 \end{cases}$; $x > \frac{4}{5}$;

$x^2 - 5x + 4 = 0$; $x = 4$, $x = 1$;

б) $\log_7\sqrt{3x^2 - 7x - 9} = \log_7(x+2)$; ОДЗ: $x > -2$; $3x^2 - 7x + 9 = x^2 + 4x + 4$;

$2x^2 - 11x + 5 = 0$; $x = \frac{1}{2}$, $x = 5$;

в) $\log_3(x-1) = \log_3\sqrt{6x-11}$; ОДЗ: $x > 1$; $x^2 - 8x + 12 = 0$; $x = 6$, $x = 2$;

г) $\log_{0,4} x = \log_{0,4} x\sqrt{x^2 + x}$; ОДЗ: $x > 0$; $x^2 = x^2 + x$;

$x = 0$ — не входит в ОДЗ;

Ответ: нет решений.

1729. а) $\log^2_{0,5} x + 12 = 7\log_2 x$; $\log^2_2 x - 7\log_2 x + 12 = 0$;

1) $\log_2 x = 3$; $x = 8$; 2) $\log_2 x = 4$; $x = 16$;

Ответ: 8; 16;

б) $\log^2_{0,5} x + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} + 8 = 0$; $\log^2_{0,5} x + \log_{\frac{1}{2}} x + 8 = 0$;

1) $\log^2_{0,5} x = 4$; $x = \frac{1}{16}$; 2) $\log^2_{0,5} x = 2$; $x = \frac{1}{4}$;

Ответ: $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{4}$;

в) $9 \log^2_8 x = 11 \log_2 x + 12$; $\log^2_2 x - 11 \log_2 x - 12 = 0$;

1) $\log_2 x = 12$; $x = 4096$; 2) $\log_2 x = -1$; $x = \frac{1}{2}$;

Ответ: 4096; $\frac{1}{2}$ (в ответе задачника опечатка);

г) $\sqrt{\log_2 x + 11} = 3\log_8 x - 1$; $\begin{cases} \log_2 x + 11 = \log_2^2 x - 2\log_2 x + 1 \\ 3\log_8 x \ge 1 \end{cases}$;

$\begin{cases} \log_2^2 x - 3\log_2 x - 10 = 0 \\ x \ge 2 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 5 \\ \log_2 x = -2 \end{array}\right. \\ x \ge 2 \end{cases}$; $x = 32$, $x = \frac{1}{4}$;

Ответ: 32; 1/4.

1730. а) $\log_{x+1} (x^2 - 3x + 1) = 1$; $x^2 - 3x + 1 = x + 1$; $x^2 - 4x = 0$; $x = 0$, $x = 4$;
подстановкой убеждаемся, что $x = 0$ — не подходит, $x = 4$ — подходит;
Ответ: 4;
б) $\log_x (2x^2 - 3x - 4) = 1$; $2x^2 - 3x - 4 = x^2$;
$x = 4$ — подходит; $x = -1$не подходит;
Ответ: 4.

1731. а) $\ln (0,2^x - 7) = \ln (9 - 3 \cdot 0,2^x)$; ОДЗ: $\begin{cases} 0,2^x > 7 \\ 0,2^x < 3 \end{cases}$; нет решений;

б) $9^{\log_3 x} - 12 \cdot 3^{\log_3 x} + 3^{\log_3 27} = 0$; $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 12x + 27 = 0 \end{cases}$;

$x = 3$, $x = 9$;

в) $e^{\lg(x-2)} \cdot \frac{1}{e} = (e^{-1})^{\lg(x+1)}$; $\lg (x - 2) - 1 = -\lg (x + 1)$;

$\begin{cases} \lg(x^2 - x - 2) = 1 \\ x \ge 2 \\ x \ge -1 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x \ge 2 \end{cases}$; $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array}\right. \\ x \ge 2 \end{cases}$; $x = 4$;

г) $\log_5 (2 + 3 \cdot 5^{-x}) = x + 1$; $2 + 3 \cdot 5^{-x} = 5 \cdot 5^x$; $5 \cdot 5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 3 = 0$;
1) $5^x = 1$; $x = 0$;
2) $5^x = -(3/5)$; нет решений;
Ответ: 0.

1732. а) $10^{\ln^2(3x-e)-5\ln(2x+e)} = (0{,}1)\,(0{,}1)^{\ln(2x+e)^5-1}$;

$1 - 5\ln(2x+e) = \ln^2(3x-e) - 5\ln(2x+e)$; $\ln^2(3x-e) = 1$;

$\left[\begin{array}{l} 3x-e=e \\ 3x-e=1/e \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{2e}{3} \\ x=\dfrac{e^2+1}{3e} \end{array}\right.$; проверкой убеждаемся, что оба корня подходят;

Ответ: $\dfrac{2e}{3}$; $\dfrac{e^2+1}{3e}$;

б) $\lg(9^x + 3^{3x+1} - 1) - \lg(3^x - 2\cdot 9^x) = 0$; $3^{2x} + 3\cdot 3^x - 1 = 3^x - 2\cdot 3^{2x}$;
$3\cdot 3^{2x} + 2\cdot 3^x - 1 = 0$;

1) $3^x = \dfrac{1}{3}$; $x = -1$ — подходит; 2) $3^x = -1$; нет решений;

Ответ: –1.

1733. а) $\log_{\frac{10}{7}}(\lg(x+1)-1)^{-1} = \log_{0{,}7}(3\lg(x+1)-1) - \log_{0{,}7}(\lg(x+1)+3)$;

$\lg(x+1) + 2\lg(x+1) - 3 = 3\lg(x+1) - 1$; $\lg^2(x+1) - \log(x+1) - 2 = 0$;
1) $\log(x+1) = 2$; $x = 99$ — подходит; 2) $\log(x+1) = -1$ — нет решений;
Ответ: 99;

б) $\log_{\sqrt{3}}(3x - 2\sqrt{3x-1}) = 2\log_3(2\sqrt{3x-1}+1)$; $3x - 1 = 4\sqrt{3x-1}$;

$\sqrt{3x-1}\,(\sqrt{3x-1} - 4) = 0$;

1) $\sqrt{3x-1} = 0$; $x = \dfrac{1}{3}$ — подходит;

2) $\sqrt{3x-1} = 4$; $x = \dfrac{17}{3}$ — подходит;

Ответ: $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{17}{3}$.

1734. а) $2\lg^2 x - 5|\lg x| = 0$; 1) $|\lg x| = 0$; $x = 1$; 2) $|\lg x| = 5$; $x = 10^{\pm 5}$;
Ответ: 1; $10^{\pm 5}$;

б) $\ln^2 x - \dfrac{3\ln^2 x}{|\ln x|} = 0$; $\ln^2 x\left(1 - \dfrac{3}{|\ln x|}\right) = 0$; $|\ln x| = 3$; $x = e^{\pm 3}$;

Ответ: $e^{\pm 3}$.

1735. а) $\log^2_{0{,}5} x - 3\,|\log_{0{,}5} x| + \log_{0{,}5} x = 0$;

1) $x \in (0;1]$, т.е. $|\log^2_{0{,}5} x| = \log_{0{,}5} x$; $\log^2_{0{,}5} x - 2\log_{0{,}5} x = 0$;

$\left[\begin{array}{l} \log_{0{,}5} x = 0 \\ \log_{0{,}5} x = 2 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1/4 \end{array}\right.$;

2) x ≥ 1, т.е. $|\log_{0,5}x| = -\log_{0,5} x$; $\log_{0,5}^2 x + 4\log_{0,5} x = 0$;

$\left[\begin{array}{l}\log_{0,5}^2 x = 0\\ \log_{0,5}^2 x = -4\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = 1\\ x = 16\end{array}\right.$;

Ответ: x = 1; x = 16; $x = \frac{1}{4}$;

б) $\lg^2 x - 9|\lg x| - \lg x = 0$;

1) $x \in (0;1]$, т.е. $|\lg x| = -\lg x$; $\lg^2 x + 8\lg x = 0$; $\left[\begin{array}{l}\lg x = 0\\ \lg x = -8\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = 1\\ x = 10^{-8}\end{array}\right.$;

2) x ≥ 1, т.е. $|\lg x| = \lg x$; $\lg^2 x - 10 \lg x = 0$; $\left[\begin{array}{l}\lg x = 0\\ \lg x = 10\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = 1\\ x = 10^{10}\end{array}\right.$;

Ответ: $x = 10^{-8}$; x = 1; $x = 10^{10}$.

1736. а) $\log_{\frac{1}{6}}(2\sin x - 1) = \log_{\frac{1}{6}}(2 - \sin^2 x)$; $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$;

$\left[\begin{array}{l}\sin x = -3\\ \sin x = 1\end{array}\right.$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$;

б) $\log_5(2\cos^2 x - 1) = \log_5(-11\cos x + 5)$; $2\cos^2 x + 11\cos x - 6 = 0$;

$\left[\begin{array}{l}\cos x = 1/2\\ \cos x = -6\end{array}\right.$; т.к. –(11/2) + 5 < 0 и |cos x| ≤ 1, то решений нет.

1737. а) $\log_2 \sin x = \log_2 -(\cos x)$;

$\begin{cases}\sin x + \cos x = 0\\ \sin x > 0\\ \cos x < 0\end{cases}$; $\begin{cases}\sin(x + \pi/4) = 0\\ \sin x > 0\\ \cos x < 0\end{cases}$; $\begin{cases}x = -(\pi/4) + \pi n\\ \sin x > 0\\ \cos x < 0\end{cases}$;

$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$;

б) $\log_3 \cos x = \log_3 - \sin x$.

$\begin{cases}\cos x + \sin x = 0\\ \sin x < 0\\ \cos x > 0\end{cases}$; $\begin{cases}x = -(\pi/4) + \pi n\\ \sin x > 0\\ \cos x < 0\end{cases}$; $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$.

1738. а) $\sqrt{x}\ \sin x \log_2 x = 0$;

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sqrt{x} = 0\\ \log_2 x = 0\end{array}\right.\\ x > 0\end{cases}$; $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x = \pi n\\ x = 0\\ x = 1\end{array}\right.\\ x > 0\end{cases}$;

Ответ: πn, n > 0; 1.

б) $\sqrt{3x + 1}\ \cos 2x \lg x = 0$;

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1}=0\\ \cos 2x=0\\ \lg x=0\end{array}\right.\\ 3x+1\ge 0,\ \ x>0\end{cases};\quad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-(1/3)\\ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi n}{2}\\ x=1\end{array}\right.\\ x>0\end{cases};$$

Ответ: $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}$, $n \ge 0$, 1.

1739. а) $2^{5x-1}(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2})\log_{0,5}(x+4) = 0$;

$$\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \log_{0,5}(x+4)=0\end{array}\right.;\quad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=(-1)^n\dfrac{\pi}{3}+\pi n\\ x=-3\end{array}\right.\\ x>-4\end{cases};$$

Ответ: $(-1)^n\frac{\pi}{3}+\pi n$, $n \ge 0$, –3.

б) $(\sin 2x + \cos 2x)(x - 8\sqrt{2x-15}) = 0$; ОДЗ: $x > 7,5$;

1) $\sin 2x + \cos 2x = 0$; $\sin(2x + (\pi/4)) = 0$;

$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $n \ge 6$ (т.к. x должен входить в ОДЗ);

2) $x = 8\sqrt{2x-15}$; $x^2 - 128x + 960 = 0$; $x = 8$, $x = 120$;

Ответ: 8; 120; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$, $n \ge 6$.

1740. а) $1+x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$; очевидно, $x = 0$ — корень;

т.к. $1+x^2 > 0$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} < 1$ при всех $x \ne 0$, то других корней, кроме $x = 0$, нет;

Ответ: 0.

б) $3 - x^2 = 2^{|x|}$; пусть $x \ge 0$; т.к. парабола убывает на этом промежутке, а $2^{|x|}$ возрастает, то пересечение может быть только одно — в силу четности функций $y = 3 - x^2$ и $y = 2^{|x|}$ $x = -1$ — также корень и других корней, кроме $x = \pm 1$, не будет;

Ответ: 1.

1741. а) $2 - x - \sqrt[5]{x} = 0$;

$2 - x = \sqrt[5]{x}$; $y = 2 - x$ – убывает, а $y = \sqrt[5]{x}$ — возрастает, значит, графики этих функций имеют только одну общую точку $-x = 1$;

Ответ: 1;

б) $\log_5 x + (x - 5)^3 = 1$;
ОДЗ: $x > 0$, при $x > 0$, $y = \log_5 x$ возрастает и $y = (x - 5)^3$ – возрастает $\Rightarrow y = \log_5 x + (x - 5)^3$ — возрастает; значит график этой функции может иметь только одно пересечение с прямой $y = 1$; легко видеть, что пересечение будет при $x = 5$;
Ответ: 5.

1742. а) $\sin \frac{5\pi}{4} x = x^2 - 4x + 5$; функция $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ принимает минимальное значение 1 при $x = 2$; функция $y = \sin\frac{5\pi}{4}x$ принимает значение 1 при $x = \frac{2}{5} + \frac{8n}{5} \Rightarrow x = 2$ — единственный корень (т.к. $x^2 - 4x + 5 > 1$ при $x \neq 1$, а $\sin\frac{5\pi}{4}x \leq 1$);
Ответ: 2;
б) $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$; рассуждая аналогично предыдущему пункту получим: $x = 3$;
Ответ: 3.

1743. а) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$;
функция $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ принимает минимальное значние $y = 1$ при $x = 1$;
функция $\log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10}$ принимает минимальное значение $y=1$ при $x=1$;
Ответ: 1;
б) $(x - 7)^6 + \log_5 \sqrt{x^2 - 14x + 74} = 1$;
рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим: $x = 7$;
Ответ: 7.

1744. а) $\log_2 (x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$; функция $y = \log_2 (x^2 - 4x + 8)$ принимает минимальное значние $y=2$ при $x=2$ при $x \neq 2$, $y > 2$;
функция $y= \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$ принимеет максимальное значение $y = 2$ при $x = 2$; при $x \neq 2$, $y \leq 2$;
Ответ: 2.
б) $\log_3 (x^2 + 4x + 13) = \cos \pi x - \sin \frac{\pi x}{4}$ рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим: $x = -2$;
Ответ: –2.

§ 57. Решение неравенств с одной переменной

1745. а) $x^2 - 9 = 0$; 1) $|x| \le 3$; 2) $x^4 \le 81$; 3) $x^6 \le 729$;

б) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; 1) $x > 3$; 2) $x^3 > 273$; $x^5 > 243$.

1746. а) $\log_{0,2} x < 0$; 1) $\log_5 x > 0$; 2) $\log_{0,2} x < 1$; 3) $x > 1$;

б) $10^{x-3} < 1$; 1) $\frac{10^x}{1000} < 1$; 2) $10^x < 1000$; 3) $x < 3$.

1747. а) $\sin x + 2\log_3 x > 20$ и $\sin x > 20 - \log_3 x$; являются равносильными, т.к. перенос из одной части уравнения в другую не нарушает равносильности;

б) $\frac{\sin x}{\sqrt{x^2+1}} \ge 1$ и $\sin x \ge \sqrt{x^2+1}$ являются равносильными, т.к. $\sqrt{x^2+1} > 0$, поэтому домножив на него, мы не нарушим равносильности;

в) $13 - 13^{x^2-4} \ge 10^x$ и $13 \ge 10^x + 13^{x^2-4}$; являются равносильными, т.к. перенос не нарушает равносильности;

г) $10^{4x-1} \cdot \lg(x^2-4) > 0$ и $\lg(x^2-4) < 0$; являются равносильными, т.к. $10^{4x-1} > 0$, поэтому разделив на него, мы не нарушим равносильности.

1748. а) $\lg(x^2+9) > \lg(2x^2+4) \Leftrightarrow x^2 + 9 > 2x^2 + 4$ (т.к. $x^2 + 9 > 0$ и $2x^2 + 4 > 0$);

б) $1{,}4^{7x-9} \le 1{,}4^{x^2-6} \Leftrightarrow 7x - 9 \le x^2 - 6$;

в) $\sqrt[5]{4x-9} \ge \sqrt[5]{7x+9} \Leftrightarrow 4x - 9 \ge 7x + 9$;

г) $\log_{0,2}(16x^2 + 8) < \log_{0,2}(x^2 + 1)$, $16x^2 + 8 > x^2 + 1$.

1749. а) $\begin{cases} 3x - 11 > 2x + 13 \\ 17x + 9 < 9x + 99 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$; нет решений;

б) $\begin{cases} 3x - 11 \le 2x + 13 \\ 17 + 9 \ge 9x + 99 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 24 \\ x < \frac{45}{4} \end{cases}$; $x \in [8; 11]$.

1750. а) $\begin{cases} (x+1)^2 - (x-1)^2 \ge 12 \\ (x+4)(x-4) - (x+2)^2 < 9 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge 3 \\ x > -\frac{9}{4} \end{cases}$; $x \in [3; +\infty)$;

б) $\begin{cases} (x-2)(x^2+2x+4) - x^3 < 8x \\ 3x - 16 \le x \end{cases}$; $\begin{cases} x^3 - 8 - x^3 < 8x \\ 2x \le 16 \end{cases}$; $\begin{cases} x > -1 \\ x \le 8 \end{cases}$; $x \in (-1; 8]$.

1751. а) $\begin{cases} 7 + 3x < 5x + 3 \\ 7x - 15 < 4x - 3 \\ 11x - 32 > 13x - 42 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \\ x < 5 \end{cases}$; $x \in (2; 4)$;

б) $\begin{cases} 29+25x>2(13x+9) \\ 2x>5 \\ 3(5x+3)<4(4x+3) \end{cases}$; $\begin{cases} x<11 \\ x>2{,}5 \\ x<3/7 \end{cases}$; $x\in(2{,}5;\ 11)$.

1752. а) $\begin{cases} \dfrac{3x+5}{7}+\dfrac{10-3x}{5}>\dfrac{2x+7}{3}-\dfrac{168}{21} \\ \dfrac{7x}{3}-\dfrac{11(x+1)}{6}>\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{13-x}{2} \end{cases}$;

$\begin{cases} 45x+75+210-63x-70x-245>-840 \\ 14x-11x+11>6x-2-39+3x \end{cases}$; $\begin{cases} 88x<880 \\ 6x<52 \end{cases}$; $\begin{cases} x<10 \\ x<26/3 \end{cases}$;

$x\in(-\infty;\ 26/3)$ (в ответе задачника опечатка);

б) $\begin{cases} \dfrac{2x-11}{4}+\dfrac{19-2x}{2}<2x \\ \dfrac{12x+15}{9}>\dfrac{1}{5}(x-1)+\dfrac{x}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} 2x-4x-8x<38+11 \\ 10x+75>9x-9+15x \end{cases}$; $\begin{cases} 10x>27 \\ 14x<84 \end{cases}$; $x\in(2;\ 7;\ 6)$.

1753. а) $\begin{cases} x^3<3 \\ 3x^2-x>5-15x \end{cases}$; $\begin{cases} x(x^2-1)<0 \\ 3x^2+14x-5>0 \end{cases}$;

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 0<x<1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ x>1/3 \end{array}\right. \end{cases}$; $x\in(-\infty;\ -5)\cup(1/3;\ 1)$;

б) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{x-7}<1 \\ \dfrac{3x+4}{4x-2}>-1 \end{cases}$; $\begin{cases} \dfrac{12}{x-7}<0 \\ \dfrac{7x+2}{4x-2}>0 \end{cases}$; $\begin{cases} x<7 \\ \left[\begin{array}{l} x<-(2/7); \\ x>1/2 \end{array}\right. \end{cases}$ $x\in(-\infty;\ -(2/7))\cup(1/2;\ 7)$.

1754. а) $\begin{cases} \dfrac{x}{x+2}-\dfrac{24}{(x+2)^2}<0 \\ -3x<9 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+2x-24<0 \\ x\neq-2 \\ x>-3 \end{cases}$; $\begin{cases} -6<x<4 \\ x>-3 \\ x\neq-2 \end{cases}$;

$x\in(-3;-2)\cup(-2;4)$;

б) $\begin{cases} \dfrac{x^2-1{,}5x-7}{(x-4)^2}>0 \\ x^2<25 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x^2-3x-14>0 \\ -5<x<5 \end{cases}$; $\begin{cases} x<-2 \\ -5<x<5 \end{cases}$;

$x\in(-5;-2)\cup(\dfrac{7}{2};4)\cup(4;5)$.

1755. а) $\left[\begin{array}{l} x^2-4>0 \\ x-6<0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2; \\ x<6 \end{array}\right.$ $x \in (-\infty;\ +\infty)$;

б) $\left[\begin{array}{l} (x-3)^3>27 \\ 4x-1<12x \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x \geq 0 \\ x>-\dfrac{1}{8} \end{array}\right.$; $x \in (-\dfrac{1}{8};\ +\infty)$; $x > -\dfrac{1}{8}$.

в) $\left[\begin{array}{l} x(x+1) \leq 0 \\ 3x-9>0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} -1 \leq x \leq 0 \\ x>3 \end{array}\right.$; $x \in [-1;\ 0] \cup (3;\ +\infty)$;

г) $\left[\begin{array}{l} (x+3)(x^2-3x+9)<54 \\ x^2-9>0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x^3+27<54 \\ x^2>9 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x<3 \\ x<-3; \\ x>3 \end{array}\right.$ $x \in (-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$.

1756. а) $\left[\begin{array}{l} \dfrac{2x-3}{x+3}>0 \\ \dfrac{5x+1}{4x-2}<0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ -1/5<x<1/5 \end{array}\right.$; $x \in (-\infty;\dfrac{1}{3}) \cup (-\dfrac{1}{5};\dfrac{1}{2}) \cup (\dfrac{3}{2};+\infty)$;

б) $\left[\begin{array}{l} \dfrac{2x}{x+3}<\dfrac{5}{x} \\ \dfrac{3}{x-2}<\dfrac{2}{x} \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} \dfrac{3x+15}{x(x+3)}>0 \\ \dfrac{x+4}{x(x-2)}<0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} -5<x<-3 \\ x>0 \\ x<-4 \\ 0<x<2 \end{array}\right.$; $x \in (-\infty;-3) \cup (0;+\infty)$;

в) $\left[\begin{array}{l} (x+3)(x-1)>0 \\ 2-x^2 \leq 0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>1 \\ x \geq \sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{array}\right.$; $x \in (-\infty;\sqrt{2}) \cup (1;+\infty)$;

г) $\left[\begin{array}{l} x^2<25 \\ \dfrac{x-1}{x+3}<0 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} -5<x<5 \\ -3<x<1 \end{array}\right.$; $x \in (-5;\ 5)$.

1757. а) $\log_{14}(x-1) \leq \log_{14}(2x+3)$; $0 < x-1 \leq 2x+3$; $\begin{cases} x \geq -4 \\ x>1 \end{cases}$;

Ответ: $x \in (1;\ +\infty)$;

б) $\log_{0,3}(2x+1) < \log_{0,3}(x-3)$; $2x+1>x-3>0$; $\begin{cases} x>-4 \\ x>3 \end{cases}$; $x \in (3;\ +\infty)$.

1758. а) $\log_{\frac{1}{\pi}}(2x^2-5x) \geq \log_{\frac{1}{\pi}}(2x-3)$;

$0 < 2x^2 - 5x \le 2x - 3;$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 2,5 \\ x < 0 \end{array}\right. \\ 2x^2 - 7x + 3 \le 0 \end{cases};$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 2,5 \\ x < 0 \end{array}\right. \\ 1/2 \le x \le 3 \end{cases};$ $x \in (2,5;\ 3];$

б) $\lg(5x^2 - 15x) \le \lg(2x - 6);$ $0 < 5x^2 - 15x \le 2x - 6;$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < 0 \end{array}\right. \\ 5x^2 - 17x + 6 \le 0 \end{cases};$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < 0 \end{array}\right. \\ 0,4 \le x \le 3 \end{cases};$ решений нет.

1759. а) $2^{\sqrt{x+4}} \ge \frac{1}{2}\sqrt{128}$; ОДЗ: $x \ge -4$; $\sqrt{x+4} \ge -1 + \frac{7}{2}$;

$\begin{cases} 4x + 16 \ge 25 \\ x + 4 \ge 0 \end{cases};$ $x \in (\frac{9}{4};\ +\infty);$

б) $0,5^{\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}} \le 1$; $\sin x \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x \in [-\frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ \frac{4\pi}{3} + 2\pi n].$

1760. а) $\log_9(x^2 - 10x + 40) \le \log_9(4x - 8)$; $0 < x^2 - 10x + 40 \le 4x - 8$;
$x^2 - 14x + 48 \le 0$; $x \in [6;\ 8]$;
б) $\log_{0,7}(9x - 4x^2) \ge \log_{0,7}(x^3 + 4x^2)$; $0 < 9x - 4x^2 \le x^3 + 4x^2$;

$\begin{cases} x(x^2 + 8x - 9) \ge 0 \\ 0 < x < \frac{9}{4} \end{cases};$ $x \in [1;\ \frac{9}{4});$

в) $\log_{\sqrt{2}} \frac{x-2}{2x-4} > \log_{\sqrt{2}} \frac{x+1}{x+2}$; $\frac{x-2}{2x-4} > \frac{x+1}{x+2} > 0$;

$\begin{cases} \frac{2x+2}{x+2} < 1 \\ \left[\begin{array}{l} x > -1 \\ x < -2 \end{array}\right. \end{cases};$ $\begin{cases} \frac{x}{x+2} < 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > -1 \\ x < -2 \end{array}\right. \end{cases};$ $x \in (-1;\ 0);$

г) $\log_{\frac{1}{3}}(5x - 4) < \log_{\frac{1}{3}} x^2$; $x^2 - 5x + 4 < 0$; $x \in (1;\ 4)$.

1761. а) $(x^2 - 6x)^5 \ge (2x - 7)^5$; $x^2 - 8x + 7 \ge 0$; $\left[\begin{array}{l} x \le 1 \\ x \ge 7 \end{array}\right.;$ $x \in (-\infty;\ 1] \cup [7;\ +\infty)$;

б) $(x^2 - 2x)^9 \le (2x - x^2 - 2)^9$; $2x^2 - 4x + 2 \le 0$; $2(x - 1)^2 \le 0$; $x = 1$;
в) $(x^2 - 10)^{11} < (5 - 2x)^{11}$; $x^2 + 2x - 15 < 0$; $x \in (-5;\ 3)$;
г) $(6x^2 - 4x - 2)^7 > (x^2 + 3x + 10)^7$; $5x^2 - 7x - 12 > 0$; $\left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 2,4 \end{array}\right.;$

$x \in (-\infty;\ -1) \cup (2,4;\ +\infty)$.

1762. а) $(2^{x+1} + 1)^6 \ge (2^x + 7)^6$; $2^{x+1} + 1 \ge 2^x + 7$; $2^x \ge 16$; $x \in [4;\ +\infty)$;
б) $(2 \cdot 0,1^x + 3)^{10} < (0,1^x + 103)^{10}$; $0,1^x \le 100$;

$x \in [-2; +\infty)$ (в ответе задачника опечатка);
в) $(3 - 3\log_{0,2} x)^{13} < (\log_{0,2} x + 7)^{13}$; $3 - 3\log_{0,2}x < \log_{0,2}x + 7$;
$\log_{0,2} x > -1$; $x \in (0; 5)$; $0 < x < 5$.
г) $(3\log_7 x - 24)^5 > (2 \log_7 x - 22)^5$; $3\log_7 x - 24 > 2\log_7 x - 22$;
$\log_7 x > 2$; $x \in (49; +\infty)$.

1763. а) $2^{x^2+2} - 8^{x+1} \geq 0$; $2^{x^2} - 2^{3x} \geq 0$; $x^2 \geq 3x$; $x(x-3) \geq 0$;
$x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$;
б) $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} < 0$; $3^{15-3x^2} < 3^{x^2-1}$; $3x^2 + x^2 > 16$; $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

1764. а) $(\sqrt{3})^{\text{tg}\, x} \leq \dfrac{3\sqrt{3}}{3^{\text{tg}x}}$; $3^{(1/2)\text{tg}x} \leq 3^{(3/2)\text{tg}x}$; $\dfrac{1}{2}\text{ tg } x \leq 1 + \dfrac{3}{2} - \text{tg } x$;

$\text{tg } x \leq 1$; $x \in (-\dfrac{\pi}{2} + \pi n; \dfrac{\pi}{4} + \pi n]$;

б) $\sqrt{2}^{\,2\cos x} > \dfrac{1}{2 \cdot 2^{\cos x}}$; $\cos x > -1 - \cos x$; $\cos x > -(1/2)$;

$x \in (-\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n; \dfrac{2\pi}{3} + 2\pi n)$.

1765. а) $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 \geq 0$; $\left[\begin{array}{l} 3^x \leq -1 \\ 3^x \geq 3 \end{array}\right.$; $x \in [1; +\infty)$;

б) $2 \cdot 5^x - 5^x - 1 \leq 0$; $-\dfrac{1}{2} \leq 5^x \leq 1$; $x \in (-\infty; 0]$.

1766.
а) $3^{1+x} \cdot 2^{1-x} + 3^x \cdot 2^{-x} \leq 10{,}5$;
$3^x \cdot 2^{-x}(6 + 1) \leq 10{,}5$;
$3^x \cdot 2^{-x} \leq 1{,}5$;
$3^{x+(1-x)\log_2 3} \leq 3$; $x(1 - \log_2 3) \leq 1 - \log_2 3$; $x \in (-\infty; 1]$;
б) $2^x \cdot 5^{1-x} + 2^{x+1} \cdot 5^{-x} \geq 2{,}8$; $2^x 5^{-x}(5 + 2) \geq 2{,}8$; $x - x\log_2 5 \geq \log_2 0{,}4$;

$x \leq \dfrac{1-\log_2 5}{1-\log_2 5}$; $x \in (-\infty;]1$.

1767. а) $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 2 > 0$; $\left[\begin{array}{l} \sqrt[6]{x} < -1 \\ \sqrt[6]{x} > 2 \end{array}\right.$; $x > 64$; $x \in [64; +\infty)$.

б) $\sqrt[5]{x} - 6\sqrt[10]{x} + 8 < 0$; $2 < \sqrt[10]{x} < 4$; $2^{10} < x < 4^{10}$; $x \in (2^{10}; 2^{20})$.

1768. а) $3^x + 3^{-x+1} \leq 4$; $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$; $1 \leq 3^x \leq 3$; $x \in [0; 1]$;
б) $25^{-x} - 50 > 5^{-x+1}$; $5^{-2x} - 5 \cdot 5^{-x} - 50 > 0$;

$\left[\begin{array}{l} 5^{-x} < -5 \\ 5^{-x} > 10 \end{array}\right.$; $x \in (-\infty; -\log_5 10)$.

1769. а) $\log^2{}_2 x - 7\log_2 x + 12 < 0$; $3 < \log_2 x < 4$; $x \in (8; 16)$;

б) $3\log^2_{1/3} x - 10\log_{\frac{1}{3}} x + 3 \geq 0$; $\left[\begin{array}{l} \log_{1/3} x \geq 3 \\ \log_{1/3} x \leq 1/3 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x \leq 1/27 \\ x \geq \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}} \end{array}\right.$;

$x \in (-\infty; 1/27] \cup [\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}; +\infty)$.

1770. а) $\log^2{}_2 (x-1) + 3\log_2 (x-1) + 2 \geq 0$;

$\left[\begin{array}{l} \log_2(x-1) \leq -2 \\ \log_2(x-1) \geq -1 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x \leq \dfrac{5}{4} \\ x \geq \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$; $x \in (1; \dfrac{5}{4}] \cup [\dfrac{3}{2}; +\infty)$;

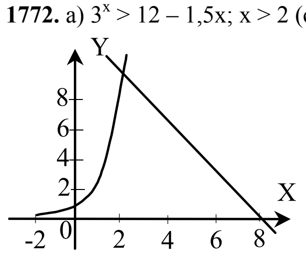
б) $9^{\log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 0{,}1^{\log_{0,1} 3} < 0$; $3^{2\log_{0,1} x} - 4 \cdot 3^{\log_{0,1} x} + 3 < 0$;

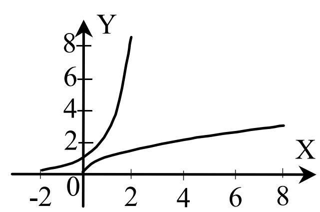
$\dfrac{1}{3} < 3^{\log_{0,1} x} < 3$; $-1 < \log_{0,1} x < 1$; $0{,}1 < x < 1$; $x \in (0{,}1; 1)$.

1771. а) $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 < 0$; $\dfrac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$; $x \in [\dfrac{\pi}{6} + 2\pi n; \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi n]$;

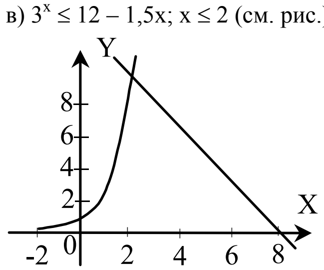
б) $\cos^2 x - 5\cos x + 4 \leq 0$; $1 \leq \cos x \leq 4$; $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$.

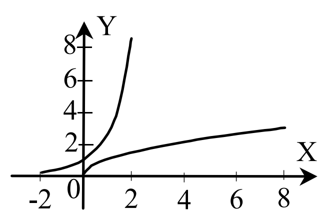
1772. а) $3^x > 12 - 1{,}5x$; $x > 2$ (см. рис.); б) $2^x \geq \sqrt{x}$; $x \geq 0$ (см. рис.);



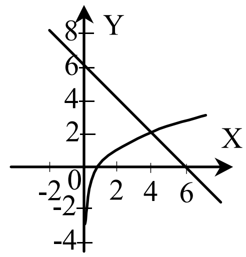


в) $3^x \leq 12 - 1{,}5x$; $x \leq 2$ (см. рис.); г) $2^x \leq \sqrt{x}$; нет решений (см. рис.).

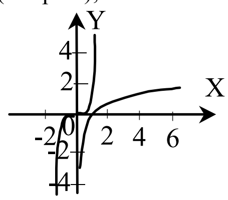




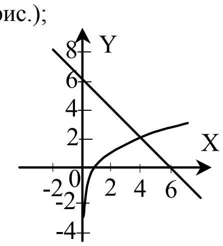
1773. а) $\log_2 x < 6 - x$; $x \in (0; 4)$ (см. рис.);



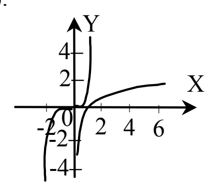
б) $\log_3 x \geq x^3$; решений нет (см. рис.);



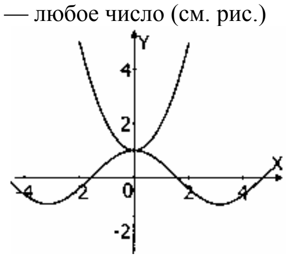
в) $\log_2 x \geq 6 - x$; $x \geq 4$ (см. рис.);



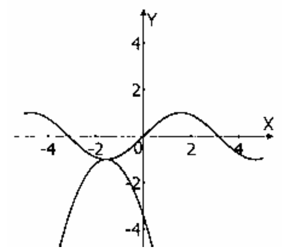
г) $\log_3 x < x^3$; $x > 0$ (см. рис.).



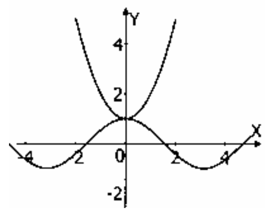
1774. а) $x^2 + 1 \geq \cos x$; x — любое число (см. рис.)



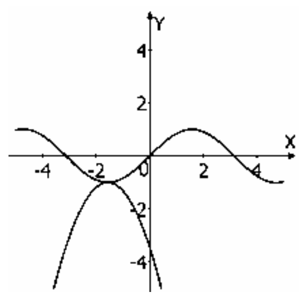
б) $\sin x \le -(x+\frac{\pi}{2})^2 - 1$; $x = -\frac{\pi}{2}$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



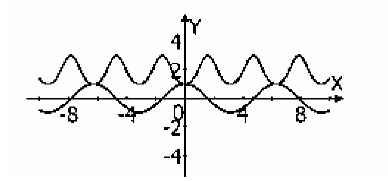
в) $x^2 + 1 \le \cos x$; $x = 0$ (см. рис.);



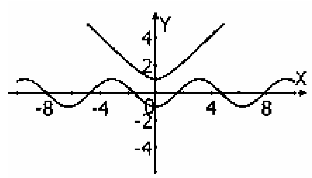
г) $\sin x \ge -(x+\frac{\pi}{2})^2 - 1$; x — любое число (см. рис.)



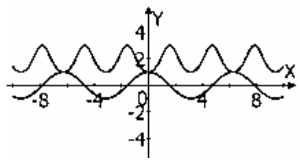
1775. а) $3^{\sin^2 x} \ge \cos x$; x — любое число (см. рис.)



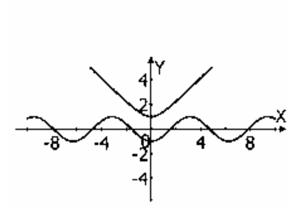
б) $\sqrt{x^2+1} \le -\cos x$; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



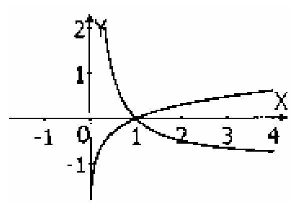
в) $3^{\sin^2 x} \le \cos x$; $x = 2\pi n$ (см. рис.) (в ответе задачника опечатка);



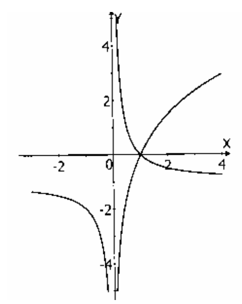
г) $\sqrt{x^2+1} \ge \sin x$; x — любое число (см. рис.).



1776. а) $\lg x < \frac{1}{x} - 1$; $x \in (0; 1)$ (см. рис.);



б) $\log_{1,6} x \ge \frac{1}{x} - 1$; $x \ge 1$ (см. рис.);



1777. а) $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\log_7(2-x)}$; область определения данной функции:

$\left[\begin{array}{l} x \in [-3;3] \\ x < 2 \\ x \neq 1 \end{array}\right.$; $x \in [-3;\ 1) \cup (1;\ 2)$;

б) $y = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\log_8(x-3)}$; область определения данной функции: $\left\{\begin{array}{l} x > 3 \\ x \neq 4 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 2, \\ x \leq -2 \end{array}\right. \end{array}\right.$;

$x \in (3;\ 4) \cup (4;\ +\infty)$.

1778. а) $9^{x+2} + 4 \cdot 3^{2x+2} \geq 4\dfrac{1}{3}$; $3^{2x+2}(9+4) \geq \dfrac{13}{3}$;

$2x + 2 \geq -1$; $x \in (\dfrac{3}{2};\ +\infty)$;.

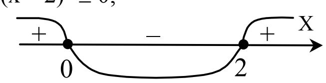
б) $8^{x-2} + 3 \cdot 2^{3x-2} \leq 24\dfrac{1}{2}$; $2^{3x-6}(1 + 3 \cdot 2^4) \leq \dfrac{49}{2}$;

$3x - 6 \leq -1$; $x \in [-\infty;\ \dfrac{5}{3}]$.

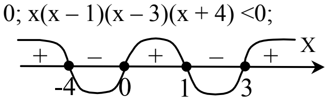
1779. а) $4^{\sqrt{x}} - 9 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 < 0$; $1 < 2^{\sqrt{x}} < 8$; $0 < \sqrt{x} < 3$; $x \in (0;\ 9)$;

б) $9^{\sqrt{x}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 9 < 0$; $1 < 3^{\sqrt{x}} < 9$; $0 < \sqrt{x} < 2$; $x \in (0;\ 4)$.

1780. а) $x^4 - 8x - 6x^3 + 12x^2 \geq 0$; $x(x^3 - 6x + 12x - 8) \geq 0$;
$x(x-2)(x-2)^2 \geq 0$; $x(x-2)^3 \geq 0$;

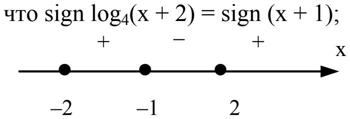


$x \in (-\infty;\ 0] \cup [2;\ +\infty)$;
б) $x^4 + 12x < 13x^2$; $x(x^3 - 13x + 12) < 0$; $x((x^3 - x) - (12x - 12)) < 0$;
$x(x-1)(x^2 + x - 12) < 0$; $x(x-1)(x-3)(x+4) < 0$;



$x \in (-4;\ 0) \cup (1;\ 3)$;

1781. а) $(x-2)\log_4(x+2) \geq 0$; ОДЗ: $x > -2$;
воспользуемся тем, что $\operatorname{sign}\log_4(x+2) = \operatorname{sign}(x+1)$;



$x \in (-2; -1] \cup [2; +\infty)$; б) $(3 - x)\sqrt{\log_3(x+5)} \le 0$;

ОДЗ: $x > -5$; $x \ge 3 > -5$; $x \in [3; +\infty)$.

1782. а) $(x - 3{,}1)\ln(x^2 - 10x + 22) \ge 0$;

1) $\begin{cases} x^2 - 10x + 22 \ge 1 \\ x \ge 3{,}1 \end{cases}$; $\begin{cases} (x-7)(x-3) \ge 0 \\ x \ge 3{,}1 \end{cases}$; $x \in [3;3{,}1] \cup [7; +\infty]$;

2) $\begin{cases} x \le 3{,}1 \\ x^2 - 10x + 22 \le 1 \\ x^2 - 10x + 22 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \le 3{,}1 \\ (x-3)(x-7) \le 0 \\ (x - 5 + \sqrt{3}) > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \le 3{,}1 \\ 3 \le x \le 7 \\ \left[\begin{array}{l} x < 5 - \sqrt{3} \\ x > 5 + \sqrt{3} \end{array}\right. \end{cases}$;

Ответ: $x \in [3; 3{,}1] \cup [7 + \infty)$;

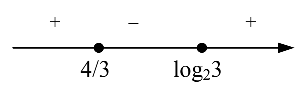
б) $(x - 7{,}3)\ln(x^2 - 8x + 8) \le 0$;

1) $\begin{cases} x^2 - 8x + 8 \ge 1 \\ x \le 7{,}3 \end{cases}$; $\begin{cases} (x-7)(x-1) \ge 0 \\ x \le 7{,}3 \end{cases}$; $x \in (-\infty; 1]$ v $[7;7{,}3]$;

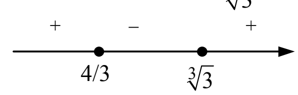
2) $\begin{cases} x \le 3{,}1 \\ x^2 - 10x + 22 \le 1 \\ x^2 - 10x + 22 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} (x-7)(x-1) \le 0 \\ (x - 4 + 2\sqrt{2})(x - 4 - 2\sqrt{2}) > 0 \\ x \ge 7{,}3 \end{cases}$;

Ответ: $x \in (-\infty; 1] \cup [7;7{,}3]$.

1783. а) $(2^x - 3)(3x - 4) \le 0$; $(2^x - 2^{\log_2 3})(3x - 4) \le 0$; $x \in [\frac{4}{3}; \log_2 3]$;



б) $(3\log_3 x - 1)(3x - 4) \ge 0$; ОДЗ: $x > 0$; $3\log_3 \frac{x}{\sqrt[3]{3}} \cdot (3x - 4) \ge 0$;



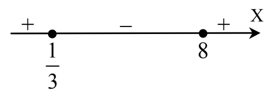
$x \in (0; \frac{4}{3}] \cup [\sqrt[3]{3}; +\infty)$.

1784. а) $(x + 3)\log_{\frac{1}{7}} x < 0$; ОДЗ: $x > 0$; при $x > 0$,

т.е. исходное неравенство равносильно следующему: $\log_{\frac{1}{7}} < 0$; $x \in (1; +\infty)$.

б) $(x - 5)\sqrt{x+1} < 0$; $\begin{cases} x - 5 < 0 \\ x \ge -1 \end{cases}$; $x \in (-1; 5)$;

в) $\frac{e^{3x-1}-1}{x+8} > 0$; воспользуемся тем, что sign $(e^{3x-1} - 1)$ = sign $(3x - 1)$;



$x \in (-\infty; -8) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$;

г) $x\sqrt{x+7} < 0$; $\begin{cases} x < 0 \\ x > -7 \end{cases}$; $x \in (-7; 0)$.

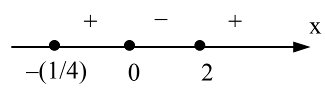
1785. а) $\sqrt{x}\ \log_2(x^2 - 8) > 0$; $\begin{cases} x^2 - 8 > 1 \\ x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} |x| > 3 \\ x > 0 \end{cases}$; $x \in (3; +\infty)$;

б) $3^{x^2-19}\sqrt{x^2-4} < 0$; решений нет, т.к. $3^{x^2-19} > 0$ и $\sqrt{x^2-4} > 0$);

в) $\sqrt{-x}\ \log_{\frac{1}{8}}(100 - x^2) < 0$; ОДЗ: $x \in (-10; 0]$; $100 - x^2 > 1$; $x \in (-\sqrt{99}; 0)$;

г) $(2^{x^2-15} - 0{,}5)\log_6(4x + 1) > 0$; $(2^{x^2-5} - 2^{-1})\log_6(4x+1)$;

ОДЗ: $x > -\frac{1}{4}$; $x \in (-1/4; 0) \cup (2; +\infty)$.



1786. а) $\frac{(x-3)(3^{\frac{1}{x-4}} + 0{,}3)}{x+2} \le 0$; ОДЗ: $x \ne 4$, $x \ne -2$; $\frac{x-3}{x+2} \le 0$; $x \in (-2; 3]$

(в ответе задачника опечатка);

б) $\frac{(x+5)(2^{\frac{1}{x+1}} + 0{,}2)}{x-2} \le 0$; ОДЗ: $x \ne 2$, $x \ne -1$; $\frac{x+5}{x-2} \le 0$; $x \in [-5; -1) \cup (-1; 2]$.

1787. а) $(x^2 - 2x)(\mathrm{tg}^2\, x + 2^{x+1}) < 0$; ОДЗ: $x \ne \frac{\pi}{2} + \pi n$;

т.к. $\mathrm{tg}^2\, x + 2^{x+1} > 0$, то $x \in [0; \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}; 2]$;

б) $(x^2 + 4x)(\mathrm{ctg}^2\, x + 3^{x-1}) \le 0$; т.к. $\mathrm{ctg}^2\, x + 3^{x-1} > 0$, то $x \in [-4; -\pi) \cup (-\pi; 0)$.

1788. а) $\frac{\sqrt{2x+4}}{2^{x-3}} \ge \frac{\sqrt{2x+4}}{7^{x-3}}$; ОДЗ: $x \ge -2$; $x = -2$ — решение;

пусть теперь $x \ne -2$; $\frac{1}{2^{x-3}} \ge \frac{1}{7^{x-3}}$; $x \ge 3$;

Ответ: $x \in [3; +\infty) \cup \{-2\}$;

б) $\frac{\sqrt{7+6x}}{0,2^{x+1}} \le \frac{\sqrt{7+6x}}{0,3^{x+1}}$; ОДЗ: $x \ge -\frac{7}{6}$; $x = -\frac{7}{6}$ — решение;

пусть теперь $x \ne -(7/6)$; $5^{x+1} \le \left(\frac{10}{3}\right)^{x+1}$; $x \le -1$;

Ответ: $x \in [-\frac{7}{6}; -1]$.

1789. а) $(\sin^2 x + 1)(\lg(2x-3) - 2) \le 0$; $\lg(2x-3) \le 2$ (т.к. $\sin^2 x + 1 > 0$);
$0 < 2x - 3 \le 100$; $\frac{3}{2} < x \le \frac{97}{2}$; $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{97}{2}\right]$;

б) $(\sqrt{6x-1} + 5)(5^{x^2-1} - \frac{1}{5}) > 0$;

$\begin{cases} 5^{x^2-1} - \frac{1}{5} > 0 \\ 6x - 1 \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2 - 1 > -1 \\ x \ge \frac{1}{6} \end{cases}$; $x \in \left[\frac{1}{6}; +\infty\right)$;

в) $\cos x\,(2^{x+3} + 3^{x-7}) \ge 0$; $\cos x \ge 0$; $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$;

г) $(2 - \sqrt{3x+1})(\log^2_{0,5}(3x-6) + 2) < 0$;

$\begin{cases} 2 - \sqrt{3x+1} < 0 \\ 3x - 6 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$; $x \in (2; +\infty)$.

1790. а) $\sqrt{3x^2+1} \ge x + 1$;
1) $x + 1 \le 0$; $x \le -1$;
2) $x + 1 > 0$; $3x^2 + 1 \ge x^2 + 2x + 1$; $2x^2 - 2x \ge 0$; $x \in (-1; 0] \cup [1; +\infty)$
Ответ: $x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.
б) $\sqrt{x^2 + x} < x + 1$; ОДЗ: $\begin{cases} x \le -1 \\ x \ge 0 \end{cases}$; $x^2 + x < x^2 + 2x + 1$; $x > -1$;

Ответ: $x \in [0; +\infty)$.
в) $\sqrt{5x^2+4} \le 7x + 10$;

$\begin{cases} 5x^2 + 4 \le 49x^2 + 140x + 100 \\ 7x + 10 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 11x^2 + 35x + 24 \ge 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}$;

$\begin{cases} \left(x + \frac{24}{11}\right)(x+1) \ge 0 \\ x > -\frac{10}{7} \end{cases}$; $x \in [-1; +\infty)$;

г) $\sqrt{2x^2 + 7x} > 5 - 2x$;

1) $5 - 2x \le 0$; $\ge 2{,}5$;
2) $x < 2{,}5$; $2x^2 + 7x > 25 + 4x^2 - 20x$; $2x^2 - 27x + 25 < 0$; $1 < x < 12{,}5$;
Ответ: $x \in (1; +\infty)$.

1791. а) $\sqrt{x^2 - 11x - 12} < \sqrt{x^2 + 11x + 6}$;

$0 \le x^2 - 11x - 12 < x^2 + 11x + 6$;

$\begin{cases}(x-12)(x+1) \ge 0 \\ 22x > -18\end{cases}$; $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x \ge 12 \\ x \le -1\end{array}\right. \\ x > -\dfrac{9}{11}\end{cases}$; $x \in [12; +\infty)$;

б) $\sqrt{5x^2 - 10x - 3} > \sqrt{x - 2x^2 + 3}$; $5x^2 - 10x - 3 > x - 2x^2 + 3 \ge 0$;

$\begin{cases}-1 \le x \le \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l}x > 2 \\ x < -\dfrac{3}{7}\end{array}\right.\end{cases}$; $x \in [-1; -\dfrac{3}{7})$.

1792. а) $\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x - 2} \le \sqrt{x^2 - 4x + 4}$;

$\sqrt{x-2}\,(\sqrt{x+2} - 1 - \sqrt{x-2}) \le 0$;

$x = 2$ — решение; пусть теперь $x \ne 2$; $\sqrt{x+2} \le \sqrt{x-2} + 1$;

$0 < x + 2 \le x - 2 + 1 + 2\sqrt{x-2}$;

$\begin{cases}9 \le 4x - 8 \\ x > 2 \\ x \ge -2\end{cases}$; $x \ge \dfrac{17}{4}$.

Ответ: $x \in \{2\} \cup [\dfrac{17}{4}; +\infty)$;

б) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x+3} \ge \sqrt{x^2 + 6x + 9}$; ОДЗ: $x = -3$, $x \ge 3$;

$\sqrt{x+3}\,(\sqrt{x-3} + 1 - \sqrt{x+3}) \ge 0$;

$x = -3$ — решение; пусть теперь $x \ne -3$;

$\sqrt{x-3} + 1 \ge \sqrt{x+3}$;

$x - 3 + 1 + 2\sqrt{x-3} \ge x + 3 > 0$;

$\begin{cases}4x - 12 \ge 25 \\ x \ge 3\end{cases}$; $\begin{cases}x \ge \dfrac{37}{4} \\ x \ge 3\end{cases}$;

Ответ: $x \in \{-3\} \cup [\dfrac{37}{4}; +\infty)$.

1793. а) $\frac{\sqrt{x^2-5x}-4x+26}{7-x} > 2$; ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x \ge 5 \\ x \le 0 \\ x \ne 7 \end{array}\right.$; $\frac{\sqrt{x^2-5x}-2x+12}{7-x} > 0$;

1) $\left\{\begin{array}{l} x < 7 \\ \sqrt{x^2-5x} > 2x-12 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x < 7 \\ \left[\begin{array}{l} x \le 6 \\ \left\{\begin{array}{l} x > 6 \\ x^2-5x > (2x-12)^2 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x < 7 \\ \left[\begin{array}{l} x \le 6 \\ \left\{\begin{array}{l} x > 6 \\ 3x^2-43x+144 < 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$;

$6 < x < 7$;

2) $\left\{\begin{array}{l} x < 7 \\ \sqrt{x^2-5x} < 2x-12 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x > 7 \\ 0 \le x^2-5x < 4x^2+144-48x \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x > 7 \\ x^2-5x \ge 0 \\ 3x^2-43x+144 > 0 \end{array}\right.$;

$x > 9$;

Ответ: $x \in (-\infty; 0]$ v $[5; 7)$ v $(9; +\infty)$;

б) $\frac{\sqrt{x^2+5x}-4x-6}{x-2} < -2$; ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x \le -5 \\ x \ge 0 \\ x \ne 2 \end{array}\right.$; $\frac{\sqrt{x^2+5x}-2x-10}{x-2} < 0$;

1) $\left\{\begin{array}{l} x > 2 \\ \sqrt{x^2+5x} < 2x+10 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x > 2 \\ x^2+5x < 4x^2+40x+100 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x > 2 \\ 3x^2+35x+100 > 0 \end{array}\right.$;

$x > 2$;

2) $\left\{\begin{array}{l} x < 2 \\ \sqrt{x^2+5x} > 2x+10 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -5 \\ \left\{\begin{array}{l} x > -5 \\ 3x^2+35x+100 < 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x < 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -5 \\ \left\{\begin{array}{l} x > -5 \\ -\frac{20}{3} < x < -5 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$; $x \le -5$;

Ответ: $x \in (-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$.

1794. а) $|3x-9| \ge 6$; $\left[\begin{array}{l} 3x-9 \ge 6 \\ 9-3x \ge 6 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x \ge 5 \\ x \le 1 \end{array}\right.$; $x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$;

б) $|4-2x| < 16$; $\left\{\begin{array}{l} 4-2x < 16 \\ 4-2x > -16 \end{array}\right.$; $\left\{\begin{array}{l} x > -6 \\ x < 10 \end{array}\right.$; $x \in (-6; 10)$;

в) $|5x+10| \le 15$; $\left\{\begin{array}{l} 5x+10 \ge -15 \\ 5x+10 \le 15 \end{array}\right.$; $x \in [-5; 1]$;

г) $|9+3x| > 12$; $\left[\begin{array}{l} 3x+9 > 12 \\ 3x+9 < -12 \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} x+1 \\ x < -7 \end{array}\right.$; $x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$.

1795. а) $|6x-1|>2$; $\left[\begin{array}{l}6x-1>2\\6x-1<-2\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x>\frac{1}{2}\\x<-\frac{1}{6}\end{array}\right.$; $x\in(-\infty;\frac{1}{6})\cup(\frac{1}{2};+\infty)$;

б) $|3+2x|\le 4$; $\begin{cases}3+2x\le 4\\3+2x\ge -4\end{cases}$; $x\in[-\frac{7}{2};\frac{1}{2}]$;

в) $|9x-1|<4$; $\begin{cases}9x-1<4\\9x-1>-4\end{cases}$; $x\in(-\frac{1}{3};\frac{5}{9})$;

г) $|5-6x|\ge 3$; $\left[\begin{array}{l}5-6x\ge 3\\5-6x\ge -3\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x\le\frac{1}{3}\\x\ge\frac{4}{3}\end{array}\right.$; $x\in(-\infty;\frac{1}{3}]\cup[\frac{4}{3};+\infty]$.

1796. а) $|x+1|\le 2x$; $\begin{cases}4-2x<16\\4-2x>-16\end{cases}$; $\begin{cases}x>-6\\x<10\end{cases}$; $x\in[1;+\infty)$;

б) $|3x-4|>x+1$; $\left[\begin{array}{l}6x-1>2\\6x-1<-2\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x>1/2\\x<-(1/6)\end{array}\right.$; $x\in(-\infty;\frac{3}{4})\cup(2{,}5;+\infty)$;

в) $|2x-1|\ge x$; $\left[\begin{array}{l}6x-1>2\\6x-1<-2\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x>\frac{1}{2}\\x<-\frac{1}{6}\end{array}\right.$;

$x\in(-\infty;1/3]\cup[1;+\infty)$;

г) $|16-8x|<4x+2$; $\begin{cases}16-8x<4x+2\\16-8x>-4x-2\end{cases}$; $\begin{cases}x>\frac{7}{6}\\x<\frac{9}{2}\end{cases}$; $x\in\left(\frac{7}{6};\ \frac{9}{2}\right)$.

1797. а) $|2x-1|+|3x-6|<12$;

1) $x\ge 2$; $2x-1+3x-6<12$; $5x<19$; $x\in[2;\ \frac{19}{5})$;

2) $1/2\le x<2$; $-x+5<12$; $x\in[1/2;2)$;

3) $x<\frac{1}{2}$; $-2x+1-3x+6<12$; $-5x+7<12$; $x\in\left(-1;\ \frac{1}{2}\right)$;

Ответ: $x\in(-1;\ \frac{19}{5})$;

б) $|3x-4|-|x+2|\ge 4$; $x\ge\frac{4}{3}$; $3x-4-x-2\ge 4$; $2x\ge 10x$; $x\in[5;+\infty)$;

2) $-2\le x<\frac{4}{3}$; $-3x+4-x-2\ge 4$; $2-4x\ge 4$; $x\in[-2;-\frac{1}{2}]$;

3) $x<-2$; $-2x+6\ge 4$; $x\in(-\infty;-2)$;

Ответ: x ∈ (–∞; 1/2] ∪ [5; +∞).

1798. а) sin 2x ≥ sin x; sin x (2 cos x – 1) ≥ 0;

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\cos x \ge 1/2\\ \sin x \ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}\cos x \le 1/2\\ \sin x \le 0\end{cases}\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l} x \in [2\pi n; \dfrac{\pi}{3} + 2\pi n]\\ x \in [\pi + 2\pi n; \dfrac{5\pi}{3} + 2\pi n]\end{array}\right.;$$

$x \in [2\pi n;\ \frac{\pi}{3} + 2\pi n] \cup [\pi + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{3} + 2\pi n]$;

б) cos 2x ≤ cos x; $2\cos^2 x - \cos x - 1 \le 0$; $-\frac{1}{2} \le \cos x \le 1$;

$x \in [-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n;\ \frac{2\pi}{3} + 2\pi n]$.

1799. а) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) \le \sin x$; sin x – cos x ≥ 0; $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \ge 0$;

$x \in [\frac{\pi}{4} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{4} + 2\pi n]$;

б) $\cos(\frac{\pi}{3} - x) \le \cos x$; $\sin\frac{\pi}{6}\ \sin(\frac{\pi}{6} - x) \ge 0$; $\sin(\frac{\pi}{6} - x) \ge 0$;

$x \in [-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n]$.

1800. а) cos x > sin 2x – cos 3x; cos 2x cos x – sin x cos x > 0;
$\cos x\,(1 - \sin x - 2\sin^2 x) > 0$; $(2\sin^2 x + \sin x - 1) < 0$.

1) $\begin{cases}\cos x > 0\\ 2\sin^2 x + \sin x - 1 < 0\end{cases}$; $\begin{cases}\cos x > 0\\ -1 < \sin x < \dfrac{1}{2}\end{cases}$; $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n)$;

2) $\begin{cases}\cos x > 0\\ 2\sin^2 x + \sin x - 1 < 0\end{cases}$; $\begin{cases}\cos x < 0\\ \left[\begin{array}{l}\sin x < -1\\ \sin x > \dfrac{1}{2}\end{array}\right.\end{cases}$; $x \in (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$;

Ответ: $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n) \cup (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$;

б) sin x < cos x – sin 3x; cos x (2 sin 2x – 1) < 0;

1) $\begin{cases}\cos x > 0\\ \sin 2x < \dfrac{1}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}-\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n\\ -\dfrac{7\pi}{12} + \pi n < x < \dfrac{\pi}{12} + \pi n\end{cases}$;

$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \frac{\pi}{12} + 2\pi n\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$;

2) $\begin{cases}\cos x < 0\\ \sin 2x > \frac{1}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\\ \frac{\pi}{12} + \pi n < x < \frac{5\pi}{12} + \pi n\end{cases}$; $x \in (-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n)$;

Ответ: $x \in (-\frac{11\pi}{12} + 2\pi n; -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n) \cup (-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{12} + 2\pi n) \cup (\frac{5\pi}{12} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$.

1801. а) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5-2^x} > 7^{-2^x+11}$; $2^x - 5 + 2^x - 11 > 0$; $2^x > 8$; $x > 3$;

б) $(0,3)^{\sqrt{5x-1}-2} \le 1$; ОДЗ: $x \ge \frac{1}{5}$; $\sqrt{5x-1} \ge 2$; $x \ge 1$;

в) $(3^{-1})^{\sin x - \cos 2x} < 3^{\cos 2x - \frac{1}{2}}$; $\cos 2x - \sin x < \cos 2x - \frac{1}{2}$; $\sin x > \frac{1}{2}$;

$x \in (\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$;

г) $10^{\ln(x-2)} \cdot 0,1 \ge (10^{-1})^{\ln(x+2)}$; ОДЗ: $x > 2$; $\ln(x-2) - 1 \ge -\ln(x+2)$;

$x^2 - 4 \ge -e$; $x \in (-\infty; -\sqrt{4+e}\,] \cup (\sqrt{4+e}; +\infty)$.

1802. а) $\lg(0,2^x - 5) < \log_{0,1}(95 - 3 \cdot 0,2^x)^{-1}$; ОДЗ: $x < -1$;

$0,2^x - 5 < 95 - 3 \cdot 0,2^x$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 25$; $x > -2$;

Ответ: $x \in (-2; -1)$;

б) $\log_{0,1}(3\sqrt{3x+1} - 2) > \frac{1}{4}\log_{0,1}\sqrt{3x+1} \cdot \lg(0,1^{-8})$; ОДЗ: $\sqrt{3x+1} > \frac{2}{3}$;

$3\sqrt{3x+1} - 2 < 3x + 1$; $3x + 1 - 3\sqrt{3x+1} + 2 > 0$;

$\left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1} > 2\\ \sqrt{3x+1} < 1\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}\sqrt{3x+1} > 2\\ \frac{2}{3} < \sqrt{3x+1} < 1\end{array}\right.$ (т.к. x должен входить в ОДЗ);

$x \in (-\frac{5}{27}; 0) \cup (1; +\infty)$.

1803. а) $\sqrt[3]{3^{2-x} - 13} < \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^x + 11}$; $3^{-x}(9 - 1) < 24$; $-x < 1$; $x > -1$

(в ответе задачника опечатка);

б) $(\sin x - \cos x)^9 \le (0,5 - \cos x)^9$; $\sin x \le \frac{1}{2}$; $x \in [-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n]$;

в) $(\sqrt{6x+5} - 1)^5 \ge (6x-4)^{\frac{5}{2}}$; ОДЗ: $x \ge \frac{2}{3}$; $\sqrt{6x+5} - 1 \ge \sqrt{6x-4}$;

$6x+6-2\sqrt{6x+5} \geq 6x-4$; $2\sqrt{6x+5} \leq 10$; $6x+5 \leq 25$; $x \leq \dfrac{10}{3}$;

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x \in \left[\dfrac{2}{3};\ -\dfrac{10}{3}\right]$;

г) $\sqrt[7]{2\ln^2 x - 3\ln x + 5} > \sqrt[7]{6 - 4\ln x}$; $2\ln^2 + \ln x - 1 > 0$; $\left[\begin{array}{l}\ln x < -1\\ \ln x > \dfrac{1}{2}\end{array}\right.$;

$x \in (0;\ \dfrac{1}{e}) \cup (\sqrt{e};\ +\infty)$.

1804. а) $\sqrt{\sqrt{x}+2} - \sqrt{\sqrt{x}-1} \geq 1$; $\sqrt{x}\ +2 \geq \sqrt{x} + 2\ \sqrt{\sqrt{x}-1}$;

$\begin{cases}\sqrt{x}-1 \leq 1\\ \sqrt{x}-1 \geq 0\end{cases}$; $x \in [1; 4]$;

б) $\sqrt{\ln x + 3}\ \leq \ln x + 1$; $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\ln x \leq -2\\ \ln x \geq 1\end{array}\right.\\ x \geq \dfrac{1}{e^3}\end{cases}$; $x \in [\ e; +\infty)$;

в) $\sin x - \sqrt{\sin x} < 0$; $0 < \sqrt{\sin x} < 1$; $0 < \sin x < 1$;

$x \in (2\pi n;\ \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n) \cup (\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \pi + 2\pi n)$;

г) $\sqrt{2^x+4} - \sqrt{2^x-4}\ > 2$; $2^x + 4 > 4 + 2^x - 4 + 4\ \sqrt{2^x-4}$;

$\sqrt{2^x-4}\ < 1$; $\begin{cases}2^x < 5\\ 2^x \geq 4\end{cases}$; $x \in [2; \log_2 5)$ (в ответе задачника опечатка).

1805. а) $\log_x (21-4x) > 2$; ОДЗ: $\begin{cases}21-4x > 0\\ x > 0\\ x \neq 1\end{cases}$; $x \in (0; 1) \cup (1;\ \dfrac{21}{4})$;

1) $x \in (0; 1)$; $21 - 4x < x^2$; $x^2 + 4x - 21 > 0$; решений нет;
2) $x > 1$; $21 - 4x > x^2$; $x^2 + 4x - 21 < 0$; $x \in (1; 3)$;
Ответ: $x \in (1; 3)$;

б) $\log_{2x-3}(x^2 - 10x + 9) \leq 2$; ОДЗ: $\begin{cases}22x-3 > 0\\ 2x-3 \neq 1\\ x^2-10x+9 > 0\end{cases}$; $x > 9$; т.к. при $x > 9$,

$2x - 3 > 1$, то имеет: $x^2 - 10x + 9 \leq 4\ x^2 - 12x + 9$; $3x^2 - 12x \geq 0$;

$\left[\begin{array}{l}x \leq 0\\ x \geq 4\end{array}\right.$; т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x \in (0; +\infty)$.

1806. а) $\sqrt{\sin x - 1} \le 4 - x^2$; ОДЗ: $\sin x \ge 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $4 - x^2 \ge 0$;

$x \in [-2; 2]$, т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = \pi/2$;

б) $\sqrt{\cos x - 1} \ge x^2 - 49$; ОДЗ: $\cos x \ge 1$; $x = 2\pi n$; $x^2 \le 49$; $x \in [-7; 7]$;

т.к. x должен входить в ОДЗ, то $x = 0$, $x = \pm 2\pi$.

1807. а) $6 \log_3 (x - 1) \le 14 + 2x - x^2$; пусть $x - 1 = a > 0$, тогда имеем:
$6 \log_3 a \le 15 - a^2$; т.к. $y = 15 - a^2$ убывает, а $y = 6 \log_3 a$ — возрастает, то график этой функции могут иметь только одну точку пересечения; очевидно, $a = 3 \Rightarrow a \in (0; 3]$;
Ответ: (1; 4].
б) $\log_2 (x^2 + x - 10) > 25 - 2x - 2x^2$; пусть $x^2 + x - 10 = a > 0$, тогда имеем:
$\log_2 a > 15 - 2a$; т.к. $y = \log_2 = a$ возрастает, а $y = 5 - 2a$ — убывает, то графики этих функций могут иметь только одну точку пересечения, очевидно, $a = 2 \Rightarrow$ неравенство выполняется при $a > 2$; $x^2 + x - 10 > 2$;
$x^2 + x - 12 > 0$; $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

§ 58. Системы уравнений

1808. а) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + 2y^2 - xy + 2x - 3y = 3 \end{cases}$;

$\begin{cases} x = 3 - y \\ 9 + y^2 - 6y + 2y^2 - 3y + y^2 + 6 - 2y - 3y - 3 = 0 \end{cases}$; $4y^2 - 14y + 12 = 0$;

$2y^2 - 7y + 6 = 0$; $y = \frac{3}{2}$ $x = \frac{3}{2}$; $y = 1$, $x = 2$;

б) $\begin{cases} y = 2 + x \\ x^3 - y^3 = -8 \end{cases}$; $x^3 - x^3 - 8 - 6x^2 - 12x + 8 = 0$; $x^2 + 2x = 0$;

$x = 0$, $x = -2$; $y = 2$, $y = 0$;
Ответ: (0; 2), (–2; 0).

в) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 5 - y \\ 125 - y^3 + 15y^2 - 75y + y^3 = 35 \end{cases}$;

$15y^2 - 75y + 90 = 0$;

$y^2 - 5y + 6 = 0$; $y = 2$, $x = 3$; $y = 3$, $x = 2$;
Ответ: (2; 3), (3; 2).

г) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x^2 + 3xy - 3y^2 = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2 + 8y^2 - 8y + 3y - 6y^2 - 3y^2 - 6 = 0 \end{cases}$;

$y^2+5y+4=0$; y = –4, x = 9; y = –1; x = 3;
Ответ: (0; –4), (3; –1).

1809. а) $\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ \sin x\cdot\sin y=-\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{cases}$; $\begin{cases} \cos(x-y)-\cos(x+y)=-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x=\frac{\pi}{4}-y \end{cases}$;

$\cos(\frac{\pi}{4}-2y)=0$; $\begin{cases} y=\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi n}{2} \\ x=-\frac{\pi}{8}-\frac{\pi n}{2} \end{cases}$;

Ответ: $\left(-\frac{\pi}{8}-\frac{\pi n}{2};\ \frac{3\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}\right)$ (в ответе задачника опечатка).

б) $\begin{cases} 3x=y+1 \\ 7^{y-2x+2}=7^{y-4x+1}+6 \end{cases}$; $\begin{cases} y=3x-1 \\ 7^{x+1}=7^{-x}+6 \end{cases}$;

$7\cdot7^{2x}-6\cdot7^{x}-1=0$ — квадратное уравнение относительно 7^x;
1) $7^x=1$; x = 0, y = 1; 2) 7^x = –(1/7) — решений нет;
Ответ: (0; 1).

в) $\begin{cases} x=2y \\ \log_{1/3}(2y+x)+\log_{1/3}(x-y+1)=\log_3(\frac{1}{y+1}) \end{cases}$;

$\log_{1/3}4y+\log_{1/3}(y+1)=\log_{1/3}(y+1)$;

$\begin{cases} 4y(y+1)=y+1 \\ y+1>0 \\ 4x>0 \end{cases}$; $y=\frac{1}{4}$, $x=\frac{1}{2}$;

Ответ: $\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{4}\right)$.

г) $\begin{cases} \sqrt{7-6x-y^2}=y+5 \\ y=x-1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=y+1 \\ \sqrt{7-6y-6-y^2}=y+5 \end{cases}$;

$y^2+10y+25=-y^2-6y+1$; y ≥ –5; $2y^2+16y+24=0$; $y^2+8y+12=0$;
1) y = –2, x = –1; 2) y = –6 — не подходит;
Ответ: (–1; –2).

1810. а) $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-y=-3 \end{cases}$; (3x + 2y) + 2(x – y) = 1 + (–3) · 2; $5x=-5$; x=–1, y=2;
Ответ: (–1; 2).

б) $\begin{cases} 2\sqrt{x}-3\sqrt{y}=1 \\ 3\sqrt{x}-2\sqrt{y}=4 \end{cases}$; $5\sqrt{x}=10$; x = 4; y = 1;

Ответ: (4; 1).

в) $\begin{cases} x+y^2=2 \\ 2y^2+x^2=3 \end{cases}$; $x^2-2x+1=0$; x = 1, y = ±1;

Ответ: (1; ±1).

г) $\begin{cases} \sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{y}=3 \\ 3\sqrt[3]{x}-5\sqrt[4]{y}=1 \end{cases}$; $8\sqrt[3]{x}=16$; x = 8, y = 1;

Ответ: (8; 1).

1811. а) $\begin{cases} \log_2 x-\log_3 y=-5 \\ 2\log_2 x+3\log_3 y=0 \end{cases}$; $5\log_2 x=-15$; $x=\frac{1}{8}$, y = 9;

Ответ: $\left(\frac{1}{8};\ 9\right)$.

б) $\begin{cases} \cos x+\cos 2y=-\frac{1}{2} \\ 3\cos 2y-\cos x=2{,}5 \end{cases}$; $\cos 2y=\frac{1}{2}$; $y=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n$, $x=\pi+2\pi k$;

Ответ: (π + 2πk; ±(π/6) + πn).

в) $\begin{cases} 2^{x+2y}-\sqrt{2x+y}=6 \\ 3\sqrt{2x+y}-2^{x+2y}=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} y=4-2x \\ 2^{8-3x}=8 \end{cases}$; $\begin{cases} x=5/3 \\ y=2/3 \end{cases}$;

Ответ: $\left(\frac{5}{3};\ \frac{2}{3}\right)$.

г) $\begin{cases} 2\sin 2x+\mathrm{tg}3y=2 \\ 6\sin 2x-2\mathrm{tg}3y=1 \end{cases}$; $\sin(2x)=\frac{1}{2}$; $x=(-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}$, $y=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}$;

Ответ: $\left((-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}\right)$.

1812. а) $\begin{cases} \frac{5}{3x-y}+\frac{3}{x-3y}=-2 \\ \frac{15}{3x-y}+\frac{2}{x-3y}=1 \end{cases}$; получив $a=\frac{5}{3x-y}$, $b=\frac{6}{x-3y}$,

получим: $\begin{cases} a+\frac{b}{2}=-2 \\ 3a+\frac{b}{3}=1 \end{cases}$; $\frac{7b}{6}=-7$; $\begin{cases} b=-6 \\ a=1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x-y=5 \\ x-3y=-1 \end{cases}$; x = 2, y = 1

Ответ: (2; 1).

б) $\begin{cases}\dfrac{3}{x+y}+\dfrac{6}{x-y}=-1\\ \dfrac{5}{x+y}+\dfrac{9}{x-y}=-2\end{cases}$; $\dfrac{1}{x+y}=a$, $\dfrac{3}{x-y}=b$; $\begin{cases}3a+2b=-1\\5a+3b=-2\end{cases}$; $\begin{cases}b=1\\a=-1\end{cases}$;

$\begin{cases}x+y=-1\\x-y=3\end{cases}$; x = 1, y = –2;

Ответ: (1; 2).

1813. а) $\begin{cases}2x+3y=12\\ \log_6^2 xy+1=2\log_6 xy\end{cases}$; $\log_6 xy=1$; $xy=6$; $\begin{cases}x=6-\dfrac{3}{2}y\\ 6y-\dfrac{3}{2}y^2=6\end{cases}$;

$y^2-4y+4=0$; y = 2, x = 3;

Ответ: (3; 2).

б) $\begin{cases}\sqrt{xy}=10-3\sqrt[4]{xy}\\2x-5y=6\end{cases}$; уравнение $\sqrt{xy}=10-3\sqrt[4]{xy}$ — квадратное относительно $\sqrt[4]{xy}\Rightarrow\sqrt[4]{xy}=2$ ($\sqrt[4]{xy}=-5$ не имеет решений);

$\begin{cases}\sqrt[4]{xy}=2\\ x=3+\dfrac{5}{2}y\end{cases}$; ОДЗ: $xy>0$; $3y+\dfrac{5}{2}y^2=16$; $5y^2+6y-32=0$;

$y=-\dfrac{16}{5}$, $x=-5$; $y=2$, $x=8$;

Ответ: (–5;–16/5), (8; 2).

1814. а) $\begin{cases}3\log_{1/2}x+2^{y+1}=5\\2^y+\log_2 x=5\end{cases}$; $5\log_2 x=5$; x = 2, y = 2;

Ответ: (2; 2).

б) $\begin{cases}3\sqrt[3]{x+y}=\log_2 16x^2\\ \log_2 x^2+2\sqrt[3]{x+y}=6\end{cases}$; $3\log_2 x^2+2\log_2 16x^2=18$; $\log_2 x^2=2$;

$x=2$, $y=-6$; $x=-2$, $y=10$;

Ответ: (2; 6), (–2; 10).

в) $\begin{cases}\mathrm{tg}^2x+\sin y=2\\3\sin y+\mathrm{tg}^2x=0\end{cases}$; $2\sin y=-2$; $\mathrm{tg}^2x=3$; $y=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$, $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi k$;

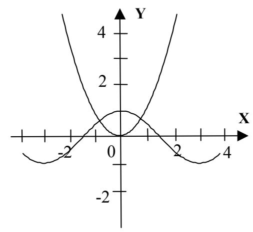
Ответ: $\left(\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi k;-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n\right)$.

г) $\begin{cases} 3^{x-y} - 7|2y - x| = 2 \\ |2y - x| - 3^{x-y-1} = -2 \end{cases}$; $|2y - x| = a,\ 3^{x-y-1} = b;$ $\begin{cases} 3b - 7a = 2 \\ a - b = -2 \end{cases}$; $-4a = -4$;

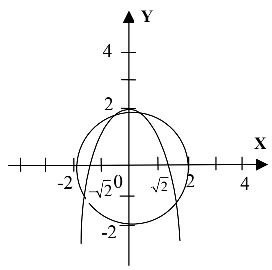
$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2y - x = \pm 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 2 + y \\ y - 2 = \pm 1 \end{cases}$; $y = 3,\ \ x = 5;\ \ y = 1,\ \ x = 3;$

Ответ: (5; 3), (3; 1).

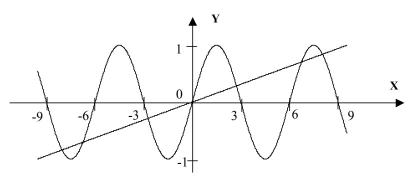
1815. а) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = \cos x \end{cases}$; 2 решения (см.рис.);



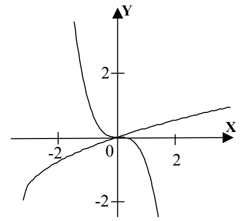
б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}$; 4 решения (см.рис.)



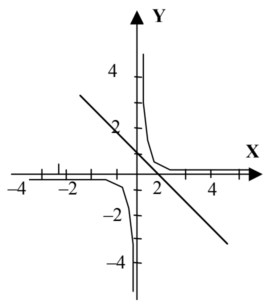
в) $\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0{,}1x \end{cases}$; 7 решений (см.рис.);



г) $\begin{cases} y + 2 = \sqrt{x + 4} \\ y + x^3 = 0 \end{cases}$; 1 решение (см.рис.);

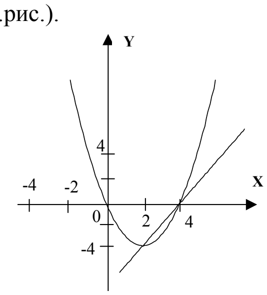


1816. а) $\begin{cases} y + x = 2 \\ xy = 3 \end{cases}$; решений нет (см. рис.) (в ответе задачника опечатка).



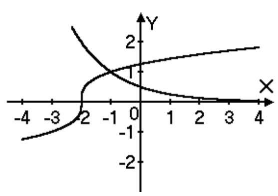
б) $\begin{cases} y = x(x-4) \\ y + 8 = 2x \end{cases}$.

Ответ: (2; –4), (4; 0) (см.рис.).



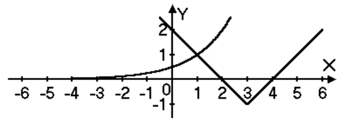
1817. а) $\begin{cases} y \cdot 2^{x+1} = 1 \\ \sqrt[3]{x+2} = y \end{cases}$;

Ответ: (–1; 1) (см. рис.).



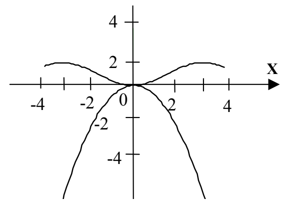
б) $\begin{cases} y = 2^{x-1} \\ |x-3| = y+1 \end{cases}$;

Ответ: (1; 1) (см.рис.).



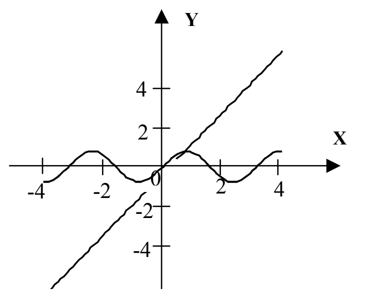
1818. а) $\begin{cases} y-1 = \left(\sin x - \dfrac{\pi}{2}\right); \\ y + x^2 = 0 \end{cases}$

Ответ: (0; 0) (см.рис.)



б) $\begin{cases} y = \sin 2x \\ y-1 = 2x - \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$;

Ответ: (π/2; 1) (см.рис.).



1819. а) $\begin{cases} 2x+3y = 1 \\ 4x+6y = 5 \end{cases}$; –2(2x+3y)+4x + 6y = –1·2 + 5; $0 = 3 \Rightarrow$ нет решений;

б) $\begin{cases} \cos(x+y) + \sin xy = 1 \\ 2\sin xy + \cos(x+y) = -1 \end{cases}$; –(cos(x+y)+sinxy)+2sinxy+cos(x+y))= –1–1;

$\sin xy = -2 \Rightarrow$ нет решений.

в) $\begin{cases} y-1=\left(\frac{1}{3}\right)^x \\ \sin x = y \end{cases}$; $\sin x - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, но $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$, а $\sin x - 1 \le 0 \Rightarrow$ нет решений.

г) $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=x-4 \end{cases}$; $\begin{cases} y=x-4 \\ 2x^2-8x+12=0 \end{cases}$; $x^2-4x+6=0 \Rightarrow$ решений нет.

1820. а) $\begin{cases} y+2x=3 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$; $\begin{cases} y=3-2x \\ 5x^2-12x+7=0 \end{cases}$; $x = 1$, $y = 1$; $x=\frac{7}{5}$, $y=\frac{1}{5}$;

Ответ: (1; 1), $\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

б) $\begin{cases} x^4-y^4=15 \\ x^4+y^4=17 \end{cases}$; $\begin{cases} x^4=16 \\ y^4=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\pm 2 \\ y=\pm 1 \end{cases}$;

Ответ: (1; 2), (1; –2), (–1; 2), (–1; –2).

в) $\begin{cases} 2\sin(x+y)-3\cos(x-y)=5 \\ 7\cos(x-y)+5\sin(x+y)=-2 \end{cases}$; $\begin{cases} \sin(x+y)=1 \\ \cos(x-y)=-1 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{2}+2\pi k \\ x-y=\pi+2\pi n \end{cases}$;

$\begin{cases} x=\frac{3\pi}{4}+\pi(n+k) \\ y=-\frac{\pi}{4}+\pi(k-n) \end{cases}$;

Ответ: $\left(\frac{3\pi}{4}+\pi(n+k);\ -\frac{\pi}{4}+\pi(k-n)\right)$.

г) $\begin{cases} \frac{y}{9}=\left(\frac{1}{3}\right)^x \\ y=\log_2 x \end{cases}$; $\log_2 x = 3^{2-x}$; т.к. $y=\log_2 x$ возрастает, а $y=3^{2-x}$ убывает, то они имеют только 1 точку пересечения (2; 1);

Ответ: (2; 1).

1821. а) $\begin{cases} \sqrt{x+1}-y=2 \\ \log_7(4-x)=y \end{cases}$; $\log_7(4-x)=-2+\sqrt{x+1}$; ОДЗ: $x \in [-1;4)$;

$y=\log_7(4-x)$ убывает, а $y=\sqrt{x+1}-2$ возрастает $\Rightarrow$ они имеют только одну точку пересечения (3; 0);

Ответ: (3; 0).

б) $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{y-x}{2x}}-\sqrt{\dfrac{x}{x+y}}=\dfrac{1}{2}\\ 16\sqrt{\dfrac{x}{x+y}}-7\sqrt{\dfrac{y-x}{2x}}=1\end{cases}$; $\sqrt{\dfrac{y-x}{2x}}=a\ge 0$; $\sqrt{\dfrac{x}{x+y}}=b\ge 0$;

$\begin{cases}a-b=\dfrac{1}{2}\\ 16b-7a=1\end{cases}$; $9a=9$; $\begin{cases}a=1\\ b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}\dfrac{y-x}{2x}=1\\ \dfrac{x}{x+y}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$; $\begin{cases}y=3x\\ \dfrac{3}{4}x=\dfrac{1}{4}y\\ x\ne 0\\ y\ne -x\end{cases}$; $\begin{cases}y=3x\\ x\ne 0\end{cases}$;

Ответ: (c; 3c), $c \ne 0_m$ — любое число.

в) $\begin{cases}2^{x+y}-3^{x-y}=1\\ 2^{x+y}+3^{x-y}=3\end{cases}$; $\begin{cases}2^{x+y}=2\\ 3^{x-4}=1\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=1\\ x-y=0\end{cases}$; $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$;

Ответ: $\left(\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{2}\right)$.

г) $\begin{cases}x+y=1\\ 2^{x-y}=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}\cdot\dfrac{8^{2/3}}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=1\\ 2^{x-y}=2^2\cdot 2^2\cdot 2^{-1}=2^3\end{cases}$; $\begin{cases}x+y=1\\ x-y=3\end{cases}$; $\begin{cases}x=2\\ y=-1\end{cases}$;

Ответ: (2; –1).

1822.

а) $\begin{cases}(2x+y)(x+3y)=48\\ \dfrac{2x+y}{x+3y}=\dfrac{3}{4}\end{cases}$; $\begin{cases}2x+y=\dfrac{3}{4}(x+3y)\\ x+3y=\pm 8\end{cases}$; $x + 3y \ne 0$;

x = 2, y = –2; x = –2, y = –2;

Ответ: (±2; –2).

б) $\begin{cases}\dfrac{x-3}{y+2}=4\\ (x-3)^2+(y+2)^2=17\end{cases}$;

$\begin{cases}x-3=4(y+2)\\ (y+2)^2+16)y+2)^2-17=0;\quad y+2=\pm 1;\\ y\ne -2\end{cases}$

y = –1, x = 7; y = –3, x = –1;

Ответ: (7; –1), (–1; 3).

1823.

а) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x^4-y^4=65 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ (x^2+y^2)(x^2-y^2)=65 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2-y^2=5 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2=9 \\ y^2=4 \end{cases}$;

$\begin{cases} x=\pm 3 \\ y=\pm 2 \end{cases}$;

Ответ: (3; 2), (3; –2), (–3; 2), (–3; –2).

б) $\begin{cases} 2x^4=x^2y^2+1 \\ 3x^4=x^2y^2+2 \end{cases}$; (x; y) не является решением при всех y;

$\frac{x^2y^2+1}{x^2y^2+2}=\frac{2x^4}{3x^4}=\frac{2}{3}$;

$x^2y^2=1$; $2x^4=1+1$; $x^4=1$; $x=\pm 1$, $y=\pm 1$;

Ответ: (1; 1), (1; –1), (–1; 1), (–1; –1).

1824.

а) $\begin{cases} y+x^3=4 \\ 3y+y^2+2x^3=20 \end{cases}$;

$y^2+y-12=0$; $y=-4$, $x=2$; $y=3$, $x=1$;

Ответ: (2; –4), (1;3).

б) $\begin{cases} y^4+x=3 \\ 2x^2-5x+3y^4=1 \end{cases}$;

$2x^2-8x+8=0$; $x^2-4x+4=0$;

$x=2$, $y=\pm 1$;

Ответ: (±1; 2).

1825. а) $\begin{cases} x^3y^5=32 \\ x^5y^3=8 \end{cases}$; (0; y) не является решением при всех y, (x; 0) не является решением при всех x;

$\frac{x^3y^5}{x^5y^3}=\frac{32}{8}4$; $y^2=4x^2$; $y=\pm 2x$;

1) $x^5\cdot 8x^3=8$; $x=\pm 1$, $y=\pm 2$;

2) $-x^5\cdot 8x^3=8$ – решений нет;

Ответ: (1; 2), (–1; –2).

б) $\begin{cases} (x+2y)^3(x-2y)^2=9 \\ (x-2y)^3(x+2y)^2=-27 \end{cases}$;

$x-2y=-3(x+2y)$ (аналогично пункту а);

$4x=-4y$; $x=-y$; $y^3y^2=1$; $y=1$, $x=-1$;

Ответ: (–1; 1).

1826. а) $\begin{cases} \frac{x}{y}-xy=-9 \\ 2xy-\frac{3y}{x}=23 \end{cases}$;

$2\frac{x}{y}-3\frac{y}{x}-5=0$;

$2\left(\frac{x}{y}\right)^2-5\left(\frac{x}{y}\right)-3=0$;

1) $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$; $\begin{cases} y=-2x \\ -4x^2+6=23 \end{cases}$; решений нет;

2) $\frac{x}{y}=3$; $\begin{cases} x=3y \\ 3-3y^2=-9 \end{cases}$; $\begin{cases} y=\pm2 \\ x=\pm6 \end{cases}$;

Ответ: (6; 2), (–6; –2).

б) $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y}+\frac{x}{y}=-\frac{5}{6} \\ \frac{x^2+xy}{xy-y^2}=\frac{1}{6} \end{cases}$;

$\frac{x}{y}=a$; $\frac{x+y}{x-y}=b$; $(y\neq0,\ x\neq y)$;

$\begin{cases} b+a=-\frac{5}{6} \\ ab=\frac{1}{6} \end{cases}$; $\begin{cases} a=-\frac{5}{6}-b \\ b^2+\frac{5}{6}b+\frac{1}{6}=0 \end{cases}$;

1) $\begin{cases} b=-\frac{1}{2} \\ a=-\frac{1}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} 2x+2y=y-x \\ 3x=-y \\ y\neq0 \\ x\neq y \end{cases}$; $\begin{cases} y=-3x \\ 3x=-y \\ y\neq0 \\ x\neq y \end{cases}$;

(c; –3c), $c\neq0$ — любое число;

2) $\begin{cases} b=-\dfrac{1}{3} \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} 3x+3y=y-x \\ 2x=-y \\ y\neq 0 \\ x\neq y \end{cases}$; $\begin{cases} 4x=-2y \\ 2x=-y \\ y\neq 0 \\ x\neq y \end{cases}$;

(d, –2d), d ≠ 0 — любое число;

1827.

а) $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 \\ y^2-3xy=16 \end{cases}$; (x; 0) не является решением для всех x ⇒ y≠0;

$2\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+\dfrac{x}{y}-1=0$; $\quad \dfrac{x}{y}=-1$, $\quad \dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{2}$;

1) $\begin{cases} x=-y \\ y^2+3y^2=16 \end{cases}$; $\begin{cases} y=2 \\ x=-2 \end{cases}$, $\begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} y=2x \\ 4x^2-6x^2=16 \end{cases}$; решений нет;

Ответ: (–2; 2), (2; –2).

б) $\begin{cases} 3x^2-xy=10y^2 \\ x^2-2xy+y^2=4 \end{cases}$;

$3\left(\dfrac{x}{y}\right)^2-\dfrac{x}{y}-10=0$ (аналогично пункту а); $\dfrac{x}{y}=-\dfrac{5}{3}$, $\dfrac{x}{y}=2$;

1) $\begin{cases} x=2y \\ 4y^2-4y^2+y^2=4 \end{cases}$; $\begin{cases} y=2 \\ x=4 \end{cases}$, $\begin{cases} y=-2 \\ x=-4 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x=-\dfrac{5}{3}y \\ \dfrac{25}{9}y^2+10y^2+y=4 \end{cases}$;

$y^2=\dfrac{36}{64}$; $\begin{cases} y=\dfrac{3}{4} \\ x=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$; $\begin{cases} y=-\dfrac{3}{4} \\ x=\dfrac{5}{4} \end{cases}$;

Ответ: (4; 2), (–4; –2), $\left(-\dfrac{5}{4};\ \dfrac{3}{4}\right)$, $\left(\dfrac{5}{4};\ -\dfrac{3}{4}\right)$.

1828. а) $\begin{cases} x^2+3xy+y^2=-1 \\ 2x^2-3xy-3y^2=-4 \end{cases}$; $\left(\frac{x}{y}\right)=-\frac{1}{2}$,

$\left(\frac{x}{y}\right)=-7$ (аналогично предыдущей задаче;

1) $\begin{cases} y=-2x \\ x^2-6x^2+4x^2=-1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x=-7y \\ 49y^2-21y^2+y^2=-1 \end{cases}$; решений нет;

Ответ: (1; –2), (–1; 2).

б) $\begin{cases} x^2+xy+4y^2=6 \\ 3x^2+8y^2=14 \end{cases}$; $\left(\frac{x}{y}\right)=-\frac{1}{2}$,

$\left(\frac{x}{y}\right)=4$ (аналогично предыдущей задаче);

1) $\begin{cases} y=-2x \\ x^2-2x^2+16x^2=6 \end{cases}$;

$\begin{cases} x=\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y=-2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$, $\begin{cases} x=-\sqrt{\frac{2}{5}} \\ y=2\sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x=4y \\ 48y^2+8y^2=14 \end{cases}$; $\begin{cases} y=\frac{1}{2} \\ x=2 \end{cases}$, $\begin{cases} y=-\frac{1}{2} \\ x=-2 \end{cases}$;

Ответ: (2; 1/2), (–2; 1/2), $\left(\sqrt{\frac{2}{5}};\ -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$, $\left(\sqrt{-\frac{2}{5}};\ 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$.

1829. а) $\begin{cases} x-2xy+y=-17 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$; $x+y=a,\ xy=b$; $\begin{cases} a-2b=-17 \\ a^2-2b=25 \end{cases}$;

$a^2-a-42=0$; $\begin{cases} a=7 \\ b=12 \end{cases}$; $\begin{cases} x=7-y \\ 7y-y^2=12 \end{cases}$;

$y^2-7y+12=0$; $\begin{cases} y=4 \\ x=3 \end{cases}$; $\begin{cases} y=3 \\ x=4 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} a=-6 \\ b=\dfrac{11}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x=-6-y \\ -6y-y^2=\dfrac{11}{2} \end{cases}$; $2y^2+12y+11=0$; $\begin{cases} y=\dfrac{-6\pm\sqrt{14}}{2} \\ x=-6+\dfrac{6\mp\sqrt{14}}{2} \end{cases}$;

эти решения иррациональны;

Ответ: (3; 4), (4; 3).

б) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18 \\ xy+x^2+y^2=19 \end{cases}$; $\begin{cases} xy-x-y=1 \\ xy+x^2+y^2=19 \end{cases}$;

$b=5,\ a=6;$ $\begin{cases} a-b=1 \\ b^2-a=19 \end{cases}$;

$b^2-b-20=0$;

1) $\begin{cases} b=5 \\ a=6 \end{cases}$; $\begin{cases} x=5-y \\ 5y-y^2=6 \end{cases}$; $y^2-5y+6=0$; $\begin{cases} y=3 \\ x=2 \end{cases}$, $\begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} b=-4 \\ a=5 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-4-y \\ y^2+4y+5=0 \end{cases}$; решений нет;

Ответ: (2; 3), (3; 2).

1830.

а) $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}=12 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$;

$x+y=a,\ xy=b;$ $\begin{cases} \dfrac{a(a^2-3b)}{b}=12 \\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$;

$\begin{cases} b=3a \\ a^2-9a=36 \end{cases}$;

$a^2-9a-36=0$;

1) $\begin{cases} a=12 \\ b=36 \end{cases}$; $\begin{cases} x=12-y \\ 12y-y^2=36 \end{cases}$;

$y^2-12y+36=0$; $\begin{cases} y=6 \\ x=6 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} a=3 \\ b=9 \end{cases}$; $\begin{cases} x=3-y \\ 3y-y^2=9 \end{cases}$; решений нет;

Ответ: (6; 6).

б) $\begin{cases} xy(x+y)=20 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{4} \end{cases}$; $xy=a,\ x+y=b$; $\begin{cases} ab=20 \\ b=\dfrac{5}{4}a \end{cases}$; $\dfrac{5}{4}a^2=20$;

1) $\begin{cases} a=4 \\ b=5 \end{cases}$; $\begin{cases} x=5-y \\ 5y-y^2=4 \end{cases}$; $y^2-5y+4=0$; $\begin{cases} y=1 \\ x=4 \end{cases}$; $\begin{cases} y=4 \\ x=1 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} a=-4 \\ b=-5 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-5-y \\ y^2+5y-4=0 \end{cases}$; $\begin{cases} y=\dfrac{5\pm\sqrt{41}}{2} \\ x=-5-\dfrac{5\pm\sqrt{41}}{2} \end{cases}$; эти корни не являются рациональными;

Ответ: (4; 1), (1; 4).

1831. а) $\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ 2x-3y+z=8 \\ -x+y-5z=-8 \end{cases}$; $\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ -7y+7z=14 \\ 3y-8z=-11 \end{cases}$;

$\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ -7y+7z=14 \\ -35z=-35 \end{cases}$; $\begin{cases} z=1 \\ y=-1 \\ x=-2 \end{cases}$;

Ответ: (–2; –1; 1).

б) $\begin{cases} 3x-5y+z=-13 \\ x+3y-2z=5 \\ 2x-2y+5z=-6 \end{cases}$; $\begin{cases} -14y+7z=-28 \\ x+3y-2z=5 \\ -8y+9z=-16 \end{cases}$; $\begin{cases} 2y-z=4 \\ x+3y-2z=5 \\ -8y+9z=-16 \end{cases}$;

$\begin{cases} 2y-z=4 \\ x+3y-2z=5 \\ 5z=0 \end{cases}$; $\begin{cases} z=0 \\ y=2 \\ x=-1 \end{cases}$;

Ответ: (–1; 2; 0).

1832. а) $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-z=2 \\ xy+xz+yz=-1 \end{cases}$; $\begin{cases} y=-1-x \\ z=x-2 \\ -x-x^2+x^2-2x-x^2+x+2=-1 \end{cases}$;

$-x^2-2x+3=0$; $x^2+2x-3=0$;

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \\ z=-5 \end{cases};\ \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=-1 \end{cases};$$

Ответ: (–3; 2; –5), (1; –2; –1).

б) $\begin{cases} x+y+2z=0 \\ x+2y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases};\ \begin{cases} y=1+z \\ x=-1-3z \\ 11z^2+8z-3=0 \end{cases};\ \begin{cases} z=-1 \\ x=2 \\ y=0 \end{cases};\ \begin{cases} z=3/11 \\ x=-(20/11) \\ y=14/11 \end{cases};$

Ответ: (2; 0; –1), $\left(-\frac{20}{11}; \frac{14}{11}; \frac{3}{11}\right)$ (в ответе задачника опечатка).

1833. а) $y = ax^2 + bx + c$, M(1; –2), P(–1;8), Q(0; 1);

$$\begin{cases} -2=a+b+c \\ 8=a-b+c \\ 1=c \end{cases};\ \begin{cases} b=-5 \\ c=1 \\ a=2 \end{cases};\ y=2x^2-5x+1.$$

б) $y = ax^2 + bx + c$, M(–1; 6), P(2; 9), Q(1; 2);

$$\begin{cases} 6=a-b+c \\ 9=4a+2b+c \\ 2=a+b+c \end{cases};\ \begin{cases} b=-2 \\ 4=a+c \\ 13=4a+c \end{cases};\ \begin{cases} b=-2 \\ a=3 \\ c=1 \end{cases};\ y=3x^2-2x+1.$$

1834. а) $\begin{cases} \sqrt{x-y}+\sqrt{x+3y}=4 \\ 2x-y=4 \end{cases};$

$$\begin{cases} y=2x-4 \\ \sqrt{-x+4}+\sqrt{7x-12}=4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -x+4=16+7x-12-8\sqrt{7x-12} \\ 4-\sqrt{7x-12}\ge 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -8x=-8\sqrt{7x-12} \\ x\ge 0 \\ x\le 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 7x-12=x^2 \\ 0\le x\le 4 \end{cases};\ \begin{cases} x^2-7x+12=0 \\ 0\le x\le 4 \end{cases};\ \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases},\ \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases};$$

Ответ: (4; 4), (3; 2) (в ответе задачника опечатка).

б) $\begin{cases} 6x+2y=10 \\ \sqrt{2x+y}+\sqrt{6x-3y}=2 \end{cases};$

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ \sqrt{5-x} + \sqrt{15x-15} = 2 \end{cases}$;

$\begin{cases} 15x - 15 = 4 + 5 - x - 4\sqrt{5-x} \\ 2\sqrt{5-x} \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 16x - 24 = -4\sqrt{5-x} \\ x \geq 1 \end{cases}$;

$\begin{cases} \sqrt{5-x} = 6 - 4x \\ x \geq 1 \end{cases}$;

$\begin{cases} 1 \leq x \leq \dfrac{3}{2} \\ 5 - x = 36 + 16x^2 - 48x \end{cases}$; $\begin{cases} 16x^2 - 47x + 31 = 0 \\ 1 \leq x \leq \dfrac{3}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$;

Ответ: (1; 2) (в ответе задачника опечатка).

1835. а) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5 \\ xy = 216 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 216/y \\ \dfrac{6}{\sqrt[3]{y}} + \sqrt[3]{y} = 5 \end{cases}$; $\left(\sqrt[3]{y}\right)^2 - 5\sqrt[3]{y} + 6 = 0$;

1) $\sqrt[3]{y} = 3$; y=27, x=8; 2) $\sqrt[3]{y} = 2$; y=8, x=27;

Ответ: (27; 8), (8; 27).

б) $\begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 1 \\ \sqrt{xy} = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} \sqrt{x} = \dfrac{4}{\sqrt{y}} \\ \dfrac{2}{\sqrt[4]{y}} - \sqrt[4]{y} - 1 = 0 \end{cases}$;

$\sqrt{y} + \sqrt[4]{y} - 2 = 0$;

1) $\sqrt[4]{y} = 1$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 16 \end{cases}$;

2) $\sqrt[4]{y} = -2$; решений нет;

Ответ: (1; 16).

1836. а) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x+3y}{y+5}} + 2 = 3\sqrt{\dfrac{y+5}{x+3y}} \\ xy + 2x = 13 - 4y \end{cases}$;

$\dfrac{x+3y}{y+5} + 2\sqrt{\dfrac{x+3y}{y+5}} - 3 = 0$;

$\dfrac{x+3y}{y+5} = 1$ ($\dfrac{x+3y}{y+5} = -3$ не подходит, т.к. $\dfrac{x+3y}{y+5} \geq 0$);

$x+3y=y+5$; $\begin{cases} x=5-2y \\ 5y-2y^2+10-4y=13-4y \end{cases}$;

$2y^2-5y+3=0$; $\begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases}$,

$\begin{cases} y=3/2 \\ x=2 \end{cases}$;

Ответ: (3; 1), (2; 3/2).

б) $\begin{cases} x^2+4x-y^2-3y=0 \\ \sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}+3\sqrt{\dfrac{x-y}{x+y}}=4 \end{cases}$; $\dfrac{x+y}{x-y}-4\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}+3=0$;

1) $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}=1$; $x+y=x-y$; $y=0$; $x^2+4x=0$; $x=0$ — не подходит;

$x=-4$;

2) $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}=3$; $x+y=9x-9y$; $\begin{cases} x=\dfrac{5y}{4} \\ \dfrac{25y^2}{16}+5y-y^2-3y=0 \end{cases}$; $9y^2+32y=0$;

$\begin{cases} y=-\dfrac{32}{9} \\ x=-\dfrac{40}{9} \end{cases}$;

Ответ: (–4; 0), $\left(-\dfrac{40}{9};-\dfrac{32}{9}\right)$.

1837. а) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1 \end{cases}$; $\dfrac{x}{y}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\dfrac{x}{y}}+1=0$;

1) $\sqrt{x}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{y}$; $\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{2}}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1$;

$\sqrt{y}=\sqrt{2}$; $\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$;

2) $\sqrt{x}=\dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{2}}$; $2\sqrt{\dfrac{y}{2}}+\sqrt{y}=\sqrt{2}+1$; $\sqrt{y}=1$; $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$;

Ответ: (1; 2), (2; 1).

б) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{y}{x}} - 2\sqrt{\dfrac{x}{y}} = 1 \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4 \end{cases}$;

1) $\dfrac{y}{x} - \sqrt{\dfrac{y}{x}} - 2 = 0$; $\sqrt{y} = 2\sqrt{x}$, $y = 4x$; $\sqrt{9x} + \sqrt{x} = 4$; $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$;

2) $\sqrt{y} = -\sqrt{x}$; $x = y = 0$ — не подходит;

Ответ: (1; 4).

1838. а) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \dfrac{10}{3} \\ x + 2y = 9 \end{cases}$; $\begin{cases} (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 - \dfrac{10}{3}(\sqrt{x}+\sqrt{y}) + 1 = 0 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$;

1) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2} = 9 \end{cases}$; $36y - 8y^2 = y^2$;

$y(4 - y) = 0$; $\begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 0 \\ x = 9 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \dfrac{1}{3}; \\ x + 2y = 9 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 9 - 2y \\ 9(9 - 2y + y + 2\sqrt{9y - 2y^2}) = 1 \end{cases}$;

$18\sqrt{9y - 2y^2} = 9y - 80$; $324\,(9y - 2y^2) = 81y^2 - 1440y + 6400$;

$720y^2 - 4356y + 6400 = 0$; решений нет;

Ответ: (1; 4), (0; 0).

б) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}} = \dfrac{65}{8} \end{cases}$; $(\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 - \dfrac{65}{8}(\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) + 1 = 0$;

1) $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 8 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$; $12x - 12 = 64 + x - 16\sqrt{x}$;

$76 - 11x = 16\sqrt{x}$;

$\begin{cases} x \le \dfrac{76}{11} \\ 121x^2 + 5776 - 1928x = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$; $x = \dfrac{1444}{121}$ — не подходит;

2) $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = \dfrac{1}{8}; \\ y = 3x - 3 \end{cases}$ $12x - 12 = \dfrac{1}{64} + x - \dfrac{\sqrt{x}}{4}$;

$16\sqrt{x} = 769 - 704x$; решений нет;

Ответ: (4; 9).

1839.

а) $\begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y \end{cases}$;

$3\sqrt{3y+x} = 3y + x$;

$\sqrt{3y+x} \cdot (\sqrt{3y+x} - 3) = 0$;

$x = -3y$, $\sqrt{3y+x} = 3$;

$3\sqrt{6y-x} = 6y - x$;

$\sqrt{6y-x} \cdot (\sqrt{6y-x} - 3) = 0$;

$6y = x$; $\sqrt{6y-x} = 3$;

1) $\begin{cases} x = -3y \\ 6y = -3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x = -3y \\ \sqrt{9y} = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x = 9 - 3y \\ 6y = 9 - 3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$;

4) $\begin{cases} x = 9 - 3y \\ \sqrt{6y - 9 + 3y} = 2 \end{cases}$; $y - 1 = 1$; $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$;

Ответ: (0;0), (-3;1), (6;1), (3;2).

б) $\begin{cases} \sqrt{2x-3y} + \sqrt{4x+3y} = 2x \\ 2\sqrt{2x-3y} = \sqrt{4x+3y} - 3y \end{cases}$;

$3\sqrt{2x-3y} = 2x - 3y$;

$\sqrt{2x-3y} \cdot (\sqrt{2x-3y} - 3) = 0$;

$2x = 3y$, $2x = 9 + 3y$;

$3\sqrt{4x+3y} = 4x + 3y$;

$\sqrt{4x+3y} \cdot (\sqrt{4x+3y} - 3) = 0$; $4x = -3y$; $4x = 9 - 3y$;

1) $\begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = -3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} 2x = 3y \\ 6y = 9 - 3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = -3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases}$;

4) $\begin{cases} 2x = 9 + 3y \\ 18 + 6y = 9 - 3y \end{cases}$; $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$;

Ответ: $(0;0)$, $(3/2;1)$, $(3/2;-2)$, $(3;-1)$.

1840.

а) $\begin{cases} 2^{6x-2y} = 4^{x+y+10} \\ 3^{x^2} = 3^{11+y} \end{cases}$;

$\begin{cases} y = x^2 - 11 \\ 6x - 2x^2 + 22 = 2(x + x^2 - 11 + 10) \end{cases}$;

$4x^2 - 4x - 24 = 0$;

$x^2 - x - 6 = 0$;

$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = -2 \\ y = -7 \end{cases}$;

Ответ: (3; –2), (–2; –7).

б) $\begin{cases} \dfrac{343^{x/y}}{7^{x-y}} = 49 \\ \dfrac{5^{x/y}}{25^{x-y}} = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} \dfrac{x}{y} - 2x + 2y = 2 \\ 3\dfrac{x}{y} - x + y = 0 \end{cases}$;

$\begin{cases} 5x - 5y = 2 \\ 15\dfrac{x}{y} = 12 \end{cases}$;

$5x = 4y$; $\begin{cases} y = -2 \\ x = -1{,}6 \end{cases}$;

Ответ: (–1,6; –2).

1841.

а) $\begin{cases} 5^{\sqrt[3]{x}} = 5^{3-\sqrt[3]{y}} \\ (0,25^{x})^{y} = \dfrac{1}{2^{16}} \end{cases}$; $\begin{cases} \sqrt[3]{x} = 3-\sqrt[3]{y} \\ 2xy = 16 \end{cases}$;

$\begin{cases} x = \dfrac{8}{y} \\ \dfrac{2}{\sqrt[3]{y}} - 3 + \sqrt[3]{y} = 0 \end{cases}$;

$\sqrt[3]{y^2} - 3\sqrt[3]{y} + 2 = 0$;

1) $\sqrt[3]{y} = 2$; $\begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}$; 2) $\sqrt[3]{y} = 1$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 8 \end{cases}$;

Ответ: (8; 1), (1; 8).

б) $\begin{cases} 32^{\sqrt[3]{x-2y}} \cdot 8^{\sqrt[3]{x+y}} = 2^{13} \\ \dfrac{8^{\sqrt[3]{x-2y}}}{16^{\sqrt[3]{x+y}}} = 4 \end{cases}$;

$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases}$;

$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 8\sqrt[3]{x-2y} - \sqrt[3]{x+y} = 15 \end{cases}$;

$29\sqrt[3]{x-2y} = 58$; $x - 2y = 8$;

$\begin{cases} x = 8 + 2y \\ \sqrt[3]{x+y} = 1 \end{cases}$; $8 + 3y = 1$; $\begin{cases} y = -\dfrac{7}{3} \\ x = \dfrac{10}{3} \end{cases}$;

Ответ: $\left(\dfrac{10}{3};\ -\dfrac{7}{3}\right)$.

1842.

а) $\begin{cases} 2^{x} \cdot 0{,}25^{-y} = 512 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 25 + 4y - 20\sqrt{y} \\ 25 + 6y - 20\sqrt{y} = 9 \end{cases}$;

$8 + 3y = 10\sqrt{y}$;

$\begin{cases} y \ge -\dfrac{8}{3} \\ 9y^2 - 52y + 64 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = \dfrac{16}{9} \\ x = \dfrac{49}{9} \end{cases}$; $\begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}$;

Ответ: $\left(\dfrac{49}{9};\ \dfrac{16}{9}\right)$.

б) $\begin{cases} 9^x \cdot 3^{y-3} = 729 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y - 3 = 6 \\ \sqrt{x} = 1 + \sqrt{y} \end{cases}$; $\begin{cases} x = y + 1 + 2\sqrt{y} \\ 2y + 2 + 4\sqrt{y} + y = 9 \end{cases}$;

$4\sqrt{y} = 7 - 3y$;

$\begin{cases} y \le \dfrac{7}{3} \\ 9y^2 - 58y + 49 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$;

$y = \dfrac{49}{9}$ — не подходит;

Ответ: (4; 1).

1843.

а) $\begin{cases} 6^{2x} + 6^x y = 12 \\ y^2 + y \cdot 6^x = -8 \end{cases}$;

$(6^x + y)^2 = 4$; $y = \pm 2 - 6^x$;

1) $\begin{cases} y = 2 - 6^x \\ 6^{2x} + 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}$; $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} y = -2 - 6^x \\ 6^{2x} - 2 \cdot 6^x - 6^{2x} = 12 \end{cases}$; решений нет;

Ответ: (1; –4).

б) $\begin{cases} 7^{2y} - 7^y \cdot x = 28 \\ x^2 - x \cdot 7^y = -12 \end{cases}$;

$(7^y - x)^2 = 16$; $x = 7^y \pm 4$;

1) $\begin{cases} x = 7^y + 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} - 4 \cdot 7^y = 28 \end{cases}$; решений нет;

2) $\begin{cases} x = 7^y - 4 \\ 7^{2y} - 7^{2y} + 4 \cdot 7 = 27 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$;

Ответ: (1; 3).

1844.

а) $\begin{cases} \log_{13}(x^2+y^2)=0,5\log_\pi \pi^2 \\ \log_3 x - 1 = \log_3 2 - \log_3 y \end{cases};$

$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=6 \end{cases};$

$x^2+y^2+2xy=(x+y)^2=25;\quad x+y=\pm 5;$

1) $\begin{cases} x=5-y \\ 5y-y^2=6 \end{cases};$

$y^2-5y+6=0;\ \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases};\ \begin{cases} y=3 \\ x=2 \end{cases};$

2) $\begin{cases} x=-5-y \\ y^2+5y=6 \end{cases};$

$y=-2$, $y=-3$ — не подходят, т.к. $y>0$;

Ответ: (2; 3), (3; 2).

б) $\begin{cases} \log_7(x+y)=4\log_7(x-y) \\ \log_7(x+y)=5\log_7 3-\log_7(x-y) \end{cases};$

$\begin{cases} x+y=(x-y)^4 \\ x+y=\dfrac{243}{x-y} \end{cases};$

$x+y=a,\ x-y=b;\ \begin{cases} a=b^4 \\ a=\dfrac{243}{b} \end{cases};$

$b^4-\dfrac{243}{b}=0;\ b^5=243;\ \begin{cases} b=3 \\ a=81 \end{cases};$

$\begin{cases} x+y=81 \\ x-y=3 \end{cases};\ \begin{cases} x=42 \\ y=39 \end{cases};$

Ответ: (42; 39).

1845. а) $\begin{cases} \log_x y+\log_y x=\dfrac{5}{2} \\ 4\sqrt{x}-3\sqrt{y}=1 \end{cases};$

$\log_x^2 y-\dfrac{5}{2}\log_x y+1=0;$ $\log_x y=2$, $\log_x y=1/2$;

$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$;

1) $\begin{cases} -3x + 4\sqrt{x} - 1 = 0 \\ y = x^2 \end{cases}$; $3x - 4\sqrt{x} + 1 = 0$;

ОДЗ: $x, y > 0, x, y \neq 1$; $\begin{cases} \sqrt{x} = \dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{1}{81} \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{1}{9} \\ y = \dfrac{1}{81} \end{cases}$;

$\sqrt{x} = 1$ — не подходит по ОДЗ;

2) $\sqrt[4]{x} - 3\sqrt[4]{x} - 1 = 0$; $y = \sqrt{x}$; $\sqrt[4]{x} = 1$ — не подходит по ОДЗ;

Ответ: $\left(\dfrac{1}{9}; \dfrac{1}{81}\right)$.

б) $\begin{cases} \log_y x - 2\log_x y = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases}$;

ОДЗ: $x, y > 0$; $x, y \neq 1$; $\log_y^2 x - \log_y x - 2 = 0$;

$\log_y x = 2$, $\log_y x = -1$; $x = y^2$, $x = \dfrac{1}{y}$;

1) $\begin{cases} x = y^2 \\ y^4 + 2y^2 - 3 = 0 \end{cases}$; $y^2 = -3$ — не имеет решения;

2) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{x} \\ x^2 + \dfrac{2}{x^2} = 3 \end{cases}$;

$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$; $x^2 = 1 -$ не подходит ; $x^2 = 2$;

$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$;

Ответ: $\left(\sqrt{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

1846.

а) $\begin{cases} \log_2^2 y + \log_2 x \cdot \log_2 y - 2\log_2^2 x = 0 \\ 9x^2y - xy^2 = 1 \end{cases}$;

ОДЗ: $x, y > 0$;

$$\left(\frac{\log_2 y}{\log_2 x}\right)^2+\frac{\log_2 y}{\log_2 x}-2=0;$$

1) $\log_2 y=\log_2 x$ $\begin{cases} y=x \\ 9x^3-x^3=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$;

2) $\log_2 y=-2\log_2 x$; $\begin{cases} y=\dfrac{1}{x^2} \\ 9-\dfrac{1}{x^3}=1 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=4 \end{cases}$;

Ответ: (1/2; 1/2), (1/2; 4).

б) $\begin{cases} 2\log_3^2 x+\log_3 x\cdot\log_3 y-\log_3^2 x=0 \\ xy-\dfrac{x^2}{y}=28 \end{cases}$;

$\begin{cases} \log_3 x\cdot(\log_3 x+\log_3 y)=0 \\ xy-\dfrac{x^2}{y}=28 \end{cases}$;

$\log_3 x=0$, $\log_3 xy=0$; ОДЗ $:x,y>0$;

1) $\begin{cases} x=\dfrac{1}{y} \\ 1-\dfrac{1}{y^3}=28 \end{cases}$; $y=-1/3$ — не подходит;

2) $\begin{cases} x=1 \\ y-\dfrac{1}{y}=28 \end{cases}$; $y^2-28y-1=0$;

$y=14\pm\sqrt{197}$, но т.к. $y>0$, то

$\begin{cases} y=14+\sqrt{197} \\ x=1 \end{cases}$;

Ответ: (1; $14+\sqrt{197}$).

1847.

а) $\begin{cases} x^2+\lg x=y^2+\lg y \\ \sqrt{x-y}+\sqrt{x}+\sqrt{y}=4 \end{cases}$;

ОДЗ $: x, y > 0$;

если x заменить на y, а y на x, то получится равносильное уравнение $\Rightarrow$

$x = y$; $\sqrt{x - x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} = 4$; $\sqrt{x} = 2$; $x = 4 = y$;

Ответ: (4; 4).

б) $\begin{cases} x + 2^{\sqrt{x}} = y + 2^{\sqrt{y}} \\ x^2 + x + y^2 + y = 12 \end{cases}$;

ОДЗ $: x, y \geq 0$;

x = y (аналогично пункту а);

$x^2 + x + x^2 + x = 12$;

$x^2 + x - 6 = 0$; $x = 2 = y$;

Ответ: (2; 2).

1848.

а) $\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{4} \\ x + y = \frac{\pi}{3} \end{cases}$; $\begin{cases} \cos(x + y) - \cos(x - y) = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} - y \end{cases}$;

$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2y\right) = 1$; $\begin{cases} y = \frac{\pi}{6} + \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} - \pi n \end{cases}$**;**

Ответ: $\left(\frac{\pi}{6} - \pi n;\ \frac{\pi}{6} + \pi n\right)$

б) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} - y \\ \cos(2y) - \cos(\frac{\pi}{2} - 2y) = -1 \end{cases}$; $\sin(2y) - \cos(2y) = 1$;

$\sin(2y - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$\begin{cases} y = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2} \end{cases}$;

Ответ: $\left((-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{\pi n}{2};\ (-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}\right)$.

1849. а) $\begin{cases} \sin x + \cos y = 0 \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \dfrac{1}{2} \end{cases};$

$\begin{cases} \sin x = -\cos y \\ \cos^2 y = \dfrac{1}{4} \end{cases};$ $\begin{cases} y = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n \\ x = (-1)^{k+1} \cdot \dfrac{\pi}{6} + \pi k \end{cases};$

$\begin{cases} y = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi m \\ x = (-1)^{p} \cdot \dfrac{\pi}{6} + \pi p \end{cases};$

Ответ: $\left((-1)^{k+1} \cdot \dfrac{\pi}{6} + \pi k;\ \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi n\right)$, $\left((-1)^{p} \cdot \dfrac{\pi}{6} + \pi p;\ \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi m\right)$.

б) $\begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5 \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75 \end{cases};$ $\begin{cases} \cos x = \dfrac{1}{2} - \cos y \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \dfrac{1}{4} \end{cases};$

$\dfrac{1}{4} - \cos^2 y + \cos y + \cos^2 y = \dfrac{1}{4};$

$\begin{cases} y = \dfrac{\pi}{2} + \pi n \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases};$

если x заменить на y, а y на x, то уравнения не изменятся, поэтому появляется еще одно решение:

$\begin{cases} y = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi m \\ x = \dfrac{\pi}{2} + \pi p \end{cases};$

Ответ: $\left(\pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k;\ \dfrac{\pi}{2} + \pi n\right)$,

$\left(\dfrac{\pi}{2} + \pi p;\ \pm\dfrac{\pi}{3} + 2\pi m\right)$.

1850. а) $\begin{cases} \sin x \sin y = -\dfrac{1}{2}; \\ \mathrm{tg}x\ \mathrm{ctg}y = 1 \end{cases}$

$\begin{cases}\cos(x-y)-\cos(x+y)=-1\\ \sin x\cos y-\sin y\cos x=0\end{cases}$;

$\begin{cases}\sin(x-y)=0\\ \cos(x-y)-\cos(x+y)=-1\end{cases}$;

1) $\begin{cases}\cos(x-y)=1\\ \cos(x+y)=2\end{cases}$; решений нет;

2) $\begin{cases}\cos(x-y)=-1\\ \cos(x+y)=0\end{cases}$; $\begin{cases}x-y=\pi+2\pi n\\ x+y=\dfrac{\pi}{2}+\pi k\end{cases}$;

$\begin{cases}x=\dfrac{3\pi}{4}\pm\dfrac{\pi}{2}(2n+k)\\ y=-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2}(k-2n)\end{cases}$;

Ответ: $\left(\dfrac{3\pi}{4}\pm\dfrac{\pi}{2}(2n+k);\ -\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2}(k-2n)\right)$.

б) $\begin{cases}\cos y\cos x=-\dfrac{1}{4};\\ \text{tg}y=\text{ctg}x\end{cases}$

$\begin{cases}\cos(x+y)=0\\ \cos(x+y)+\cos(x-y)=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$; $\begin{cases}\cos(x+y)=0\\ \cos(x-y)=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$;

$\begin{cases}x+y=\dfrac{\pi}{2}+\pi n\\ x-y=\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k\end{cases}$; $\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{4}\pm\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{2}(2k+n)\\ y=\dfrac{\pi}{4}\pm\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{2}(n-2k)\end{cases}$;

Ответ: $\left(\dfrac{7\pi}{12}+\dfrac{\pi}{2}(n+2k);\ -\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\pi}{2}(n-2k)\right)$, $\left(-\dfrac{7\pi}{12}+\dfrac{\pi}{2}(n+2k);\ \dfrac{7\pi}{12}+\dfrac{\pi}{2}(n-2k)\right)$.

1851. $\begin{cases}\dfrac{b_1}{1-q}=4\\ b_1^3+b_1^3\cdot q^3+b_1^3\cdot q^6+...=192\end{cases}$; $\begin{cases}\dfrac{b_1}{1-q}=4\\ \dfrac{b_1^3}{1-q^3}=192\end{cases}$;

$\begin{cases}b_1=4(1-q)\\ b_1^3=192(1-q)(1+q+q^2)\end{cases}$;

$64(1-q)^3=192(1-q)(1+q+q^2)$;

$q=1$ — не подходит, т.к. $|q|<1$; $(1-q)^2=3(1+q+q^2)$;

$q^2 - 2q + 1 = 3q^2 + 3q + 3;$
$2q^2 + 5q + 2 = 0;$
$q = -2$ — не подходит, т.к. $|q| < 1;$
$q = -(1/2);\ b_1 = 6.$

1852. Пусть a, b и c — цифры сотен, десятков и единиц соответственно;

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ a^2+b^2+c^2=26 \\ 100a+10b+c+198=100c+10b+a \end{cases};$$

$$\begin{cases} a+b+c=8 \\ 99a-99c=-198; \\ a^2+b^2+c^2=26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=c-2 \\ b=10-2c \\ c^2-4c+4+100+4c^2-40c+c^2=26 \end{cases};\ 6c^2-44c+78=0;$$

$3c^2-22c+39=0;\ c=\frac{13}{3}$ – не подходит, т.к. $c \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;0\};$

$$\begin{cases} c=3 \\ a=1; \\ b=4 \end{cases}$$

Ответ: 143.

1853. В обозначениях предыдущей задачи имеем:

$$\begin{cases} a=xb \\ b=xc \\ a+y=b+1 \\ a+2y=c \end{cases};$$

$$\begin{cases} y=b+1-xb \\ a=xb \\ b=xc \\ x^2c+2xc-2x^2c+2=c \end{cases};\ x^2c-2xc+c-2=0;$$

решим это уравнение относительно x:

$x=1\pm\sqrt{\frac{2}{c}}$; учитывая, что $a,b,c \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;0\}$, получим:

1) $c=1$, $x=1\pm\sqrt{2}$, $b=1\pm\sqrt{2}$ – не подходит;

2) $c=2$, $x=0$ – не подходит;

$x = 2, b = 4, a = 8, y = -3$;

искомое число — 842;

3) $c = 3$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$, $b = 3\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ – не подходит;

4) $c = 4$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$, $b = 4\left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ – не подходит;

5) $c = 5$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}}$, $b = 5\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{5}}\right)$ – не подходит;

6) $c = 6$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$, $b = 6\left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$ – не подходит;

7) $c = 7$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}}$, $b = 7\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{7}}\right)$ – не подходит;

8) $c = 8$, $x = \frac{3}{2}$, $b = 12$, – не подходят;

$x = \frac{1}{2}, b = 4, a = 2, y = -3$;

искомое число — 248;

9) $c = 9$, $x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$, $b = 9\left(1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ – не подходит;

10) c=0, b=0, a=0 – не подходят;

Ответ: 248, 842.

1854.

Пусть a, b и c — скорости работы первой, второй и третьей бригад соответственно. Тогда имеем:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + 4c = a + b + c \\ a + b = 2(b + c) \end{cases};$$

$$\begin{cases} a - b - 2c = 0 \\ a + b - 6c = 0 \end{cases}; \begin{cases} a - b - 2c = 0 \\ 2b - 4c = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a - 2b \quad = 0 \\ \quad b - 2c = 0 \end{cases}; \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{b}{2} \end{cases}; \frac{a}{c} = 4;$$

Ответ: в 4 раза.

§ 59. Уравнения и неравенства с параметрами

1855. $mx - x + 1 = m^2$; $x(m-1) = m^2 - 1$;

$m = 1 \Rightarrow x -$ любое число; $m \neq 1 \Rightarrow x = m + 1$;

а) нет таких m; б) $m = 1$.

1856. $b^2x - x + 2 = b^2 + b$; $x(b^2 - 1) = b^2 + b - 2$;

$x(b^2 - 1) = (b-1)(b+2)$; $b = 1$, $x -$ любое число;

$b = -1 \Rightarrow$ нет решений; $b \neq \pm 1 \Rightarrow x = \frac{b+2}{b+1}$;

а) $b \neq \pm 1$; б) $b = -1$; в) $b = 1$.

1857.

а) $a^2x - 4x + 2 = a$;

$x(a^2 - 4) = a - 2$;

$a = 2 \Rightarrow x -$ любое число; $a = -2 \Rightarrow$ нет решений;

$a \neq \pm 2 \Rightarrow x = \frac{1}{a+2}$.

б) $\frac{x}{a} + x - 1 = a$; $x(1 + \frac{1}{a}) = a + 1$;

$a = 0$ – уравнение не имеет смысла;

$a = -1 \Rightarrow x -$ любое число;

$a \neq 0$, $a \neq -1 \Rightarrow x = a$.

1858.

а) $mx - x + 1 \geq m^2$; $x(m-1) \geq m^2 - 1$;

$m = 1 \Rightarrow x -$ любое число;

$m > 1 \Rightarrow x \geq m + 1$; $m < 1 \Rightarrow x \leq m + 1$.

б) $b^2x - x + 1 > b$; $x(b^2 - 1) > b - 1$;

$b = 1 \Rightarrow$ нет решений;

$b = -1 \Rightarrow x -$ любое число;

$b \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, $x > \frac{1}{b+1}$;

$b \in (-1; 1)$, $x < \frac{1}{b+1}$.

1859.

а) $a^2x - 4x \ge a - 2$;

$x(a^2 - 4) \ge a - 2$; $a = \pm 2$, x – любое число;

$a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \Rightarrow x \ge \frac{1}{a+2}$; $a \in (-2; 2) \Rightarrow x \le \frac{1}{a+2}$;

(в ответе задачника опечатка).

б) $\frac{x}{a} + x \le a + 1$; $x\left(\frac{a+1}{a}\right) \le a + 1$;

$a = 0$ – неравенство не имеет смысла;

$a = -1$, x – любое число; $a \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \Rightarrow x \le a$;

$a \in (-1; 0)$, $x \ge a$.

1860.

$ax^2 + 4x - a + 5 = 0$; $a = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$;

$a \ne 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 4 - (5 - a)a = a^2 - 5a + 4$;

при $a = 1, a = 4$, $x = -\frac{2}{a}$;

при $a \in (1; 4)$ нет решений;

при $a < 1$, $a > 4 x = \frac{-2 \pm \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}$ – два решения;

а) $a < 1$, $a > 4$, $a \ne 0$;

б) $a = 1$, $a = 4$, $a = 0$; в) $a \in (1; 4)$.

1861.

а) $y = 6x + a$; $y = x^2$; $y' = 2x$;

$y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 - x_0 \cdot 2x_0$ — уравнение касательной к графику $y = x^2$;

$x_0 = 3$, $y = 6x - 9 \Rightarrow a = -9$;

Ответ: $a = -9$.

б) $y = 4x$; $y = x^2 + a$; прямая $y = 4x$ может иметь с графиком $y = x^2 + a$ одну общую точку только если она является касательной к этому графику;

$y' = 2x$; $y = 2x_0 \cdot x + x_0^2 + a - 2x_0^2$; $x_0 = 2$; $y = 4x - 4 + a$; $a = 4$;

Ответ: $a = 4$.

1862.

а) $y = x^2 - 4x + 2$; $y = -2x + b$; абсциссы точек пересечения графиков являтся корнями уравнения;

$x^2 - 2x + 2 - b = 0$;

$\frac{D}{4} = 1 - 2 + b = b - 1$;

Ответ: $b \geq 1$.

б) $y = x^2 + 6x + 7$; $y = 2x + b$;

аналогично п. а: $x^2 + 4x + 7 - b = 0$;

$\frac{D}{4} = 4 - 7 + b = b - 3$;

Ответ: $b \geq 3$.

1863.

а) $\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = 3x + a \end{cases}$;

$2x^2 - 8x + 1 - a = 0$;

$\frac{D}{4} = 16 - 2 + 2a = 14 + 2a \geq 0$;

Ответ: $a \geq -7$.

б) $\begin{cases} y = 3x^2 - 4x - 2 \\ y = -10x + a \end{cases}$; $3x^2 + 6x - 2 - a = 0$;

$\frac{D}{4} = 9 + 6 + 3a = 3a + 15 \geq 0$;

Ответ: $a \geq -5$.

1864.

$ax^2 + 4x - 3 + a > 0$; $a = 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4}$; $a \neq 0$;

$\frac{D}{4} = -(a^2 - 3a - 4)$;

а) неравенство выполняется при любых x, если:

$\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases}$; $a > 4$;

б) неравенство не имеет решений, если:

$\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} a > 0 \\ a^2 - 3a - 4 > 0 \end{cases}$; $a < -1$;

1865.

а) $y = 2x^2 - 3ax + 2$;

ось симметрии данной параболы — прямая $x = \frac{3a}{4}$;

$\frac{3a}{4} < -3$; $a < -4$.

б) $y = 5x^2 - 7ax + 2$; аналогично задаче пункта а:

$\frac{7a}{10} > 4$; $a > \frac{40}{7}$ (в ответе задачника опечатка).

1866.

а) $\sqrt{x-2}(x-a) \ge 0$; $\begin{cases} x - 2 \ge 0 \\ x - a \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge 2 \\ x \ge a \end{cases}$;

Ответ : x>2, если a<2; x≥a, если a≥2.

б) $(6 - x) \cdot \sqrt{x - a} > 0$; $\begin{cases} x - a > 0 \\ 6 - x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x > a \\ x < 6 \end{cases}$;

Ответ: a < x < 6, если a <6; нет решений, если a ≥ 6.

1867.

а) $x^2 - 2bx + b^2 - 4b + 3 = 0$;

уравнение имеет 2 корня, если D > 0;

$D/4 = b^2 - b^2 + 4b - 3 > 0$; $b > \frac{3}{4}$;

Ответ: b = 1 (в ответе задачника опечатка).

б) $x^2 + 2(b-2)x + b^2 - 10b + 12 = 0$;

$D/4 = b^2 - 4b + 4 - b^2 + 10b - 12 > 0$;

$b > \frac{4}{3}$;

Ответ: b = 2 (в ответе задачника опечатка).

1868. а) $x^2 - 8ax + 27 = 0$;

$D/4 = 16a^2 - 27 > 0$;

$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{3}}{4}) \cup (\frac{3\sqrt{3}}{4}; +\infty)$ — при таких а уравнение имеет 2 корня;

$x = 4a \pm \sqrt{16a^2 - 27}$;

1) $\dfrac{4a + \sqrt{16a^2 - 27}}{4a - \sqrt{16a^2 - 27}} = 3$;

$\sqrt{16a^2 - 27} = 2a$; $\begin{cases} a \ge 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}$; $a = 1{,}5$;

2) $\dfrac{4a - \sqrt{16a^2 - 27}}{4a + \sqrt{16a^2 - 27}} = 3$;

$\sqrt{16a^2 - 27} = -2a$; $\begin{cases} a \le 0 \\ 12a^2 = 27 \end{cases}$; $a = -1{,}5$;

Ответ : $a = \pm 1{,}5$.

б) $x^2 - 10ax + 24 = 0$;

$D/4 = 25a^2 - 24 > 0$;

$a \in (-\infty; -\dfrac{\sqrt{24}}{5}) \cup (\sqrt{\dfrac{24}{5}}; +\infty)$;

$x = 5a \pm \sqrt{25a^2 - 24}$;

1) $\dfrac{5a + \sqrt{25a^2 - 24}}{5a - \sqrt{25a^2 - 24}} = \dfrac{2}{3}$;

$5a + 5\sqrt{25a^2 - 24} = 0$; $\sqrt{25a^2 - 24} = -a$;

$\begin{cases} a \le 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}$; $a = -1$;

2) $\dfrac{5a - \sqrt{25a^2 - 24}}{5a\sqrt{25a^2 - 24}} = \dfrac{2}{3}$; $\sqrt{25a^2 - 24} = a$;

$\begin{cases} a \ge 0 \\ 24a^2 = 24 \end{cases}$; $a = 1$;

Ответ: $a = \pm 1$.

1869.

а) $y = (3a + 1)x^2 + 2x - 5$; вершина параболы ($x_в$; $y_в$) лежит внутри IV координатной четверти, если $x_в > 0$, $y_в < 0$;

$x_в = -\dfrac{1}{3a + 1} > 0$;

$3a+1<0$; $a<-\frac{1}{3}$; $y_в=\frac{1}{3a+1}-\frac{2}{3a+1}-5<0$;

$\frac{-1-15a-5}{3a+1}<0$;

$\frac{15a+6}{3a+1}>0$; поскольку 3а + 1 < 0, то 15а + 6 <0; а < –(2/3);

$\begin{cases} a<-\frac{2}{3} \\ a<-\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow a<-\frac{2}{3}$;

Ответ: $a<-\frac{2}{3}$.

б) $y=3x^2+(4a-1)x+3$;

$x_в>0$, $y_в>0$;

$x_в=-\frac{4a-1}{6}>0$; $a<4$;

$y_в=\frac{16a^2-8a+1}{12}-\frac{16a^2-8a+1}{6}+3>0$;

$-16a^2+8a-1+36>0$;

$16a^2-8a-35<0$;

$-\frac{5}{4}<a<\frac{1}{4}$; $\begin{cases} -\frac{5}{4}<a<\frac{1}{4} \\ a<4 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}<a<\frac{1}{4}$;

Ответ: $-\frac{5}{4}<a<\frac{1}{4}$.

1870.

а) $(\log_3 a)x^2-(2\log_3 a-1)x+\log_3 a-2=0$; ОДЗ: $a>0$;

1) $a=1$; тогда уравнение примет вид: x – 2 = 0;
x = 2 — единственный корень;
2) $a\neq 1$; тогда для существования единственного корня необходимо:

$D=4\log_3^2 a-4\log_3 a+1-4\log_3^2+8\log_3 a=0$;

$\log_3 a=\frac{1}{-4}$; $a=\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$;

Ответ: $a=\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

б) $(\log_4 a)x^2+(2\log_4 a+1)x+\log_4 a+2=0$;

1) а = 1; уравнение имеет вид: x + 2 = 0; x = –2;

2) $a \neq 1$; уравнение не имеет корней, если

$D = 4\log_4^2 a + 4\log_4 a + 1 - 4\log_4^2 a - 8\log_4 a < 0;$

$\log_4 a > \frac{1}{4}; \ \ a > \sqrt{2}$;

Ответ: $a > \sqrt{2}$.

1871.

а) $5^{2x} - 3 \cdot 5^x + a - 1 = 0;$ это уравнение квадратное относительно 5^x, уравнение имеет единственное решение, если уравнение $t^2 - 3t + a - 1 = 0$ имеет единственный положительный корень;

$D = 9 - 4a + 4 = 13 - 4a;$

1) $D = 0; \ a = \frac{13}{4}$;

$5^x = \frac{3}{2} > 0;$

2) $D > 0; \ 5^x = \frac{3 \pm \sqrt{13 - 4a}}{2}$

(второй корень всегда положителен);

$13 - 4a \geq 9$;

$a \leq 1$;

Ответ: $a \leq 1, \ a = \frac{13}{4}$.

б) $(0{,}01)^x - 2(a+1)0{,}1^x + 4 = 0;$ т.к. уравнение квадратное относительно $0{,}1^x$, то оно не может иметь больше двух корней;

пусть x_1, x_2 — корни этого уравнения, тогда по теореме Виета:

$\begin{cases} 0{,}1^{x_1} + 0{,}1^{x_2} = 2a + 2 \\ 0{,}1^{x_1} \cdot 0{,}1^{x_2} = 4 \end{cases}; \ \begin{cases} 0{,}1^{x_1} < 0 \\ 0{,}1^{x_2} < 0 \end{cases}; \ 2a + 2 < 0; \quad a < -1;$

Ответ: $a < -1$.

1872. а) $9^x + (a+4) \cdot 3^x + 4a = 0;$

$D = a^2 + 8a + 16 - 16a = (a-4)^2 \geq 0$;

при всех a; $3x = \frac{-(a+4) \pm (a-4)}{2} = \left[\begin{array}{l} -a \\ -4 < 0 \end{array}\right.;$

для существования корня нужно: $-a > 0$;

Ответ: $a \leq 0$.

б) $25^x + (a-2)\cdot 5^x - 2a = 0$;

$D = a^2 - 4a + 4 + 8a = (a + 2)^2 \geq$ при всех а;

$$5x = \frac{(2-a)\pm(a+2)}{2} = \left[\begin{array}{l} 2 \\ -a \end{array}\right.;$$

отсюда видно, что при всех а уравнение имеет корень: $x = \log_5 2$;
Ответ: а – любое число (в ответе задачника опечатка).

1873. а) $\sqrt{a\cos 2x - 3\sin 2x} = \cos x, \quad x = 0;$

$\sqrt{a} = 1;\ \ a = 1;$

$\sqrt{\cos 2x - 3\sin 2x} = \cos x;$ ОДЗ: $\cos x \geq 0$;

$\cos 2x - 3\sin 2x = \cos^2 x;$

$\cos^2x - \sin^2x - 6 \sin x \cos x = \cos^2x$;

$\sin x \cdot (\sin x + 6\cos x) = 0;$

$x = \pi n,\ x = -\text{arctg}\ 6 + \pi n, \quad \cos x \geq 0;$

Ответ: $x = 2\pi n$, $x = -\text{arctg}6 + 2\pi n$.

б) $\sqrt{2\sin 2x - a\cos 2x} = -\sin x,\ \ x = -\dfrac{\pi}{2};$

$\sqrt{a=1},\ \ a = 1;$

$\sqrt{2\sin 2x - \cos 2x} = -\sin x;$

ОДЗ: $\sin x \leq 0$;

$2\sin 2x - \cos 2x = \sin^2 x;$

$4\sin 2x - \cos 2x = 1;$

$\cos x \cdot (4\sin x - \cos x) = 0;$

$x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ x = \text{arctg}\dfrac{1}{4} + \pi n;$

$\sin x \leq 0;$

Ответ: $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$, $x = \text{arctg}\dfrac{1}{4} + \pi + 2\pi n$.

1874. а) $x(x + 3)^2 + a = 0$;
$x(x + 3)^2 = -a$;
$y = x^3 + 6x + 9x$;
$y' = 3x^2 + 12x + 9 = 0$;
$x = -3$, $x = -1$ — экстремумы функции y;
$y(-3) = 0$;
$y(-1) = (-1)\cdot(2)^2 = -4$;
$-4 < -a = 0$; $0 < a < 4$.

1875. а) $x^4 - 8x^2 + 4 = a$;

$y = x^4 - 8x^2 + 4$;

$y' = 4x^3 - 16x = 0;$

$x = 0$, $x = 2$; $x = -2$; $y(0) = 4;$

$y(2) = 16 - 32 + 4 = -12;$ $y(-2) = -12;$

Ответ: $a < -12$.

б) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 = a$;

$y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$;

$y' = x(12x^2 + 12x - 24) = 0$;

$x = 0$ $x = -2;$ $x = 1$;

$y(0) = 0;$ $y(1) = -5;$

$y(-2) = 48 - 32 - 48 = -32$

Ответ: $-5 \le a \le 0$.

1876. а) $\sqrt{x} = x - a;$ ОДЗ: $x \ge 0;$

$a = x - \sqrt{x}$; $y = x - \sqrt{x}$;

$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$;

$x = \frac{1}{4};$

$y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$;

Ответ: при $a < -\frac{1}{4}$ решений нет, при $a = -\frac{1}{4}, a > 0$ - 1 решение, при $a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right]$ - 2 решения.

б) $\sqrt{4 - x^2} = x + a;$

ОДЗ: $x \in [-2;\ 2];$

$\sqrt{4 - x^2} - x = a$;

$y = \sqrt{4 - x^2} - x;$

$y' = -\frac{2x}{2\sqrt{4-x^2}} - 1 = 0$;

$x = -\sqrt{4-x^2}$;

$\begin{cases} x \le 0 \\ x^2 = 4 - x^2 \end{cases}$;

$x = -\sqrt{2}$;

$y(-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ — максимум;

$y(-2) = 2$; $y(2) = -2$;

Ответ: $a \in (-\infty; -2)$ — нет решений, $a \in (2\sqrt{2}; +\infty)$ — нет решений, $a \in \left[2; 2\sqrt{2}\right)$ — 2 решения, $a \in [-2; 2) \cup \left\{2\sqrt{2}\right\}$ -1 решение.

1877. $|3x+6| = px + 2$;

1) $x \le -2$; $x(3+p) = -8$;

$p = -3 \Rightarrow$ решений нет; $p \ne -3 \Rightarrow$

$x = -\frac{8}{p+3} \le -2$; $\frac{2p-2}{p+3} \le 0$; $p \in (-3; 1]$;

2) $x > -2$; $x(3-p) = -4$; $p = 3 \Rightarrow$ решений нет; $p \ne 3 \Rightarrow$

$x = \frac{4}{p-1} > -2$; $\frac{2p-2}{p-3} > 0$; $p \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$;

а) $p \in (-\infty; 3] \cup (3; +\infty) \cup \{1\}$;

б) $p \in (-3;\ 1)$.

1878. а) $\begin{cases} y = |x-2| \\ y = ax + 1 \end{cases}$;

$|x-2| = ax + 1$;

1) $x \ge 2$; $x(1-a) = 3$;

$a = 1 \Rightarrow$ решений нет; $x \ne 1 \Rightarrow$

$x \frac{3}{1-a} \ge 2$;

$2 + \frac{3}{a-1} \le 0$;

$\frac{2a+1}{a-1} \le 0$;

$a \in \left[-\frac{1}{2};1\right)$;

2) $x < 2$; $1 = x \cdot (a+1)$; $a = -1$ $\Rightarrow$ решений нет;

$a \neq -1 \Rightarrow$

$x = \frac{1}{a+1} < 2$;

$\frac{2a-1}{a+1} > 0$, $a \in (-\infty;\ -1) \cup \left(\frac{1}{2};\ +\infty\right)$;

Ответ: $a \in \left(-\frac{1}{2};1\right)$.

б) $|x+4| = ax+2$;

1) $x \geq -4$; $x \cdot (1-a) = -2$; $a = -1 \Rightarrow$ решений нет; $a \neq 1$ $\Rightarrow$

$x = \frac{2}{a-1} \geq -4$; $\frac{4a-2}{a-1} \geq 0$;

$a \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup (1;+\infty)$;

2) $x < -4$; $x \cdot (a+1) = -6$; $a = -1 \Rightarrow$ решений нет; $a \neq -1$ $\Rightarrow$

$x = -\frac{6}{a+1} < -4$; $\frac{4a-2}{a+1} < 0$;

$a \in \left(-1;\frac{1}{2}\right)$;

Ответ: $a \in \left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

1879. $|x^2 - 4x - 5| = a$;

$y = |x^2 - 4x - 5|$;

$x_в = 2$ — абсцисса вершины

параболы $y = x^2 - 4x - 5$; $y(2) = |4 - 8 - 5| = 9$;

а) $a = 0$, $a > 9$; б) $a \in (0;9)$.

1880. а) $(x-a)^2 - 12|x-a| + 35 = 0$;

1) $|x-a| = 7$; $x = 7+a$, $x = -7+a$;

2) $|x-a|=5$; $x=5+a$, $x=-5+a$; очевидно, уравнение должно иметь 2 положительный и 2 отрицательных корня, причем их знаки будут следующими:

$$\begin{cases} 7+a>0 \\ 5+a>0 \\ -5+a<0 \\ -7+a<0 \end{cases}; \quad \begin{cases} a>-7 \\ a>-5 \\ a<5 \\ a<7 \end{cases};$$

Ответ: $a \in (-5;5)$.

б) $(x+a)^2-6|x+a|+8=0$;

1) $|x+a|=4$; $x=4-a$; $x=-4-a$;

2) $|x+a|=2$; $x=2-a$, $x=-2-a$;

т.к. $-4-a<-2-a<4-a$, то для того, чтобы число положительных корней было больше числа отрицательных, пужно, чтобы $-2-a \geq 0$;

Ответ: $a \leq -2$.